

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Geschichte der inductiven Wissenschaften, der Astronomie, Physik, Mechanik, Chemie, Geologie

von der frühesten bis zu unserer Zeit

Whewell, William

Stuttgart, 1840

Sechstes Buch. Geschichte der mechanischen Wissenschaften



Sechstes Buch.

Geschichte der mechanischen Wissenschaften.

E i n l e i t u n g.

Wir treten nun in ganz neue Regionen der Thätigkeit des menschlichen Geistes. Indem wir von der Astronomie der Alten zu der Mechanik der Neueren übergehen, schreiten wir von den formellen zu den rein physischen Wissenschaften über, von Raum und Zeit zur Materie und zur Kraft, von den Erscheinungen zu den Ursachen derselben. Bisher haben wir uns nur mit den Bahnen, den Perioden, den Winkeln und Distanzen der von uns betrachteten Gegenstände, besonders der himmlischen Körper, beschäftigt. Aber wie die Bewegungen derselben entstehen; durch welche Kräfte sie erzeugt werden; und worin das Wesen derselben bestehe — diese Fragen haben wir bisher noch nicht aufgeworfen. Ehe wir aber nun zur Beantwortung derselben übergehen, müssen wir zuerst den Begriff der Bewegung, bei irdischen sowohl, als auch bei himmlischen Körpern, näher betrachten, oder wir müssen uns vorerst zur Mechanik wenden, um von ihr wieder zur Astronomie zurückzukehren.

Ganz auf dieselbe Weise, wie die Entwicklung der reinen Mathematik, die mit den Griechen begann, die nothwendige Bedingung alles Fortschritts der formellen Astronomie gewesen ist, eben so mußte auch die Entwicklung der mechanischen Wissenschaften der Entstehung und Ausbildung der physischen Astronomie vorhergehen. Zwar wurden beide Wissenschaften, die Geometrie und die Mechanik, um ihrer selbst willen bebaut, allein sie mußten doch vorausgehen, um die anderen; von ihr abhängigen Wissenschaften, erst möglich zu machen, und denselben ihre Ideen, ihre Sprache, und selbst ihre Schlüsse zu liefern. Wenn die Griechen die Kegelschnitte nicht betrachtet hätten, so würde

sich Kepler nicht über Ptolemäus erhoben haben, und wenn dieselben Griechen auch schon die Lehre von der Bewegung erfunden hätten, so würde vielleicht Kepler die großen Newton'schen Entdeckungen für sich vorweg genommen haben.

Erstes Kapitel.

Eingang in die Epoche Galilei's.

Erster Abschnitt.

Einleitung in die Wissenschaft der Statik.

Schon die Alten haben, wie wir bereits oben bemerkten, einige Schritte vorwärts in der Lehre von der Bewegung, oder vielmehr in der von dem Gleichgewichte, gemacht. Archimedes setzte auf eine befriedigende Weise die Lehre von dem Hebel fest, so wie er auch einige wichtige Eigenschaften des Schwerpunkts, und eben so das Grundgesetz der Hydrostatik bestimmt hat. — Allein dieser schöne Anfang hatte keine stetigen Folgen. Ob Archimedes den Unterschied zwischen dem Prinzip des Gleichgewichts und den der Bewegung klar aufgefaßt hat, können wir jetzt nicht entscheiden, aber dieser Unterschied wurde gewiß von keinem seiner Nachfolger, im Alterthum sowohl als auch im Mittelalter, festgehalten. Und was noch schlechter war, selbst jene ersten Eroberungen Archimedes, in dem neuen Reiche der Wissenschaft, sind später wieder aufgegeben worden.

Wir haben bereits oben einige Beispiele von der weitgehenden Unwissenheit der griechischen Philosophen über solche Gegenstände mitgetheilt, indem wir die sonderbare Weise erzählten, wie Aristoteles das Gleichgewicht am Hebel und die Stellung eines von seinem Stuhle aufstehenden Mannes zu erklären versucht hat. Auch haben wir, als wir von der Unbestimmtheit der Ideen des Mittelalters sprachen, gesehen, daß alle Versuche, die wahre Lehre des Archimedes von dem Gleichgewichte weiter zu führen, deswegen so völlig mißlungen sind, weil die Nachfolger des Stagiriten nicht einmal die Ideen desselben richtig aufgefaßt und verstanden haben. Der Scharfsinn des großen Mannes

war allerdings nahe daran, die so tief verborgene Wahrheit zu entdecken, aber der dichte Nebel, den er auf einen Augenblick durchbrach, schloß sich sofort hinter seinen Schritten, und die alte Finsterniß und Verwirrung lagerte sich wieder auf das ganze Land.

Und diese dunkle Nacht währte beinahe volle zwei Jahrtausende, bis auf die Zeit, bei der wir jetzt in unserer Geschichtserzählung angekommen sind, namentlich bis zur ersten Ausbreitung der Copernikanischen Entdeckung. — Diese Bemerkung ist so wichtig, daß sie eine besondere Betrachtung verdient.

Gewisse allgemeine Begriffe von dem Zusammenhange der Ursache und der Wirkung bei der Bewegung sieht man in allen Perioden der menschlichen Kulturgeschichte sich geltend machen. Die diese Begriffe bezeichnenden Wörter sind, wie natürlich, aus der gemeinen Sprachweise genommen worden, und sie kommen daher auch bei den gewöhnlichsten Geschäften des Lebens wieder vor. Aber solche Worte sind noch nicht im Stande, eine Wissenschaft der Bewegung zu konstituiren, so wenig als die bloßen Worte „rund“ oder „dreieckig“ u. s. w. schon eine Geometrie, oder die „Monat“ und „Jahr“ schon eine Astronomie bilden können. Um aus ihnen eine eigentliche Wissenschaft entstehen zu machen, müssen diese unbestimmten Ausdrücke mit klaren, scharf bezeichneten Begriffen in Verbindung gebracht werden, mit solchen Begriffen nämlich, auf welche man Grundsätze und Vernunftschlüsse bauen kann. Allein es währte sehr lange, bis es mit der Mechanik so weit kommen konnte. Die Ideen der Menschen blieben viele Jahrhunderte durch in den Fesseln ihrer ersten, unbestimmten und unwissenschaftlichen Ansichten gefangen.

Wir wollen nur einige von diesen dunklen und unrichtigen Ansichten aus derjenigen Periode anführen, in welcher wir nun angekommen sind.

Bereits oben wurde des Unterschiedes zwischen der natürlichen und der gewaltsamen Bewegung erwähnt, den die griechischen Schulphilosophen aufgestellt hatten, so wie der Behauptung derselben, daß die himmlischen Körper in demselben Verhältnisse geschwinde fallen, in welchem ihr Gewicht größer ist. Diese Lehren wurden auch lange nach ihnen beibehalten, aber die Ansichten, die man damit verband, wurden immer mehr fehlerhaft und unrichtig, da keiner von diesen Nachfolgern der Grie-

chen mit Bestimmtheit auf eine Kraft, als Ursache der Bewegung, hinwies, und da es auch keinem derselben einfiel, das, was Bewegung hervorbringt, von dem zu unterscheiden, was eine schon bestehende Bewegung erhält. Daher konnte auch alles Nachdenken über solche Bordersätze zu keinem eigentlichen Fortschritt der Erkenntniß führen, obschon es an Versuchen nicht fehlte, jene Sätze auf die Bewegungen der irdischen sowohl, als auch der himmlischen Körper anzuwenden.

Die Erscheinung, welche uns die Bewegung der Körper auf schiefen Ebenen darbietet, war eine der ersten und wichtigsten, in welcher die Neueren ihre Kräfte versuchten. Man fand bald, daß ein Körper auf einer solchen Ebene durch eine Kraft oder durch einen Zug zurückgehalten werden kann, die denselben Körper, im freien Zustande, nicht zurückzuhalten im Stande ist. Deshalb wurde auch die schiefe Ebene in die Liste der einfachen Maschinen aufgenommen, durch welche die Wirkung der Kraft, die man an die Körper anbringen will, vermehrt wird. Allein die Frage war: in welchem Verhältnisse wird diese Kraft bei der schiefen Ebene vermehrt? — Man sah bald, daß die Kraft, die den Körper auf der Ebene erhält, desto kleiner ist, je kleiner die Neigung dieser Ebene gegen den Horizont ist. Cardanus¹⁾

1) Cardan, Hieronymus, im Jahr 1501 zu Parma geboren, wo er auch an der Universität seine erste Bildung erhielt, und in seinem 22sten Jahre als Professor der Geometrie daselbst angestellt wurde. Im Jahr 1525 wurde er Doctor der Medizin in Padua, und lehrte seitdem an verschiedenen Universitäten Oberitaliens bald Mathematik, bald Medizin. Von seinen zwei Söhnen wurde der eine hingerichtet, weil er sein Weib vergiftet hatte, und der andere wurde seiner schlechten Aufführung wegen von seinem Vater enterbt. — Seine äußerst zahlreichen Schriften, deren er selbst 126 aufzählt, wurden größtentheils von Sponius gesammelt, und 1663 zu Lyon in zehn Foliobänden herausgegeben; sie verbreiten sich über Astrologie, Mathematik, Medizin, Moral, und ihr Verfasser erscheint darin als ein excentrisches Genie voll von selbstgefälliger Thorheit und Mysticismus. Er rühmte sich, bloß zu dem Zwecke geboren zu sein, die Welt von ihren Irrthümern zu erlösen, und er behauptete, die griechische, lateinische, französische und spanische Sprache, jede in vierundzwanzig Stunden von einer Ausgabe des Apuleius in diesen vier Sprachen erlernt zu haben; er gab vor, seine Seele aus ihrem Körper ziehen und allein agiren lassen zu können, durch seine Träume in die Zukunft zu schauen, an der Spitze

(dessen Werk *De Proportionibus numerorum, motuum, ponderum etc.* im Jahr 1545 herauskam) behauptete, daß diese Kraft verdoppelt werden müsse, wenn der Winkel der Neigung der Ebene verdoppelt wird, und so fort für andere Neigungen. Allein das war offenbar nur eine Muthmaßung von Cardan, und eine ganz falsche dazu. — Der Marquis Guido Ubaldi, von Marchmont, publicirte im Jahr 1577 zu Pesaro sein Werk (*Mechanicorum Liber*), in welchem er sich viele Mühe gibt, zu zeigen, daß ein spitzer Keil einen größern mechanischen Effect haben müsse, als ein stumpfer, aber er sagt nichts von dem Verhältniß, das dabei statthaben soll. Es hat, setzt er blos hinzu, „ein gewisses Widerstreben“ statt, zwischen der Richtung, in welcher der Keil den ihm entgegenstehenden Körper fortreiben muß, und derjenigen, in welcher er in der That fortgehen will. Weiter erkennt er auch richtig, daß der Keil und die schiefe Ebene in ihrem Prinzip zusammen gehören. Er verweist sogar auf die Schraube, als auf denselben Gründen mit jenen beiden beruhend. Aber die eigentlichen Verhältnisse, unter welchen sie alle wirken, konnte er doch nicht angeben. — Benedetti (1585), behandelt die Lehre von dem Keil auf eine andere Weise, die zwar auch nicht richtig ist, aber dem ungeachtet schon eine dunkle Ahnung von Kraft und andern mechanischen Begriffen verräth. — Michael Barro, dessen *Tractatus de motu* im Jahr 1584 zu Genua erschien, leitet die Lehre von dem Keil aus der Zu-

aller Geisterseher zu stehen u. s. w. Als Arzt, in praktischer sowohl als auch in theoretischer Beziehung durch seine Schriften, war sein Ruf durch ganz Europa verbreitet. Jetzt ist er, als solcher, ganz vergessen, aber seine Verdienste um die Mathematik werden noch immer rühmlich erwähnt. In seiner *Ars magna* (Nürnberg 1545) trägt er seine Auflösung der kubischen Gleichungen vor, wegen der er mit Tartaglia in heftigen Streit gerieth, der dieselbe Auflösung schon früher gefunden und dem Cardan mitgetheilt hatte. Cardan war auch der erste, der den wahren Begriff der negativen Wurzeln der Gleichungen aufgefaßt hat. Immerhin zeigt dieses Werk, daß er ein sehr vorzügliches mathematisches Talent besaß. Man sagt, daß der wunderliche Mann, der sich schon durch seine von allem Gewöhnlichen abweichende Kleidung als ein Sonderling verrieth, im Jahr 1576 den freiwilligen Hungertod gestorben sei, blos um die astrologische Vorhersagung seines Todestages wahr zu machen. L.

sammensetzung von zwei hypothetischen Bewegungen ab, und zwar auf eine Weise, die manchem unserer Leser schon als eine Antizipation der Lehre von der Zerlegung der Kräfte erscheinen mag.

Noch hat man eine andere Schrift dieser Art, die schon im sechszehnten Jahrhundert mehrere Auflagen erlebt hat, und die diesen Gegenstand nahe auf dieselbe Weise, wie Varro, behandelt. Man hat ²⁾ die, wie mich dünkt, sehr ungegründete Vermuthung aufgestellt, als ob diese Schrift das wahre Prinzip der Bewegung enthalte. Dieses Werk (*De Ponderositate*) ist von Jordanus Nemorarius. Die Zeit und die Geschichte dieses Schriftstellers ist wahrscheinlich schon im sechszehnten Jahrhundert nicht mehr bekannt gewesen, da Benedetti, der im Jahr 1599 einige Irrthümer des Tartalea ³⁾ verbessern will, sagt, daß dieselben von einem „*Jordano quodam antiquo*“ genommen seien. Das Buch war wahrscheinlich ein für den öffentlichen Unterricht bestimmtes, und damals schon sehr im Gebrauche. Denn in einer zu Frankfurt im Jahr 1533 gedruckten Auflage desselben heißt es: *Cum gratia et privilegio Imperiali, Petro Apiano* ⁴⁾ *mathematico In-*

2) Drinkwater's *Life of Galileo*, in dem *Lib. of useful Knowledge*, S. 83.

3) Tartalea oder Tartaglia, Nicolaus, von Brescia, Professor der Mathematik in Venedig, Entdecker der Auflösung der kubischen Gleichungen und einer der ersten Bearbeiter der wissenschaftl. Artillerie. Man sehe dessen Werke: *Di numeri e mesure*. Vened. 1551. Fol., und *Questi ed inventioni diverse*. 1538. Seine gesammten Werke sind 1606 zu Venedig erschienen. Er starb im Jahr 1557. L.

4) Apianus, Peter (oder Bienewitz), geboren 1495 zu Leisniz in Meissen, Professor der Mathematik zu Ingolstadt. Kaiser Karl V., der ihn sehr achtete, erhob ihn in die Reichsritterschaft und schenkte ihm 3000 Goldstücke. Sein vorzüglichstes Werk ist das *Astronomicum Caesareum*, Ingolstadt, 1540, in gr. Fol., dem Kaiser Karl V. und Ferdinand I. gewidmet. Er sucht in demselben den bisherigen astronomischen Rechnungen und Tafeln durch eigene Instrumente abzuhefeln, um dadurch für jede Zeit die Stellung der Planeten, die Phasen des Mondes, die Umstände der Verfinsterungen u. s. w. auf mechanische Weise zu bestimmen. Der Einfall ist unglücklich, weil er unausführbar ist, aber seine Versuche, das Ziel auf solchem Wege zu erreichen, zeigen von mechanischem Talent, von Scharfsinn und großem Fleiße, welchen aber Kepler mit Recht *industriam miserabilem* nennt. In dem zweiten Theile

golstadiano ad XXX annos concessio. Allein diese Ausgabe enthält nichts von der schiefen Ebene. Wenn nun auch einige Kompilatoren dieses Werks in unbestimmten Worten etwas dergleichen, wie eine verkehrte Proportion des Gewichts und der Geschwindigkeit, hingeschrieben haben mögen, so wußten sie doch zu jener Zeit noch keine Anwendung dieses Satzes auf die schiefe Ebene zu machen, und sie waren auch nicht im Stande, einen verständigen Grund davon anzugeben. In der Ausgabe, Venedig 1565, aber wird eine solche Anwendung in der That versucht. Allein die ganze Schlußreihe ist auf die Annahme des Aristoteles gegründet, „daß die Körper desto schneller fallen, je „größer ihr Gewicht ist.“ Diesem Prinzip werden noch einige andere beigefügt, als z. B. „daß ein Körper in demselben Verhältniß schwerer ist, je mehr er in direkter Richtung gegen den „Mittelpunkt fortgeht.“ Mit Hülfe dieser Prinzipien wird die „absteigende Kraft“ der Körper auf geneigten Ebenen mit einer andern Erscheinung verglichen, die, wenn sie überhaupt als ein Beweis gelten soll, ein wahrhaft sonderbares Beispiel eines ver-

dieses Werkes theilt er auch die Einrichtung eines von ihm erfundenen Instruments mit, um alle sphärischen Dreiecke ohne Rechnung aufzulösen. Derselbe Theil enthält auch seine Beobachtungen von fünf verschiedenen Kometen. Er soll der erste gewesen sein, der die Bemerkung machte, daß die Schweife der Kometen stets von der Sonne abgewendet und in der Richtung des Radius Vectors dieser Himmelskörper liegen. — In seiner *Cosmographia*, Landshut 1524, schlug er bereits die Beobachtungen des Mondes zur Bestimmung der geographischen Länge vor, indem er zu diesem Zweck die Entfernung des Mondes von einem der Ekliptik nahen Fixsterne zu beobachten rieth. Er starb am 21. April 1551 zu Ingolstadt. Das Verzeichniß seiner Werke sieht man in Vossius *De scientiis mathematicis*; in Montucla's *Hist. des mathématiques*, I. S. 623, und am umständlichsten in Kästner's *Geschichte der Mathematik*, II. S. 548. Sein Sohn Philipp folgte ihm als Professor der Mathematik in Ingolstadt, aber er mußte im Jahr 1568 dieser Stelle entsagen, da er zu der protestantischen Religion übertrat. Auch er genoß die Gunst des Kaisers Maximilian II. und zeichnete sich durch mehrere zu seiner Zeit geschätzte Schriften über Geographie, Medizin und Optik aus. Für seine Beschreibung Baierns erhielt er von dem Herzog Albert von Baiern 2000 Goldthaler. Er starb als Lehrer der Mathematik in Tübingen im Jahr 1589 in einem Alter von 58 Jahren.

wirren und fehlerhaften Schlusses abgeben kann. Wenn zwei Körper auf zwei geneigten Ebenen, wie z. B. auf den beiden Seiten eines Daches sich bewegen, und durch eine über die Schneide dieses Daches gehende Schnur verbunden sind, so wird der eine dieser Körper so viel fallen, als der andere steigt; aber auf der schieferen (dem Horizonte näheren) Ebene wird die vertikale Bewegung in demselben Verhältniß geringer sein, als diese Ebene länger ist, denn die andere. Demnach wird, nach dem Prinzip des Aristoteles, das Gewicht des auf der schiefen Ebene sich bewegenden Körpers kleiner sein, als das des andern Körpers, und, um die Gleichheit der Wirkungen zu erhalten, wird jener Körper in demselben Verhältnisse größer sein müssen. — Man sieht, daß das Aristotelische Prinzip nicht nur unrichtig, sondern hier auch noch mißverstanden ist, denn der wahre Sinn dieses Prinzips ist, daß freifallende Körper sich desto schneller bewegen, je größer ihr Gewicht ist; hier aber wird diese Regel auf einen Fall angewendet, wo die Körper durch eine ihrer natürlichen Schwere fremde, oder doch durch eine modifizierte Schwere bewegt werden. Das Prinzip wurde von den Peripatetikern nur für wirkliche oder aktuelle Geschwindigkeiten aufgestellt, und Jordanus wendet ihn hier ohne Weiteres auch auf virtuelle Geschwindigkeiten an; er unterscheidet nicht zwischen dem Weg, den der Körper auf der schiefen Ebene zurücklegt, und demjenigen, der ihm in vertikaler Richtung entspricht, noch bedenkt er, ob die „absteigende Kraft“ des Körpers von seinem Gewichte verschieden ist, oder nicht. Wenn man ihn fragen könnte, auf welche bestimmte Fälle seine Schlüsse angewendet werden können, und auf welche nicht, so würde er ohne Zweifel keine genügende Antwort geben, da ihm der Grundbegriff von „Kraft und Druck“ noch fehlte, auf denen allein eine wahre Erkenntniß in diesen Dingen beruht. Der ganze Beweis des Jordanus ist ein Beispiel der Gedankenverirrung seines Zeitalters, und nichts weiter. Er setzte noch eben so gut die Hülfe eines Mannes von höheren Talenten voraus, welcher dem Gegenstande eine wahre wissenschaftliche Begründung gibt, als die Kenntniß des Aristoteles, von dem Verhältnisse der Gewichte an dem Hebel, die Nothwendigkeit des Archimedischen Beweises dieses Satzes vorausgesetzt hat.

Wir können uns daher nicht verwundern, daß, obschon die-

ses sogenannte Theorem von vielen Schriftstellern, wie z. B. von Tartalea in seinen *Quesiti et Inventioni Diversi* von dem Jahre 1554, nachgeschrieben wurde, doch in diesem Theile der Mechanik durchaus kein wahrer Fortgang zu bemerken ist. Guido Ubaldi, der im Jahr 1577 auf eine Weise schrieb, die wohl zeigte, daß er den Gegenstand für seine Zeit gut aufgefaßt hatte, bezieht sich doch auf die Auflösung des Pappus bei dem Problem der schiefen Ebene, aber er nennt weder Jordanus, noch Tartalea. Ueberhaupt wurde kein Schritt vorwärts gemacht, bis die Mathematiker den eigentlichen Begriff des Drucks, als einer das Gleichgewicht erzeugenden Kraft, wieder aufgenommen hatten, welchen Archimedes besaß, und welcher erst im Stevinus wieder auflebte.

Die Eigenschaften des Hebels waren den Mathematikern immer bekannt, obschon in der dunkeln Zeit des Mittelalters die Vortrefflichkeit des Archimedischen Beweises nicht eingesehen wurde. Es war daher nicht zu verwundern, wenn Schlüsse, ähnlich denen des Jordanus, auch auf den Hebel mit scheinbarem Erfolge angewendet wurden. Die Schriftsteller über Mechanik waren, wie wir gesehen haben, so schwankend in ihrer Logobädalie, daß sie alles beweisen mochten, was sie einmal als wahr anerkannten. — Wir wollen nun zu dem Anfang des wahren Fortschritts der Mechanik in den neuern Zeiten übergehen.

Zweiter Abschnitt.

Wiederaufleben der wissenschaftlichen Ideen des Drucks —
Stevinus. — Gleichgewicht schiefer Kräfte.

Die Lehre von dem Schwerpunkte war derjenige Theil der Archimedischen Entdeckungen, welchen seine Nachfolger noch am meisten kultivirten. Pappus ⁵⁾ und andere, unter den Alten,

5) Pappus lebte gegen das Ende des vierten Jahrhunderts zu Alexandrien, und ist vorzüglich durch seine „Mathematischen Sammlungen“ bekannt, Pesaro 1588 und Bologna 1660, die Auszüge aus andern, größtentheils für uns verlorenen mathematischen Werken der Griechen enthalten. Er hatte der erste die sinnreiche Idee, die Bewegung des Schwerpunkts zur Bestimmung der Oberfläche und des Volums der Körper zu benutzen, die später unter dem Namen der Cul-

lösten mehrere hieher gehörigen Probleme auf, und Commandinus *) schrieb im Jahr 1565 sein Werk *De Centro Gravitatis*

dinischen Regel allgemein bekannt wurde, wovon später. — Commandinus gab die erste lateinische Uebersetzung dieses Werkes, das aber unvollständig ist. Von den acht Büchern desselben sind nur die fünf letzten gerettet worden, und dem dritten fehlt der Anfang. Die zwei ersten verloren gegangenen Bücher enthielten die Arithmetik der Griechen, mit den Bereicherungen, welche diese Wissenschaft von Archimedes und Apollonius erhalten haben soll. Pappus kommentirte auch einige Bücher des *Almagest*'s von Ptolemäus, aber er scheint weniger Astronom, als Geometer gewesen zu sein. Unter den verlornen Werken desselben bedauert man vorzüglich seine „Geographie“, von welcher wir nur mehr ein Bruchstück einer lateinischen Uebersetzung aus dem Armenischen besitzen. — Die erwähnte Guldinische Regel hat der Jesuit Guldin in seinem Werke „*De Centro Gravitatis*“ mitgetheilt, dessen erster Theil zu Wien 1635, und der Rest 1640 erschienen ist. Guldin hatte den Pappus, wie man aus dieser seiner Schrift sieht, sehr eifrig gelesen, und wollte von der hier in Rede stehenden Proposition der Griechen einen Beweis geben, der aber sehr mißlungen ist. Cavalleri, gegen dessen *Methodus Indivisibilium* Guldin aufgetreten war, gab aber durch Hülfe dieser Methode den ersten eigentlichen Beweis jenes Satzes. Guldin war 1577 in St. Gallen als Protestant geboren und ging 1597 zur katholischen Kirche über. Er war Professor der Mathematik zu Grätz und später zu Wien. Wir haben von ihm noch mehrere unbedeutende Schriften, besonders über den Gregorianischen Kalender gegen Calvisius und Scaliger, ferner über die Präzession der Nachtgleichen, über die Art, bei einer Schifffahrt zu den Antipoden die Tage zu zählen u. dergl. L.

6) Commandino, Friedrich, ein vorzüglich durch seine Uebersetzungen alter griechischer Mathematiker berühmter Italiäner, geboren zu Urbino 1509. Er war zuerst geheimer Kämmerer bei Clemens VII., und verließ nach dessen Tode Rom, um zu Padua die griechische Sprache und die Medizin zu studiren. Später widmete er sich ganz der Mathematik, und wurde als Lehrer derselben bei dem Herzog von Urbino nach Verona berufen. Er starb zu Verona 1575. Seine Hauptverdienste bestehen in seinen Uebersetzungen und Kommentaren der griechischen Mathematiker. Seine vorzüglichsten hieher gehörenden Schriften sind: *Archimedis opera*, Vened. 1558; *Ptolemæi planisphærium*, Vened. 1558; *Ptolemæi de analemmate liber*, Rom. 1562; *Archimedes, de iis quæ vehuntur in aqua*, Bonon. 1568; *Apollonii Pergæi Conicorum libri IV una cum Panni Lemmatibus etc.*, Bon. 1566; *Machometes Bagdedinus de superficierum divisionibus*, Pesaro 1570; *Euclidis Elementa*, Pesaro 1572, und italiänisch von demselben, Urbino 1575; *Aristarchus, de magnitudine ac distantia*

Solidorum. Solche Abhandlungen enthielten meistens nur mathematische Folgerungen des Archimedischen Problems. Indes behielt man doch auch den festen Begriff der mechanischen Eigenschaft des Schwerpunktes bei, nach welchem nemlich das Gewicht des ganzen Körpers in diesem Punkte vereinigt gedacht werden kann, ohne dadurch das mechanische Resultat zu ändern; ein Begriff, der mit unsern Grundideen der mechanischen Wirkung innig verbunden ist. Ein solches Prinzip setzt uns in den Stand, die Resultate von gar manchen mechanischen Vorrichtungen zu bestimmen. Wenn z. B. ein Mathematiker unserer Tage gefragt würde, ob man einem festen Körper eine solche Gestalt geben könne, daß er, auf eine horizontale Ebene gebracht, bloß durch die Wirkung seines eigenen Gewichts immerwährend fortrollen müßte, so wird er diese Frage verneinen und sagen, daß der Schwerpunkt des Körpers seinen tiefsten Punkt suchen, und wenn er ihn gefunden, in Ruhe bleiben wird. Und bei einem solchen Schlusse wird er auf keine weiteren Beweise von der Unmöglichkeit einer immerwährenden Bewegung eingehen, die man aus späteren Prinzipien abgeleitet hat, sondern er würde die Frage auf gewisse Grundsätze zurückführen, welche, sie mögen nun Axiome sein oder nicht, doch stets unsere mechanischen Conceptionen begleiten.

Ganz ebenso würde Stevinus ⁷⁾, von Brügge, als er im

solis, Pesaro 1572; Pappi Alexandrini Collectiones mathematicæ, Pesaro 1588. Von mehreren dieser Schriften war der griechische Text damals schon ganz verloren, und Commandino mußte sich mit einigen alten, fehlerhaften lateinischen Verbesserungen aus dem Arabischen behelfen. Viele dieser Uebersetzungen des Commandino gelten noch jezt für die besten, die wir haben, besonders die der Elemente Euklids. Außer diesen, mit meistens sehr guten Kommentaren versehenen Uebersetzungen der griechischen Mathematiker, schrieb er auch eigene Werke, von denen wir hier nur die zwei folgenden nennen: *Horologiorum descriptio*, Rom. 1562; und *De centro gravitatis solidorum*, Bonon. 1565. L.

7) Stevin oder Stevinus (Simon), geboren in Brügge um die Mitte des sechzehnten Jahrhunderts, war einer der ersten Begründer der neuen wissenschaftlichen Mechanik. Er lebte größtentheils in Holland, wo er anfangs Erzieher des Prinzen Moriz von Oranien und später Oberaufseher der Deichbauten des Landes war, und sich auch um die Nautik und den Festungsbau große Verdienste erwarb. Seine übrigen

Jahr 1586 seine *Beghinselen der Waagheconst* (Prinzipien des Gleichgewichts) herausgab, wenn er gefragt worden wäre, warum eine Kette, über einen dreieckigen Balken aufgehängt, sich nicht, wie er auch behauptete, bloß durch die Wirkung ihres eigenen Gewichts immer fort bewegen kann, ohne Zweifel geantwortet haben, daß dieses Gewicht der Kette, wenn es überhaupt eine Bewegung hervorbringt, bloß ein Bestreben äußern kann, diese Kette in eine bestimmte Lage zu bringen, und daß sie, wann sie einmal diese Lage erreicht hat, sich nicht mehr weiter bewegen würde. Auf diese Weise würde er die Unmöglichkeit eines *Mobile perpetuum* auf den Begriff der Schwere, als einer Gleichgewicht erzeugenden Kraft, das heißt, auf ein vollkommen richtiges Prinzip zurückgeführt haben.

Auf dasselbe Prinzip, so angewendet, baute auch Stevinus die Grundeigenschaft der schiefen Ebene. Er nahm eine Kette an, mit vierzehn gleich großen Kugeln in gleichen Zwischenräumen belastet, hängend über einem dreiseitigen Balken, dessen Basis horizontal ist. Die zwei andern Seiten, die sich in ihrer Länge wie zwei zu eins verhielten, trugen die eine vier und die andere zwei Kugeln. Er zeigte, daß die Kette in dieser Lage in

Lebensverhältnisse und sein Sterbejahr ist unbekannt, da Weidler (*Hist. Astron.* p. 410) und Montucla (*Hist. de Mathem.* II. p. 179), die ihn 1633 in Leyden sterben lassen, ihn offenbar mit Albert Girard, dem Uebersetzer seiner Werke, verwechseln. Stevin erkannte der erste das wahre Verhältniß der Kraft zur Last bei der schiefen Ebene, das er, eben so genau als allgemein, für alle besondere Fälle bestimmte. Seine vorzüglichsten Werke sind: *Praktische Arithmetik*, Antwerpen 1585; *Problematum geometricorum libri V.* Ibid. 1585; *Prinzipien der Statik und Hydrostatik*, Leyden 1586; *Neues Fortifikationsystem*, ibid. 1589; *Libri tres de motu coeli*, ibid. 1589; *Abhandlungen über die Schifffahrt*, ibid. 1599; die oben erwähnten *Beghinselen der Wagkonst*, 1596; *Wiskonstighe Gedachtenissen*, Leyden 1601; *Hypomnemata mathematica*, Leiden 1605. — Stevin's Werke wurden gesammelt und zu Leyden 1605 in zwei Folioebänden herausgegeben. Willebord Snellius hat den größten Theil derselben in die lateinische Sprache unter dem Titel übersetzt: *Hypomnemata, id est de cosmographia, de praxi geometrica, de statica, de optica etc.*, aber er konnte sein Werk nicht vollenden. Alb. Girard hat Stevin's Schriften in das Französische übersetzt, Leyden 1634 in Fol. Stevin's Porträt ist eines von denen, das die Stadtbibliothek von Leyden ziert. L.

Ruhe bleiben müsse, weil nämlich jede Bewegung derselben sie auf dieselbe Lage wieder zurückführen würde; daß der andere, mit den übrigen acht Kugeln beladene Theil der Kette immerhin ganz weggenommen werden könnte, ohne das Gleichgewicht zu stören, und daß daher vier Kugeln auf der längern Fläche jene zwei auf der kürzern ebenfalls im Gleichgewicht erhalten, das heißt: daß die Gewichte sich wie die Längen dieser Flächen verhalten.

Stevinus bestätigte seine feste Ueberzeugung von der Wahrheit dieses Prinzips, indem er aus ihm die Wirkung der Kräfte mit schiefen Richtungen jeder Art ableitete, oder mit andern Worten: er zeigte seine Fähigkeit, auf diesem Prinzip eine vollständige Lehre des Gleichgewichts zu erbauen. Auf dieser Basis hätte man, ohne irgend eine andere Beihülfe, die mathematische Wissenschaft der Statik selbst bis zu dem Grade der Vollendung errichten können, welche sie jetzt erreicht hat. Die eigentliche Genesis dieser Wissenschaft war hiemit geendet, aber noch erübrigte die mathematische Entwicklung und Erweiterung derselben.

Die gleichzeitige Ausbildung der andern mechanischen Zweige der Lehre von der Bewegung, kreuzte sich jedoch mit diesem unabhängigen Fortschritte der Statik. Indem wir aber nun zu jener ersten zurückkehren, müssen wir bemerken, daß sich besonders über die Zusammensetzung der Kräfte mehrere wahre Ansichten um dieselbe Zeit zu verbreiten angefangen hatten. Der *Tractatus de Motu* des Michael Varro von Genf, dessen wir bereits oben erwähnten, und der im Jahr 1584 erschien, stellte bereits den Satz auf, daß Kräfte, die an den Seiten eines rechtwinklichten Dreiecks sich im Gleichgewichte halten, diesen Seiten proportionirt sind; und obschon diese Behauptung nicht aus einer bestimmten Idee des Drucks hervorgegangen zu sein scheint, so wußte der Verfasser doch daraus auf ganz richtige Weise die Eigenschaften des Keils und der Schraube abzuleiten. Bald darauf erbaute auch Galilei dieselben Resultate auf ganz andere Prinzipien. In seiner Abhandlung *Delle Scienze Mechaniche*, die 1592 erschien, bezieht er die schiefe Ebene auf den Hebel auf eine sehr befriedigende Weise, indem er sich den Hebel so gestellt denkt, daß die Bewegung eines Körpers an dem Ende des einen Hebelarmes dieselbe Richtung habe, wie auf der schiefen

Ebene. Mit einer leichten Modifikation dieser Darstellung kann daraus ein vollständiger Beweis des Satzes abgeleitet werden.

Dritter Abschnitt.

Eingang zur Dynamik. Versuche zur Entdeckung des ersten Gesetzes der Bewegung.

Wir haben bereits gesehen, daß Aristoteles die Bewegung in eine natürliche und gewaltsame eingetheilt hat. Cardan suchte dies zu verbessern, indem er drei Klassen von Bewegungen aufstellt.

Die willkürliche Bewegung, die gleichförmig im Kreise vor sich geht, und die den himmlischen Körpern eigen sein soll; die natürliche, die gegen das Ende schneller wird, wie z. B. die Bewegung der fallenden Körper, die in einer geraden Linie vor sich geht, weil sie eine Bewegung zu einem bestimmten Zweck ist, und weil die Natur ihren Zweck immer auf dem kürzesten Wege sucht; und endlich drittens die gewaltsame Bewegung, welche alle von jenen beiden verschiedene Bewegungen enthält. Cardan war überzeugt, daß eine solche gewaltsame Bewegung schon durch die kleinste Kraft hervorgebracht werden könne. So würde, sagt er, eine auf einer horizontalen Ebene liegende Kugel schon durch eine Kraft in Bewegung gesetzt werden, welche nur eben die Lust zu theilen im Stande ist. Aber davon suchte er irrig den Grund in der Kleinheit des Berührungspunktes⁸⁾. Aber der gemeinschaftliche Fehler aller Schriftsteller dieser Periode war, daß sie für die Bewegung eines Körpers die fortdauernde Wirkung einer Kraft als nothwendig voraussetzten, und alles das, was Kepler seine „physischen Gründe“ nannte, beruhte auf dieser Annahme. Er mühte sich ab, die Kräfte zu finden, durch welche die Bewegung der Planeten um die Sonne erzeugt werden, aber dabei ging er immer von der Voraussetzung aus, daß die Richtung dieser Kräfte in der Richtung der Bewegung selbst, also in der Tangente der von den

8) Indem er von der Kraft spricht, die ein Körper in einer schiefen Ebene aufwärts ziehen kann, setzt er hinzu, daß also auch, für eine ganz horizontale Ebene, *per communem animi sententiam*, die Kraft gleich Null sein würde.

Planeten beschriebenen Bahn liegen müsse. Diese Versuche Keplers, die in dieser Beziehung wenigstens noch so schwach und unbedeutend waren, wurden von einigen späteren Schriftstellern als der erste Keim, ja als eine förmliche Antizipation des Newton'schen Gesetzes von der allgemeinen Schwere angesehen. Allein zwischen beiden ist keine weitere Verwandtschaft, als daß in ihnen von Kräften, obschon unter ganz verschiedenen Bedeutungen dieses Worts, gesprochen wird. Keplers Kräfte waren gewisse imaginäre Eigenschaften, die in der wirklichen Bewegung der Himmelskörper zum Vorschein kamen; Newtons Kräfte aber waren Ursachen, deren Wirkungen sich in den Veränderungen dieser Bewegungen zeigten; jene trieben die Planeten in der Tangente ihrer Bahnen vorwärts, diese aber bogen sie stets von dieser Tangente ab. Wenn die Kräfte Keplers zu wirken aufhören, so steht der bewegte Körper sogleich still, während bei dem Verschwinden von Newtons Kräften der Körper fortan in einer geraden Linie ohne Ende weiter geht. Kepler vergleicht die Wirkung seiner Kraft mit der Bewegung eines Körpers, der zwischen die Flügel einer Windmühle gebracht wird; Newton aber mit der eines am Ende einer Schleuder befestigten Körpers, der durch ein Seil stets gegen den Mittelpunkt seiner Bahn gezogen wird. Newtons Kraft ist bloß eine gegenseitige Attraction der Körper, während das, was Kepler Kraft nennt, von der eigentlichen Anziehung ganz verschieden ist. Zwar erläutert er seine Ansichten oft genug durch Beispiele, die von dem Magnet genommen sind, aber er warnt zugleich seine Leser, die Kraft der Sonne nicht mit der des Magnets zu verwechseln, da jene nicht bloß attractiv, sondern auch zugleich directiv ist ⁹⁾. Mit größerm Rechte kann man Keplers Darstellung als eine Antizipation der Wirbeltheorie von Descartes, nimmermehr aber als die der dynamischen Theorie Newtons betrachten.

