

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Geschichte der inductiven Wissenschaften, der Astronomie, Physik, Mechanik, Chemie, Geologie

von der frühesten bis zu unserer Zeit

Whewell, William

Stuttgart, 1840

Achtes Buch. Geschichte der Akustik

Achtes Buch.

Geschichte der Akustik.

Ἡερὴν ἀψίδα διερροίζησε πεδίλῳ
Εἰς δομον Ἀρμονίης παμμητορός.

Hastigen Schritts durcheilte er die lustige
Bahn in die Behausung der Allmutter
Harmonie.

Nonnus, Dionysiak. XLI. 275.

Einleitung.

Ueber die secundären mechanischen Wissenschaften.

In der eigentlichen Mechanik, so wie in der physischen Astronomie, sind Kraft und Bewegung die direkten und vorzüglichsten Gegenstände unserer Betrachtung. Es gibt aber noch eine andere Klasse von Wissenschaften, in welchen man andere, nicht eben rein mechanische Erscheinungen unter eine bestimmte Abhängigkeit von mechanischen Eigenschaften und Gesetzen zu bringen sucht. In den hier gemeinten Fällen stellen sich nämlich die Erscheinungen der Natur nicht unmittelbar als bloße Modificationen der Stellung und Bewegung, sondern als andere, secundäre Eigenschaften der Körper dar, die aber in gewisser Beziehung aus jenen primären Eigenschaften abgeleitet sind. Auch werden, in allen diesen Fällen, die Erscheinungen auf ihre mechanischen Ursachen und Gesetze nur in einer secundären oder indirekten Weise zurückgeführt, indem man sie nämlich als die Operationen eines Mediums betrachtet, das zwischen dem Gegenstande, der diese Erscheinung hervorbringt, und zwischen unserem Sinne liegt. Aus diesem Grunde kann man also alle diese Doktrinen mit dem Namen der secundären mechanischen Wissenschaften bezeichnen. Die hieher gehörenden Lehren sind aber die, welche von den sinnlichen Eigenschaften des Tons, des Lichts und der Wärme handeln, d. h. die Akustik, Optik und die Thermotik.

Bemerken wir zuerst, daß es nicht unsere Absicht ist, eine vollständige Darstellung dieser Wissenschaften, oder eine genaue Aufzählung aller der Männer zu geben, von welchen sie bereichert worden sind. Unser Zweck ist nur, eine Uebersicht des Fortgangs dieser Zweige der menschlichen Erkenntniß, als eben so vieler spekulativen Wissenschaften mitzutheilen; die Epochen der

Entdeckung ihrer allgemeinen Prinzipien aufzusuchen, und endlich alles das hervorzuheben, was in den Umständen und in den Personen, die mit diesen Epochen im nächsten Zusammenhange stehen, als charakteristisch und als vorzüglich belehrend betrachtet werden kann. Eine Geschichte der Wissenschaft, zu solchem Zwecke geschrieben, kann auf einen kleinen Raum beschränkt werden, aber sie würde als mißlungen anzusehen sein, wenn sie die charakteristischen Hauptzüge derselben nicht in ein klares Licht setzen könnte.

Wir beginnen diese Betrachtungen mit der Akustik oder mit der Tonlehre, weil der Fortgang zu wahren theoretischen Ansichten in dieser Wissenschaft ebenfalls viel früher, als in den beiden andern, gemacht worden ist, und auch, weil eine klare Einsicht in die Theorie der Akustik als die beste Propädeutik für die (keineswegs unbedeutenden) Schwierigkeiten ist, die uns in den beiden andern Wissenschaften, in der Optik und Thermotik, begegnen.

Erstes Kapitel.

Eingang zur Auflösung der akustischen Probleme.

Die wahre Theorie des Tons wurde schon sehr früh in gewissem Maße errathen oder gemuthmaßt, obschon sie anfangs auf eine noch sehr schwankende und unbestimmte Weise aufgefaßt worden ist. Daß der Schall durch irgend eine Bewegung des schallenden Körpers erzeugt, und durch die Bewegung der Luft bis zu unserem Gehöre fortgeführt werde, ist eine Meinung, der man schon in den frühesten Zeiten der Geschichte begegnet. Aristoteles wird uns als der beste Exeget jener ersten Ansicht dienen können. — In seiner Schrift „Vom Ton und vom Hören“ sagt er: „Der Ton entsteht, wenn ein Körper die Luft bewegt, nicht indem er der Luft, wie manche glauben, eine gewisse Form eindrückt (*οχηματιζουσενον*), sondern indem er diese Luft auf eine angemessene Weise in Bewegung setzt, (wahrscheinlich meint er dabei, auf eine dem von dem Körper erhal-

tenen Impulse angemessene Weise); „die Luft wird dabei zusammengeedrückt und auseinander gezogen; diese Luft wird durch den Impuls des Athems oder der schwingenden Seite eingeholt oder überfallen und gleichsam gestossen. Denn wenn der Athem auf die Luft fällt und die ihm nächsten Theile derselben bewegt, so wird diese Luft mit einer gewissen Kraft vorwärts getrieben, und die ihr zunächst liegende Luft wird dadurch ebenfalls weiter geführt, und auf diese Weise verbreitet sich derselbe Schall immer weiter nach allen Richtungen, wo die Luft noch bewegt werden kann.“

Wie es mit allen solchen Darstellungen der Physik der Alten zu gehen pflegt: verschiedene Lehrer werden in ihnen immer auch ein verschiedenes Maaß von Wahrheit und Deutlichkeit finden. Die Bewunderer des Alterthums werden, wenn sie den Ausdruck etwas modifiziren und dabei die Kenntniß der Neuern anwenden, in dieser Stelle eine ganz vollkommene Darstellung von dem Ursprung und der Fortpflanzung des Schalles finden. Andere wieder werden der Meinung sein, daß in derselben Stelle nur unbestimmte Notionen und bloße Wortkünste enthalten seien. Das letzte drückt Baco¹⁾ sehr emphatisch auf folgende Weise aus, indem er sagt: „Diese Kollision oder dieses Stossen der Luft, die einige für die Ursache des Schalls angeben, bezeichnet weder die Art, noch den eigentlichen Fortgang des Schalls, sondern ist bloß ein inhaltsleerer Ausdruck, der nur Unwissenheit und eine ganz oberflächliche Betrachtung der Sache verräth.“ — Auch kann nicht geläugnet werden, daß ein bestimmter und genauer Begriff von der Bewegung der Luft bei dem Schalle nicht in dem Bereiche der alten griechischen Philosophen lag, und daß derselbe erst viel später entstanden ist. Es war keineswegs so leicht, die Natur dieser Bewegung der Luft mit den gewöhnlichen Erscheinungen der Bewegung in Zusammenhang zu bringen. Der ganze Prozeß stellt sich dem ersten Blicke gar nicht als eine Bewegung dar, „da der Ton,“ wie Baco an demselben Orte bemerkt, „die Flamme einer Kerze in keine merkbare Bewegung versetzt, so wenig als einen Faden oder sonst einen andern sehr leichten Körper, der doch sonst schon die leiseste Bewegung der

1) Baco, *Historia Soni et Auditus*. Opp. Vol. IX. S. 68.

„ihn umgebenden Luft verräth.“ — Demungeachtet hielt der Glaube, daß der Ton in einer Bewegung der Luft bestehe, fest in der Ansicht der Menschen, und erhielt auch nach und nach mehr Bestimmtheit. Die Erklärung Vitruvs ist noch jetzt eine der besten, die man geben kann. „Der Ton,“ sagt er ²⁾, „ist ein fliegender Hauch, der die Luft erschüttert und sich dadurch unserem Ohre kund gibt. Dabei bewegt sich die Luft in zahllosen concentrischen Kreisen, gleich den Wellen des Wassers, in welches ein Stein geworfen wird, die auch in unzähligen Kreisen bestehen, die immer größer werden, je weiter sie sich von ihrem Mittelpunkte entfernen, und die so lange auswärts fortschreiten, bis sie von einer Begrenzung des Raumes oder sonst einem Hindernisse in ihrer Bewegung aufgehalten werden. Ganz eben so schreitet auch der Schall in Kreisen durch die Luft fort. Allein im Wasser gehen diese Kreise blos in der Breite und in horizontaler Richtung fort, während der Schall in der Luft nicht nur in der Breite, sondern auch in der Tiefe allmählig immer weiter schreitet.“

Beides, die richtige Vergleichung und die Bemerkung des Unterschiedes dieser beiden Fälle beweist, daß Vitruv einen sehr klaren Begriff von seinem Gegenstand hatte. Er zeigt dies auch noch weiter, indem er die Resonanz der Wand eines Gebäudes mit der Störung der Außenseite einer Wasserwelle vergleicht, wenn diese einem festen Gegenstand begegnet und von ihm zurückgeworfen wird. „Wie die Außenseite einer Wasserwelle, so schreitet auch der Ton in der Luft immer weiter fort, und wenn ein Hinderniß die vorderen aufhält, so werden auch dadurch die zweiten und die folgenden Töne nicht gestört, und alle kommen zu unserem Ohre, wir mögen hoch oder niedrig stehen, und ohne alle Resonanz. Wenn sie aber auf ihrem Wege Hindernisse treffen, so werden die ersten daselbst ankommenden Töne von diesem Hindernisse zurückgeworfen, und stören dadurch auch die Kreise aller folgenden Töne.“

Ähnliche Gleichnisse wenden die Alten auch zur Erklärung des Echo's an, Aristoteles z. B. sagt ³⁾: „Ein Echo entsteht, wenn die Luft, die in Beziehung auf den Raum, in dem sie

2) Vitruv, de Architectura. V. 3.

3) Aristoteles, de anima. II. 8.

„enthalten ist, als ein Körper betrachtet wird, wegen den Grenzen dieses Raumes nicht vorwärts schreiten kann, und von den Wänden desselben, wie ein Ball, zurückgeworfen wird.“ — Zu diesen Erklärungen wurde seitdem, bis in die neueren Zeiten, nichts Wesentliches mehr hinzugefügt.

Sonach führten die ersten Muthmaßungen dieser alten Philosophen schon zu einer Ansicht über die Ursachen und Geseze des Schalls, die nur noch deutlicher verstanden und auf mechanische Prinzipien zurückgeführt werden dürfte, um einer reinen Wissenschaft über den Schall ihr Dasein zu geben. Was hier noch fehlte, war allerdings die Sache des Scharfsinns und einer langen Zeit; aber demungeachtet nahm, in Folge jener frühen glücklichen Vermuthungen, die neue Wissenschaft schon sehr bald eine feste und die ihr eigenthümliche Gestalt an. Während nämlich die Geschichte der Astronomie, so wie auch die der Optik, eine Reihe von Generalisationen enthält, deren eine immer die andere vorhergehende in sich schließt, so tritt im Gegentheile in der Akustik die höchste Generalisation der Zeit nach sogleich als die erste auf, und das Geschäft des Gründers der Wissenschaft besteht nur mehr in der Deutung und Anwendung jenes ersten und höchsten Prinzips auf jeden besondern Fall. Statt einer Reihe von induktiven Wahrheiten, die nach und nach aus dem Geiste des Beobachters hervor treten, begegnen wir hier einer Reihe von bloßen Explanationen, durch welche die Erscheinungen der Natur, wie sie sich nach und nach unseren Sinnen darstellen, jenem Prinzip, das bereits in unserer Gewalt ist, subsummirt und ihm angepaßt werden sollen. Statt sich mühsam und von Stufe zu Stufe einer geahneten, aber tief verborgenen Entdeckung, wie der allgemeinen Schwere, zu nähern, stellen wir uns sofort auf dem sichern Boden einer bereits anerkannten Wahrheit fest auf, indem wir den Ursprung und die Fortpflanzung des Schalls, als durch die Bewegung der Körper und der sie umgebenden Luft bereits gegeben annehmen, und indem wir dieses Prinzip zugleich mit anderen ebenfalls schon bekannten Wahrheiten (mit den Gesezen der Bewegung), und mit einer nicht minder bekannten Eigenschaft der Körper (der Elasticität) in Verbindung zu bringen suchen. Hier haben wir demnach auch keine Epochen von Entdeckungen, sondern nur Auflös-

sungen von Problemen zu betrachten, und diese sind es auch, zu welchen wir sofort übergehen wollen.

