Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Elektricität und Magnetismus

Winkelmann, Adolph August

Breslau, 1895

Erklärungsversuche für die elektrischen Erscheinungen

urn:nbn:at:at-ubi:2-7862

$$\mathfrak{A}\, U = \frac{\mathfrak{A}\, \varepsilon c \vartheta}{\Theta} + (a_1 X_x + a_2 Y_y + \ldots + a_6 X_y) + f_1 A + f_2 B + f_3 C,$$

und daraus folgt die Wärmezufuhr, welche erforderlich ist, um bei gleichzeitig stattfindenden Aenderungen $X_x \ldots X_y$ und A, B, C die Temperaturerhöhung ϑ zu bewirken,

$$Q = \Theta\, U = \varepsilon c \vartheta + \frac{\Theta}{\mathfrak{A}} (a_1 X_x + \ldots + a_6 X_y) + \frac{\Theta}{\mathfrak{A}} (f_1 A + f_2 B + f_3 C).$$

Das letzte Glied dieses Ausdruckes zeigt, dass bei fehlender Wärmezufuhr ein pyroelektrischer Krystall, wenn er in ein elektrisches Feld mit den Kraftcomponenten A, B, C gebracht wird, eine Erwärmung oder Abkühlung erfahren muss, je nach den Vorzeichen der Grössen f_1, f_2, f_3. Eine experimentelle Bestätigung dieses merkwürdigen, zuerst von W. THOMSON[1]) gefundenen Satzes liegt zur Zeit noch nicht vor. F. POCKELS.

Erklärungsversuche für die elektrischen Erscheinungen.

A. Fernwirkungstheorien.

Eine grosse Anzahl elektrischer Erscheinungen lässt sich durch die Annahme verständlich machen, dass dasjenige, was wir Elektricität nennen, ein sehr feiner, leicht beweglicher Stoff sei, der so geringe Masse hat, dass sein Gewicht mit unseren Methoden nicht messbar ist, der also als frei von Gravitation angesehen werden kann, d. h. dass die Elektricität ein fast gewichtsloses Fluidum sei. Dabei aber verlangt der polare Unterschied zwischen positiver und negativer Elektricität zunächst sofort zwei solche Fluida. Ein unelektrischer Körper ist danach ein solcher, welcher gleiche Mengen positiver und negativer Elektricität (gebunden) enthält. Diese Mengen müssen so gross angenommen werden, dass es nicht möglich ist, einem Körper die eine Art Elektricität ganz zu entziehen. Diese Hypothese, die Hypothese zweier Fluida, rührt von SYMMER (1759) her[2]). Einen Körper positiv elektrisiren, heisst danach eine gewisse Menge positiven Fluidums von einem anderen Körper auf ihn übertragen, oder eine gewisse Menge negativen Fluidums ihm wegnehmen und auf einen anderen Körper überführen. Von den kleinsten Theilchen dieser Fluida wird zunächst angenommen, dass sie sich nach dem COULOMB'schen Gesetz abstossen oder anziehen. Wenn zwei Körper A und B zunächst neutral sind und man entzieht dem Körper A P Einheiten positiver Elektricität und bringt sie nach B, entzieht ebenso dem Körper B N Einheiten negativer Elektricität und bringt sie nach A, so ist das Resultat, dass der Körper B $P + N$ Einheiten positiver Elektricität frei besitzt, dass dagegen seine gebundene Elektricität sich um N Einheiten von $+$ und $-$ Elektricität vermindert hat. Entsprechendes gilt für A. Wenn man dagegen, was zu demselben Resultat führt, $P + N$ positive Einheiten von A nach B führt, so ist Körper B ebenso positiv elektrisch, aber seine gebundene Elektricität hat sich nicht vermindert. Bringt man drittens $P + N$ negative Einheiten von B nach A, so ist die gebundene Elektricität von B um $P + N$ positive und negative Einheiten vermindert. Die

[1]) W. THOMSON, Math. phys. papers I, pag. 316. 1877.

[2]) PRIESTLEY, Geschichte d. Elektricität, pag. 166 ff.

Hypothese setzt also voraus, dass bei jeder Elektrisirung auch die Menge der gebundenen Elektricität geändert werden kann. Man kann die Thatsache, dass sich das grössere oder geringere Quantum gebundene Elektricität durch nichts kenntlich macht, nur so verstehen, dass man das absolute Quantum gebundener Elektricität in jedem, auch dem kleinsten, Körper als ungeheuer gross ansieht. Das ist eine von den vielen Schwierigkeiten dieser Hypothese. Andere werden im Folgenden vorgebracht werden.

Eine andere Hypothese ist von FRANKLIN[1]) aufgestellt worden, die Hypothese eines einzigen Fluidums. Das eine von den beiden obigen Fluida wird beibehalten, z. B. das positive. Ein Körper ist dann positiv, wenn er mehr von diesem Fluidum enthält, als im normalen Zustande, negativ, wenn er weniger enthält. Man muss bei dieser Hypothese anch die wägbare Materie mit in Rechnung ziehen und hat dann eigentlich die Hypothese zweier Fluida, nur dass das eine, etwa das negative, durch die Materie ersetzt ist. Zwei Theilchen des Fluidums stossen sich nach dem COULOMB'schen Gesetz ab, ebenso zwei Theilchen der Materie. Dagegen ziehen sich Fluidumtheilchen und Materientheilchen nach demselben Gesetz an. Dagegen kann man, um die gewöhnliche Gravitation mit zu erklären, annehmen, dass die Anziehung zwischen Fluidum und Materie *caeteris paribus* grösser ist, als die Abstossung zwischen Fluidum und Fluidum, oder zwischen Materie und Materie. Ein zusammengesetztes Element, aus einem Körpertheilchen und Fluidum bestehend, zieht daher ein ebensolches Element an. Daher erklärt sich die gewöhnliche Attraction. Die normale Ladung mit Fluidum hat ein Körper dann, wenn sein Fluidum ein ausserhalb des Körpers befindliches Fluidumtheilchen ebenso stark abstösst, wie seine Materie es anzieht. MAXWELL[2]) macht darauf aufmerksam dass nach dieser Hypothese sehr viel elektrisches Fluidum zur normalen Ladung eines Gramms Materie gehöre. Denn 1 *grm* Gold, zu einem Blatt von 1 Quadratmeter ausgewalzt, kann mindestens noch 60000 elektrostatische Einheiten negativer Elektricität fassen. Seine normale Ladung muss also noch grösser sein. Es ist dabei unverständlich, dass die Dichtigkeit des elektrischen Fluidums so gering sein muss, dass keine noch so hohe Elektrisirung das Gewicht eines Körpers ändert.

Die beiden Hypothesen erklären an sich die rein elektrostatischen Erscheinungen gleich gut. Die Ladung eines Körpers durch Mittheilung von Elektricität beruht einfach auf einer Zuführung resp. Wegnahme von Fluidum. Die Influenzwirkungen auf einem neutralen Leiter kommen durch die fernwirkenden Kräfte der Fluida zu Stande. Die ganze ältere mathematische Theorie der Elektrostatik spricht stets von solchen Elektricitätstheilchen, ohne dass jedoch ihre Folgerungen mit dieser Hypothese fallen. Denn im Grunde beruht sie nur auf dem erfahrungsmässig bekannten COULOMB'schen Gesetz. Zur Erklärung der Contaktelektricität wird nur noch die Erfahrungsthatsache hinzugenommen, dass an der Grenzfläche zweier heterogener Körper eine Kraft auftritt, welche die Elektricitäten scheidet. Diese lässt sich durch eine verschieden starke Anziehung der verschiedenen Körpermaterien aut die Elektricität erklären[3]). Der Unterschied von Leitern und Nichtleitern wird auf eine freie Beweglichkeit des Fluidums in den ersten, und ein Festhaften derselben an den Molekülen in den zweiten geschoben.

---

[1]) FRANKLIN, s. PRIESTLEY, a. a. O.

[2]) MAXWELL, Elektr. u. Magnetismus, § 37.

[3]) v. HELMHOLTZ, Gesamm. Abhandl. I, pag. 858.

Was den elektrischen Strom, der dem OHM'schen Gesetz folgt, betrifft, so legt zunächst die Thatsache, dass der Strom eine Richtung hat (was sich speciell aus den elektrolytischen Erscheinungen ergiebt), die Annahme nahe, dass das elektrische Fluidum selbst in den Leitern strömt. Da aber anderseits die Theorie zeigt[1]), dass im Innern eines constanten Stromes keine freie Elektricität vorhanden sein kann, so folgt nothwendig bei der Theorie zweier Fluida, dass die beiden Elektricitäten in gleichen Beträgen nach entgegengesetzten Seiten durch jeden Querschnitt fliessen. Der zuerst complicirt erscheinende Mechanismus einer solchen Doppelbewegung wird anschaulicher gemacht durch die elektrolytische Leitung, bei der die Elektricität an den Ionen haftet und sich mit ihnen bewegt. Bei dieser geht aus den Versuchen von HITTORF und anderen hervor, dass die Ionen sich thatsächlich in einer solchen Doppelbewegung befinden, dass die Anionen nach der einen Seite, die Kationen nach der anderen Seite im Stromkreis wandern. Der früher oft gegen die dualistische Theorie erhobene Einwand in Folge der Unverständlichkeit dieser Doppelbewegung ist also nicht stichhaltig.

Die KIRCHHOFF'sche Theorie, die für das Innere eines constanten Stromes keine freie Elektricität ergiebt, beruht übrigens auf einer Reihe von mechanischen Grundlagen, die BUDDE[2]) erörtert hat.

Da ein wirklicher elektrischer Strom in einer Doppelbewegung der beiden Elektricitäten besteht, so ist von vornherein nicht zu sagen, ob die Bewegung einer einzigen Elektricität durch Convection, also mit ihrem Träger, dieselben Wirkungen hat wie ein galvanischer Strom. Versuche darüber hat zunächst ROWLAND[3]) angestellt, indem er zeigte, dass ein geladener Sektor einer Kreisscheibe bei der Rotation dieser Kreisscheibe auf eine Magnetnadel ebenso wirkt wie ein im Kreise fliessender Strom. Aehnliche Versuche hat zunächst LECHER[4]) mit negativem Erfolg wiederholt, dann aber wurden dieselben von RÖNTGEN[5]) und insbesondere ausführlich von HIMSTEDT[6]) und nochmals von ROWLAND[7]) mit unzweifelhaft bejahender Antwort von Neuem angestellt. Es hat danach die convective Fortführung der Elektricität einer Art dieselben elektromagnetischen Wirkungen wie ein elektrischer Strom. (Ueber gewisse Divergenzen zwischen Convectionsströmen und gewöhnlichen galvanischen Strömen s. w. u. die Arbeiten von BOLTZMANN und AULINGER). Indess wäre es voreilig, aus dieser Thatsache zu schliessen, dass nun thatsächlich in einem galvanischen Strom das elektrische Fluidum strömt.

Das OHM'sche Gesetz setzt nun weiter die Intensität des Stromes in jedem Moment proportional der *in diesem Moment* wirkenden elektromotorischen Kraft. Wenn thatsächlich der Strom durch Strömung eines Fluidums hervorgebracht wird, so kann dieses Fluidum danach keine *Trägheit* besitzen, da sonst die Stromintensität nicht der augenblicklich herrschenden Kraft proportional wäre. Zu den wirkenden elektromotorischen Kräften muss man aber dabei auch die bei veränderlichem Strom etwa wirkenden Inductionskräfte hinzurechnen.

---

1) KIRCHHOFF, Ges. Abh., pag. 49.
2) BUDDE, WIED. Ann. 15, pag. 558. 1882.
3) ROWLAND, POGG. Ann. 158, pag. 487. 1875.
4) LECHER, Rep. d. Phys. 20, pag. 151. 1884.
5) RÖNTGEN, Berl. Ber. 1885, pag. 198; WIED. Ann. 40, pag. 93. 1890.
6) HIMSTEDT, WIED. Ann. 38, pag. 560. 1889; WIED. Ann. 40, pag. 720. 1890.
7) ROWLAND und HUTCHINSON, Phil. Mag. 27, pag. 445. 1889.

Würden sich Abweichungen der so berechneten elektromotorischen Kräfte von den beobachteten ergeben, so würde das auf eine Trägheit der Elektricität schliessen lassen[1]). Diese Frage wurde von HERTZ[2]) untersucht. Er zeigte, dass, wenn die Elektricität träge Masse habe, dass dann die elektromotorische Kraft der Extraströme ebenso wenig wie die Integralströme der fremden Induction durch solche Trägheit beeinflusst werden können, dass dagegen die Integralintensität des Extrastromes dadurch grosser sein müsse, als sie ohne diese Annahme berechnet wäre. Wenn in der Volumeneinheit eines Leiters λ Einheiten positiver Elektricität vorhanden sind und jede Einheit ρ *mgr* wiegt, so ist die ganze in einem Leiter vom Querschnitt q und der Länge l bewegte träge Masse $= \rho q \lambda l$ *mgr*. Fliesst ein Strom von der Intensität i durch den Draht, so ist die Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche durch jeden Querschnitt fliesst, einerseits $= 155370 \cdot 10^6 i$ (bei der WEBER'schen Messmethode für den elektrischen Strom), andererseits $= \lambda q$ mal der Geschwindigkeit der Strömung. Also ist

$$v = \frac{155370 \cdot 10^6 i}{q\lambda}$$

und die kinetische Energie der Strömung ist:

$$= \frac{1}{2} l \rho q \lambda \left(\frac{155370 \cdot 10^6}{\lambda}\right)^2 \frac{i^2}{q^2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{li^2}{q} \rho \frac{155370^2 \cdot 10^{12}}{\lambda} = \frac{1}{2} \mu \frac{li^2}{q}.$$

Die Grösse $\frac{li^2}{q}$ ist messbar, $\mu = \frac{\rho \cdot 155370^2 \cdot 10^{12}}{\lambda}$ ist diejenige Grösse, welche zu bestimmen ist. Hat die Elektricität keine Trägheit, so ist $\mu = 0$, anderenfalls ist μ von Null verschieden. μ (in *mgr mm*) ist die kinetische Energie der Strömung in 1 mm^3 eines Leiters, in welchem die magnetische Stromdichtigkeit[1]) herrscht. Aus seinen ersten Versuchen mit Kupferdrähten erhielt HERTZ für μ den Werth $< 0{\cdot}008$ *mgr mm*, d. h.:

Die kinetische Energie der elektrischen Strömung in einem mm^3 eines kupfernen Leiters, welcher von einem Strome von der Dichtigkeit 1 (im magnetischen Maass) durchflossen wird, ist kleiner als 0·008 Milligrammmillimeter. Da man über die Geschwindigkeit v der Strömung nichts weiss, so kann man daraus auch nicht etwa auf die Masse eines Elektricitätstheilchens schliessen. Während dieser Werth von μ aus der Intensität von Extraströmen abgeleitet war und nur unter gewissen Annahmen richtig war, ergab sich bei einer zweiten ganz anderen Versuchsanordnung (über die die Originalarbeit nachzusehen ist) das bestimmte Resultat, dass $\mu < 0{\cdot}000185$ *mgr mm* ist. HERTZ macht übrigens darauf aufmerksam, dass in Elektrolyten die elektrischen Ströme zweifellos erhebliche Trägheit besitzen, da die Elektricität sich bei diesen nur mit träger Masse zugleich bewegt[3]).