Diese Unklarheit der Ansicht, welche die Geometer hinderte, den Unterschied zwischen einer neu entstehenden und einer schon früher entstandenen und bloß fortdauernden Bewegung deutlich einzusehen, hinderte auch zugleich alle eigentlichen Fortschritte der Wissenschaft. Wir haben bereits oben der Schwierigkeiten erwähnt,

9) Kepler, Epitome Astron. Copern., S. 176.

in welche sich Aristoteles verwickelte, indem er die Ursache suchte, warum ein geworfener Stein, nachdem er die ihn werfende Hand verlassen, sich doch noch zu bewegen fortfahre, welche Ursache er der Luft oder irgend einem andern Medium zuschrieb, in welchem sich der Stein bewege. Tartalea, dessen *Nova Scienza* im Jahr 1551 herauskam, und der ein guter Mathematiker war, ist doch noch in den die Mechanik betreffenden Dingen ganz im Dunkeln. Eine seiner Propositionen (in der erwähnten Schrift, B. I. Prop. 3) wird mit folgenden Worten ausgedrückt: „Je mehr ein schwerer Körper von dem Anfang seiner „Bewegung sich entfernt oder je näher er dem Ende seiner gewaltsamen Bewegung kommt, desto langsamer und träger „bewegt er sich,“ welchen Satz er sofort auf die horizontal geworfenen Körper anwendet. Auf ähnliche Weise stellten sich die meisten andern mechanischen Schriftsteller dieses Zeitraums vor, daß eine Kanonenkugel so lange vorwärts geht, bis sie alle ihre positive Bewegung verliert, wo sie dann abwärts fällt. Benedetti, dessen wir schon oben gedacht haben, muß als einer der ersten betrachtet werden, welche sich diesen Irrthümern und Einfällen des Aristoteles auf eine verständige Weise widersetzten. In seinem *Speculationum Liber* (Venedig 1585) erklärt er sich gegen die Ansichten des Stagiriten mit Ausdrücken von großer Hochachtung, aber auch zugleich auf eine sehr oberflächliche Weise. Sein XXIV. Kapitel trägt die Aufschrift: „Ob dieser ausgezeichnete „Mann in Beziehung auf seine natürliche und gewaltsame Bewegung auf dem wahren Wege war?“ Er führt dann den oben erwähnten Grund desselben an, daß der geworfene Stein durch die Luft getrieben werde, und setzt hinzu: „daß der Stein „durch die Luft mehr gehindert als angetrieben werden müsse¹⁰⁾, „und daß die Bewegung des Steins, nachdem er die werfende „Hand verlassen hat, von einer gewissen Impression, von der „Impetuosität (ex impetuositate) komme, die der Stein von „der ersten bewegenden Kraft (von der Hand) bekommen habe.“ Bei den natürlichen Bewegungen (der frei fallenden Körper), setzt er hinzu, wächst diese Impetuosität immer fort, weil die Ursache derselben ebenfalls immerfort währt — nämlich die

10) Benedetti, *Specul. Liber*, S. 184.

Neigung der Körper, den ihnen von der Natur angewiesenen Platz zu suchen, so daß also die Geschwindigkeit dieser Körper immer größer wird, je näher sie diesem Platze kommen. Diese Darstellung zeugt von einer Klarheit des Begriffs der accelerirenden Bewegung, die selbst Galilei erst spät sich eigen machen konnte. Ob schon Benedetti solchergestalt auf dem Wege war, das erste Gesetz der Bewegung (das Gesetz der Trägheit) zu entdecken, nach welchem alle Bewegung geradlinig und gleichförmig ist, so lange sie nicht durch äußere Kräfte verändert wird, so konnte doch dieses Prinzip nicht eher allgemein aufgefaßt, noch gehörig bewiesen werden, bis auch das andere Gesetz, durch welches die eigentliche Wirkung der Kräfte bestimmt wird, in Betrachtung gezogen wurde. Wenn also auch eine unvollständige Appréhension dieses Prinzips der Entdeckung der Gesetze der Bewegung vorausgegangen war, so muß doch die wahre Aufstellung desselben erst in die Periode, wo alle diese Gesetze selbst entdeckt wurden, das heißt, in die Periode des Galilei und seiner ersten Nachfolger gesetzt werden.

Erst nach Vollendung dieses Kapitels erhielt ich Venturini's „Essai sur les ouvrages physico-mathématiques de Léonhard da Vinci. Paris 1797,“ aus welcher Schrift ich hier das Folgende nachtrage. — Leonardo da Vinci war 1452 geboren, und starb 1519. Er war ausgezeichnet als Mathematiker, Ingenieur, als Maler, Bildhauer und als Architekt. Die folgenden kurzen Nachrichten werden zeigen, daß er in jener Zeit, der Einleitung zu den großen Entdeckungen in der Astronomie und Mechanik, keine unbedeutende Rolle gespielt hat, wenn man ihn auch nicht an Stevins Seite stellen kann, welcher lehte ohne Zweifel der erste die Wirkung eines schiefen Drucks (bei der sogenannten schiefen Fläche) richtig begriffen hat.

Leonardo zeigte um das Jahr 1510, wie ein Körper in einer spiralförmigen Curve gegen eine um ihre Achse sich drehende Kugel so herabsteigen kann, daß die scheinbare Bewegung dieses Körpers, von einem Punkt der Kugeloberfläche betrachtet, in einer geraden Linie gegen den Mittelpunkt der Kugel gerichtet ist. Er setzt hinzu, daß er dabei die sich drehende Erde im Auge hatte, und daß er dadurch die Schwierigkeiten entfernen

wollte, welche sich hier aus der Zusammensetzung der beiden Bewegungen, jenes Körpers und dieser Kugel, ergeben.

Schon im Jahr 1499 gab er eine sehr richtige Darstellung von dem Verhältniß der Kräfte in dem Falle, wo eine Schnur in schiefer Richtung auf einen mit einem Gewichte belasteten Hebel wirkt. Er unterscheidet hier zwischen dem reellen und dem potentiellen Hebel, d. h. von den zwei geraden Linien, die von dem Unterstützungspunkt des Hebels auf die schiefe Richtung der Kräfte senkrecht gezogen werden. Nichts kann richtiger und genügender zugleich sein, und diese Bemerkung Leonardo's ist ganz eben so gut, als der oben erwähnte Beweis des Stevinus. Diese Ansichten mußten aber höchst wahrscheinlich zur Zeit des Galilei schon sehr verbreitet sein, um Einfluß auf die Betrachtungen zu nehmen, die Galilei über den Hebel anstellte, und die in der That mit denen des Leonardo da Vinci viel Aehnlichkeit haben.

Auch darin kam Leonardo dem Galilei zuvor, daß er die Zeit des Herabgangs eines Körpers von einer schiefen Ebene und die Zeit des freien Falls des Körpers von demselben Anfangspunkte in dem Verhältniß der Länge und der Höhe der schiefen Ebene gefunden hat. Doch war dies wohl nur eine Vermuthung von Leonardo, da ich nicht finde, daß er diesen Satz auch bewiesen hat.

Die allgemeine Betrachtung, zu der diese Bemerkungen Anlaß geben, ist wohl die, daß die ersten wahren Ansichten von der Bewegung der Himmelskörper um die Sonne, und von der Bewegung überhaupt, seit dem Anfang des sechszehnten Jahrhunderts in den besseren Köpfen sich zu regen und zu fermentiren begannen, und daß sie allmählig Klarheit und Festigkeit schon etwas vor jener Zeit angenommen haben, wo sie öffentlich aufgestellt worden sind¹¹⁾.

11) Leonardo da Vinci, i. J. 1452 in dem Flecken Vinci bei Florenz geboren, zeichnete sich früh schon durch sein hohes Talent für Malerei, Architektur, Mathematik, Mechanik und Musik aus, und trat 1482 als Maler in des Herzogs von Mailand Dienste, wo er das berühmteste seiner Gemälde, das Abendmahl in dem Refektorium der Dominikaner von Sta. Maria delle Grazie verfertigte, das später Raphael Morghen so trefflich in Kupfer gestochen hat. Im Jahr 1500 hatte er

Zweites Kapitel.

Induktive Epoche Galilei's. Entdeckung der Gesetze der Bewegung in einfachen Fällen.

Erster Abschnitt.

Aufstellung des ersten Gesetzes oder des Gesetzes der Trägheit.

Nachdem die Mathematiker endlich einmal angefangen hatten, die Autorität des Aristoteles zu bezweifeln oder sie auch wohl ganz zu verwerfen, brauchten sie doch noch längere Zeit, zu dem Entschlusse zu kommen, die so lange festgehaltene Idee einer „natürlichen und gewaltsamen“ Bewegung für nicht weiter haltbar zu erklären. Es wollte ihnen nicht klar werden, daß die Geschwindigkeit eines in Bewegung begriffenen Körpers zu- oder abnehme, bloß in Folge der auf ihn einwirkenden Ursachen (oder Kräfte), nicht aber, wie sie bisher dachten, in Folge einer dem Körper oder der Bewegung desselben selbst inwohnenden Eigen-

den Auftrag erhalten, den großen Rathssaal zu Florenz, zugleich mit Michel Angelo, mit Gemälden zu verzieren. Im Jahr 1513 begab er sich zu Leo X. nach Rom, und von da 1515 auf Franz I. Einladung nach Frankreich. Hier starb er auch 1519 in den Armen dieses Königs, indem er sich bei dem Besuche desselben von seinem Krankenlager aufrichten wollte. Nur wenige Gemälde sind von ihm vorhanden, an die er selbst die letzte Hand gelegt hat, wovon die Schuld größtentheils seine bis in's Alter fortschreitenden Studien trugen, die ihm nicht erlaubten, sich eine längere Zeit durch auf bestimmte, mechanische Arbeiten zu beschränken. Auch war er beim Anfange einer Arbeit oft bis zum Zittern furchtsam, und mit dem Fortgange derselben stieg auch seine Unzufriedenheit damit, bis er sie, meistens noch vor der Vollendung derselben, wieder aufgab. Seine Thätigkeit verbreitete sich auch über andere Unternehmungen von oft sehr großem Umfange. So leitete er das Wasser der Adde durch einen Kanal bis nach Mailand, zog den schiffbaren Kanal von Mortesana nach dem Veltlin durch eine Strecke von 200 Miglien u. f. Er hinterließ sehr schätzbare Schriften. In seinem Trattato della pittura, Paris 1651, und Rom 1817 behandelt er die Lehren vom Lichte, vom Schatten u. f. mit tiefer Einsicht. Andere noch ungedruckte Schriften sind in der Ambrosianischen Bibliothek von Mailand. Sein Leben beschrieb Braun. Halle 1819.

schaft; und daß die immer langsamere Bewegung der geworfenen Körper (die sogenannte „gewaltsame“ Bewegung) von äußeren Einwirkungen, dem Widerstand der Luft, der Reibung u. f. herrühre, nicht aber in ihnen selbst zu suchen sei. Indes kamen sie denn doch immer so weit, zu glauben, daß diese und ähnliche äußere Einwirkungen statthaben könnten, so oft die Geschwindigkeit eines Körpers irgend eine Aenderung erleidet, und daß, ohne solche Einwirkungen, die Bewegung aller Körper gleichförmig, und geradlinig und immerdauernd sein würde.

Es ist schwer zu sagen, wer dieses Gesetz zuerst bestimmt und allgemein ausgesprochen hat. Man nahm indes die genaue oder doch die genäherte Wahrheit desselben bei der Erklärung der frei fallenden und der auf der Oberfläche der Erde geworfenen Körper, anfangs vielleicht ohne nähere Untersuchung, als ausgemacht oder als nothwendig an. In Galilei's ¹⁾ erstem

1) Galilei oder eigentlich Galileo (auch Galileo Galilei sc. filius) genannt, war am 15ten Februar 1564 zu Pisa geboren. Sein Vater war Vincentio Galilei, der sich als Theoretiker in der Musik und besonders durch sein Werk: *Dialogo della Musica antica e moderna*, Florenz 1581, bedeutenden Ruhm erworben hatte. Sein Sohn betrat in seinem neunzehnten Jahre die Universität von Pisa, wo er, nach dem Willen seiner Aeltern, sich der Medizin widmen sollte. Allein die Bekanntschaft mit Guido Ubaldi, die er bei Gelegenheit seiner ersten Versuche über eine Wasserwaage machte, entfernte ihn bald von der Arzneikunde, die er der Mathematik und der Experimentalphysik weit nachsetzte.

Seine erste Entdeckung war die des Isochronismus der Pendelschwingungen, wozu ihm die Bewegungen einer an einem langen Seile hängenden Lampe einer Kirche Gelegenheit gab. Dieser Isochronismus ist eigentlich nur genähert, und für größere Schwingungsbogen nicht mehr genau wahr. Auch waren damals die Kenntnisse Galilei's von der Kraft der Schwere, von der Zerlegung der Kräfte, von dem Widerstand der Luft u. dergl. noch viel zu unvollkommen, als daß man die Ansprüche, die später Huyghens auf diese Entdeckungen machte, nicht gern sollte gelten lassen, um so mehr, da es dem Galilei an so vielen andern glänzenden Erfindungen nicht fehlt. Er bemerkte übrigens diesen Isochronismus der Pendel bloß dadurch, daß er die Zeiten der Schwingungen jener Lampe mit seinen eigenen Pulsschlägen verglich. Da er auch bald sah, daß ein längeres Pendel langsamer schwinde, als ein kürzeres, so schlug er dieses Instrument zuerst zum Gebrauche an dem Krankenbette vor, um die Geschwindigkeit des Pulses der Kranken genauer zu bestimmen,

Versuche, das Problem der frei fallenden Körper zu lösen, führte er seine Analyse noch nicht bis zu dem Begriffe einer „Kraft“

ein Verfahren, das die Aerzte Italiens längere Zeit durch beibehalten haben.

Durch die Freundschaft Ubaldi's wurde er dem Großherzog Ferdinand I. aus dem Hause der Medici in Toskana vorgestellt, wo er im Jahr 1589 die Professur der Mathematik in Pisa mit einem übrigens nur sehr geringem Gehalte erhielt. Hier begann er sofort eine Reihe von Experimenten über die Bewegung, die aber erst spät nachher, und auch dann noch nur theilweise, bekannt gemacht wurden. Wahrscheinlich haben wir dabei nicht viel verloren, da seine in den ersten Jahren seiner Versuche angenommene Hypothese über das Verhältniß des Raumes zur Geschwindigkeit ganz unrichtig war. Indes gaben ihm dieselben Experimente bald die Ueberzeugung, daß alles das, was man bisher, besonders durch Aristoteles, über Bewegung gehört hatte, voll Zweifel und Unrichtigkeiten sei. Sich so allmählig von den Fesseln des Vorurtheils und der Autorität befreiend, wagte er sich an die Untersuchung der beiden, damals eben um den Vorrang streitenden Weltssysteme von Ptolemäus und Copernikus. Ein Mann seiner Art mußte bald für das letzte gewonnen werden, dessen Vorkämpfer und dessen erster Märtyrer er auch geworden ist.

Der vorzüglichste Irrthum, der aus den ältesten Zeiten bis in sein Jahrhundert gelangt war, war der, daß schwerere Körper auch schneller fallen, als leichte. Ein Körper von 100 Pfund sollte durch 100 Fuß in der Zeit fallen, in welcher ein Körper von einem Pfund nur durch 10 Fuß fällt. Das Experiment wurde an dem sogenannten hängenden Thurm in Pisa gemacht, und beide Körper kamen auch in der That sehr nahe in derselben Zeit an dem Fuß des Thurmes an. Die kleine Differenz, die man bemerkte, schrieb G. mit Recht dem Widerstand der Luft zu. Allein die übrigen Zeugen bei dem Versuche wurden durch diese Differenz schüchtern gemacht und sie blieben alle bei ihren früheren Ansichten. Nicht nur keine Anhänger, sondern nur Feinde hatte er sich durch diese Neuerungen gemacht, und diese Feinde benahmen sich so daß er 1592 Pisa verlassen und nach Padua flüchten mußte, wo er für sechs Jahre als Professor der Mathematik angestellt wurde. Hier erfand er eine, übrigens noch sehr unvollkommene Art von Thermometer, und hier begann auch sein lebhafter Briefwechsel mit Kepler, der erst mit seinem Tode endete. — Als er nach Verfluß jener sechs Jahre in Padua noch einmal und nun für immer angestellt wurde, verdoppelte man seine Besoldung, da in jener Zeit sein Ruhm mit der Zahl seiner Zuhörer bereits bedeutend gewachsen war. Allein nun quälte ihn eine Krank-

zurück, weshalb denn auch dieses Gesetz von ihm damals noch nicht angegeben wurde. Noch im Jahre 1604 hatte er eine

heit, die immer wieder kam und ihn auch bis an das Ende seines Lebens verfolgte. Im Jahre 1604 erschien ein neuer Stern in dem Sternbilde des Ophiuchus, den er zum Gegenstande eigener Vorlesungen machte, in welchen er sich bereits öfter und deutlicher, als ihm seine vorsichtigeren Freunde gerathen hatten, für das neue copernikanische System zu erklären wagte.

Um dieselbe Zeit beschäftigte er sich auch mit anderen Gegenständen. Gilberts Werk „Ueber die Natur der Körper“ bewog ihn, die Ansichten dieses Verfassers über die terrestrische Schwere auch zu den seinigen zu machen, und er verfertigte deshalb viele Magnete nach Gilberts Anweisung. Mit einem gewissen Capra kam er in heftigen Streit, weil dieser sich die Entdeckung des Proportionalzirkels aneignen wollte. Bald darauf machte er auf eine etwas sonderbare Weise bekannt, daß er nach einander mehrere Werke herausgeben wolle, nämlich drei Bücher über das Weltsystem, drei andere über die Bewegung, wieder drei über die Mechanik, und eben so über die Musik, die Optik, über die Sprache, über Ebbe und Fluth, über die Continuität der Materie, über die thierische Bewegung, über die Ausmessung der militärischen Lager u. s. f. Viele von diesen Werken soll er in der That verfaßt haben, aber sie wurden nach seinem Tode von seinen Verwandten auf den Rath ihres Beichtvaters unterdrückt.

Das Jahr 1609 war eines der merkwürdigsten seines Lebens, da er in demselben das erste (später nach ihm benannte Galileische) Fernrohr verfertigte. Es bestand aus einem planconvexen Objectiv und einem planconcaven Ocular. Zwar hat Jansen, ein holländischer Optiker, und wohl auch noch einige andere vor Galilei, Mikroskope, und vielleicht auch unvollkommene Teleskope verfertigt, aber die Erfindung des eigentlichen astronomischen Teleskops können sie doch für sich selbst nicht in Anspruch nehmen, da ihre Instrumente mehr zu Spielzeugen, zur Unterhaltung ohne höheren Werth bestimmt waren, und da es ihnen gar nicht in den Sinn kam, dieselbe auf den Himmel oder sonst zu einem wissenschaftlichen Zweck anzuwenden, wozu diese höchst unvollkommenen Werkzeuge auch wohl nicht geeignet sein konnten. Wie aber auch immer die eigentliche Entdeckung des Fernrohrs vielleicht später noch entschieden werden mag, die Anwendung desselben auf den Himmel gehört unbestritten dem Galilei. Er legte sein erstes Fernrohr dem Doge von Venedig vor, und dieser bestätigte, zum Zeichen seiner Anerkennung, die bisher nur provisorische Lehrerstelle Galilei's an der Universität zu Padua auf seine Lebenszeit mit dem größten Gehalte, den bis zu dieser

offenbar falsche Vorstellung von dem Gegenstande, und wir wissen nicht genau, wann er auf die wahre geleitet wurde, die er im

Zeit irgend einer der mathematischen Professoren erhalten hatte, nämlich mit 1000 Goldgulden jährlich.

In kurzer Zeit darauf verfertigte er noch ein zweites, bedeutend besseres Fernrohr von derselben Construction, und mit diesem lezten machte er eigentlich seine berühmten astronomischen Entdeckungen. Er sah der erste damit die Berge und Thäler des Mondes; er erkannte durch die Reflexion des Lichts in den dunkeln Stellen des Mondes, daß dies sein Licht nur von der Sonne geborgt sei; daß die erwähnten Berge auf der Oberfläche des Mondes verhältnißmäßig viel größer seien, als die der Erde; daß der Mond beständig dieselbe Hälfte seiner kugelförmigen Gestalt der Erde zuwende, und daß uns daher die andere Hälfte stets unsichtbar sei u. s. w. Selbst die Librationen dieses Gestirns erkannte er sehr deutlich, obschon er keine genügende Erklärung derselben zu geben im Stande war.

Von dem Monde wendete er sein Fernrohr zu andern Gegenständen des Himmels, und zwar zuerst zu verschiedenen Theilen der Milchstraße, wo er sah, daß der lichte Schimmer derselben von einer unzählbaren Menge von Fixsternen entsteht, die daselbst enge zusammen gedrängt erschienen.

Bald darauf verkündigte ihm der Planet Jupiter neue, noch größere Wunder. Er erkannte gleich anfangs, am 7ten Januar 1610, drei kleine Sternchen, die ganz nahe in einer geraden Linie standen. Noch in derselben Nacht bemerkte er auch die Bewegung von zweien derselben, und er stand nicht an, sie für die Satelliten dieses Planeten zu erklären. Bald darauf entdeckte er auch den vierten dieser Jupiters-Monde. Es ist merkwürdig, daß er schon in dem Entdeckungsjahr dieser Monde ihre hohe Brauchbarkeit zur Bestimmung der geographischen Länge richtig erkannte. Er trug diese Idee dem Könige von Spanien vor, der die größte Seemacht jener Zeit besaß. Aber der Werth derselben wurde nicht erkannt, konnte auch wohl, da man noch keine verlässlichen Seeuhren hatte, damals noch nicht wohl praktisch ausgeführt werden. Uebrigens wurden diese seine wichtigen und höchst interessanten Entdeckungen anfangs nur mit Sträuben oder auch gar nicht aufgenommen. Einige gaben diese Erscheinungen nur für Trugbilder, für optische Täuschungen aus, die das Fernrohr erzeugt hätte; ein gewisser Horky schrieb gegen ihn ein Buch, in welchem er behauptete, sein eigenes Fernrohr auch auf alle diese Gegenstände des Himmels gerichtet, aber nichts von dem gesehen zu haben, was Galilei vorgegeben hätte; wieder ein anderer erklärte ihn für einen eiteln Thoren, für den die Natur sich

Jahr 1638 in seinen Discorsen bekannt gemacht hat. Zu dem dritten dieser Gespräche gibt er das Beispiel von einem in ein

herablassen sollte, dem Jupiter vier Monde zu geben, blos damit Galilei, (der diese Monde zu Ehren des Medici, seines Gönners, die medicinischen Gestirne genannt wissen wollte) seinem Beschützer schmeicheln könnte. Bald darauf hatte ein anderer seiner Gegner fünf, und ein zweiter sogar im Jahr 1610 neun solcher Satelliten um Jupiter gesehen, und daran Gelegenheit genommen, sich über die Kurzsichtigkeit Galilei's lustig zu machen u. s. w.

Indem er sein Fernrohr weiter auf den Saturnus wendete, erkannte er, daß er an zwei einander entgegen stehenden Seiten mit noch zwei anderen kleinen Planeten verbunden sei. Für solche hielt er nämlich die beiden fernestehenden Enden des Rings. Er machte diese Entdeckung zuerst nur mit versetzten Buchstaben bekannt, die, gehörig zusammengestellt, den Satz enthielten:

Altissimum Planetam tergeminum observavi.

(Ich sah den äußersten Planeten dreifach).

Es ist merkwürdig daß der Scharfsinn Galilei's die wahre, dieser Erscheinung zu Grunde liegende Gestalt des Saturnus nicht errathen konnte, obschon einige Jahre darauf (wegen der veränderten Lage des Rings) jene zwei Seitenplaneten für einige Zeit verschwunden waren. Diese Entdeckung war seinem großen Nachfolger Huyghens aufbehalten, da Galilei's Fernrohr doch wohl zu schwach dafür sein mußte.

Von seiner Entdeckung der Lichtgestalten der Venus und der Sonnenflecken ist bereits oben im Texte gesprochen worden, so wie auch von seiner Verurtheilung in Rom im ersten Bande das Vorzüglichste mitgetheilt worden ist. Wir tragen dazu nur noch folgende nähere Umstände nach. — Sein erster und eigentlicher Ankläger war Caccini im Jahr 1615. Aber Galilei vertheidigte sich so gut, daß er als schuldlos entlassen wurde. Im März 1616 hatte er eine Audienz bei Paul V., der ihm ungestörten Frieden versprach, wenn er das copernikanische System nicht weiter öffentlich lehren würde. Galilei zog sich sodann nach Florenz zurück. Später wurde er wieder Urban VIII. in Rom vorgestellt und von ihm sehr gütig aufgenommen. Im Jahre 1632 endigte er sein Werk: „Dialogen über das Ptolemäische und Copernikanische System,“ in welchen drei fingirte Personen auftraten: Salviati, ein Copernikaner, Sagredo, ein Zwischenredner, und Simplicio ein Ptolemäer, welcher lehte von den beiden ersten durch Scherz und Ernst in die Enge getrieben wird. Gegen dieses Werk erhoben sich sogleich mehrere Aristoteliker, am heftigsten aber Scipione Chiaramonti, Professor der Philosophie zu Padua. Urban VIII.

Gefäß eingeschlossenen Wasser, um dadurch zu beweisen, daß die kreisförmige Bewegung eine Neigung in sich habe, immerfort zu dauern. Und in seinem ersten Dialog, über das Copernikanische System ²⁾, der im Jahr 1630 erschien, behauptet er noch, daß die kreisförmige Bewegung allein eine ihrer Natur nach gleichförmige sei, und hier behält er die Aristotelische Distinktion, zwischen natürlicher und gewaltsamer Bewegung, noch bei. In den oben erwähnten, im Jahr 1638 herausgekommenen Dialogen über Mechanik aber, (die jedoch offenbar schon vor diesem Jahre geschrieben waren), gibt er, in seiner Lehre von den geworfenen

glaubte überdies in den Gegenreden Simplicio's einige seiner eigenen früheren Aeußerungen gegen Galilei wieder zu erkennen, und wurde dadurch gegen den letzten aufgeregt. In Folge dieses Schwürnisses wurde Galilei, ein siebenzigjähriger und sehr kränklicher Mann, nach Rom citirt, wo er aber nicht in dem Gefängnisse, sondern in dem Palast des Nicolini, des Gesandten von Toskana, angenehm wohnte. Am 20sten Juni 1632 wurde er vor Gericht citirt und schwor daselbst am 23sten Juni 1633 seine frühere Meinung über das neue Weltssystem ab. Im Jahre 1634 erhielt er die Erlaubniß, nach Arcetri zurückzukehren, und auch zuweilen nach Florenz zu gehen, doch unter beständiger Aufsicht seiner früheren Richter. In demselben Jahre hatte er auch seine Tochter, die er sehr liebte, durch den Tod verloren. Im Jahre 1636 wurde er an beiden Augen blind, und um dieselbe Zeit vollendete er auch seine „Dialogen über die Bewegung,“ die aber, aus Furcht vor seinen Verfolgern, in Italien keinen Verleger fanden, bis sie einige Jahre später in Amsterdam herausgegeben wurden. Im November 1641 ergriff den siebenundsiebzigjährigen Greis eine ungewöhnliche Palpitation des Herzens, unter der er auch nach zwei Monaten, am 8ten Januar 1642 starb. Er soll von sehr lebhaftem Temperamente gewesen sein, leicht zu erzürnen, und eben so schnell wieder zu versöhnen. Seine Liebe zu seinen Verwandten, die er von früher Jugend bis an seinen Tod pflegte, ging oft so weit, daß er selbst darüber in Mangel gerieth. Er war auch als ein großer Kenner der Malerei, der Musik und der Poesie bekannt, und der edle und reine Styl seiner Dialogen wird jetzt noch unter seinen Landsleuten gepriesen. Seine sämtlichen Werke kamen im Jahr 1811 in 13 Bänden zu Mailand heraus. Sein geliebtester Schüler, Viviani, hat zugleich seine erste Lebensbeschreibung geliefert; eine spätere ist von Drinkwater und von Nelli, Florenz 1821. Seine Leiche wurde in der Kirche Sta. Croce zu Florenz beigesetzt, wo ihm 1737 neben Michel Angelo ein prachtvolles Denkmal errichtet wurde. L.

2) Galilei, Dialog. I. p. 40.

Körpern, jenes Gesetz bereits bestimmt an ³⁾), „Mobile super planum horizontale projectum mente concipio omni secluso impedimento, jam constat ex his, quae fusius alibi dicta sunt, illius motum aequabilem et perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur.“ „Ich denke mir einen auf einer horizontalen Ebene geworfenen Körper ohne alle äußeren Hindernisse, wo dann aus dem, was ich schon an einem andern Orte umständlich gezeigt habe, folgt, daß die Bewegung dieses Körpers gleichförmig und immerdauernd auf dieser Ebene sein werde, vorausgesetzt, daß diese Ebene selbst ohne Grenzen ist.“ — Sein Schüler, Borelli ⁴⁾), drückt in seiner Abhandlung (*De Vi percussione*, 1667) den Satz so aus, „daß die Geschwindigkeit ihrer Natur nach gleichförmig und immerdauernd ist,“ und diese Meinung scheint um jene Zeit die allgemein herrschende gewesen zu sein, wie wir in Wallis und anderer Schriften sehen. — Man nimmt gewöhnlich an, daß Descartes der erste diesen Satz so allgemein aufgestellt habe. Seine *Principia* sind von dem Jahre 1644, aber sein Beweis von dem ersten Gesetz der Bewegung ist mehr theologischer, als mechanischer Natur. Seine Gründe sind ⁵⁾), „die Einfachheit und Unveränderlichkeit aller der Operationen, durch welche Gott in den Körpern die Bewegung immerdar erhält,

3) *Discorso* S. 141.

4) Borelli, geb. zu Neapel 1608, erhielt seine Bildung zu Florenz, ward dann Professor der Mathematik zu Pisa, und ging später nach Rom, wo er der Gunst der Königin Christine von Schweden sich erfreute. Mit einem von dem Großherzog von Florenz erhaltenen guten Fernrohre von Campani verfolgte er durch viele Jahre besonders die Satelliten Jupiters, und aus diesen Beobachtungen gingen später seine *Theoriae Mediceorum planetarum ex causis physicis deductae* hervor, die Florenz 1666 und Leyden 1686 herauskamen. Diese Schrift gründet sich aber doch nicht sowohl auf eigentliche Beobachtungen, als auf theoretische Ansichten und Hypothesen, wodurch der Gegenstand selbst nicht eben sehr gefördert wurde. Er soll der erste die parabolische Bahn der Kometen erkannt haben. Bleibender ist sein Verdienst um die Kenntniß der Muskelbewegung des thierischen Körpers, in seinem Werke *De motu animalium*, Rom 1680. Er starb zu Rom i. J. 1679.

5) Descartes, *Princip.* S. 34.

„denn er erhält sie genau so, wie sie in dem Augenblick ist, wo er sie zu erhalten beginnt, ohne sich darum zu kümmern, was sie vor diesem Augenblick gewesen sein mag.“ Ein *Raisonnement a priori* von so abstrakter Form, wenn man es auch zu Gunsten der Wahrheit, nachdem diese einmal auf induktivem Wege gefunden ist, anführen mag, ist doch immer geeignet, leicht auf Irrwege zu führen, wie wir oben bei der Philosophie des Aristoteles gesehen haben. Doch wollen wir dabei nicht übersehen, daß die Zuflucht zu solchen Beweisgründen immer als eine Anzeige jener Nothwendigkeit und absoluten Allgemeinheit gelten mag, die wir in vollendeten Wissenschaften zu erstreben suchen, und als ein Resultat jener Fakultät des menschlichen Geistes, durch welche eine solche Wissenschaft erst möglich gemacht wird.

Die Induktion, welcher das erste Gesetz der Bewegung ihren Ursprung verdankt, besteht hier, wie in allen andern Fällen, in einer klaren Auffassung des Begriffs, und in der gehörigen Unterordnung der Beobachtungen unter diesen Begriff. Allein dieses Gesetz spricht von Körpern, auf die keine äußere Kraft einwirkt, ein Fall, der in der That nie vorkommt. Die eigentliche Schwierigkeit in der Aufstellung dieses Gesetzes bestand darin, daß man alle beobachteten Fälle, in welchen die Bewegung allmählig langsamer wird und endlich ganz aufhört, unter dem Begriff einer retardirenden Kraft auffassen sollte. Um dies zu thun, zeigte Hooke und andere, daß bei allen diesen Bewegungen die bemerkte Verzögerung immer kleiner wird, je geringer man den ihnen entgegenstehenden Widerstand macht. So wurde man allmählig zu einer deutlichen Schätzung des Widerstandes, der Reibung und dergl. geführt, die bei allen Bewegungen auf der Oberfläche unserer Erde das deutliche Hervortreten jenes Gesetzes verhindern, und so wurde endlich ein Gesetz, für welches man kein Experiment als Beispiel anführen konnte, demungeachtet auf dem Weg der Experimente bewiesen. Die natürliche Gleichförmigkeit der Bewegung wurde durch Experimente über alle Bewegungen, die selbst nicht gleichförmig waren, dargethan. Die allgemeine Regel wurde aus dem konkreten Experiment herausgezogen, obschon diese Regel, in jedem besondern Falle, wieder mit andern Regeln vermischt war, und obschon jede dieser andern Regeln aus dem Versuche nur dann herausgenommen

werden konnte, wenn die übrigen alle bereits als bekannt angenommen werden durften. Die vollkommene Einfachheit, die wir in jedem wahren Naturgesetze anzunehmen gleichsam gezwungen sind, setzt uns in den Stand, die Verwirrung, welche eine solche Complication auf den ersten Blick hervorzubringen scheint, wieder aufzulösen.

Dieses erste Gesetz der Bewegung, das unter der Benennung des Gesetzes der Trägheit bekannt ist, sagt aus, daß die Bewegung eines sich selbst überlassenen Körpers gleichförmig und geradlinig ist. Diese letzte Eigenschaft leuchtet gleichsam von selbst ein, sobald wir uns einen Körper denken, der von allen Einflüssen äußerer Dinge frei und unabhängig ist. Die Gleichförmigkeit aber wurde von Galilei, wie wir oben gesehen haben, anfangs nur der kreisförmigen Bewegung, nicht der geradlinigen, zuerkannt, obschon Benedetti schon vor ihm im Jahr 1585 richtigere Begriffe über diesen Gegenstand hatte. Indem er das Aristotelische Problem commentirte, warum man mit einer Schleuder weiter werfen kann, als mit der bloßen Hand, sagt er ⁶⁾, „daß der Körper, wenn er durch die Schleuder herumgedreht wird, in einer geraden Linie fortzugehen strebt.“ In Galilei's zweitem Dialog gibt Simplicius, einer der Sprechenden, nachdem er den Gegenstand eine Weile discutirt hat, dieselbe Meinung ab, und seit dieser Zeit ist sie auch von allen Schriftstellern über die Ballistik als ausgemacht vorausgesetzt worden.

Zweiter Abschnitt.

Accelerirende Kraft. — Gesetz der fallenden Körper.

Wir haben oben gesehen, wie roh und unbestimmt die Versuche des Aristoteles und seiner Nachfolger gewesen sind, um eine Theorie der im freien Raume fallenden oder geworfenen Körper aufzustellen. Wenn man das erste Gesetz der Bewegung klar aufgefaßt und wohl verstanden hätte, so würde man wohl auch bald bemerkt haben, daß das wahre Mittel, die Bewegung der Körper kennen zu lernen, in der Auffuchung der „Ursachen“ bestehe,

⁶⁾ Corpus vellet rectā iter peragere. Benedetti, Speculationum Liber, S. 160.

durch welche diese Bewegung jeden Augenblick geändert wird. Auf diesem Wege würde man zu dem Begriff der „accelerirenden Kraft“ d. h. einer solchen Kraft gelangt sein, die auf schon bewegte Körper wirkt, und durch die ihre Geschwindigkeit sowohl als auch ihre Richtung geändert wird. Allein zu diesem Ziele gelang man nur nach vielen anderen, meist mißlungenen Versuchen. Man begann mit der Betrachtung der „ganzen Bewegung,“ zu der man sich mit Hülfe eines abstrakten, und noch dazu falsch verstandenen Begriffes erheben wollte, da man doch, ganz umgekehrt, die „einzelnen Theile,“ aus welchen die Bewegung gleichsam besteht, mit Beziehung auf die „Ursachen“ derselben, zuerst hätte betrachten sollen. So sprach man von der „Tendenz“ aller Körper gegen den Mittelpunkt, oder gegen den ihnen von der Natur angewiesenen Ort, man sprach von „Impetus,“ von „Restraktion,“ und was dergleichen Worte mehr waren, die der wahren Erkenntniß des Gegenstandes, den man untersuchen wollte, nur kleinen oder gar keinen Nutzen bringen konnten. Man wird die Unbestimmtheit dieser Begriffe am besten aus den Schriften über die Ballistik (Lehre der geworfenen Körper) aus jener Zeit kennen lernen. Santbach ⁷⁾, dessen Werk im Jahr 1561 erschien, behauptet, daß ein mit großer Geschwindigkeit geworfener Körper, z. B. eine Kanonenkugel, in einer geraden Linie so lange fortgehe, bis seine Geschwindigkeit ganz erschöpft ist, wo er dann senkrecht herabfällt. Er schrieb ein Werk über Artillerie, das auf diese absurde Annahme gegründet ist. — Dieser folgte bald darauf eine andere Hypothese, die zwar nicht viel philosophischer war, als die erste, die aber doch mit den Beobachtungen besser übereinstimmte. Nicolo Tartalea (*Nuova Scienza*, Venize 1537, *Quesiti et inventioni Diversi* 1554) und Gualtier Rivius (*Architectura*. Basil. 1582) behauptete, daß der Weg einer Kanonenkugel zuerst eine gerade Linie, und dann ein Kreisbogen sei, in welchem letzten die Kugel so weit fortgehe, bis sie endlich senkrecht abwärts fällt. Tartalea jedoch meinte, daß dieser Weg gleich anfangs eine krumme Linie sein müsse, die er aber doch als eine gerade behan-

7) *Problematum Astronomicorum et Geometricorum Sectiones VII.*
Auctore Daniele Santbach, Noviomago. Basileae 1561.

delte, weil ihre Abweichung von einer geraden Linie nur sehr gering ist. Auch Santbach stellt seine Kugeln, ehe sie senkrecht zur Erde fallen, schief abwärts fallend vor, aber nicht in einer krummen, sondern in einer mehrmals gebrochenen geraden Linie. Der letzte scheint demnach die „Zusammensetzung“ der Wirkung der Schwere mit der des ersten Impulses nicht begriffen zu haben, indem er sie nur stoßweise oder abwechselnd wirken ließ, während Rivius dies richtig auffaßte, indem er die Schwere als eine Kraft betrachtete, welche den Weg der Kugel in jedem Punkte ihrer Bahn ablenkt. In Galilei's zweitem Dialog ⁸⁾ kommt Simplicius zu demselben Schlusse: „Da nichts da ist, „sagt er, was die Kugel unterstützen oder tragen könnte, wenn „sie einmal die Kanone verlassen hat, so muß ihre eigene „Schwere auf sie wirken, und sie muß daher gleich anfangs „abwärts zu gehen streben.“

Diese Kraft der Schwere, welche jene Ablenkung oder Krümmung in der Bahn eines schiefgeworfenen Körpers hervorbringt, muß auch die Geschwindigkeit eines senkrecht herabfallenden Körpers immerfort vergrößern. Diese Beschleunigung der fallenden Körper war im Allgemeinen damals schon bekannt, aus Beobachtungen sowohl, als auch aus bloßen Schlüssen. Allein das Gesetz dieser Beschleunigung konnte nur aus ganz genauen Beobachtungen abgeleitet werden, und eine vollständige Analyse dieses Problems erforderte noch ein bestimmtes „Maß“ für die Größe einer solchen accelerirenden Kraft. — Galilei, der das Problem zuerst auf löste, begann mit der Voraussetzung, daß das gesuchte Gesetz das möglichst einfache sein müsse. „Alle Körper, sagt er ⁹⁾, „müssen auf die möglichst einfache Weise fallen, weil alle natürlichen Bewegungen auch zugleich die einfachsten ihrer Art sind. „Wenn ein Stein zur Erde fällt, so werden wir schon bei einiger „Aufmerksamkeit finden, daß die einfachste Art, seine Geschwindigkeit zu vermehren, diejenige ist, die ihm jeden Augenblick „auf dieselbe Weise ertheilt wird (d. h. wenn die Zunahme der „Geschwindigkeiten in gleichen Zeiten auch gleich groß sind), was „leicht einzusehen ist, wenn wir auf den innigen Zusammenhang

8) Galilei, Dialog. S. 147.

9) Galilei. Dial. Sc. IV. S. 91.

„sehen, der zwischen der Bewegung und der Zeit statt hat.“ Aus dem so angenommenen Gesetze folgert er, daß die Räume, die der fallende Körper zurücklegt, sich wie die Quadrate der Zeiten verhalten. Indem er ferner voraussetzt, daß die Gesetze für die Bewegung der Körper, die auf einer schiefen Ebene abwärts gehen, dieselben mit den, von ihm so eben entdeckten Gesetzen des freien Falls sein müssen, bestätigt er auch die Wahrheit seiner Entdeckung durch Experimente auf solchen schiefen Ebenen.

