Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Elektricität und Magnetismus

Winkelmann, Adolph August

Breslau, 1895

Elektrodynamik

urn:nbn:at:at-ubi:2-7862

Glimmlicht. Die wichtigsten neueren Arbeiten über das Verhalten der Kathodenstrahlen im besonderen rühren von CROOKES, GOLDSTEIN, HERTZ, E. WIEDEMANN und LENARD[1]) her. Es kann aber hier auf die in ihnen enthaltenen Einzelheiten nicht eingegangen und nur das allgemeine, wichtige Ergebniss hergehoben werden, dass die Ablenkung der Kathodenstrahlen durch den Magneten nicht eine Wirkung auf diese selbst ist (denn diese lenken umgekehrt Magnetnadeln nicht ab), sondern eine Wirkung auf das durchstrahlte Medium (HERTZ); und dieses Medium kann nur der Aether sein (LENARD).

In naher Beziehung zu den hier behandelten Erscheinungen steht auch die Einwirkung des Magneten auf elektrische Ringfiguren, über die man bei REITLINGER und WÄCHTER[2]) interessante Mittheilungen findet.

Zusammenhang mit dem HALL'schen und den verwandten Phänomenen. In einer sehr interessanten Mittheilung hat BOLTZMANN[3]) darauf hingewiesen, in wie naher Verwandtschaft der Einfluss des Magnetismus auf Entladungen in GEISLER'schen Röhren mit dem HALL'schen und den verwandten Phänomenen steht, und er hat durch einige einfache Versuche gezeigt, wie man die betreffenden Versuche geradezu auch in dem Medium, welches in den Röhren enthalten ist, anstellen kann. Eine der in Rede stehenden Erscheinungen ist übrigens schon lange bekannt, nämlich die Thatsache, dass der Magnetismus den Durchgang des Stromes durch GEISLER'sche Röhren erschwert, und BOLTZMANN hat durch einen Verzweigungsversuch gefunden, dass dabei unter Umständen eine Verzehnfachung des Widerstandes eintritt; das ist also das für Wismuth von RIGHI entdeckte Phänomen. BOLTZMANN hat dann ausser den primären Elektroden seitliche Secundärelektroden angebracht und auf diese Weise nicht nur den HALL-Effekt, sondern auch eine Reihe weiterer, ähnlicher Effekte erhalten.

F. AUERBACH.

Elektrodynamik.

A. Uebersicht der Grunderscheinungen.

Unmittelbar nach der Entdeckung der Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magneten durch OERSTED fand der französische Physiker AMPÈRE[4]) eine neue Eigenschaft des elektrischen Stromes. Er bewies durch Versuche, dass ein fester Stromleiter auf einen zweiten beweglichen Leiter eine verschiebende oder drehende Wirkung ausübt und bezeichnete dieselbe als »elektrodynamische«[5]), weil sie nur eintritt, wenn die Leiter von elektrischen

---

[1]) CROOKES, Trans. R. Soc. 1879, 2. — GOLDSTEIN, WIED. Ann. 11, pag. 832. 1880; 12, pag. 262. 1881; 15, pag. 253. 1881. — HERTZ, WIED. Ann. 19, pag. 782. 1883. — E. WIEDEMANN, WIED. Ann. 10, pag. 236. 1880; 20, pag. 791. 1883. LENARD, WIED. Ann. 52, pag. 1. 1894.

[2]) REITLINGER und WÄCHTER, WIED. Ann. 12, pag. 590. 1881.

[3]) BOLTZMANN, WIED. Ann. 31, pag. 789. 1887.

[4]) ANDRÉ MARIE AMPÉRE, GILBERT's Ann. 67, pag. 113—155; 225—257. 1821. — Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques, uniquement dé duite de l'expérience, dans lequel se trouvent réunis les mémoires que M. AMPÈRE a communiqués à l'Académie royale des Sciences dans les séances des 4 et 26 déc. 1820, 10. juin 1822, 22 déc. 1823, 12. sept. et 23. nov. 1825. — Mémoires de l'Académie T. 6. Année 1823. 1827.

[5]) C. NEUMANN hat die Benennung: »ponderomotorisch« vorgeschlagen, im Gegensatz zu der »elektromotorischen« Wirkung elektrischer Ströme (der Induction).

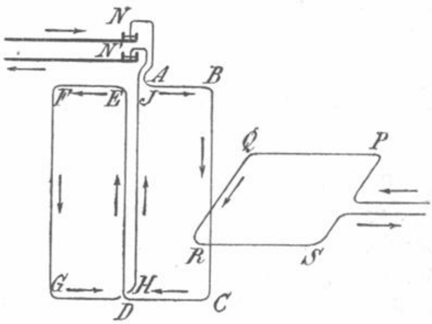
Strömen durchflossen werden, also wesentlich von der elektrostatischen Wirkung elektrisch geladener Leiter verschieden ist.