Während so die Erscheinungen der Elektrostatik und der Elektrokinetik des constanten Stromes sich auf Grund der Annahme der zwei Fluida (von welcher die Hypothese eines Fluidums nach dem Obigen nur ein specieller Fall ist) und auf Grund der Annahme des COULOMB'schen Gesetzes als des Grundgesetzes der Wirkung zwischen zwei Theilchen dieser Fluida erklären lassen, versagt diese

---

[1]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen, insbes. über elektr. Schwingungen. Ber. d. sächs. Ges. 6, pag. 710. 1864.

[2]) HERTZ, WIED. Ann. 10, pag. 414. 1880; 14, pag. 581. 1881.

[3]) Versuche über dieselbe Frage s. L. LORENZ, WIED. Ann. 7, pag. 161. 1879.

Erklärung zunächst, sobald es sich um die elektrodynamischen und Inductionserscheinungen handelt. Wenn es sich um zwei Stromelemente handelt, so hat man in jedem eine doppelte Bewegung der Elektricität anzunehmen und man hat dann vier Wechselwirkungen zwischen den Elektricitätsmengen, zwei abstossende zwischen den beiden positiven und den beiden negativen und zwei anziehende zwischen der positiven Masse im ersten und der negativen im zweiten und zwischen der negativen im ersten und der positiven im zweiten Stromelement. Diese anziehenden und abstossenden Kräfte sind aber einander gleich und entgegengesetzt nach dem COULOMB'schen Gesetz, und daher würden zwei Stromelemente keine Kraft aufeinander ausüben, entgegen der Erfahrung, welche in dem AMPÈRE'schen Gesetz niedergelegt ist. Will man also den elektrischen Strom durch die Bewegung der elektrischen Fluida erklären, so muss man annehmen, dass die Kraft zwischen den Theilchen derselben nicht bloss von ihrer Menge und ihrer Entfernung, sondern auch von ihrer Bewegung abhängt und man kommt so folgerichtig zu dem WEBER'schen Grundgesetz[1]), welcher das COULOMB-sche als speciellen Fall enthält.

Es ist dabei noch auf folgendes aufmerksam zu machen. Die AMPÈRE'schen Gesetze beziehen sich auf die an den Stromträgern angreifenden Kräfte, die elektrostatischen Kräfte auf die Elektricitäten. Die Resultante der elektrostatischen Kräfte wird an dem Stromträger angreifen, wenn die Elektricität mit diesem fest verbunden ist. Das ist aber im galvanischen Strom nicht der Fall. Aber, wenn auch die Elektricitäten in der Richtung des Leitungsdrahtes verschiebbar sind, so sind sie doch in dieser Richtung nicht frei beweglich. Denn sonst müsste der Strom auch bei Ausschaltung der elektromotorischen Kraft dauernd fortbestehen. Der Träger der Elektricitäten übt also thatsächlich einen Widerstand gegen die Bewegung der Elektricitäten aus und in Folge dieses Widerstandes werden die Kräfte, die auf die Elektricitäten wirken, mittelbar auf den Träger übertragen.

Aus den AMPÈRE'schen Beobachtungen zieht nun W. WEBER den Schluss, dass zwei elektrische Massen desto schwächer (abstossend oder anziehend, je nachdem sie gleichartig oder ungleichartig sind) auf einander wirken, je grösser das Quadrat ihrer relativen Geschwindigkeit ist und durch weitere Analyse des AMPÈRE'schen Gesetzes findet er, dass die Kraft, mit der zwei elektrische Massen ee' in der Entfernung r auf einander wirken, ist

$$K = \frac{ee'}{r^2}\left[1 - a^2\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + 2a^2 r\,\frac{d^2 r}{dt^2}\right].$$

Diese Formel, die das WEBER'sche Gesetz ausdrückt, giebt also die Kraft zwischen zwei Elektricitätsmengen ganz allgemein. Dass durch diese Annahme über die Kraft das AMPÈRE'sche Gesetz sich ableiten lässt, hat WEBER in folgender Weise am einfachsten gezeigt.

Die AMPÈRE'sche Formel für die abstossende Kraft zweier Stromelemente ist

$$-\frac{ii'}{r^2}\left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta'\right)ds\,ds',$$

worin ds, ds' die Längen der Stromelemente i, i' die Stromstärke, r die Entfernung, ε den Winkel (ds, ds'), ϑ den Winkel (r, ds), und ϑ' den Winkel (r, ds') bedeuten.

---

[1]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen I. 1846; zweiter Abdruck Leipzig 1890.

Es sei nun e die Menge positiver Elektricität, welche in einer Längeneinheit des Drahtes enthalten ist, also eds die im Element ds. Es sei u die Geschwindigkeit der positiven Elektricität im Strom von der Stärke i, dann ist

$$i = aeu,$$

wo a eine Constante ist. Dann wird die AMPÈRE'sche Formel

$$-\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\,a^2uu'\left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta'\right).$$

Dieser Ausdruck lässt sich umformen in

$$-\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\,a^2\left[uu\left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{1}{4}\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{ds^2}\right]\right.$$
$$\left. - u'u'\left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{ds'}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{ds'^2}\right]\right],$$

wenn man nur die Einwirkung zweier positiver Elektricitätsmengen aufeinander ausdrücken will. Derselbe Ausdruck gilt für zwei negative Elektricitätsmengen. Wenn man dagegen die Einwirkung zweier ungleichnamiger Massen auf einander einführt, und ihren Abstand mit r_2 bezeichnet, so wird die Kraft

$$+ eds\,e'ds'a^2\,\frac{1}{r_2^2}\left[\left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}r_2\frac{d^2r_2}{dt^2}\right] - \frac{1}{4}\left[\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{ds^2}\right]\frac{uu}{r^2}$$
$$- \left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{ds'}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{ds'^2}\right]\frac{u'u'}{r^2}.$$

Da beide Ausdrücke die AMPÈRE'sche Kraft darstellen, so muss es auch ihre halbe Summe thun. Diese Ueberlegung giebt für die AMPÈRE'sche Kraft, wenn man $r_2 = r$ setzt

$$-\frac{a^2}{2}\,\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] + \frac{a^2}{2}\,\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{dr^2}{dt^2}\right].$$

Dieser transformirte Ausdruck lässt sich aber als Summe von 4 Thln. darstellen, von denen jeder eine Elementarkraft zwischen den Elektricitätsmengen giebt, nämlich

$$+\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] \text{ als Wirkung von } + eds \text{ auf } + e'ds'$$
$$+\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad - eds \text{ auf } + e'ds'$$
$$-\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad + eds \text{ auf } - e'ds'$$
$$-\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad - eds \text{ auf } + e'ds'$$

Diese 4 Einzelkräfte folgen alle dem Grundgesetz für zwei Elektricitätsmengen

$$\frac{ee'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right].$$

Der hohe Werth dieser WEBER'schen Ableitung ergab sich sofort daraus, dass es WEBER auch gelang, ganz allgemein die Gesetze der Volta-Induction aus diesem Grundgesetz abzuleiten. Er brauchte zu diesem Zwecke nur die Aenderungen der Geschwindigkeiten der beiden Elektricitätsarten in Rechnung zu ziehen, welche einerseits durch Veränderung der Stromstärke, d. h. durch Veränderung der Geschwindigkeiten der Elektricitäten im Leiter, andererseits durch die Bewegung des Stromleiters, der die Elektricitäten mit sich führt, hervorgebracht wurden.

Es wird also z. B. die elektromotorische Kraft gesucht, die in einem Stromelement ds' dadurch hervorgebracht wird, dass ein Stromelement ds sich im Raume bewegt und zugleich Aenderungen in seiner Stromstärke unterworfen ist.

Da ds' positive und negative Elektricität enthält, so ist die Wirkung auf ds' die Differenz der Wirkungen von ds auf die beiden Elektricitäten, und da diese Wirkungen in der Verbindungslinie von ds und ds' stattfinden, so findet die Gesammtwirkung ebenfalls in derselben Richtung statt. Die elektromotorische Kraft in ds' erhält man dann durch Projection dieser Wirkung auf die Richtung von ds'. Es seien die Geschwindigkeiten der beiden Elektricitäten in ds v und v_1 und in ds' v_1 und v_1'. Dann ist, wenn e und e_1 die beiden Elektricitäten in ds sind $[(e + e_1) = 0]$, die auf die positive Elektricität e' von ds' wirkende elektromorische Kraft gleich $(ve + v_1 e_1)$, die auf die negative Elektricität e_1' wirkende gleich $-(ve + v_1 e_1)$. Bewegt sich ds im Raume relativ gegen ds' mit der Geschwindigkeit V nach einer beliebigen Richtung, die die Winkel $(V, ds)(V, ds')$ mit ds und ds' bilden, so ist das Quadrat der relativen Geschwindigkeit zweier Elektricitätstheilchen

$$u^2 = v^2 + v'^2 + V^2 - 2vv' \cos \varepsilon - 2Vv \cos (Vds) - 2Vv' \cos (V, ds').$$

Die elektromotorische Kraftwirkung hängt hierbei ab von dem Gliede $2Vv \cos (V, ds)$. Ferner ist

$$\frac{dr}{dt} = v \frac{\partial r}{\partial s} + v' \frac{\partial r}{\partial s'} + \frac{\partial r}{\partial t},$$

also:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = v^2 \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)^2 + v'^2 \left(\frac{\partial r}{\partial s'}\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 + 2vv' \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} + 2v \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial t} + 2v' \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial t}$$

Die elektromotorische Kraftwirkung hängt dabei ab von $v \frac{dr}{ds} \frac{dr}{dt}$.

Ferner ist:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = v^2 \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} + 2vv' \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} + v'^2 \frac{\partial^2 r}{\partial s'^2} + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial s'} + v \frac{\partial v}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s}$$
$$+ v' \frac{\partial v'}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} + \frac{\partial^2 r}{\partial t^2}.$$

Die elektromotorische Wirkung hängt ab von $\frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial s}$.

Er wird dann nach der WEBER'schen Formel die in ds' erzeugte elektromotorische Kraft nach einigen Umformungen

$$dE = \frac{1}{r^2} ds ds' \left(r \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial i}{\partial t} - i \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial t} \right) \frac{\partial r}{\partial s'}$$

oder

$$dE = \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{i}{r} \right) ds ds'.$$

Ist der Strom ds geschlossen, während ds' ein Element bleibt, so ist die elektromotorische Kraft

$$E = ds' \frac{\partial}{\partial t} i \int_S \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} ds.$$

Fügt man dazu noch:

$$\int_S \frac{\partial^2 r}{ds ds'} ds = 0$$

und beachtet, dass

$$\int \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} ds = \int \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} + \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} \right) ds = -\int \frac{\cos \varepsilon\, ds}{r},$$

so ist:

$$E = -ds' \frac{\partial}{\partial t} i \int \frac{\cos \varepsilon\, ds}{r}.$$

Ist der Strom ds' ebenfalls geschlossen und setzt man

$$\iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds\, ds' = P,$$

so ist die gesammte elektromotorische Kraft in S'

$$A = -\frac{\partial}{t}\left(iP\right)$$

und das ist der erfahrungsmässige Ausdruck für A. Es ist P das gegenseitige Potential der beiden Stromkreise.

Es ist dabei jedoch zu bemerken, dass, während man Anfangs die Ableitung der Inductionsgesetze aus dem auf die AMPÈRE'sche Formel aufgebauten WEBER-schen Gesetz für ein ausgezeichnetes Argument für die Richtigkeit dieses Gesetzes betrachtete, man jetzt einsieht, dass die Induction in dieser Form sich durch das Princip der Erhaltung der Energie direkt aus der AMPÈRE'schen Formel ergeben muss.

Das WEBER'sche Gesetz umfasst also thatsächlich alle elektrischen Erscheinungen der Elektrostatik, Elektrodynamik und Induction. Dagegen scheint es mit den Erscheinungen, welche von HERTZ und seinen Nachfolgern beobachtet wurden, nicht in Einklang zu sein[1]).

WEBER selbst hatte bei seiner Ableitung die Theorie der zwei Fluida und der elektrischen Doppelbewegung im Strome zu Grunde gelegt. Doch lässt sich, wie C. NEUMANN[2]) gezeigt hat, dasselbe Gesetz auch ableiten, wenn man annimmt, dass nur die eine der beiden Elektricitäten sich bewegt, die andere aber nicht. Ob sich diese Ableitung auch auf den Fall übertragen lässt, dass die ruhende Elektricität mit der Körpermaterie identificirt wird, so dass man die Theorie eines Fluidums hätte, ist fraglich. Natürlich lässt sich die Ableitung dabei ganz ebenso machen, wie bei WEBER, aber es ist möglich, ja sogar wahrscheinlich[3]) dass man dabei zu Widersprüchen mit der Erfahrung gelangt. Es würden gerade die Convectionsströme ein *experimentum crucis* für die WEBER'sche Theorie abgeben[4]).

Uebrigens ist durch die Einwände von HELMHOLTZ und die sich daran anschliessende Diskussion gezeigt worden, dass das WEBER'sche Gesetz an sich, als Punktgesetz, auf gewisse unwahrscheinliche Folgerungen führt. Diese Erörterungen, die, so wichtig sie sind, hier auszuführen zu weitläufig wäre, sind in den unten citirten Aufsätzen enthalten[5]).

---

1) HERTZ, Ausbreitung der el. Kraft, pag. 19.

2) C. NEUMANN. Ber. der sächs. Gesellschaft 1871, pag. 386.

3) CLAUSIUS, mechan. Wärmetheorie II, pag. 232.