Nur wollen wir noch vorerst bemerken, daß diese Probleme auch noch andere Gegenstände, als die bloße Entstehung und Verbreitung des Schalles, umfassen. Welches ist die Ursache und das Gesetz der Verschiedenheit der Töne, der hohen und niederen, der starken und schwachen, der augenblicklichen und der fortdauernden? Worin besteht die Differenz der artikulirten Töne unserer eigenen Stimme sowohl, als auch der verschiedenen musikalischen Instrumente? — Von diesen und vielen anderen Fragen mußte die erste, von dem Unterschiede der hohen und niederen Töne, vor allen anderen ansprechen, da sie die Basis einer der merkwürdigsten Wissenschaften des Alterthums geworden ist. Daher finden wir auch schon in den ältesten Schriftstellern über die Musik Versuche, diese Frage zu beantworten. In der Harmonik des Ptolemäus trägt das dritte Kapitel des ersten Buches die Aufschrift: „Wie entstehen die hohen und die tiefen Töne?“ Als Antwort auf diese Frage geht er zuerst im Allgemeinen die Differenz der Töne und ihrer Ursachen durch, und findet dieselbe in der Kraft, mit welcher der tönende Körper in Bewegung gesetzt wird, in der physischen Konstitution dieses Körpers u. dergl. Dann aber setzt er hinzu: „Die Dinge, welche den höheren Ton erzeugen, sind eine größere Dichtigkeit, und ein kleineres Volum des tönenden Körpers; und die Dinge, welche einen tieferen Ton hervorbringen, sind eine größere Lockerheit und eine dickere Gestalt des tönenden Körpers.“ Er sucht dies nachher auf eine Weise weiter zu erklären, die zum Theil viel Wahrheit in sich enthält. So sagt er: „Wenn bei Saiten oder Pfeifen alles andere ungeändert bleibt, so geben die Saiten, die in der kleinsten Distanz von dem Steg befestigt werden, den höchsten Ton, und eben so sind bei den Pfeifen diejenigen Töne die höchsten, die durch die dem Mundloche nächsten Oeffnungen gehen.“ Er sucht selbst die Sache noch allgemeiner darzustellen, indem er hinzusetzt, daß die größere Höhe des Tons eigentlich von der größeren Gespanntheit des tönenden Körpers komme, „und daß sonach die Härte eines Körpers der größern Dichtigkeit desselben entgegen wirken könne, wie wir denn sehen, daß Messing einen höheren Ton gibt, als Blei.“ Allein der Begriff von Spannung muß bei Ptolemäus

noch sehr vag und unbestimmt gewesen sein, da er sie ohne Unterschied auf Saiten und auf Pfeifen von demselben Metall anwendet. Auch scheint er ganz und gar keine genaue Kenntniß von der eigentlichen Natur derjenigen Bewegung, die zu einem Ton erfordert wird, und noch weniger von den mechanischen Prinzipien gehabt zu haben, nach welchen diese Bewegungen betrachtet werden müssen. Der Begriff einer Vibration der Theile des tönenden Körpers ist ihm offenbar nicht als ein wesentlicher Umstand bei seinen Betrachtungen erschienen, obschon die Sache in mehreren Fällen, wie z. B. bei den tönenden Saiten, in die Augen fällt. An die Vibration der Luft aber hat wohl keiner dieser Alten auch nur gedacht, ausgenommen so weit, daß sie eine Bewegung der Luft zur bloßen Weitertragung des Tons annahmen, und daß sie dieselbe mit der Bewegung der Wellen auf der Oberfläche des Wassers verglichen, wie wir oben bei Vitruv gesehen haben. Ueberdies ist es noch sehr unwahrscheinlich, daß sie selbst in den Wasserwellen die Bewegung der kleinsten Theile derselben richtig erkannt haben, da diese keineswegs so leicht gefunden werden kann.

Nach dieser allgemeinen Einleitung wollen wir nun zu der näheren Betrachtung der oben erwähnten Probleme übergehen.

Zweites Kapitel.

Problem der Vibration der Saiten.

Man bemerkte früh schon, daß die Fortdauer eines Tons von einer fortgesetzten, kleinen und schnellen Bewegung, von einer Erschütterung, einem Zittern des tönenden Körpers komme. So sagt schon Baco¹⁾: „Die Dauer des Tons einer Glocke oder einer Saite, der sich in die Länge zu ziehen und allmählig abzunehmen scheint, kömmt nicht von dem ersten Anstoß dieser Körper, sondern die Erzitterung, das fortgesetzte Beben derselben

1) Baco, *Historia Soni et Auditus*. Vol. IX. S. 71.

„erzeugt immerwährend einen neuen Ton. Denn wenn man „diese zitternde Bewegung aufhebt, indem man die Saite oder „die Glocke festhält, so stirbt der Ton schnell ab, wie bei dem „Spinnet (einer Art Klavier), wo der Ton sogleich aufhört, wie „der fallende Hammer die Saite berührt.“ — Bei gespannten Saiten ist es sehr leicht, sich zu überzeugen, daß diese Bewegung derselben in einem Ausweichen der Saite zu beiden Seiten von derjenigen Richtung besteht, welche sie im ruhenden Zustande einnimmt. Nach dieser Bemerkung bot sich die Untersuchung der näheren Umstände dieser Oscillationen gleichsam von selbst dar, besonders da um dieselbe Zeit Oscillationen einer anderen Art (des Pendels nämlich) in der Schule des Galilei die allgemeine Aufmerksamkeit auf sich gezogen hatten. Mersenne, einer der eifrigsten Verbreiter der Galilei'schen Lehre in Frankreich, hat sich, so viel mir bekannt, der erste umständlich mit diesen Untersuchungen beschäftigt²⁾. Er stellt in der Proposition XV seines ersten Buches den Satz auf, daß die Differenz und Concordanz der hohen und niederen Töne von der Schnelligkeit jener Vibrationen und von den Verhältnissen derselben abhängen, und er sucht dies auch durch eine Reihe von Experimenten zu beweisen. So findet er³⁾, daß der Ton einer Saite sich wie ihre Länge verhält, wenn man sie zuerst zwei- und dann viermal länger nimmt, als zuvor, und wenn alle anderen Dinge an derselben ungeändert bleiben. Diese Bemerkung war auch in der That schon den alten Griechen bekannt, und sie diente ihnen als die Basis ihrer numerischen Bezeichnung der verschiedenen Noten. — Nach diesen Untersuchungen geht Mersenne weiter, um nun auch den Einfluß der Dicke und der Spannung der Saiten auf den Ton kennen zu lernen. Er findet (Prop. VII.), daß eine Saite viermal so dick sein muß als eine andere, um von der letzten die nächst untere Oktave zu geben. Eben so findet er (Prop. VIII.), daß auch die Spannung derselben Saite nahe viermal größer sein muß, um die nächst obere Oktave zu erhalten. Aus diesen Propositionen leitet er dann verschiedene andere ab, und man kann sagen, daß er die Gesetze dieser

2) M. f. Mersenne's *Harmonicorum Liber*. Paris 1636.

3) Id. *Ibid.* Lib. II. Prop. 6.

Erscheinungen durch seine Experimente vollständig bestimmt hat. Er unternahm es auch, diese Erscheinungen numerisch auszudrücken, das heißt, die Zahl der Vibrationen der Saite für jeden besondern Fall zu bestimmen. Dies mußte auf den ersten Blick schwer scheinen, da es offenbar unmöglich ist, so kleine und schnell auf einander folgende Schwingungen der Saiten mit dem Auge zu verfolgen. Aber Mersenne nahm ganz richtig an, daß die Anzahl dieser Schwingungen einer Saite so lange unverändert ist, als der Ton derselbe bleibt, und daß das Verhältniß der Schwingungszahlen verschiedener Saiten durch die Zahlenrelationen ihrer Töne (oder ihrer Noten) bestimmt werden kann. Er brauchte demnach nur die Schwingungszahl einer bestimmten Saite oder einer bestimmten Note zu kennen, um daraus auch die aller anderen abzuleiten. Er nahm daher eine Saite, die drei Viertel eines Fußes lang war, und die er mit dem Gewichte von $6\frac{5}{8}$ Pfund spannte, und den Ton dieser Saite nahm er gleichsam als den Grundton (standard note) an. Er fand dann, daß eine Saite von demselben Material und von derselben Spannung, die fünfzehn Fuß lang (d. h. zwanzigmal länger als die erste) war, in einer Sekunde zehn ganze Schwingungen machte, und daraus schloß er, daß jene erste Saite auch zwanzigmal mehr, oder daß sie in einer Sekunde zweihundert Schwingungen machen müsse.

Diese erste Bestimmung Mersenne's scheint anfangs nicht die ihr gebührende Aufmerksamkeit der Anderen erhalten zu haben. Etwas später aber wurden mehrere Versuche angestellt, den Zusammenhang zwischen den einzelnen Tönen und ihren Schwingungszahlen auf eine mehr direkte Weise zu erforschen. Hooke machte 1681 seine hieher gehörenden Versuche an metallenen Rädern, und Stancari⁴⁾ zeigte in Gegenwart der Akademie

4) Stancari (Victor), geb. 1678 zu Bologna, ein Schüler und Freund Manfredi's, des bekannten Astronomen der Bologner Sternwarte, dem er auch als Vorsteher dieser Anstalt im Jahr 1700 folgte. Er war der erste, der die neue Infinitesimalrechnung in Italien einführte und zu verbreiten suchte. Er starb 18. März 1709 im 31sten Lebensjahre. M. s. Vict. Stancarii schedae mathematicae post ejus obitum collectae, Bologna 1713, wo auch weitere biographische Nachrichten von ihm vorkommen. Das Verzeichniß seiner sämtlichen Schriften findet sich in *Scrittori Bolognesi*, Vol. VIII. S. 46. L.

von Bologna im Jahr 1706 mittels eines großen, in der Luft schnell gedrehten Rades, wie man die Schwingungszahlen jedes Tons auch auf diese Weise bestimmen könne. Sauveur⁵⁾, einer der größten Beförderer der auch von ihm zuerst so genannten Akustik, obschon er die ersten sieben Jahre seines Lebens taub war, hatte sich um dieselbe Zeit ebenfalls damit beschäftigt, die Schwingungszahl eines fixen Grundtones mit aller Genauigkeit zu bestimmen. Er bediente sich zu diesem Zwecke zweier Methoden, die beide indirekt, aber auch beide sehr scharfsinnig waren.