Wir geben zunächst eine kurze Uebersicht der einfachsten Fälle elektrodynamischer Wirkungen.

1) Geradlinige, parallele Stromleiter ziehen sich an oder stossen sich ab, je nachdem die Ströme in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung fliessen.

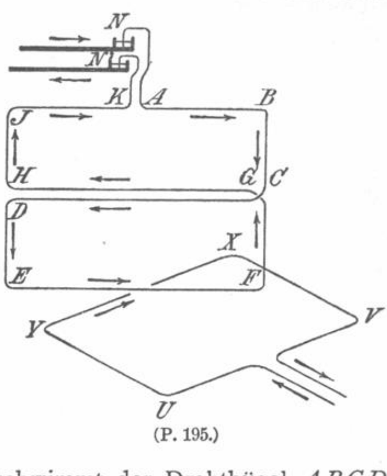
2) Dieselben ziehen sich auch dann an, wenn sie (im Sinne der Ströme gerechnet) einen spitzen Winkel mit einander bilden und stossen sich ab, wenn der Winkel ein stumpfer ist.

3) Kann sich der eine solcher »gekreuzten« Leiter in seiner Ebene drehen, so sucht er sich so einzustellen, dass beide Drähte parallel und in gleicher Richtung von den Strömen durchflossen werden.



(P. 194.)

Ampère bewies diese Thatsachen mit Hilfe der in den Fig. 194 und 195 dargestellten Apparate. Der bewegliche Theil derselben besteht aus einem doppelten Rechteck $ABCDEFGHI$. Dasselbe wird im Sinne der Buchstaben vom Strome durchflossen und hängt in zwei Quecksilbernäpfen N und N'. Da ein einzelnes, drehbar aufgehängtes und stromdurchflossenes Rechteck von magnetischen Kräften beeinflusst, insbesondere durch den Erdmagnetismus in eine bestimmte Lage gedreht wird, so benutzte Ampère die eben beschriebene Combination von zwei im entgegengesetzten Sinne umströmten Rechtecken, welche dem Einfluss des Erdmagnetismus entzogen sind.



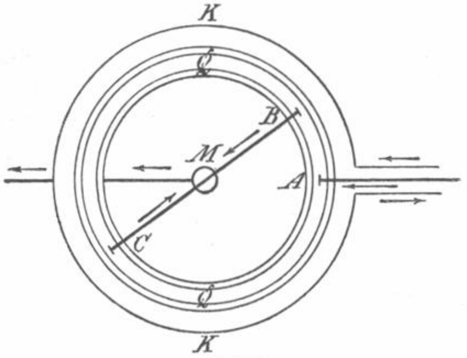
(P. 195.)

Wird das feste, ebenfalls von einem Strom durchflossene Rechteck $PQRS$ so aufgestellt, das QR und BC parallel sind, so findet Anziehung statt. Dieselbe erfolgt auch, wenn beide Drähte einen spitzen Winkel bilden. Liegt ferner (Fig. 195) das feste Rechteck $UVXY$ unter dem beweglichen, welches sich um die durch NN' gehende Axe drehen kann, so geschieht dies in der Weise, dass die Drähte EF und YX parallel werden.

4) In zwei neben einander liegenden Rinnen von Quecksilber Q und Q' (Fig. 196) schwimmt der Drahtbügel $ABCD$. Wird dieser Vorrichtung durch die Leiter L und L' ein elektrischer Strom zugeführt, so bewegt sich der Draht nach rechts. Ampère erklärte diese Erscheinung durch die abstossende Wirkung einer Strombahn (L) auf eine andere AB, wenn beide in derselben Geraden liegen. Richtiger ist es indess anzunehmen, dass die Bewegung erfolgt, weil die ganze Strombahn eine Wirkung auf den beweglichen Theil BC ausübt. Letztere steht dann senkrecht auf diesem Drahtstück.

(P. 196.)

5) Die elektrodynamischen Wirkungen können ferner ein Drahtstück in andauernde Rotation versetzen. Um dies zu zeigen, bedient man sich der folgenden Anordnung. Ein Kreisstrom K (Fig. 197) umgiebt eine kreisförmige, mit Quecksilber gefüllte Rinne Q. Derselben wird in A ein Strom zugeführt, welcher von dort in den Zweigen AB und AC weiterfliesst und dann über M zur Kette zurückkehrt. In M befindet sich eine vertikale Messingsäule, welche oben ein Quecksilbernäpfchen trägt. Dort schwebt auf einer Spitze das Drahtstück BC. Dieser bewegliche Theil des zweiten Stromkreises wird durch die elektrodynamische Wirkung des Stromes K in andauernde Rotation versetzt.

