universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Vorlesungen über technische Mechanik

in sechs Bänden

Dynamik

Föppl, August

1909

Zusammenstellung der wichtigsten Formeln

urn:nbn:at:at-ubi:2-7870

Zusammenstellung der wichtigsten Formeln.

Erster Abschnitt.

Dynamik des materiellen Punktes.

Seite

$$\mathfrak{V}\,\mathfrak{P}\mathfrak{r} = \frac{d}{dt}\,\mathfrak{V}\,m\mathfrak{v}\cdot\mathfrak{r} \qquad (2) \quad 5$$

allgemeinste Aussage des Flächensatzes für den materiellen Punkt; m = Masse, $\mathfrak{v}$ = Geschwindigkeit, $\mathfrak{P}$ = äußere Kraft an m, $\mathfrak{r}$ der von einem festen aber beliebig gewählten Momentenpunkt gezogene Radiusvektor oder Hebelarm, $\mathfrak{V}\,\mathfrak{P}\mathfrak{r}$ das statische Moment von $\mathfrak{P}$, $m\mathfrak{v}$ die Bewegungsgröße des Punktes, $\mathfrak{V}\,m\mathfrak{v}\cdot\mathfrak{r}$ deren statisches Moment oder der Drall.

$$Yz - Zy = \frac{d}{dt}(mv_2z - mv_3y), \qquad (4) \quad 7$$

Flächensatz für die X-Achse als Momentenachse; XYZ die Komponenten von $\mathfrak{P}$; xyz die von $\mathfrak{r}$.

$$\int \mathfrak{P}\,d\mathfrak{s} = 0, \qquad (8) \quad 15$$

Bedingung dafür, daß ein Kraftfeld wirbelfrei ist; die Integration ist über eine geschlossene Kurve zu erstrecken.

$$V_A = V_0 - \int_O^A \mathfrak{P}\,d\mathfrak{s}, \qquad (10) \quad 18$$

Definitionsgleichung für das Potential V_A im Punkte A; O Anfangspunkt, V_0 bleibt willkürlich.

$$P_1 = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad P_2 = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad P_3 = -\frac{\partial V}{\partial z}, \qquad (12) \quad 21$$

$$\mathfrak{P} = -\left(\mathfrak{i}\frac{\partial V}{\partial x} + \mathfrak{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \mathfrak{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right), \qquad (13) \quad 21$$

$$\mathfrak{P} = -\nabla V, \qquad (14) \quad 22$$

Ableitung der Kraft des Feldes aus dem Potentiale V.

Seite

$$V_2 + L_2 = V_1 + L_1, \qquad (15)$$ **26**

die Summe aus der potentiellen Energie V und der kinetischen Energie L bleibt während der Bewegung im Kraftfelde konstant.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -cx, \qquad (16)$$ **29**

Differentialgleichung der geradlinigen harmonischen Schwingung, c ein die Intensität des Feldes beschreibender Proportionalitätsfaktor.

$$x = A\sin\alpha t + B\cos\alpha t, \qquad (17)$$ **29**

$$\alpha = \sqrt{\frac{c}{m}}, \qquad (18)$$ **29**

Lösung der Gleichung (16), A und B Integrationskonstanten, die von den Anfangsbedingungen abhängen.

$$T = \frac{2\pi}{\alpha} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}, \qquad (20)$$ **31**

Formel für die Schwingungsdauer der harmonischen Schwingung.

$$\mathfrak{r} = \mathfrak{v}_0\sqrt{\frac{m}{c}}\cdot\sin t\sqrt{\frac{c}{m}} + \mathfrak{a}\cos t\sqrt{\frac{c}{m}}, \qquad (21)$$ **32**

$\mathfrak{r}$ der Radiusvektor bei der elliptischen harmonischen Schwingung zur Zeit t, $\mathfrak{v}_0$ Anfangsgeschwindigkeit, $\mathfrak{a}$ Anfangswert von $\mathfrak{r}$.

$$\Theta\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -c\varphi \qquad (22)$$ **36**

Differentialgleichung für die Torsionsschwingungen, φ Drehungswinkel, Θ Trägheitsmoment der schwingenden Masse;

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{c}} \qquad (23)$$ **36**

Formel für die Schwingungsdauer der Drehschwingungen.