Die erste dieser Methoden war die des Zusammenfalls der Töne. — Man hört bei zwei Orgelpfeifen, die einen Discord geben, wenn sie zusammen tönen, von Zeit zu Zeit einen eigenen heulenden oder wogenden Laut entstehen, während in der Zwischenzeit der allgemeine Ton regelmäßig anschwillt und dann wieder abnimmt. Er schrieb dies mit Recht der Coincidenz der Schwingungen der beiden Pfeifentöne am Ende einer

5) Sauveur (Joseph), geb. 24. März 1653 zu La Flèche im Departement Sarthe, wo sein Vater Notar war. Er war bis zu seinem achten Jahre stumm, und blieb bis an sein Ende Stammer. Schon sehr früh entwickelte sich sein Talent für Mechanik. Er war, wie Fontenelle sagt, als Knabe schon der Ingenieur seiner Spielkameraden, wie Cyrus der König unter den seinigen. Im Jahr 1670 ging er allein und zu Fuß nach Paris, wo er bei Rohault Physik hörte, und von mathematischem Unterricht in Privathäusern sich erhielt. 1676 wurde er Lehrer der Geometrie bei dem Prinzen Eugen, und 1680 Pagenmaitre der Kronprinzessin. Der große Condé hegte eine besondere Freundschaft für ihn, und dies gab ihm Gelegenheit, sich mit der Hydraulik, mit Wasserleitungen und mit der Fortifikation zu beschäftigen. 1686 wurde er Professor der Mathematik am Collège royal und 1696 Mitglied der Akademie der Wissenschaften zu Paris, und seit dieser letzten Epoche beschäftigte er sich ausschließlich mit der Gründung einer neuen, physico-mathematischen Wissenschaft, der „musikalischen Akustik.“ Ein um so kühneres Unternehmen, da er nicht nur eine sehr unvollkommene Stimme, sondern auch ein ganz falsches Gehör hatte, so daß er sich bei seinen Untersuchungen der Töne von Musikern unterstützen lassen mußte, um die Intervalle und Akkorde der Töne herauszufinden. Dies erinnert an Saunderson (gest. 1739), der schon in seinem ersten Jahre an den Blättern völlig erblindete und doch einer der vorzüglichsten Professoren der Geometrie in Cambridge war. Man findet Sauveur's erste akustische Aufsätze in der Chém. de Paris 1700 und 1701, 2, 7, 11 und 1713. Er starb 9. Juli 1716. L.

jeden bestimmten Periode zu. Wenn z. B. die Schwingungszahl der beiden Töne sich wie die Zahlen 15 und 16 verhielt, so mußte jede 15te Schwingung des einen Tons mit jeder 16ten der andern zusammenfallen, während alle zwischenliegenden Schwingungen mehr oder weniger von einander abwichen, und so mußte denn auch jede 15te oder 16te Schwingung als ein eigener Ton, als ein Zusammenschlag jener beiden Pfeifentöne, dem Ohr bemerklich werden. Nun sah sich Sauveur um einen besondern Fall um, wo diese Töne so langsam waren, daß sie mit Sicherheit gezählt werden konnten ⁶⁾, und wo das Verhältniß der Schwingungen der Töne schon durch die Kenntniß ihrer musikalischen Relation gegeben war. Wenn z. B. die zwei Töne das Intervall eines sogenannten Semitons haben, so wird ihr Verhältniß das oben erwähnte von 15 zu 16 sein, und wenn in der Sekunde sechs Zusammenschläge bemerkt werden, so weiß man, daß in dieser Zeit der tiefere Ton 90, und der höhere 90mal 6 oder 540 Schwingungen macht. Auf diesem Wege fand Sauveur, daß eine offene Orgelpfeife von fünf Fuß Länge in jeder Sekunde hundert Schwingungen gebe.

Die zweite Methode Sauveurs ist etwas versteckter und nähert sich gleichsam einer rein mechanischen Ansicht der Aufgabe, die hier zu lösen ist ⁷⁾. Er ging dabei von der Ansicht aus, daß eine horizontal gespannte Saite nie eine mathematisch genaue gerade Linie bildet, sondern daß sie gegen ihre Mitte, gleich einem Blumengehänge, etwas abwärts gebogen ist. Er nahm diesem gemäß an, daß die Transversalschwingungen einer solchen Saite auch mit den Saitenschwingungen eines solchen Gehänges Aehnlichkeit haben werden. Durch seine Messungen hatte er gefunden, daß die Saite C in der Mitte eines Claviers um den $\frac{1}{325}$ sten Theil eines Zolls abwärts gebogen sei, und daraus fand er durch Rechnung, nach den Gesetzen der Pendelbewegung, daß die Schwingungszeit einer solchen Saite $\frac{1}{122}$ einer Sekunde betragen, oder daß diese Saite C des Claviers, die er seine fixe Note nannte, 122 Schwingungen in einer Sekunde mache. Es ist auffallend, daß dieses scheinbar so willkürliche Verfahren sich streng auf die Prinzipien

6) Mém. de l'Ac. des Sc. Hist. 1700. S. 131.

7) Ibid. 1713.

der Mechanik zurückführen läßt, obschon man kaum dem Autor in den Ansichten beistimmen kann, die er für seine Rechtfertigung anführt. Man begreift aber leicht, daß dieses Verfahren auch mit den andern Experimenten übereinstimmte, durch welche man die Abhängigkeit des Tons von der Länge und von der Spannung der Saiten aufgesucht hatte.

Das Bedürfniß aber, diese Abhängigkeit durch die reinen Prinzipien der Mechanik oder auf theoretischem Wege vollständig zu erklären, drängte die Mathematiker immer mehr, je genauer diese Erscheinungen durch die Experimente von Mersenne und Sauveur bekannt geworden waren. Es war in der That in hohem Grade wünschenswerth, diese Phänomene, von deren Existenz man nun auf praktischem Wege versichert war, auch durch die bisher bekannten Gesetze der Mechanik, in deren Gebiet sie offenbar gehörten, darzustellen. Allein es war auch vorauszusehen, daß die bisher bekannte mathematische Analysis und ihre Anwendung auf die Mechanik eine neue Entwicklung erforderte, um sie zur Auflösung von Fragen dieser Art geeignet zu machen.

Da die Vibrationen der Saite durch die Spannung derselben erzeugt werden, so war es vor allem nothwendig, das Gesetz dieser Spannung, die bei der Vibration der Saite thätig ist, zu bestimmen. Es ist nämlich klar, daß die Saite, wenn sie aus ihrer ursprünglichen geradlinigen Lage gebracht wird, dadurch eine Vermehrung ihrer Spannung erhält, durch welche Vermehrung sie eben wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückgeführt wird. Hooke bestimmte im Jahr 1678 das Gesetz dieser vermehrten Spannung durch die Formel: „*Ut tensio, sic vis,*“ die Spannung verhalte sich „wie die Kraft,“ oder deutlicher, die Kraft der Spannung verhält sich wie die Ausdehnung, d. h. bei einer Saite, wie die Vergrößerung ihrer Länge. Allein dieses Prinzip, das in manchen andern akustischen Problemen sehr wichtig ist, erscheint für die gegenwärtige Aufgabe von weniger Gewicht. Die Kraft nämlich, durch welche die vibrirende Saite wieder zu ihrer ursprünglichen geradlinigen Lage zurückgeführt wird, hängt bei den kleinen Ausdehnungen, die wir hier zu betrachten haben, nicht sowohl von der Spannung, als vielmehr von der Krümmung der Saite ab, und das, was hier eigentlich zur Auflösung jenes Problems gefordert wurde, bestand mehr

in der Schwierigkeit, die Veränderung dieser Krümmungen auf mathematischem Wege zu erfassen und die mechanischen Folgen derselben durch die Analysis gehörig auszudrücken.

Zuerst griff dieses Problem in seiner wahren Gestalt Brook Taylor an, ein englischer Mathematiker aus Newton's Schule. Er gab seine Auflösung i. J. 1715 in seiner berühmten Schrift: *Methodus Incrementorum*. Seine Auflösung war in der That noch unvollständig, denn er hatte nur eine Art, nur eine gewisse Form der Vibration betrachtet, in welcher sich nämlich die Saite in Uebereinstimmung mit den bisher bekannten Gesetzen der Mechanik bewegen konnte, nicht aber diejenige Art der Vibration, in welcher sie sich bewegen muß, wenn ihre Gestalt ganz willkürlich ist. Er zeigte, daß die Curve, welche die Saite unter dieser Voraussetzung hat, von der Natur derjenigen ist, die man die „Begleiterin der Cyclois“ zu nennen pflegte, und seine so aufgestellten Berechnungen bestätigten auch die bisher gleichsam vorläufig aufgestellten Gesetze, nach welchen nämlich der Ton oder die Schwingungszeit der Saite von der Länge, der Spannung und von der Dicke dieser Saite abhängen sollen. Diese mathematische Unvollständigkeit von Taylor's Auflösung darf uns aber nicht hindern, sie demungeachtet als einen sehr wichtigen Schritt in dieser ganzen Untersuchung zu betrachten. Wenn nur einmal die Schwierigkeit, die Prinzipien der Mechanik auf jenes Problem anzuwenden, besiegt waren, so konnte man die Erweiterung und Verbesserung der Untersuchung schon mit Sicherheit von den nachfolgenden Geometern erwarten, was denn auch in der That sehr bald geschehen ist. Man kann noch hinzufügen, daß auch die folgenden, allgemeinen Auflösungen doch immer noch in Beziehung auf jene von Taylor betrachtet werden müssen, um sie völlig klar und in ihrer ganzen Wichtigkeit zu übersehen. Auch konnte wohl jeder Mathematiker, selbst vor der Erscheinung jener allgemeinen Auflösung, leicht sehen, daß die Abhängigkeit der Schwingungszeit von der Länge und von der Spannung der Saiten im Allgemeinen dieselbe bleiben würde, wie in der Taylor'schen Curve, so daß man also, in Beziehung auf die physische Seite des Problems, die Auflösung von Taylor nahezu als vollständig gelten lassen konnte.

Wenige Jahre später löste Johann Bernoulli das Problem von der Schwingung der Saiten nahe nach denselben Prinzipien

und Voraussetzungen, wie Taylor ⁸⁾. Um das Jahr 1747 aber erhob sich eine neue Generation von großen Mathematikern, d'Alembert, Euler und Daniel Bernoulli, um die seitdem gewachsenen Kräfte der mathematischen Analysis an der ganz allgemeinen Auflösung dieses Problems zu versuchen, zu welchem Zwecke auch die merkwürdige Rechnung der sogenannten partiellen Differentialien erfunden wurde. Allein um dieselbe Zeit fingen diese Untersuchungen, so weit sie der Physik angehörten, bereits an, in das Gebiet eines andern Problems von der Zusammensetzung der Vibrationen überzugehen, von dem wir erst weiter unten sprechen werden, weshalb wir also auch die weitere Geschichte von den Schwingungen der Saiten bis dorthin verschieben wollen, wo wir dieselbe in Verbindung mit ganz neuen Experimenten und Beobachtungen wieder aufnehmen werden.

Drittes Kapitel.

Problem von der Fortpflanzung des Schalls.

Wir haben bereits gesehen, daß die Griechen die Entstehung sowohl, als auch die Fortpflanzung des Schalls einer Bewegung der Luft zugeschrieben haben, ohne übrigens die Art dieser Bewegung näher anzugeben. Einige von ihnen verglichen diese Bewegung nicht unglücklich mit der des Wassers, wenn auf der Oberfläche desselben durch einen fremden Körper Wellen erregt werden. Andere verwerfen diese Ansicht als unstatthaft und schreiben, wie z. B. selbst Baco gethan hat, die Fortpflanzung des Schalls in der Luft einer gewissen geistigen Art (*species spiritualis*) von Bewegung zu.