Bei dieser Erzählung mag es vielleicht den Lesern aufgefallen sein, daß der eigentliche Grund, auf welchem jene Entdeckung ruhte, die vorausgesetzte Simplicität der Natur, etwas unsicher erscheinen mag. Es ist für uns nicht immer so leicht, zu entscheiden, welcher unter allen möglichen Fällen der einfachste ist. Auch wurde Galilei von demselben Grundsatz, der ihn später auf den rechten Weg leitete, früher auf einen Irrweg geführt. Er setzte nämlich zuerst, ebenfalls als einen solchen einfachsten Fall voraus, daß die Geschwindigkeit, die der Körper in jedem Punkte seiner Bahn hat, dem Raume proportional sei, welchen er seit dem Anfange seiner Bewegung durchlaufen hat. Dieses falsche Gesetz ist oder scheint uns wenigstens ganz eben so einfach, als das wahre (daß nämlich die Geschwindigkeit der Zeit proportionel ist) und jenes wurde auch von mehreren andern Schriftstellern in Schutz genommen, wie z. B. von M. Varro (*De motu tractatus*, Genavae 1584), und von Baliani ¹⁰⁾, einem Edelmann aus Genua, der sein Werk im Jahr 1638 herausgegeben hat. Allein Galilei, der, wie gesagt, zuerst dieses Gesetz für das wahre Naturgesetz gehalten hatte, bemerkte seinen Irrthum bald, obwohl er später von Casräus, einem von den vielen Gegnern Galilei's, wieder aufgenommen und vertheidigt worden ist. Sonderbarer Weise war dieses falsche Gesetz, auf das Galilei zuerst verfiel, nicht nur mit den Beobachtungen, sondern mit dem gesunden Verstande selbst ganz unverträglich, denn es enthielt einen mathematischen Widerspruch in sich, da, bei einem solchen Naturgesetze, alle Bewegung in der Natur ganz unmöglich wäre. Doch war dies blos Sache des Zufalls, daß er gleich anfangs auf eine so ganz

10) Baliani, ein genuesischer Senator, geb. 1586, gest. 1666, ist der Verfasser des Werkes *De motu naturali corporum gravium*, das 1638 und vermehrt 1646 erschienen ist. L.

absurde Hypothese versiel. Denn es würde nicht schwer sein, noch mehrere andere Gesetze für den freien Fall der Körper aufzustellen, die ebenfalls sehr einfach sind, und doch nicht mit den Erfahrungen übereinstimmen, obschon sie keinen Widerspruch mit sich selbst enthalten.

Bisher wurde, wie man gesehen hat, das Gesetz der Geschwindigkeit bei freifallenden Körpern als eine bloße „Regel für die Erscheinungen“ betrachtet, ohne alle Beziehung auf die Ursache, welche diese Erscheinungen hervorbringt. „Die Ursache dieses Gesetzes, sagte Galilei selbst, ist kein nothwendiger Theil unserer Untersuchung, und die Meinungen der Menschen darüber sind verschieden. Einige beziehen diese Beschleunigung der Geschwindigkeit auf die Annäherung der Körper zu dem Mittelpunkte der Erde; andere behaupten, daß das centrische Medium (eine Art unseres neueren Aethers) eine gewisse Ausdehnung über die Oberfläche der Erde hinaus habe, und daß dieses Medium, wenn es sich (gleich einer Flüssigkeit) hinter dem Körper schließt, denselben abwärts treibe. Allein für uns ist es gegenwärtig genug, die Eigenschaften dieser Bewegung unter der Voraussetzung jenes einfachen Gesetzes kennen zu lernen, daß die Geschwindigkeit der Zeit proportionirt sei. Und wenn wir finden, daß diese Eigenschaften durch Experimente mit freifallenden Körpern in der That bestätigt werden, so mögen wir daraus den Schluß ziehen, daß unsere obige Voraussetzung mit der Natur übereinstimmt“¹¹⁾.

Und doch war es so leicht, diese Beschleunigung der Geschwindigkeit als die bloße Wirkung der beständigen Wirkung der Schwere anzusehen. Benedetti hat dies, wie bereits oben erwähnt, auch schon früher gesagt, und dies einmal angenommen, mußte man diese Schwere sofort als eine „beständige und gleichförmige Kraft“ ansehen. Auch waren über diesen Punkt die Anhänger Galilei's, so wie die seines Gegners Casräus, vollkommen einig. Allein die Frage war, was ist eine gleichförmige Kraft? — Galilei beantwortete diese Frage ganz einfach dahin, daß eine gleichförmige Kraft diejenige sei, die in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeiten erzeugt, und dieser Satz leitete sofort

11) Galil. Dial. III. 91, 92.

zu der Lehre, daß man die Kräfte unter sich vergleichen kann, indem man die Geschwindigkeiten unter sich vergleicht, welche von jenen Kräften in gleichen Zeiten hervorgebracht werden.

Obschon aber dies eine natürliche Folgerung aus der Regel war, nach welcher die Schwere als eine konstante Kraft vorgestellt wird, so bot doch der Gegenstand bei seinem ersten Anblick einige Schwierigkeit dar. Es ist nämlich nicht sogleich in die Augen fallend, daß die Kräfte durch diejenigen Geschwindigkeiten gemessen werden können, die in jedem Augenblick hinzu kommen, ohne auch zugleich auf die Geschwindigkeiten Rücksicht zu nehmen, die der Körper etwa schon früher gehabt hat. Wenn man einem Körper z. B. durch die Hand oder durch eine elastische Feder eine gewisse Geschwindigkeit beibringen will, so wird die Wirkung, die wir in jeder Zeitssekunde auf diese Weise hervorbringen, offenbar kleiner sein, wenn der Körper schon früher eine Geschwindigkeit besaß, die ihn dem Eindrucke der Feder entzieht. Aber es ist klar, daß sich dies bei der Schwere anders verhält, wo die in jeder Sekunde hinzukommende Geschwindigkeit dieselbe bleibt, welche Bewegung der Körper auch zu irgend einer Zeit während seines Falles haben mag. Ein aus der Ruhe fallender Körper erhält durch die Schwere, in jeder einzelnen Sekunde, eine neue Geschwindigkeit von nahe fünfzehn Fuß, und wenn eine Kanonenkugel mit einer anfänglichen Geschwindigkeit von tausend Fuß in senkrechter Richtung abwärts geschossen würde, so würde auch die Geschwindigkeit dieser Kugel in jeder folgenden Sekunde um eine neue Geschwindigkeit vermehrt werden, vermöge welcher sie, wenn sie blos von dieser neuen Geschwindigkeit bewegt würde, in jeder Sekunde den Raum von fünfzehn Fuß in gleichförmiger Bewegung zurücklegen würde.

Dieser Begriff der Schwere als einer konstanten Kraft, d. h. als einer die Geschwindigkeit des fallenden Körpers konstant und gleichförmig vermehrenden Kraft, so klar er uns jetzt bei einiger Aufmerksamkeit erscheint, muß doch damals, als er zuerst in dem menschlichen Verstande entstand, einige Schwierigkeiten dargeboten haben. Darum finden wir denn auch, daß selbst Descartes ¹²⁾ diesen Begriff nicht gehörig aufgefaßt hat. „Es

12) Descartes (René), auch Cartesius genannt, wurde am 31. März 1596 zu La Haye en Touraine aus einer adelichen Bretagne'schen Fa-

„ist offenbar, sagt er, daß ein Stein nicht auf gleiche Weise „geeignet ist, eine neue Bewegung oder eine Vermehrung seiner

milie geboren und in dem Jesuitenkollegium zu La Flèche erzogen, wo er mit Merenne eine Jugendfreundschaft schloß, die bis an sein Ende dauerte. Er fühlte sich, wie er selbst erzählt, der scholastischen Philosophie seiner Zeit bald ganz entfremdet, und er suchte daher nach seinem Austritt aus dem Kollegium in seinem 19ten Jahre, allen Büchern zu entsagen und seinen Weg im Reiche der Erkenntniß allein zu suchen. Damals schon soll er im Besitze seiner schönsten geometrischen Entdeckungen gewesen sein, die er aber bis zu ihrer gänzlichen Reife noch vor der Welt zurückhalten wollte. Da er das Reisen als das beste Mittel hielt, sich Kenntnisse zu verschaffen, so ergriff er die seiner Zeit und seinen Verhältnissen angemessenste Art, fremde Länder zu sehen, indem er im Jahr 1616 Militärdienste nahm, wo er im Jahr 1620 der Schlacht bei Prag beiwohnte. Später verließ er die Kriegsdienste wieder, und reiste als Privatmann in Deutschland, Holland, Frankreich und Italien, wo er aber in dem letzten Lande den berühmten Galilei, wie es scheint, absichtlich nicht besuchte, wie er sich denn auch später immer als Gegner dieses Mannes zeigte. Am Ende seiner Wanderungen verkaufte er seine Güter in Frankreich und zog im Jahr 1629 nach Holland, um da ungestört seinen Studien zu leben. Hier schrieb er seinen *Traité du système du monde*, aber bei der Nachricht von Galilei's Einkerkung unterdrückte er dieses Werk wieder, und erklärte sich auch späterhin für das Tychonische System. Bald darauf gerieth er in Streitigkeiten mit Roberval, der ihn mit Unrecht des Plagiats beschuldigt hatte, und mit Fermat, dem er, wie es scheint, nicht ganz Gerechtigkeit widerfahren ließ. Nach langem Zureden seiner Freunde entschloß er sich endlich, seine Entdeckungen, die er in der Metaphysik und Mathematik gemacht hatte, herauszugeben, von denen er aber auf die erstere bei weitem das größte Gewicht legte, daher er auch seine Geometrie nur, wie er selbst sagt, als ein leicht und flüchtig bearbeitetes Kapitel seiner allgemeinen Methodenlehre anhängte. Die Nachwelt hat dieses Urtheil umgekehrt, da er bei ihr noch als großer Geometer lebt und als Metaphysiker ganz vergessen ist. In der Mathematik gebührt ihm das Verdienst, die Bezeichnung der Potenzen durch Exponenten auf die noch jetzt gewöhnliche Art, und vor allem die Anwendung der Algebra auf die Geometrie eingeführt zu haben, so daß er als der eigentliche Begründer der analytischen Geometrie zu betrachten ist. Er lehrte uns zuerst, die Natur einer krummen Linie durch eine Gleichung zwischen ihren Coordinaten auszudrücken, wodurch der Fortgang der Mathematik und aller von ihr abhängigen Wissenschaften mehr als durch irgend eine andere Entdeckung gefördert wurde. Uebri-

„Geschwindigkeit anzunehmen, wenn er sich bereits sehr schnell, oder wenn er sich nur langsam bewegt.“ Derselbe Descartes

gens war seine Geometrie schwer zu lesen, wahrscheinlich weil er ihr absichtlich eine so wenig entwickelte Form gegeben hat. — Seine Dioptrik enthält viele sehr sinnreiche geometrische Anwendungen, aber das Wichtigste, das in ihr aufgestellte Brechungsgesetz der Lichtstrahlen, hat er, wie wenigstens Huyghens behauptet, nicht in seinem eigenen Kopfe, sondern nur in den Manuscripten des Holländers Snellius gefunden. Eine andere Abtheilung seiner allgemeinen Methodenlehre enthält einen *Traité des Meteores*, wo er seiner Phantasie freien Lauf gelassen, aber doch zugleich die wahre Theorie des Regenbogens zuerst aufgestellt hat.

Sein Hauptwerk, wie man gewöhnlich dafür hält, seine „Prinzipien der Philosophie,“ erschienen zuerst im Jahr 1644. Es besteht aus vier Büchern. Das erste enthält die Metaphysik; das zweite die „Prinzipien der Natur der Dinge,“ oder eine bloß aus der Phantasie geschöpfte, ganz unbegründete Mechanik; die beiden letzten Bücher endlich begreifen seine „Theorie des Weltsystems,“ in welchen er seine bekannte Wirbellehre vorträgt. Diese Wirbel, welche nach ihm alle Himmelskörper umkreisen, sind bald von einer feinen, durchaus gleichartigen Materie, die er das erste Element der Natur nennt, bald von sehr kleinen kugelförmigen Moleculen geformt, bald wieder von unzähligen Kanälen nach allen Richtungen durchschnitten, um die beiden ersten aufzunehmen und durchzulassen. Mit solchen Mitteln sucht er alle Erscheinungen der Natur am Himmel und auf der Erde, oft auf sehr schwärmerische Weise, zu erklären.

Er selbst setzte, wie gesagt, auf seine Metaphysik den größten Werth, die er gänzlich aus dem einzigen Prinzip: *Cogito, ergo sum*, abzuleiten sucht, in welcher aber die Phantasie nur zu oft die Leitung des ruhigen Verstandes übernimmt. In seinem Vaterlande Frankreich wurde diese Philosophie mit raschem und allgemeinem Beifall aufgenommen, wie denn auch auf ihr Malebranche seinen mystischen Spiritualismus, Berkeley seinen reinen Idealismus und vielleicht selbst Spinoza seinen verfeinerten Materialismus aufgebaut hat. So vorsichtig und selbst furchtsam er bei der Bekanntmachung seiner Philosopheme verfuhr, so konnte er doch nicht seinen Gegnern und Feinden entgehen. Der leidenschaftlichste von diesen war Gisbert Voët, Professor der Theologie an der reformirten Universität zu Utrecht, der den Descartes des Atheismus beschuldigte und es dahin brachte, daß die Lehren seines Gegners an der Universität nicht weiter vorgetragen werden durften. Die Widerlegung, die Descartes gegen Voëts Schmähschrift an den Magistrat geschickt hatte, wurde von dem lehten selbst wieder, als ein ehrenrühriges Libell, verdammt, und ihr Verfasser, auf Voëts Betrieb,

zeigt auch an einem andern Orte, daß er den Begriff einer accelerirenden Kraft keineswegs richtig aufgefaßt hat. So sagt er in einem Brief an Mersenne: „Ich verwundere mich sehr „über den Satz, welchen Sie durch Ihre Versuche gefunden haben „wollen, daß senkrecht aufwärts geworfene Körper dieselbe Zeit „brauchen, aufwärts zu steigen, als dann durch denselben Raum „wieder zurück zu fallen, und Sie werden mich entschuldigen, „wenn ich sage, daß ein Experiment dieser Art sehr schwer mit „Genauigkeit anzustellen ist.“ Allein es folgt schon aus dem bloßen richtigen Begriff einer konstanten Kraft, daß (abgesehen von dem Widerstande der Luft) diese Gleichheit des Raumes statt haben muß, da dieselbe Kraft, welche in einer gewissen Zeit die anfängliche Geschwindigkeit des aufsteigenden Körpers gänzlich vernichten soll, da dieselbe Kraft in derselben Zeit bei dem fallen-

vor das Gericht dieser Stadt citirt. Selbst die thätige Zwischkunft des Prinzen von Oranien, der sich des Verfolgten eifrig annahm, konnte die Wuth seiner Feinde nicht hemmen. Nach langen Bemühungen erhielt endlich Descartes volle Rechtfertigung, und Voët, der nun öffentlich als der Verfasser jenes pseudonymen Libells dastand, versank in Schmach und Schande.

Schon erhob sich ein zweiter ähnlicher Streit mit den Theologen zu Leyden, als er von der Königin Christine von Schweden an ihren Hof berufen wurde, wohin er sich auch sofort verfügte. Auf seine Bitte wurde er hier von allen Lasten des Hofceremoniels befreit, wofür er täglich um fünf Uhr Morgens zu der Königin in die Bibliothek derselben zu kommen sich verpflichtete. Allein sein bereits sehr geschwächter Körper konnte dem rauhen Klima seines neuen Vaterlandes nicht lange widerstehen. Er wurde von einer Brustkrankheit befallen, die sich durch Delirien ankündigte, und starb am 11. Februar 1650 in einem Alter von 54 Jahren. Die Königin ließ ihm sein Grabmal unter die der ersten Familien Schwedens setzen, aber der französische Gesandte reclamirte ihn für Frankreich, und seine Leiche ward im Jahr 1666 nach Paris gebracht. Er hatte seit 1647 durch den Minister Mazarin eine jährliche Pension von 3000 Livres von Frankreich bezogen. Descartes war unverheirathet und hinterließ nur eine natürliche Tochter, die aber auch schon in ihrer Jugend starb. Man rühmt seinen männlichen Charakter, seine Mäßigung und einfache Sitte. Seine sämtlichen Werke erschienen zu Amsterdam 1690—1701, und wieder 1713 in neun Quartbänden. Man sehe über ihn die Lobrede des Akademikers Thomas vom Jahr 1705, und seine Biographie von Baillet, Paris, 1691 in 2 Bänden. L.

den Körper auch wieder dieselbe Geschwindigkeit, nur in verkehrter Gradation, erzeugen muß, so daß also der steigende und der fallende Körper in derselben Zeit immer denselben Raum zurücklegt, wenn nämlich die anfängliche Geschwindigkeit des steigenden gleich ist der Endgeschwindigkeit des fallenden Körpers.

Eine andere Schwierigkeit entstand aus der nothwendigen Folge der Annahme dieses Gesetzes des freien Falls, daß nämlich der bewegte Körper nach und nach durch alle Zwischengrade seiner Geschwindigkeit gehen solle, von der ersten kaum bemerkbaren, bis zu der vielleicht sehr großen, die er am Ende seines Falles hat. Wenn ein Körper aus der Ruhe fällt, so ist im ersten Anfange seiner Bewegung die Geschwindigkeit desselben gleich Null, er hat gar keine Geschwindigkeit. Aber wie er eine wirkliche Bewegung annimmt, wächst auch seine Geschwindigkeit mit der Zeit proportional, so daß er in den ersten Tausendtheilen einer Zeitsekunde auch nur den tausendsten Theil derjenigen Geschwindigkeit erhält, die er in jeder einzelnen ganzen Sekunde bekommt. Diese Behauptung wollte anfangs vielen nicht recht einleuchten, und es entstanden selbst Streitigkeiten über diejenige Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper seinen Fall anfangen soll. Auch darüber hatte Descartes keine klare Ansicht. Er schrieb einem seiner Freunde: „Ich habe meine Bemerkungen „über Galilei nachgesehen, in welchen ich aber nicht ausdrücklich „gesagt habe, daß die fallenden Körper nicht durch alle Grade „ihrer Geschwindigkeit gehen, sondern ich sagte nur, daß man „dies nicht wissen kann, wenn man nicht zuerst weiß, was Gewicht „ist, und dies kommt auf dasselbe hinaus. Was das angeführte „Exempel betrifft, so gebe ich zu, daß es die unendliche Theilbarkeit jeder gegebenen Geschwindigkeit beweist, aber nicht, daß ein „fallender Körper auch in der That durch alle diese Theile der „Geschwindigkeit geht.“

Nachdem nun einmal die Grundsätze des freien Falls durch Galilei aufgestellt waren, so wurde, wie dies gewöhnlich ist, die „Deduktion“ der mathematischen Folgerungen dieser Grundsätze, schnell entwickelt und ausgebildet, wie man dies in seinen und in den Werken seiner Schüler und Nachfolger findet. Uebrigens wurde in diesen Schriften die Bewegung der frei fallenden Körper immer in Verbindung mit der Bewegung der Körper auf schiefen

Ebenen verbunden. Wir glauben aber, hier noch einige Bemerkungen zu dieser Theorie hier nachtragen zu müssen.

Der einmal aufgestellte Begriff einer accelerirenden Kraft und ihrer Wirkung wurde natürlich auch auf andere Fälle, außer den freifallenden Körpern, angewendet. Die verschiedene Geschwindigkeit der leichten und schweren Körper, wenn sie in der Luft fallen, wurde dem Widerstande dieser Luft zugeschrieben, durch welche jene accelerirende Kraft vermindert wird ¹³⁾, und man behauptete kühnlich, daß im leeren Raume eine Wollflocke eben so schnell, als ein Bleistück, fallen müsse. Auch wurde gefolgert ¹⁴⁾, daß jeder in der Luft fallende Körper durch den Widerstand derselben allmählig in eine „gleichförmige Bewegung“ versetzt werde, sobald nämlich der, immer aufwärts gerichtete, Widerstand gleich wird der abwärts gerichteten accelerirenden Kraft der Schwere. Obschon der eigentliche mathematische Beweis des letzten Satzes erst später, in Newton's Prinzipien, gegeben wurde, so waren doch die Ansichten, auf welche Galilei seine Behauptung gründete, ganz richtig, und sie zeigten zugleich, daß er die Natur und die eigentliche Wirkung einer accelerirenden und retardirenden Kraft vollkommen klar aufgefaßt hatte.

Nachdem man so den Begriff einer konstanten accelerirenden Kraft einmal festgestellt hatte, blieb noch die Anwendung desselben auf andere, veränderliche Kräfte zu untersuchen übrig. Da man aber schon eine veränderliche Geschwindigkeit durch den kleinsten Theil (durch das Differential) des Raums, in Beziehung auf die kleinsten Theile der Zeit, zu messen gelernt hatte, so war man dadurch gleichsam von selbst darauf geführt, auch eine variable Kraft durch den kleinsten Theil der Geschwindigkeit in Beziehung auf die kleinsten Theile der Zeit zu messen. (Unter dem Wort Geschwindigkeit versteht man nämlich den Raum, welchen ein Körper zurücklegt, dividirt durch die Zeit in welcher er zurückgelegt wird. So lange keine Kraft auf einen bereits in Bewegung begriffenen Körper wirkt, bleibt dieses Verhältniß, des Raums zur Zeit, konstant, oder der Körper geht, nach dem Gesetze der Trägheit, immer mit derselben Geschwindigkeit und

13) Galilei. III. 43.

14) Id. III. 54.

in derselben geradlinigen Richtung ohne Ende fort. Wenn aber die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers eine Veränderung erleidet, so kann dies nur in Folge einer neuen auf ihn einwirkenden Kraft geschehen, und man kam darin überein, die Veränderung dieser Geschwindigkeit mit der accelerirenden Kraft selbst für identisch, für gleichbedeutend zu nennen, so daß also diese accelerirende Kraft gleich gesetzt wurde der Veränderung der Geschwindigkeit des Körpers, dividirt durch die Zeit, in welcher diese Veränderung eingetreten ist. Da aber diese Veränderungen des Raums und der Geschwindigkeit, so wie die der Zeit selbst, nach dem Vorhergehenden, bei einer „stetig“ fortgehenden Bewegung jeden Augenblick eintreten, so mußte man, um auf diese stetigen Veränderungen Rücksicht zu nehmen, auch die kleinsten Theile (oder die sogenannten Differentialien) jener drei Größen betrachten, und auf diese Weise entstanden die folgenden zwei Hauptgrundsätze der Bewegung, auf welchem auch jetzt noch die gesammte Wissenschaft der Mechanik beruht. I. Die Geschwindigkeit wird ausgedrückt durch das Differential des Raums, dividirt durch das Differential der Zeit, und II. die accelerirende Kraft wird vorgestellt durch das Differential der Geschwindigkeit, dividirt durch das Differential der Zeit, oder was, da das Differential der Zeit seiner Natur nach konstant ist, in der Sprache der mathematischen Analyse dasselbe ist: die Kraft ist gleich dem zweiten Differential des Raums, dividirt durch das Quadrat des Differentials der Zeit. L.)

Mit dieser Einführung des Begriffs von unendlich kleinen Theilen oder von Differentialien des Raums und der Zeit sind wir nun an die Grenze des Gebiets der höheren mathematischen Analyse (oder der sogenannten Infinitesimalrechnung) gekommen. Newton hat in seinen Prinzipien die allgemeinen Gesetze des Falls der Körper unter Einwirkung veränderlicher Kräfte mitgetheilt (Princip. Sect. VII.). Der Gegenstand wird in diesem Werke, der Vorliebe Newtons für geometrische Methoden gemäß, durch die bekannten Mittel der Quadraturen krummer Linien vorgetragen, nachdem er die Lehre von den unendlichkleinen Incrementen der veränderlichen Größen, oder von den Grenzen ihrer Veränderungen, in demselben Werke (Sect. I.) auf seine Weise auseinander gesetzt hatte. Leibniz, Bernoulli, Euler und seitdem viele andere Geometer haben die hieher gehörenden

Probleme durch eine rein analytische Methode, durch die sogenannte Differentialrechnung, behandelt. — Die geradlinige Bewegung der von veränderlichen Kräften getriebenen Körper ist ihrer Natur nach einfacher, als die Bewegung derselben in krummen Linien, zu welchen wir nun übergehen wollen. Doch muß zuerst bemerkt werden, daß Newton, nachdem er die Gesetze der krummlinigen Bewegung in einem großen Theile des siebenten Abschnitts seines Werks, an sich selbst und unabhängig vorgetragen hatte, darauf die geradlinige Bewegung nur als einen besonderen Fall von jener mehr zusammengefaßten schön und scharfsinnig entwickelt.

Dritter Abschnitt.

Zweites Gesetz der Bewegung, von der Zerlegung der Kräfte. Bewegung in krummen Linien.

Schon ein geringer Grad der Unterscheidung bei mechanischen Begriffen wird uns, wie bereits gesagt, darauf führen, daß ein in einer krummen Linie einhergehender Körper von einer Kraft getrieben werden muß, die ihn stets von derjenigen geraden Linie ableitet, in welcher er, wenn er von keiner Kraft getrieben wird, einhergehen muß. Wenn ein Körper eine Kreislinie beschreibt, wenn z. B. ein Stein in einer Schleuder rings herumgetrieben wird, so finden wir, daß das Band derselben eine solche Kraft auf den Stein ausübt, denn dieses Band wird durch jene Kraft gespannt, und wenn es zu schwach ist, selbst zerrissen. Diese Centrifugalkraft der in Kreisen sich bewegender Körper wurde schon von den Alten bemerkt. Die über der Erde geworfenen Körper beschreiben, durch solche Kräfte getrieben, andere krumme Linien. Auch haben wir bereits gesehen, daß Rivius dieses sehr wohl, sein Zeitgenosse Tartalea aber, noch nicht deutlich genug eingesehen hat.

Der Begriff, daß eine solche Seitenkraft eine krumme Linie erzeugen müsse, war ein Schritt; die nähere Bestimmung dieser Linie aber, war ein zweiter, und dieser enthielt die Entdeckung eines andern allgemeinen Gesetzes der Bewegung in sich. Diese neue Aufgabe löste Galilei. In seinen „Dialogen über die Bewegung“ behauptet er, daß ein horizontal geworfener Körper, wenn man bloß seine horizontale Richtung betrachtet, gleich-

förmig fortgeht, während er, in Beziehung auf seine vertikale Richtung, mit beschleunigter Bewegung abwärts geht, gleich einem aus der Ruhe fallenden Steine, und daß er, in Verbindung dieser beiden Bewegungen, eine Parabel beschreiben muß.

Dieses zweite Gesetz der Bewegung besteht, in seiner allgemeinen Gestalt, in folgendem Satze: „In allen Fällen wird die Bewegung, welche aus der einwirkenden Kraft entsteht, verbunden mit derjenigen, welche der Körper schon früher hatte.“ Dieser Satz scheint aber kein schon für sich selbst einleuchtender zu sein, denn Cardanus hatte behauptet ¹⁵⁾, daß ein Körper, der zu gleicher Zeit in zwei Bewegungen begriffen ist, zu der Stelle, zu welcher er vermöge dieser zusammengesetzten Bewegung gelangen soll, später kommen würde, als er durch jede einzelne dieser zwei Bewegungen nach einander gekommen wäre. Galilei's Beweis dafür, so weit wir aus seinen Dialogen sehen können, scheint bloß die Einfachheit dieser Voraussetzung gewesen zu sein, verbunden mit der klaren Auffassung derjenigen Ursachen, welche in einzelnen Fällen eine sichtbare Abweichung in der Praxis von dieser theoretischen Regel hervorbringen. Denn es kann bemerkt werden, daß die krumme Linie, welche Rivius und Tartalea in Italien, so wie Digges und Norton in England, den Kanonengugeln angewiesen hatten, obschon sehr verschieden von der Parabel, doch in der That dem wahren Wege dieser Körper näher kamen, als eine Parabel thun würde. Diese Annäherung folgt aber aus einem Umstande, der auf den ersten Blick in der Theorie absurd scheint: daß nämlich die Kugel, die anfangs schief aufsteigt, mit einem vertikalen Falle endige. In Folge des Widerstandes der Luft ist dies in der That der Weg jener Kugel, und wenn ihre anfängliche Geschwindigkeit sehr groß ist, so ist auch ihre Abweichung von der Parabel sehr beträchtlich. Galilei sah die Ursache dieser Verschiedenheit zwischen der Theorie, die auf jenen Widerstand keine Rücksicht nahm, und der Thatfache selbst, sehr wohl ein. Er sagt ¹⁶⁾ nämlich, daß die Geschwindigkeit der Kugel in solchen Fällen außerordentlich und übernatürlich ist. Mit der gehörigen Rücksicht auf diese Ur-

15) Cardani, Opp. Vol IV. S. 400.

16) Galilei, Opp. III. 147.

sachen, setzt er hinzu, würde seine Theorie bestätigt und mit der Anwendung übereinstimmend gefunden werden. Diese Anwendung hat ohne Zweifel ihren guten Theil in der Aufstellung seiner Ansichten. Wir müssen jedoch nicht vergessen, daß die Begründung dieses zweiten Gesetzes eigentlich das Resultat der früheren theoretischen und praktischen Discussionen über die Bewegung der Erde war. Sein Schicksal war in dem des Copernikanischen Systems enthalten, wie es auch den Triumph dieses Systems theilte. Beide wurden allerdings schon zu Galileis Zeit bestimmt aufgestellt, aber erst in Newtons Tagen vollständig entwickelt.

Vierter Abschnitt.

Generalisation des Gesetzes vom Gleichgewicht. Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit.

Schon zu Aristoteles Zeiten war bekannt, daß die zwei Gewichte, die an dem Hebel einander Gleichgewicht halten, wenn sie sich überhaupt bewegen, sich mit solchen Geschwindigkeiten bewegen, die sich verkehrt, wie diese Gewichte, verhalten. Die eigenthümliche Kraft der griechischen Sprache, welche diese Relation der verkehrten Proportionalität durch ein einziges Wort (*αντιπεπορτεν*) ausdrückte, fixirte dasselbe gleichsam in dem menschlichen Geiste, und veranlaßte denselben, dem in ihm enthaltenen Begriff weiter auszudehnen. Solche Versuche wurden aber zuerst auf eine sehr unbestimmte Weise gleichsam nur tappend gemacht und hatten auch daher keinen wissenschaftlichen Werth. — Dies ist das Urtheil, welches wir über die bereits erwähnte Schrift des Jordanus Nemorarius fällen müssen. Sein Raisonnement beruht offenbar auf Aristotelischen Begriffen und zeigt auch den gewöhnlichen Aristotelischen Mangel aller bestimmten mechanischen Notionen. Bei Barro aber, dessen *Tractatus de Motu* im Jahr 1584 erschien, finden wir dieses Prinzip auf eine allgemeine Weise, zwar nicht genügend bewiesen, aber doch viel bestimmter aufgefaßt. Sein erstes Theorem ist: *Duarum virium connexarum, quarum (si moveantur) motus erunt ipsis αντιπεπορτως proportionales, neutra alteram movebit, sed equilibrium facient.* Den Beweis, den er dafür bringt, ist der, daß der Widerstand einer Kraft sich wie die von ihr hervorgerachte Be-

wegung erhält. Dieses Theorem wurde, wie wir oben gesehen haben, bei dem Beispiele von dem Keile richtig angewendet. Seit dieser Zeit scheint auch der Gebrauch aufgekommen zu sein, die Eigenschaften der Maschinen mit Hülfe dieser Prinzipien zu erläutern. Dies geschieht z. B. in den *Raisons des forces mouvantes*, eine Schrift des Salomon de Caus¹⁷⁾, Ingenieur des Churfürsten von der Pfalz, die 1616 zu Antwerpen erschien, und in welcher die Wirkung der gezähnten Räder und der Schraube auf diese Weise festgesetzt wird, obschon die schiefe Ebene darin nicht erwähnt ist. Dasselbe ist auch der Fall in der mathematischen Magik, die der Bischof Wilkins 1648 herausgab.

Als einmal die wahre Lehre der schiefen Ebene festgesetzt war, wurden auch die Gesetze des Gleichgewichts für alle die einfachen Maschinen, die gewöhnlich in den mechanischen Werken angeführt werden, in Untersuchung gebracht. Denn es war leicht zu sehen, daß der Keil und die Schraube dasselbe Prinzip wie die schiefe Ebene enthielt, und daß der Klobe (oder die Rolle) offenbar auf den Hebel zurückgeführt werden konnte. Auch war es nicht schwer, für einen mit klaren mechanischen Begriffen begabten Mann, zu sehen, daß auch jede andere Combination von Körpern, auf welche ein Druck oder ein Zug wirkt, auf diese einfachen Maschinen zurück geführt werden kann, wodurch das Verhältniß der Kräfte offenbar wurde. Auf diese Art wurden, durch die Entdeckung des Stevinus, alle Fragen über das Gleichgewicht wesentlich aufgelöst.

Die erwähnte Generalisation der Eigenschaft des Hebels gab den Mathematikern ein Mittel, die Antwort auf alle jene Fragen durch einen einzigen Satz auszudrücken. Dies geschah, indem sie sagten, daß bei der Hebung eines Gewichtes durch eine

17) Salomon de Caus, ein französischer Ingenieur zu Heidelberg, im Dienste des Churfürsten von der Pfalz. Er hat in seinem Werke: „*Les raisons des forces mouvantes avec divers machines*“, Frankfurt 1615 der erste eine Dampfmaschine ihrem Grundwesen nach angegeben und beschrieben. Erst später kamen die Engländer, ohne wohl von Caus etwas zu wissen, auf die Idee, den Dampf als bewegende Kraft zu gebrauchen, die dann vorzüglich von Watt bis zum Bewunderungswürdigen ausgebildet wurde. M. s. darüber die „allgemeine Encyclopädie“ von Ersch und Gruber. L.

Maschine man immer in Zeit eben so viel verliert, als man an Kraft gewinnt; das gehobene Gewicht oder die Last bewegt sich nämlich desto langsamer, als die Kraft, je größer jene gegen diese ist. Galilei setzte dies klar auseinander in der Vorrede zu seiner Abhandlung „über die Wissenschaft der Mechanik,“ die im Jahr 1592 erschien.

Die Bewegungen aber, von denen wir hier annehmen, daß sie in den einzelnen Theilen der Maschine statt haben, sind nicht diejenigen, welche von den Kräften unmittelbar hervorgerufen werden; denn hier ist die Rede von dem Falle, in welchem sich die Kräfte gegenseitig das Gleichgewicht halten, und eben deswegen keine Bewegung hervorbringen. Allein wir schreiben der Kraft, so wie der Last, hypothetische Bewegungen zu, die aus einer andern Quelle entspringen, und dann müssen, bei der Konstruktion der Maschine, die Geschwindigkeiten, welche von der Kraft und die, welche von der Last erzeugt werden, gewisse bestimmte Verhältnisse unter einander eingehen. Diese Geschwindigkeiten, die also nur hypothetisch vorausgesetzt werden, und die von den durch die Kräfte wirklich erzeugten verschieden sind, werden virtuelle Geschwindigkeiten ¹⁸⁾ genannt.

18) In der neuern Mechanik werden unter „virtuellen Geschwindigkeiten“ die unendlich kleinen Räume verstanden, welche bei einem System von Punkten jeder dieser Punkte in dem Falle, daß das Gleichgewicht des Systems gestört werden sollte, in dem ersten Augenblicke dieser Störung, und zwar nach der Richtung jeder der störenden Kräfte genommen, beschreiben würde. Denkt man sich durch diesen Punkt A des Systems eine willkürliche gerade Linie AB, und überdies noch mehrere andere Gerade AP, AP' AP'' . . . AR gezogen, welche die Richtungen der auf dem Punkt A gerichteten Kräfte P, P' P'' . . . vorstellen, deren mittlere Kraft R sein soll; fällt man dann von irgend einem Punkte C der Linie AB auf die Linie AP, AP' . AP'' . . . AR Lothe, und nennt man p, p' p'' . . . r die Projektionen der Linie AC auf die Linie AP, AP', AP'' . . . AR, so erhält man in Folge dieses Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten, die Gleichung

$$Rr = Pp + P'p' + P''p'' + \dots$$

oder da diese Gleichung auch dann noch statt hat, wenn der Punkt C unendlich nahe bei A oder wenn AC, also auch, wenn die Projektionen p, p', p'' . . . r unendlich klein sind, was wir durch die Differentialien

Sonach besteht das allgemeine Gesetz des Gleichgewichts darin, daß bei jeder Maschine die Kräfte, die einander das Gleichgewicht halten, sich unter einander verkehrt, wie ihre virtuellen Geschwindigkeiten, verhalten. Dieser Satz wird das „Prinzip der „virtuellen Geschwindigkeiten“ genannt.

Dieses Prinzip, das späterhin noch weiter entwickelt wurde, wird von mehreren Bewunderern Galilei's als einer jener großen Dienste betrachtet, welche er der Mechanik geleistet hat. Wenn wir aber dasselbe näher betrachten, so sehen wir, daß es für unsere Geschichte keine so große Wichtigkeit hat. Es ist allerdings eine Generalisation, aber eine solche, die mehr aus der Aufzählung verschiedener einzelner Fälle, als aus einer eigentlichen, auf einer bestimmten Idee gebauten Induktion entstanden ist, gleich jenen großen Generalisationen von einzelnen Erscheinungen, die zu wahren Naturgesetzen auf dem kürzesten Weg geführt haben. Jene diente gleichsam nur dazu, die bereits bekannten Gesetze durch ein Wort, durch einen Satz, in Verbindung

$dp, dp', dp'' \dots$ dr dieser Größe auszudrücken pflegen, so geht die vorige Gleichung in die folgende über:

$$Rdr = Pdp + P'dp' + P''dp'' + \dots (I),$$

wo also, nach dem Vorhergehenden, der Punkt A des Systems durch die Kraft P während einem Augenblick in der Richtung der Linie AP durch den Raum dp , und eben so durch die Kraft $P', P'' \dots R$ durch den Raum $dp', dp'' \dots$ dr getrieben wird. Sollen daher die Kräfte $P, P', P'' \dots$ um den Punkt A im Gleichgewichte sein, so werden sie keine Bewegung dieses Punktes hervorbringen, oder die mittlere Kraft R aller dieser Kräfte wird gleich Null sein, so daß man also für das Gleichgewicht dieses Punktes die Gleichung haben wird:

$$0 = Pdp + P'dp' + P''dp'' + \dots (II).$$

Auf die allgemeine Gleichung (II) hat Lagrange in seiner *Mécanique analytique* die ganze Theorie der Statik, und auf die Gleichung (I), von der die (II) nur ein besonderer Fall ist, die gesammte Dynamik gegründet, und dadurch haben diese beiden Wissenschaften eine ganz neue Gestalt erhalten, welche sie, da sie einer Erweiterung nicht mehr fähig scheint, wohl immer behalten werden. Man vergleiche Poisson's *Mécanique*, 11te Auflage, Paris 1833, und Littrow's theoretische und praktische Astronomie. Wien 1827. Vol. III. 8. 9 u. f. L.

unter einander zu bringen; sie war mehr eine Nachhülfe für das Gedächtniß, als eine Bestätigung für den Verstand.

Dieses Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten ist so weit entfernt, den klaren Besitz eines mechanischen Begriffs zu involviren, daß Jedermann, der die Eigenschaft des Hebels nur eben kennt, er mag den Grund derselben einsehen oder nicht, sofort bemerken muß, daß das größere Gewicht genau in dem Verhältniß seiner Größe sich langsamer bewegt, als das andere. Deshalb hat auch Aristoteles, obschon er keinen richtigen Begriff von dem Gegenstande hatte, doch diese Wahrheit bemerkt. Und wenn Galilei denselben Gegenstand behandelt, so gibt er keineswegs die Gründe an, aus denen dieses Prinzip abgeleitet werden könnte, sondern er zählt bloß eine Anzahl von Analogien und Erläuterungen auf, von denen noch mehrere unbestimmt genug ausgedrückt werden. So erklärt er das Heben eines großen Gewichts durch ein kleines aus der Annahme, daß das größere Gewicht in mehrere kleine getheilt werde, die dann eines nach dem andern gehoben werden sollen. Andere Schriftsteller nehmen die schon oben erwähnte Analogie von Gewicht und Verlust zu Hülfe. Allein Bilder dieser Art können wohl die Phantasie unterhalten, der Verstand aber wird sie nicht als wahre mechanische Gründe gelten lassen.