4) BOLTZMANN, WIED. Ann. 29, pag. 598. — LORBERG, WIED. Ann. 27, pag. 666. 1886; 31, pag. 131. 1887. — AULINGER, WIED. Ann. 27, pag. 119. 1886.

5) v. HELMHOLTZ, Ges. Abhandl. I, pag. 545. 1870; pag. 647. 1873; pag. 702. 1874; pag. 763. 1874; pag. 774. 1875; pag. 687 1881. — W. WEBER, Abh. d. sächs. Akad. 10, pag. 1. 1871. — WIED. Ann. 156, pag. 21. 1875. — Abh. d. sächs. Akad. 11, pag. 688. 1878. — WIED. Ann. 4, pag. 366. 1878. — C. NEUMANN, Abh. d. sächs. Akad. 1871. — POGG. Ann. 155, pag. 211. 1875. — Abh. d. sächs. Ges., 11., pag. 77. 1875. — Ber. d. sächs. Akad. 1872, pag. 162; 1874, pag. 132; 1875, pag. 1; 1880, pag. 35. — Abh. d. sächs. Akad., 10, pag. 417. — Mathem. Annal. 5, pag. 602. 1872; 6, pag. 350. 1873.

Von demselben Gedanken wie WEBER ausgehend, hatte GAUSS ein ähnliches Punktgesetz gefunden, welches aber erst nach seinem Tode veröffentlicht wurde[1]). Sein Gesetz steht aber mit dem Prinzip der Erhaltung der Energie nicht in Einklang[2]).

Ein anderes elementares Punktgesetz ist von Riemann aufgestellt worden[3]), welches ebenfalls auf der dualistischen Theorie beruht und mit der Theorie eines Fluidums nach CLAUSIUS (l. c.) nicht vereinbar ist. CLAUSIUS[4]) hat ein von diesem Mangel freies Grundgesetz aus den bis dahin bekannten Erfahrungen abgeleitet, welches für die Kraft zwischen zwei Elektricitätstheilchen einen von ihrer absoluten Geschwindigkeit im Raume abhängigen Werth giebt. Es ist das bei jedem derartigen Gesetz, welches die unitarische Theorie anwendet, eine nothwendige Folge. Denn, wenn man das elektrische Fluidum mit dem Aether identificirt, so bewegt sich nach der unitarischen Theorie der Aether in einem gewissen Körper gegen den übrigen, als ruhig angenommenen Aether. Absolute Bewegung ist aber eine solche, welche auf einen im Raume festen, d. h. in dem mit Aether angefüllten Raume festen Punkt sich bezieht. Daher muss das CLAUSIUS'sche Gesetz und es müsste auch das der unitarischen Theorie adaptirte WEBER'sche Gesetz die absoluten Geschwindigkeiten enthalten.

Eine Reihe von experimentellen Combinationen, durch welche man zwischen den drei Punktgesetzen von WEBER, RIEMANN, CLAUSIUS entscheiden könnte, hat BUDDE[5]) angegeben. Aus seiner Untersuchung seien folgende Resultate mitgetheilt:

Es giebt eine Anzahl von Versuchen, die zwischen den drei Grundgesetzen zu entscheiden gestatten.

Die besten sind folgende:

a) Ladung und Entladung eines metallischen Hohlkörpers, in dem ein Magnet an einem Coconfaden so suspendirt ist, dass seine magnetische Axe vertikal hängt. Der Magnet erleidet nach CLAUSIUS keine Wirkung, nach WEBER einen sehr schwachen, nach RIEMANN einen dreimal stärkeren rotatorischen Stoss.

b) Rotatorische Schwingungen eines möglichst grossen isolirten Magnets und Ableitung desselben von dem Punkt, wo die Rotationsaxe seine Oberfläche schneidet, in dem Augenblick, wo er seine Maximalgeschwindigkeit hat. Wenn er zur Ruhe kommt, findet man ihn nach RIEMANN geladen, nach den beiden andern Gesetzen ungeladen.

Weniger gut, aber mit ausserordentlichen Mitteln vielleicht noch erreichbar, sind folgende Versuche:

c) Rotation einer stark elektrisirten Scheibe, wie bei dem ROWLAND'schen Versuch, während ein ruhender Drahtring so befestigt ist, dass seine Medianebene durch die Rotationsaxe geht. Nach WEBER entsteht in dem Ring ein stationärer Strom, nach den beiden andern Gesetzen nicht.

d) Rotation eines kreisförmigen Multiplikators, entweder in einem magnetischen Feld oder mit einem Commutator, der den im Ring fliessenden galvanischen Strom nach jeder halben Drehung umkehrt. Die Axe der Drehung ist horizontal zu legen, und in der Horizontalebene, welche dnrch die Axe geht,

---

1) GAUSS Werke, Bd. V, pag. 616. 1867.

2) MAXWELL, Elektricität und Magnetismus II, § 852.

3) RIEMANN, Schwere, Elektricität und Magnetismus. 1876.

4) CLAUSIUS, Mechan. Wärmetheorie II, pag. 227.

5) BUDDE, WIED. Ann. 29, pag. 488. 1886; 30, pag. 100. 1887.

ein fein suspendirter, polarelektrischer Körper anzubringen. Nach WEBER wird derselbe abgelenkt, nach RIEMANN und CLAUSIUS nicht.

Als hoffnungslos sind zu verwerfen: 1) Alle Versuche über geokinetische Wirkungen nach dem CLAUSIUS'schen Gesetz; 2) alle Versuche, in denen blos freie Elektricität vorkommt[1]).

Zusammenfassend ergiebt sich also, dass die Fernkraft-Hypothesen der elektrischen Fluida, um alle Erscheinungen der Elektricität zu erklären, zwischen zwei Theilchen des elektrischen Fluidums Kräfte annehmen müssen, die von der Geschwindigkeit und der Beschleunigung der Theilchen abhängen. Dabei macht die dualistische Theorie diese Kraft abhängig von den relativen Bewegungen, während die unitarische Theorie sie von den absoluten Bewegungen abhängen lässt. Die Frage nach der Richtigkeit der Fernkraft-Theorie kommt also hinaus auf die Frage nach der Richtigkeit dieser elektrodynamischen Kraftgesetze. Abgesehen von den Einwänden, welche v. HELMHOLTZ gegen das WEBER'sche Gesetz erhoben hat, ist durch die HERTZ'schen Versuche eine definitive Entscheidung gegen diese Gesetze gegeben, in sofern als diese Versuche sich aus diesen Gesetzen nicht theoretisch ableiten lassen.

B. Modificirte Fernwirkungs-Theorien.

Einige Theorien nehmen an, dass die elektrischen Kräfte Zeit brauchen, um von einem Punkt zum andern zu gelangen. Sie machen aber keine Annahme über die Natur des Mediums, in dem die Fortpflanzung vor sich geht. Sie können deshalb nur als etwas modificirte Fernkrafttheorien angesehen werden. Die am meisten ausgearbeitete ist die Theorie von EDLUND.

Theorie von EDLUND.

Die Theorie der Elektricität die EDLUND[2]) aufgestellt hat, nimmt den Lichtäther als denjenigen Stoff an, dessen grössere oder geringere Menge in einem Körper die Elektrisirung, dessen Strömung den elektrischen Strom bedingt. Ein Körper besteht aus materiellen Molekülen mit Aetherhüllen und freiem Aether. Ein Ueberschuss an letzterem über den normalen Betrag macht den Körper positiv elektrisch, ein geringerer Betrag negativ elektrisch. Die Anziehungen und die dadurch hervorgebrachten Bewegungen zwischen zwei Körpern finden nicht im leeren Raume, sondern im Aether statt, müssen also nach dem ARCHIMEDI'schen Princip berechnet werden.

Der galvanische Strom entsteht durch Fortbewegung des Aethers. Die Stromstärke ist der Aethermenge proportional, die durch einen Querschnitt pro Secunde hindurchgeht. Die elektromotorische Kraft wirkt wie eine Pumpe, die den Aether durch den Leitungskreis treibt. Der Widerstand wird durch den hydrostatischen Druck erklärt, nicht etwa durch eine Reibung zwischen den Molekülen. Der so definirte Widerstand ist der Stromstärke proportional. Es ergiebt sich dann, dass der Widerstand eines Leiters von seiner absoluten Ge-

[1]) Aehnliche Untersuchungen: FRÖHLICH, WIED. Ann. 9, pag. 261. 1880; 12. pag. 121. 1881. — DELSAULX, Beibl. 5, pag. 891. 1881 — LORBERG, POGG. Ann. Erg. 8, pag. 599. 1877. — SCHATZ, Ueber das Grundgesetz der Elektrodynamik. Bonn, Dissert. 1880.

[2]) EDLUND, Arch. sc. phys. nat. Nouv. Sér 43, pag. 209. 1871. — POGG. Ann., Ergbd. 6, pag. 95. 1873. — Kongl Svenska Vetenskaps Akademiens Handlingar, 12, No. 8. 16, No. 1. — POGG. Ann. 148, pag. 421; 149, pag. 87. 1873; 156, pag. 590. 1875. — WIED. Ann. 2, pag. 347. 1877; 15, pag. 165. 1882.

schwindigkeit abhängen muss, ein Resultat, welches wieder zeigt, dass bei unitarischen Theorien — und eine solche ist die EDLUND'sche — die absolute Geschwindigkeit im Raume eine wesentliche Rolle spielt. Die elektrodynamischen Wirkungen werden dadurch erklärt, dass die Kraft, die zwischen zwei Körpern wirkt, Zeit braucht, um vom ersten zum zweiten zu gelangen. Daher hängt diese Kraft ab von der Bewegung der beiden Theilchen. Entwickelt man den Ausdruck für diese Kraft nach dem TAYLOR'schen Lehrsatz, so müssen dann die relativen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen und eventuell noch höhere Potenzen auftreten. Die bei dieser Entwickelung sich ergebenden Constanten bestimmt EDLUND aus dem Ampère'schen Gesetz.

Im Wesentlichen ist also die EDLUND'sche Theorie — bis auf Einzelheiten — eine unitarische Stofftheorie, bei welcher das positive Fluidum mit dem Aether identificirt wird. Die wesentliche Frage, ob die Kraft, die von einem elektrisirten Körper ausgeht, in der Zwischenzeit bis sie zu einem zweiten Körper gelangt, in dem Zwischenmedium etwa Veränderungen hervorbringt und welcher Art diese sind, wird nicht berührt und nicht beantwortet[1]).

Einwände gegen die EDLUND'sche Theorie sind von BAUMGARTEN[2]), CHWOLSON[3]), HERWIG[4]), ROITI[5]), LECHER[6]) erhoben worden und zum Theil von EDLUND widerlegt worden. ROITI hat eine Entscheidung der Frage, ob der elektrische Strom ein Aetherstrom ist, dadurch zu finden gesucht, dass er zeigte, es müsse der Durchgang des Lichtes durch leitende Körper im bejahenden Fall geändert werden. Seine Versuche zeigten das nicht, eben so wenig die von LECHER. Doch hat EDLUND dieses Experiment mit Recht überhaupt nicht als entscheidend anerkannt.

C. Mechanische Theorien.

Eine eigentliche Erklärung der elektrischen Erscheinungen, d. h. eine Zurückführung auf bekanntere Erscheinungen wird durch die Fernwirkungstheorien nicht gegeben. Eine solche ist erst dann vorhanden, wenn man einen Mechanismus zwischen den einzelnen Theilen eines elektrischen und magnetischen Systems so annimmt, dass durch bestimmte Bewegungen oder Zustände in einem Theile dieses Systems, welche man mit gewissen elektromagnetischen Erscheinungen identificirt, vermöge dieses Mechanismus auch in den andern Theilen dieses Systems solche Veränderungen, seien es Bewegungen oder statische Zustände, erzeugt werden, dass diese mit den dort durch elektromagnetische Einwirkungen wirklich erzeugten identificirt werden können. Wenn man also z. B. den elektrischen Strom in einem Drahte als eine wirklich strömende Bewegung

[1]) So wie bei EDLUND die elektrodynamischen Kräfte nur aus der Annahme abgeleitet werden, dass die Kraft Zeit braucht, um sich fortzupflanzen, ohne dass näher untersucht wird wie diese Fortpflanzung geschieht, ebenso geschieht dies nicht bei einigen andern Theorien, die hier nur citirt werden können. Die oben erwähnten Formeln von GAUSS (Werke Bd. V) und RIEMANN, (POGG. Ann. 131, pag. 237. 1867) gehören dazu, und die Arbeiten von LORENZ, POGG. Ann. 118, pag. 111. 1863; 121, pag. 579. 1864; 131, pag. 243. 1867; WIED. Ann. 7, pag. 161. 1879. — CARL NEUMANN, die elektrischen Kräfte, Leipzig, TEUBNER 1875. — LOSCHMIDT, Wien. Ber. 58, pag. 17. 1868.

[2]) BAUMGARTEN, POGG. Ann. 154, pag. 305. 1875.

[3]) CHWOLSON, POGG. Ann. Erg. 8, pag. 140, 478. 1876. — EDLUND, POGG. Ann. 151, pag. 133. 1874; 152, pag. 643. 1874; 153, pag. 612. 1874.

[4]) HERWIG, POGG. Ann. 150, pag. 623. 1873.

[5]) ROITI, POGG. Ann. 150, pag. 164. 1873.

[6]) LECHER, Rep. d. Phys. 20, pag. 151. 1884.

ansieht, so muss man einen Mechanismus suchen, durch welchen diese Strömung 1) in den angrenzenden nicht leitenden Substanzen magnetische Erscheinungen hervorruft, 2) etwa vorhandene Magnete in Bewegung setzt, 3) in benachbarten Leitern Inductionsströme erzeugt, 4) benachbarte Ströme in Bewegung setzt, 5) zu den Erscheinungen der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in den Nichtleitern Veranlassung giebt.

1) Allgemeine dynamische Betrachtungen von MAXWELL.

Eine der bedeutendsten Leistungen MAXWELL's ist es nun, dass er ganz allgemein zeigte, dass es mechanische Systeme bestimmter Art giebt, welche diese Bedingungen erfüllen. Seine Betrachtungen dabei sind ganz unabhängig von irgend einem speciell gewählten Mechanismus, wenn ihm auch ein solcher wohl als Leitfaden gedient hat. Sie basiren allein auf der Anwendung der mechanischen Principien auf die elektromagnetischen Erscheinungen und machen nur die eine Voraussetzung, dass in einem galvanischen Strome thatsächlich irgend eine Bewegungserscheinung vorhanden ist.