Es war ohne Zweifel ein sehr alltäglicher Einfall, die Fortpflanzung des Schalls der Bewegung der uns von allen Seiten umgebenden Luft zuzuschreiben. Aber die nähere Angabe der eigentlichen Art dieser Bewegung muß doch zu jener Zeit mit

8) Joan. Bernoulli, Opp. Vol. III. S. 207.

großen Schwierigkeiten verbunden gewesen sein, und sie ist wohl selbst heut zu Tage noch den meisten nicht vollkommen bekannt. Daß der wahre Begriff dieser Bewegung nicht so gar leicht aufzufassen ist, läßt sich schon daraus abnehmen, daß der jüngere Johann Bernoulli ¹⁾ ohne Anstand erklärte, ihm sei Newton's Proposition über diesen Gegenstand ganz unverständlich geblieben. Die Schwierigkeit dieser Conception besteht darin, daß die Bewegung der Lufttheilchen, in welcher der Ton besteht, vorwärts schreitet, während die Lufttheilchen selbst an dieser fortschreitenden Bewegung im Allgemeinen nicht Theil nehmen. Deshalb fragte auch Otto von Guericke, der Erfinder der Luftpumpe ²⁾: „Wie könnte der Ton durch die Bewegung der Luft fortgepflanzt werden? Finden wir doch, daß diese Fortpflanzung in der stillen Luft besser vor sich geht, als wenn sie von Winden bewegt wird.“ — Doch muß man bemerken, daß Guericke zum Theil dadurch in Irrthum geführt wurde, weil er aus seinen Experimenten den Schluß gezogen hatte, daß eine Glocke auch in dem leeren Raume der Luftpumpe noch hörbar sei, ein Resultat, dessen Ursprung wohl in der Unvollkommenheit seines Apparats gesucht werden muß.

Man hat viele Versuche angestellt, die näheren Umstände dieser Bewegung der Luft, und vorzüglich die Geschwindigkeit derselben, durch Experimente zu bestimmen. Gassendi war einer der ersten auf diesem Wege. Er bediente sich zu diesem Zwecke der Feuergewehre, und fand, daß die Geschwindigkeit des Schalls in der Luft 1473 Par. Fuß in einer Sekunde betrage. Roberval dagegen fand eine so geringe Geschwindigkeit (nur 560 Fuß), daß dadurch die ganze Sache auf längere Zeit ungewiß blieb, und daß selbst Newton's Untersuchungen dadurch beirrt wurden ³⁾. Später fanden Cassini, Huyghens, Picard und Römer eine Geschwindigkeit von 1172 Par. Fuß, was schon genauer war, als das Resultat des Gassendi, der zugleich sehr überrascht war, zu finden, daß die Geschwindigkeit des starken und des schwachen Schalls in der Luft nicht verschieden ist.

1) In seiner Preisschrift „über das Licht“ vom Jahre 1736.

2) In seiner Schrift *de Vacuo Spatii*. S. 138.

3) M. s. Newton's Princip. B. II. Prop. 50 Schol.

Die theoretische Erklärung dieser konstanten Geschwindigkeit des Schalls und seines Maasses war eines von den Problemen, das Newton schon in der ersten Ausgabe seiner Prinzipien (vom Jahre 1687) zu lösen versuchte. Er setzt hier zuerst die wahre Natur der Bewegung und der gegenseitigen Wirkung der Lufttheilchen, durch welche der Schall fortgepflanzt wird, auseinander. Er zeigt (B. II. Prop. 43), daß ein in einem elastischen Medium schwingender Körper seine Schläge (Pulsus) durch dieses Medium fortsetzt, d. h., daß die kleinsten Theile dieses Mediums sich vor- und rückwärts bewegen, und daß durch diese Bewegung allmählig auch alle jene Lufttheile afficirt werden, die in einer immer größeren Entfernung von dem tönenden Körper oder von dem Ursprung dieser Bewegung liegen. Wenn diese Lufttheilchen vorwärts gehen, so erzeugen sie eine Verdichtung der Luft, und wenn sie gleich darauf rückwärts gehen, so bewirken sie wieder eine Verdünnung, eine Ausdehnung der Luft, und die Wirkung der Elasticität, die bei diesen auf einander folgenden Verdichtungen und Verdünnungen der Luft entwickelt wird, ist die eigentliche Kraft, durch die jene Bewegung derselben immerwährend fortgepflanzt wird.

Der Begriff einer solchen Bewegung ist, wie gesagt, nicht so leicht von Jedermann aufzufassen, und doch ist eine richtige und scharfe Conception derselben ein unentbehrlicher Schritt zur Vervollkommenung der ganzen wissenschaftlichen Akustik, da diese Pulse, wie sie Newton nannte, diese Vibrationen oder Undulationen nicht bloß dem Schalle, sondern auch dem Lichte und wahrscheinlich auch der Wärme zu Grunde liegen. Man trifft die Schwierigkeit, diese undulatorische Bewegung gehörig aufzufassen, und sie von einer fortschreitenden Bewegung des Mediums, als eine Masse für sich, zu trennen, sehr oft auch bei anderen selbst alltäglichen Erscheinungen. So ist es z. B. nicht so leicht, sich ohne weiteres Nachdenken gleich auf den ersten Blick vorzustellen, wie das Gewässer eines Stromes bei seiner Mündung immer abwärts dem Meere zufließt, während sich doch große Wellen auf derselben Stelle des Stromes aufwärts rollen, indem die bedeutenden Wasserhügel, die von der Fluth erzeugt werden, mit einer Geschwindigkeit von oft einer deutschen Meile von der See landeinwärts strömen. Die Bewegung dieser Bogen oder Wasserhügel ist ganz verschieden von jenen

des Stromes, und sie ist so recht eigentlich undulatorischer Art. Einzelne Massen des Flußwassers erheben sich für eine kurze Zeit über den übrigen Wasserspiegel, vereinigen sich um eine benachbarte Stelle, und ziehen sich dann wieder an ihren vorigen Ort zurück, wobei die einzelnen Theile dieser Masse, je nach ihrer Stellung zu der ganzen Masse, auf verschiedene Weise von dieser allgemeinen Bewegung afficirt werden. Vielleicht wird man sich die gehörige Auffassung dieser Erscheinung erleichtern, wenn man ein von dem Winde in Wellen bewegtes Kornfeld betrachtet, wo ebenfalls kein eigentliches Fortschreiten der Aehren, die durch ihren Stängel an dem Boden befestigt sind, sondern nur ein abwechselndes Beugen und Erheben der Halme statt hat, wodurch in den dichtgedrängten Aehren Vertiefungen und Erhebungen, dichtere und lockere Parthien, also auch eigentliche Wellen erzeugt werden.

Allein Newton hatte auch noch die mechanischen Folgen zu betrachten, die aus diesen aufeinander folgenden Verdichtungen und Verdünnungen der gesammten Luftmasse in den einzelnen kleinsten Theilen dieser Masse entstehen. Indem er darauf die bekannten Gesetze der Elasticität der Luft anwendete, theilt er in einem sehr merkwürdigen Satze (B. II. Prop. 48) das eigentliche Gesetz mit, nach welchem die Vibrationen dieser Lufttheilchen vor sich gehen. Bemerken wir jedoch, daß auch in dieser Auflösung, so wie in der oben erwähnten von den Schwingungen der Saiten, eine Regel aufgestellt wurde, nach welcher diese Theilchen oscilliren können, nicht aber das eigentliche Gesetz, nach welchem sie in allen Fällen oscilliren müssen. Es wurde nämlich bewiesen, daß, wenn man die Bewegung jedes Lufttheilchens derjenigen eines Pendels ganz ähnlich annimmt, daß dann die Kräfte, welche durch jene abwechselnde Ausdehnung und Zusammenziehung erzeugt werden, ganz dieselben sein werden, welche die in der That beobachtete Bewegung erfordert. Allein es wurde nicht gezeigt, daß nicht auch noch andere Arten von Oscillationen, (die von denen des Pendels verschieden sind,) zu derselben Uebereinstimmung der Kraft mit der Bewegung führen können. Diese Untersuchungen Newton's führten ihn auch zugleich zu einer theoretischen Bestimmung der Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalls in der Luft. Er fand, daß diese Geschwindigkeit gleich derjenigen ist, die ein Körper in dem

freien Fall durch „die halbe Höhe einer homogenen Atmosphäre“ erhalten würde. Unter dieser Höhe einer homogenen Atmosphäre verstand er aber die Höhe, welche die Atmosphäre der Erde haben müßte, wenn sie überall gleich dicht sein, und doch an der Oberfläche der Erde denjenigen Druck hervorbringen würde, den sie jetzt, mit ihrer bekanntlich in der Höhe sehr schnell abnehmenden Dichte, in der That hervorbringt. Er fand diese Höhe gleich 29000 Fuß, und daraus folgte die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalls in der Luft gleich 968 Fuß in einer Sekunde. Dieses Resultat ist in der That viel kleiner, als dasjenige, welches wir oben durch unmittelbare Beobachtungen gefunden haben. Aber zu der Zeit, wo Newton seine Berechnungen anstellte, waren noch keine genauen und verlässlichen Beobachtungen bekannt, und er selbst hatte in dem Kloster des Trinity Collegiums, wo er wohnte, einige Versuche angestellt, die nahe zu demselben Resultate mit seinen Rechnungen führten und die daher nicht ganz richtig sein konnten. Als späterhin genauere Versuche diese Geschwindigkeit zu 1142 Eng. Fuß gegeben hatten, bemühte sich Newton, diese Differenz der Theorie mit der Beobachtung durch verschiedene Erklärungen zu erläutern, die aber alle nicht angemessen gefunden wurden, wie z. B. durch die Dimensionen der Lufttheilchen, aus welchen die Atmosphäre bestehen soll, durch die dieser Atmosphäre beigemischten Dünste u. dgl. Andere Mathematiker suchten andere Auswege, diese Differenz zu erklären, aber die wahre Erläuterung derselben blieb einer beträchtlich späteren Zeit aufbehalten.

Newton's Berechnung der Bewegung des Schalls war, ob schon logisch unvollständig, doch der größte Schritt zur Auflösung jenes Problems. Die Geometer konnten nicht anders, als voraussetzen, daß das von ihm erhaltene Resultat nicht blos auf die Hypothese beschränkt ist, für welche er es erhalten hatte, und die weitere Entwicklung der Auflösung erforderte sonach nur mehr gewöhnliche Talente. Allein der logische Fehler seiner Auflösung wurde, wie man es nicht anders erwarten konnte, von seinen Nachfolgern angegriffen. Cramer ⁴⁾, Professor in

4) Cramer (Gabriel), geb. zu Genf den 31. Juli 1704. Sein hohes mathematisches Talent und sein unermüdlicher Jugendfleiß setzten ihn in den Stand, schon in seinem achtzehnten Jahre seine originelle

Genf, meinte im Jahr 1741 die Schlusfrichtigkeit Newton's zu zerstören, indem er zeigte, daß dieser Schluß sich auf alle Arten von Oscillationen anwenden lasse. Dies stand in der That im Widerspruche mit der 48sten Proposition des zweiten Buchs der Prinzipien, aber es bestätigte und erweiterte zugleich das allgemeine Resultat des Beweises, denn es ließ selbst die Geschwindigkeit des Schalls ungeändert, und zeigte dadurch, daß diese Geschwindigkeit von der Art der Oscillationen ganz unabhängig ist. — Allein die ganz genügende Auflösung dieses Problems