Da also Galilei diesen Satz weder zuerst ausgesprochen, noch auch denselben, als ein unabhängiges Prinzip der Mechanik, bewiesen hat, so kann man ihn auch nicht als eine seiner Entdeckungen ansehen. Noch weniger aber kann man ihn mit dem Beweis des Stevinus von der schiefen Ebene vergleichen, der, wie wir gesehen haben, auf eine streng wissenschaftliche Weise von dem zweiten Axiom abgeleitet wurde, daß ein Körper nicht selbst sich in Bewegung setzen kann. Wollten wir dem reellen und für sich evidenten Axiom des Stevinus bloß aus der Ursache beipflichten, weil Galilei eine verbale Generalisation ohne Beweis gegeben hat, so würden wir in die Gefahr gerathen, uns selbst zu erlauben, von einer Wahrheit zur andern fortzuschreiten, ohne die vernünftige Aussicht, je zu irgend einem letzten und fundamentalen Satze zu gelangen.

Obschon aber dies Prinzip nicht zu den bedeutenden Entdeckungen Galilei's gezählt werden darf, so ist es doch immer von großem Nutzen gewesen, und die verschiedenen Formen, unter welchen

er und sein Nachfolger dasselbe dargestellt haben, trugen schon dazu bei, jener unstatigen Verwunderung ein Ende zu machen, mit welcher man die Wirkungen der Maschinen damals so oft zu betrachten pflegte, und eben dadurch auch bessere und reinere Begriffe über diese Gegenstände in Gang zu bringen.

Dieses Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten wirkte auch noch auf den Fortgang der mechanischen Wissenschaften in einem andern Weg, indem es einige von jenen Analogien an die Hand gab, durch welche das dritte Gesetz der Bewegung entdeckt wurde, und indem es zugleich auf die Annahme des Begriffs des Moments führte, durch welches Wort man das Produkt des Gewichts in die Geschwindigkeit verstand. Wenn in einer Maschine das Gewicht von zwei Pfunden auf der einen Seite, ein Gewicht von drei Pfunden auf der andern Seite in Gleichgewicht hält, und wenn dann das erste Gewicht durch drei Zolle, das andere aber in derselben nur durch zwei Zolle sich bewegt, so steht man, (da dreimal zwei gleich zweimal drei ist), daß das Produkt des Gewichts in die Geschwindigkeit dasselbe ist, so oft zwei Gewichte sich das Gleichgewicht halten; und wenn man dieses Produkt Moment nennt, so läßt sich das Gesetz des Gleichgewichts auch so ausdrücken, daß für zwei in einer Maschine im Gleichgewichte stehenden Körper, wenn diese Körper in Bewegung gesetzt werden, das Moment des einen gleich dem Momente des andern Körpers sein muß.

Hier wird der Begriff von Moment in Beziehung auf die virtuelle Geschwindigkeit gebracht, aber man hat bald darauf denselben Begriff auch auf wirkliche oder aktuelle Geschwindigkeiten angewendet, wie wir in der Folge sehen werden.

Fünfter Abschnitt.

Versuche zur Entdeckung des dritten Gesetzes der Bewegung. Begriff vom Moment.

Im Vorhergehenden haben wir die Bewegung im Allgemeinen, blos in Beziehung auf ihre Richtung und Geschwindigkeit betrachtet, ohne auf die Größe des bewegten Körpers Rücksicht zu nehmen. Wir wollen nun sehen, wie man bei dem Fortschritte dieser Untersuchungen auf den Einfluß gekommen ist, welchen die Masse des Körpers auf die Wirkung der be-

wegenden Kraft äußert. Dieser Theil des Gegenstandes ist etwas schwerer und verwickelter, aber er fordert ebenso, wie der erste, unsere Aufmerksamkeit. — Uebrigens findet man mehrere hieher gehörende Fragen schon in den mechanischen Problemen des Aristoteles angeführt. „Wie kommt es, fragt er, daß weder „sehr kleine, noch auch sehr große Körper, wenn sie geworfen „werden, so weit gehen, als die andern? Kommt es daher, daß „der geworfene Körper gegen die werfende Kraft reagirt, (*ante-* „*positus*), und daß ein großer Körper, der gar nicht nachgibt, der Wurfkraft entgegen ist?“ — Dieselbe Verwirrung der Begriffe, die sich in diesen Aeußerungen kund gibt, blieb auch in den späteren Zeiten herrschend, wo man überhaupt alle mechanischen Fragen mit solchen allgemeinen und abstrakten Ausdrücken abthun wollte, mit denen Niemand eine deutliche und bestimmte Ansicht verband, wie z. B. mit den Worten *impetus*, *vis*, *momentum*, *virtus*, *energia* und dergl. Mehrere dieser Spekulationen scheinen ganz besonders geeignet, die totale Verwirrung aller mechanischen Begriffe jener Zeit zu zeigen. Cardan verwickelte sich in die bereits erwähnten Schwierigkeiten, die er sich mit seiner Vergleichung derjenigen Kräfte geschaffen hatte, die den ruhenden und den schon in Bewegung begriffenen Körpern angehören sollten. Wenn die Kraft eines Körpers von seiner Geschwindigkeit abhängt, wie es doch scheint, daß es so ist, wie kommt es, daß ein ruhender Körper überhaupt noch eine Kraft haben kann, und auf welche Weise soll er auch nur der kleinsten äußeren Kraft widerstehen oder einen Druck ausüben? Er schmeichelt sich, diese Fragen dadurch glücklich gelöst zu haben, daß er den ruhenden Körpern eine verborgene Bewegung (*occultam motionem*) zuschreibt. „*Corpus movetur*, sagt er, *occulto motu quiescendo*.“ — Eine andere Grille, mit der er sich ebenfalls vergebens abmüht, wird von ihm mit den folgenden Worten ausgedrückt: „Wenn ein Mann die Hälfte eines gewissen Gewichts, und ein „anderer eben so viel tragen kann, und wenn dann beide Männer „zusammen wirken, so muß jeder von ihnen nur die Hälfte von „der Hälfte, oder nur den vierten Theil des Gewichts tragen.“ Selbst die besseren Köpfe jener Zeit scheinen ein eigenes Talent besessen zu haben, sich in solchen Schlingen zu verwickeln. Arriaga¹⁹⁾, der um die Zeit von 1640 schrieb, stellt sich von der Beob-

19) Roderich de Arriaga, *Cursus Philosophicus*. Paris 1639.

achtung sehr überrascht, daß mehrere platte Gewichte über einander auf einen Tisch gelegt, einen größeren Druck auf den Tisch hervorbringen, als das unterste Gewicht allein hervorbringt, da doch nur das letzte den Tisch selbst berührt. Unter andern Auflösungen, die er für die Einwirkung des Tisches auf die oberen Gewichte zu Markte bringt, die er doch selbst nicht berührt, nimmt er auch eine derselben von der Ulication (Woheit) des Tisches her.

Die Lehre des Aristoteles, daß ein zehnmal schwererer Körper auch zehnmal schneller fallen müsse, ist ein anderer Beweis von der Verwirrung aller statischen und dynamischen Begriffe. Die Kraft des größeren Körpers ist, so lange er ruht, allerdings zehnmal größer, als die des andern, aber diejenige Kraft, welche durch die Geschwindigkeit dieser Körper, wenn sie in Bewegung sind, gemessen wird, ist bei beiden Körpern gleich. Beide Körper werden gleichschnell fallen, so lange keine äußere Störungen auf sie einwirken. Das Verdienst, diesen Satz durch unmittelbare Beobachtung bewiesen, und dadurch das aristotelische Dogma widerlegt zu haben, wird gewöhnlich dem Galilei zugeschrieben, der sein bekanntes Experiment an dem berühmten geneigten Thurm von Pisa im Jahr 1590 angestellt hat. Aber auch andere hatten um dieselbe Zeit eine so offenbare Thatsache nicht übersehen. So sagt F. Piccolomini ²⁰⁾ in seinem *Liber Scientiae de Natura*, das im Jahr 1597 zu Padua herauskam: „Was die Bewegung der leichten und schweren Körper betrifft, so hat Aristoteles mehrere Meinungen aufgestellt, die gegen die Erfahrung sind, und seine Regeln über die Verhältnisse der Geschwindigkeiten sind offenbar falsch, da ein doppelt so großer Stein keineswegs doppelt so schnell fällt, als ein einfacher.“

20) Piccolomini, Alexander, geb. zu Siena 1508 aus der Familie des gleichnamigen Papstes Pius II. Er war als ein allseitig gebildeter Philomath berühmt in der Poesie, Mathematik, Theologie, Medizin, Philosophie und in den alten und neuen Sprachen. Er lebte meistens in Padua und Rom. Im Jahr 1574 wurde er Erzbischof von Patras und starb in Siena am 12ten März 1578. Wir haben von ihm nebst mehreren dramatischen und andern Schriften eine Uebersetzung der Poetik und Rhetorik des Aristoteles; die *Questiones mechanicae Aristotelis*; *Della sfera del mondo*; *Liber Scientiae de Natura* u. s. Seine Biographie von Fabiani kam 1749 und 1759 zu Siena heraus. L.

Stevinus beschreibt in dem Anhang zu seiner Statik (im Jahr 1586) die von ihm angestellten Experimente und spricht sehr bestimmt von den Abweichungen jener Regel, die aus dem Widerstand der Luft erzeugt werden. In der That folgte dieses Resultat aus dem Experimente durch einen sehr einfachen Schluß, da zehn unter einander verbundene Ziegel in derselben Zeit zu Boden fielen, als ein einziger, obgleich jene als ein zehnmal größerer Körper anzusehen sind. Daher beurtheilt auch Benedetti im Jahre 1585 den Gegenstand ganz auf dieselbe Weise in Beziehung auf die verschiedene Größe der Körper, obschon er den Irrthum des Aristoteles in Beziehung auf die verschiedene Dichtigkeit der Körper noch beibehält.

Der nächste Schritt in dieser Sache gehört mit mehr Gewißheit dem Galilei zu. Er entdeckte nämlich das wahre Verhältniß zwischen der accelerirenden Kraft eines frei fallenden und eines die schiefe Ebene herabgleitenden Körpers. Anfänglich war dies bloß eine glückliche Conjectur, aber diese Conjectur wurde durch Experimente bestätigt, und später endlich, nach einiger Zögerung allerdings, wurde sie mit besonderer elementarer Einfachheit auf ihr wahres Prinzip, auf das dritte Gesetz der Bewegung, zurückgeführt. Dieses Prinzip aber besteht darin, „daß für denselben Körper die dynamische Wirkung der Kraft „sich wie die statische Wirkung derselben verhält, das heißt, daß „die von einer Kraft in einer gegebenen Zeit erzeugte Geschwindigkeit, wenn sie den Körper in Bewegung setzt, sich wie der „Druck verhält, den dieselbe Kraft auf den ruhenden Körper „ausübt.“ — Dies so ausgedrückte Prinzip erscheint sehr einfach und offenbar, aber es wurde nicht in dieser Form weder von Galilei, noch von Anderen, die es suchten, aufgestellt. Galilei nimmt in seinen Dialogen über die Bewegung zu seinem Hauptgrundsatz einen viel weniger einleuchtenden an, als den eben aufgestellten, aber einen, in welchen jener immerhin enthalten ist. Sein Postulat ist: „Wenn derselbe Körper in verschiedenen „geneigten Ebenen von derselben Höhe herabfällt, so ist „seine, am Ende des Falls erlangte Geschwindigkeit immer dieselbe²¹⁾.“ Er erklärt und bestätigt dies durch einen sehr sinn-

21) Galilei. Opere. III. 96.

reichen Versuch an einem Pendel, indem er zeigt, daß das Gewicht des Pendels immer durch dieselbe Höhe schwingt, welchen Weg es auch zu nehmen gezwungen wird. Torricelli ²²⁾ sagt in seiner im Jahr 1644 herausgekommenen Abhandlung, er habe gehört, daß Galilei in seinen letzten Jahren jenen von ihm aufgestellten Satz bewiesen habe; da er aber diesen Beweis nicht kenne, so wolle er selbst einen geben. In diesem Beweise bezieht er sich wohl auf das richtige Prinzip, aber er scheint es doch nicht ganz klar eingesehen zu haben, da er das Wort „Moment“ ohne Unterschied für den statischen Druck eines ruhenden Körpers und für die Geschwindigkeit eines bewegenden Körpers hält, als ob diese zwei Dinge schon gleichsam von selbst für identisch

22) Torricelli, (Evangelista), geb. 1608 zu Faenza. In seinem 18ten Jahre kam er nach Rom unter die Leitung des berühmten Mathematikers Benedetto Castelli. Die eifrige Lectüre der Schriften Galilei's machte ihn zu einen der eifrigsten Anhänger des letzten, mit dem er auch die letzten Zeiten in näherem Umgange lebte. Nach dessen Tod wurde er von dem Großherzog Ferdinand II. Professor der Mathematik und Philosophie zu Florenz, wo er auch 1647 im 39sten Jahre seines Alters starb. Wir haben von ihm einen Trattato del moto und Opera geometrica, Flor. 1644. Auch um die Verfertigung der Mikroskope und Fernröhre erwarb er sich bedeutende Verdienste, wie man aus seinem Lezioni academice sieht, die Tomaso Bonaventuri (Florenz 1715) herausgegeben hat.

Castelli (Benedetto), geb. 1577 zu Brescia, Mönch und Abt von Monte Casino, starb als Professor der Mathematik 1644 zu Rom. Er war unter den Mathematikern der eifrigste Vertheidiger Galilei's, und wird als einer der ersten Begründer der praktischen Hydraulik geachtet. Sein Hauptwerk: Della misura dell' aqua corrente, Rom 1638, fand großen Beifall und wurde auch in mehrere Sprachen übersetzt.

Viviani (Vincenzo), geb. 1622 zu Florenz, der Liebling Galilei's, der sich auch bis an sein Ende von ihm nicht trennte. Im Jahr 1666 wurde er Professor der Mathematik in seiner Vaterstadt, wo ihn Ferdinand II. sehr begünstigte. Von Ludwig XIV. erhielt er, obschon in Florenz bleibend, einen ansehnlichen Jahresgehalt, von dem er sich ein Haus erbaute, das durch Büsten und Basreliefs ganz ein Denkmal Galilei's darstellte. Er starb 1703 mit dem Rufe eines ausgezeichneten Mathematikers. Seinen Scharfsinn bewies er durch seine Ergänzung der griechischen Werke des Aristäus und des Apollonius über die Kegelschnitte. L.

genommen werden könnten. Huyghens ²³⁾ im Jahr 1673 zeigt sich auch unzufrieden mit dem Beweise, der für Galilei's Annahme

23) Huyghens (von Huylichem) Christian, der zweite Sohn von Constantin Huyghens, Sekretärs des Prinzen von Oranien, ward am 14ten April 1629 zu Haag geboren. Sein vermögender und selbst sehr wissenschaftlich gebildeter Vater war sein erster Lehrer in der Musik, Mathematik und Maschinenkunde, für welche lehre der Sohn schon früh große Anlagen zeigte. In seinem 16ten Jahre bezog er die Universität zu Leyden, um daselbst die Rechte zu studiren. Descartes rühmte schon damals das besondere Talent des Jünglings für Mathematik öffentlich. Im Jahre 1649 machte er mit dem Grafen von Nassau eine Reise durch mehrere Länder Europa's. Nach seiner Zurückkunft erschien sein erstes Werk: „Theoreme über die Quadratur der Hyperbel, der Ellipse und des Kreises.“ Leyden 1654 und „Entdeckungen über die Größe des Kreises. Ibid. 1654. Im Jahr 1655 beschäftigte er sich bereits sammt seinem ältern Bruder mit der Verbesserung der Objektive zu Fernröhren. Er verfertigte ein Fernrohr von 12 Fuß Brennweite, mit dem er sofort einen (den sechsten) Satelliten Saturns entdeckte, worüber er eine kleine Schrift (Haag. 1656) herausgab. Im folgenden Jahre 1657 vollendete er sein Werk „über die Anwendung der Mathematik auf die Glücksspiele“ dessen Vortrefflichkeit ein halbes Jahrhundert später Jakob Bernoulli nicht besser anerkennen konnte, als indem er es als Einleitung seiner eigenen „Ars conjectandi“ mit einem Commentar vordrucken ließ. Bald darauf beschäftigte er sich mit der Verbesserung der Pendeluhrn, deren gegenwärtige Vollkommenheit wir größtentheils ihm verdanken. Schon im Jahr 1657 widmete er die erste der von ihm verbesserten Uhren den Generalstaaten, und schlug zugleich deren Gebrauch zur Bestimmung der geographischen Länge vor. Bald darauf hatte er ein Objectiv von 22 Fuß Brennweite zu Stande gebracht, mit dem er vorzüglich den Saturn eifrig beobachtete. Er entdeckte damit den merkwürdigen Ring dieses Planeten, den Galilei mit seinem viel schwächern Fernrohr nicht erkennen konnte. Im Jahre 1659 erschien sein Systema Saturnium, in welchem er diese und andere merkwürdige Entdeckungen über den Nebel im Orion, über die Streifen an Jupiter und Mars u. s. bekannt machte. Im Jahr 1660 und 1663 reiste er nach Paris und London, um die persönliche Bekanntschaft der großen Gelehrten dieser beiden Hauptstädte zu machen. Im Jahre 1665 wurde er von Ludwig XIV. mit einem ansehnlichen Jahresgehalt als Mitglied der neuerrichteten Akademie der Wissenschaften nach Paris geladen, wo er auch in den Gebäuden der k. Bibliothek seine Wohnung erhielt. Hier schrieb er 1666 seine Optik. Wegen

in der letzten Ausgabe seiner Werke enthalten ist. Sein eigener Beweis ruht auf dem Grundsatz, daß wenn ein Körper auf einer schiefen Ebene herabgefallen ist und dann mit der erlangten

seiner durch viele Arbeiten geschwächten Gesundheit kehrte er 1670 auf einige Zeit in seine Vaterstadt zurück, kam aber bald wieder in Paris an, wo er 1673 sein berühmtes Werk „*Horologium oscillatorium*“ herausgab. In diesem Werke legte er nicht nur alle seine praktischen Verbesserungen über diese Instrumente nieder, sondern er schmückte es auch noch mit den scharfsinnigsten Betrachtungen der höheren Geometrie aus, mit seinen neuen Theorien der Evoluten, der tautochyronen Curven, der Oscillationsmittelpunkte u. f. In demselben Werke lehrt er das eigentliche Maß der terrestrischen Schwere aus der Länge des Sekundpendels kennen, und aus derselben Quelle zugleich ein unveränderliches Urmaß aller Längen abzuleiten. Den Schluß des Ganzen machen seine berühmten Theoreme über die Centrifugalkraft bei der Kreisbewegung. — Auch die erste und wichtigste Verbesserung der Taschenuhr oder Federuhren verdankt man ihm, da er der Erfinder der Spirale ist, ohne welche jene Uhren nie auf Vollkommenheit hätten Anspruch machen können. Durch diese und viele andere wissenschaftliche Arbeiten wieder in seiner Gesundheit zurückgesetzt, entschloß er sich endlich, 1681, Frankreich ganz zu verlassen und in seine Vaterstadt zurückzukehren, wozu auch vorzüglich die Aufhebung des Ediktes von Nantes beigetragen haben soll. Im Haag beschäftigte er sich nun vorzüglich mit der Vervollständigung eines Planetariums, einer Maschine, mit welcher er die Bewegungen aller Körper unseres Sonnensystems darstellen wollte, wodurch er auf die interessante Entwicklung der Kettenbrüche geführt wurde. Auch verfertigte er wieder, wie anfangs, mit seinem Bruder Konstantin Objektive zu Fernröhren, deren er mehrere von 160 und eines sogar von 210 Fuß Focaldistanz zu Stande brachte. Um das Jahr 1690 beschäftigten ihn die wichtigen Untersuchungen über die doppelte Brechung des Lichts im Kalkspath, und über die eigentliche Gestalt der Erde. Im Anfange des Jahres 1695 ward er gefährlich krank; seine Verstandeskräfte nahmen schnell ab und er behielt nur noch so viel derselben, um über sein Vermögen und seine nachgelassenen Manuscripte verfügen zu können, welche letztere er der Bibliothek zu Leyden überließ. Bald darauf starb er im Haag am 8ten Juli 1695 in einem Alter von 76 Jahren. Er war nie verheirathet, und lebte zurückgezogen, größtentheils nur seinen Studien. Drei Jahre nach seinem Tode erschien noch sein Kosmotheoros oder Vermuthungen über die physische Beschaffenheit und die Bewohner der Planeten. Seine sämmtlichen Werke sind von s' Gravesande zu Leyden 1724 und Amsterdam 1728 herausgegeben worden.

Geschwindigkeit wieder eine andere schiefe Ebene heraufsteigt, daß er auf der zweiten Ebene nur wieder bis zu derjenigen Höhe steigen kann, von welcher er auf der ersten Ebene herabgefallen ist. Dieses Prinzip fällt sehr nahe mit Galilei's experimentaler Erläuterung zusammen. In der That kann jedoch Galilei's Prinzip, das Huyghens so gering schätzt, als eine genügende Darstellung des wahren Gesetzes betrachtet werden, daß nämlich, bei demselben Körper, die erzeugte Geschwindigkeit sich wie der Druck verhält, welchen er erzeugt. „Es ist also ausgemacht, sagt er ²⁴⁾, daß in einem beweglichen Körper der Impetus, die Energie, das Moment oder die Neigung zur Bewegung genau eben so groß ist, als die Kraft oder der Widerstand, der hinreicht, ihn zu unterstützen.“ Die verschiedenen Ausdrücke, die er hier für beide Kräfte braucht, für die statischen und für die dynamischen, zeigen, daß die Ideen Galilei's durch diese Vielnamigkeit keineswegs verwirrt worden sind, wie dies wohl mehreren anderen Schriftstellern seiner Zeit widerfuhr. Das von ihm auf solche Art aufgestellte Prinzip ist, wie wir sehen werden, von weiter Ausdehnung und von großem Werthe, und man kann nur mit Theilnahme die näheren Umstände dieser Entdeckung vernehmen, die auf folgende Weise erzählt werden ²⁵⁾. Viviani, der vorzüglichste Schüler Galilei's drückte einmal seinem Lehrer die Unzufriedenheit aus über den noch immer bestehenden Mangel eines klaren Grundes für das von Galilei aufgestellte Postulat, daß bei schiefen Ebenen von derselben Höhe die erlangten Geschwindigkeiten immer auch dieselben sein sollen. Die Folge davon war, daß Galilei, der eben einer Krankheit wegen zu Bette lag, seine nächste schlaflose Nacht zur Entdeckung des so lange vergebens gesuchten Beweises benützte. Dieser wurde denn auch in die folgende Ausgabe seiner Werke aufgenommen. Wenn man diesen Beweis näher betrachtet, so sieht man bald, daß Galilei hier nicht sowohl mit den Zwischenfähen zweier von einander sehr entfernten Wahrheiten, wie dies bei den Problemen der Geometrie der Fall ist, zu thun hatte, sondern daß er nur um die klare Auffassung von einander sehr nahe liegenden Begriffe kämpfen mußte, die er bisher noch nicht

24) Galilei. III. 104.

25) Drinkwater, Life of Galilei. S. 59.

einander näher bringen konnte, weil er sie selbst noch nicht scharf aufgefaßt und fest ergriffen hatte. Solche Ausdrücke, wie Kraft, Moment und dergl. waren seit Aristoteles die Quellen von vielen Irrthümern und Mißbegriffen gewesen, und es gehörte gewiß schon eine nicht gewöhnliche Stetigkeit des Geistes dazu, unter dem Gewühle jener dunklen und unbestimmten Ideen, den Unterschied zwischen den Kräften, bei ruhenden und bei bewegten Körpern, gehörig aufzufassen.

Das Wort Moment wurde zur Bezeichnung der Kraft eines bewegten Körpers eingeführt, zu einer Zeit, wo man von dem Worte „Kraft“ selbst noch keinen bestimmten, richtigen Begriff hatte. Galilei sagt in seinem *Discorso intorno alle Cose che stanno in su l'Acqua*: „Moment sei die Kraft, die Wirkung, oder die Eigenschaft, mit welcher die Bewegung vor sich geht, und mit welcher der bewegte Körper widersteht, und dies Moment ist abhängig, nicht blos von dem Gewichte, sondern auch von der Geschwindigkeit, von der Neigung und von mehreren anderen Dingen.“ Als er aber später zu einer größern Klarheit in seinen Ansichten kam, so setzte er fest, wie bereits erwähnt, daß in demselben Körper das Moment der Geschwindigkeit desselben proportional sei, und daraus ließ sich dann leicht ableiten, daß bei verschiedenen Körpern das Moment dem Produkte der Geschwindigkeit in die Masse dieser Körper proportionel sein müsse. Dieses so aufgestellte Prinzip ist einer sehr weiten Anwendung fähig, und führt unter anderm unmittelbar zu den Lehren von dem gegenseitigen Stoß der Körper. Allein obschon Galilei und mehrere andere seiner Vorgänger und Zeitgenossen über das Problem der Percussion viel gedacht und geschrieben hatten, so gelangten sie doch zu keiner befriedigenden Auflösung desselben, die daher den Mathematikern der folgenden Periode aufbehalten bleiben mußte.

Erwähnen wir hier noch des Descartes und seines „Gesetzes der Bewegung“, dessen Bekanntmachung von einigen Schriftstellern als Epoche machend in der Geschichte der Mechanik bezeichnet wird. Damit gingen eben diese seine Verehrer viel zu weit, denn die Prinzipien des Descartes haben den Naturwissenschaften nur einen sehr geringen Dienst erwiesen. Sein Ausdruck des Gesetzes der Bewegung, in dessen allgemeinsten Gestalt, war vielleicht eine Verbesserung in der Form, aber sein

sogenanntes drittes Gesetz ist selbst seinem Inhalte nach falsch. Descartes wollte mehrere Entdeckungen Galilei's und anderer seiner Zeitgenossen für sich vindiciren. Aber wir können seinen Forderungen nicht beistimmen, wenn wir sehen, daß er die Gesetze der Bewegung, die er doch schon vor sich hatte, entweder nicht gehörig verstand, oder daß er sie doch nicht anwenden wollte. Wir werden später wieder auf diesen Gegenstand zurückkommen. Wenn man aber Descartes mit Galilei zusammenstellen wollte, so könnte man sagen, daß von all' den mechanischen Entdeckungen, die im Anfang des siebenzehnten Jahrhunderts noch ohne zu große Mühe erreichbar waren, Galilei so viel und Descartes so wenig gemacht hat, als einem Manne von Talent eben möglich gewesen ist.

Drittes Kapitel.

Folgen der Epoche Galilei's. Zeitraum der Verifikation und Deduktion.

Der Grund, auf welchen Galilei die von ihm aufgestellten Gesetze der Bewegung gründete, bestand, wie wir gesehen haben, in der Einfachheit dieser Gesetze und in der Uebereinstimmung ihrer Folgen mit den Beobachtungen. Eigene Beschränkungen derselben wurden übrigens für die störenden Ursachen hinzugefügt. Seine Nachfolger setzten das Werk wiederholter Vergleichen der Theorie mit den Experimenten fort, bis endlich kein Zweifel über die Wahrheit der fundamentalen Lehren zurückblieb. Sie bestrebten sich auch, die Art der Aufstellung dieser Lehren so viel möglich zu vereinfachen, und die Folgerungen aus denselben in verschiedenen Problemen mit Hülfe der mathematischen Analysis zu zeigen. Diese Arbeiten führten zu der Bekanntmachung verschiedener Abhandlungen über die fallenden Körper, über die schiefen Ebenen, das Pendel, die schief geworfenen Körper, das in Röhren fließende Wasser u. s. w., die einen großen Theil des siebenzehnten Jahrhunderts beschäftigten.

Die Verfasser dieser Schriften bildeten gleichsam die Galileische Schule. Auch waren in der That viele von ihnen seine Schüler

oder doch seine persönliche Freunde. Castelli z. B. war sein Zuhörer und sein astronomischer Gehülfe zu Florenz, später aber sein eifriger Korrespondent. Torricelli war zuerst Schüler Castelli's, und später Hausgenosse und Mitarbeiter Galilei's im Jahr 1641; folgte ihm auch in seiner Stellung am Hofe zu Florenz bis an seinen Tod nach, der wenige Monate nachher eintraf. Viviani lebte während der drei letzten Jahre Galilei's in seiner Familie, und überlebte ihn und seine Zeitgenossen, wie er denn offen seine Freude und seinen Stolz bekannte, sich selbst den letzten Schüler Galilei's zu nennen. Gassendi, ein ausgezeichnete französischer Mathematiker und Professor, hatte ihn im Jahr 1628 besucht, und es zeugt von seinem ausgebreiteten Ruhme, wenn wir Milton von seiner Reise nach Italien sprechen hören¹⁾: „Hier war es, wo ich den berühmten Galilei fand, „den alten ehrwürdigen Greis, den Gefangenen der Inquisition, „blos weil er in der Astronomie anders dachte, als seine Censoren.“

Nebst diesen Schriftstellern kann man auch noch mehrere andere nennen, welche die Lehre Galilei's auszubilden oder zu erläutern suchten. Borelli, Professor zu Florenz und Pisa, Merzenne, der Korrespondent von Descartes und Professor zu Paris, so wie Wallis²⁾, der im Jahr 1649 zum Savilianischen Professor in Oxford ernannt wurde, nachdem sein Vorgänger Whiston³⁾

1) Man sehe Miltons Rede for the liberty of unlicensed Printing.

2) Wallis (John), wurde im Jahr 1649 Professor der Geometrie in Oxford, und war einer der ausgezeichnetsten Mathematiker. In den bürgerlichen Kriegen von 1640 zeichnete er sich durch seine Kunst aus, die verwickeltsten Chifferschriften zu entziffern. Seine berühmte Arithmetica infinitorum erschien 1655 zu Oxford. Im Jahre 1660 wurde er Kaplan des Königs Karl II.; 1663 trat er in die neu errichtete Londoner Akademie der Wissenschaften, gab 1690 noch mehrere theologische Werke heraus, und starb 1703. Seine sämtlichen Werke erschienen 1692 zu Oxford in 3 Foliobänden.

3) Whiston (William), geboren 1667, wurde Professor der Mathematik zu Cambridge, wo er von Newton selbst als sein Nachfolger in dieser Stelle empfohlen wurde. Nebst der Mathematik, für die er ein ausgezeichnetes Talent besaß, beschäftigte er sich auch mit Philosophie, Theologie und den alten Sprachen. Im Jahr 1708 gab er eine Schrift über die Dreieinigkeit heraus, und wurde deshalb 1710 von seinem Amte entfernt. Er begab sich nach London, wo er sich und seine

durch die Commissionäre des Parlaments von dieser Universität entfernt worden war. Es wird nicht nöthig sein, die Reihe aller dieser rein mathematischen Versuche, die einen großen Theil der Werke dieser Männer bilden, umständlich anzuführen, wofür wir uns blos auf einige Bemerkungen beschränken.

Die Frage über das zweite Gesetz der Bewegung wurde zuerst mit den Streitigkeiten vermischt, die sich auf die Wahrheit des Copernikanischen Systems bezogen. Dieses Gesetz gab nehmlich die wahre Antwort auf die stärkste aller Einwendungen, die man gegen die Bewegungen der Erde vorgebracht hatte, daß nämlich die Körper, welche von einer großen Höhe herabfallen, hinter ihrer anfänglichen Stelle zurückbleiben. Dieses Argument wurde von den Gegnern der neuen Lehre in verschiedenen Formen aufgestellt. Die Antworten auf dasselbe gehören eigentlich in die Geschichte der Astronomie und bilden einen Theil der Folge der Copernikanischen Epoche; eigentlicher noch aber wird man sie zur Geschichte der Mechanik zählen, da sie unmittelbar aus den Entdeckungen Galilei's entstanden sind. So weit dies nehmlich jenen mechanischen Streit anging, so bezogen sich die Vertheidiger des zweiten Gesetzes mit Recht triumphirend auf ihre Experimente. Gassendi machte verschiedene öffentliche Versuche über diesen Gegenstand, von denen er in seinen *Epistolæ tres de Motu Impresso a Motore Translato* ⁴⁾ Bericht erstattete. Man sah aus diesem Versuche, daß fallende oder auf-, vor- und rückwärts in einem ruhenden oder bewegten Schiffe geworfene Körper immer dieselbe Bewegung in Beziehung auf den Werfenden haben. In der Anwendung dieses Prinzips hatten sich Gassendi und andere Schriftsteller seiner Zeit in der That sehr verwickelt, da die Rücksicht auf religiöse Bedenkllichkeiten ihnen nicht erlaubten, zu sagen, daß die Erde sich bewege, sondern nur, daß die physischen Ursachen, die man gegen ihre Bewegung anführt, zu schwach seien. Diese Beschränkung setzte den Riccioli und andere von der Gegenpartei in den Stand, die Sache mit metaphysischen Hindernissen zu umgeben. Allein durch

Familie durch Unterricht in der Mathematik erhielt. Er starb 1752. Die Schicksale dieses sonderbaren Mannes werden von ihm selbst (*Memoirs*, 3 Bände, Lond. 1749) geschildert. L.

4) Montucla. II. 199.

diese wurde die Ueberzeugung der andern wenigstens nicht auf zu lange Zeit erschüttert, und das zweite Gesetz der Bewegung wurde bald allgemein als unbezweifelt angenommen.

Die Gesetze der Bewegung der fallenden Körper, wie sie Galilei bezeichnet hatte, wurden durch die Beweise von Gassendi und Fermat ⁵⁾, so wie durch die Experimente von Riccioli ⁶⁾ und

5) Fermat (Peter), geboren 1595 zu Toulouse, wo er auch im Januar 1665 als Parlamentsrath starb. Einer der größten Mathematiker Frankreichs, der auch mit beinahe allen berühmten Mathematikern seiner Zeit, mit Descartes, Pascal, Roberval, Huyghens, Wallis, Leibnitz u. a. durch eine ausgebreitete Korrespondenz in der innigsten Verbindung lebte. Er ist als einer der ersten Begründer der Infinitesimalrechnung zu betrachten. Seine Lieblingsbeschäftigung scheint die mit der Natur der Zahlen, mit der unbestimmten Analysis und mit der Wahrscheinlichkeit rechnung gewesen zu sein. Seine vielen Amtsgeschäfte scheinen ihn gehindert zu haben, eigentliche gelehrte Werke zu verfassen, daher er sich meistens nur mit kurzen Anzeigen seiner Entdeckungen begnügt. Sein Sohn Samuel gab, Toulouse, 1679, in Fol. die Opera varia seines berühmten Vaters heraus. Einzelne Briefe von ihm findet man in den Lettres de Descartes und in den Werken von Wallis.

6) Riccioli (Johann), geboren 1598 zu Ferrara, trat in seinem sechszehnten Jahre in den Jesuitenorden und widmete sich vorzüglich der Astronomie. Er wird als der Verfechter der Anticopernikaner angesehen. Er verwarf nicht nur das System des Copernikus, sondern auch das des Ptolemäus und des Tycho, und stellte ein anderes als das allein wahre auf, in welchem sich nämlich der Mond, die Sonne, Jupiter und Saturn unmittelbar um die Erde drehen, Merkur, Venus und Mars aber als Satelliten der Sonne betrachtet werden. Seine Absicht war, eine ganz neue Astronomie zu gründen, oder doch die alte in allen ihren Theilen zu reformiren, worin ihn besonders Grimaldi, sein Schüler und Freund, eifrig unterstützte. In den Jahren 1644–56 unternahm er eine Messung der Größe und Gestalt der Erde nach einer neuen Methode, die aber noch unsicherer ist, als die des Snellius, welche letzte Riccioli doch so sehr tadelte. Glücklicher war er in seiner Arbeit über die Topographie des Mondes, an welchem er 600 Flecken beobachtete und nach ihrer Lage verzeichnete, während seine Vorgänger Langren nur 270 und Helvetius 550 beobachtet hatten. Die von Riccioli eingeführte Nomenclatur dieser Flecken hat man bis auf unsere Tage beibehalten. Ob er den wahren Werth der Entdeckungen des Copernikus und Keplers in der That verkannte, oder ob er nur aus andern, nicht astronomischen Gründen, als der Gegner dieser Männer auftrat, ist

Grimaldi 7) bestätigt, und die Wirkung des Widerstands der Luft wurde von Merenne und Dechales 8) ausgemittelt. Die parabolische Bewegung der geworfenen Körper wurde besonders durch Experimente über den Wasserstrahl erläutert, der aus der Oeffnung eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes dringt. Versuche dieser Art sind besonders geeignet, die Aufmerksamkeit zu erregen, weil die beschriebene Curve, die bei einem festen geworfenen Körper vorübergehend und unsichtbar ist, bei einem beständigen Wasserstrom unveränderlich und sichtbar ist. Auch wurde die Lehre von der Bewegung der Flüssigkeiten durch die Italiener stets eifrig ausgebildet. Castelli's Abhandlung *Della Misura dell' Acque Corrente* (1638), ist die erste über diesen Gegenstand, und Montucla nennt ihn mit Recht „den Schöpfer eines neuen Zweiges der Hydraulik“ 9), obschon er unrichtig annimmt, daß die Geschwindigkeit des Ausflusses sich wie die Tiefe der Oeffnung unter dem Wasserspiegel verhält. Merenne und Torricelli, und nach ihnen mehrere andere, verfolgten ebenfalls denselben Gegenstand. Der Glaube Galilei's, denn mehr war

unentschieden. Er starb am 25. Juni 1671. Seine vorzüglichsten Werke sind: *Almagestum novum*, Bologna 1651. II Vol. fol.; *Astronomia reformata*, Bologna 1665. II Vol. fol.; *Geographiæ et Hydrographiæ reformatæ libri duodecim*, Bologna 1661; *Chronologia reformata*, Bologna 1669. III Vol. fol.

7) Grimaldi (Franz Maria), geboren 1613 zu Bologna, der oben erwähnte Freund und Gehülfe Riccioli's. Sein vorzüglichstes Werk ist die *Physicomathesis de lumine, coloribus et iride*, Bolog. 1665, in welcher Schrift er der erste von der Zerstreuung der Lichtstrahlen durch das Prisma, und von der Beugung derselben durch nahestehende Körper handelt. Er starb 1663 zu Bologna. L.

8) Dechales (Claude), geboren 1611 zu Chambery in Savoyen, ist der Verfasser verschiedener mathematischer Werke, von denen sich vorzüglich seine Ausgabe des Euklids sehr lange Zeit als das allgemeine Lehrbuch der Geometrie in Frankreich und auch in andern Ländern erhalten hat. Auch seine übrigen Werke zeugen, zwar nicht von seiner Kraft die Wissenschaft zu erweitern, aber wohl von seiner Kunst, sie andern klar und zugänglich zu machen. Er war Professor der Mathematik in Clermont, später in Marseille, und endlich in Turin, wo er 1678 starb. Seine Werke kamen 1690 in 4 Folioebänden unter dem Titel *Mundus Mathematicus* heraus. L.

9) Montucla. II. 201.

es nicht, an die parabolische Form der Bahn von schief geworfenen Körpern, wurde von den ihm nachfolgenden Schriftstellern über diesen Gegenstand etwas zu folgsam angenommen. Sie alle übersahen, so wie er selbst, die Wirkung des Widerstandes der Luft, die doch so groß ist, daß dadurch die Gestalt jener Curve völlig geändert wird. Demungeachtet wurde diese parabolische Theorie wieder gebraucht in Anderson's Art of Gunnery (1674), und in Blondel's Kunst, Bomben zu werfen (1683), und nicht blos Tafeln berechnete man unter dieser Voraussetzung, sondern man suchte auch die Einwendungen förmlich zu widerlegen, welche Andere gegen die parabolische Form jener Curve gemacht hatten. Erst viel später, im Jahr 1740, machte Robins eine Reihe von sorgfältigen und scharfsinnigen Versuchen bekannt, und als dann einige ausgezeichnete Mathematiker diese Curven in Bezug auf den Widerstand der Luft bestimmt hatten, da erst konnte man mit Recht sagen, daß diese Theorie durch die Beobachtungen ihre volle Bestätigung gefunden hat.