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{f_{11} - f_{12}}{g}}; \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{f_{11} + f_{12}}{g}} \qquad (35)$$ **43**

T_1 und T_2 die Schwingungsdauern der beiden sich übereinander lagernden einfachen harmonischen Schwingungen von zwei Massen, die eine symmetrische Belastung eines Balkens

bilden; die f sind die zugehörigen Biegungspfeile, g die Beschleunigung der Schwere. Seite

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -cx - k\frac{dx}{dt}, \qquad (36)$$ 45

Differentialgleichung für die gedämpfte geradlinige Schwingung, k der Dämpfungsfaktor.

$$x = \frac{v_0}{2\gamma} e^{-\frac{k}{2m}t}(e^{\gamma t} - e^{-\gamma t}) \qquad (38)$$ 47

Lösung der Differentialgleichung für den Fall der aperiodischen Bewegung, γ zur Abkürzung für den konstanten Wert

$$\gamma = \sqrt{\frac{k^2}{4m^2} - \frac{c}{m}}.$$

Die Bewegung wird periodisch, wenn $\gamma = i\gamma'$ imaginär wird; Gl. (38) geht dann über in

$$x = \frac{v_0}{\gamma'} e^{-\frac{k}{2m}t} \sin \gamma' t. \qquad (39)$$ 48

$$T = \frac{2\pi}{\gamma'} = \frac{4\pi m}{\sqrt{4mc - k^2}}, \qquad (40)$$ 49

Formel für die Schwingungsdauer der gedämpften harmonischen Schwingung.

$$\lg a_n - \lg a_{n+1} = \frac{\pi k}{\sqrt{4mc - k^2}} = \frac{kT}{4m}, \qquad (44)$$ 51

Formel für das logarithmische Dekrement zweier aufeinander folgenden Ausschläge a_n und a_{n+1}.

$$a_{n+1} = a_n - 2e \qquad (51)$$ 55

Formel für die Abnahme der Schwingungsausschläge bei einer Dämpfung durch gewöhnliche Reibung, e eine Konstante.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + cx + k\frac{dx}{dt} = P \sin \eta t, \qquad (52)$$ 61

Differentialgleichung für die erzwungenen Schwingungen, P der größte Betrag der die Schwingungen anregenden periodisch veränderlichen Kraft, η ein Faktor, der von deren Periode abhängt.

Seite

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{k\eta}{c - m\eta^2}, \qquad (54)\ 63$$

φ Phasenverschiebungswinkel.

$$C = \frac{P}{\cos\varphi\,(c - m\eta^2) + k\eta\sin\varphi}, \qquad (55)\ 63$$

C die Amplitude der erzwungenen Schwingungen im Beharrungszustande.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (64)\ 79$$

Näherungsformel für die volle Schwingungsdauer eines einfachen Pendels von der Länge l.

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}}\,F\left(\sin\frac{\alpha}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \qquad (72)\ 83$$

genaue Formel für das einfache Pendel, α Schwingungsamplitude, F das Funktionszeichen für das elliptische Integral erster Gattung.

(Eine abgekürzte Tabelle für die Werte von F findet sich auf S. 83.)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right), \qquad (73)\ 86$$

genauere Näherungsformel für das einfache Pendel.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{4r}{g}}, \qquad (76)\ 88$$

T Dauer der Schwingungen auf der Zykloide.

Zweiter Abschnitt.