Ideen über den Schall, als Thesen einer gelehrten Disputation, öffentlich mit Erfolg zu vertheidigen. In seinem zwanzigsten Jahre wurde ihm und seinem wissenschaftlichen Freunde J. L. Calandrelli die gemeinschaftliche Besorgung des Lehrstuhls der Mathematik an der Akademie zu Genf übertragen. Im Jahr 1728 besuchte er Joh. und Nic. Bernoulli zu Basel, so wie 1729 die vorzüglichsten Mathematiker Frankreichs, Englands und Hollands, mit denen er auch nach seiner Zurückkunft nach Genf einen ununterbrochenen wissenschaftlichen Briefwechsel unterhielt. Im Jahre 1750 aber fühlte er, in Folge übermäßiger Arbeiten, seine Gesundheit sehr angegriffen, die durch eine zur Erholung angestellten Reise nach Paris noch leidender wurde. Ein Sturz vom Pferde und eine zweite Reise in das südliche Frankreich beförderten das Uebel noch mehr, und er starb am 4. Januar 1752 zu Bagnols bei Nîmes. Er war ein, nur Leibnitz zu vergleichender, auf das vielseitigste gebildeter Mann und einer der vorzüglichsten Mathematiker und Physiker seiner an solchen Männern sehr reichen Zeit. Ausgezeichnet als Architekt und Hydrotechniker, als Historiker und Theolog, als Kenner der Musik, der gesammten Physik und Mathematik, wurde er nicht weniger auf seinem Lehrstuhle, als in dem Rathe der Sechzig, in den er 1749 berufen wurde, bewundert. Die vorzüglichsten Akademien Europens bemühten sich, ihn in die Zahl ihrer Mitglieder zu erhalten. Sein vorzüglichstes Werk ist die *Introduction à l'analyse des lignes courbes*. Genève 1750 in 4to. Mehrere andere seiner mathematischen und physischen Aufsätze sind in den *Remoires* der Akademie von Paris, London, Berlin u. s. zerstreut, und ein Verzeichniß seiner sämtlichen Schriften findet man in dem dritten Theil der *Histoire littéraire de Genève* von Senebier. Auch besorgte Eramer die Ausgaben von Wolfii *Elementa matheseos*. Genf, 1732—42, in 5 Quartbänden; ferner die *Opera* von Joannes Bernoulli, Genf 1742, von Jakob Bernoulli, Genf, 1744; und das *Commercium epistolicum* Leibnitzii et Bernoulli, Genf 1745. Seine *Bibliographie* gab Bernet in der *Nouvelle bibl. germanique*, Vol. X. S. 359. L.

war erst von der Vervollkommnung der mathematischen Analysis zu erwarten, an der nun eben die ausgezeichnetsten Männer zu arbeiten begannen. Diesem gemäß wurde die Auflösung des Problems erst von dem großen Meister in der Analysis, von Lagrange, im Jahr 1759 zu Ende geführt, als er in dem Alter von dreiundzwanzig Jahren mit zweien seiner Freunde den ersten Band der Turiner Memoiren herausgab. Euler erkannte sofort den hohen Werth dieser Auflösung und verfolgte, nach seiner Weise, den Gegenstand auf der neueingeschlagenen Bahn. Diese zwei großen Mathematiker haben die Auflösung des Problems auf mannigfaltige Weise vervollkommenet und erweitert, aber keiner von ihnen hat an der Formel für die Geschwindigkeit des Schalls irgend eine Veränderung angebracht, und der Unterschied zwischen der Rechnung und der Beobachtung, beinahe der sechste Theil der ganzen Größe, der schon Newton in Verlegenheit gesetzt hatte, blieb auch jetzt noch unerörtert.

Das Verdienst, diese Differenz auf eine befriedigende Weise zu erklären, war Laplace aufbehalten. Er bemerkte der erste ⁵⁾, daß das gewöhnliche Gesetz der Veränderung der Elasticität in der Luft, das bloß von der Compression derselben abhängig ist, nicht auf jene äußerst schnellen Vibrationen, in welchen der Ton besteht, angewendet werden kann, weil die plötzliche Compression der Luft zugleich eine erhöhte Temperatur der Luft erzeugt, wodurch die Elasticität derselben ebenfalls wieder vermehrt wird. Die Größe dieser Vermehrung mußte durch Experimente über die veränderliche Temperatur der Luft gefunden werden. Laplace machte im Jahr 1816 ⁶⁾ das Theorem bekannt, von welchem die hier in Rede stehende Korrektur abhängt. Indem man sie auf Newton's frühere Formel anwendete, fand man, daß die so berechnete Geschwindigkeit des Schalls mit den besten der bisher angestellten Beobachtungen übereinstimmte, und diese Uebereinstimmung wurde auch noch durch mehrere darauffolgende, noch genauere Experimente vollkommen bestätigt.

Durch diesen letzten Schritt wurde demnach die Auflösung des Problems von der Fortpflanzung des Schalls vollständig

5) Laplace, Mécanique Céleste. Vol. V. Lib. XII. §. 96.

6) In den Annales de Phys. et Chimie. B. III. §. 288.

gemacht. Die hieher gehörenden mathematischen Untersuchungen gaben zu mehreren interessanten und wichtigen analytischen Diskussionen Veranlassung, wie z. B. zu der Aufnahme der diskontinuirlichen Funktionen in der Auflösung der Differentialgleichungen mit partiellen Differentialien. Allein diese Gegenstände gehören mehr der Geschichte der reinen Mathematik an, daher wir uns hier nicht weiter dabei aufhalten können. Was davon der eigentlich physischen Theorie der Akustik angehört, werden wir bei Gelegenheit der Aufgabe mittheilen, wodurch die Bewegung der Luft in Röhren bestimmt wird, zu dem wir aber nicht eher übergehen können, bis wir, in dem nächstfolgenden Kapitel, noch von einer andern Form einige Worte gesprochen haben werden, die man dem Probleme von den schwingenden Saiten durch die seitdem immer weiter fortgesetzten Beobachtungen, zu geben gezwungen war.

Viertes Kapitel.

Problem der verschiedenen Töne derselben Saite.

Man hatte schon sehr früh bemerkt, daß von derselben Saite verschiedene Töne kommen können. Auch wußte schon Mersenne und andere ¹⁾, daß eine vibrirende Saite in einer ihr nahen, unisonen Saite, auch ohne Berührung der letzteren, einen Ton erzeuge, selbst wenn diese letzte Saite um eine Oktave von der andern abstand. In England, wo man diese Erscheinung so früh schon nicht gekannt zu haben scheint, wurde sie erst i. J. 1674 von Wallis der R. Societät vorgelegt ²⁾. Diese späteren Beobachter aber bemerkten überdies, daß jede längere Saite sich von selbst in zwei oder drei gleiche Stücke theile, die durch Ruhepunkte oder Knoten von einander getrennt werden, was sie durch kleine Papierstückchen fanden, die sie in verschiedenen Punkten auf die schwingende Saite legten. Die-

1) Mersenne, Harmonicorum Liber IV. Prop. 28. Paris 1636.

2) Philos. Transact. 1677. April.

selbe Entdeckung wurde auch von Sauveur i. J. 1700 wiederholt ³⁾. Jene Töne, die in einer ruhenden Saite durch eine andere vibrirende erzeugt wurden, nannte man sympathetische Töne. Ähnliche Töne werden oft durch Tonkünstler z. B. auf der Violine hervorgebracht, wenn sie die Saite in bestimmten Richtungen streichen, wo sie dann die von ihnen sogenannten akuten Töne erzeugten. Diese Erscheinungen waren, nach den von Taylor aufgestellten theoretischen Ansichten, nicht schwer aus den mechanischen Bedingungen der Saite zu erklären; allein desto schwerer war es, zu zeigen, wie ein tönender Körper solche verschiedene Töne zu gleicher Zeit erzeugen soll. Mersenne hatte dies zuerst bemerkt, Sauveur aber noch weiter verfolgt und deutlicher auseinander gesetzt. Man nannte diese den eigenthümlichen Ton der Saite begleitenden Ton den secundären, und diese secundären Töne waren gewöhnlich die Oktave, oder auch der zwölfte und siebenzehnte Ton der Hauptnote. — Solche gleichzeitige Vibrationen zu erklären, mußte also als der nächste und dringendste Schritt der Akustik betrachtet werden.

Daniel Bernoulli löste dieses Problem in einer Schrift von d. J. 1753 auf ⁴⁾, in welcher er das Prinzip der Coexistenz der kleinen Oscillationen aufgestellt und bewiesen hatte. Er zeigte, daß eine Saite entweder in einer einzigen Curve, (Nach, wie er die Distanzen zwischen zwei nächsten Knoten der Saite nannte), oder auch in zwei, drei oder mehr solchen Curven zwischen unveränderlichen Knoten der Saiten ihre Schwingungen machen können. Er zeigte ferner, wie man diese Knoten unter einander kombiniren kann, so daß jeder von ihnen eine gewisse Stelle so annimmt, als ob er allein da wäre. Dies schien hinlänglich, die Coexistenz jener harmonischen Töne zu erklären. Zwar hat d'Alembert in dem Artikel „Fundamental“ der französischen Encyclopädie, so wie auch Lagrange in seiner Abhandlung über den Ton ⁵⁾ verschiedene Einwendungen gegen diese Erklärung gemacht, und es ist auch nicht zu läugnen, daß der Gegenstand seine eigenen Schwierigkeiten habe. Allein dies

3) Mém. de l'Acad. de Paris. 1701.

4) Mém. de Berlin 1753. S. 147.

5) Mém. de Turin. Vol. I. S. 64 und 103.

alles kann dem Verdienste Bernoulli's keinen Eintrag thun, der dieses durch die gesammte Physik so wichtige Prinzip, der Coexistenz der kleinen Vibrationen, zuerst aufgestellt hat.

Jenes Memoir von Daniel Bernoulli erschien zu einer Zeit, wo die Wolken, die anfänglich über dem Probleme von den Schwingungen der Saiten hingen, sich besonders auf d'Alembert und Euler gelagert, und ihnen in dem Eifer ihres Zwistes die reine Ansicht geraubt hatten. Bernoulli bot sich, als Vermittler, mit seinen neuen Ansichten dar, die er als eine Auflösung der zwischen ihnen schwebenden Hindernisse ansah, was sie, im mathematischen Sinne genommen, nicht waren, und so war es wohl auch nicht zu verwundern, daß er von beiden eine Zurückweisung erlitt.

Die weitere Verfolgung dieses Gegenstandes, von den verschiedenen Arten der Schwingungen eines und desselben Körpers, oder von der sogenannten akuten Harmonik, kann hier keinen Raum finden. Die andere oben erwähnte Erscheinung aber, von den mittönenden Saiten, hat mit jenen ersten nichts gemein, und gehört auch nicht in dieses Kapitel. Sie steht mit dem Zusammenschlag der Töne in Verbindung, von der wir oben (Kap. II. bei Sauveur's erstem Versuche) gesprochen haben, wenn nämlich diese Schläge einander so nahe rücken, daß sie einen eigenen, bestimmten Ton hervorbringen. Man schreibt diese Entdeckung von den mittönenden Saiten gewöhnlich dem Tartini zu, welcher derselben i. J. 1754 erwähnt; allein sie werden etwas früher noch i. J. 1744 in Sorge's Schrift „über die Orgeln“ erwähnt ⁶⁾, wo er die Sache in Gestalt einer Frage vorträgt. Lagrange hat darauf die beste Antwort gegeben ⁷⁾.

6) Chladni's Musik. S. 254.

7) In Mem. de Turin. Vol. I. S. 104.

Fünftes Kapitel.

Von den Tönen der Blasinstrumente.

Es wurde von allen Akustikern als ausgemacht vorausgesetzt, daß die Töne der Flöten, der Orgelpfeifen und überhaupt aller Blasinstrumente in gewissen Schwingungen bestehen müssen; allein es war nicht leicht, die Natur und die Gesetze dieser Schwingungen zu bestimmen und sie auf bestimmte mechanische Prinzipien zurück zu führen. Der leitende Faden bei diesen Untersuchungen war die Erfahrung, daß die Höhe des Tons einer Pfeife von ihrer Länge abhängt, und daß man eine solche Pfeife dahin bringen kann, sowohl den ihr eigenthümlichen, als auch ihren secundären Ton (m. s. Kap. IV) zu erzeugen. Auch hatte man bemerkt ¹⁾, daß an ihrem Ende verschlossene Pfeifen, statt der harmonischen Reihe $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ u. f. nur diejenigen Töne geben, die den Zahlen $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ u. f. entsprechen. — Newton machte auch hier die ersten Schritte zur Auflösung der hieher gehörenden Probleme ²⁾. Am Schlusse des oben erwähnten Satzes von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls bemerkt er, daß aus Mersenne's und Sauveur's Experimenten zu folgen scheine, daß während der Zeit einer jeden Vibration die Luft, der Pulsschlag der Luft, wie er sagt, zweimal die Länge der ganzen Pfeife durchlaufe. Ohne diese Bemerkung weiter zu verfolgen, bemerkt er nur im Vorbeigehen, daß der Ton einer Pfeife aus solchen Pulschlägen der Luft bestehe, welche die Länge der Pfeife vor- und rückwärts durchlaufen, und durch den Athem des Spielers in Bewegung erhalten werden. Diese Voraussetzung stimmt mit der beobachteten Abhängigkeit der Tonhöhe von der Pfeifenlänge überein. Indesß wurde der Gegenstand nicht weiter auf theoretischem Wege verfolgt, bis Lagrange i. J. 1760, im zweiten Theile der Turiner Memoiren, und Dan. Bernoulli i. J. 1762 in den Par. Me-

1) Dan. Bernoulli, Mém. de Berl. 1753. S. 150.