Der Gedankengang bei MAXWELL ist dabei folgender[1]). In einem elektrischen Strome findet sicher irgend eine Bewegung statt, nicht ein blosser Zustand. Die Wirkungen eines Stromes sind alle progressiver Art, wie namentlich die Elektrolyse beweist. Was ihn in Bewegung setzt, ist die elektromotorische Kraft. Die Arbeit, die eine elektromotorische Kraft leistet, wird zum Theil zur Ueber windung des Widerstandes im Leiter verbraucht, zum Theil zur Hervorbringung der elektrodynamischen Erscheinungen, der Rest wird zur Vermehrung der kinetischen Energie des Stromes benutzt und zeigt sich in den Extraströmen.

Es sei nun ein System von Strombahnen gegeben, deren Gestalt und Lage durch die Variablen x_1, x_2 bestimmt seien. Die Geschwindigkeiten, mit der die materiellen Theile dieser Systeme sich ändern, sind dann durch $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$ gegeben und die kinetische Energie dieser Bewegung der materiellen Theile des Systems hat den Ausdruck:

$$\begin{aligned} T_m = & \tfrac{1}{2}[(x_1 x_1)\dot{x}_1^2 + (x_1 x_2)\dot{x}_1 \dot{x}_2 + (x_1 x_3)\dot{x}_1 \dot{x}_3 + \,.\,.] \\ & + \tfrac{1}{2}[(x_1 x_2)\dot{x}_1 \dot{x}_2 + (x_2 x_2)\dot{x}_2^2 + (x_2 x_3)\dot{x}_2 \dot{x}_3 + \,.\,.], \end{aligned}$$

wo $(x_1 x_1)(x_1 x_2)$ u. s. w. Grössen bezeichnen, die wohl von den Variablen $x_1 x_2 \ldots.$ (jede im Allgemeinen von allen x), nicht aber von den Geschwindigkeiten $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$ abhängen.

Ausserdem aber sollen in den Strombahnen elektrische Ströme fliessen; die Variablen, durch welche diese Bewegung bestimmt wird, seien $y_1 y_2 \ldots$ ihre Geschwindigkeiten $\dot{y}_1, \dot{y}_2 \ldots$ Dann ist die gesammte Energie des Systems aus drei Theilen zusammengesetzt:

$$T = T_m + T_e + T_{me},$$

worin T_m sich auf die materielle Bewegung allein bezieht, T_e sich auf die elektrischen Bewegungen allein und T_{me} sich auf den Zusammenhang beider bezieht. Es sind dabei in entsprechender Bezeichnung

$$T_e = \tfrac{1}{2}[(y_1 y_1)\dot{y}_1^2 + (y_1 y_2)\dot{y}_1 \dot{y}_2 + \ldots],$$

$$T_{me} = (x_1 y_1)\dot{x}_1 \dot{y}_1 + (x_1 y_2)\dot{x}_1 \dot{y}_2 + \ldots$$

Die Coëfficienten (xx), (yy), (xy) könnten von allen x und allen y abhängen Da aber, wenn die Leiter in Ruhe und die Ströme in ihnen constant sind, sich

[1]) MAXWELL, Elektricität und Magnetismus II, Cap. VI. Scientif. papers. I.

der Zustand des Systems nicht mehr ändert, so können die y im Ausdruck für T nicht vorkommen. Unter $\dot{y}_k$ ist die Stärke des Stromes im $k$ten Leiter zu verstehen, wenn das System nur lineare Leiter enthält. Aehnliche Ausdrücke wie oben bekäme man für ein System von beweglichen Röhren, in denen Wasser fliesst. Diese aber würden in T_e nur die Quadrate der $\dot{y}$ enthalten und in T_{me} nur die Produkte $\dot{x}_k \dot{y}_k$ mit gleichen Indices, während in dem allgemeinen Problem auch Glieder von der Form vorkommen $(y_r y_s)\dot{y}_r \dot{y}_s$ und $(x_r y_s)\dot{x}_r \dot{y}_s$ welche zeigen, dass in dem Felde eine Bewegung stattfindet, die von den beiden Strömen $\dot{y}_r$ und $\dot{y}_s$ abhängt.

Wendet man auf dieses System die LAGRANGE'schen Gleichungen an, so kann man aus dem Ausdruck für T die Kräfte berechnen, die an den einzelnen Theilen des Systems angreifen und man erhält die Kraft X', welche die Veränderung von x bewirkt, zusammengesetzt aus 3 Theilen

$$X' = X_m' + X_e' + X'_{me},$$

worin:

$$X'_m = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_m}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T_m}{\partial x}$$

$$X'_e = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_e}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T_e}{\partial x}$$

$$X'_{me} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_{me}}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T_{me}}{\partial x}.$$

Darin ist X'_m eine gewöhnliche mechanische Kraft, X'_e wird, da T_e von $\dot{x}$ unabhängig ist, $= -\frac{\partial T_e}{\partial x}$. Es ist $X_e = - X'_e$ die elektromagnetische Kraft, von der ein Leiter im Felde angegriffen wird. Endlich besteht die Kraft X'_{me} aus 2 Componenten. Die eine verschwindet, wenn die Leiter in Ruhe verharren, die andere, wenn die Ströme constant in gleicher Stärke erhalten werden. Beide stellen eine Art Trägheitswirkung der Elektricität dar. Da solche sich bisher nicht zu erkennen gaben, obwohl MAXWELL direkt daraufhin Versuche anstellte[1]), so nimmt MAXWELL X'_{me} im Ganzen als Null an. In entsprechender Weise erhalten wir die Kräfte, welche auf die Elektricität selbst wirken, also elektromotorische Kräfte und zwar, da T von y unabhängig ist.

$$Y' = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}}\right).$$

Das ist diejenige elektromotorische Kraft, die die inducirte neutralisirt. Die elektromotorische Kraft der Induction ist daher

$$Y = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}}\right)$$

und sie zerfällt wieder in drei Theile

$$Y_m = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_m}{\partial \dot{y}}\right)$$

$$Y_e = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_e}{\partial \dot{y}}\right)$$

$$Y_{me} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_{me}}{\partial \dot{y}}\right).$$

Da T_m von $\dot{y}$ unabhängig ist, ist Y_m gleich Null. Dagegen stellt Y_e die inducirte elektromotorische Kraft in Folge von Stromschwankungen und relativen

[1]) MAXWELL, Treatise II, § 574. — HERTZ s. o. — COLLEY, WIED. Ann. 17, pag. 55. 1882.

Lagenänderungen und Y_{me} diejenige in Folge von Bewegungsänderungen dar. Es müsste, wenn Y_{me} existirt, möglich sein, in einem Leitersystem — auch wenn in keinem vorher ein Strom verhanden wäre — durch Bewegung der Leiter allein inducirte Ströme zu erzeugen; es wäre also eine Abhängigkeit der elektrischen Erscheinungen von der absoluten Bewegung der Leiter vorhanden. Da eine solche bisher nicht beobachtet wurde, kann man Y_{me} und damit überhaupt T_{me} vernachlässigen.

Diese Betrachtungen zeigen allgemein, dass man sowohl die elektrodynamischen Kräfte, wie die Inductionskräfte, die in einem solchen System entstehen, auf mechanischem Wege durch irgend eine passende mechanische Anordnung des Systems erklären kann. MAXWELL leitet dann aus diesen Gleichungen, mit Zuhilfenahme nur qualitativer Erfahrungssätze, die allgemeinen Gleichungen des variablen, elektromagnetischen Feldes her, welche, da sie den allgemeinsten Fall elektrischer Bewegung umfassen, alle besonderen Zweige der Elektricitätslehre, insbesondere Elektrostatik, Elektrokinematik, ruhenden Magnetismus als specielle Fälle in sich umfassen. Die Ableitung dieser Gleichungen und ihre Zurückführung auf die einfachste Form, wie sie von HERTZ gegeben wurde, ist in dem Kapitel über Elektromagnetismus enthalten. Es sei hier nur erwähnt, dass principiell bei MAXWELL das Dielektricum als an allen Vorgängen im Felde wesentlich betheiligt, ja dieses sogar überhaupt bestimmend erscheint. Es werden insbesondere in dem Dielektricum elektrische Verschiebungen angenommen, deren Veränderungen in der Zeit ganz dieselben Wirkungen haben, wie elektrische Ströme, also insbesondere elektromagnetische, elektrodynamische und Inductionswirkungen. Es sei hier nur die — noch ganz allgemeine, also von speciellen Hypothesen über die Natur der elektrischen und der magnetischen Bewegungen freie — Ableitung gegeben, durch welche MAXWELL die Kraftwirkungen eines elektromagnetischen Feldes durch einen Zwangszustand des Mediums erklärt, welches das Feld ausfüllt[1]).

Hat man ein Volumenelement des Mediums $dx\,dy\,dz$ und wird dasselbe von Kräften $X dx\,dy\,dz$, $Y dx dy dz$, $Z dx dy dz$, angegriffen, die zugleich Kräftepaare $L_x\,dx\,dy\,dz$, $L_y\,dx\,dy\,dz$, $L_z\,dx\,dy\,dz$ um die drei Axen ergeben, also das Element drehen können (ein Fall, den man in der gewöhnlichen Elasticitätstheorie ausschliesst), so lassen sich die Kräfte wie die Drehungsmomente durch 9 Drucke darstellen, analog wie es in der Elasticitätstheorie geschieht, nämlich:

$$X = \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zx}}{\partial z}$$
$$Y = \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zy}}{\partial z}$$
$$Z = \frac{\partial P_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z}$$
$$L_x = P_{yz} - P_{zy}$$
$$L_y = P_{zx} - P_{xz}$$
$$L_z = P_{xy} - P_{yx}.$$

Nun ergeben sich aber im allgemeinsten Fall, wo ein Körper magnetisirt ist und zugleich von einem Strom durchflossen wird, die Kraftcomponenten und Drehungsmomente an einer Stelle xyz als abhängig, 1) von den Componenten

[1]) MAXWELL, Treatise II, Cap. 11 § 641. S. dazu HERTZ, Ausbreitung der elektrischen Kraft, pag. 275. — HELMHOLTZ, WIED. Ann. 47, pag. 1. 1892.

der magnetischen Induction abc des Feldes an dieser Stelle, 2) von den Componenten der magnetischen Kraft $\alpha\beta\gamma$ an dieser Stelle, und zwar in folgender Weise:

$$X = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(a\alpha - \frac{1}{2}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) + \frac{\partial}{\partial y}(b\alpha) + \frac{\partial}{\partial z}(c\alpha)\right)\right]$$

$$Y = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(b\beta - \frac{1}{2}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) + \frac{\partial}{\partial y}(c\beta) + \frac{\partial}{\partial z}(a\beta)\right)\right]$$

$$Z = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(c\gamma - \frac{1}{2}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) + \frac{\partial}{\partial x}(a\gamma) + \frac{\partial}{\partial y}(b\gamma)\right)\right]$$

$$L_x = \frac{1}{4\pi}(b\gamma - c\beta)$$

$$L_y = \frac{1}{4\pi}(c\alpha - a\gamma)$$

$$L_z = \frac{1}{4\pi}(a\beta - b\alpha).$$

Ein Vergleich dieser Werthe mit den obigen giebt für die Druckcomponenten folgende Ausdrücke:

$$P_{xx} = \frac{1}{4\pi}\left[a\alpha - \frac{1}{2}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\right]$$

$$P_{yy} = \frac{1}{4\pi}\left[b\beta - \frac{1}{2}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\right]$$

$$P_{zz} = \frac{1}{4\pi}\left[c\gamma - \frac{1}{2}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\right]$$

$$P_{yz} = \frac{1}{4\pi}b\gamma, \quad P_{zy} = \frac{1}{4\pi}c\beta$$

$$P_{zx} = \frac{1}{4\pi}c\alpha, \quad P_{xz} = \frac{1}{4\pi}a\gamma$$

$$P_{xy} = \frac{1}{4\pi}a\beta, \quad P_{yx} = \frac{1}{4\pi}b\alpha.$$

Dieser Zwang besteht in:

1) einem Druck, der nach allen Richtungen mit derselben Stärke wirkt, nämlich

$$p = \frac{1}{8\pi}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) = \frac{1}{8\pi}H^2.$$

2) einer Spannung, deren Richtung in jedem Punkte des Körpers den Winkel 2ε zwischen der dort vorhandenen magnetischen Kraft H und der dort vorhandenen magnetischen Induction B halbirt, und welche Spannung die Grösse hat

$$T = \frac{1}{4\pi}BH\cos^2\varepsilon.$$

3) Einem Druck, senkrecht zu der eben in 2 bestimmten Richtung von der Grösse

$$p_1 = \frac{1}{4\pi}BH\sin^2\varepsilon.$$

4) Einem Kräftepaar, das jedes Element des Körpers von der Richtung der magnetischen Kraft in die Richtung der magnetischen Induction (in der Ebene beider) zu drehen sucht und das Moment hat

$$D = \frac{1}{4\pi}BH\sin(B, H)$$

Die allgemeinen dynamischen Betrachtungen MAXWELL's sind von BOLTZMANN[1]) in etwas anderer und zum Theil einfacherer Form dargestellt worden, indem er von denjenigen Bewegungen ausging, welche HELMHOLTZ als monocyklische bezeichnet hat, und welche dadurch definirt sind, dass das System, welches diese Bewegungen ausführt, einerseits nur cyklische Vaiiablen enthält, welche in den LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen nicht selbst auftreten, sondern von denen nur die Geschwindigkeiten erscheinen, (die y in den obigen MAXWELL'schen Gleichungen) und andererseits sehr langsam veränderliche Variable. Eine Reihe solcher Monocyklen bildet ein polycyklisches System. Das obige System MAXWELL's ist ein solches.

2) Modelle.

BOLTZMANN hat zugleich die Erscheinungen, welche zwei Stromkreise bieten (Inductionsströme, Extraströme aus verschiedenen Ursachen, elektrodynamische Anziehungen) zur Erläuterung dieser allgemeinen dynamischen Betrachtungen durch ein instructives Modell veranschaulicht. Dasselbe besteht im Wesentlichen aus drei übereinander auf dieselbe Axe gesetzten Centrifugalregulatoren mit Parallelogrammführung. Das oberste und unterste System tragen horizontale Zahnräder, in welche zwei vertikale Zahnräder, die mit dem mittleren System verbunden sind, durch konische Verzahnung eingreifen. Mit diesem Apparat kann man folgende Versuche machen.

1) Man bringt bloss das unterste System in Rotation. So lange dessen Geschwindigkeit wächst, dreht sich vermöge der Zahnräderübertragung das oberste im entgegengesetzten Sinne. Ist die Drehung constant geworden, so bleibt das obere still. Nimmt die Drehung unten ab, so dreht sich das obere gleichsinnig. Diese Processe entsprechen also der Entstehung von Inductionsströmen.