Dynamik des Punkthaufens.

$$\mathfrak{H} = -\,m\frac{d^2\mathfrak{r}}{dt^2}. \qquad (89)\ 124$$

$\mathfrak{H}$ Trägheitskraft, die an jedem materiellen Punkte anzubringen ist, um ein Gleichgewichtssystem von Kräften herzustellen (d'Alembert).

$$\Sigma\left(\mathfrak{P} - m\frac{d^2\mathfrak{r}}{dt^2}\right)\delta\mathfrak{s} = 0, \qquad (91)\ 126$$

Aussage des d'Alembertschen Prinzips in Verbindung mit

dem Prinzipe der virtuellen Geschwindigkeiten, δs virtuelle Verschiebungen. Seite

$$-\Theta\frac{d^2\varphi}{dt^2} = Qs\sin\varphi, \qquad (94)\ 135$$

Differentialgleichung für die Schwingungen des physischen Pendels, Θ Trägheitsmoment für die Schwingungsachse, φ Ausschlag, Q Gewicht, s Schwerpunktsabstand von der Schwingungsachse.

$$l = \frac{g\Theta}{Qs}, \qquad (96)\ 136$$

l reduzierte Pendellänge.

$$\frac{d}{dt}\Sigma\mathfrak{V}m\mathfrak{v}\cdot\mathfrak{r} = \Sigma\mathfrak{V}\mathfrak{P}\mathfrak{r} \text{ oder } \frac{d\mathfrak{B}}{dt} = \Sigma\mathfrak{V}\mathfrak{P}\mathfrak{r}, \quad (102) \text{ und } (103)\ 139$$

Aussage des Flächensatzes für den Punkthaufen; gilt für jeden beliebigen Momentenpunkt.

$$\Sigma Mr\cos\alpha = 0 \quad \text{und} \quad \Sigma Mr\sin\alpha = 0, \qquad (106)\ 159$$

$$\Sigma Mra\cos\alpha = 0 \quad \text{und} \quad \Sigma Mra\sin\alpha = 0, \qquad (107)\ 160$$

Bedingungsgleichungen für den Schlickschen Massenausgleich erster Ordnung bei Schiffsmaschinen, M die hin und her gehenden Massen, r die Kurbelhalbmesser, α die Winkel zwischen den folgenden Kurbeln und der ersten und a die Abstände der Kurbelmechanismen von dem ersten.

Dritter Abschnitt.

Dynamik des starren Körpers.

$$L = \frac{1}{2}u_1^2\Theta_x + \frac{1}{2}u_2^2\Theta_y + \frac{1}{2}u_3^2\Theta_z. \qquad (115)\ 169$$

L lebendige Kraft des um eine Schwerpunktsachse rotierenden starren Körpers, $u_1u_2u_3$ die Winkelgeschwindigkeitskomponenten für die Trägheitshauptachsen, die Θ die zugehörigen Trägheitsmomente.

$$\Theta = \Theta_x\cos^2\alpha + \Theta_y\cos^2\beta + \Theta_z\cos^2\gamma. \qquad (116)\ 169$$

Θ Trägheitsmoment für eine Achse, die mit den Hauptachsen die Winkel $\alpha\beta\gamma$ einschließt.

Seite

$$\mathfrak{V}\,\mathfrak{A}\,\mathfrak{V}\,\mathfrak{B}\mathfrak{C} = \mathfrak{B}\cdot\mathfrak{A}\mathfrak{C} - \mathfrak{C}\cdot\mathfrak{A}\mathfrak{B} \qquad (118)$$ **170**

Rechengesetz der Vektoralgebra, $\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}$ beliebige Vektoren.

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{u}\cdot\Sigma m\mathfrak{r}^2 - \Sigma m\mathfrak{r}\cdot\mathfrak{u}\mathfrak{r} \qquad (119)$$ **172**

Formel für den Drall $\mathfrak{B}$ eines mit der Winkelgeschwindigkeit $\mathfrak{u}$ rotierenden Körpers.

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{i}u_1\Theta_x + \mathfrak{j}u_2\Theta_y + \mathfrak{k}u_3\Theta_z \qquad (121)$$ **173**

andere Formel für den Drall.

$$B' = u\Theta. \qquad (123)$$ **175**

B' Drall für die Drehachse selbst.

$$\mathfrak{u}\delta\mathfrak{B} = \mathfrak{B}\delta\mathfrak{u} = 0 \qquad (125)$$ **178**

gibt den Zusammenhang zwischen $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{u}$ in Form einer Differentialbeziehung an.

$$\frac{d\mathfrak{B}}{dt} = \mathfrak{K}, \qquad (126)$$ **185**

Aussage des Flächensatzes für den starren Körper, an dem das Kräftepaar vom Momente $\mathfrak{K}$ angreift.