2) Newton, Princip. Schol. Propos. 50.

moiren ihre Darstellungen bekannt machten, wo die vorzüglichsten Erscheinungen dieses Gegenstandes auf eine vollkommen befriedigende Weise auseinander gesetzt wurden, und wo daher auch dieses Problem als in seinen Haupttheilen glücklich gelöst betrachtet werden konnte.

Für diese Untersuchungen mußte allerdings manche Hypothese aufgestellt werden. Bei den schwingenden Saiten wurde die Gestalt der Schwingungscurven bald errathen, und die Existenz, ja selbst der Ort der Schwingungsknoten konnte dem Auge deutlich sichtbar dargestellt werden. Bei den Vibrationen der Luft aber kann man weder die Art dieser Schwingungen, noch die Knoten derselben unmittelbar bemerken. Allein dafür sind wieder hier mehrere andere Erscheinungen von diesen Bedingungen ganz unabhängig. So erklären z. B. die beiden erwähnten theoretischen Auflösungen des Problems sehr gut, warum ein an einem Ende geschlossenes Rohr unison ist mit einer doppelt so langen und an beiden Enden offenen Röhre; warum die Knoten, wenn sie überhaupt vorkommen, für die harmonischen Töne der Reihe 1. 3. 5. 7. der ungeraden Zahlen in verschlossenen, und der Reihe 1. 2. 3. 4. der natürlichen Zahlen in offenen Röhren entsprechen. Beide jener Ansichten von der Natur der Vibrationen scheinen im Grunde dieselben zu sein, obschon die von Lagrange mit einer schwer zu übersehenden analytischen Allgemeinheit gegeben ist, während Bernoulli wieder eine vielleicht gar zu specielle Hypothese zu Grunde gelegt hat. Lagrange ³⁾ betrachtet die Vibrationen der offenen Flöten als „Oscillationen einer Saite von Luft“ unter der Bedingung, daß die Elasticität dieser Saiten an ihren beiden Endpunkten, während der ganzen Oscillation, dieselbe mit der sie umgebenden Luft bleibt. Bernoulli aber ⁴⁾ setzt voraus, daß das Moment der Trägheit der ganzen Luftmasse in einen einzigen Punkt versammelt ist, und daß dieser Punkt durch die ganze aus seiner Ortsverziehung entstehende Elasticität in Bewegung gesetzt wird. Man kann bemerken, daß beide Verfahren der oben erwähnten Theorie Newton's nahe kommen, denn obschon Bernoulli alle in der Flöte

3) Mém. Turin. Vol. II. S. 154.

4) Mém. Berl. 1753. S. 446.

enthaltene Luft mit eins sich bewegen läßt, (nicht aber allmählig, wie bei den Pulsen Newton's), so wird doch in beiden Fällen die ganze Luft von der ganzen Elasticität derselben bewegt. Seit dieser Zeit wurde der Gegenstand noch weiter entwickelt durch Euler ⁵⁾, Lambert ⁶⁾ und Poisson ⁷⁾, woraus aber keine neuen Erklärungen der Thatsache selbst hervorgegangen sind. Doch wurden seitdem noch mannigfaltige Versuche gemacht, die Orte der Knoten auf experimentellem Wege zu finden. Schon Bernoulli hatte gezeigt, daß dieser Ort durch die Größe der Oeffnung bestimmt wird, und Lambert ⁸⁾ hat auch andere Fälle in dieser Beziehung näher untersucht. Savart hatte den Ort der Knoten für mehrere Röhren unter verschiedenen Verhältnissen angegeben, und erst kürzlich hat Hopkins ⁹⁾ in Cambridge dieselben experimentellen Untersuchungen noch weiter verfolgt. Es scheint daraus zu folgen, daß die früheren Annahmen der Theorie, in Beziehung auf die Lage dieser Knoten, durch die Erfahrung nicht bestätigt werden.

Da wir dieses Problem nur in Beziehung auf dessen mathematische Auflösung betrachten wollten, so übergingen wir alles das, was man über die Abhängigkeit der Vibration von den verschiedenen Ursachen, die den Ton hervorbringen, gefunden haben will, die Einwirkungen nämlich von dem Bau des Rohrs, von dem Mundansatz u. dgl., was von Chladni ¹⁰⁾, Savart,

5) Nov. Act. Petrop. Vol. XVI.

6) Mém. de Berlin. 1775.

7) Journ. de l'Ecole Polyt. Cap. XIV.

8) Mém. de Berlin. 1775.

9) Cambridge Transact. Vol. V. S. 231.

10) Chladni (Ernst Friedrich), geb. zu Wittenberg den 30. Nov. 1756. Seine Voreltern stammten aus Ungarn, wo sie 1676 als Protestanten vertrieben wurden. Nach seiner ersten harten Erziehung im väterlichen Hause wurde er auf die Fürstenschule zu Grimma geschickt, und studirte später in Leipzig und Wittenberg die Rechte. Aber bei dem Tode seines Vaters 1781 folgte er, obschon ohne alle Aussicht auf Lebensunterhalt, seiner Neigung zu den Naturwissenschaften. Da er schon früh guten Unterricht in der Musik erhalten hatte, so wendete er sich vorzüglich der Akustik zu. Bereits im Jahr 1787 erschienen seine Entdeckungen über die Theorie des „Klangs.“ Im Jahre 1790

Willis und andern untersucht worden ist. Man steht übrigens leicht, daß die sehr verwickelten Wirkungen, die aus der Elasticität und anderen Eigenthümlichkeiten des Rohrs sowohl, als auch der darin enthaltenen Luft entstehen, eine vollständige Auflösung des Problems nicht eher hoffen lassen, bis unsere Kenntniß des Gegenstandes und unsere mathematische Analysis selbst sich weit über ihre gegenwärtigen Grenzen erweitert haben werden. In der That bietet die Akustik eine große Masse von Thatsachen dar, auf die sich das eben Gesagte sehr wohl anwenden läßt; aber wenn man auch nur einige derselben gleichsam isolirt heraus-

erfand er sein musikalisches Instrument „Euphon,“ das ihm, in Verbindung mit seinen akustischen Vorlesungen, die Mittel gab, die vorzüglichsten Städte Deutschlands zu durchreisen. Der bekannten Harmonika substituirt er 1802 den von ihm erfundenen „Clavicylinder,“ in welchem gläserne Cylinder, die sich um ihre Ase drehen, durch eine eigene Claviatur, statt den benehten Fingern, zum Tönen gebracht werden. In demselben Jahre erschien auch seine „Akustik.“ Mit jenen beiden Instrumenten durchreiste er die vorzüglichsten Länder Europa's, wo er besonders in Paris von Laplace, Berthollet, und selbst von Napoleon sehr gut aufgenommen und von dem letzten auch thätig unterstützt wurde. Hier gab er auch 1809 seinen *Traité d'acoustique* heraus. Im folgenden Jahre durchwanderte er Italien und kam 1812 nach Wittenberg zurück. Während der Kriegeunruhen seinen Zweck rastlos verfolgend, gab er die Sammlung seiner gemachten Erfahrungen in den geschätzten „Beiträgen zur praktischen Akustik,“ Leipzig 1821, heraus. Außer dieser Wissenschaft beschäftigte ihn auch die Theorie der sogenannten Meteorsteine, über die er schon 1794 eine kleine Schrift herausgab: „Ueber den Ursprung der von Pallas gefundenen Eisenmassen.“ und in einem spätern Werke, („Ueber Feuermeteore,“ Wien 1819), den Gegenstand definitiv abzuschließen suchte, indem er die Ursache dieser Erscheinungen in kosmischen, außer unserer Atmosphäre entstandenen Körpern nachwies oder doch sehr wahrscheinlich machte. Am 4. April 1827 starb er zu Breslau an einem Schlagflusse. Erfindungskraft, reger Wiß und Gutmüthigkeit zeichneten ihn vor vielen aus. Kein deutscher Fürst hat ihm eine Anstellung oder einen Jahresgehalt angeboten. Er lebte die letzten 37 Jahre seines Lebens, die er beinahe immer auf Reisen zubrachte, von dem Ertrag seiner eigenen Erfindungen, und konnte doch noch der Armenkasse seiner Vaterstadt ein bedeutendes Vermögen, und dem k. Mineralienkabinet zu Berlin seine kostbare Sammlung von Meteorsteinen vermachen. L.

stellt, so müssen wir dieselben doch immer noch als Theile eines sehr ausgedehnten und bisher noch ungelösten Problems betrachten.

Sechstes Kapitel.

Verschiedene Arten der Vibrationen der Körper überhaupt.

Aber nicht blos die bisher erwähnten, sondern beinahe alle Körper der Natur sind solcher Vibrationen fähig. Nebst den Saiten und Pfeifen könnten wir auch Glocken, Metallplatten und Stimmgabeln unter den festen Körpern, Trommeln und Tambourinen unter den gespannten Membranen anführen, und wenn man mit der feuchten Spitze des Fingers an dem Rande eines Trinkglases hinfährt, so wird auch die in dem Glase enthaltene Flüssigkeit in eine vibrirende Bewegung versetzt. Der verschiedene Charakter des Tons, der von dem Raume bestimmt wird, in welchem er sich bewegt, zeigt uns, daß auch größere Massen von Luft ihre eigenen Arten von Vibrationen besitzen.

Diese Vibrationen sind im Allgemeinen immer von einem Tone begleitet, und sie können daher alle als eigentlich akustische Phänomene betrachtet werden, besonders da dieser Ton selbst gewöhnlich etwas Eigenthümliches besitzt, wodurch die Art dieser Vibration näher angezeigt wird. Endlich hat auch jeder der erwähnten Körper die Fähigkeit, auf verschiedene Weise zu vibriren, indem die schwingenden Parthien desselben durch Knotenlinien von einander abge sondert werden, wo dann die Art der Schwingung dieser Parthien, in jedem besondern Falle, durch die Weise bestimmt wird, auf welche der Körper gehalten oder unterstützt, oder auf welche er in Bewegung gesetzt wird.

Das allgemeine Problem dieser Vibrationen schließt die Entdeckung und Klassifikation dieser Phänomene, die Auffindung ihrer formellen Gesetze, und endlich auch die Zurückführung derselben auf mechanische Prinzipien in sich. Der Zweck dieser Schrift erlaubt uns aber nicht, auf alle diese Gegenstände umständlich einzugehen.