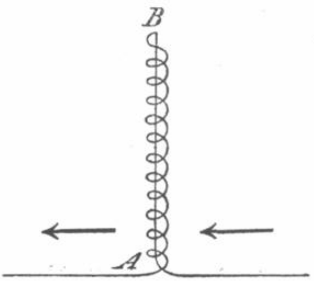


(P. 197.)

Bei allen diesen Versuchen zeigt sich, dass die elektrodynamische Wechselwirkung die entgegengesetzte Richtung annimmt, wenn einer der beiden Ströme umgekehrt wird. Es lässt sich daher annehmen, dass die elektrodynamischen Wirkungen den Intensitäten der beiden in Betracht kommenden Ströme proportional sind. Ausserdem hängen dieselben aber von der Gestalt und Lage der beiden Leitungen ab.

B. Das Ampère'sche Grundgesetz.

Um die Wirkung von Stromleitern auf einander, insbesondere von geschlossenen Strömen berechnen zu können, fasst Ampère dieselbe auf als herrührend von der Wirkung der sämmtlichen Stromelemente des einen Leiters auf diejenigen des anderen. Hiernach kam es darauf an, das Gesetz der Wirkung eines Elementes ds' der einen Strombahn auf ein Element ds des anderen festzustellen.

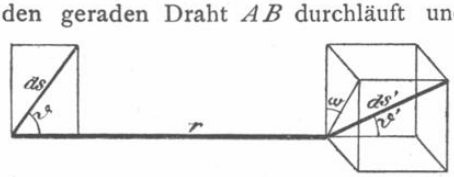


(P. 198.)

Zu dem Zweck wird zunächst experimentell der folgende, wichtige Satz bewiesen:

»Die Wirkung eines Elementes auf ein anderes kann stets ersetzt werden durch die Wirkungen der Projectionen des ersten Elementes auf drei zu einander rechtwinklige Richtungen auf das zweite Element.«

Der Beweis wird in der Weise geführt, dass ein Strom (Fig. 198) zunächst den geraden Draht AB durchläuft und dann dieselbe Strecke in Windungen zurückgeht. Ein solcher Leiter übt auf die beweglichen Rechtecke keine Wirkung aus.



(P. 199.)

In derselben Weise wie das eine Element kann selbstverständlich auch das andere in Componenten zerlegt werden. Die Gesammtwirkung des einen Elementes in Bezug auf das andere kann dann ersetzt werden durch die Wirkung aller Componenten des einen Elementes in Bezug auf alle Componenten des anderen. Wir nehmen die Zerlegung in der folgenden Weise vor. Die Ebene der Zeichnung (Fig. 199) sei die Ebene von ds und der Verbindungslinie r. Dann sind die Componenten des ersten Elementes: die »longitudinale«: $ds\cos\vartheta$ und die »transversale«: $ds\sin\vartheta$[1]). Der Winkel der Ebene ds', r mit ds, r sei ω, derjenige von ds' mit r: ϑ'. Dann hat ds' die drei Componenten:

$$ds' \cos\vartheta' \text{ (longitudinal)},$$
$$\left.\begin{matrix} ds' \sin\vartheta' \cos\omega, \\ ds' \sin\vartheta' \sin\omega, \end{matrix}\right\} \text{(transversal)}.$$

AMPÈRE macht nun folgende Annahmen:

a) Alle Einzelwirkungen folgen dem Grundsatz der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung;

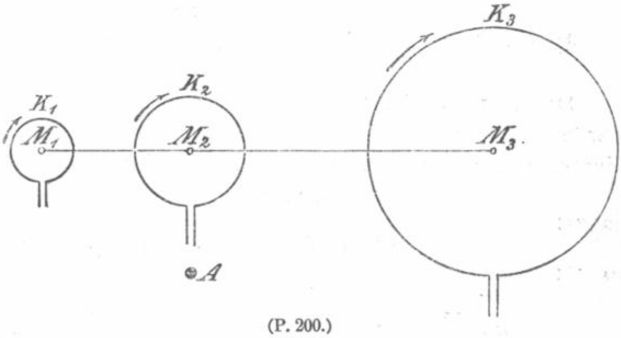
b) die Wirkungen sind der Länge der Elemente proportional;

c) dieselben sind einer Potenz der Entfernung umgekehrt proportional.