Das dritte Gesetz der Bewegung lag zur Zeit des Todes von Galilei immer noch, wie wir gesehen haben, auf eine unklare Weise vor. Der nächste Schritt dazu in der Galilei'schen Schule war die Bestimmung der Theorie des Stoßes der Körper, so weit als dieser Stoß die progressive Bewegung der Körper afficirt. Die Schwierigkeit dieses Problems entsprang zum Theil aus der heterogenen Natur des Druckes (bei einem ruhenden) und dem Momente (bei einem bewegten Körper); und zum Theil auch daraus, daß man die Wirkungen des Stoßes auf die einzelnen Theile des Körpers, wie z. B. beim Brechen, Quetschen, Einschneiden der Körper, mit derjenigen Wirkung verwechselte, welche die Bewegung des Ganzen betrafen.

Die erste Schwierigkeit hatte schon Galilei selbst mit einiger Klarheit eingesehen. In einem erst nach seinem Tode erschienenen Zusätze zu seinen mechanischen Dialogen sagt er: „In einem bewegten Körper gibt es zwei Gattungen Widerstands, einen innern (wenn man z. B. sagt, daß es schwerer ist, ein Gewicht von tausend, als eins von hundert Pfund zu heben), und einen andern äußern, der sich blos auf den Raum bezieht (wenn man z. B. sagt, daß es mehr Kraft erfordere, einen

„Stein hundert, als fünfzig Fuß weit zu werfen) ¹⁰⁾“. Indem er nun diesen Unterschied weiter bespricht, kommt er zu dem Resultate: „daß das Moment der Percussion unendlich groß ist, „weil es keine noch so große Geschwindigkeit gibt, die nicht durch „eine noch so kleine Kraft der Percussion überwältigt werden „könnte“).“ Er erklärt sich noch weiter darüber durch die Bemerkung, daß der Widerstand des Stoßes eine gewisse Zeit brauchen müsse, obschon diese Zeit unendlich klein sein könne. Diese völlig richtige Art, die scheinbare Unangemessenheit einer kontinuierlichen und doch augenblicklichen Kraft zu entfernen, war ein sehr wesentlicher Schritt zur Auflösung des Problems.

Descartes hat in seinen „Prinzipien“ die Gesetze des Stoßes unrichtig dargestellt, und sie scheinen erst von Wren, Wallis und Huyghens gehörig aus einander gesetzt worden zu sein, von dem letzten durch eine Schrift, die er im Jahr 1669 der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in London eingesendet hatte. Erst in diesen richtigen Auflösungen des Problems sieht man, wie diese Männer nur allmählig zu der Anerkennung des wahren dritten Gesetzes in seiner allgemeinsten Bedeutung gelangten, „daß nämlich das Moment (das dem Produkte der „Masse in die Geschwindigkeit des Körpers proportional ist) „als das eigentliche Maasß der Wirkung angesehen werden soll,“ so daß dieses Moment in dem stoßenden Körper durch den Widerstand, den er erfährt, eben so viel vermindert wird, als es in dem gestoßenen Körper durch den Stoß selbst vermehrt worden ist. Dies wurde auch zuweilen so ausgedrückt, daß man sagte: „daß die Quantität der Bewegung (welchen Ausdruck man „statt Moment substituirte) unverändert bleibt.“ — Newton drückte dies so aus: „Wirkung und Gegenwirkung sind einander gleich „und entgegengesetzt,“ und in dieser Gestalt wird dieses Gesetz, in England wenigstens, noch jetzt öfter gebraucht.

In dieser Art, das dritte Gesetz darzustellen, sieht man ein Beispiel von jenem Bestreben der Mathematiker, das nunmehr immer mehr um sich griff, die fundamentalen Gesetze der Ruhe und der Bewegung so zu betrachten, als wären sie für sich klar und unter einander identisch. In der That führte die enge Ver-

10) Galilei, opera. III. 210.

11) Ibid. III. 211.

wandtschaft, die zwischen den Prinzipien des Gleichgewichts und der Bewegung besteht, jene Männer auch öfter dahin, diese Klarheit der Einsicht in beide wieder zu trüben, und daraus entstand eine gewisse Zweideutigkeit der Worte, wie wir oben bei den Ausdrücken Moment, Kraft und dergl. gesehen haben. Dasselbe kann auch von den Worten „Wirkung“ und „Gegenwirkung“ gesagt werden, die beide eine statische und zugleich auch eine dynamische Bedeutung hatten. Auf diese Weise wurden die Regeln für die Geseze der Bewegung so dargestellt, daß sie mit den allgemeinsten Vorschriften der Statik gleichsam zusammen fielen. So zog z. B. Newton aus seinem Prinzip die Folgerung, daß bei einer gegenseitigen Einwirkung der Körper ihre Schwerpunkte nicht afficirt werden. Mariotte ¹²⁾ schon hatte diesen Satz in seinem *Traité de la percussion* (1684) für den Fall des direkten Stoßes aufgestellt. Durch die Dynamiker zu Newtons Zeit aber wurde der Satz, daß die Bewegung des Schwerpunkts durch die wirkliche freie Bewegung und durch den Stoß der Körper nicht geändert werde, mit dem statischen Satze verbunden, daß bei im Gleichgewicht stehenden Körpern die Schwerpunkte derselben durch die virtuelle Bewegung weder zum Steigen noch zum Fallen gebracht werden können. Dieser letzte Satz war von Torricelli als an sich selbst evident angenommen worden, aber es schien seinen Nachfolgern mit Recht angemessen, die Wahrheit desselben aus den ersten statischen Elementen zu beweisen.

Dieser Hang, die ersten Geseze des Gleichgewichts und der Bewegung zu identificiren, machte jene Männer von der alten,

12) Mariotte (Eduard), geb. zu Bourgogne, trat früh in den geistlichen Stand und starb als Mitglied der k. Akademie zu Paris im Jahr 1684. Er verlegte sich einer der ersten und mit großem Fortgang auf die experimentale Physik. Er erwarb sich ein entschiedenes Verdienst um die Hydrostatik und Hydraulik. Seine Schriften standen zu ihrer Zeit in klassischem Ansehn. Nach ihm wird der bekannte Lehrsatz benannt, daß sich die Dichte der Luft wie das auf ihr lastende Gewicht verhält. Auch um die Mechanik machte er sich verdient.

Seine sämtlichen Werke erschienen zu Leyden 1717 (2 Bde.) und im Haag 1740. Die wichtigsten derselben sind: *Traité de la percussion des corps*; *Traité du mouvement de l'eau*; *Sur la végétation des plantes* und *sur la nature des couleurs*.

soliden Grundlage der Statik, von dem Hebel, etwas zu leicht denken. Als die Dynamiker diesen Gegenstand von einer größeren Höhe betrachteten, hielten sie es für tadelnswerth, die gesammte Wissenschaft auf den Eigenschaften einer einzelnen Maschine zu erbauen. Descartes sagt in seinen Briefen sogar, daß es lächerlich wäre, die Eigenschaften der Rolle oder des Rads an der Welle durch die des Hebels erklären zu wollen. Varignon wurde durch ähnliche Ansichten zu dem Versuche seiner *Nouvelle mécanique* verleitet, in welchen er die ganze Statik auf die Lehre von der Zusammensetzung der Kräfte erbaute. Dieser sein Vorschlag wurde schon im Jahr 1687 bekannt gemacht, das Werk selbst aber erschien erst nach dem Tode seines Verfassers. Obschon nun der Versuch, das Gleichgewicht aller Maschinen auf die Zusammensetzung der Kraft zu gründen, als ein philosophischer betrachtet werden kann und auch nicht ohne Verdienst ist, so war doch die Bemühung, die Komposition des Drucks auf die Komposition der Bewegungen zu reduzieren, was der Zweck dieser Schrift Varignon's ist, ein wahrer Rückschritt in der Wissenschaft, da der Fortgang der klaren mechanischen Begriffe darunter nur leiden konnte.

Auf diese Weise waren also in der Zeit, zu welcher wir nun gelangt sind, die Prinzipien der Elementarmechanik im Allgemeinen bekannt, und bei den Mathematikern das Bestreben vorherrschend geworden, dieselben auf die möglichst einfache und verständliche Form zurückzuführen. Die Ausführung dieser Vereinfachung und zugleich die damit verbundene weitere Ausdehnung der mechanischen Begriffe, die wir mit einem Worte die Generalisation jener Gesetze genannt haben, ist ein so wichtiger Gegenstand, daß er, obschon er nur ein Theil der natürlichen „Folge“ von Galilei's Lehre ist, eine eigene Behandlung in einem besonderen Kapitel verdient. Zuvor müssen wir aber die Geschichte der Hydrostatik auf denselben Zeitpunkt vorwärts führen, an welchem wir nun bei der Mechanik der festen Körper angelangt sind.

Viertes Kapitel.

Entdeckung der mechanischen Prinzipien der Flüssigkeiten.

Erster Abschnitt.

Wiederentdeckung der Gesetze des Gleichgewichts der Flüssigkeiten.

Wir haben bereits gesagt, daß die wahren Gesetze des Gleichgewichts flüssiger Körper von Archimedes entdeckt und von Galilei und Stevinus wieder gefunden worden sind. Die zwischen diesen Männern liegende lange Zeit wurde von unbestimmten und verwirrten Ideen über alle Erscheinungen in der Natur in solchem Maaße eingenommen, daß es den Menschen ganz unmöglich fiel, die klaren Begriffe, die Archimedes aufgestellt hatte, zu erfassen. Stevinus muß, von jenen beiden Neuern, als der erste Wiederfinder jener Gesetze betrachtet werden, denn sein Werk erschien schon im Jahr 1585 in holländischer Sprache, und in demselben sind seine Ansichten über den Gegenstand bereits vollkommen richtig und klar ausgedrückt. Er stellt die Lehren des Archimedes wieder auf, und zeigt, daß, in Folge derselben, der Druck der Flüssigkeit auf den Boden eines Gefäßes viel größer sein könne, als das Gewicht der ganzen Flüssigkeit selbst. Er beweist dies, indem er annimmt, daß einige der obern Theile des Gefäßes mit festen Körpern angefüllt sind, welche die Stelle der Flüssigkeit einnehmen und doch den Druck dieser Flüssigkeit auf den Boden des Gefäßes nicht vermindern. Er zeigt auch, wie groß der Druck der Flüssigkeit auf jeden Theil eines gegen den Horizont schief liegenden Bodens sein müsse, und daraus findet er, mit Hülfe einiger mathematischen Kunstgriffe, die als eine Annäherung zu der späteren Analysis des Unendlichen gelten können, auch den ganzen Druck der Flüssigkeit auf alle Theile eines solchen schiefen Bodens. Diese Art der Behandlung des Gegenstandes könnte selbst noch heutzutage als ein wesentlicher Theil unserer elementaren Hydrostatik aufgenommen werden. Galilei sah die Eigenschaften der Flüssigkeiten nicht weniger deutlich ein, und er setzte sie im Jahr 1612 in seinem Gespräche über die schwimmenden Körper sehr klar auseinander. Die Aristoteliker hatten

behauptet, daß die „Form“ der Körper die Ursachen ihres Schwimmens sei, woraus sie folgerten, daß das Eis nur verdichtetes Wasser ist, wobei sie aber offenbar wieder die Begriffe von Rigidität und Densität unter einander wirrten. Galilei im Gegentheil behauptete, daß das Eis verdünntes oder rareficirtes Wasser sei, was eben aus dem Schwimmen desselben im Wasser folge, und von da ausgehend zeigte er durch verschiedene Experimente, daß das Schwimmen der Körper keineswegs von der Form derselben abhängig ist. Das glückliche Talent Galileis erscheint hier in einem um so helleren Lichte, da der gelehrte Streit, den er beschwergen führen mußte, größtentheils noch durch die Beimischung eines ganz andern Phänomens sehr verwickelt wurde, das sich auf die sogenannte Kapillar- oder Molecular-Attraktion bezog. So zeigte die Erfahrung, daß eine elfenbeinerne Kugel im Wasser untersinkt, während ein dünner Streifen von diesem Material auf der Oberfläche des Wassers schwimmt, und es gehörte schon ein mehr als gewöhnlicher Scharfsinn dazu, sich durch solche Erscheinungen nicht irre machen zu lassen und die Ausnahme dieser besondern Fälle von der allgemeinen Regel richtig zu erkennen. Galilei's Ansichten wurden von mehreren Schriftstellern angegriffen, wie von Nozzolini, Vincenzio des Gracia, Ludovico delle Colombe, und andern. Die Vertheidigung desselben übernahm sein Schüler Castelli, der seine Antwort auf die Schriften jener Gegner im Jahr 1615 bekannt machte. Galilei's Meinungen aber verbreiteten sich schnell und wurden allgemein angenommen. Etwas später nahm Pascal ¹⁾ den ganzen Gegenstand

1) Pascal (Blasius), einer der größten Geometer und überhaupt einer der ausgezeichnetsten Schriftsteller Frankreichs, geboren am 19. Juni 1623 zu Clermont in Auvergne. Sein Vater, ein hochgebildeter Mann, war Präsident à la cour des aides in Clermont, übernahm selbst die erste Erziehung seines einzigen Sohnes, mit dem er 1631 nach Paris zog, wo er bald in der engsten Verbindung mit den vorzüglichsten Geistern dieser Hauptstadt lebte, mit Mersenne, Roberval, Carcavi u. a. Die häufigen Zusammenkünfte dieser Männer in Pascal's Haus legten den eigentlichen Grund zu der bald darauf entstehenden Akademie der Wissenschaften in Paris. Seine erste Schrift über die Natur des Schalls wurde durch die Bemerkung veranlaßt, daß eine Schale von Porzellan, mit einem Hammer geschlagen, ihren Klang sogleich verliert, wie sie mit den Fingern berührt wird. Pascal zählte damals kaum

mehr systematisch wieder auf in seiner „Abhandlung von dem „Gleichgewicht der Flüssigkeiten,“ die im Jahr 1653 erschien und in welcher er zeigt, daß die in einem Gefäße eingeschlossene Flüssigkeit nach allen Richtungen denselben Druck ausüben müsse. Er stellt sich, diesen Satz zu beweisen, einen in die Flüssigkeit gestellten Heber vor, von dem ein Arm hundertmal breiter ist, als der andere, und er zeigt, daß die Kraft eines einzigen Mannes, den Stempel des dünneren Arms nieder zu drücken, der Kraft von hundert Männern an dem andern Arm das Gleichgewicht halten muß, „woraus dann, wie er hinzu setzt, „folgt, daß ein solcher mit Wasser gefüllter Heber als eine neue

zwölf Jahre, wie seine Schwester, Mad. Perrier, in dem von ihr verfaßten Leben ihres Bruders erzählt. Da sein Vater ihn, wenigstens anfangs, mehr den alten Sprachen und den schönen Wissenschaften zuwenden wollte, so mußte er die Mathematik, zu der er früh schon große Neigung zeigte, heimlich und ohne viele Bücherhülfe erlernen. In seinem sechszehnten Jahre soll er bereits eine sehr treffliche Abhandlung über die Kegelschnitte geschrieben haben, die den ungetheilten Beifall des Descartes erhielt. Aber durch seine zu anhaltenden jugendlichen Studien hatte er schon im achtzehnten Jahre seine Gesundheit zerstört. Um dieselbe Zeit erfand er mehrere, damals großes Aufsehen machende Maschinen. In sein dreiundzwanzigstes Jahr fielen seine Beobachtungen der Berghöhen durch das Barometer. Im Jahr 1649 erschien seine berühmte Abhandlung über die Cyclois; gegen das Jahr 1653 beschäftigte er sich mit der Natur der Zahlen und der Wahrscheinlichkeitsrechnung, und löste oft schwere Probleme, an denen Andere Monate gearbeitet hatten, in wenigen Minuten auf, obgleich damals sein Körper bereits sehr leidend war. Dieses Siedthum war auch wohl die Ursache, die ihn zu einem strengen, ascetischen Leben und endlich zur völligen Verlassung der Welt führte. Im Jahr 1653 bezog er seine neue Wohnung in der berühmten Abtei des Port-Royal, wo er in der Nähe seiner Freunde Arnault, Nicole, Lancelot und anderer Jansenisten lebte. Im Jahre 1656 erschienen seine Briefe gegen die Molinisten: *Les Provinciales*, die durch Inhalt und Styl ausgezeichnet, mehr als sechzig Auflagen erlebt haben. Seine *Pensées sur la religion* erschienen Amsterdam 1692, erst dreißig Jahre nach seinem Tod. Seit 1658 lag er an einer Todeskrankheit darnieder, bis er am 29. Aug. 1662 im neununddreißigsten Jahre seines Alters starb. Seine *Oeuvres complètes* sind von Bossut (Paris 1779 und neue Auflage 1819 in fünf Bänden) erschienen. Die neuesten Ausgaben seiner Werke besorgte Lemercier, Paris 1830.

„Maschine zu betrachten ist, durch welche man jede gegebene „Kraft so oft, als man nur will, vervielfachen kann.“ Auch wußte Pascal schon die Lehren von dem Gleichgewichte der Flüssigkeiten auf das „Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit“ zurückzuführen, durch welches man bisher nur das Gleichgewicht der festen Maschinen regulirt hatte. Dies lehte hat auch schon Galilei vor ihm geleistet, denn es folgte unmittelbar aus seinem Satze, daß der Druck, den jeder untere Theil einer Flüssigkeit erleidet, blos von dem Gewichte der über ihm liegenden Theile komme.

In allem diesem war nichts, dem man nicht leicht beipflichten konnte. Aber die Ausdehnung dieser Lehre auf die Luft erforderte noch das Hinzutreten einiger neuen mechanischen Konzeptionen. Der allseitige Druck der Luft auf unsern Körper, und das Gleichgewicht der über uns stehenden Luft, diese zwei Dinge wollte man sehr lange nicht recht klar einsehen. Seneca spricht zwar ²⁾ von der „Schwere der Luft,“ und von der Kraft, mit welcher sie sich ausdehnt, wenn sie, wie z. B. von dem Winde, zusammen gedrückt wird, aber man darf auf diese Phrasen kein großes Gewicht legen, da er unmittelbar nachher sagt: „wir haben eine „Kraft, durch die wir uns selbst in Bewegung setzen, und eben „so ist auch die Luft nicht ohne eine solche Kraft, sich selbst zu „bewegen, wie denn auch das Wasser eine solche eigene Bewegungskraft hat, die wir bei dem Wachsen der Pflanzen sehen.“ Welchen Werth kann man auf eine solche Darstellung der Schwere und der Elasticität der Luft legen? — Indesß waren die Wirkungen dieser Kräfte so zahlreich und so offenbar, daß die Aristoteliker sich gezwungen sahen, ein eigenes Prinzip für diese Erscheinungen in dem „Horror Vacui“ der Natur aufzustellen. Auf dieses Prinzip wurden dann mehrere alltägliche Phänomene zurückgeführt, wie das Saugen, das Athmen, die Wirkungen des Blasenbalgs u. dgl. Die Erscheinungen bei dem Schröpfkopfe, wenn die Luft durch das Feuer verdünnt wird; die Erfahrung, daß eine offene, mit Wasser gefüllte Flasche, umgekehrt in ein mit Wasser gefülltes Gefäß getaucht, nicht ausfließt; dieselbe Erscheinung bei einer unten offenen und oben verschlossenen Röhre, und das Ausfließen des Wassers aus einer solchen Röhre, sobald

2) Seneca, Quaest. Nat. V. 5

ihre obere Mündung wieder geöffnet wird; die Wirkung des Hebers, der Spritze, der Pumpe; die Adhäsion zweier polirter Platten, diese und viele andere Erscheinungen wurden alle durch jene Furcht der Natur vor dem leeren Raume erklärt. In der That muß man auch gestehen, daß dieses Prinzip für ein gut gewähltes gelten konnte, sofern es alle diese Phänomene, die sämmtlich derselben Art sind, in sich vereinigte und auf eine gemeinsame Ursache zurückführte. Aber als ein „letztes Prinzip“ war es doch nicht nur unphilosophisch, sondern auch unvollkommen und selbst schlecht. Es war unphilosophisch, weil es einen moralischen Begriff (der Furcht oder des Abscheus) als Erklärung einer Naturerscheinung aufstellte; es war unvollkommen, weil es höchstens nur ein Gesetz ausdrückte, ohne die physische Ursache desselben anzugeben; es war endlich auch schlecht, weil es der beabsichtigten Wirkung eine ganz unbegrenzte Ausdehnung gab. Deshalb verleitete auch dieses Prinzip zu vielen Mißverständnissen. So sprach Merisenne im Jahr 1644 von einem Heber, der das Wasser über einen Berg führen sollte, weil er damals noch nicht wußte, daß die Wirkung eines solchen Instruments bloß auf 34 Fuß beschränkt ist. Einige Jahre später aber entdeckte er seinen Mißgriff, und in dem dritten Theile seines Werkes, der im Jahr 1647 erschien, setzt er seinen Heber unter die Emendanda, und hier drückt er sich auch schon richtig über das „Gewicht der Luft“ aus, durch welches das Quecksilber in der Torricellischen Röhre schwebend erhalten wird. In der That wurde auch das wahre, jenen Erscheinungen zu Grunde liegende Prinzip eben durch diese Grenze jenes vermeintlichen Abscheus der Natur, die bei 34 Fuß aufhören sollte, entdeckt. Man hatte gefunden, daß, wenn man den Versuch machte, das Wasser über diese Grenze zu erheben, die Natur den leeren Raum über dem gehobenen Wasser sehr wohl ertragen konnte. Im Jahre 1643 unternahm es Torricelli, diesen leeren Raum schon in einer viel geringeren Höhe zu erzeugen, indem er statt Wasser das viel schwerere Quecksilber zu seinen Versuchen wählte, wo sich dann die wahre Erklärung der Erscheinung, nämlich des Gleichgewichts der Wassermasse mit dem Druck der Luft, gleichsam von selbst anbot. — Zu denselben Schlüssen kam man auch noch auf anderen Wegen. Schon Galilei hatte gelehrt, daß die Luft ein bestimmtes Gewicht hat, und Baliani, der ihm im

Jahr 1630 schrieb, sagte:³⁾ „Wenn wir im leeren Raume uns „befänden, so würde uns das Gewicht der Luft über uns sehr fühlbar „werden.“ Auch Descartes scheint seinen Theil an dieser Entdeckung zu haben, denn in einem Briefe vom Jahre 1631 setzt er die Ursache der Suspension des Quecksilbers in einer oben verschlossenen Röhre in den Druck der Luftsäule, die bis zu den Wolken reicht.

Noch fehlte aber die gewünschte vollkommene Bestätigung dieser Ansicht, bis endlich Pascal im Jahr 1647 auf experimentellem Wege zeigte, daß, wenn man durch Besteigung eines Berges die Höhe der unter uns stehenden Luftsäule ändert, damit auch der Druck derselben geändert wird. Dieser berühmte Versuch wurde von Pascal selbst auf einem Kirchthurm in Paris gemacht, und zwar mittels einer mit Quecksilber gefüllten Torricellischen Röhre, durch welche er das Gewicht der Luft messen wollte. Er schrieb auch deshalb an seinen Schwager, der in der Nähe des hohen Berges Puy-de-Dome in der Auvergne wohnte, und ersuchte ihn, das Experiment auf diesem Berge zu wiederholen, wo das Resultat ohne Zweifel entscheidender ausfallen würde. „Du „stehst, schreibt er, daß, wenn die Höhe des Quecksilbers auf dem „Gipfel des Berges kleiner sein sollte, als an dem Fuße desselben, (was ich aus manchen Gründen glaube, obschon alle, die „bisher darüber geschrieben haben, der entgegengesetzten Meinung sind,) daß dann daraus sofort folgt, daß das Gewicht „und der Druck der Luft die einzige Ursache dieser Erscheinung „sein muß, nicht aber jener Horror Vacui, da es offenbar ist, „daß an dem Fuß des Berges mehr Luft abzuwägen ist, als auf „dem Gipfel desselben, und da wir doch unmöglich sagen können, „daß die Luft am Fuß des Berges eine größere Scheu vor dem „leeren Raum haben soll, als auf seinem Gipfel.“ — Perrier, Pascal's Correspondent, stellte dieses Experiment nach des letztern Wunsch an, und fand eine Differenz von drei Zollen in der Höhe des Quecksilbers, „was uns alle, wie er hinzusetzt, mit „Verwunderung und Erstaunen erfüllte.“

Als sonach die letzten Resultate des Gewichts und des Drucks der Luft in's Reine gebracht waren, hatte der Fortgang der Theorie keine weiteren Hindernisse zu bekämpfen. Später be-

3) M. f. Drinkwater's Galilei. S. 90.

gannen die Mathematiker noch allgemeinere Fälle, als die der bloßen Schwere, zu betrachten, und es erhoben sich Schwierigkeiten in der Anwendung der bereits aufgestellten Prinzipien; doch bezogen sich diese Schwierigkeiten nicht mehr auf den einmal festgestellten Begriff von dem eigentlichen Wesen des Gleichgewichts der flüssigen Körper, der auch deshalb unangefochten bleiben mußte.

Zweiter Abschnitt.

Entdeckung des Gesetzes der Bewegung der Flüssigkeiten.

Die Kunst, das Wasser in Röhren zu leiten, oder die Richtung seiner Bewegung für verschiedene Zwecke zu ändern, ist sehr alt. Diese Kunst, systematisch behandelt, wurde gewöhnlich *Hydraulik* genannt, doch ist *Hydrodynamik* die angemessene allgemeine Benennung der Wissenschaft für die Gesetze der Bewegung flüssiger Körper. Die Kunst ist, wie gesagt, so alt, als die Civilisation des ersten Volkes, bei dem sie entstand; die Wissenschaft aber geht nicht weiter, als bis zu Newtons Zeit, obgleich verschiedene Versuche zu diesem Zwecke schon von Galilei und seinen Schülern gemacht worden sind.

Wenn die Flüssigkeit aus einer Oeffnung des Gefäßes, in welchem sie enthalten ist, herausströmt, so bemerkte Castelli sehr wohl, daß die Geschwindigkeit des Ausflusses von der Tiefe der Oeffnung unter dem Wasserspiegel abhängt; allein er nahm irriger Weise an, daß die Geschwindigkeit jener Höhe genau proportional ist. Torricelli fand aus seinem Versuche, daß die volle Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers diejenige ist, die ein fester Körper erhalten wird, wenn er durch die ganze Höhe des Wassers gefallen ist, daß demnach die Geschwindigkeit des Wassers sich wie die Quadratwurzel der Höhe desselben verhalte. Er gibt dies Resultat übrigens nur als die Folge seines Experiments oder als einstweiliges Gesetz des Phänomens, am Ende seiner Schrift: *De motu naturaliter accelerato*, die im Jahr 1643 erschien.

Newton behandelte diesen Gegenstand theoretisch in seinen „Prinzipien“, vom Jahre 1667, aber man muß, mit Lagrange, gestehen, daß dies die am wenigsten genügende Stelle seines großen Werkes ist. Newton hatte seine Beobachtungen auf eine

andere Weise, als Torricelli, angestellt, indem er nämlich die „Menge“ des ausgestossenen Wassers, statt die Geschwindigkeit desselben, maß, wodurch er dann auch ein dem Torricellischnen widersprechendes Resultat gefunden hatte. Nach Newton war die auf diese Weise gefundene Geschwindigkeit des Wassers nur jener des Falls durch die Hälfte der Wasserhöhe proportionirt.

In der ersten Ausgabe der Prinzipien ⁴⁾ theilt Newton eine Reihe von Schlüssen mit, durch die er sein Resultat auf theoretischem Wege zu beweisen sucht, und wo er von dem Prinzip ausgeht, daß das Moment der ausgeströmten Flüssigkeit gleich ist dem Moment, welches die vertikale Wassersäule über der Oeffnung des Gefäßes durch seine Schwere erzeugen würde. Allein die Versuche Torricellis, welches die der ganzen Höhe entsprechende Geschwindigkeit gab, wurden durch wiederholte Experimente bestätigt. Wie sollte man also diese Abweichungen deuten?

Newton erklärte sie durch die Bemerkung einer Kontraktion des Wassers, die der Strahl oder die Wasserader, gleich nachdem sie die Oeffnung verlassen hat, erleidet, und die er daher *vena contracta* nannte. An der Oeffnung selbst ist die Geschwindigkeit des Wassers die der halben Höhe zugehörige, an der *vena contracta* aber ist sie der ganzen Höhe entsprechend. Die erste Geschwindigkeit sollte die Quantität des ausfließenden Wassers, die zweite aber die Bahn des Wasserstrahls bestimmen.

Diese Erklärung war ein wichtiger Schritt in Beziehung auf die Erkenntniß des Gegenstandes, aber sie schien auch zugleich, den mildesten Ausdruck zu brauchen, Newtons ersten Beweis sehr mangelhaft zu machen. In der zweiten Ausgabe der Prinzipien, im Jahre 1714, griff er dasselbe Problem auf eine ganz neue Art an. — Er nimmt hier an, daß, wenn ein cylindrisches Gefäß in seinem Boden eine Oeffnung hat, die Flüssigkeit als eine conoidische Masse angesehen werden kann, deren Basis in dem Wasserspiegel, und deren Scheitel in der Oeffnung liegt. Diesen Theil des Wassers nennt er den „Katarakt,“ und er zeigt, daß, während dieser Theil abwärts geht, die ihn umgebende übrige Wassermenge unbewegt bleibt, so als wenn sie gefroren wäre. Auf diese Art findet

4) Newton's Prinzipien. Buch II. Prop. 37.

er ein Resultat, das in Beziehung auf die Geschwindigkeit des Ausflusses mit den Experimenten des Torricelli übereinstimmt.

Man muß gestehen, daß die Annahme, durch welche dieses Resultat erhalten wird, etwas willkürlich ist, und dasselbe darf wohl auch von derjenigen gesagt werden, die Newton anwendet, um das Problem des ausfließenden Wassers mit dem des Widerstands eines im Wasser bewegten Körpers übereinstimmend zu machen. Allein selbst in unsern Tagen noch sind die Mathematiker nicht im Stande gewesen, die Probleme in der Bewegung der Flüssigkeiten auf mathematischen Prinzipien und Berechnungen zurückzuführen, ohne sich ähnliche willkürliche Voraussetzungen zu erlauben.

Daher ist aber auch die Wissenschaft der Bewegung der Flüssigkeiten, unähnlich allen übrigen Theilen der Mechanik, noch heutzutage ein Gegenstand, der noch immer der Experimente und Beobachtungen bedarf, um die fundamentalen Prinzipien derselben einmal fest zu stellen. Bereits sind viele solche Versuche angestellt worden, in der Absicht, entweder die Resultate der Berechnung mit den Beobachtungen zu vergleichen, oder, wenn diese Vergleichung nicht erwünscht ausfällt, wenigstens rein empirische Regeln zu erhalten. In dieser Beziehung wurde der Widerstand der Flüssigkeiten, und die Bewegung des Wassers in Röhren, Kanälen und Bächen häufig untersucht. Italien besonders hat schon seit langer Zeit viele Beobachter dieser Art aufzuweisen. Die früheren Versuche zu diesem Zwecke wurden in einer eigenen Sammlung von sechzehn Quartbänden aufgestellt. In den neueren Zeiten hat Vecchi und Michelotti um das Jahr 1765, und nach ihnen Bidone, diesen Gegenstand eifrig verfolgt. Bossut, Buat, und Hachette in Frankreich bearbeiteten denselben Gegenstand, so wie auch Coulomb, Prony, Girard und Poncelet. Eitelweins „Hydraulik“ enthält die Nachrichten von diesen fremden und von seinen eigenen Untersuchungen. Viele von diesen Versuchen, besonders in Frankreich und Italien, wurden auf Kosten der Regierungen, und die meisten in großem Maßstabe gemacht. In England geschah in dieser Beziehung während dem letzten Jahrhundert weniger, als in andern Ländern. Die Philosophical Transactions der Londoner Societät z. B. enthalten kaum eine einzige Abhandlung über diesen Gegenstand,

der sich auf eigene Experimente gründet ⁵⁾). Thomas Young, der in Beziehung auf so manchem anderen wissenschaftlichen Zweig an der Spitze seiner Landsleute stand, war auch einer der ersten, der die allgemeine Aufmerksamkeit wieder auf diesen Gegenstand zurückgeführt hat; Rennie aber und einige Andere haben vor Kurzem wieder einige schätzbare Versuche angestellt. In vielen Fällen ist die Uebereinstimmung zwischen der Rechnung und den Experimenten allerdings recht gut, aber die meisten dieser Rechnungen sind nur mit Hülfe von empirischen Formeln gemacht worden, die nicht zeigen, wie die beobachteten Erscheinungen mit ihren Ursachen zusammen hängen, und die daher noch viel zu wünschen übrig lassen, um daraus ^{den} eigentliche Theorie dieses Gegenstandes ableiten zu können.

In der Zwischenzeit wurden indeß alle übrigen Theile der Mechanik auf allgemeine Gesetze und auf ein rein analytisches Verfahren zurückgebracht; ja man hat endlich selbst Mittel gefunden, auch die Hydrodynamik in diese allgemeinen analytischen Formeln mit einzuschließen; ungeachtet aller der Schwierigkeiten, die noch immer auf der Auflösung der meisten speziellen Probleme dieser Wissenschaft ruhen, wie wir in der Folge sehen werden.

Fünftes Kapitel.

Generalisation der Prinzipien der Mechanik.

Erster Abschnitt.

Generalisation des zweiten Gesetzes der Bewegung. Centrakraft.

Das zweite Gesetz der Bewegung war nur für konstante Kräfte, die in unter sich parallelen Richtungen wirken, bewiesen, so wie das dritte, wenigstens für alle direkten Wirkungen der Körper, ebenfalls als bewiesen angenommen werden konnte. Aber es erforderte ohne Zweifel noch ein ganz vorzügliches mathematisches Talent und eine besondere induktive Kraft des Geistes, um nun auch diejenigen Gesetze zu entdecken, durch welche die Bewegungen derjenigen Körper beherrscht werden, die unter sich selbst gegen-

5) Rennie, Report to Brit. Assoc.

seitig auf einander wirken, und die von Kräften getrieben werden, welche in Beziehung auf ihre Größe sowohl, als auch auf ihre Richtungen veränderlich sind. Darin besteht aber eben das, was wir hier die Generalisation jener zwei mechanischen Gesetze nennen.

Galilei hatte sich überzeugt, daß bei den auf der Oberfläche der Erde schief gegen den Horizont geworfenen Körpern die Geschwindigkeit des Wurfs sowohl, als auch diejenige Geschwindigkeit, die bloß von der Wirkung der Schwere erzeugt wird, „jede für sich abgesondert bestehe, ohne daß die eine von der andern verändert oder gestört, oder auf irgend eine Weise, bei ihrem Zusammentritte, gehindert werden könne.“ Man muß jedoch bemerken, daß die Wahrheit dieses Resultats nur für den besonderen Fall galt, wo die Kraft, wie z. B. die Schwere, in allen ihren Richtungen als parallel angenommen werden kann. Wenn man aber solche Fälle betrachtet, wo dies nicht mehr Statt hat, wenn z. B. die Richtungen einer Kraft alle nach einem bestimmten Mittelpunkt gehen, so kann jenes Gesetz, der Trennung oder Zusammensetzung zweier Kräfte, nicht mehr auf den von Galilei eingeschlagenen Weg angewendet werden, und das Problem, in dieser Allgemeinheit aufgestellt, bot den Mathematikern mehrere, nicht unbedeutende Schwierigkeiten dar.

Eines dieser Hindernisse, das hier zu besiegen war, entsprang aus dem scheinbaren Mangel an Zusammenhang zwischen dem statischen und dynamischen Maaß der Kräfte. Wenn sich ein Körper in der Peripherie eines Kreises bewegt, so besteht die Kraft, die den Körper zu dem Mittelpunkt dieses Kreises drängt, bloß in einem Bestreben zur Bewegung, da der Körper diesem Mittelpunkte in der That nicht näher kömmt. Dieses bloße Streben zur Bewegung wird hier mit der wirklichen Bewegung des Körpers verbunden, die in der Richtung der Peripherie des Kreises Statt hat. Auf diese Weise werden hier, wie es scheint, zwei ganz heterogene Dinge mit einander in Verbindung gebracht. Descartes hat diesen Umstand schon sehr wohl bemerkt, aber er konnte den Widerspruch, den er scheinbar involvirt, nicht auflösen¹⁾. Wenn man eine gegen oder von dem Mittelpunkte in der That statthabende Bewegung mit derjenigen kombinirt, die um diesen Mittelpunkt in der Peripherie des Kreises vor sich

1) Descartes, Princip. P. III. 59.

geht, so erhält man ein ganz unrichtiges Resultat. Galilei bemühte sich, auf diesem Wege die krumme Linie zu finden, die ein gegen den Mittelpunkt der Erde fallender Körper beschreibt, der zugleich an der täglichen Rotation der Erde um ihre Achse Theil nimmt, und er erhielt eine ganz falsche Auflösung dieses Problems. Kepler und Fermat versuchten ihre Kräfte an derselben Aufgabe, und sie erhielten eine von der des Galilei verschiedene, aber demungeachtet nicht minder falsche Auflösung derselben.

Selbst Newton hatte, in seinen früheren Jahren, noch eine irrige Ansicht von dieser krummen Linie, die er für eine Art von Spirale hielt. Als er diese seine Meinung im Jahr 1679 der Londoner Akademie mittheilte, bemerkte Hooke ⁶⁾, daß diese Curven, wenn man die Wirkung des Widerstandes der Luft unberücksichtigt läßt, „eine excentrische Ellipse,“ d. h. eine einer Ellipse ähnliche Figur sein müsse, was allerdings der Wahrheit schon näher lag. Aber obschon er die Form dieser Curve näher

6) Hooke (Robert), geb. 1635 auf der Insel Wight, wo sein Vater Pfarrer war. Im Jahr 1653 bezog er die Universität von Oxford. Einige Jahre darauf finden wir ihn als Assistent von Wallis und Robert Boyle bei ihren chemischen Experimenten. 1662 wurde er als Curator of experiments bei der k. Societät der Wissenschaften angestellt, von welcher er bald darauf auch ein ordentliches Mitglied wurde. 1664 wurde er Professor der Geometrie, und als er 1666 einen Plan zur Wiederaufbauung Londons, das durch eine Feuersbrunst beinahe ganz zerstört war, eingereicht hatte, wurde er zum Aufseher der noch übrigen Gebäude dieser Stadt mit einem beträchtlichen Gehalte ernannt. Im Jahr 1667 folgte er dem Oldenburg als Sekretär der k. Societät; 1691 wurde er durch den Erzbischof Tillotson zum Doktor der Physik erhoben, und 1702 starb er von Arbeit und Nachtwachen erschöpft. Seine Leiche wurde von allen Mitgliedern der k. Societät begleitet, da er allgemein als einer der scharfsinnigsten und erfindungsreichsten Männer geachtet wurde, der zugleich eine seltene Dexterität im Beobachten und Experimentiren besaß. Seiner vielen Collisionen mit Newton wird im Text erwähnt. Seine wegen ihrem Inhalt merkwürdige, der k. Societät im Jahre 1674 vorgelegte Abhandlung über die Bewegung der Erde findet man in den Philos. Transact. N. 101, Seite 12. Auch seine Mikrographie, Lond. 1664 ist eine für ihre Zeit höchst merkwürdige Schrift. Die übrigen sehr zahlreichen Werke Hooke's findet man in Ward's Lives of the Gresham Professors, London, 1740. fol. L.

rungsweise auf einem Wege, den er nicht weiter angab, gefunden hatte, so haben wir doch keinen Grund, anzunehmen, daß er die Mittel besaß, die Eigenschaften derselben durch mathematische Analysis zu bestimmen.