$$\Theta\frac{du}{dt} = K \qquad (128)$$ **186**

folgt aus dem Vorigen für den Fall, daß $\mathfrak{K}$ in die Richtung einer freien Achse fällt.

$$\left.\begin{aligned}\frac{du_1}{dt} &= u_2u_3\frac{\Theta_3-\Theta_2}{\Theta_1}\\ \frac{du_2}{dt} &= u_3u_1\frac{\Theta_1-\Theta_3}{\Theta_2}\\ \frac{du_3}{dt} &= u_1u_2\frac{\Theta_2-\Theta_1}{\Theta_3}\end{aligned}\right\} \qquad (134)$$ **198**

Gleichungen von Euler; gelten für einen freien starren Körper und geben die Veränderlichkeit von $\mathfrak{u}$ mit der Zeit relativ zum Körper selbst an.

$$u_2 = A\sin\gamma u_1 t + B\cos\gamma u_1 t, \qquad (138)$$ **199**

Lösung der Eulerschen Gleichungen für den Fall $\Theta_2 = \Theta_3$; A und B Integrationskonstanten, γ zur Abkürzung eingeführt für

$$\gamma = \frac{\Theta_1-\Theta_2}{\Theta_3} = \frac{\Theta_1-\Theta_3}{\Theta_2}.$$

Seite

$$T = \frac{2\pi\Theta_2}{u_1(\Theta_1 - \Theta_2)}, \qquad (139)\ 199$$

T Umlaufszeit der Nutationsbewegung.

$$v'_{I,\mathfrak{B}} = v'_{II,\mathfrak{A}} \qquad (146)\ 212$$

spricht den Satz von der Gegenseitigkeit der Stoßgeschwindigkeiten für den starren Körper aus.

$$\text{Verl} = L_1 + L_2, \qquad (150)\ 219$$

Satz von Carnot über den Verlust an lebendiger Kraft beim Stoße starrer Körper.

$$T = 2\pi \frac{u\Theta}{sQ}. \qquad (154)\ 230$$

T Umlaufzeit der Kreiselachse um die Lotlinie bei der pseudoregulären Präzession des Kreisels, Q Gewicht, s Schwerpunktsabstand vom festen Punkte, u Winkelgeschwindigkeit, Θ Trägheitsmoment.

$$\Theta_2 \nabla \mathfrak{s}_1 \frac{d^2\mathfrak{s}_1}{dt^2} - u_1\Theta_1 \frac{d\mathfrak{s}_1}{dt} + s\nabla\mathfrak{Q}\mathfrak{s}_1 = 0, \qquad (162)\ 237$$

Hauptgleichung der strengen Theorie der Kreiselbewegung für den schweren symmetrischen Kreisel, $\mathfrak{s}_1$ Einheitsvektor in der Richtung der Kreiselachse, u_1 die konstant bleibende Winkelgeschwindigkeitskomponente in der Richtung von $\mathfrak{s}_1$; Θ_1 Trägheitsmoment für die Kreiselachse, Θ_2 für eine senkrecht dazu stehende Achse.

$$w = -\frac{u_1\Theta_1}{2a_1\Theta_2} \pm \sqrt{\left(\frac{u_1\Theta_1}{2a_1\Theta_2}\right)^2 - \frac{sQ}{a_1\Theta_2}}. \qquad (167)\ 240$$

w Winkelgeschwindigkeit der regulären Präzession; a_1 Kosinus des Winkels zwischen Kreiselachse und Lotrichtung.

$$K = u\Theta w. \qquad (170)\ 245$$

K Drehmoment, das bei der Drehung eines mit der Winkelgeschwindigkeit u rotierenden Schwungrads aus der Schwungradebene mit der Winkelgeschwindigkeit w auftritt.

$$a_2 = \frac{i^2}{a_1}; \quad m_1 = \frac{Mi^2}{a_1^2 + i^2}; \quad m_2 = \frac{Ma_1^2}{a_1^2 + i^2}. \qquad (171)\ 258$$

Formeln für den Ersatz eines starren Körpers durch zwei

Punkte von den Massen m_1 und m_2 und den Schwerpunktsabständen a_1 und a_2 bei der ebenen Bewegung; M Masse des starren Körpers, i sein Trägheitshalbmesser. Seite

Vierter Abschnitt.