Dann sind vier von den 6 Einzelwirkungen Null. Die beiden anderen fallen in die Verbindungslinie. Ihre Summe ist:

$$-\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^n}(\sin\vartheta\sin\vartheta'\cos\omega + k\cos\vartheta\cos\vartheta'),$$

wo n und k zwei noch näher zu bestimmende Constanten sind, und die anziehende Kraft als negativ, die abstossende als positiv gerechnet wird. Um dieselben zu ermitteln, werden zwei weitere Versuche angestellt. Der erste lehrt, dass die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein bewegliches Stück einer zweiten Strombahn zu dieser eine senkrechte Richtung hat. Bei dem zweiten Versuch wirken zwei feste Stromkreise K_1 und K_3 (Fig. 200) auf einen horizontalen Kreis K_2, welcher sich um eine vertikale Axe A drehen kann. Alle drei Kreise werden von demselben Strom im gleichen Sinne durchlaufen. Dann wirken K_1 und K_3 abstossend auf K_2. Sind die Radien der drei Kreise so gewählt dass: $R_1 : R_2 : R_3 = 1:2:4$, ist ferner: $M_1M_2 = \frac{1}{2}M_2M_3$, so findet Gleichgewicht statt. Durch Rechnungen, welche wir hier übergehen müssen, folgt dann:



(F. 200.)

$$n = 2, \qquad k = -\tfrac{1}{2},$$

$$R = -\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\sin\vartheta\cdot\sin\vartheta'\cos\omega - \frac{1}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta'\right).$$

Bezeichnet man den Winkel, welchen die beiden Elemente bilden, mit ε, so ist: $\cos\varepsilon = \cos\vartheta\cos\vartheta' + \sin\vartheta\sin\vartheta'\cos\omega$. Hiernach lautet das AMPÈRE'sche Grundgesetz der Elektrodynamik:

$$R = +\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\frac{3}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta' - \cos\varepsilon\right). \tag{1}$$

Zwei Elemente stossen sich also ab oder ziehen sich an, je nachdem die Function der Winkel in der Klammer positiv oder negativ ist. Wir betrachten zunächst einige specielle Fälle.

---

[1]) Abgekürzte Bezeichnungen für: »in die Verbindungslinie fallend« und »senkrecht zu derselben«.

1) Beide Elemente sind longitudinal,

$$\vartheta = \vartheta' = \varepsilon = 0,$$

$$R = + \frac{ii'\,ds\,ds'}{2r^2}.$$

In derselben Geraden liegende Stromelemente müssten sich hiernach abstossen.

2) Beide Elemente sind transversal und parallel.

$$\vartheta = \vartheta' = \frac{\pi}{2}, \qquad \varepsilon = 0.$$

$$R = - \frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}.$$

Zwei derartige Elemente ziehen sich an. Wir bemerken hierzu noch, dass dem Grundgesetz, je nach der Wahl der Einheiten für die Stromstärke, ein constanter Faktor hinzugefügt werden müsste. Indem derselbe gleich 1 gesetzt wurde, ist die Einheit der Stromstärke nach elektrodynamischem Maass definirt, d. h. derjenige Strom ist gleich eins, welcher in der Einheit der Entfernung auf einen gleichen parallelen Stromleiter die Einheit der Kraftwirkung ausübt, wenn beide Leiter die Länge 1 haben.

3) Beide Elemente sind transversal und zu einander senkrecht:

$$R = 0.$$

4) Ein Element ist longitudinal, das andere transversal:

$$R = 0.$$

Das Ampère'sche Grundgesetz kann noch auf eine andere Form gebracht werden. Zu diesem Zweck geben wir zunächst einige Formeln. Sind die Coordinaten der Anfangspunkte von ds und ds':

$$x, y, z, \qquad \text{resp.} \qquad x', y', z',$$

daher:

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2,$$

so ist:

$$\frac{dr}{ds'} = \frac{(x' - x)}{r}\frac{dx'}{ds'} + \frac{(y' - y)}{r}\frac{dy'}{ds'} + \frac{(z' - z)}{r}\frac{dz'}{ds'} = \cos\vartheta',$$

$$\frac{dr}{ds} = - \cos\vartheta,$$

$$\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} + r\frac{d^2 r}{ds\,ds'} = - \left(\frac{dx}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\frac{dz'}{ds'}\right) = - \cos\varepsilon.$$

Also:

$$R = \frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(r\frac{d^2 r}{ds\,ds'} - \frac{1}{2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right). \tag{2}$$