Die erwähnten Knotenlinien schwingender Körper wurden zuerst von Galilei auf dem Resonanzboden musikalischer Instrumente bemerkt. Hooke schlug vor, die Vibrationen einer elastischen Kugel durch Bestreuung derselben mit feinem Staube zu beobachten. Chladni aber war es, der die Akustik mit der Entdeckung der mannigfaltigsten symmetrischen Figuren bereicherte, die auf regelmäßig geformten Platten entstehen, wenn sie in eine solche Bewegung gesetzt werden, daß sie einen reinen Ton von sich geben. Seine ersten Untersuchungen dieses Gegenstandes machte er in seinen „Entdeckungen über die Theorie des Klangs 1787“ bekannt, denen er späterhin, 1802 und 1817, noch andere Entdeckungen hinzufügte. In diesen seinen Schriften führt er nicht bloß eine große Anzahl von neuen und interessanten Beobachtungen auf, sondern er brachte auch mehrere derselben gewissermaßen auf Regeln und bestimmte Geseze zurück. So reduzirte er z. B. die Vibrationen aller vierseitigen ebenen Platten auf Klassen, in welchen die Knotenlinien der einen oder der andern Seite dieser Platten parallel sind, und er gründete sogar auf diese Klassifikation eine bestimmte Bezeichnung für die verschiedenen, hier statthabenden Vibrationsarten. So bezeichnete z. B. 5—2 die Form, in welcher fünf Knotenlinien mit einer, und zwei mit der andern Seite der Platte parallel sind. Savart verfolgte diesen Gegenstand noch weiter, indem er durch unmittelbare Versuche die Form der Knotenlinien bestimmte, welche die Theile der Oberflächen der festen Körper und der Luftmassen im Zustande der Vibration von einander trennen.

Die Abhängigkeit dieser Vibrationen von ihrer physischen Ursache, der Elasticität der Körper, läßt sich im Allgemeinen leicht übersehen; aber die mathematische Bestimmung derselben ist, wie man erachten kann, mit vielen Schwierigkeiten verbunden, selbst wenn man bei der sich zuerst darbietenden Frage, von der mechanischen Möglichkeit solcher Vibrationen, stehen bleibt, ohne sich auf die Abhängigkeit derselben von der Art ihrer Entstehung einzulassen. Die Transversalschwingungen elastischer Stäbe, Platten und Ringe wurden zuerst von Euler i. J. 1779 betrachtet, allein seine Berechnungen, die sich auf elastische Platten beziehen, haben nur einen sehr kleinen Theil von den interessanten Erscheinungen vorausgesagt, die Chladni später durch

Versuche gefunden hat ¹⁾, und die verschiedenen Töne, die, seiner Rechnung zufolge, derselbe Ring geben sollte, wurden mit den Experimenten nicht übereinstimmend gefunden ²⁾. In der That waren auch Untersuchungen dieser Art, wie sie Euler und andere ³⁾ anstellten, mehr nur als Beispiele analytischer Geschicklichkeit, nicht aber als wahre Erklärungen physischer Erscheinungen zu betrachten. Jakob Bernoulli versuchte es nach der Bekanntmachung von Chladni's Versuchen i. J. 1787, das Problem der schwingenden Platten zu lösen, indem er dieselben als aus elastischen Fibern bestehend betrachtete, allein die Richtigkeit dieser Voraussetzung wird, wie Chladni bemerkt, schon durch den Mangel an Uebereinstimmung der Beobachtungen mit den Resultaten jener Rechnung widerlegt.

Das Institut von Frankreich, das den Arbeiten Chladni's ihren Preis zuerkannte, schlug i. J. 1809 das hier in Rede stehende Problem noch einmal als Preisfrage vor ⁴⁾: „Die mathematische Theorie der Vibrationen elastischer Flächen zu geben, und sie mit den darüber angestellten Versuchen zu vergleichen.“ — Allein nur ein Memoir erschien zur Preisbewerbung, und es wurde nicht gekrönt, obschon man desselben ehrenvoll erwähnte ⁵⁾. Die Formeln von Jakob Bernoulli sind, nach Poisson's Erklärung, mangelhaft, weil er auf die Normalkraft keine Rücksicht nahm, die auf die äußere Begrenzung der Platte einwirkt ⁶⁾. Der Verfasser jenes anonymen Memoirs verbesserte diesen Fehler und berechnete auch den Ton, der den verschiedenen Gestalten der Knotenlinien entspricht, und er fand eine Uebereinstimmung mit den praktischen Versuchen, durch die seine Theorie allerdings gerechtfertigt wird. Allein er hatte von seiner Fundamentalgleichung keinen Beweis gegeben, den erst Poisson in einem Memoir von 1814 nachtrug ⁷⁾. In einer noch spätern Zeit haben Poisson und Cauchy, so wie auch die gelehrte Dame, Mad.

1) Fischer, Geschichte der Physik, Vol. VI. 587.

2) Ibid. VI. 596.

3) M. s. Chladni, S. 474.

4) M. s. Chladni, S. 357.

5) Poisson's Mém. in Acad. de Paris. 1812. S. 169.

6) Ibid. S. 220.

7) Ibid. 1812. S. 2.

Sophie Germain, auf dieses schwierige Problem die Kunstgriffe der höchsten mathematischen Analysis angewendet. Poisson ⁸⁾ hat die Relationen der Töne bestimmt, die zu den Longitudinal- und Transversal-Schwingungen eines elastischen Stabes gehören, und er hat auch der erste das Problem von den schwingenden Kreisplatten für den Fall gelöst, wo die Knotenlinien derselben selbst wieder konzentrische Kreise sind. In beiden Fällen scheint die Uebereinstimmung seiner Resultate mit der Erfahrung die Richtigkeit seiner Rechnungen zu bestätigen ⁹⁾. Er geht dabei von der Voraussetzung aus, daß die elastischen Körper aus getrennten Theilen bestehen, die durch ihre gegenseitige Attraktion zusammen gehalten, und durch die Repulsivkraft der Wärme wieder von einander entfernt werden. Auch Cauchy ¹⁰⁾ berechnete die Longitudinal- und Transversal-, so wie die rotatorischen Schwingungen elastischer Stäbe, und er erhielt Resultate, die mit einer großen Reihe von Beobachtungen nahe übereinstimmen. Die Autorität von zwei so großen Analytikern, wie Poisson und Cauchy, läßt uns glauben, daß die Mathematik, für die einfacheren Fälle der Vibrationen elastischer Körper, ihren Auftrag gehörig erfüllt hat, allein noch gar manche andere, verwickeltere Fragen sind bisher noch immer unbeantwortet.

Die zwei Brüder, Ernst und Wilhelm Weber ¹¹⁾, haben ebenfalls viele sehr interessante Untersuchungen über diese Vibrationen angestellt. Sie sind in ihrer „Wellenlehre, Leipzig 1825,“ enthalten. Sie gelangten durch ihre Versuche zu der Annahme

8) Poisson's Mém. in Acad. de Paris. Vol. VIII. 1829.

9) Annales de Chimie. Vol. 36. 1827. S. 90.

10) Cauchy, Exercices de Mathématique. Vol. III. et IV.

11) Weber (Ernst), geb. 24. Juni 1795, und seit 1818 Professor der Anatomie zu Leipzig, hat sich durch seine anatomischen und physiologischen Untersuchungen und durch die in Gemeinschaft mit seinem Bruder (Eduard Wilhelm, geb. 1804 und seit 1831 Professor der Physik zu Göttingen) begründete Theorie der Wellen um die Wissenschaft sehr verdient gemacht. M. s. ihre „Wellenlehre,“ Leipzig 1825. Andere gemeinschaftliche Aufsätze der Brüder über denselben Gegenstand findet man in der „allgemeinen musikalischen Zeitung,“ 1826, und in den „Annalen der Physik,“ 1830. Seit den letzten Jahren beschäftigt sich E. W. in Gemeinschaft mit Gauss zu Göttingen vorzüglich mit den neuen magnetischen Beobachtungen. L.

(die auch schon Young früher geäußert hat), daß die Chladni'schen Figuren der Knotenlinien bei den elastischen Platten durch die Superposition der Wellen entstehen ¹²⁾. Wheatstone ¹³⁾ unternahm es, die Chladni'schen Figuren bei vierseitigen Quadratplatten durch diese Superposition von zwei oder mehr einfachen und offenbar sehr zulässigen Knoteneintheilungen zu erklären, welche alle dieselbe Zeit der Vibration haben. Zu diesem Zwecke nimmt er gewisse „ursprüngliche Figuren“ an, die blos parallele Knotenlinien enthalten, und indem er von denselben erst zwei, und dann vier kombinirt, erhält er die meisten jener Chladni'schen Figuren, so wie er auch zugleich von ihren gegenseitigen Uebergängen und von ihren Abweichungen von der regelmäßigen Gestalt Rechenschaft zu geben weiß.

Das Prinzip von der Superposition der Schwingungswellen ist, als eine mechanische Wahrheit, bereits so gut begründet, daß man jedes akustische Problem als genügend angeordnet betrachten kann, wenn es einmal auf dieses Prinzip zurückgeführt wird, da dies nahe so viel ist, als wenn es durch die mechanische Analysis aufgelöst wäre. Allein man darf dabei nicht übersehen, daß die gehörige Anwendung und Begrenzung dieses Gesetzes oft mit großen Schwierigkeiten verbunden ist. Man muß daher hier, wie bei allen andern Fortschritten der Naturwissenschaft, wünschen, den neuen Boden, den wir auf diese Weise gewonnen haben, noch durch Andere auf andere Art bebaut zu sehen, um uns den Besitz desselben vollkommen und dauernd zu sichern.

Savart's Gesetze.

In dem bisher Gesagten wurden die Vibrationen der Körper auf gewisse allgemeine Klassen zurückgeführt, deren Trennung uns erst durch die Beobachtungen bekannt geworden sind. Hieher gehören z. B. die longitudinalen, die transversalen und die rotatorischen oder drehenden Schwingungen der elastischen Stäbe. Die transversalen Schwingungen, bei welchen die Theile des Stabes, in senkrechter Richtung auf der Länge derselben, vor-

12) Weber, Wellenlehre, S. 474.

13) Philos. Transact. 1833. S. 593.

und rückwärts gehen, waren lange die einzigen, welche die früheren Akustiker kannten. Die beiden andern wurden vorzüglich durch Ehladni zu unserer Kenntniß gebracht. Diese Klassifikation führte uns, wie bereits gesagt, zu mehreren wichtigen Sätzen, wie z. B. zu dem von Poisson aufgestellten Verhältnisse der Töne, die aus den transversalen und longitudinalen Schwingungen der Stäbe entspringen. Allein Felix Savart benutzte dieselbe Eintheilung der Vibrationen noch zur Auffindung eines viel allgemeineren Gesetzes, und als er dann die Generalisation dieses Gesetzes noch weiter verfolgen wollte, schien die Existenz desselben, wie dies wohl schon öfter auch bei andern Fortschritten der Wissenschaft geschehen ist, unter seinen Händen wieder beinahe gänzlich zu verschwinden. Einige wenige Worte werden dies näher erklären.

Es war schon lange vorher bekannt, daß die Vibrationen der Körper durch unmittelbaren Kontakt andern Körpern mitgetheilt werden können. Nachdem nun einmal die Distinktion zwischen transversalen und longitudinalen Schwingungen aufgestellt war, fand Savart, daß, wenn ein Stab einem andern in einer auf dieser senkrechten Stellung begegnet, die longitudinalen Schwingungen des ersten Stabes transversale Schwingungen in dem zweiten Stabe erzeugen und umgekehrt. Dies ist aber um so merkwürdiger, da diese zwei Schwingungsarten von ungleicher Geschwindigkeit sind, und daher auf keine uns bekannte Weise mit einander sympathisiren können ¹⁴⁾. Savart fand sich selbst berechtigt, diesen Satz noch weiter auszudehnen, indem er sagte, daß bei jeder senkrechten Stellung von Stäben, Saiten oder Platten, die eine Art dieser zwei Vibrationen in dem einen dieser Körper immer die andere Vibration in dem andern Körper erzeuge.