2) Wenn man das untere Rohr mit constanter Geschwindigkeit dreht und plötzlich die mittlere Stange, die alle Centrifugalapparate trägt, senkt, so entspricht das einer Vermehrung der Selbstinduction. Man erhält oben eine entgegengesetzte Drehung. Umgekehrt wenn man die Stange hebt.

3) Dreht man das oberste und unterste System in gleichem Sinne, so wird die Stange gesenkt, was einer Vermehrung der gegenseitigen Induction, also elektrodynamischer Anziehung entspricht.

4) Dreht man das obere System in entgegengesetztem Sinne wie das untere, so wird die Stange gehoben, was also einer Abstossung zweier entgegengesetzt fliessender Ströme entspricht.

Aehnliche Modelle, die auf cyklischer Bewegung beruhen, sind von MAXWELL[2]) selbst, dann von LODGE[3]) und EBERT[4]) construirt worden[5]). Namentlich das Modell von EBERT zeichnet sich durch sehr einfache und anschauliche Anordnung aus.

3) Specielle Theorien.

Um nun ein mechanisches System zu construiren, welches dieselben Eigenschaften wie ein System von Strömen und Magneten besitzt, hat man zu ver-

---

[1]) BOLTZMANN, Vorlesungen über MAXWELL's Theorie I.

[2]) MAXWELL, Treatise 3. Aufl., II., Cap. 7.

[3]) LODGE, Modern vieus of electricity, Cap. 10.

[4]) EBERT, WIED. Ann. 49, pag. 642. 1893.

[5]) Andere Modelle für einige elektrische Eigenschaften. FITZGERALD, Dubl. Proc. R. S, pag. 407. 1885; — Sir W. THOMSON, Rep. Brit. Ass. 1888, pag. 567; — RAYLEIGH, Proc. Phys. Soc. Lond. 10, pag. 484. 1890.

schiedenen Bewegungsarten seine Zuflucht genommen und diese Bewegungen mit verschiedenen elektrischen oder magnetischen Grössen identificirt. Die hauptsächlichsten derselben sind im folgenden klassificirt.

a) Hydrodynamische Theorien.

Manche Erscheinungen, die die Elektricität und der Magnetismus bieten, lassen sich durch hydrodynamische Vorrichtungen nachmachen und die letzteren sind daher geeignet, ein Bild und damit eventuell eine Erklärung der ersteren zu bieten. Von besonderem Interesse sind die Analogien, die BJERKNES[1]) studirt und ausgearbeitet hat. Wird ein Metallring beiderseits mit Kautschuk bespannt und an einer Röhre befestigt unter Wasser getaucht, und bewirkt man durch rasch aufeinanderfolgendes Verdichten und Verdünnen der Luft zwischen den Kautschukmembranen, dass diese in eine pulsirende Bewegung kommen, so werden durch die entstehenden Strömungen in der Flüssigkeit auf einen anderen eingetauchten Körper Druckkräfte ausgeübt. Lässt man daher zwei solche Körper gleichzeitig in Wasser pulsiren, so entstehen Abstossungs- resp. Anziehungserscheinungen. Zwei solche Körper verhalten sich wie zwei Magnetpole, nur dass, wenn sie in gleichsinniger Pulsation sich befinden, Anziehung, bei ungleichsinniger Abstossung stattfindet, umgekehrt wie bei Magnetpolen. Die hübschen Versuche von BJERKNES sind durch von ihm construirte Apparate leicht zu wiederholen.

Eine Reihe von solchen Analogien zwischen elektrodynamischen und hydrodynamischen Theorien, welche jedenfalls die Möglichkeit zeigen, scheinbare Fernkräfte durch Bewegung eines Zwischenmediums zu erzeugen, sind von RIECKE[2]) mathematisch durchgeführt worden.

Auch sonst müssen viele mechanische Theorien dem Aether zum Theil Eigenschaften einer Flüssigkeit zuschreiben. Es scheint zuerst HELM[3]) gewesen zn sein, der eine halb hydrodynamische Theorie der elektrischen Erscheinungen aufgestellt hat. Nach seiner Hypothese ist jeder Körper ein Aggregat von flüssigen Aethermolekülen, welche in festem elastischem Aether eingelagert sind, dessen Eigenschaften von jenen Molekülen mitbedingt werden. Sind verhältnissmässig wenig flüssige Moleküle vorhanden, so dass der Körper wesentlich festen elastischen Aether enthält, so ist der Körper ein Dielektrikum. Ist dagegen der Körper hauptsächlich flüssig, umschliesst diese Flüssigkeit die festen Theile nur wie ein Meer eine Insel, so ist der Körper ein Leiter. Zwischen dem flüssigen Aether und dem festen findet Reibung statt. Aus dieser Auffassung ergeben sich eine ganze Reihe der elektrischen Erscheinungen mit bemerkenswerther Vollständigkeit und Eleganz. Ein elektrisch geladener Körper ist ein solcher, der das umgebende Medium in einen Zustand der Spannung versetzt. Positiv soll ein Körper sein, der das Medium verdünnt. Der Strom im Leiter ist einfach ein Strom des flüssigen Aethers. Vermöge der Reibung (die in anderer als der gewöhnlichen Form eingeführt wird) an den inneren Theilen des festen Aethers wird Wärme, an den äusseren Theilen elastische Verschiebung erzeugt, die dann auf weiter abliegende Leiter inducirend resp. elektrodynamisch wirkt. Die magnetischen Erscheinungen werden durch Wirbel in dem flüssigen, resp. durch Torsionsspannungen in dem festen Aether erzeugt (s. w. u. »Elastische Theorien«).

---

1) BJERKNES, Nature 24, pag. 360. 1881; Compt. rend. 73, pag. 303. 1881.

2) RIECKE, Math. Ann. Bd. 30, pag. 309. 1887.

3) HELM, WIED. Ann. 14, pag. 149. 1881.

b) Wirbeltheorieen.

Die Theorie von HANKEL[1]).

HANKEL hat eine Theorie aufgestellt, durch welche die Fernwirkungen zwischen elektrisirten Körpern und elektrischen Strömen mechanisch erklärt werden. Er nimmt ein Medium an, welches den Raum zwischen den Körpern erfüllt, und welches event. der Lichtäther sein kann. Die Elektricität selbst wird aufgefasst als kreisförmige Schwingung des Aethers, die, je nachdem es sich um die positive oder negative Modifikation handelt, in dem einen oder entgegengesetzten Sinne erfolgen. Indess schwingen bei den Vorgängen der freien Elektricität nicht die einzelnen Moleküle des Aethers oder auch der ponderablen Substanzen für sich, sondern eine grössere Anzahl derselben bilden ein mit gemeinsamer Rotation begabtes Scheibchen (Wirbel), dessen Dimensionen jedoch klein sind. Die positive Elektricität soll so definirt werden, dass auf einem positiv elektrischen Körper die Schwingungen um den nach aussen gerichteten Theil der Normale eines Oberflächenelements des Körpers rechts herum geschehen. Die Schwingungen an der Oberfläche eines geladenen Körpers sind stehende, dagegen gehen die Wirbel durch Isolatoren fortschreitend hindurch. Die Rotationsdauer eines Wirbels braucht nicht constant zu sein. Es sei nun zunächst eine Reihe übereinander liegender Scheibchen von gleichem Durchmesser gegeben, und es werde die unterste Schicht in Umschwung versetzt, so theilt sich diese Bewegung den über ihr liegenden Schichten successive mit und pflanzt sich nach der Richtung der Umdrehungsaxe in einer Secunde um die Länge V fort. V soll für ein und dasselbe Medium constant, für verschiedene verschieden angenommen werden. Liegen auf der Längeneinheit n solche Schichten und bezeichnet ω die Rotationsgeschwindigkeit des untersten Wirbels, so eilt die unterste der nächst oberen um den Winkel $\frac{\omega}{nV}$ voraus. Dieser Winkeldifferenz ist die Kraft proportional, welche die obere Schicht in Bewegung setzt. Die Einwirkung eines Wirbels geht aber nicht bloss in der Richtung der Rotationsaxe auf die andere über, sondern nach allen Richtungen, wobei die an einem Punkt in der Entfernung r erzeugte Kraft proportional mit $\frac{\omega}{r^2}$ wird. Hat man zwei Schwingungssysteme, so wird die Einwirkung derselben auf einander eine Abstossung hervorbringen, die proportional dem Quadrat der Differenz der beiden Rotationsgeschwindigkeiten (an demselben Punkt), jede mit ihren Vorzeichen genommen, ist. Daraus ergeben sich die Gesetze der Elektrostatik vollständig.

Bei einem elektrischen Strom bilden die in jedem Querschnitt des Drahtes liegenden Aethermoleküls unter Betheiligung der materiellen Moleküle des Drahtes einen in gemeinsamer Rotation um die Axe des Drahtes befindlichen Wirbel und zwar je nach der Richtung des Stromes in dem einen oder anderen Sinne. Die Einwirkung zweier Ströme auf einander entsteht dann durch die von diesen Stromwirbeln ausgehenden Bewegungen im Aether, welche an einem entfernten Strom entweder Beschleunigungen oder Verzögerungen der Rotation hervorbringen. Das Gesetz der Kraftwirkung zwischen zwei Stromelementen ist das GRASSMANN'sche. Ist z. B. an einem Stromelement von der Länge ds' eine Wirbelgeschwindigkeit vorhanden, die der Stromstärke i' dort proportional ist, so

[1]) HANKEL, POGG. Ann. 126, pag. 440. 1865. — Ber. d. sächs. Ges. 1865, pag. 30. — Ber. d. sächs. Ges. 1866, pag. 269. — POGG. Ann. 131, pag. 607. 1867.

erzeugt diese an einem Ort C eine Geschwindigkeit $\frac{i'ds'}{r^2}$, die senkrecht auf der durch C und ds' gelegten Ebene ist. Ebenso alle anderen Elemente ds' eines kreisförmigen Stromes. Liegt C in der Axe dieses Stromes, die die z-Axe sei, so sind alle Componenten dieser Wirkung in der XY-Ebene paarweise gleich und entgegengesetzt, und es bleiben nur die nach der z-Axe hin gerichteten Geschwindigkeiten übrig, deren Summe $\frac{i'\pi\rho \sin c}{r^2}$ ist, wo c der Winkel der z-Axe mit dem Radius Vector von C nach ds' ist. Das Element ds selbst hat eine Rotationsgeschwindigkeit und die beiden Rotationen selbst erzeugen eine Kraft $\frac{ii'ds\pi\rho \sin c \cos\psi}{r^2}$, die in der XY-Ebene liegt[1]).

Da das Gesetz der Erhaltung der Energie vorausgesetzt wird, so ergeben sich in ähnlicher Weise die Inductionserscheinungen.

In neuerer Zeit hat HANKEL die Auffassung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes nach seiner Theorie näher präcisirt[2]). Danach vernichten sich bei zwei gleichen aufeinandergelegten Leitern die molekularen Rotationen, während bei zwei verschiedenen Leitern eine der Differenz beider entsprechende Rotationsbewegung entsteht, die die elektromotorische Kraft ist. Werden die Pole eines galvanischen Elements durch einen Leiter verbunden, so sucht die elektromotorische Kraft in den Molekülen dieselben rotirenden Bewegungen zu erzeugen. Diesem Bestreben stellen die einzelnen Moleküle einen Widerstand entgegen, der von ihrer Beschaffenheit abhängt. Ein Theil der elektromotorischen Kraft wird dazu verbraucht, um diesen Widerstand zu überwinden, und der übrige Theil bleibt als Rotation vorhanden und giebt den S rom. Es ist demnach, wenn e die elektromotorische Kraft, i die Stromstärke, U den Widerstand bedeutet

$$e = i + U.$$

Da erfahrungsgemäss für einen Leiter der Widerstand W im gewöhnlichen Sinne constant ist $= \frac{e}{i}$, so ist der hier eingeführte Widerstand U der Stromstärke proportional, also

$$U = ui.$$

Die Grösse u wird die Absorptionszahl des Leiters genannt, sie giebt den Betrag an, welcher bei $i = 1$ von e absorbirt wird. Für u ergeben sich dieselben Abhängigkeiten von Form und Verzweigung des Leitersystems, wie in der gewöhnlichen Theorie für W[3]).

Wirbeltheorie von MAXWELL.

Die bisher am weitesten ausgearbeitete und allen Anforderungen am meisten entsprechende Theorie der elektrischen Erscheinungen ist diejenige, die MAXWELL bereits 1861—62 publicirt hat, unter dem Titel »On physical lines of force«[4]). Wegen der Wichtigkeit dieser Theorie geben wir eine etwas eingehendere Analyse derselben.

---

1) HANKEL, WIED. Ann. 36, pag, 92. 1889.

2) HANKEL, WIED. Ann. 39, pag. 369. 1890.

3) Andere ähnliche Theorien der Aetherbewegung rühren her von REYNARD, Ann. de Chim. de Phys. (4) 19, pag. 272. 1870. — MOUTIER, Ann. chim. phys. (5) 4, pag. 267. 1875.

4) MAXWELL, I. u. II. Phil. Mag. (4) 21. 1861; III. Phil. Mag. (4) 23. 1862. Wieder abgedruckt in MAXWELL, Scientif. papers I., pag. 451.

Der erste Theil ist betitelt: **Theorie der Molekularwirbel angewendet auf magnetische Phänomene.** MAXWELL stellt sich darin zunächst nur die Aufgabe, die Beschaffenheit eines Mediums zu finden, welches im Stande ist, die Anziehungserscheinungen von Magneten durch seinen Bewegungs- oder Spannungszustand zu erklären. Durch die von ihm aufgestellte Hypothese gelingt es ihm aber nicht bloss, dieses zu leisten, sondern auch die elektromagnetischen Eigenschaften und die Induction zu erklären.

Die magnetische Kraft an irgend einem Punkt eines magnetischen Feldes hat Richtung und Grösse und lässt sich darstellen durch eine mechanische Spannung, die in einer Richtung, der Axe, grösser oder kleiner ist als in allen anderen, und durch Drucke, rechtwinklig zu dieser, die nach allen Richtungen gleich sind. Ein solcher Spannungszustand lässt sich immer zerlegen in 1) einen gewöhnlichen hydrostatischen Druck und 2) einen einfachen Druck oder Zug längs der Axe. Wenn der Druck in der Axe kleiner ist, als senkrecht dazu, so ist der zweite Theil in dieser Zerlegung ein Zug. Das ist der Fall im magnetischen Feld.