Eigentlich konnte die immerwährende und jeden Augenblick statthabende Composition einer Centrakraft mit der bereits bestehenden Bewegung des Körpers, nicht mit Erfolg ohne Kenntniß der Infinitesimalrechnung, oder einer dieser ähnlichen Methode behandelt werden. Das erste mir bekannte Beispiel der richtigen Auflösung eines solchen Problems findet sich in den Theoremen, die Huyghens, über die Bewegung der Körper in Kreisen, am Ende seines *Horologium Oscillatorium* im Jahr 1673 aufgestellt hat. Hier wird gesagt, daß, wenn gleiche Körper in gleichen Zeiten die Peripherien von Kreisen zurücklegen, die Centralkräfte sich wie die Durchmesser dieser Kreise verhalten, und daß, wenn die Geschwindigkeiten dieser Körper gleich sind, die Centralkräfte sich wie verkehrt die Durchmesser der Kreise verhalten u. s. f. Um zu diesen Sätzen zu gelangen, mußte Huyghens auf irgend eine Weise das zweite Gesetz der Bewegung auf die Elemente des Kreises anzuwenden wissen, wie dies einige Jahre später Newton gethan hat, der auch den eigentlichen Beweis dieser Huyghens'schen Probleme in seinen Prinzipien mittheilt.

Die immer mehr sich aufdringende Ueberzeugung, daß die Bewegungen der Himmelskörper um die Sonne aus solchen Centralkräften entstehen, gab diesen mechanischen Spekulationen zu jener Zeit ein ganz besonderes, hohes Interesse. In der That ist es eine wohl dem Zwecke dieser Schrift angemessene, aber demungeachtet nicht leichte Sache, die Fortschritte der Mechanik von jenen der Astronomie immer getrennt zu halten. Demungeachtet sind auf der andern Seite diese beiden Gegenstände, schon durch ihre eigene Natur, so sehr verschieden, daß sie nicht wohl mit einander verwechselt werden können. Diese Verschiedenheit ist nämlich nahe dieselbe, wie die, welche zwischen einer bloß logischen und einer objektiven Wahrheit statt hat. Diejenigen, welche sich mit der Ausbildung der Wissenschaft der Bewegung beschäftigten, hatten nur die Begriffe, die Namen und Regeln festzusetzen, durch welche oder welchen gemäß fernerhin jede mechanische Wahrheit ausgedrückt werden sollte; die Astronomen aber forschten nur nach den Ursachen von dem, was in der

Mechanik des Himmels als objektive Wahrheit durch ihre Beobachtungen erkannt wird. Auf diese Weise wurde zu der Zeit, von welcher wir hier sprechen, die theoretische Mechanik von der Astronomie in demselben Maße beherrscht, wie kurz zuvor die Statik von der Dynamik beherrscht und gleichsam, auf einige Zeit wenigstens, in den Hintergrund gestellt worden war.

Die Lehre von der Bewegung der Körper in krummen Linien, wenn veränderliche Kräfte auf sie wirken, wurde nicht weiter ausgebildet, bis die Erfindung der Differentialrechnung die Aufmerksamkeit der Mathematiker wieder auf jenen Gegenstand zurückgeführt hatte, der ihnen eine leichte und interessante Anwendung dieses neuen Kalküls anbot. Davon macht jedoch Newton's großes Werk, dessen zwei erste Bücher rein dynamischen Inhalts sind, eine merkwürdige Ausnahme. Diese „Prinzipien“ enthalten eine große Menge der schönsten Auflösungen sehr allgemeiner mechanischen Probleme, und sie gelten selbst jetzt noch für eine der vollständigsten Sammlung von Abhandlungen, die wir über diese Gegenstände besitzen.

Wir haben oben gesehen, daß Kepler bei seinem Versuche, die Bewegung der Planeten um die Sonne durch eine Centralkraft zu erklären, auf einen ganz falschen Weg gerathen ist, indem er voraussetzte, daß eine fortwährende Tangentialkraft oder eine Transversalkraft der Sonne, wie er sie nannte, nöthig sei, um eine solche Bewegung hervorzubringen. Galilei hatte seine Theorie der Wurfbewegung ohne die Annahme einer solchen Transversalkraft begründet. Borelli aber, der Schüler Galilei's, der im Jahr 1666 seine „Theorie der mediceischen Sterne“ (der Jupitersatelliten) herausgab, schien wieder, obschon auf eine etwas unklare Weise, demselben Fehler anzuhängen, der Keplern bei seinen Untersuchungen verführt hatte. Descartes nahm gewiß vorzüglich deswegen seine Zuflucht zu der Theorie der Wirbel, weil es ihm an der deutlichen Ueberzeugung von oder an dem nöthigen Vertrauen zu der Existenz des ersten Gesetzes der Bewegung fehlte. Er ließ die Planeten und Kometen in einem Ocean von Aether, der über das ganze Weltall ausgegossen und selbst in immerwährender kreisförmiger Bewegung ist, um die Sonne kreisen, weil er sich vor der Idee entsetzte, diese Himmelskörper den über sie waltenden Kräften in einem ganz leeren Raume anzuvertrauen. Aber allmählig fing man doch an, den

Gegenstand mehr und mehr mit einem philosophischen Auge zu betrachten und der wahren Natur der Sache näher zu treten. Schon in dem Jahre 1666 fand man in den Memoiren der k. Gesellschaft zu London die Nachricht, „daß Hooke eine Abhandlung vorgelesen habe, in welcher er die Biegung einer geraden, linigen Bewegung in eine frummlinige durch das Hinzutreten einer anziehenden Kraft erklärte.“ Und noch vor der ersten Bekanntmachung der Prinzipien im Jahr 1687 hatte Huyghens in Holland, und Wren ⁷⁾, Halley und Hooke in England, schon sehr namhafte Fortschritte in der wahren Theorie der Kreisbewegung gemacht, wobei sie auch das Problem von der Bewegung eines Körpers, der durch eine Zentralkraft in einer Ellipse sich bewegt, wiederholt vorgenommen haben, jedoch ohne es gehörig auflösen zu können ⁸⁾. Halley reiste im Jahr 1684 in der Absicht nach Cambridge, um Newton über die Möglichkeit einer elliptischen Bewegung der Planeten durch eine Zentralkraft zu befragen, und am zehnten Dezember desselben Jahres berichtete er ⁹⁾ der Londoner Akademie, daß er Newtons Werk „De motu corporum“ bereits bei ihm gesehen habe. Die Ahnung, daß man am Vorabende großer Entdeckungen in der Mechanik und Astronomie sei, war so stark, daß Halley von den Mitgliedern der Akademie ersucht wurde, Newton an seine

7) Wren (Christoph), geb. 1632 in Wiltshire, einer der gelehrtesten und berühmtesten Architekten. Er war Professor der Astronomie in Gresham-College zu London, und später zu Oxford, und zeichnete sich durch Arbeiten in beinahe allen Theilen der Mathematik und der Naturwissenschaften aus. Er erbaute das Sheldon-Theater in Oxford und das Pembrokekollegium in Cambridge. Nach dem großen Brand von London 1666 wurde sein Plan zur Erbauung einer neuen Stadt allen andern vorgezogen und nach seinen Entwürfen wurde auch die Paulskirche 1676 ausgeführt. Man zählt über 60 Kirchen und öffentliche Gebäude, die nach seinem Plan oder unter seiner Aufsicht vollendet wurden. Er starb 1723 und wurde in der Paulskirche begraben. Sein Grabstein trägt die Aufschrift: Si monumentum quaeris — circumspice. Er war Mitglied des Parlaments und Präsident der k. Gesellschaft der Wissenschaften. M. f. Elmes, *Memoirs of the life and works of Sir Christopher Wren*. Lond. 1823. L.

8) M. f. Newton, *Princip. Schol.* zu Prop. IV.

9) Drensfers *Leben Newtons*, S. 154 und 184.

Zusage zu erinnern, seine Entdeckungen in den Geheimschriften der Akademie aufzubewahren, „um ihm dadurch das Recht der „Priorität bis zu der Zeit zu sichern, wo er seine Entdeckungen „selbst bekannt zu machen gedenkt.“ Am 28ten April 1686 wurde der Akademie von Newton sein Manuscript zugesandt, das die Aufschrift trug: „*Philosophiae naturalis principia mathematica.*“ Vincent, der dieses Werk der Versammlung vorlegte, sprach von dem hohen Werthe und der Neuheit seines Inhaltes, und der Präsident der Akademie, (Sir. J. Hoskins), setzte mit vollem Rechte hinzu, „daß das Werk um so preiswürdiger sei, da der „Inhalt desselben beinahe in derselben Zeit erfunden und ausgebildet worden ist.“

Die Leser werden bemerken, daß wir hier von den Prinzipien nur als von einem Werke über die Mechanik sprechen. Wir werden späterhin sehen, daß dasselbe Werk auch zugleich die wichtigsten Entdeckungen in der mathematischen Analysis sowohl, als auch in der physischen Astronomie enthält. In Beziehung auf die Mechanik aber besteht das vorzüglichste Verdienst dieses Werkes darin, daß es einen wahrhaft bewunderungswürdigen Vorrath von feinen und sinnreichen mathematischen Kunstgriffen enthält, die der Verfasser anwendet, um viele sehr schwere und zugleich sehr allgemeine Probleme der Dynamik aufzulösen. Man kann nicht wohl sagen, daß es irgend eine neue induktive Entdeckung in Beziehung auf mechanische Prinzipien enthält, denn obschon „die Axiome und Gesetze der Bewegung,“ die im Anfange der Schrift stehen, die ersten Gründe der Mechanik viel deutlicher, bestimmter und allgemeiner enthalten, als man bisher in irgend einem andern Werke gefunden hatte, so läßt sich doch nicht behaupten, daß irgend einer derselben nicht schon früher von anderen ebenfalls aufgestellt oder doch angenommen gewesen wäre.

Demungeachtet hat dieses Werk, nebst seinem unbestrittenen Werth in Beziehung auf den feinen Scharfsinn, mit welchem jene ersten Gesetze der Bewegung auf die verschiedenen Probleme der Dynamik angewendet werden, und in Beziehung auf die großen astronomischen Entdeckungen, auf die wir später wieder zurückkommen wollen, noch das hohe philosophische Verdienst in der Geschichte der Mechanik, daß es zuerst eine klare und umfassende Conception von dem wahren Charakter und von den

eigentlichen Funktionen dieser neuen Wissenschaft aufgestellt hat. „Eine rationelle Mechanik, sagt der unsterbliche Verfasser in der Vorrede zu seinem Werke, soll die Wissenschaft der Bewegung, die von willkürlich gegebenen Kräften kommt, und zugleich die Wissenschaft der Kräfte sein, die irgend eine gegebene Bewegung hervorbringen, beide mathematisch genau bestimmen und bewiesen. Denn gar manches veranlaßt mich, zu glauben, daß alle Erscheinungen in der Natur von gewissen Kräften hervorgebracht werden, durch welche entweder die Körper und die Atome der Körper einander genähert, oder von einander entfernt werden. Da aber diese Kräfte bisher ganz unbekannt gewesen sind, so sind auch alle unsere Bemühungen, die Ursachen jener Erscheinungen zu finden, vergeblich gewesen. Ich hoffe, daß die in diesem Werke auseinander gesetzten Prinzipien einiges Licht über diese Gegenstände verbreiten werden, um entweder den hier eingeschlagenen Weg weiter zu verfolgen, oder um von ihm zu einem andern, bessern zu übergehen.“

Ehe wir aber diesen Gegenstand weiter verfolgen, müssen wir noch die Geschichte des dritten Gesetzes der Bewegung vollenden.

Zweiter Abschnitt.

Generalisation des dritten Gesetzes der Bewegung. Schwingungsmittelpunkt. Huyghens.

Das dritte Gesetz der Bewegung, es mochte nun mit Newtons Worten, (daß die Wirkung der Gegenwirkung gleich ist), oder auf irgend eine andere zu jener Zeit gebräuchliche Weise ausgedrückt werden, gab eine leichte Auflösung aller derjenigen mechanischen Probleme, die sich auf eine direkte Wirkung beziehen, wo nämlich ein Körper unmittelbar auf einen andern wirkt. Aber nun waren noch alle jene Probleme zurück, wo diese Wirkung indirekt ist, d. h. wo die Körper auf einander mittels Hebeln oder Ketten oder durch irgend ein anderes Mittelglied wirken. Wenn ein fester Stab, der durch zwei Körper geht, um seinen obersten Punkt in Schwingungen versetzt wird, so daß er eine Art von Pendel bildet, so wird von den beiden Körpern oder Gewichten das eine auf das andere

mittels jenes Stabes wirken und von ihm wieder auf demselben Wege eine Gegenwirkung empfangen. Welches wird in diesem Falle die Folge aller dieser Wirkungen und Gegenwirkungen sein? In welcher Zeit wird dieses Pendel durch die Kraft der Schwere seine Oscillationen um den Aufhängepunkt vollenden? Welches ist der Punkt dieses Stabes, welches ist der Abstand dieses Punktes von dem Suspensionspunkt, in welchen ein einfaches Gewicht ohne jene Strenge angebracht, ganz in derselben Zeit, wie jenes Pendel, seine Schwingungen vollenden würde, d. h. mit andern Worten: Welches ist der Schwingungspunkt (*centrum oscillationis*) jenes Pendels?

Dies war die Aufgabe, (ein besonderer Fall nur von dem allgemeinen Probleme der indirekten Wirkung), welches die Mathematiker auflösen sollten. Daß es aber keine wegs leicht war, das Gesetz von der Mittheilung der Bewegung von den einfachsten Fällen auf jene fortzuführen, wo eine drehende Bewegung der Körper erzeugt wird, wird Newton selbst am besten bezeugen, der bei seiner Auflösung des Problems von der Präcession der Nachtgleichen in einen schweren Irrthum verfallen ist. Da nämlich der am Aequator hervorragende Theil des an seinen beiden Polen abgeglatteten Erdsphäroids, wenn er von der Sonne und dem Monde angezogen wird, der ganzen Masse der Erde eine kleine rotatorische Bewegung mittheilt, so gehört dieses Problem zu den hier in Rede stehenden Aufgaben der Mechanik. Nun nahm Newton an, daß, wenn ein Theil eines Körpers seine rotatorische Bewegung der ganzen Masse dieses Körpers mittheilt, daß dann die „Quantität der Bewegung“ oder daß der „*motus*“ des Körpers, wie er es nannte, durch diese Mittheilung nicht geändert werde. Dies ist auch allerdings wahr, wenn man durch jenen *motus* das versteht, was man in der Statik das Moment der Trägheit zu nennen pflegt, eine Größe, in welcher zwei Dinge, die Geschwindigkeit des Elements des Körpers und seine Entfernung von der Rotationsaxe, in Betrachtung gezogen werden. Aber Newton nahm bei seiner Berechnung blos auf die Geschwindigkeit des Elements Rücksicht, und sein *motus* war daher identisch mit dem, was wir Moment überhaupt nennen, welches letztere er auch früher bei allen den einfacheren Problemen gebraucht hatte, wo es sich um eine direkte Einwirkung eines Körpers auf einen andern handelte.

Derfelbe Fehler Newtons wurde selbst in den spätern Ausgaben der Prinzipien beibehalten ¹⁰⁾).

Diese Frage von den Schwingungspunkten wurde schon etwas früher von Mersenne im Jahr 1646 vorgelegt ¹¹⁾. Obschon aber dieses Problem ganz außer dem Bereiche der Prinzipien lag, die zu jener Zeit noch nicht bekannt waren, so hatten doch die damals lebenden Mathematiker wenigstens einige besondere Fälle desselben richtig aufgelöst, indem sie dabei ganz eben so zu Werke gingen, als hätten sie den „Mittelpunkt des Stoßes“ (Centrum Percussionis) finden wollen. Dieser Mittelpunkt des Stoßes ist aber derjenige Punkt eines Körpers, um welchen herum die Momente aller Elemente desselben unter sich das Gleichgewicht halten, wenn sich der Körper um eine Achse dreht, und dessen Befestigung daher das Aufhören aller Rotation des Körpers zur Folge hat. Roberval ¹²⁾ fand diesen Mittelpunkt des Stoßes der Körper für mehrere einfache Fälle. Auch Descartes versuchte sich an demselben Probleme, und ihre beiderseitigen Arbeiten gaben zu heftigen Streitigkeiten unter ihnen Veranlassung. Descartes war, wie gewöhnlich bei allen seinen physischen Spekulationen, auch hier etwas anmaßend, obschon er in der That nur halb im Rechte war.

Huyghens war kaum aus seinem Knabenalter getreten, als Mersenne sein Problem bekannt machte. Jener konnte anfangs,

10) M. f. Princip. Buch III. Lemma III. zur Propos. 39.

11) Montucla, Hist. des Math. II. 423.

12) Roberval, geb. 1602 von armen Aeltern in Beauvais. In seiner Jugend that er Soldatendienste und ging 1629 nach Paris, wo er sich bald mit Mersenne und anderen Mathematikern verband. 1631 wurde er Professor der Philosophie im Collège royal als Nachfolger des Ramus. Er hatte sich eine eigene Methode erfunden, durch die er die schwersten Probleme auflöste, die er aber sorgfältig verborgen hielt, bis Cavalleri seine Méthode des indivisibles bekannt gemacht und ihm dadurch den Ruhm, die Differentialrechnung entdeckt zu haben, benahm. Mit Descartes und Toricelli lebte er lange in literarischen Fehden. Seine Arbeiten über den Mittelpunkt des Stoßes wurden von seinen Zeitgenossen sehr geachtet.

Er starb 1675. Seine Werke erschienen 1693 in einem Folio-bande.

wie er selbst sagt ¹³⁾, durchaus kein Prinzip finden, das ihm einen Weg zu diesem Ziele bahnen möchte, und er wurde daher gleich an der Schwelle zu diesem Geheimnisse zurückgeschreckt. Als aber im Jahr 1673 sein *Horologium Oscillatorium* herauskam, fand man den vierten Theil dieses Werkes jenen Problemen von dem Mittelpunkt der Schwingung (oder der Agitation, wie er es nannte) gewidmet. Das Prinzip, auf welches er seine Auflösungen gebaut hatte, war zwar nicht so einfach und einleuchtend, wie die, auf welche man späterhin dergleichen Probleme reduzirte, aber es war vollkommen richtig und allgemein, und führte daher auch in allen Fällen zu der wahren Auflösung. — Die Leser werden schon mehr als einmal in dem Laufe unserer Geschichte bemerkt haben, daß die complicirten Prinzipien sich dem menschlichen Geiste gewöhnlich vor den einfachen und elementaren darstellen. Huyghen's Hypothese drückt er selbst mit den folgenden Worten aus: „Wenn mehrere Körper von der Kraft der „Schwere zugleich in Bewegung gesetzt werden, so können sie „sich nicht so bewegen, daß ihr Schwerpunkt höher steigt, als „der Ort, von dem er gefallen ist.“ Bei dieser Annahme ist es leicht zu zeigen, daß unter allen Verhältnissen der Schwerpunkt der Körper eben so hoch, als seine anfängliche Lage war, steigen wird, und diese Betrachtung führt sofort zu der Bestimmung der Schwingungen eines zusammengesetzten Pendels. In diesem so ausgedrückten Prinzip liegt zugleich die Idee, daß bei allen mechanischen Wirkungen der Schwerpunkt des Körpers als der Repräsentant des ganzen Körpers selbst betrachtet werden kann. Dieselbe Idee kann auch, wie wir gesehen haben, aus dem Axiom des Archimedes abgeleitet werden, und Huyghens selbst sucht im Verfolge seines Werks ¹⁴⁾ zu zeigen, er nehme mit seinem Prinzip eigentlich nichts anderes an, als daß ein schwerer Körper nicht von selbst aufwärts gehen kann. So klar nun aber auch das Prinzip des Huyghens ihm selbst erscheinen mochte, so wurde die Wahrheit desselben doch später von dem Abbé Catelan, einem eifrigen Cartesianer, angefochten. Catelan brachte seine eigenen Prinzipien zu Markte, die er für sehr evi-

13) Huyghens, *Horol. Oscillat.* Vorrede.

14) *Hor. Oscill.* S. 121.

dent ausgab, und aus denen er Folgerungen zu ziehen mußte, die mit denen des Huyghens im Widerspruche standen. Diese Prinzipien erscheinen uns jetzt, wo wir ihre Unrichtigkeit längst erkannt haben, sehr willkürlich gewählt zu sein. Eines derselben war: „In jedem zusammengesetzten Pendel ist die Summe der „Geschwindigkeiten der einzelnen Gewichte gleich der Summe der „jenigen Geschwindigkeiten, welche diese Gewichte haben würden, „wenn jedes für sich das Pendel gebildet hätte.“ Ein anderes Prinzip des Catelan sagte aus, „daß die Schwingungszeit eines „zusammengesetzten Pendels das arithmetische Mittel aus den „Schwingungszeiten ist, welche jedes Gewicht haben würde, wenn „es für sich allein ein Pendel gebildet hätte.“ Huyghens zeigte seinem Gegner ohne Mühe, daß solche Voraussetzungen den Schwerpunkt des zusammengesetzten Pendels zu einer größeren Höhe treiben würde, als die, von welcher er gefallen ist. — Einige Zeit darauf betrat auch Jakob Bernoulli den Kampfplatz und trat sogleich auf Huyghens Seite. Während der Streit über diesen Gegenstand fortging, fing man an, einzusehen, daß die eigentliche Frage, um die es sich handelte, die sei, auf welche Art man das dritte Gesetz auf die indirekte Einwirkung der Körper anwenden soll, ob durch die Vertheilung der Wirkung und Gegenwirkung nach den Prinzipien der Statik, oder auf eine andere Weise. „Ich schlage es den Untersuchungen der „Mathematiker vor, sagte Bernoulli im Jahr 1686, welches „Gesetz der Mittheilung der Geschwindigkeit bei denjenigen bewegten Körpern statthat, die an einem ihrer Endpunkte durch „eine feste Stütze, und an den anderen durch einen Körper gehalten werden, der sich ebenfalls, aber langsamer bewegt. Wird „der Ueberschuß der Geschwindigkeit, die ein Körper dem andern „mittheilt, so vertheilt, wie die Last bei dem Hebel?“ — Wird diese Frage, setzt er hinzu, bejaht, so ist Huyghens im Irrthum. — Aber dies war ein Mißverständniß. Das Prinzip, daß Wirkung und Gegenwirkung, wie bei dem Hebel, vertheilt wird, ist wahr, aber Bernoulli irrte, indem er diese Wirkung und Gegenwirkung durch die Geschwindigkeit messen wollte, welche die Körper in jedem Augenblicke besitzen, statt daß er dafür nur den Zuwachs der Geschwindigkeit hätte nehmen sollen, welcher die Schwere den Körpern in jedem folgenden Augenblicke mittheilt. Dies zeigte zuerst der Marquis von Hospital, der ganz

richtig noch hinzusetzte, daß er hiemit der Aufforderung Bernoulli's vollkommen entsprochen zu haben glaube, diesen Gegenstand auf rein mathematischem Wege zu untersuchen.

Man kann daher annehmen, daß zu dieser Zeit der Satz, daß bei bewegten Körpern ihre gegenseitigen Einwirkungen den statischen Gesetzen unterliegen, bereits bekannt, obschon noch nicht vollständig erwiesen war. Indesß begegnete man immer noch manchen Schwierigkeiten bei der Anwendung und Erweiterung dieses Gesetzes. Jakob Bernoulli gab im Jahr 1703 einen „allgemeinen Beweis für die Bestimmung des Mittelpunkts des „Schwungs, der sich auf die Theorie des Hebels gründete.“ In diesem Beweise ¹⁵⁾ geht er von dem Prinzip aus, daß bewegte Körper, die durch Hebel verbunden sind, im Gleichgewichte stehen, wenn die Produkte ihrer Momente in die Länge ihrer Hebelsarme in entgegengesetzten Richtungen einander gleich sind. Für die Wahrheit dieses Satzes bezieht er sich auf Mariotte, der ihn für den Stoß der Körper bewiesen hatte ¹⁶⁾, und der, zu diesem Zwecke, die Wirkung eines Wasserstrahls auf einen Hebel untersucht, und das so gefundene Resultat auch noch auf manchem andern Wege geprüft hatte ¹⁷⁾. Ueberdies, meinte Bernoulli, ist dies Prinzip der Art, daß es von Niemand geläugnet werden kann. — Demungeachtet konnte diese Art von Beweis nicht gut für genügend betrachtet werden.

Daher nahm Johann Bernoulli diesen Gegenstand nach dem Tode seines Bruders wieder auf. Er machte seine Schrift „*Meditatio de natura centri oscillationis*“ im Jahr 1714 bekannt. In derselben nimmt er mit seinem Bruder an, daß die Wirkungen der Kräfte auf einen bewegten Hebel nach den gewöhnlichen, bekannten Gesetzen des Hebels vertheilt werden ¹⁸⁾. Die vorzüglichste Neuerung aber, die er hier einführte, bestand darin, daß er die Schwere, welche die Körper zu bewegen strebt, als eine Kraft betrachtete, die für verschiedene Körper auch vielleicht eine verschiedene Intensität hat.

15) Jac. Bernoulli, Op. II. 930.

16) Choq. des Corps. S. 296.

17) Ibid. Prop. XI.

18) Joan. Bernoulli, Meditatio. S. 172.

Zu derselben Zeit löste dieses Problem auch Brook Taylor¹⁹⁾ in England nach denselben Prinzipien, wie Bernoulli, auf, woraus ein heftiger Streit über die Priorität dieser Entdeckung zwischen den englischen Mathematikern und jenen des Kontinents entstand. Auch Hermann²⁰⁾ in Petersburg gab in seiner „Phoronomie“, die im Jahr 1716 erschien, einen eigenen Beweis, den er, wie er sagte, schon gefunden hatte, noch ehe er von dem des Joh. Bernoulli Kenntniß bekam. Hermann gründete seinen Beweis auf die „statische Aequivalenz der *solicitatio gravitatis* „und der *vicaria sollicitatio*, die der in der That statthabenden „Bewegung jedes einzelnen Körpers entspricht,“ oder wie man

19) Taylor (Thomas), geb. 1758 zu London, widmete sich früh schon der Mathematik. Seine heimliche Ehe mit einer Jugendfreundin setzte ihn lange in eine hilflose Lage. Im Jahre 1804 gab er seine Uebersetzung des Plato in fünf Bänden, und bald darauf auch die des Aristoteles in neun Bänden, nebst mehreren alten griechischen Werken heraus. Unter seinen mathematischen Werken bemerken wir vorzüglich seine Grundsätze „der Infinitesimalrechnung.“ Er beschäftigte sich mit Erfolg mit der Bestimmung der Gestalt der Saiten, die durch ein gegebenes Gewicht gespannt, und dann bewegt werden. Am meisten Ruhm brachte ihm der nach ihm benannte Taylor'sche Lehrsatz, der zur Entwicklung der Funktionen im Reihen von sehr großem Nutzen ist.

20) Hermann (Jakob), geb. 16ten Juli 1678 zu Basel, wo er Theologie studirte und Bernoulli's math. Vorlesungen hörte. Im Jahr 1700 gab er seine erste Schrift zur Vertheidigung der von Leibniz erfundenen Infinitesimalrechnung gegen Nieuwentydt, der diesen Kalkül angegriffen hatte, heraus, wodurch er in der mathematischen Welt bekannt und sofort durch Leibniz zum Mitglied der Berliner Akademie erwählt wurde. Im Jahre 1707 wurde er Professor der Mathematik zu Padua, und 1727 ging er, auf Einladung Peters des Großen, nach Petersburg, um dem Großfürsten die Mathematik zu lehren, und die daselbst neu errichtete Akademie mit seinen Arbeiten aufrecht zu erhalten. Im Jahr 1731 ging er als Professor der moralischen Wissenschaften wieder nach Basel zurück, wo er am 11ten Juli 1733 starb. Sein vorzüglichstes Werk ist: *De phoronomia sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum*, Amsterdam 1716. Viele einzelne math. Abhandlungen von ihm findet man in dem *Giornali de litterati d'Italia*; in dem *Journal helvetique*, den *Actis eruditor. Lipsiensium*, und in den *Memoiren der Akademie von Berlin und Petersburg*. L.

dies in der neueren Sprache der Mechanik auszudrücken pflegt, „auf das Gleichgewicht zwischen der mitgetheilten und effektiven „Kraft.“

Johann Bernoulli und Hermann hatten gezeigt, wie es denn auch leicht zu finden war, daß das von Huyghens für seine Auflösung angenommene Prinzip in der That nur eine einfache Folgerung aus denjenigen elementaren Prinzipien war, die zu diesem Zweige der Mechanik gehören. Allein diese Huyghenische Annahme gab zugleich Gelegenheit zu einem sehr allgemeinen Lehrsatze, der von einigen Mathematikern jener Zeit als ein elementares Urgesetz, als ein Prinzip betrachtet wurde, durch welches das bisher gewöhnliche Maß der Kräfte ganz überflüssig gemacht werden sollte. Man nannte dieses Prinzip das Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kraft.

Der Versuch, dieses Gesetz als ein allgemeines in der Mechanik aufzustellen, gab Gelegenheit zu einer der heftigsten und merkwürdigsten Streitigkeiten, die in der Geschichte dieser Wissenschaft vorkommen. Der berühmte Leibniz hatte der erste dieses neue Gesetz aufgestellt. Im Jahre 1686 erschien sein Aufsatz in den *Actis eruditor. Lips.* unter dem Titel: „Kurzer Beweis „eines merkwürdigen Fehlers des Descartes und anderer, in „Beziehung auf das Naturgesetz, durch welches, wie jene glauben, „der Schöpfer immer dieselbe Quantität der Bewegung in der „Natur zu erhalten sucht, durch welches aber die Wissenschaft „der Mechanik ganz verdorben wird.“ Das Prinzip, daß in der Natur dieselbe Quantität der Bewegung, also auch dieselbe bewegende Kraft immer erhalten wird, folgt aus der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, obschon Descartes dafür, nach seiner Weise, einen theologischen Grund aufgestellt hat. Leibniz gab zu, daß die Quantität der bewegenden Kraft immer dieselbe bleibe, aber er läugnete, daß diese Kraft durch die Quantität der Bewegung oder durch das Moment gemessen werde. Er behauptete, daß dieselbe Kraft erforderlich ist, ein Gewicht von einem Pfunde durch vier Fuß, oder ein Gewicht von vier Pfunden durch einen Fuß zu heben, obschon die Momente in diesen beiden Fällen sich, wie eins zu zwei, verhalten. Dagegen trat der Abbe de Conti auf, der richtig bemerkte, daß, wenn man auch zugibt, daß die Wirkungen in jenen zwei Fällen dieselben sind, daraus noch nicht die Gleichheit der Kräfte folge, da in dem

ersten Falle die Wirkung erst in der doppelten Zeit hervorgebracht werde, weshalb man auch in diesem Falle die Kraft nur halb so groß nehmen müsse. Allein Leibniz beharrte bei seinem neuen Satze, und setzte im Jahr 1695 seine Distinktion fest zwischen der todten Kraft, wie er den Druck nannte, und der lebendigen Kraft, welche letzte Benennung er dem von ihm eingeführten Maße der Kraft gegeben hatte. Er trat darüber in eine umständliche Correspondenz mit Johann Bernoulli, den er, in dieser Beziehung, zu seiner Ansicht bekehrt hatte, oder vielmehr, wie Bernoulli selbst sagte²¹⁾, den er hierin für sich selbst denken ließ, und dieser Briefwechsel endete damit, daß Bernoulli nun auf eine strenge und direkte Art bewies, was Leibniz nur auf eine sehr indirekte Weise als seine Erfindung vertheidigt hatte. Unter anderen nahm sich Bernoulli heraus, zu zeigen, daß, wenn man das bisher gewöhnliche Maß der Kräfte beibehielte, daraus die Möglichkeit eines mobile perpetuum folgen würde, was aber unrichtig ist.

Es wäre leicht, eine große Menge von Problemen anzugeben, die sich, mit Hülfe dieses Prinzips von der Erhaltung der lebendigen Kraft, auf eine sehr einfache und angemessene Weise auflösen lassen, indem man nämlich annimmt, daß die Kraft dem Quadrate der Geschwindigkeit, nicht aber, (wie dies in der That der Fall ist), der Geschwindigkeit selbst proportional sei. Um z. B. dem abgeschossenen Pfeile die doppelte Geschwindigkeit zu geben, muß die Spannung des Bogens viermal größer gemacht werden, und so kann man sich auch dieses Satzes in allen denjenigen Fällen bedienen, wo man auf die Zeit, in welcher eine bestimmte Wirkung hervorgebracht werden soll, keine Rücksicht nehmen will.

Indeß erregte dieser Gegenstand die allgemeine Aufmerksamkeit erst in einer spätern Periode. Die Pariser Akademie der Wissenschaften hatte im Jahr 1724 die Bestimmung der Gesetze des Stoßes der Körper zu einer Preisfrage gemacht. Bernoulli schrieb, als Mitwerber um diesen Preis, eine Abhandlung nach den Leibniz'schen Prinzipien, die zwar den Preis der Akademie nicht erhielt, aber doch von derselben mit einer ehren-

21) Joan. Bern. Op. III. 40.

vollen Erwähnung dem Drucke übergeben wurde ²²⁾. Die Ansichten, die Bernoulli in dieser Schrift vertheidigt und erläutert, wurden von mehreren Mathematikern angenommen. Die andern aber mußten den über diese Ansichten entstandenen Streit bald von der mathematischen auf die ganze übrige wissenschaftliche Welt zu verbreiten, was damals sehr leicht war, da man auf die Disputationen der Mathematiker zu jener Zeit sehr aufmerksam war, indem sich eben erst der große Kampf zwischen den Anhängern Newtons und Descartes erhoben hatte.

Demungeachtet war zu derselben Zeit das Interesse dieser Untersuchungen, so weit sie die Prinzipien der Dynamik betrafen, als bereits erloschen zu betrachten, da die eigentlichen Anführer des Kampfes unter sich als einverstanden, und da die eigentlichen Gesetze der Bewegung als unveränderlich aufgestellt, betrachtet werden konnten. Nur die Frage war noch übrig, wie man diese abstrakten Gesetze am besten und zweckmäßigsten ausdrücken soll; eine metaphysische mehr, als eine rein physische Frage, also eine solche, an deren Beantwortung die „Buchphilosophen,“ wie sie Galilei spottend nannte, auch mit Theil nehmen konnten. In dem ersten Bande der Memoiren der Petersburger Akademie, der in dem Jahre 1728 herauskam, erschienen drei solche Leibniz'sche Abhandlungen von Hermann, Bullfinger und Wolff. In England zeigte sich Clarke ²³⁾ als ein eifriger Gegner der deutschen Mathematiker, die im Gegentheil Gravesande ²⁴⁾ wieder zu vertheidigen suchte. In

22) Jean Bernoulli, Discours sur les loix de la communication du mouvement.

23) Clarke (Samuel), geb. 1675, erhielt seine wissenschaftliche Bildung auf der Universität zu Cambridge, und hat sich durch seine theologischen, philologischen und mathematischen Schriften ausgezeichnet. Für sein bestes Werk werden seine acht Predigten of the being and attributes of God gehalten. Durch sein Werk über die Dreieinigkeit zog er sich viele Unannehmlichkeiten zu. Wir haben von ihm eine Uebersetzung von Newtons Optik in die lateinische Sprache. Seine schöne Ausgabe des Homer konnte erst sein Sohn, Samuel, vollenden. Er starb 1729.

24) Gravesand (oder Wilhelm van s' Gravesande), geb. 1688 zu Holland, Professor der Mathematik und Astronomie zu Leyden, wo

Frankreich hatte Mairan ²⁵⁾ im Jahr 1728 die „lebendige Kraft“ der Leibnizianer angegriffen, und zwar „mit scharfen und siegreichen Waffen,“ wie die Marquisin von Chatelet in der ersten Ausgabe ihrer Abhandlung von dem „Feuer“ sagte ²⁶⁾. Allein bald darauf wurde das Schloß von Cirey, wo die Marquisin mit Voltaire sich gewöhnlich aufhielt, eine wahre Pflanzschule aller Leibniz'schen Theorien und der Vereinigungspunkt der vorzüglichsten Anhänger der „lebendigen Kraft.“ „Schnell änderte sich nun, sagt Mairan, die Sprache dieser Leute, und die Vis „viva wurde an der Seite der Monaden auf den Thron erhoben.“ Die gelehrte Dame bemühte sich, ihr früheres Lob, das sie dem Mairan so freiwillig gespendet hatte, wieder zurückzuziehen, indem sie das Gewicht ihrer neuen Gründe in die andere Schale der Wage legte. Aber die große Frage blieb dem ungeachtet noch länger unentschieden, und selbst ihr alter Freund Voltaire wollte sich nicht bekehren lassen. Er schrieb im Jahr 1741 ein Memoire „Ueber das Maß und die Natur der bewegenden Kraft,“ in welchem er noch die älteren Meinungen in seinen Schutz nehmen wollte. Endlich erklärte d'Alembert im Jahr 1743 die ganze Controverse als einen bloßen Wortstreit, wie sie es denn auch in der Art war, und da die Dynamik zu derselben Zeit durch d'Alembert, eine ganz neue Gestalt annahm, so konnte jener Wortwechsel für die eigentliche Mathematiker kein weiteres Interesse mehr haben.

Die eigentliche Aufstellung der Gesetze der Bewegung in ihrer allgemeinsten Gestalt und in der Sprache der mathematischen Analysis wurden in der That erst in d'Alembert's Zeiten vollendet, obschon die erste Entdeckung derselben, wie gesagt, in eine frühere Periode fällt. Die letzte analytische Gestalt dieser Ge-

er auch 1742 starb. Er ist als Mathematiker, Physiker und Philosoph ausgezeichnet. Seine Oeuvres philos. et mathém. erschienen zu Amsterdam 1774 in zwei Bänden.

25) Mairan (Jean Jaques), geb. 1678 zu Beziers in Frankreich, als Physiker und Mathematiker bekannt. Seine zahlreichen Arbeiten sind meistens in den Mem. der Pariser Akademie, und in dem Journal des Savans enthalten. Sein vorzüglichstes Werk ist sein Traité de l'aurore boréale. Paris 1731. Er starb 1771 zu Paris. L.

26) Montucla, Hist. des mathem. III. 640.

sehe, die sich auf die von d'Alembert zuerst sogenannten „verlorenen Kräfte“ bezog, wurde nicht sowohl durch einen einzelnen Mann, sondern vielmehr durch die Vereinigung aller vorzüglichsten Geometer am Ende des siebenzehnten Jahrhunderts in die Wissenschaft eingeführt. Huyghens, Mariotte, Jakob und Johann Bernoulli, l'Hopital, Leibniz, Kepler und Hermann, jeder trug seinen Theil zu diesem größten und letzten Vorschritt der Dynamik bei, ohne daß man einem derselben eine besondere reelle induktive Spürkraft in dem, was er selbst geleistet hat, zuschreiben könnte, Huyghens ausgenommen, welcher der erste das Prinzip in derjenigen Form ergriff, durch welche er selbst den Mittelpunkt des Schwungs bei allen Körpern gefunden hat. In der That wurden die Fortschritte und Erweiterungen, welche das Prinzip des Huyghens in der Folge erhielt, gleichsam schon von der Sprache selbst, in welcher diese seine Nachfolger schrieben, eingeleitet, und es war wohl viel Sorgfalt und Scharfsinn nöthig, um die alten Fälle, auf welche das Gesetz bereits richtig angewendet war, von denjenigen zu unterscheiden, auf die es noch angewendet werden sollte.

Sechstes Kapitel.

Folgen der Generalisation der Prinzipien der Mechanik.

Periode der mathematischen Deduktion. Analytische
Mechanik.

Wir haben nun die Geschichte der Entdeckung der mechanischen Prinzipien, dieselben im engeren Sinne genommen, vollendet. Die drei Gesetze der Bewegung, in der Allgemeinheit, in welcher wir sie betrachtet haben, aufgefaßt, enthalten die Materialien des ganzen Gebäudes der wissenschaftlichen Mechanik, und in der nun folgenden Geschichte der Wissenschaft werden wir keiner neuen Wahrheit begegnen, die nicht schon, mittelbar wenigstens, in jenen drei Gesetzen enthalten wäre. Es mag daher manche bedünken, daß Alles noch Uebrige unserer Erzählung vergleichungsweise nur ein geringes Interesse der Leser in Anspruch nehmen werde. Auch wollen wir nicht behaupten, daß

die Anwendung und die große Erweiterung eines wissenschaftlichen Prinzips für die Philosophie der Geschichte der Wissenschaft eben so wichtig sei, als die Entdeckung desselben. Demungeachtet gibt es noch gar manche Stellen des Weges, den wir noch zu durchlaufen haben, die unsere Aufmerksamkeit in sehr hohem Grade verdienen, und die daher wenigstens einen schnellen Ueberblick dieses letzten Theils der Geschichte der Mechanik für unseren Zweck nothwendig machen.