Auf diese Weise wurde das neue Gesetz noch mit der Sprache jener alten Klassifikation ausgedrückt. Man sieht aber, daß man es auch, ohne diese Beziehung, allgemeiner darstellen kann, indem man sagt, daß die Vibrationen immer in einer ihrer ursprünglichen Richtung parallelen Lage den andern Körpern mitgetheilt werden. Indem nun Savart diesen Weg weiter verfolgte, gelangte er am Ende zu der Ansicht, daß zwischen allen

14) Annales de Chlm. 1819. Vol. 14. S. 138.

jenen drei Arten von Vibrationen durchaus kein wesentlicher Unterschied bestehe. „Wir sind demnach, sagt er ¹⁵⁾, dahin gekommen, die normalen (transversalen) Vibrationen nur als einen bloßen Umstand einer mehr allgemeinen und allen Körpern gemeinschaftlichen Bewegung zu erkennen, und dasselbe gilt auch von den longitudinalen und rotatorischen Schwingungen, d. h. von allen Bewegungen dieser Körper, die durch kleine Molecular-Oscillationen erzeugt und je nach der Richtung der auf sie einwirkenden Kräfte modificirt werden.“

Diese Induktion, wie er sie selbst sehr richtig nennt, wird durch eine große Anzahl sehr sinnreicher Experimente unterstützt, und sie kann als wohlbegründet angesehen werden, wenn sie auf bloße Molecular-Oscillationen beschränkt wird, dies Wort in dem obigen Sinne genommen, und wenn sie zugleich nur für diejenigen Körper gebraucht wird, in denen das Spiel der elastischen Kräfte nicht durch fremde, feste Theile, wie z. B. durch den Stimmstock in der Violine, unterbrochen wird ¹⁶⁾.

Ehe wir aber diesen Gegenstand verlassen, muß ich noch einer Folgerung gedenken, die Savart aus diesen seinen Ansichten abgeleitet hat, und die, auf den ersten Blick wenigstens, den größten Theil der ganzen früheren Lehre über die vibrirenden Körper umzustossen scheint. Es wurde nämlich früher behauptet, daß gespannte Saiten und elastische Stäbe immer nur in einer bestimmten und unabänderlichen Reihe von Knoten und Knotenlinien vibriren. Allein Savart behauptet ¹⁷⁾ im Gegentheile, daß diese Vibrationen bei allen Körpern Töne erzeugen, die durch unmerklich kleine Zwischenräume stufenweise in einander übergehen. Der Leser wird wohl die Frage aufstellen, worin die Auflösung dieses scheinbaren Widerspruchs zwischen jenen früheren und diesen neuesten Entdeckungen bestehe? Die Antwort darauf aber kann jetzt nur die sein, daß die erwähnten stufenweisen Vibrationen in ihrer Natur sehr verwickelt und isolirt, also auch sehr schwer darstellbar sind, und daß die früher allein angenommenen drei Vibrationsarten durch ihre Einfachheit sowohl, als

15) Im Jahre 1822. M. f. Ann. de Chim. Vol. 25. S. 33.

16) Die Mittheilung der letzten Beschränkung verdanke ich Hrn. Willis.

17) Annal. de Chimie. 1826. Vol. 32. S. 384.

auch durch die Leichtigkeit ihrer Darstellung, so ausgezeichnet vor allen jenen intermediären Vibrationen hervortreten, daß man sie wohl, gleichsam zu dem gewöhnlichen Gebrauche, als eine besondere Klasse für sich betrachten darf, obschon man sie, wo man kann, zur Erlangung größerer Allgemeinheit, mit der unendlichen Anzahl aller jener andern Molecular-Oscillationen in Verbindung zu bringen suchen soll. Auf diese Weise erleidet also die bereits früher aufgestellte Maxime auch hier, wie bei allen andern Fortschritten unserer Erkenntniß, keine Ausnahme; daß nämlich alles, was einen wesentlichen Theil unserer frühern wissenschaftlichen Kenntniß gebildet hat, auch immer einen integrierenden Theil aller nachfolgenden Systeme bilden muß.

Wir haben nun die Geschichte der Akustik in Beziehung sowohl auf die Entdeckung der Gesetze ihrer Erscheinungen, als auch auf die Reduktion dieser Gesetze auf ihre mechanischen Ursachen von den ältesten bis auf unsere gegenwärtigen Zeiten schnellen Schrittes durchlaufen. Der erste Zweig dieser Wissenschaft mußte, seiner Natur nach, auf induktivem Wege entwickelt werden, daher wir auch unsere besondere Aufmerksamkeit auf ihn gewendet haben. Daraus aber wird sich der Leser von selbst erklären, warum wir nicht länger bei den deduktiven Arbeiten derjenigen großen Analytiker verweilen wollten, die sich mit dem theoretischen Theile dieses Gegenstandes beschäftigt haben.

Die mit dem hohen und verdienten Ruhme bekannt sind, der den Arbeiten über diesen Gegenstand von Euler, d'Alembert und Lagrange unter den Geometern zu Theil geworden ist, werden vielleicht sagen, daß wir denselben in unserem kurzen Abrisse die ihnen gebührende Stufe nicht angewiesen haben. Allein wir müssen hier, wie oben bei der Hydrodynamik, bemerken, daß wenn die allgemeinen Prinzipien einer Wissenschaft einmal festgestellt sind, bloße mathematische Deduktionen aus ihnen nicht mehr zu der eigentlichen Geschichte der Wissenschaft gehören, den einzigen Fall ausgenommen, wenn diese Deduktionen zu neuen Gesetzen führen, die zwischen jenen allgemeinen Prinzipien und zwischen den individuellen Thatsachen liegen, und die allein durch die Beobachtungen ihre Bestätigung erhalten können.

Das Geschäft der Konstruktion einer Wissenschaft kann mit dem der Errichtung einer Straße verglichen werden, auf welcher unser Geist von seinem inneren Wohnsitze zu irgend einer Pro-

vinz der Außenwelt gelangen will. Es bedarf da einer Brücke, um von den innersten Gemäthern unserer Ideen und spekulativen Prinzipien zu jenen entfernten Gestaden der materiellen Thatsachen zu gelangen. Nach allen Seiten hin ist der Abgrund, der beide trennt, zu breit, um ihn zu übersehen, so lange man keine Zwischenpunkte findet, auf denen man, als auf eben so vielen Grundpfeilern, jene Verbindungsbrücke stützen kann. Bloße Thatsachen, ohne Gesetz und Zusammenhang, sind nur rohes, loses Gestein, von dem jenseitigen Ufer gebrochen, auf denen die Bogen unserer Brücke nicht mit Sicherheit erbaut werden können. Und bloße hypothetische, mathematische Kalkulationen sind nur als Entwürfe, als Pläne des künftigen Gebäudes zu betrachten, Pläne, die sich überdies nur auf einen einzigen Bogen dieser künftigen Brücke beziehen, der auf der einen Seite in der Luft hängt, und auf der andern nur auf Ideen und Hypothesen ruht, denen vielleicht keine Realität in der Außenwelt entspricht. Es bedarf also einer festen Unterlage von unter einander zusammenhängenden Thatsachen, Gesetzen und Generalisationen, um darauf ein ebenfalls zusammenhängendes und festes Gebäude zwischen jenen beiden Extremen errichten zu können.

Bei dem Gegenstande, von dem wir hier sprechen, fehlt es es uns allerdings nicht an solchen Zwischenpunkten, obschon sie meistens noch sehr unregelmäßig vertheilt sind, und auch noch nicht ganz deutlich gesehen werden. Die Anzahl der bereits beobachteten Verhältnisse und Gesetze der Phänomene des Schalls ist bereits sehr groß, und obschon es vielleicht noch lange währen mag, so darf man doch hoffen, eines Tages sie alle durch klare, mechanische Ideen unter einander zu verbinden, und dadurch die Akustik endlich zu einer eigentlichen strengen Wissenschaft zu erheben.

Uebrigens enthält dieser Abriss der Geschichte der Akustik nur diejenigen Theile derselben, die wenigstens in gewissen Graden auf allgemeine Gesetze und auf wahre physische Ursachen zurückgebracht worden sind, wodurch denn allerdings Vieles von dem ausgeschlossen wird, was man sonst in dieser Wissenschaft anzuführen pflegt. Manches von diesem letzten, obschon es auch Gegenstand der Rechnung geworden ist, gehört doch mehr der angenehmen Einwirkung auf unser Gehörorgan, wie z. B. die Lehre von der Konsonanz und der Dissonanz der Töne, von der

chromatischen Tonleiter u. s. f. Allein dies ist ein Theil der theoretischen Musik, nicht der Akustik; dies gehört in das Gebiet der schönen Künste, nicht in das der Naturwissenschaften, und mag daher einer folgenden Abtheilung dieses Werkes vorbehalten bleiben, so weit nämlich Untersuchungen dieser Art überhaupt mit unserem Gegenstande zusammenhängen.

Auch hat man sich bisher in der Akustik noch mit andern Eigenschaften der Töne, nebst ihrer Höhe und Tiefe, beschäftigt, wie z. B. mit den verschiedenen Artikulationen derselben, die in unserer Sprache vorkommen. Man hat sich bemüht, auch diesen Gegenstand auf allgemeine Vorschriften zurückzuführen. Kempelen's ¹⁸⁾ Sprachmaschine war zwar nur ein bloßes Werk der Kunst, aber die Maschine von Willis ¹⁹⁾, welche das Verhältniß zwischen den Selbstlautern darstellt, gibt uns bereits ein solches Geseß, wie man es zu einem wahren wissenschaftlichen Fortschritte bedarf. Man kann dieses letzte Instrument als ein eigentliches Diphthongometer (Selbstlauter-Messer) betrachten, und unter dieser Beziehung werden wir später wieder darauf zurückkommen, wenn wir von den Messungen dieser Art zu sprechen haben werden.

18) Kempelen (Wolfgang), geb. 23. Januar 1734 zu Preßburg, ist der Erfinder der berühmten Schachmaschine, die er 1769 zuerst der Kaiserin Maria Theresia vorzeigte, und mit der er auch in Paris und 1785 in England großes Aufsehen erregte. Diese Maschine gewann beinahe gegen Alle, die mit ihr Schach spielten. Obschon er die Räder und Hebel ihres Innern Jedermann zeigte, so vermuthete man doch die Wirkungen eines dabei verborgenen Menschen, den man aber nicht entdecken konnte. Noch künstlicher scheint seine im Jahr 1778 verfertigte Sprachmaschine zu sein, die aus einem $1\frac{1}{2}$ Fuß langen und $\frac{1}{2}$ Fuß breiten, mit einem Blasebalg versehenen Kasten bestand, und die alle vorgelegten Sylben deutlich aussprechen konnte. Auch haben wir von ihm ein Werk über diesen Gegenstand: „Mechanismus der menschlichen Sprache,“ Wien 1791. Er starb als Hofrath und Referent der ungarischen Hofkanzlei zu Wien am 26. März 1804. L.

19) M. f. Willis, On the vowel sounds and on reed organ-pipes, Cambridge. III, 237.

OF THE
JOURNAL
OF THE
AMERICAN
MEDICAL
ASSOCIATION

OF THE
JOURNAL
OF THE
AMERICAN
MEDICAL
ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL.
MAY 1, 1919

OF THE
JOURNAL
OF THE
AMERICAN
MEDICAL
ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL.
MAY 1, 1919

OF THE
JOURNAL
OF THE
AMERICAN
MEDICAL
ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL.
MAY 1, 1919

OF THE
JOURNAL
OF THE
AMERICAN
MEDICAL
ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL.
MAY 1, 1919

OF THE
JOURNAL
OF THE
AMERICAN
MEDICAL
ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL.
MAY 1, 1919

OF THE
JOURNAL
OF THE
AMERICAN
MEDICAL
ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL.
MAY 1, 1919