Ein solcher Zustand eines Mediums, welches in einer Richtung einen kleineren Druck hat als in jeder dazu senkrechten Richtung, leitet auf den Gedanken, dass der Ueberschuss des Druckes in der Aequatorialrichtung durch eine Centrifugalkraft entsteht. Wenn man in dem Medium lauter Wirbel annimmt, deren Axen den Kraftlinien parallel sind, so zeigt ein solches Medium grösseren Druck senkrecht zu den Kraftlinien, als in ihnen. Nimmt man also an, dass alle Wirbel in einem Theil des Feldes sich in derselben Richtung um nahezu parallele Axen drehen, dass dagegen in einem anderen Theil des Feldes die Richtung der Axen, die Drehungsgeschwindigkeit und die Dichtigkeit der Substanz der Wirbel sich ändern, so hat man drei Elemente, durch deren Veränderung man das System von Wirbeln verschiedenen Bedingungen anpassen kann.

Wenn ein Wirbel mit der Umfangsgeschwindigkeit v rotirt und in seiner Axe der Druck p_0 herrscht, so herrscht an dem Umfang, wenn ρ die Dichtigkeit ist, der Druck

$$p_1 = p_0 + \tfrac{1}{2}\rho v^2.$$

Der mittlere Druck eines Wirbels parallel der Axe ist also

$$p_2 = p_0 + \tfrac{1}{4}\rho v^2.$$

Die Differenz der Drucke p_1 senkrecht zu den Axen, und p_2 parallel der Axen bei einer Reihe kreisförmiger Wirbel ist also

$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{4}\rho v^2$$

bei anders gestalteten Wirbeln mit anderer Dichtigkeit ist allgemeiner

$$p_1 - p_2 = C\rho v^2 = \frac{1}{4\pi}\mu v^2,$$

wo μ eine von der Dichtigkeit abhängige Constante ist.

Ein solches Medium, mit Wirbeln gefüllt, würde sich seitlich ausbreiten, wenn es nicht durch geeignete Drucke daran gehindert wird. Um diese zu finden, muss man untersuchen, wie gross die Drucke sind, die ein solches Wirbelsystem, dessen Axen die Cosinus lmn mit drei Axen bilden, auf die drei Coordinatenebenen ausübt, sowohl in normaler wie in tangentialer Richtung. Diese erhält man, wenn man die Componenten der Umfangsgeschwindigkeit eines Wirbels mit $\alpha\beta\gamma$ bezeichnet, also

$$\alpha = vl, \quad \beta = vm, \quad \gamma = vn$$

setzt, in der Form

$$p_{xx} = \frac{1}{4\pi}\mu\alpha^2 - p_1, \quad p\ y = \frac{1}{4\pi}\mu\beta\gamma$$
$$p_{yy} = \frac{1}{4\pi}\mu\beta^2 - p_1, \quad p_{zx} = \frac{1}{4\pi}\mu\gamma\alpha$$
$$p_{xx} = \frac{1}{4\pi}\mu\gamma^2 - p_1, \quad p_{zy} = \frac{1}{4\pi}\mu\alpha\beta.$$

Daraus findet man sofort die (pro Volumeneinheit berechneten) Kraftcomponenten, die auf ein Element im Innern des Mediums wirken, aus der Formel

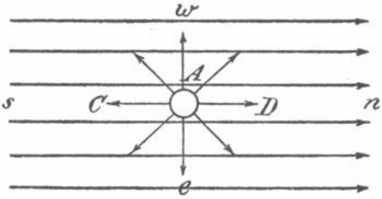
$$X = \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{xz}}{\partial z}$$

und den entsprechenden für Y und Z.

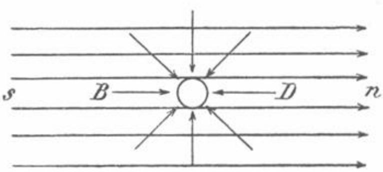
Es wird so

$$X = \frac{\alpha}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\mu\alpha) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu\beta) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu\gamma)\right] + \frac{1}{8\pi}\mu\frac{\partial}{\partial x}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)$$
$$- \mu\beta\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y}\right) + \mu\gamma\cdot\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x}\right) - \frac{\partial p_1}{\partial x}$$

Um diese Gleichungen zu interpretiren, nimmt Maxwell an, dass die Umfangsgeschwindigkeiten der Wirbel $\alpha\beta\gamma$ die Componenten der magnetischen Kraft darstellen (die Componenten der Kraft, welche auf den Nordpol einer Magnetnadel von der Stärke 1 wirken würde).

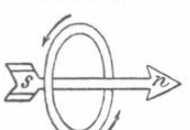


(P. 309.)



(P. 310.)

Ferner soll μ die magnetische inductive Capacität darstellen, dann sind $\mu\alpha$, $\mu\beta$, $\mu\gamma$ die Componenten der magnetischen Induction und



(P. 311.)

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mu\alpha) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu\beta) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu\gamma)$$

ist gleich $4\pi \times$ der Menge Nordmagnetismus m in dem betreffenden Element.

Der erste Theil von X ist daher

$$\alpha m$$

und zeigt an, dass aus den Wirbeln eine Kraft entsteht, welche einen Nordpol nach der x-Axe verschiebt.

Es seien in Fig. 309 und 310 sn die Richtungen der Wirbelaxen, die Wirbel selbst mögen in der durch Fig. 311 gekennzeichneten Weite rotiren. Dann entspricht die Richtung der Pfeile in den Linien sn der Richtung, in die ein Nordpol sich einstellt. Nun möge ein Nordpol A in dieses Feld gebracht werden. Von ihm gehen dann die Kraftlinien nach allen Richtungen so aus, wie es Fig. 309 zeigt. Denn alle andern Nordpole würden sich in der Richtung dieser Pfeile bewegen. Man sieht, dass bei D die Wirbel des Feldes und die des Magnetpols sich verstärken, bei C schwächen. Es wird also ein stärkerer Zug in der Richtung der Axen bei D, als bei C stattfinden, d. h. A wird sich in der Richtung nach n bewegen. Das Umgekehrte findet für einen Südpol statt, wie man aus Fig. 310 ebenso erkennt.

Der zweite Theil von X, nämlich

$$\frac{1}{8\pi}\,\mu\,\frac{\partial}{\partial x}\,(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)$$

zeigt, dass jeder Körper im Feld zu Stellen grösserer magnetischer Intensität hingetrieben wird, wobei die diamagnetischen Erscheinungen aufzufassen sind als die Erscheinungen, welche ein schwächer magnetischer Körper in einer stärker magnetischen Umgebung zeigt[1]).

Der dritte Term von X

$$-\mu\beta\,\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x}-\frac{\partial\alpha}{\partial y}\right)$$

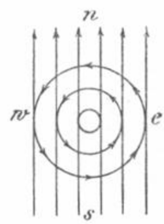
lässt sich folgendermaassen definiren. Die Grössen

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y}-\frac{\partial\beta}{\partial z}\right)=p,\quad \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z}-\frac{\partial\gamma}{\partial x}\right)=q,\quad \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x}-\frac{\partial\alpha}{\partial y}\right)=r$$

lassen sich auffassen als die Stromdichten eines elektrischen Stromes senkrecht zu den Axen der xyz. Die Kraft

$$-\mu\beta\cdot r$$

zeigt dann an, dass, wenn die magnetische Induction $\mu\beta$ nach y gerichtet und der Strom r nach z gerichtet ist, dass dann der Strom nach $-x$ gedrängt wird, d. h. ein aufsteigender Strom in einem nach Norden gerichteten Felde erhält eine Bewegung nach Westen.



(P. 312.)

In Fig. 312 ist ein magnetisches Feld sn und der Durchschnitt C eines stromführenden Drahtes gezeichnet. Um diesen herum bilden sich die kreisförmigen Kraftlinien in der Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengeht. Die beiden Systeme von Wirbeln verstärken sich bei e, schwächen sich bei w, so dass die Wirbel bei e sich mehr in äquatorialer Richtung ausbreiten als bei w und dass daher der Strom nach w gedrängt wird.

Dasselbe gilt vom vierten Term

$$+\frac{\mu\gamma}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z}-\frac{\partial\gamma}{\partial x}\right)=+\mu\gamma q.$$

Endlich der fünfte Term

$$-\frac{\partial p_1}{\partial x}$$

zeigt an, dass das Element in der Richtung des abnehmenden hydrostatischen Drucks gedrängt wird.

Das so construirte System von Wirbeln erklärt also die Wirkung eines Feldes 1) auf magnetische Pole, 2) auf magnetisch inducirbare Körper, 3) auf elektrische Ströme. Die bisher angestellten Betrachtungen hängen im Grunde nur davon ab, dass angenommen wird, dass in Richtung der Kraftlinen ein geringerer Druck herrscht, als senkrecht dazu. Die Einführung des Wirbels dient nur zur Veranschaulichung eines solchen Zustandes. Nimmt man aber solche Wirbel an, so ist es schwer einzusehen, wie solche neben einander bestehen können, wenn sie sich um parallele Axen drehen, und noch mehr, wie ein Wirbel einen benachbarten erzeugen kann, da sie sich an der Berührungsstelle ja im entgegengesetzten Sinne drehen.

Um dafür ein mechanisches Bild zu haben, nimmt MAXWELL nun weiter an, dass zwischen je zwei Wirbeln kleine Partikeln vorhanden sind, die sich jedes

[1]) In Betreff dieser Glieder s. BOLTZMANN, WIED. Ann. 48, pag. 106. 1893.

um seine eigene Axe drehen können und die durch die benachbarten Wirbel in umgekehrter Richtung, also wie Zahnräder, in Bewegung versetzt werden und so auch die Bewegung weiter übertragen.

In der That, wenn ein Wirbel die Geschwindigkeitscomponenten $\alpha\beta\gamma$ hat und an einem seiner Umfangspunkte die Normale die Cosinus lmn mit den Axen bildet, so sind die Geschwindigkeitscomponenten an dieser Stelle nach den 3 Axen

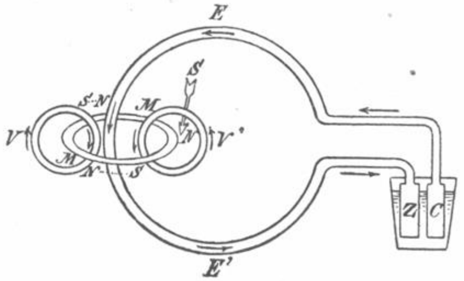
$$n\beta - m\gamma, \quad l\gamma - n\alpha, \quad m\alpha - l\beta.$$

Werden die entsprechenden Grössen für einen zweiten benachbarten Wirbel durch $\alpha'\beta'\gamma'$ bezeichnet, so erhält ein dazwischen liegendes Zahnradtheilchen die Geschwindigkeit nach der x-Axe,

$$u = \tfrac{1}{2}m(\gamma' - \gamma) - \tfrac{1}{2}n(\beta' - \beta).$$

Daraus folgt, dass die gesammte Zahl der Theilchen, welche in der Einheit der Zeit durch die Flächeneinheit hindurchgeht in Richtung der x-Axe ist:

$$p = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}\right),$$



(P. 313.)

dass also durch die Bewegung dieser Zwischenpartikel vollständig ein elektrischer Strom dargestellt wird (s. o).

Wenn in Fig. 313 der Kreis EE einen elektrischen Strom von C nach Z in der Richtung der Pfeile darstellt, und die Linie MM' eine magnetische Kraftlinie darstellt, so stellen V und V' die Wirbel um diese Axe dar. Wenn V und V' benachbart sind, so treiben sie die Partikelchen, die zwischen ihnen liegen, nach unten, und wenn umgekehrt die Partikelchen durch eine äussere Kraft nach unten geschoben werden, so drehen sie die Wirbel in dem angegebenen Sinne.

Die Grösse der Partikel kann sehr klein gegenüber der der Wirbel angenommen werden, und im Allgemeinen können sich innerhalb eines Moleküls eine ganze Menge Wirbel befinden. Innerhalb eines Moleküls ist die Bewegung der Partikelchen widerstandslos. Wenn dagegen die Partikelchen von einem Molekül zum benachbarten übergehen, so erfahren sie im Allgemeinen einen Widerstand, und die elektrische Energie wird dadurch in Wärme umgewandelt. Die gesammte Energie eines Mediums, welches Wirbel enthält, ist pro Volumeneinheit

$$\frac{1}{8\pi}\mu(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2),$$

wo μ die obige, von der Dichtigkeit des Mediums abhängige Constante ist.

Wenn ein Wirbel von Partikelchen rings umgeben ist und wenn PQR die Kraftcomponenten sind, welche zwischen einem Partikel und dem Wirbel entstehen und wenn V das Volumen des Wirbels ist, so ist die in der Einheit der Zeit von den Partikeln auf den Wirbel übertragene Arbeit

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{4\pi}\left[\alpha\left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y}\right) + \beta\left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z}\right) + \gamma\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right)\right]V.$$

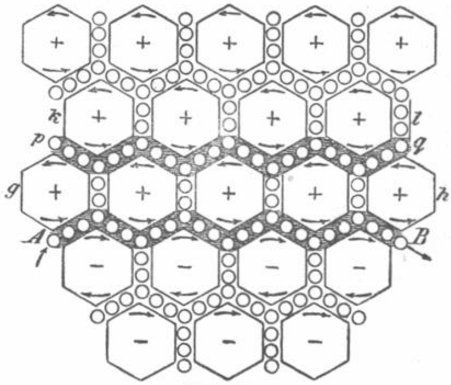
Da aber die Aenderung der gesammten Energie des Wirbels in der Zeiteinheit ist

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{4\pi}\mu V\left(\alpha\frac{d\alpha}{dt} + \beta\frac{d\beta}{dt} + \gamma\frac{d\gamma}{dt}\right),$$

so folgt

$$\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} = \mu \frac{d\alpha}{dt}$$
$$\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{d\gamma}{dt}$$
$$\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = \mu \frac{d\gamma}{dt}.$$

Diese Gleichungen geben die Beziehungen zwischen den Aenderungen des Zustandes des magnetischen Feldes und den dadurch hervorgebrachten elektromotorischen Kräften (PQR).



(P. 314.)

Der Vorgang, durch den ein inducirter Strom zu Stande kommt, wird danach durch Fig. 314 erläutert. Darin bedeuten die grossen Sechsecke oberhalb und unterhalb AB die Wirbel, und die kleinen Kreise bedeuten die Elektricität.