Die Gesetze der Bewegung werden durch Zeichen des Raums und der Zeiten ausgedrückt. Die Entwicklung der Folgen dieser Gesetze gehört daher in das Gebiet der Mathematik, und da die letzte in zwei Theile, in die Algebra und in die Geometrie, zerfällt, so wird auch die Wissenschaft der Bewegung, je nachdem sie durch den einen, oder durch den andern Theil der Mathematik behandelt wird, eine analytische oder eine rein geometrische Gestalt annehmen; sie wird überdies, gleich der Mathematik, entweder von den einfachen Fällen beginnen, und zu einer höheren und zusammengesetzten fortschreiten, oder auch zuerst die allgemeinsten Sätze aufstellen, um aus ihnen die specielleren Fälle abzuleiten; sie wird sich endlich die neuen Kunstgriffe und Entdeckungen der Mathematik anzueignen, und zu ihrem Zwecke zu verwenden suchen. Wir wollen die vorzüglichsten Veränderungen, welche die Mathematik auf diesen Wegen erhielt, hier in Kürze anzeigen.

1) Geometrische Mechanik. Newton. — Die erste große systematische Abhandlung der Mechanik, das Wort in seinem allgemeinsten Sinne genommen, ist in den zwei ersten Büchern der Prinzipien Newtons enthalten. In diesem Werke ist die geometrische Methode vorherrschend, da nicht einmal der Raum hier symbolisch, d. h. durch Zahlen, sondern da selbst die Zahlen, durch welche man die Zeiten oder die Kräfte zu messen pflegt, nur wieder durch Räume vorgestellt, und da die Gesetze der Veränderungen aller dieser Größen wieder nicht durch Zahlen, sondern blos durch Eigenschaften von krummen Linien bezeichnet werden. Es ist sehr bekannt, daß Newton in der schriftlichen Darstellung der von ihm gefundenen Resultate diese Darstellungsart vorzugsweise gewählt hat, selbst wenn er die Entdeckung derselben vielleicht auf dem Wege der analytischen Berechnung gefunden hatte. Die Anschauung des Raumes schien

ihm, und eben so vielen seiner Nachfolger, ein besseres und deutlicheres Mittel zur Erkenntniß, als die Operationen der symbolischen Sprache der mathematischen Analysis.

Hermann, dessen *Phoronomie* das nächstfolgende große Werk über Mechanik ist, verfolgte denselben Weg, indem er immerwährend krumme Linien anwendet, die er die „*Scalen der Kräfte, der Geschwindigkeiten*“, u. s. zu nennen pflegt. Die zwei ersten Bernoulli, und andere Mathematiker derselben Zeit bedienten sich ähnlicher Mittel, und wir sehen selbst jetzt noch die Spuren derselben in mehreren Ausdrücken z. B. bei der „*Reduktion eines Problems auf Quadraturen*“, wo man den Flächeninhalt von denjenigen Curven sucht, die man bei dieser Methode anwendet.

2) *Analytische Mechanik.* Euler. — Wie die Analysis mehr ausgebildet wurde, fing sie an, die Geometrie zu beherrschen. Man fand bald, daß sie ein leichteres und kräftigeres Instrument ist, um zu neuen, meistens sehr allgemeinen Resultaten zu gelangen, und daß sie eigenthümliche Vorzüge besitzt, die, ob schon sehr verschieden von denen der Geometrie, doch für alle diejenigen, die sich mit ihrer Sprache vertraut gemacht haben, besondere Reize entwickeln. Derselbe Mann, der am meisten dazu beitrug, der Analysis die Allgemeinheit und die Symmetrie zu geben, die jetzt ihre schönste Zierde ist, war auch der eigentliche Gründer der analytischen Mechanik: Leonhard Euler. Er begann seine Unternehmung in verschiedenen Memoiren in den ersten Bänden der Petersburger Akademie, und im Jahr 1736 gab er seine *Mechanica seu motus scientia* in zwei Quartbänden heraus. In der Vorrede zu diesem Werke sagt er, daß zwar die Auflösungen von Newton und Hermann vollkommen genügend wären, daß er aber eigene Schwierigkeiten in der Anwendung derselben auf neue Probleme gefunden habe, selbst wenn sie nur wenig von den älteren verschieden sind, weswegen er es versuchen wolle, das, was jene auf synthetischem Wege gefunden hatten, auf den analytischen darzustellen.

3) *Mechanische Probleme.* — In der That hat aber Euler nicht bloß eine rein analytische Methode für die Mechanik aufgestellt, sondern er hat auch den Reichthum und die Vorzüge dieser Methode in ihrer Anwendung auf beinahe zahllose Beispiele gezeigt. Sein hohes mathematisches Talent, sein langes

und thätiges Leben, und der Eifer, mit dem er seinen Gegenstand verfolgte, machten ihn zu einen der größten Beförderer der mathematischen Wissenschaften überhaupt und insbesondere der Mathematik, zu welcher lezten sich ihm die Gelegenheiten beinahe auf allen Seiten darboten. Eines seiner Memoiren beginnt mit der Bemerkung, daß er sich zufällig des Verses aus Virgil erinnerte:

Anchora de prora jacitur, stant litore puppes,

und daß er nicht umhin konnte, die Natur der Bewegung des Schiffs unter den hier beschriebenen Verhältnissen durch Rechnung zu untersuchen. Noch am lezten Tage seines Lebens hatte er in den Zeitungen eine Nachricht über einen Luftballon gelesen, dessen Bewegungen er sogleich zu berechnen suchte. Man fand ihn entseelt, vom Schlage getroffen, und neben ihm die Schiefertafel mit der unvollendeten Rechnung. — So groß war die wissenschaftliche Thätigkeit und Fruchtbarkeit dieses Mannes, daß seine Aufsätze den größten Theil jedes Bandes der Petersburger Akademie von 1728 bis zu seinem Todesjahre 1783, einnahmen, und daß er derselben Akademie die Zusage machen konnte, sie noch zwanzig Jahre nach seinem Tode mit seinen Memoiren zu versehen, ein Versprechen, das er beinahe doppelt erfüllte, da die Gedenschriften dieser Gesellschaft noch bis zu dem Jahre 1818 mit seinen Aufsätzen angefüllt blieben. Man kann sagen, daß er und seine Zeitgenossen diesen Gegenstand beinahe erschöpft haben, da man unter den seitdem behandelten Problemen nur sehr wenige findet, welche Jene nicht wenigstens berührt haben.

Ich werde aber bei diesen einzelnen Problemen um so weniger verweilen, da der nächste große Schritt der analytischen Mechanik, die Bekanntmachung des Prinzips von d'Alembert im Jahre 1743, das Interesse, welches jene isolirten Probleme zu ihrer Zeit gehabt haben mögen, größtentheils vernichtet hat. Die Memoiren der Akademien von Paris, Berlin und Petersburg aus dieser Zeit sind mit verschiedenen hieher gehörenden Untersuchungen und Aufgaben versehen. Diese beschäftigen sich größtentheils mit der Bestimmung der Bewegungen verschiedener Körper, mit oder ohne Gewicht, die auf einander durch Drähte, Stangen oder Ketten wirken, an welche sie befestigt sind, oder längs welchen sie

frei gleiten können, und die, nach einem gegebenen anfänglichen Anstoß, entweder sich selbst im freien Raume überlassen, oder gezwungen sind, sich auf gegebenen Curven und Flächen zu bewegen. Das Huyghen'sche Prinzip von der Bewegung des Schwerpunkts war der gewöhnliche Grund, auf den alle diese Auflösungen gebaut wurden, doch war man auch gezwungen, je nach der Natur der Aufgabe, andere Prinzipien zu Hülfe zu rufen, und es gehörte oft viel Geschick und Scharfsinn dazu, für jeden besondern Fall das angemessenste Prinzip aufzufinden. Diese Probleme wurden eine längere Zeit durch als eine Prüfung des mathematischen Talents betrachtet, daher sie auch in den öffentlichen Blättern zur Auflösung vorgelegt wurden. D'Alembert machte dieser Art von gegenseitigen Herausforderungen ein Ende, indem er eine direkte und ganz allgemeine Methode angab, jedes nur denkbare mechanische Problem aufzulösen oder doch durch Differentialgleichungen auszudrücken, deren Integration dann der eigentlichen mathematischen Analysis überlassen werden konnte.

4) D'Alemberts Prinzip. — Das Prinzip D'Alemberts ist eigentlich nur der analytische Ausdruck, aber in der allgemeinsten Gestalt, von demjenigen Prinzip, das Johann Bernoulli, Hermann und andere zur Auflösung des Problems von dem Schwingungspunkte gebraucht haben. Es wurde auf folgende Weise ausgedrückt. — „Die Bewegung, die jedem einzelnen Theile eines Körpersystems von den auf dasselbe wirkenden Kräften mitgetheilt wird, kann in zwei Bewegungen aufgelöst werden: in die effektive und in die verlorene Bewegung des Systems. Die effektive ist die in der That statthabende Bewegung des Systems und aller seiner Theile, und die verlorene ist der Art, daß sie, wenn sie allein in dem Systeme statt hätte, dasselbe im Gleichgewichte erhalten würde.“

Die bisher angenommene Unterscheidung zwischen Statik (der Lehre von dem Gleichgewicht) und zwischen Dynamik (der Lehre von der Bewegung) war, wie wir gesehen haben, wesentlich und in der Natur des Gegenstandes begründet. Auch hatten die Mathematiker bisher die viel größere Schwierigkeiten dieses letztern Theils der Mechanik sehr wohl erkannt. Durch D'Alemberts Prinzip wurde nun jedes dynamische Problem auf ein statisches zurückgebracht, und dadurch der Wissenschaft selbst eine

neue Gestalt gegeben. (Allerdings bieten die Integrationen der Differentialgleichungen, die man durch dieses Prinzip erhält, oft sehr große Schwierigkeiten dar, aber diese gehören der Mathematik, nicht der Mechanik an, und sie werden immer geringer werden, je mehr sich die mathematische Analysis in der Folge ausbilden wird. Zwar gibt es noch immer einige Fälle, wo andere, einfache und direkte Betrachtungen, schneller und bequemer zum Ziele führen, allein dies kann der Vortrefflichkeit der von d'Allembert vorgeschlagenen Methode eben so wenig Eintrag thun, als man z. B. die sogenannte „analytische Geometrie“ aus dem Grunde nicht geringer achten wird, weil sich einige Probleme durch die gewöhnliche Geometrie kürzer oder bequemer auflösen lassen, als durch die analytische. L.)

5) Bewegung in widerstehenden Mitteln. Ballistik. — Obschon Johann Bernoulli immer nur mit Bewunderung von den Prinzipien Newtons sprach, so konnte er sich doch nicht enthalten, in diesem Werke Mängel und Fehler, wahre oder erdichtete, aufzusuchen. Gegen Newtons Bestimmung der Bahn eines Körpers, der an irgend einem Orte unseres Sonnensystems mit einer bestimmten Kraft und Richtung geworfen wird, brachte er Einwürfe, von denen man schwer begreifen kann, wie ein Mathematiker seines Gewichtes darauf kommen und sie sogar für wohlbegründet halten konnte. Begründeter ist sein Tadel gegen Newtons Bestimmung der Bewegung der Körper im widerstehenden Mittel. Bernoulli wies den Fehler in Newtons Auflösung nach, und der letzte erhielt davon Nachricht, im Oktober 1712, als eben die zweite Ausgabe der Prinzipien, die Cotes ¹⁾ in Cambridge besorgte, geschlossen werden

1) Cotes (Roger), geb. 1682 in England, einer der ausgezeichnetsten Mathematiker, Professor der Astronomie und Physik zu Cambridge, wo er im Jahr 1713 die zweite Ausgabe von Newtons Prinzipien besorgte, und sie mit einer trefflichen Vorrede begleitete. Die Philos. Transact. von 1714—16 enthalten mehrere seiner sehr geschätzten Aufsätze. Er starb 1716 im 34ten Jahre seines Lebens. In der reinen Mathematik entdeckte er den nach ihm benannten Satz über die Theilung der Kreisperipherie. Der größte Theil seiner Schriften wurde 1722 zu Cambridge unter der Aufschrift: *Harmonia mensurarum*, herausgegeben, ein noch jetzt lehrreiches und interessantes Werk; 1738 erschie-

sollte. Newton vernichtete sogleich das Blatt seines Werkes, welches diese Auflösung enthielt und verbesserte den Fehler ²⁾).

Dieses Problem von der Bewegung der Körper im widerstehenden Mittel führte zu einer andern Collision zwischen den Mathematikern Englands und Deutschlands. In Newtons Werken ist blos eine indirekte Bestimmung der Curven gegeben, die ein in der Luft geworfener Körper beschreibt, und es ist wahrscheinlich, daß Newton zur Zeit, als er die Prinzipien schrieb, keinen Weg zu einer direkten und vollständigen Auflösung seines Problems gesehen hat. Als späterhin, im Jahr 1718, der Kampf zwischen den Anhängern von Newton und Leibniz heißer wurde, schlug Keill ³⁾, der als Kempe auf Newtons Seite austrat, dieses Problem den Mathematikern des Festlandes in Gestalt einer Herausforderung vor. Keill dachte wahrscheinlich, daß, was Newton nicht finden konnte, auch keiner seiner Zeitgenossen finden werde. Aber die eifrige Kultur der mathematischen Analyse bei den Deutschen hatte ihnen eine Kraft verliehen, welche die Erwartungen der Engländer weit übertraf. Die letzten aber hatten, was auch sonst ihre Talente sein mochten, in dem Gebrauch der allgemeinen analytischen Methoden seit Newton nur geringe Fortschritte gemacht, indem sie eben durch die Bewunderung dieses großen Mannes, lange Zeit gleichsam auf

nen noch seine Vorlesungen über Hydrostatik und Pneumatik. Newton soll bei dem Tod seines jungen Freundes gesagt haben:

If Cotes had lived, we had kown something. L.

2) M. S. Correspondence in Trin. Coll. Library.

3) Keill (Johann), geb. 1671 zu Edinburg, ein ausgezeichnete Mathematiker, Professor der Astronomie zu Oxford und einer der eifrigsten Anhänger und Verbreiter der neuen Lehre Newtons. Seine Prüfung der Burnetschen Theorie der Erde, 1698, hatte mehrere Streitschriften zwischen ihm, Burnet und Whiston zur Folge. Noch haben wir von ihm seine früher sehr geschätzte *Introductio ad veram physicam*, 1700 und 1705. Am bekanntesten wurde er durch seine Streitigkeiten mit Leibniz über die Erfindung der Differentialrechnung, die er ganz dem Newton vindiciren wollte. M. s. den Anfang dieses Streits in der *Philos. Transact.* für das Jahr 1708. Sehr gerühmt wurde auch zu seiner Zeit seine *Introductio ad veram astronomiam*, Lond. 1718 und 1721. Er starb 1721. L.

der Stelle festgebannt schienen, auf die sie durch Newton gestellt worden waren. — Bernoulli löste das von Keill aufgestellte Problem in kurzer Zeit, und forderte nun, wie es der Billigkeit und dem Ehrengesetze jener Herausforderungen vollkommen gemäß war, Keill auf, auch seine eigene Auflösung vorzuzeigen. Allein dieser war nicht im Stande, jenem Verlangen zu genügen. Er versuchte einige Zeit durch die Sache zu verschieben, und nahm endlich seine Zuflucht zu sehr armseligen Ausflüchten. Nun gab Bernoulli seine Auflösung mit sehr gerechten Ausdrücken der Mißachtung für seinen Gegner. — Diese direkte Bestimmung der Bahn der geworfenen Körper im widerstehenden Mittel kann vielleicht als die erste wesentliche Erweiterung des Newton'schen Werkes durch seine Nachfolger betrachtet werden.

6) Stellung und Verbindung der Mathematiker. — Nur mit großer Bewunderung gehen wir durch die lange Reihe von ausgezeichneten Mathematikern, die seit Newton bis auf unsere Zeit an der Ausbildung der mechanischen Wissenschaften gearbeitet haben. In der ganzen Geschichte der Menschheit gibt es keinen anderen Kreis von wissenschaftlichen Männern, deren Ruhm größer und glänzender gewesen wäre. Die für immerwährende Zeiten merkwürdigen Entdeckungen des Copernikus, Galilei, Kepler und Newton hatten aller Augen auf den erhabensten Gegenstand der menschlichen Erkenntniß gerichtet, an welchen nun die Nachfolger jener Männer ihre besten Kräfte versuchten. Die mathematische Sicherheit, die mit dieser Gattung von Kenntnissen verbunden ist, schien diejenigen, die sich derselben weiheten, weit über alle anderen wissenschaftlichen Männer zu erheben, und die Schönheit der auf diesem Felde gewonnenen Entdeckungen, so wie die Schärfe und Feinheit des menschlichen Geistes, die sich hier in ihrer vollsten Kraft entwickelte, schien die unbegrenzte Bewunderung der Mit- und Nachwelt an sich zu fesseln. Die Nachfolger von Newton, Leibniz und Bernoulli, Männer wie Euler, Clairaut, d'Alembert, Lagrange, Laplace, der noch lebenden zu geschweigen, werden immerdar als die höchstgestellten, talentreichsten verehrt werden, welche die Erde in irgend einer Zeit getragen hat. Daß übrigens ihr Geist von dem jener ersten Entdecker der Naturgesetze, größtentheils wenigstens, verschieden war, werde ich an einem anderen Orte Gelegenheit haben, aus-

einanderzusetzen. Hier aber ist der Ort, die vorzüglichsten Leistungen der erstgenannten Männer in Kürze aufzuzählen.

Mehrere von ihnen erscheinen durch sociale Verhältnisse unter einander verbunden. Euler war der Jüngling der ersten Generation der Bernoullis, so wie der innige Freund der zweiten Generation dieser Familie, und alle diese außerordentlichen Männer, so wie auch Hermann, stammten aus der Stadt Basel, die, als Wiege des mathematischen Talents, keine ihr ebenbürtige Nebenbuhlerin erkennt. In dem Jahre 1740 besuchten Clairaut und Maupertuis den Johann Bernoulli in jener Stadt, diesen Nestor der Mathematiker seiner Zeit, der von hohem Alter und noch höherem Ruhme bedeckt, im Jahre 1748 starb. Euler, mehrere von den Bernoullis, Maupertuis, Lagrange und andere, minder berühmte Männer wurden von Catharina II. und von Friedrich II. an ihre Akademien in Petersburg und Berlin berufen, die sie der Wissenschaft und dem Talent und ihrem eigenen Namen zur Ehre in ihren Hauptstädten errichtet hatten. Den Preisen, welche von diesen Akademien und von der in Paris ausgesetzt wurden, haben viele der ausgezeichnetsten mathematischen Werke jener Zeit ihren Ursprung und ihre Vollendung zu verdanken.

7) Probleme der drei Körper. — Im Jahre 1747 übergab Clairaut und d'Alembert an demselben Tage der Akademie der Wissenschaften zu Paris ihre Auflösung des „Problems der drei Körper,“ das, seit dieser Zeit, als einer der wichtigsten Gegenstände der Mechanik und der mathematischen Analyse zugleich, gleichsam als der große Bogen betrachtet worden ist, an welchem jeder seine Kraft versuchen, und mit dem jeder ein weiteres Ziel, als seine Vorgänger, erreichen wollte.

Eigentlich bestand dieses Problem anfänglich in der Bestimmung der Störungen, welche die Anziehung der Sonne in der Bewegung des Mondes um die Erde hervorbringt. Bald darauf wurde es auch auf die Störungen angewendet, die jeder Planet in seiner Bewegung um die Sonne von einem andern Planeten erleidet. Allgemein aber betrachtet soll es die Bestimmung der Bewegung von drei Körpern enthalten, die sich gegenseitig im Verhältniß ihrer Massen und verkehrt, wie die Quadrate ihrer Entfernungen anziehen, und in dieser Gestalt ist es ein rein mecha-

nisches Problem geworden, dessen Geschichte hier nicht an ihrem un rechten Orte sein wird.

Eine Folge der synthetischen Form, in welcher Newton sein Werk bekannt gemacht hat, war die, daß seine Nachfolger das Problem von der Bewegung der Himmelskörper ganz von vorn wieder anfangen mußten. Wer dies nicht thun wollte, machte keine Fortschritte, und dies war lange Zeit bei den Engländern der Fall. Clairaut gesteht, daß er sich lange Zeit vergebens bemühte, von Newtons vorhergegangenen Arbeiten einigen Gebrauch zu machen, daß er sich aber am Ende entschließen mußte, den Gegenstand auf eine ganz andere, von Newton unabhängige Weise vorzunehmen. Er that dies auch, indem er durchaus nur die Analysis und solche Methoden anwendete, die von den noch jetzt gebräuchlichen nicht sehr verschieden sind. Ohne hier von der Vergleichung seiner Theorie mit den Beobachtungen zu sprechen, begnügen wir uns mit der Bemerkung, daß die Uebereinstimmung sowohl, als auch die Abweichungen seiner Rechnungen von den Beobachtungen, ihn sowohl, als auch die anderen Mathematiker, gleichsam gezwungen haben, immer weiter in ihren Untersuchungen vorwärts zu schreiten, und ihre Theorie immer mehr und mehr zu vervollkommen, um sie in eine größere Uebereinstimmung mit den Beobachtungen zu bringen.

Einer der merkwürdigsten der hierher gehörenden Fälle war der von der Bewegung des Apogeums der Mondsbahn. Clairaut hatte durch seine Theorie anfangs nur die Hälfte von dieser Bewegung, wie sie die Beobachtungen geben, gefunden. Nach langen und mühsamen Untersuchungen sah er endlich, daß er die Annäherung in seinen Rechnungen nicht weit genug getrieben habe. Dasselbe Problem der drei Körper gab dem Clairaut Gelegenheit zu einem Memoir, das im Jahr 1751 den Preis der Akademie in Petersburg erhielt, und auch zugleich die Veranlassung zu seiner „Théorie de la Lune,“ war, die im Jahr 1765 erschien. Zu derselben Zeit beschäftigte sich auch d'Alembert mit diesem Probleme, und unglücklicher Weise wurde, bei dieser Gelegenheit, die Verschiedenheit des Verdienstes dieser beiden großen Geometer, und die ihrer Methoden, die Ursache eines heftigen Streites, der erst mit dem Tode Clairauts endete. Auch Euler gab im Jahre 1753 eine Theoria lunae, die wohl die nützlichste von allen wurde, da auf sie späterhin Tobias

Mayer in Göttingen seine Methode und seine Tafeln des Mondes gegründet hat.

Es ist schwer, dem Leser eine deutliche Darstellung aller dieser Auflösungen jenes großen Problems zu geben. Bemerken wir blos, daß die Größen, durch welche der Ort des Mondes am Himmel für jede Zeit bestimmt wird, durch gewisse algebraische Gleichungen ausgedrückt wird, welche die mechanischen Bedingungen der Mondsbewegung enthalten. Die Operationen, durch welche man zu den gewünschten Resultaten gelangt, beziehen sich auf die Integralrechnung, die aber, für den Mond, nicht direkt und unmittelbar angewendet werden kann, da die Größen, mit denen man es zu thun hat, sich auf den Ort des Mondes beziehen, und daher das, was man sucht, gewissermaßen als bereits bekannt voraussetzen. Aus diesen Ursachen lassen sich denn auch die Resultate nur durch successive Annäherungen erhalten. Man muß sich zuerst mit einer der Wahrheit nur nahen Größe begnügen, und dann, mittels derselben, zu einer immer näheren fortschreiten, so daß auf diese Weise der wahre Ort des Mondes nur durch die Glieder einer Reihe, die allmählig immer kleiner werden, ausgedrückt werden kann. Die Form dieser Glieder hängt von der gegenseitigen Lage der Sonne und des Mondes, von der Stellung des Apogeums und der Knoten der Mondsbahn und von anderen Größen ab, und bei der Mannigfaltigkeit, die zwischen diesen Größen statt haben können, werden diese Glieder sehr complicirt und zahlreich. Eben so hängt auch die absolute Größe dieser Glieder von verschiedenen Umständen ab, von der Masse der Sonne und der Erde, von den Umlaufzeiten der Erde um die Sonne, und des Mondes um die Erde, von der Excentricität und Neigung der Erd- und Mondsbahn u. s. w. Diese Größen werden aber, wie die Rechnungen zeigen, so unter einander combinirt, daß sie bald sehr bedeutende, bald wieder nur sehr geringe Werthe geben, und es muß der Geschicklichkeit und Geduld des Rechnens überlassen bleiben, die wichtigsten von diesen Gliedern aus der Masse der übrigen herauszufinden. Obschon nämlich die oben erwähnten Theorien den Weg angeben, so viele von den Gliedern jener Reihe, als man nur eben will, zu finden, so wird doch die Verwicklung der Operationen und die Mühe, welche die Auflösung derselben erfordert, bald so groß, daß auch die

Langmuth des geduldigsten Rechners davon bald zurückgeschreckt werden müßte, so daß man daher auf jenes Tatonniren und Errathen der noch bedeutenden Glieder jener zahlreichen Störungsgleichungen verwiesen bleibt. Nur wenige der ausgezeichnetsten Mathematiker sind im Stande gewesen, in diesem Dickicht von Formeln mit Sicherheit mehrere bedeutende Strecken vorzudringen, so schnell wird dieser Weg immer dunkler und verwachsener, je weiter man auf ihm fortgeht. Ja selbst das, was bisher in der That geleistet worden ist, hängt nur von sehr zufälligen Umständen ab, von der geringen Neigung, von den kleinen Excentricitäten der Bahnen, von den großen Distanzen, durch welche die Himmelskörper von einander getrennt sind, und endlich von den geringen Massen derselben in Beziehung auf die Masse der Sonne. „Wenn uns die Natur, sagt Lagrange in „dieser Beziehung, durch jene spezielle Einrichtung unseres Planetensystems, nicht so sehr begünstigt hätte, so würden alle „Berechnungen der himmlischen Bewegungen für uns ganz unmöglich sein.“

Als man in dem Jahre 1759 die Wiederkunft des Halley'schen Kometen vom Jahre 1682 erwartete, erhielt jenes Problem der drei Körper ein neues Interesse, und Clairaut suchte, durch Hülfe dieses Problems, die Wiederkehr dieses Himmelskörpers zu bestimmen. Er fand aber bald, daß seine Methode, die ihm für die Bestimmung der Bewegungen des Mondes so viele Vortheile gewährte, für jenen Kometen ganz ohne Erfolg bleiben müsse, weil hier die eben erwähnten günstigen Umstände nicht mehr statthatten. Er hatte wohl die drei Differentialgleichungen der zweiten Ordnung aufgestellt, von welcher die Auflösung seines Problems für die Kometen abhängt, aber er setzte ihnen die Worte bei: „Intègre maintenant qui pourra, integriere sie nun, wer kann 4).“ Demnach mußte er seine für den Mond und die Planeten gegebene Methode ganz umschmelzen, und auf andere Näherungsmethoden bedacht sein, um sie auch den Bewegungen der Kometen anpassen zu können.

Dieses Problem der drei Körper wurde nicht seiner analytischen Schönheit, oder seiner eigenen Vorzüge wegen so lange und so eifrig verfolgt, sondern blos deswegen, weil man dazu

4) Journal des Sçavans, August 1759.

gezwungen war, weil man sich nur auf diesem Wege den Beobachtungen nähern konnte, und weil nur auf diese Weise die von Newton entdeckte Theorie der allgemeinen Schwere bewiesen und praktisch nützlich gemacht werden konnte. Der Hauptzweck aber, den man durch diese Arbeiten erreichen wollte, war, nebst dem Ruhm, ein so großes Hinderniß glücklich besiegt zu haben, die Konstruktion von Mondstafeln, die besonders für die Schifffahrt von so großem Nutzen sind, und auf die daher auch sehr bedeutende Preise ausgesetzt wurden.

Aber auch die Anwendung dieses Problems auf die Planeten unseres Sonnensystems hatte ihre besondere, große Schwierigkeiten. Euler hatte besonders die Bewegungen der zwei größten Planeten dieses Systems, des Jupiters und Saturns, zu dem Gegenstand seiner Berechnungen gemacht. Diese Planeten zeigten, der eine eine große Acceleration und der andere eine Retardation in seiner Bewegung, die deutlich aus den Beobachtungen der alten und neuen Zeiten hervorging, von der es aber nicht leicht war, durch die Theorie Rechenschaft zu geben. Eulers Memoiren, die den Preis der Pariser Akademie für die Jahre 1748 und 1752 gewonnen, enthielten eine sehr schöne Analyse. Bald darauf erschienen auch Lagranges Arbeiten über denselben Gegenstand, die aber in Beziehung auf jene zwei Ungleichheiten Resultate enthielten, welche von denen, auf die Euler durch seine Rechnungen geführt wurde, ganz verschieden waren. Die eigentliche Antwort auf jene Frage blieb lange unbekannt, bis endlich Laplace im Jahre 1787 zeigte, daß jene zwei großen Ungleichheiten daher rühren, daß zwei Revolutionen Saturns sehr nahe fünf Umlaufzeiten Jupiters um die Sonne gleich sind.

Noch verwickelter, als für die Planeten, wurde die Anwendung des Problems der drei Körper auf die Bewegungen der Jupitermonde gefunden. Hier nämlich war es nothwendig, die Störungen eines jeden dieser vier Monde zu finden, die er zu gleicher Zeit von den drei anderen erhält, so daß man hier eigentlich mit einem Probleme von fünf Körpern zu thun hatte. Die Auflösung dieses schweren Problems hat Lagrange gegeben ⁵⁾.

In den neueren Zeiten haben die vier kleineren Planeten, Juno, Ceres, Vesta und Pallas, deren Bahnen nahe unter

5) M. f. Bailly, Astr. Mod. III. 178.

einander coincidiren, und eine viel größere Neigung und Excentricität haben, als die alten Planeten, und die daher besonders durch den ihnen so nahen Jupiter sehr bedeutende Störungen erfahren, zu neuen Verbesserungen jenes Problems Gelegenheit gegeben.

In dem Laufe der oben erwähnten Untersuchungen der Bewegungen von Jupiter und Saturn wurde Lagrange und Laplace auf die nähere Betrachtung der säculären Ungleichheiten der Planetenbahnen geführt, das heißt, auf die Veränderungen, welche die Neigung, die Knoten- und Apfidenlinie, und die Excentricität jeder Planetenbahn durch die fortgesetzte Einwirkung aller übrigen Planeten erleidet. Der eigentliche Erfinder der Methode von der Variation der Elemente war Euler, und sein erster Versuch zu diesem Zwecke ist von dem Jahre 1749. Die in diesen Memoiren von ihm gegebene Anleitung hatte er in einem späteren Aufsatze von dem Jahre 1756 weiter entwickelt ⁶⁾. Lagrange versuchte seine Kraft an diesem Probleme im Jahre 1766 ⁷⁾, und Laplace im Jahre 1773. Der letzte zeigte bei dieser Gelegenheit, daß die mittleren Bewegungen, also auch die großen Axen der Bahnen der Planeten unveränderlich sind. In den Jahren 1774 und 1776 beschäftigte sich Lagrange wiederholt mit der Bestimmung dieser säculären Störungen der Planeten, indem er seine Untersuchungen auch auf die Knoten und Neigungen der Planetenbahnen ausdehnte. Hier zeigte er zugleich, daß die von Laplace (unter Vernachlässigung der vierten Potenzen der Excentricitäten und der Neigungen) gefundene Unveränderlichkeit der großen Axen immer wahr bleibe, so weit man auch die Annäherungen fortführt, wenn man nur die Quadrate der störenden Massen vernachlässigt. Er vervollkommnete seine Theorie später noch, und im Jahre 1783 unternahm er es, seine Methoden auf die säculären sowohl, als auch zugleich auf die periodischen Störungen der Planeten auszudehnen ⁸⁾.

8) *Mechanik des Himmels*. — Die *Mécanique céleste* von Laplace sollte, nach der Absicht seines Verfassers, eine vollständige Uebersicht des gegenwärtigen Zustandes dieses wichtigen

6) M. f. Laplace, *Méc. cél.* Livr. XV. S. 305. 310.

7) M. f. Gautier, *Probl. de trois corps*. S. 155.

8) Gautier, *loc. cit.* S. 104. 184. 196.

und erhabenen Theiles der menschlichen Erkenntniß enthalten. Die zwei ersten Bände dieses großen Werkes erschienen in dem Jahre 1799, der dritte und vierte Theil folgte 1802 und 1805 nach. Seitdem ist wohl nur wenig zu der Auflösung der großen Probleme, die dieses Werk enthält, hinzugefügt worden. Im Jahre 1808 legte Laplace dem Bureau des Longitudes zu Paris ein Supplement zu der *Mécanique céleste* vor, dessen Zweck die weitere, nähere Bestimmung der säcularen Störungen war. Seitdem sind ihm noch andere Supplemente gefolgt, die zusammen den fünften Band dieses großen Werkes bilden. Lagrange und Poisson bewiesen nachher die Unveränderlichkeit der großen Axen der Planetenbahnen auch für die zweiten Potenzen der störenden Kräfte. Andere beschäftigten sich mit anderen Theilen dieses Gegenstandes. Burckhardt brachte die Reihen der Perturbationen im Jahre 1808 bis zu den sechsten Potenzen der Excentricitäten. Gauß, Hansen, Bessel, Ivory, Lubbock, Pontecoulant und Airy haben, zu verschiedenen Zeiten bis auf den heutigen Tag, einzelne Theile der Theorie erläutert oder erweitert, oder auf specielle Fälle angewendet, wie z. B. Airy eine Ungleichheit der Venus und der Erde fand, deren Periode 240 Jahre beträgt. Endlich hat noch Plana in einem eigenen Werke (in drei großen Quartbänden) alles gesammelt, was bisher für die Theorie des Mondes geleistet worden ist.

Ich kann hier nur die Hauptmomente des Fortgangs der analytischen Dynamik mittheilen. Ich spreche daher nicht von der Theorie der Jupiterssatelliten, für die Lagrange im Jahre 1766 den Preis der Pariser Akademie erhalten hat, noch von den merkwürdigen Entdeckungen, die Laplace im Jahre 1784 in den Systemen dieser Satelliten gemacht hat. Noch weniger kann ich die bloß spekulativen Untersuchungen über tautochrone Curven im widerstehenden Mittel erwähnen, obschon sich Männer, wie Bernoulli, Euler, Fontaine, d'Alembert, Lagrange und Laplace, mit diesem Gegenstande beschäftigt haben. Eben so muß ich auch mehrere andere, an sich merkwürdige und interessante Gegenstände gänzlich mit Stillschweigen übergehen.

9) Präcession der Nachtgleichen. Bewegung der Körper von gegebener Gestalt. — Alle die bisher erwähnten Untersuchungen, so ausgedehnt und verwickelt sie auch an sich sein mögen, betreffen doch nur die Bewegung der Körper,

so lange diese Lehtere als bloße untheilbare Punkte, ohne alle Rücksicht auf Gestalt und Ausdehnung derselben, betrachtet werden. Aber die Bestimmung der Bewegung eines Körpers von irgend einer gegebenen Form bildet einen ganz anderen und sehr wichtigen Zweig der analytischen Mechanik. Auch sie verdankt übrigens, so wie jene, ihre Ausbildung bloß der Astronomie, die vorzüglich Gelegenheit zur Beantwortung von Fragen dieser Art an die Hand gegeben hat.

Wir haben schon oben gesehen, daß Newton sich bemüht hat, die Präcession der Nachtgleichen aus den Einwirkungen der Sonne und des Mondes auf die abgeplattete Erde abzuleiten. Allein er hatte bei diesem Versuche einige Mißgriffe gemacht. Im Jahre 1747 aber löste d'Alembert dieses schwierige Problem mit Hülfe des von ihm aufgestellten Prinzips, und es war ihm zugleich leicht, zu zeigen, (wie er auch in seinen „Opuscules“ von dem Jahre 1761 gethan hat), daß durch dieselbe Methode auch überhaupt die Bewegung aller Körper von irgend einer gegebenen Gestalt, wenn bestimmte Kräfte auf sie wirken, bestimmt werden könne. Indeß geschah auch hier wieder, was im Laufe dieser Erzählung der Leser schon öfter bemerkt haben muß: die großen Geometer jener Zeit begegneten sich sehr oft auf den Wegen, die sie zu ihren Entdeckungen führten. Euler⁹⁾ hatte ebenfalls im Jahre 1750 seine Auflösung von dem Problem der Präcession bekannt gemacht, und im Jahr 1752 schrieb er ein Memoir: „Entdeckung eines neuen Prinzips der Mechanik,“ in welchem das ganz allgemeine Problem von der Störung der Rotation der Körper durch äußere Kräfte aufgelöst wird. D'Alembert betrachtete nicht ohne Mißbilligung diese von Euler prätendirte Priorität, wie sie von der Aufschrift des Memoirs ausgesprochen wird, ohne jedoch dabei die Verdienste dieser ausgezeichneten Schrift zu verkennen. Bald wurden diese neuen Untersuchungen verbessert und erweitert, am meisten aber durch Eulers *Theoria motus Corporum solidorum*, ein Werk, das im Jahre 1765 zu Greifswalde erschien, und in welchem die neue Theorie auf eine große Anzahl der interessantesten Beispiele mit seltener Kunst angewendet erscheint. Die in diesem Werke enthaltenen analytischen Untersuchungen wurden vorzüglich durch die Entdeckung

9) Mém. de l'Acad. de Berlin 1745, 1750.

Segners ¹⁰⁾ sehr vereinfacht, nach welcher jeder Körper drei sogenannte „freie Axen“ hat, um welche allein er sich im Allgemeinen frei und immerwährend drehen kann. Landon wollte die Gleichungen, zu denen Euler und d'Alembert gekommen waren, in den Philos. Transact. für 1785, als fehlerhaft tadeln, aber seine Einwürfe dagegen scheinen mir nur ein Beweis mehr von der Unfähigkeit der englischen Mathematiker jener Zeit zu sein, die hohen analytischen Konzeptionen des Festlandes, hinter welchen jene mit ihrer alten synthetischen Methode weit zurückblieben, zu fassen und in sich aufzunehmen.

Eine der schönsten und merkwürdigsten Anwendungen der neuen Methode, die Bewegung eines Körpers von gegebener Gestalt zu bestimmen, ist ohne Zweifel in dem Memoir Lagrange's, über die Vibration des Mondes, enthalten, in welchem dieser ausgezeichnete Analytiker unter anderem die Ursache angibt, warum die Knoten des Mondäquators mit denen seiner Bahn immer zusammenfallen ¹¹⁾.

10) Segner (Joh. Andr.), geb. 9. Okt. 1704 zu Preßburg. Er bildete sich beinahe ohne Lehrer in der Mathematik aus, ging dann 1725 nach Jena, wo er von Prof. Hamberger für die Wolf'sche Philosophie und besonders für die Mathematik gewonnen wurde. 1730 nahm er daselbst den Grad eines Doctors der Arzneikunde und ging dann wieder in sein Vaterland, Ungarn, zurück, wo er als praktischer Arzt lebte. Im Jahre 1733 wurde er zum Prof. der Philosophie in Jena ernannt, und ging 1735 von da nach Göttingen als Professor der Mathematik, wo er zu dem Glanze dieser neuen Universität durch seine Arbeiten beitrug, aber auch wegen einigen Widersprüchen, die er sich gegen Wolf erlaubte, von den Anhängern des letztern sehr beunruhigt wurde. Er starb hier am 5. Okt. 1777 in hoher Achtung seiner mathematischen Kenntnisse. Wir haben von ihm *Elementa arithm. et geometriae*, Götting. 1734; *Specimen logicae*, Jena 1740; *Introductio in Physicam*, 1746; *Exercitationes hydraulicae*, 1747; *Elementa analyseos finitorum*, 1758; *Elementa analyseos infinitorum*, 1761; *Lectiones astronomicae*, 1775. Er ist der Entdecker des wichtigen mechanischen Satzes, daß jeder Körper drei freie Rotationsaxen hat. L.