Schwingungen elastischer Körper.

$$E\Theta \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \qquad (172)\ 264$$

Differentialgleichung für die Schwingungen eines Stabes mit gleichförmig verteilter Masse, μ Masse für die Längeneinheit, y Durchsenkung an der Stelle x zur Zeit t, E Elastizitätsmodul, Θ Trägheitsmoment des Querschnitts.

$$y = A \sin\frac{\pi x}{l} \sin t \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{E\Theta}{\mu}}. \qquad (175)\ 266$$

Lösung der vorigen Gleichung für den Fall der Grundschwingungen, l die Länge des Stabs.

$$T = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2l^2}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{E\Theta}}, \qquad (176)\ 266$$

T Dauer einer vollen Grundschwingung des auf zwei Stützen ruhenden Stabs.

$$T = 1{,}787\, l^2 \sqrt{\frac{\mu}{E\Theta}} \qquad (182)\ 270$$

tritt an die Stelle der vorigen Formel, wenn der Stab am einen Ende eingespannt, am anderen Ende frei ist.

$$T = 0{,}281 \sqrt{\frac{Q l^3}{g E \Theta}}, \qquad (186)\ 274$$

dasselbe für die Biegungsschwingungen von Schiffen.

$$N_k = 300 \sqrt{\frac{P}{Q}}. \qquad (201)\ 300$$

N_k kritische Tourenzahl einer schnell umlaufenden schwanken Welle, Q das Gewicht des Rades, P die Kraft, die erforderlich ist, um die Welle um 1 cm durchzubiegen.

$$\pi \tau^2 = \lambda \mu. \qquad (202)\ 307$$

Hauptbedingung für die Konstruktion der Modelle von Maschinen, π Verhältnis der Kräfte, τ der Zeiten, λ der Längen und μ der Massen. Seite

Fünfter Abschnitt.

Die Relativbewegung.

$$\frac{d^2\mathfrak{s}}{dt^2} = \frac{d^2\mathfrak{p}}{dt^2} + \frac{d^2\mathfrak{r}}{dt^2} + 2\mathfrak{V}\frac{d\mathfrak{r}}{dt}\mathfrak{u}, \qquad (209)$$ 348

Satz von Coriolis; $\mathfrak{s}$ der Radiusvektor des beweglichen Punktes von einem festen Anfangspunkte im absoluten Raume, $\mathfrak{p}$ der Radiusvektor nach dem Punkte des Fahrzeugs, mit dem der bewegliche Punkt gerade zusammenfällt, vom gleichen Anfangspunkte aus gerechnet, $\mathfrak{r}$ der Radiusvektor des beweglichen Punktes von einem Anfangspunkte, der mit dem Fahrzeug fest verbunden ist, und $\mathfrak{u}$ die Winkelgeschwindigkeit des Fahrzeugs.

$$m\frac{d^2\mathfrak{r}}{dt^2} = \mathfrak{P} + \mathfrak{H} - 2m\mathfrak{V}\mathfrak{v}\mathfrak{u}, \qquad (211)$$ 350

$\mathfrak{H}$ die „erste Zusatzkraft“ der Relativbewegung, das folgende Glied gibt die „zweite Zusatzkraft“ an; darin ist $\mathfrak{v}$ die Relativgeschwindigkeit des bewegten Punktes gegen das Fahrzeug.

$$\frac{d^2\mathfrak{r}}{dt^2} = \mathfrak{g} - 2\mathfrak{V}\mathfrak{v}\mathfrak{u}, \qquad (213)$$ 351

Differentialgleichung für die Fallbewegung mit Berücksichtigung der Erddrehung. $\mathfrak{g}$ Beschleunigung der Schwere, als gerichtete Größe aufgefaßt.

$$\mathfrak{r} = \mathfrak{g}\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\mathfrak{V}\mathfrak{g}\mathfrak{u}, \qquad (214)$$ 352

näherungsweise gültiges Integral der vorigen Gleichung.