Wenn nun ein Strom in AB von links nach rechts anfängt, so werden die Wirbel in gh umgekehrt wie ein Uhrzeiger in Rotation versetzt (+ Richtung). Die Schicht kl ist dann noch in Ruhe, und daher werden die Partikel pq im entgegengesetzten Sinne in Bewegung kommen, es wird **ein inducirter Strom** entstehen. Zugleich werden durch diese Bewegung von q nach p die Wirbel in kl in Bewegung gesetzt werden und immer rascher rotiren, bis sie dieselbe Geschwindigkeit haben wie die in gh. Dann wird der inducirte Strom aufhören. Das Umgekehrte findet statt, wenn der Strom in AB plötzlich aufhört.

Wenn man den allgemeineren Fall betrachtet, dass die Centra der Wirbel nicht wie bisher in Ruhe bleiben, sondern sich auch bewegen können, so dass ein Punkt, der vorher die Coordinate xyz gehabt hat, nun Zuwächse δx, δy, δz bekommt, so entsteht dadurch eine Aenderung der Winkelgeschwindigkeit der Wirbel, welche sich ausdrücken lässt durch

$$\delta\alpha = \alpha \frac{\partial}{\partial x} \delta t + \beta \frac{\partial}{\partial y} \delta z + \gamma \frac{\partial}{\partial z}.$$

Die ganze Aenderung der Winkelgeschwindigkeit der Wirbel besteht daher aus 2 Theilen, 1) der durch die elektromotorische Kraft PQR erzeugten und 2) der eben besprochenen, so dass

$$\delta\alpha = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\delta t + \alpha \frac{\partial}{\partial x}\delta x + \beta \frac{\partial}{\partial y}\delta y + \gamma \frac{\partial}{\partial z}\delta z.$$

Dafür kann man schreiben, wenn man

$$\alpha = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y}\right), \quad \beta = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial z}\right), \quad \gamma = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial x}\right)$$

setzt,

$$P = \mu\gamma \frac{dy}{dt} - \mu\beta \frac{dz}{dt} + \frac{dF}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial x}$$
$$Q = \mu\alpha \frac{dz}{dt} - \mu\gamma \frac{dx}{dt} + \frac{dG}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial y}$$
$$R = \mu\beta \frac{dx}{dt} - \mu\alpha \frac{dy}{dt} + \frac{dH}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial z}.$$

Durch eine solche Veränderung der Form und Geschwindigkeit der Wirbel werden also ebenfalls elektromotorische Kräfte inducirt, deren Gesetze sich aus den letzten Gleichungen ergeben. Die Grössen F, G, H sind die Componenten desjenigen Zustandes, den FARADAY den elektrotonischen genannt hat. Nur seine Veränderung mit der Zeit kommt in den Gleichungen vor. Die Kräfte PQR sind tangentiale Kräfte zwischen Wirbeln und Zwischenpartikeln, die Grösse ψ entspricht dem Drucke oder der Spannung zwischen den einzelnen Zwischenpartikeln.

Während so alle Eigenschaften des elektromagnetischen Feldes durch diesen Mechanismus vollständig erklärt sind und die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes sich dadurch in der Form und Vollständigkeit ergeben, welche heute nach den Versuchen von HERTZ als die wirklich richtigen anzusehen sind[1]), gelingt es nicht ohne Weiteres, die elektrostatischen Erscheinungen davon abzuzuleiten. Diese und die Einwirkung des Magnetismus auf Licht sind Gegenstand der dritten Abhandlung von MAXWELL. In dieser stellt er zunächst fest, dass die Veränderung einer elektrischen Verschiebung in einem Dielektrikum ganz dasselbe ist wie ein elektrischer Strom und es handelt sich also im Wesentlichen darum, die Eigenschaften des Mediums herauszufinden, welche es in den Stand setzen, unter dem Einfluss elektromotorischer Kraft elektrische Verschiebung zu zeigen. Diese Eigenschaften findet MAXWELL dadurch, dass er den Zellen, in welchen die Wirbel stattfinden, auch Elasticität zuschreibt. Die elektrische Verschiebung fgh ist dann nichts anderes als die elastische Verschiebung der Zellen. Wenn eine Schicht von Zwischenpartikeln verschoben wird, so tordiren sie vermöge ihrer Tangentialkräfte die elastische Substanz der Zellen und rufen eine gleich grosse und entgegengesetzt gerichtete elastische Kraft hervor. Wenn die Kraft aufhört, so kommt die Zelle wieder in ihre ursprüngliche Form zurück. Die Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft R in Richtung der x-Axe und der elastischen (elektrischen) Verschiebung h in derselben Richtung ist dann

$$R = -4\pi E^2 h,$$

wo E^2 eine Constante ist, die von der Elasticität des Mediums abhängt. Sie liegt zwischen $E^2 = \pi m$ und $3\pi m$, wo m der Rigiditätsmodul ist. Wenn daher die Zellen zugleich magnetisch in Rotation versetzt werden, so ist die Stärke des Stromes pro Flächeneinheit nicht mehr wie oben,

$$p = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}\right),$$

sondern jetzt

$$p = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z} - \frac{1}{E^2}\frac{dP}{dt}\right)$$
$$q = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x} - \frac{1}{E^2}\frac{dQ}{dt}\right)$$
$$r = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y} - \frac{1}{E^2}\frac{dR}{dt}\right).$$

Ein elektrisirter Leiter ist daher ein Körper, an welchem das angrenzende elastische Medium in einem Zustand des Druckes oder der Spannung ist. Die elektrische Dichtigkeit erscheint hierbei nur als Grösse $-\frac{1}{4}\pi\Delta V$, wo V das Potential von PQR ist, welches im Ruhezustand existirt.

---

[1]) Es ist möglich, dass MAXWELL erst durch diesen Mechanismus allmählich auf das System seiner Gleichungen gekommen ist (BOLTZMANN).

Eine transversale Wellenbewegung pflanzt sich in einem elastischen Medium mit der Rigidität m fort mit der Geschwindigkeit

$$V = \sqrt{\frac{m}{\rho}},$$

wo ρ die Dichtigkeit ist. Da $\rho = \frac{\mu}{\pi}$, und $E^2 = \pi m$ gesetzt wurden, so ist

$$V = \frac{E}{\sqrt{\mu}}.$$

Da in Luft $\mu = 1$ und E sich zugleich als Verhältniss der elektrostatischen zur elektromagnetischen Einheit definiren lässt, welche nach den Messungen gleich der Lichtgeschwindigkeit ist, so folgt, dass das elastische, elektromagnetische Medium zugleich der Lichtäther ist und dass Lichtschwingungen elektromagnetische Schwingungen sind. Da E^2 umgekehrt wie die Dielektricitätsconstante D variirt, so folgt daraus

$$D = \frac{i^2}{\mu},$$

wo i der Brechungsindex ist.

Aus derselben Hypothese — der Molekularwirbel — leitet MAXWELL zum Schluss eine Erklärung und eine Formel für die Drehung der Polarisationsebene des Lichts im magnetischen Feld ab. In der That, wenn ein Lichtstrahl in Richtung der Axe eines Wirbels hindurchgeht, so werden die Verschiebungen des Mediums nicht bloss hervorgebracht von den gewöhnlichen Elasticitätskräften, sondern auch beeinflusst von den Drehungen durch die Wirbel, und man sieht ohne Rechnung ein, dass ein polarisirter Lichtstrahl so verändert werden muss, dass seine Schwingungsrichtung in der Richtung der Drehung der Wirbel verschoben werden muss. Mathematisch stellt sich das so dar, dass die elastischen Beschleunigungen eines Theilchens, das von einer in Richtung der z-Axe fortschreitenden, transversalen, ebenen Welle in Bewegung gesetzt wird, nämlich $\frac{d^2\xi}{dt^2}, \frac{d^2\eta}{dt^2}$, nicht bloss von den gewöhnlichen, elastischen Kräften $\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}, \frac{\partial^2\eta}{\partial z^2}$ herrühren, sondern auch von den durch die Wirbel entstehenden Kräften

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{4\pi}\mu r \frac{d\beta}{dt}\right) \text{ und } -\frac{d}{\partial z}\left(\frac{1}{4\pi}\mu r \frac{d\alpha}{dt}\right),$$

wo r der Radius eines Wirbels ist. Die entsprechenden Gleichungen schreiben sich dann, wenn man unter γ die Umfangsgeschwindigkeit der Wirbel versteht, und $\frac{1}{4\pi}\frac{\mu r}{\rho}\gamma = c^2$ setzt:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} + c^2 \frac{\partial^2\eta}{\partial z^2 dt}$$
$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} = a^2 \frac{^2\eta}{\partial z^2} - c^2 \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2 dt}.$$

Es ergiebt sich daraus, wenn man nach FRESNEL die Dichte des Aethers ρ in einem Körper $= si^2$ setzt, wo s die Dichte des freien Weltäthers ist, und wenn man noch γ durch die magnetische Intensität Z ausdrückt, der Winkel ϑ, um den die Polarisationsebene sich dreht

$$\vartheta = 90^\circ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{r}{s^{\frac{3}{2}}} \frac{\mu i Z z}{\Lambda^2 V},$$

wo z die Dicke der durchstrahlten Substanz, μ die magnetische inductive Capacität, λ die Wellenlänge in Luft ist.

Später hat MAXWELL diese Formel noch für die Dispersion erweitert[1]).

Da in dieser Formel alle Grössen messbar sind, ausser r und s, so kann man, wie GRAETZ[2]) gezeigt hat, daraus zunächst ein relatives Maass für die Grösse der Wirbel in verschiedenen Substanzen finden. Es ergiebt sich diese Grösse für feste und flüssige Körper im Allgemeinen nicht sehr verschieden, für gasförmige dagegen viel kleiner. Es wird z. B. der Radius der Molekularwirbel, wenn er für Wasser $= 1$ gesetzt wird, für

Schwefelkohlenstoff	2·23,	Salpetersäure	0·60,
FARADAY's Glas	3·20,	Kreosot	0·77.

Dagegen für

Wasserstoff 0·00057, Sauerstoff 0·00047, Kohlenoxyd 0·00100.

Für Eisen dagegen wird $r = 3000$, für Nickel etwa 1500, für Kobalt 3400.

Diese Grösse von r für die stark magnetischen Substanzen legt die Annahme nahe, die schon MAXWELL ausgesprochen hat, dass im Eisen die Moleküle als Ganzes wirbeln. Dadurch erhält man absolute Werthe von r. Es ist danach der Radius eines Molekularwirbels im Wasser

$$r \leqq 3{\cdot}1 \cdot 10^{-12}\ cm,$$

und so entsprechend für die anderen Substanzen.

Ferner ergiebt sich dann eine untere Grenze für die Dichtigkeit des freien Lichtäthers, nämlich

$$s < 9 \cdot 10^{-16}.$$

Eine obere Grenze für s ist nach einer Betrachtung von W. THOMSON

$$s > 10^{-18}.$$

Wenn auch die Theorie von MAXWELL in bemerkenswerther Vollständigkeit die elektrischen Erscheinungen erklärt, so leidet sie doch an tiefen, inneren Schwierigkeiten, von denen die hauptsächlichsten sind, dass erstens die Wirbelsubstanz selbst als flüssig und doch als elastisch fest angenommen wird und dass zweitens im Grunde ausser dem Aether ein noch feinerer Stoff, der der Zwischenpartikeln, eingeführt wird[3]).

c) Molekulartheorie.

J. J. THOMSON[4]) hat versucht, die Eigenschaften der Elektricität und des Magnetismus durch eine eigenthümliche Molekulartheorie verständlich zu machen. Er nimmt an, dass in einem elektrostatischen Feld die Röhren elektrostatischer Induction reale Existenz haben, dass sie entweder in sich zurücklaufende Ringröhren sind, oder dass sie zwei Atome von Körpern oder eines einzigen Körpers mit einander verbinden. Ihre Form und Lage soll beliebig veränderlich sein. Die Atome eines Moleküls sind durch kurze Röhren mit einander verbunden. Freie Elektricität zeigt immer freie Atome an. Es mögen fgh die Anzahl von Einheitsröhren parallel drei Axen sein, welche sich in einem Dielektricum befinden, und es möge der Zustand des Dielektricums sich irgendwie verändern. Dann werden die Röhren sich bewegen: u, v, w seien ihre Geschwindigkeiten,

---

1) MAXWELL, Treatise II, § 829.

2) GRAETZ, WIED. Ann. 25, pag. 165. 1885.

3) In Betreff dieser Theorie s. noch GLAZEBROOK, Phil. Mag. (5) 11, pag. 397. 1881. — ROWLAND, Amer. Journ. of Math. 3, pag. 89. 1880. — J. J. THOMSON, Nat. 24, pag. 204. 1883. Siehe auch neuere Betrachtungen von EBERT, WIED. Ann. 51, pag. 260. 1894; 52, pag. 417, 1894.

4) J. J. TOHMSON, Phil. Mag. (5) 31, pag. 149. 1891; Phys. Revue I, pag. 316. 1892.

ausserdem werden sie sich aber auch deformiren. Die zeitliche Aenderung von f pro Volumeneinheit, die aus diesen beiden Ursachen folgt, ist

$$\frac{df}{dt} = \frac{d}{dy}(gu - fv) - \frac{d}{dz}(fw - hu) - u\left(\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz}\right).$$

Das letzte Glied

$$\frac{df}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dh}{dz} = \rho$$

stellt die Dichtigkeit der freien Elektricität in dem betreffenden Volumenelement dar, und da $\frac{df}{dt} + u\rho$ die Stromdichtigkeit parallel x ist, so folgt, da nach MAXWELL

$$4\pi\left(\frac{df}{dt} + u\rho\right) = \frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}$$

ist, u. s. w.

$$\alpha = 4\pi(hv - gw),$$
$$\beta = 4\pi(fw - hu),$$
$$\gamma = 4\pi(gu - fv).$$

Die Grössen $\alpha\beta\gamma$ stellen die magnetische Kraft dar, die durch die Bewegung der Röhren entsteht. Sie ist gleich 4π mal der Stärke der Röhren multiplicirt mit der zu ihrer Axe senkrechten Geschwindigkeitscomponente.

Die elektrische Kraft, welche eine sich bewegende Röhre erzeugt, hat dann die Componenten

$$X = w\beta - v\gamma,$$
$$Y = u\gamma - w\alpha,$$
$$Z = v\alpha - u\beta.$$

Sie ist also gleich dem Produkt aus der Geschwindigkeit der Röhre und der durch dieselbe erzeugten magnetischen Kraft und steht senkrecht zur Bewegungsrichtung der Röhre und zur magnetischen Kraft.