11) Nach Dominik Cassini's schöner Entdeckung ist nämlich die Neigung des Mondäquators gegen die Ekliptik konstant und gleich $1^{\circ} 30'$, und der aufsteigende Knoten dieses Mondäquators in der Ekliptik fällt immer zusammen mit dem absteigenden Knoten der Mondbahn in der Ekliptik. Die Ekliptik liegt zwischen dem Mondäquator und der

10) Schwingende Saiten. — Auch andere Fragen der Mechanik, die mit der Astronomie in keinem näheren Zusammenhange standen, wurden mit Eifer und Glück verfolgt. Hieher gehört vorzüglich das Problem von den schwingenden Saiten, wenn sie an ihren beiden Endpunkten befestigt sind. Die Idee,

Mondbahn, und ist gegen den Mondäquator, wie gesagt, um $1^{\circ} 30'$, gegen die Mondbahn aber im Mittel um $5^{\circ} 8'$ geneigt. — Wenn man die Bahn des Mondes, nicht auf die Erde, sondern auf die Sonne bezieht, so fällt diese Bahn mit der Ekliptik zusammen. Da jeder Breitengrad des Mondes, so wie auch am Aequator der Längengrad, sehr nahe 4.1 deutsche Meilen beträgt, so nimmt die Zone, welche unserer sogenannten heißen entspricht, auf dem Monde nur 3 Grade oder 12.3 Meilen in ihrer Breite ein, und eben so groß ist auch der Durchmesser der zwei kalten Zonen des Mondes, wogegen von den zwischen jenen liegenden zwei gemäßigten Zonen jede 87 Grade in ihrer Breite mißt. Eine so geringe Schiefe der Ekliptik von nur $1\frac{1}{2}$ Grad kann auch nur ganz unmerkliche Aenderungen der Tageslängen, der Sonnenhöhen im Mittag, und der Stärke der Erleuchtung und Erwärmung durch die Sonne auf den Mond zur Folge haben. So ändert sich z. B. die Meridianhöhe der Sonne für einen gegebenen Mondort im Laufe eines Jahres nur um drei Grade, d. h. so viel, als sie sich für die Erde zur Zeit der Nachtgleichen schon in einer Woche ändert. — Wenn man aber die Bahn des Mondes, nicht auf die Sonne, sondern auf die Erde oder vielmehr auf den Mondäquator bezieht, so beträgt die Neigung dieser zwei Ebenen, nach den Vorhergehenden, $6^{\circ} 38'$, und in dieser Beziehung wird also die Breite des unserer heißen Zone entsprechenden Mondgürtels gleich $13^{\circ} 16'$ oder gleich $54\frac{1}{4}$ d. Meilen. Da übrigens nach dem oben Gesagten, die Knoten des Mondäquators mit denen der Mondbahn zusammenfallen, und da die letzte in $18\frac{2}{3}$ Jahren ihren Umkreis um die Erde vollenden, — so ist auch die Axe, um welche sich der Mond in jedem Monate dreht, sehr veränderlich. Der wahre Pol des Mondäquators beschreibt nämlich um den Pol unserer Ekliptik in $18\frac{2}{3}$ Jahren einen ganzen Kreis von $1^{\circ} 30'$ im Halbmesser. Da endlich die Pole der Mondbahn ebenfalls Kreise um die Pole der Ekliptik beschreiben, und da die entgegengesetzten Knoten (der Mondbahn und des Mondäquators) immer zusammen fallen, so liegen die drei Pole, der Ekliptik, der Mondbahn und des Mondäquators, auch immer in einem und demselben größten Kreise, und die beiden letzten bewegen sich um den ersten gleich zwei Doppelsternen um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt. L.

welche diesen Betrachtungen zu Grunde liegt, ist wohl sehr einfach, aber desto schwerer scheint dagegen die Uebersetzung derselben in die Sprache der mathematischen Analysis zu sein. Taylor hat seiner „*Methodus Incrementorum*, 1716“ eine Auflösung dieses Problems beigelegt, allerdings eine durch Nebenbedingungen beschränkte Auflösung, die aber doch für gewöhnliche Anwendungen sehr brauchbar ist. Auch Johann Bernoulli hatte diesen Gegenstand im Jahr 1728 behandelt. Allein das Problem gewann ein ganz neues Interesse, als im Jahr 1747 d’Alembert ¹²⁾ seine Ansichten darüber bekannt machte, und

12) D’Alembert (Jean le Rond), wurde am 17ten Nov. 1717 als ein ausgelegtes Kind vor der Kirche Jean le Rond gefunden und einer Tagelöhnerin zur Wartung übergeben. Sein Vater, der sich erst später als solcher meldete, und dem Kinde auch eine Lebensrente von jährlich 1200 Livres zusicherte, war der Artilleriekommissär Destouches und seine Mutter, die durch Schönheit und Geist ausgezeichnete Mad. de Tincin. — Da er sich früh dem Jansenismus zugekehrt hatte, so waren auch seine ersten Schriften theologischen Inhalts. Doch wendete er sich bald mit aller Kraft den mathematischen Studien zu. Dadurch mit den Jansenisten zerfallen, verließ er ihre Gesellschaft und begab sich 1732 zu seiner Amme zurück, wo er 40 Jahre in einfacher Zurückgezogenheit den Wissenschaften lebte. Auf den Rath seiner Freunde, sich eine gesicherte Zukunft zu verschaffen, studirte er die Rechte, und, da ihm diese nicht zusagten, später auch die Arzneikunde, bis er sich endlich wieder und ausschließend den mathematischen Studien ergab, denen er auch bis an sein Ende treu blieb. Im Jahr 1741 wurde er Mitglied der Pariser Akademie der Wissenschaften; 1743 gab er seine berühmte *Traité de dynamique* heraus, wo er die Lehre von der Bewegung auf die des Gleichgewichts zurückführte, und zuerst die (zweite Differential-) Gleichungen aufstellte, durch welche die Mechanik eine ganz neue Gestalt erhielt. Im Jahr 1744 wendete er dasselbe Prinzip auch auf die Bewegung der Flüssigkeiten an, und 1746 erschien seine *Theorie der Winde*, wo er der erste die Rechnung mit partiellen Differentialien gebrauchte, deren er sich 1747 mit noch glänzenderm Erfolg für die *Theorie der schwingenden Saiten* bediente. Dadurch kam er auf die Einführung der willkürlichen Funktionen, durch die er in der Mathematik, wie früher durch jene zweite Differentialgleichung in der Mechanik, eine neue Epoche begründete. Im Jahre 1749 löste er der erste das schwere Problem der Bewegung eines Körpers von gegebener Gestalt, das er sofort auf die theoretische Bestimmung der Präcession

zeigte, daß nicht bloß eine, sondern unzählige verschiedene Curven den Bedingungen der Aufgabe Genüge leisten. Wie ge-

der Nachtgleichen anwendete. Seit 1752 gab er mehrere merkwürdige Aufsätze in die Memoiren der Berliner Akademie, vorzüglich über Integralrechnung und über die Spitzen und Rückkehrpunkte der Curven, wegen welchen lehten er, so wie auch wegen jenen willkürlichen Functionen, mit Euler in Streit gerieth; so wie auch eine neue Methode, lineäre Differentialgleichungen irgend eines Grades zu integriren, die selbst jezt noch als der eigentliche Schlüssel zur Beantwortung sehr vieler höheren Fragen in der Astronomie und Physik betrachtet wird. Er lebte in seinem Vaterlande beinahe in Dürftigkeit, bis ihn Friedrich II. von Preußen mit Freundschaft und Achtung auszeichnete, worauf er auch von der französischen Regierung, auf Verwendung des Ministers d'Argenson, einen Gehalt erhielt. Um diese Zeit hatte man Diderot, dessen Geist die ganze Literatur umfaßte, den Vorschlag gemacht, eine englische Encyclopädie, die damals viel Aufsehen machte, zu übersetzen, wodurch er auf die Idee gerieth, selbst ein solches Werk zu verfassen, das alles Wissenswürdige von den ältesten Zeiten bis auf seine Tage enthalten sollte. Diderot verband sich zu diesem Zwecke vorzüglich mit d'Alembert, und beide können als die Hauptverfasser dieses großen Werkes angesehen werden. Die meisterhafte Einleitung zu diesem inhaltreichen Werke ist ganz von d'Alembert. Seine „Untersuchungen über verschiedene wichtige Punkte des Weltsystems,“ in welchen er vorzüglich das berühmte Problem der drei Körper zu vervollkommen suchte, verwickelte ihn in Streitigkeiten mit Euler und Clairaut, und mit dem lehten brach er völlig bei Gelegenheit ihrer gemeinschaftlichen Untersuchungen über die Gestalt der Erde. Im Jahre 1756 wurde er zum Pensionnär der k. Pariser Akademie mit einem bedeutenden Gehalt erhoben, gegen den Willen der meisten Mitglieder dieser Gesellschaft, die eine solche Auszeichnung für ungewöhnlich und böse Beispiele für die Folge nach sich ziehend erklärten. Camus aber schlug die Opposition mit der Bemerkung, daß auch in der Folge alle solche außerordentlichen Verdienste mit ähnlichen außerordentlichen Auszeichnungen belohnt werden sollten. Um diese Zeit erschienen seine *Mélanges de philosophie*, und sein *Essai sur les gens de Lettres*, so wie auch seine Uebersetzung der Werke des Tacitus. Im Jahr 1759 gab er seine „*Elemente der Philosophie*,“ eine Art Volksbuch für Gebildete, das sich durch Inhalt, Vortrag und glänzenden Styl auszeichnete. Diese Werke und noch mehr seine Aufsätze in der Encyclopädie zogen ihm viele Gegner und selbst Verfolgungen zu. Um ihm die nöthige Ruhe vor

wöhnlich, so wurde auch hier wieder, was einer jener großen Mathematiker aufgestellt hatte, sogleich von den anderen ergriffen

seinen Feinden zu verschaffen, trug ihm Friedrich II. im Jahr 1763 die Präsidentschaft der Berl. Akademie mit einem bedeutenden Gehalte an, die er aber ausschlug, um in seinem Vaterlande bleiben zu können. Bald darauf trug ihm Katharina II. die Erziehung ihres Sohnes Paul unter den glänzendsten Bedingungen an, aber ebenfalls vergebens. Im Jahre 1765 erschien seine Schrift über die Jesuiten, die ihn in neue Streitigkeiten und Anfeindungen verwickelten. Seine *Opuscules mathématiques*, an welchen er von 1761 bis 1780 arbeitete, enthalten eine Menge der wichtigsten Untersuchungen aus der Mathematik und Mechanik, aber oft nur in ihren ersten Zügen angedeutet, oder in einem Wald von analytischen Formeln begraben, die noch der letzten, vollendenden Hand entbehren. Seine vielen mathematischen Arbeiten, von welchen besonders seine zahlreichen Aufsätze in den *Memoiren* der verschiedenen Akademien Zeugniß geben, wurden weder durch seine vielen anderen Geschäfte und Zerstreuungen, noch auch durch die Schwächen und Krankheiten seines Alters unterbrochen. Noch die kurz vor seinem Tode herausgegebenen Aufsätze zeugen von der ganz ungeschwächten Kraft und Feinheit seines Geistes. Obschon er oft gestand, daß er außer dem Gebiete der Mathematik keine reelle Wahrheit finde, so beschäftigte er sich doch immer gern und eifrig mit der schönen Literatur und mit der Philosophie. Seine schöne Schreibart und sein trefflicher Styl machte ihn auch unter den größeren Kreisen der Leser berühmt, und oft mußte er deshalb bei den feierlichen Versammlungen der Akademie die öffentlichen Reden halten. Im Jahre 1772 wurde er Sekretär der *Académie française*, wo er die Biographien und die gebräuchlichen *Eloges* aller Akademiker seit dem Anfange des Jahrhunderts verfaßte, die noch heutzutage als Muster dieser Art von Schriften gelten. Seine mathematischen Freunde sprachen von ihm stets mit der größten Hochachtung, auch verdankt ihm Lagrange seine Stelle als Präsident der Akademie zu Berlin. Seine Wohlthätigkeit war allgemein bekannt, und oft gab er den Armen, was er selbst bedurft hätte; für seine Freunde aber hatte er immer Hand und Haus offen, und auch sein Liebstes, seine Zeit und selbst seine Arbeiten, opferte er ihnen willig auf. Talentvolle Jünglinge waren seiner Unterstützung gewiß, und in seinem letzten Jahre verweilte er am liebsten in ihrer Gesellschaft. Seine Munterkeit und seine witzigen Einfälle, die oft faustisch, nie beleidigend waren, machten ihn zu dem Liebling aller Gesellschaften, die er durch seine seltene Gabe zu erzählen, zu erheitern wußte. In seinem letzten Jahre wurde er öfter von einer kränklichen Reizbarkeit heimgesucht, ohne daß

und weiter fortgeführt. Euler stimmte im Jahr 1748 nicht nur dieser Generalisation d'Alemberts vollkommen bei, sondern er setzte noch hinzu, daß diese Curven ganz willkürliche, selbst nicht einmal dem Gesetze der Continuität unterworfenen krumme Linien sein können. D'Alembert weigerte sich, bis zu diesem Extreme fortzugehen, und Daniel Bernoulli, mehr seinen physischen als mathematischen Gründen vertrauend, wollte beide Generalisationen als in der That unanwendbar verwerfen, und die Auflösungen dieser Aufgabe, wie bisher geschehen war, auf die Trochoide oder ähnliche mit ihr verwandte Curven zurückführen. Er führte dabei das „Gesetz der coexistirenden Vibrationen“ ein, das sich später so nützlich gezeigt hat, um den Complex mehrerer mechanischen Bewegungen, die zu gleicher Zeit statthaben, zu übersehen, und die wahre Bedeutung der hieher gehörenden analytischen Ausdrücke zu begreifen. Auch Lagrange wendete die wahrhaft bewunderungswürdige Kraft seiner Analyse diesen merkwürdigen Problemen zu. Schon in seiner Jugend hatte er mit

seine Gutmüthigkeit darunter gelitten hätte. Nachdem er vierzig Jahre bei seiner ersten Wärterin gelebt hatte, zwang ihn seine abnehmende Gesundheit, eine andere Wohnung zu beziehen. Doch besuchte er seine alte Freundin wöchentlich zweimal und unterstützte sie auch bis an sein Ende. Er zog zu einer geistreichen, braven Dame, in deren Hause sich, größtentheils nur um ihn zu sehen, die ausgezeichnetsten Männer Frankreichs versammelten. Bei seiner sonst nur schwachen Konstitution erhielt er sich in den letzten Zeiten nur durch die strengste Ordnung in seiner Diät und in seiner ganzen Lebensweise. Von allen Genüssen des Lebens schien er nur zwei zu kennen: die Arbeit und die Conversation, und auch die letzte wollte ihm zu Ende nicht immer behagen, da er sie oft störend und langweilig fand, so daß er selbst in den heitersten Gesellschaften öfter lange Zeit durch ganz stille und in sich selbst versunken blieb. Er starb am 29sten Oktober 1783. Seine vorzüglichsten mathematischen Werke sind, außer seinen zahlreichen Memoiren: *Traité de dynamique*, 1743 und dritte Ausgabe 1796; *Traité de l'équilibre et de mouvement des fluides*, 1744, zweite Aufl. 1770; *Reflexions sur la cause des vents*, 1774; *Recherches sur la précession des équinoxes*, 1749; *Nouvelle théorie sur la resistance des fluides*, 1752; *Recherches sur différens points importants du système du monde*, III. Vol. 1754; *Nouvelles tables de la lune*, und *Opuscles mathématiques*, 8 Vol. 1761—1780. L.

seinen Freunden Saluces und Cigna die Akademie von Turin gegründet, und seine erste Arbeit in den Memoiren dieses Instituts betraf jenen interessanten und schwierigen Gegenstand. In dieser, so wie auch in mehreren folgenden Schriften zeigte er zur Zufriedenheit der ganzen mathematischen Welt, daß die Funktionen, welche bei diesen Untersuchungen durch die Integration eingeführt werden, keineswegs dem Gesetze der Continuität unterworfen sein müssen, sondern daß sie, unter den einem jeden Probleme nothwendigen Bedingungen, ganz willkürliche Funktionen sind, und demungeachtet durch Reihen von Kreisfunktionen ausgedrückt werden können. Die Controverse, welche über diese Gesetzmäßigkeit der neuen Funktionen entstand, war nicht nur für die Theorie der schwingenden Saiten, sondern auch noch für die der Flüssigkeiten von sehr wichtigem Einfluß.

11) Gleichgewicht der Flüssigkeiten. Gestalt der Erde. Ebbe und Fluth. — Nachdem einmal die Prinzipien der Mechanik allgemein dargestellt waren, war die Anwendung derselben auf die flüssigen Körper ein eben so natürlicher als unvermeidlicher Schritt. Man sah bald, daß man einen flüssigen Körper als einen solchen Körper zu betrachten habe, dessen kleinste Theile alle unter einander mit vollkommener Freiheit beweglich sind, und daß daher diese Freiheit der Bewegung auch in die Sprache der analytischen Formeln aufgenommen werden müsse. Dies ist dann auch durch die ersten großen Begründer der Mechanik geschehen, für die Statik sowohl, als auch für die eigentliche Dynamik der flüssigen Körper. Newton's Versuch, das Problem von der „Gestalt der Erde“ zu lösen, dieselbe als einen flüssigen Körper vorausgesetzt, ist das erste Beispiel einer solchen Untersuchung. Er hat seine Auflösung auf die Prinzipien gebaut, die wir bereits oben auseinander gesetzt haben, und er hat diese Prinzipien mit jenem Scharfsinne und mit jener Kunst anzuwenden gewußt, die alles auszeichnet, was der seltene Mann unternommen hat.

Es wurde bereits oben gesagt, auf welche Weise die Allgemeinheit des Prinzips, daß der Druck der flüssigen Körper nach allen Richtungen gleich groß ist, aufgestellt worden ist. In der Anwendung dieses Prinzips auf eigentliche Berechnung nahm Newton

an, daß die Säulen des flüssigen Körpers, die bis zum Mittelpunkte der Erde reichen, alle gleiches Gewicht haben. Huyghens im Gegentheile ging von der Voraussetzung aus, daß die Richtung der resultirenden Kraft in jedem Punkte der Oberfläche der Flüssigkeit auf derselben senkrecht stehe. Bouguer setzte beide diese Prinzipien als nothwendig zum Gleichgewichte der Flüssigkeit voraus, und Clairaut endlich zeigte, daß das Gleichgewicht aller jener Kanäle dazu erforderlich sei. Clairaut war auch der erste, der aus seinem Prinzip die bekannten partiellen Differentialgleichungen ableitete, durch welche dieses Gesetz analytisch ausgedrückt wurde, ein Schritt, der, wie Lagrange ¹³⁾ sagte, die ganze Gestalt der Hydrostatik änderte und sie erst zu einer neuen Wissenschaft erhob. Euler endlich vereinfachte die Art, wie man zu diesen Gleichungen des Gleichgewichts der Flüssigkeiten bei willkürlich einwirkenden Kräften gelangt, und er brachte sie in diejenige Form, die jetzt noch allgemein gebräuchlich ist.

Die Erklärung der Ebbe und Fluth, auf die Weise, wie sie Newton in dem dritten Buche seiner Prinzipien versuchte, ist ein anderes großes Problem der Hydrostatik, das nur diejenige Gestalt des Weltmeeres betrachtet, die dasselbe im Zustande des vollkommenen Gleichgewichts haben soll. Die Memoiren von Maclaurin, Daniel Bernoulli und Euler über dieses Problem, die alle den Preis der Pariser Akademie von 1740 unter sich theilten, sind auf denselben Ansichten erbaut.

Clairauts „Abhandlung über die Gestalt der Erde,“ die im Jahr 1743 erschien, erweiterte Newton's Auflösung dieses Problems, indem sie die Erde als einen soliden Kern annahm, der mit einer Flüssigkeit von veränderlicher Dichte bedeckt ist. Seitdem wurde nichts Neues weiter in diesem Probleme geleistet, die Methode ausgenommen, die Laplace anwendet, die Anziehung der wenig excentrischen Sphäroiden zu bestimmen, die, wie Airy ¹⁴⁾ sagt, seiner Natur nach der sonderbarste, und seiner Wirkung nach

13) Méc. Analyt. II. S. 180.

14) Encycl. Metrop. Fig. of Earth. S. 192.

der kräftigste Calcul von allen ist, die man bisher angewendet hat.

12) Haarröhrchenkraft. — Noch ist ein anderes Problem der Statik der flüssigen Körper übrig, von der wir hier einige Worte sagen müssen: die Haarröhrchenkraft oder die Capillarattraktion. Daniel Bernoulli sagte ¹⁵⁾ im Jahr 1738, daß er diesen Gegenstand mit Stillschweigen übergehe, weil er die hieher gehörenden Erscheinungen auf kein allgemeines Gesetz zurückführen könne. Clairaut war glücklicher, und seitdem haben besonders Laplace und Poisson dieser Theorie eine größere analytische Vollständigkeit gegeben. Es handelt sich aber hier um die Bestimmung der Wirkung der Attraktionen, die alle Theile eines flüssigen Körpers gegen einander und gegen die sie einschließenden Körper ausüben, vorausgesetzt, daß diese Attraktion für sehr kleine Distanzen dieser Körpertheilchen merklich sei, aber auch sogleich verschwinde, wenn diese Distanz nur etwas größer wird. Es läßt sich voraussehen, daß so allgemeine und sonderbare Bedingungen zu sehr abstrakten und merkwürdigen analytischen Ausdrücken und Resultaten führen werden, auch ist das Problem schon in mehreren sehr ausgedehnten Fällen aufgelöst worden.

13) Bewegung der Flüssigkeiten oder Hydrodynamik. — Der einzige Zweig der mathematischen Mechanik, dessen Betrachtung uns noch übrig ist, die Lehre von der Bewegung der Flüssigkeiten, oder die Hydrodynamik, ist zugleich der unvollendetste von allen. Man sieht leicht, daß die bloße Hypothese der absoluten Beweglichkeit der kleinsten Theile der Flüssigkeit, verbunden mit den bekannten Gesetzen der Bewegung der festen Körper, nicht hinreichend ist, die Bewegung der flüssigen vollständig zu erklären. Diesem gemäß hat man, um die hieher gehörenden Probleme zu lösen, zu mehreren andern Hypothesen seine Zuflucht genommen, zu Hypothesen, die man später nur zu oft als unrichtig erkannte und die immer in gewissem Maße als willkürlich betrachtet werden mußten. Vorzüglich hat man sich an den zwei Problemen zu üben gesucht, durch welche die

15) In seiner Hydrodyn. Vorrede S. 5.

Geschwindigkeit eines, durch eine Oeffnung in dem Gefäße, ausströmenden Wassers, und durch welches der Widerstand bestimmt wird, welchen ein fester Körper erleidet, der sich in einer Flüssigkeit bewegt. Wir haben bereits von der Art gesprochen, wie Newton diese Aufgaben angegriffen hat. Die Aufmerksamkeit wurde aber neuerdings auf sie zu der Zeit gerichtet, wo Daniel Bernoulli im Jahr 1738 seine Hydrodynamik herausgab. Diese Schrift ist ganz auf das Prinzip Huyghens gebaut, von dem wir oben in der Geschichte des Schwingungspunktes gesprochen haben, nämlich auf die Gleichheit des aktuellen Falls der Theilchen der Flüssigkeit und des potentialen Aufsteigens derselben, oder mit anderen Worten: auf das Prinzip der „Erhaltung der lebendigen Kraft.“ Diese Schrift war die erste eigentlich wissenschaftliche Hydrodynamik, und die in ihr enthaltene Analyse ist, wie Lagrange sagt, eben so schön in ihrem Verfahren, als einfach in ihren Resultaten. Auch Maclaurin behandelte denselben Gegenstand; aber man hat ihm vorgeworfen, seine Schlüsse so eingerichtet zu haben, daß sie seinem schon früher angenommenen Resultate entsprachen. Das Verfahren von Johann Bernoulli, der ebenfalls über diesen Gegenstand schrieb, wird von d'Alembert streng getadelt. D'Alembert selbst wendete das Prinzip, das seinen Namen trägt, auf diese Untersuchungen an, wie man in seiner „Abhandlung über das Gleichgewicht und die Bewegung der Flüssigkeiten“ 1744, und in seiner „Resistenz der Flüssigkeiten“ 1753 sieht. Auch seine „Réflexions sur la cause générale des Vents“ 1747 sind berühmt geworden, obschon dadurch unsere Kenntniß des Gegenstandes, der in dieser Schrift behandelt wird, nicht eben viel gewonnen hat. Euler hat auch hier, wie in allen andern Zweigen der Wissenschaft, dem Gegenstande Klarheit und Eleganz zu geben gewußt. Als Zusatz zu dem oben Gesagten kann noch bemerkt werden, daß Euler und Lagrange das Problem von den kleinen Vibrationen der flüssigen, elastischen sowohl als unelastischen Körper sorgfältig und wiederholt behandelten, ein Gegenstand, der, gleich den schwingenden Saiten, zu mehreren subtilen und abstrusen Betrachtungen über die eigentliche Bedeutung der Integrale führt, die man aus den sogenannten partiellen Differentialgleichungen erhält. Auch Laplace beschäftigte sich mit der Theorie der Wellen, die längs der Oberflächen

des Wassers sich fortpflanzen, und er leitet daraus seine berühmte Theorie der Ebbe und Fluth ab, in welcher er das Weltmeer nicht, wie seine Vorgänger, im Gleichgewichte voraussetzt, sondern annimmt, daß es durch eine beständige Reihe von Undulationen, die aus der Anziehung der Sonne und des Mondes entspringen, in Bewegung gesetzt wird. Die Schwierigkeiten, die mit dieser Untersuchung verbunden sind, lassen sich schon daraus beurtheilen, daß Laplace, um mit ihr zu Stande zu kommen, von einer Voraussetzung ausgehen mußte, die sich nicht beweisen läßt, und die er nur ihrer Wahrscheinlichkeit wegen annahm ¹⁶⁾, daß nämlich in einem von periodisch wirkenden Kräften bewegten Systeme auch die verschiedenen Zustände dieses Systemes periodisch auf einander folgen. Selbst bei dieser Voraussetzung noch mußte er sich mehrere andere ganz willkürliche Verfahren erlauben, und es ist noch immer sehr zweifelhaft, ob diese Theorie von Laplace eine wahrhaft bessere Auflösung des Problems, oder eine größere Annäherung zu der wahren Erklärung der Ebbe und Fluth ist, als die, welche früher Bernoulli gegeben hat, der ganz den von Newton eingeschlagenen Weg verfolgt hat.

In den allermeisten Fällen sind bisher die Auflösungen aller hydrodynamischen Probleme keineswegs vollständig durch die Experimente bestätigt worden. Poisson und Cauchy haben die verschiedenen Gegenstände der Wellentheorie verfolgt, und sind dabei durch eine sehr tiefe und kunstreiche Analyse zu äußerst merkwürdigen Resultaten gelangt. Aber die meisten bisherigen Annahmen der Geometer stellen die Erscheinungen der Natur nicht ganz genügend dar, daher denn auch die auf theoretischem Wege gefundenen Vorschriften noch keinen festen Grund bilden, auf die man die mannigfaltigen Abweichungen der Phänomene in allen speziellen Fällen beziehen kann; so daß die Resultate der Beobachtungen durch die Rechnung nach jenen analytischen Ausdrücken oft nur sehr unvollkommen dargestellt werden. Auf diese Weise erscheint die Lage, in welcher wir die Hydrodynamik erblicken, in der That etwas sonderbar. Man hat in ihr offenbar den höchsten Punkt der Wissenschaft erreicht, nämlich die

16) M. f. Laplace Méc. cél. Vol. II. S. 218.

allgemeinsten und zugleich einfachsten Gesetze, aus denen die äußeren Erscheinungen erklärt werden sollen, und es läßt sich nicht weiter zweifeln, daß diese höchsten Prinzipien, zu denen wir gelangt sind, der Wahrheit gemäß und den Phänomenen der Natur vollkommen angemessen sind. Und doch sind wir noch immer sehr weit davon entfernt, diese Prinzipien so anwenden zu können, daß sie die Beobachtungen oder die durch unsere Experimente erhaltenen Thatsachen vollkommen bestätigen oder erklären können. Um diesen letzten Zweck zu erreichen, fehlen uns zu dem, was wir bereits besitzen, wie es scheint, noch einige Mittelbegriffe, noch einige andere nützliche und nothwendige Hülfsprinzipien, die jenen höchsten und an sich gleichsam trockenen und unfruchtbaren allgemeinen Gesetzen der Bewegung untergeordnet sind, und die sich auf die unzähligen Verschiedenheiten und auf die bisher unentwickelten Complexionen der Bewegungen der flüssigen Körper in allen besonderen, speziellen Fällen beziehen. Der Grund dieser Eigenthümlichkeit der Wissenschaft der Hydrodynamik scheint darin zu liegen, daß die höchsten Prinzipien derselben nicht in Beziehung auf diese Wissenschaft selbst, nicht auf ihrem eigenen Boden gefunden, sondern daß sie nur von dem Felde ihrer nahen Verwandten, der Mechanik der festen Körper, auf diesen neuen Boden übertragen worden sind. Die Prinzipien der Hydrodynamik wurden nicht dadurch erhalten, daß man sich von einzelnen Fällen allmählig zu immer allgemeineren erhob, sondern sie wurden unmittelbar und gleichsam in einem Sprunge erhascht, indem man nämlich die Voraussetzung wagte, daß auch die Bewegungen aller einzelnen Theile einer Flüssigkeit unter denselben allgemeinen Gesetzen enthalten sein müssen, nach welchen wir die Bewegungen der festen Körper vor sich gehen sehen. Auf diese Weise sind jene beiden Wissenschaften zwei großen nebeneinander stehenden Pallästen ähnlich geworden, die nur einen, beiden gemeinsamen Gipfel haben, und in deren einem wir bereits alle einzelne Gemächer durchwandert und genau kennen gelernt haben, während wir in dem anderen noch immer die Treppe nicht finden können, durch die man von oben herab oder auch von unten herauf gelangt. Wenn wir in einer Welt lebten, in der es keine feste Körper gäbe, so würden wir wahrscheinlich die Gesetze der Bewegung nie kennen gelernt haben; und wenn wir in einer Welt lebten, in welcher es nur feste Körper gäbe, so würden

wir auch keinen Begriff von der Unzulänglichkeit jener allgemeinen Gesetze haben, sobald sie auch auf andere, als feste Körper, angewendet werden sollen.

14) Andere allgemeine Prinzipien der Mechanik. — Die allgemeinen Prinzipien der Bewegung, bei denen wir nun in unserer Geschichte angekommen sind, schließen zugleich mehrere andere Gesetze in sich, durch welche die Bewegung der Körper bestimmt werden kann. Unter diesen gibt es mehrere, die noch vor der Entdeckung jener höchsten Prinzipien gefunden worden sind, und die daher gleichsam als Uebergangsstufen zu jenem Gipfel gedient haben. Dieser Art waren, wie wir oben gesehen haben, die Prinzipien von der Erhaltung der lebendigen Kraft ¹⁷⁾, von der Bewegung des Schwerpunkts eines Systems und dergleichen. In der Folge hat man dieselbe auf natürlichem Wege aus jenen allgemeinen Gesetzen der Bewegung abzuleiten gesucht. Hieher gehört auch das Gesetz von der „Erhaltung der Flächen,“ die von den Körpern eines Systems beschrieben werden, eine Generalisation von den speciellen Gesetzen, nach welchen Kepler die Geschwindigkeiten der Planeten in ihrer Bewegung um die Sonne bestimmte. Auch kann hier das Prinzip von der „Unbeweglichkeit der Ebene der größten Flächen“ angeführt werden, welche Ebene nämlich durch die gegenseitige Einwirkung der Körper eines Systems

17) In der Mechanik wird durch den Ausdruck „lebendige Kraft“ das Produkt der Masse eines Körpers in das Quadrat seiner Geschwindigkeit verstanden. Die lebendige Kraft eines Körpers oder eines Systems von Körpern hängt, wie man in der Mechanik zeigt, bloß von den äußeren, auf das System einwirkenden Kräften ab, keineswegs aber von der Verbindung dieser Körper unter einander, oder auch von den krummen Linien, welche jeder dieser Körper beschreiben mag, und wenn keine äußeren Kräfte auf das System wirken, so ist die lebendige Kraft desselben eine konstante Größe. Diese Eigenschaft der Bewegung, die besonders in der Hydrodynamik von dem größten Nutzen ist, wird der „Grundsatz der Erhaltung der lebendigen Kraft“ genannt.

Ebenso wird in der Mechanik gezeigt, daß, wenn keine äußeren Kräfte auf ein System wirken, oder wenn das System bloß der gegenseitigen Anziehung der einzelnen Körper, aus denen es besteht, unter-

keine Aenderung erleidet. Jenes Gesetz wurde beinahe zu gleicher Zeit, gegen das Jahr 1746, von Euler, Daniel Bernoulli und Darcy, dieses aber wurde erst später von Laplace aufgestellt.

Noch muß hier eines anderen allgemeinen Gesetzes der Mechanik Erwähnung geschehen, „des Prinzips der kleinsten Wirkung,“ das zu seiner Zeit großes Aufsehn gemacht und selbst zu heftigen Streitigkeiten Anlaß gegeben hat. Maupertuis war der Meinung, er könne a priori und durch teleologische Gründe beweisen, daß alle mechanischen Veränderungen in der Welt nur unter der Bedingung der möglich kleinsten Wirkung¹⁸⁾

worfen ist, daß dann die Bewegung des Schwerpunktes des Systems gleichförmig und geradlinig ist, und diese allgemeine Eigenschaft der Bewegung wird der „Grundsatz der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes“ genannt.

Wenn ferner keine äußeren Kräfte, oder auch, wenn nur solche äußere Kräfte, die alle nach dem Anfangspunkte der Coordinaten gerichtet sind, auf das System wirken, so sind immer die auf die drei coordinirten Ebenen projecirten Winkelflächen, welche die von dem Anfangspunkte der Coordinaten nach den verschiedenen Körpern des Systems gezogenen Radien in einer gegebenen Zeit beschreiben, dieser Zeit selbst proportional, worin der „Grundsatz der Erhaltung der „Flächen“ besteht. M. s. Littrow's theoretische und praktische Astronomie, Vol. III. S. 70 u. f. oder Poisson's *Traité de Mécanique*, II. Aufl. Vol. II. S. 447, wo auch S. 465 die nähere Bestimmung der in dem Texte erwähnten „unbeweglichen Ebene“ nachgewiesen wird. L.

18) Wenn die Körper eines Systems nur von inneren Kräften oder wenn sie auch von solchen äußeren Kräften getrieben werden, die bloße Funktionen ihrer Entfernungen von einem bestimmten Punkte sind, so verhalten sich die Curven, welche von diesen Körpern beschrieben werden, und die Geschwindigkeiten, mit welchen sie beschrieben werden, immer so, daß die Summe der Produkte jeder Masse multiplizirt in das Integral $\int v ds$ ein Maximum oder ein Minimum ist, wo v die Geschwindigkeit, und ds das Differential des durchlaufenen Bogens der beschriebenen Curve bezeichnet, vorausgesetzt, daß man den Anfangs- und Endpunkt der Curve als gegeben oder als fix betrachtet. Diese allgemeine Eigenschaft der Bewegung wird der „Grundsatz der kleinsten Wirkung“ genannt. Lagrange hat darauf in seinem ersten

vor sich gehen können, wobei er unter Wirkung oder unter dem Maß der Wirkung das Produkt der Geschwindigkeit in den zurückgelegten Raum verstand. Man nahm diese Benennung in die Wissenschaft auf, und obschon die Geometer dem neuen Prinzip nicht allgemein beistimmten, so fanden sie doch, daß dadurch eine merkwürdige und bei vielen Untersuchungen sehr nützliche Wahrheit ausgedrückt werde, die man übrigens auch aus den bereits bekannten anderen Prinzipien ableiten kann.

15) Allgemeine analytische Darstellung. Verbindung der Statik mit der Mechanik. — Ehe wir diesen Gegenstand verlassen, wollen wir noch auf den eigenthümlichen Charakter aufmerksam machen, den die Mechanik in Folge ihrer sehr großen analytischen Allgemeinheit angenommen hat. Die heutige Mechanik besteht in algebraischen Zeichen, und das ganze Geschäft des Theoretikers bezieht sich nur auf die verschiedenen Operationen, die mit diesen algebraischen Symbolen vorgenommen werden. Zwar sind, wie es der Natur der Sache nach nicht anders sein kann, die Verhältnisse der Zeiten und der Räume noch immer die leitenden Punkte der Wissenschaft, aber dem ungeachtet enthalten doch alle unsere größeren Werke über dieselbe auch nicht eine einzige Figur, durch welche diese Räume bildlich dargestellt werden. Die „*Mécanique Analytique*“ von Lagrange, die zuerst im Jahr 1788 erschien, ist bei weitem das vollendetste Muster dieser rein analytischen Allgemeinheit. „Der Plan dieses Werkes, sagt sein großer Verfasser, ist ganz neu. Ich habe mir vorgenommen, die ganze Theorie dieser Wissenschaft, und die Kunst, alle ihre Probleme aufzulösen, auf allgemeine analytische Ausdrücke zurückzuführen, deren einfache Entwicklung dem Leser alle die Gleichungen geben soll, die zu der Auflösung dieser Aufgaben nothwendig sind. — Der Leser wird keine Zeichnungen in diesem Werke finden. Auch werden für die Methoden, die ich hier aufstelle, weder Con-

jungenlichen Versuche über die Mechanik (*Mém. de l'Acad. de Turin*, Vol. I. et II.) die ganze Lehre der Bewegung zu gründen gesucht. M. s. Litzrow's theor. und prakt. Astr. Vol. III. S. 75.

„struktionen noch andere geometrische oder mechanische Betrachtungen, sondern nur rein algebraische Operationen, erfordert, die einem regelmäßigen und durchaus gleichförmigen Verfahren überlassen werden.“ — Auf diese Weise hat Lagrange die Mechanik gleichsam zu einem Zweige der mathematischen Analysis gemacht ¹⁹⁾, statt daß früher die Analysis nur der Gehülfe oder das Werkzeug der Mechanik gewesen ist.

Der mit der Mathematik bekannte Leser weiß sehr wohl, daß ihre Sprache mittels jener algebraischen Symbole, ihrer Natur nach, viel allgemeiner ist, als alle unsere anderen Sprachen mit gewöhnlichen Worten, und daß die Wahrheit, in jene symbolische Sprache gekleidet, durch die Eigenthümlichkeit dieses Kleides selbst schon gleichsam ihre Generalisation mit sich führt und in ihrer Antwort auf gegebene Fragen Dinge ertheilt, auf die der Fragende selbst oft nicht einmal gedacht hat. Aehnliches ist nun auch, in Folge jener Verwandlung, der Mechanik widerfahren. Beinahe derselbe Ausdruck enthält die allgemeine Darstellung der Dynamik sowohl, als auch die der Statik. In dieser Tendenz zur Allgemeinheit, die durch die Analyse in die Mechanik eingeführt worden ist, liegt auch zugleich der Grund, warum die Geometer nur mit Widerwillen einen Beweis von Prinzipien der Mechanik anerkennen, und in der That wird auch in den neuesten Werken über diese Wissenschaft die ganze Theorie derselben aus dem einzigen Prinzip der Trägheit abgeleitet. Wenn man nämlich die accelerirenden Kräfte mit den Geschwindigkeiten identificirt, die von diesen Kräften erzeugt werden, und wenn man die Zerlegung der Geschwindigkeiten sofort auch auf die so verstandenen Kräfte anwendet, so läßt sich leicht zeigen, daß die Gesetze der Bewegung ohne Anstand auf die Prinzipien der Statik zurückgeführt werden können, und diese Verbindung zweier dem Anscheine nach heterogener Dinge, so wenig sie auch vielleicht philosophisch richtig sein mag, ist doch

19) Zu einer analytischen Geometrie von vier Dimensionen, wie Lagrange einmal die Mechanik nannte, wo nebst den drei Coordinaten, die den Ort eines Körpers im Raume bestimmen, auch noch die Zeit als vierte Coordinate hinzutritt. L.

dem Wohltaute nach völlig correct. Ich will übrigens hier nicht weiter untersuchen, ob dieses Verfahren auch als ein reeller Fortschritt in der Wissenschaft betrachtet werden kann.

Nachdem wir so die Geschichte der reinen theoretischen Mechanik im Allgemeinen dargestellt haben, gehen wir nun zu den Versuchen über, die gemacht worden sind, um, mit Hülfe dieser Theorie, die Erscheinungen des Himmels zu erklären.