Sechster Abschnitt.

Hydrodynamik.

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z} = 0, \qquad (221)$$ 373

Kontinuitätsbedingung für die unzusammendrückbare

Flüssigkeit, $v_1 v_2 v_3$ Geschwindigkeitskomponenten nach den Achsenrichtungen. Seite

$$\frac{d\mathfrak{v}}{dt} = \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t} + (\mathfrak{v}\nabla)\cdot\mathfrak{v} \qquad (224)$$ 375

zeigt, wie sich die Beschleunigung aus der Veränderung am gleichen Orte und aus der durch die Verschiebung selbst bedingten Änderung von $\mathfrak{v}$ zusammensetzt.

$$\left.\begin{aligned} \mu\left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1\frac{\partial v_1}{\partial x} + v_2\frac{\partial v_1}{\partial y} + v_3\frac{\partial v_1}{\partial z}\right) \\ = X - \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}(V+p) \end{aligned}\right\} \qquad (228)$$ 378

Hydrodynamische Gleichung von Euler für die X-Richtung, μ bezogene Masse, p Druck, XYZ Komponenten der äußeren Massenkraft, die zum Potentiale V gehört.

$$\int_0^0 \mathfrak{v}\, d\mathfrak{s} = 0, \qquad (230)$$ 379

Bedingung für die wirbelfreie Bewegung; das Integral erstreckt sich auf eine beliebige geschlossene Kurve

$$v_1 = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v_2 = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad v_3 = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \qquad (233)$$ 385

Φ Geschwindigkeitspotential, nur für wirbelfreie Bewegung verwendbar.

$$\mathfrak{w} = \mathfrak{i}\left(\frac{\partial v_3}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial z}\right) + \mathfrak{j}\left(\frac{\partial v_1}{\partial z} - \frac{\partial v_3}{\partial x}\right) + \mathfrak{k}\left(\frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial v_1}{\partial y}\right), \qquad (234)$$ 385

$\mathfrak{w}$ der Wirbelvektor.

$$\mathfrak{w} = \operatorname{curl}\mathfrak{v} \qquad (236)$$ 387

abgekürzte Wiedergabe der vorigen Gleichung.

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \qquad (237)$$ 387

Kontinuitätsbedingung für die wirbelfreie Bewegung.

Seite

$$\frac{1}{2}\mu\mathfrak{v}^2 + V + p = C, \qquad (242)$$ **389**

allgemeines Integral der Eulerschen Gleichungen für die stationäre wirbelfreie Bewegung, C eine Konstante, die sowohl von der Zeit als vom Orte unabhängig ist.

$$\Phi = az\left(\frac{\varrho^3}{2r^3} + 1\right), \qquad (243)$$ **392**

Geschwindigkeitspotential für die Strömung um eine Kugel, ϱ der Kugelhalbmesser, r die Entfernung vom Kugelmittelpunkt, a Geschwindigkeit der Strömung in großer Entfernung von der Kugel (parallel zur Z-Achse).

$$v = \frac{kK}{\mu d}, \qquad (251)$$ **403**

Formel von Reynolds für die kritische Geschwindigkeit v der Strömung in Röhren, k Zähigkeitskoeffizient, K eine Konstante, die zu 1900 bis 2000 ermittelt ist, μ bezogene Masse, d Rohrdurchmesser.

$$c = \frac{p_0 - p_l}{l} = \frac{8kv_m}{r^2} \qquad (257)$$ **406**

Poiseuillesches Gesetz für die Strömung in Röhren unterhalb der kritischen Geschwindigkeit, c Druckabfall für die Längeneinheit, v_m mittlere Geschwindigkeit der Strömung, r Rohrhalbmesser.

$$k\frac{dv}{dx} + \xi\mu r v\frac{dv}{dx} = -\frac{c}{2}x, \qquad (258)$$ **407**

einfacher Ansatz zur Berücksichtigung der Mischbewegung bei der Strömung in Röhren, ξ ein Zahlenkoeffizient.