Wenn die Röhren elektrostatischer Induction in einen Leiter eindringen, so schrumpfen sie zu molekularen Dimensionen zusammen und das dem Leiter pro Zeiteinheit mitgetheilte Moment parallel der x-Axe ist

$$\gamma q - \beta r,$$

wenn pqr die Anzahl der Röhren bedeuten, welche pro Zeiteinheit in den Leiter nach der x, y, z-Richtung eindringen.

Daher sind die Kräfte auf einen mit der Stromdichte pqr fliessenden Leiter im magnetischen Felde

$$\gamma q - \beta r,$$
$$\alpha r - \gamma p,$$
$$\beta p - \alpha q,$$

Man erhält also auf diese Weise ebenfalls die gewöhnlichen Gleichungen des magnetischen Feldes.

Die elektrischen und magnetischen Grössen erscheinen dabei als direkt bedingt durch die Anzahl und die Bewegung solcher reeller Röhren. Es ist jedoch nicht zu verkennen, dass die eigentliche Schwierigkeit dabei die ist, zu erklären, warum eine solche Röhre an ihren Enden die Wirkungen freier Elektricität zeigt. Das Wesen der freien Elektricität ist dabei immer noch so räthselhaft, wie es war.

d) Elasticitäts-Theorien.

Die Erscheinungen der Elektricität und des Magnetismus durch dieselben elastischen Eigenschaften des Aethers zu erklären, durch welche man die Lichtschwingungen erklärt, erwies sich, so vielfach es auch versucht wurde, als unmöglich. Man muss vielmehr, wie es scheint, dem Aether eine von den gewöhnlichen elastischen Körpern abweichende Elasticität zuschreiben, und insbesondere berücksichtigen, dass der Aether, wenn er als Träger der elektromagnetischen Erscheinungen dienen soll, in manchen Fällen die Eigenschaften eines festen, elastischen. in anderen die eines flüssigen Körpers hat.

Diese letztere Einsicht führte schon, wie oben erwähnt, im Jahre 1881 HELM[1]) dazu, anzunehmen, dass der Aether in den leitenden Körpern flüssig sei.

Einen andern Weg hat zuerst W. THOMSON[2]) eingeschlagen. Er denkt sich nämlich den Aether als einen Stoff, welcher absolut incompressibel ist und sich wie eine Flüssigkeit bewegt, der also einer Formänderung gar keinen Widerstand entgegensetzt, so dass er gar keine Elasticität besitzt. Dagegen soll er einer Rotation seiner Volumenelemente einen Widerstand entgegensetzen, der der Grösse der Verdrehung proportional ist. Diese Eigenschaft bezeichnet THOMSON als Quasirigidität, und den Aether selbst als quasirigid. Hat ein Aethertheilchen die Verschiebungen F, G, H, so sind die Drehungen, doppelt genommen:

$$a = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}$$
$$b = \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}$$
$$c = \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}.$$

Durch die Quasirigidität wirken dann im Volumenelement $d\tau$ die Drehungsmomente

$$\frac{a\,d\tau}{2\pi\mu}, \qquad \frac{b\,d\tau}{2\pi\mu}, \qquad \frac{c\,d\tau}{2\pi\mu}.$$

wo μ eine Constante ist.

Aus dieser Annahme ergeben sich die Grundgleichungen der MAXWELL'schen Theorie.

BOLTZMANN[3]) macht darauf aufmerksam, dass man die MAXWELL'schen Gleichungen erhält, wenn man, unter FGH elastische Verschiebungscomponenten verstanden, für die Energie des elastischen Aethers einen Ausdruck bekommt

$$L = \frac{K}{2}\left\{\left(\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right)^2\right\}, \tag{1}$$

während der Ausdruck für die elastische Energie des gewöhnlichen Aethers ist

$$\begin{aligned} L = K\Bigg[\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial G}{\partial z} + \frac{\partial H}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 \\ + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 + \vartheta\left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}\right)^2\Bigg]. \end{aligned} \tag{2}$$

Die Form 1 für die Energie erhält man nun thatsächlich, wenn man den quasirigiden Aether annimmt. Man erhält sie aber auch, wenn man $\vartheta = -1$ setzt. Nun kann aber für einen gewöhnlichen, elastischen Körper ϑ keinen negativen Werth haben. Der Werh $\vartheta = -1$ würde einem Aether entsprechen,

[1]) HELM, WIED. Ann. 14, pag. 149. 1881.

[2]) W. THOMSON, Math. and phys. papers III, pag. 436 ff. Art. 99, 100, 102.

[3]) BOLTZMAMM, WIED. Ann. 48, pag. 84. 1893.

den THOMSON als quasilabilen Aether bezeichnet hat, und der sehr eigenthümliche Eigenschaften hätte[1]).

Dabei ist aber andererseits vorausgesetzt, sowohl bei dem quasirigiden, wie bei dem quasililabilen Aether, dass er sich sonst wie eine incompressible Flüssigkeit bewegen kann, wobei er durch Körpermoleküle oder sonst auf eine Weise einen seiner Geschwindigkeit proportionalen Widerstand erfährt.

Ebenfalls von dem THOMSON'schen quasirigiden Körper ausgehend hat SOMMERFELD[2]) die elektromagnetischen Erscheinungen dadurch abgeleitet, dass er die Verschiebungen $F\,G\,H$ nicht der elektrischen Kraft, sondern der magnetischen Kraft proportional setzt. Ausserdem aber braucht er noch die Annahme, dass der Aether sich bewegt wie eine incompressible Flüssigkeit, welche Quasi-Viscosität besitzt; d. h. die gewöhnliche Strömung des Aethers findet ohne Reibung statt, dagegen setzt sich der Rotation eines Volumenelements eine reibende Kraft entgegen, welche der Drehungsgeschwindigkeit proportional ist.

In den Leitern bewegt sich danach der Aether wie eine quasiviskose Flüssigkeit, in den Nichtleitern wie ein quasirigider Körper. Die »elektrische Verschiebung« MAXWELL's entspricht bei dieser Theorie der Drehung eines Aethertheilchens, die Geschwindigkeit im Strom ist eine Winkelgeschwindigkeit. Insofern die Elektricität als eine Drehung angesehen wird, hat diese Theorie eine gewisse entfernte Aehnlichkeit mit derjenigen von HANKEL. Auf gewisse Schwierigkeiten dieser Annahme hat BOLTZMANN aufmerksam gemacht[3]). Er zeigt nämlich, dass bei dieser Darstellung eine gleichförmig elektrisirte Kugel unmöglich erscheine.

Aehnlich hat HELM[4]) die Gleichungen von MAXWELL, in der Form wie sie HERTZ gegeben hat[5]), auf die Bewegungsgleichungen eines den Raum stetig erfüllenden Mittels zurückgeführt, ohne dass jedoch die Bedeutung der einzelnen Grössen in seiner bisherigen Darstellung deutlich hervortritt. Der Aether verhält sich bei ihm wie ein elastischer fester Körper, bei dem aber in jedem Volumenelement noch eine besondere Kraft herrscht, und der sich in den Leitern wie eine Flüssigkeit mit reibungsartigen Kräften bewegt.

In sehr klarer Weise hat BOLTZMANN[6]) die verschiedenartigen, elastischen Theorien, zu denen auch die MAXWELL'sche gehört, übersichtlich klassificirt.

In dem irgendwie elastischen Aether möge in jedem Volumenelemente irgend eine, noch unbestimmte Bewegung möglich sein, deren Componenten F, G, H seien. Sie werde die tonische Bewegung genannt, weil F, G, H nach MAXWELL (s. o.) die Componenten des elektrotonischen Zustandes sind. Ihre Geschwindigkeiten seien:

$$P = \frac{dF}{dt}, \qquad Q = \frac{dQ}{dt}, \qquad R = \frac{dH}{dt}.$$

Die lebendige Kraft der tonischen Bewegung sei (pro Volumeneinheit)

$$T = \frac{K}{8\pi}(P^2 + Q^2 + R^2).$$

1) LOSCHMIDT, Ueber die Natur des Aethers, Wien 1862. Fortschritte der Physik 1862, pag. 68. — W. THOMSON, Math. and phys. papers. l. c.

2) SOMMERFELD, WIED. Ann. 46, pag. 139. 1892. — s. auch REIFF, Elektricität und Elasticität, Freiburg 1893.

3) BOLTZMANN, WIED. Ann. 48, pag. 95. 1893.

4) HELM, WIED. Ann. 47, pag. 743. 1892.

5) HERTZ, Ausbreitung der el. Kraft.

6) BOLTZMANN, Vorlesungen über die MAXWELL'sche Theorie II, erste Vorlesung.

Durch diese tonische Bewegung mögen aber innere (etwa elastische) Kräfte in dem Aether geweckt werden, deren Potential pro Volumeneinheit sei

$$V = \frac{1}{8\pi\mu}\left[\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right)\right]. \qquad \text{(I)}$$

K und μ sind zwei Constanten des Körpers

Ausserdem soll noch eine den Geschwindigkeiten proportionale Widerstandskraft in jedem Element herrschen, deren Componenten pro Volumeneinheit sind

$$-CP, \quad -CQ, \quad -CR,$$

wo C eine neue Constante ist.

An manchen Stellen sollen ausserdem noch besondere Kräfte herrschen (elektromotorische aller Art), deren Componenten pro Volumeneinheit seien

$$-CX, \quad -CY, \quad -CZ.$$

Die bei einer Verschiebung FGH im Zeitelement dt durch die beiden letzteren Arten von Kräften entwickelte Energie ist

$$C(P^2 + Q^2 + R^2) - C(XP + YQ + ZR).$$

Bei irgend einer Verschiebung FGH muss die Zunahme der lebendigen Kraft gleich der Abnahme der potentiellen Energie weniger der Arbeit der Widerstands- und sonstigen Kräfte sein. Daraus erhält man die Gleichungen

$$K\frac{dP}{dt} = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right)\right] - 4\pi C(P + X)$$

$$K\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right)\right] - 4\pi C(R + Y)$$

$$K\frac{dR}{dt} = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right)\right] - 4\pi C(R + Z).$$

Das sind aber die MAXWELL'schen Gleichungen.

Es kommt also hauptsächlich darauf an, wie die Verschiebungen FGH angenommen werden müssen, und welche Eigenschaft der Aether haben muss, damit dann die potentielle Energie den oben stehenden Werth I bekommt.

Nimmt man FGH (die dielektrischen Verschiebungen) als gewöhnliche Verschiebungen ξ, η, ζ, so ist $\frac{K}{4\pi}$ die Dichte des Aethers und der Aether müsste dann der quasirigide von THOMSON sein.

Nimmt man FGH als Drehungscomponenten an, so kommt man auf die SOMMERFELD'sche Hypothese, welche nur noch die Quasiviskosität braucht.

BOLTZMANN interpretirt die Gleichungen so, dass er in jedem Volumenelement einen Kern annimmt, dessen Drehung die Componenten FGH habe. Zwischen je zwei Kernen sollen ähnliche Frictionspartikelchen liegen, wie bei MAXWELL, die sich verschieben können. Durch ihre Verschiebung soll aber eine proportional entgegenwirkende Kraft geweckt werden. Dann hat die potentielle Energie den oben verlangten Werth. Es ist diese Hypothese in einer Hinsicht eine Umkehrung der MAXWELL'schen. Denn während bei MAXWELL die magnetischen Kräfte als Drehungsgeschwindigkeiten auftreten, treten hier die elektrischen als solche auf. MAXWELL hat in seiner Theorie ausführlich gezeigt, dass seine Annahme plausibler ist, weil der Magnetismus wohl den Charakter des rotatorischen hat, nicht aber der elektrische Strom.

Das Schlussresultat dieser Uebersicht über die Erklärungversuche der Elektricität ist ein unbefriedigendes. Obwohl bewiesen ist, dass es eine ganze Anzahl von mechanischen Systemen giebt, welche dieselben Eigenschaften aufweisen, wie ein elektromagnetisches System, sind alle bisherigen Versuche, wirklich ein derartiges System aufzustellen, das nicht bloss dieselben Eigenschaften hat, sondern auch anschaulich ist, misslungen. Nimmt man den Lichtäther als den Träger der elektrischen Erscheinungen allein an, so muss man ihm Eigenschaften zuschreiben, die einander nach unseren sonstigen Erfahrungen nahezu ausschliessen. Nimmt man, wie MAXWELL, noch Zwischenpartikel an, so kommt man wohl zu einer verständlichen Darstellung, aber man hat einen neuen Stoff, abgesehen vom Lichtäther, nothwendig und der Gewinn an Einsicht gegenüber der alten Fluidumstheorie ist dann ein illusorischer. GRAETZ.

Nachträge zu Bd. III, 2.

pag. 54: Magnete von der zweiten der unter 3) angeführten Formen werden, wenn es Elektromagnete sind, häufig RUHMKORFF'sche Elektromagnete genannt, auch im weiteren Texte dieses Bandes.

pag. 170, Anmerkung 1. Neuerdings auch GROTRIAN, WIED. Ann. 52, pag. 735. 1894.

pag. 180. Inzwischen ist eine systematische Darstellung der Lehre von den magnetischen Kreisen von H. DU BOIS (Berlin 1894) erschienen.

pag. 237, Z. 14. Die Arbeit von HEYDWEILLER ist inzwischen in ausführlicherer Darstellung erschienen: WIED. Ann. 52, pag. 264. 1894.

Bedauerlicherweise wurde bei Angabe der quantitativen Untersuchungen über die Drehung der Polarisationsebene eine Abhandlung von QUINCKE (WIED. Ann. 24, pag. 606; 1885) übersehen, aus der hier wenigstens einige Zahlen nachgetragen werden mögen:

Schwefelkohlenstoff	0·04409′	bei 21°
Wasser	0·01414′	„ 22°
Quarz senkrecht zur Axe	0·01805	bei 18—20°.
Alkohol	0·01124	
Aether	0·01119	
Methylalkohol	0·00989	

In Lösungen, z. B. von Eisenchlorid in Manganchlorür oder Wasser nimmt die specifische Drehung mit der Concentration enorm zu, während der Atommagnetismus von ihr unabhängig ist. In historischer Hinsicht ist noch zu bemerken, dass die QUINCKE'sche Arbeit nach denen von Lord RAYLEIGH und ARONS dagegen vor denen von KOEPSEL, DU BOIS, PERKINS und WACHSMUTH veröffentlicht worden ist.