Die rechtwinkligen Componenten von R nach den Axen sind:

$$X = R\frac{x' - x}{r}, \quad Y = R\frac{y' - y}{r}, \quad Z = R\frac{z' - z}{r}.$$

Bei Benutzung der Gleichung (2) kann man X auch in der folgenden Weise schreiben:

$$X = - \frac{ii'\,ds\,ds'}{2}\left[\frac{d^2\left(\frac{x' - x}{r}\right)}{ds\,ds'} + \cos\varepsilon\,\frac{x' - x}{r^3} + \frac{d\,\frac{1}{r}}{ds'}\frac{dx}{ds} - \frac{d\,\frac{1}{r}}{ds}\frac{dx'}{ds'}\right].$$

C. Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement.

Das Element ds' gehöre zu einem Leiter von endlicher Länge. Die Wirkung desselben auf ds erhält man, wenn man die Summen aller Componenten nach einer Axe bildet. Es ist also:

$$X_{s'} = \Sigma X.$$

Ist die Strombahn S' ein geschlossener Stromkreis, so ist die Integration übei denselben bei gleicher oberer und unterer Grenze auszuführen.

Dann fällt in dem Ausdruck für $X_{s'}$ das erste und dritte Glied fort und es ist:

$$X_{s'} = -\frac{ii'\,ds}{2}\int ds'\left(\cos\varepsilon\,\frac{x'-x}{r^3} - \frac{d\frac{1}{r}}{ds}\,\frac{dx'}{ds'}\right). \tag{3}$$

Die Ausdrücke für $Y_{s'}$ und $Z_{s'}$ ergeben sich durch cyclische Vertauschung. Eine zweite Form der Componenten erhält man, wenn man berücksichtigt, dass:

$$\cos\varepsilon = \frac{dx}{ds}\,\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\,\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\,\frac{dz'}{ds'},$$

$$\frac{d\frac{1}{r}}{ds} = \frac{x'-x}{r^3}\,\frac{dx}{ds} + \frac{y'-y}{r^3}\,\frac{dy}{ds} + \frac{z'-z}{r^3}\,\frac{dz}{ds}.$$

Setzt man:

$$\begin{aligned} A &= \int\frac{(y'-y)\,dz' - (z'-z)\,dy'}{r^3}, \\ B &= \int\frac{(z'-z)\,dx' - (x'-x)\,dz'}{r^3}, \\ C &= \int\frac{(x'-x)\,dy' - (y'-y)\,dx'}{r^3}, \end{aligned} \tag{4}$$

so ist:

$$\begin{aligned} X_{s'} &= \frac{ii'}{2}\,(dz\,B - dy\,C) \\ Y_{s'} &= \frac{ii'}{2}\,(dx\,C - dz\,A) \\ Z_{s'} &= \frac{ii'}{2}\,(dy\,A - dx\,B). \end{aligned} \tag{5}$$

Die Ausdrücke A, B, C heissen die Determinanten des geschlossenen Stromes S'. Sie haben eine einfache Bedeutung, indem sie die Componenten der Wirkung des Stromes S', durchflossen von der Einheit der Stromstärke, auf die magnetische Menge 1 im Punkt x, y, z darstellen.

Aus den Gleichungen (5) folgt, dass:

$$X_{s'}A + Y_{s'}B + Z_{s'}C = 0$$
$$X_{s'}dx + Y_{s'}dy + Z_{s'}dz = 0.$$

Die elektrodynamische Kraft ist also senkrecht:

a) zu der elektromagnetischen Kraft,

b) zu dem Stromelement ds.

Aus der Bedeutung von A, B, C folgt ferner, dass dieselben dargestellt werden können durch die Differentialquotienten des Potentials Q des geschlossenen Stromes in Bezug auf den Punkt x, y, z. Dasselbe ist identisch mit dem Potential einer magnetischen Doppelfläche oder Schale, wobei das Moment der Flächeneinheit $= 1$ ist. Wenn also:

$$Q = \int do'\,\frac{d\frac{1}{r}}{dn'} \tag{6}$$

gesetzt wird, so ist:

$$A = -\frac{\partial Q}{\partial x}, \quad B = -\frac{\partial Q}{\partial y}, \quad C = -\frac{\partial Q}{\partial z}, \tag{7}$$

$$
\begin{aligned}
X_{s'} &= \frac{ii'}{2}\left(\frac{\partial Q}{\partial z}\,dy - \frac{\partial Q}{\partial y}\,dz\right),\\
Y_{s'} &= \frac{ii'}{2}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\,dz - \frac{\partial Q}{\partial z}\,dx\right),\\
Z_{s'} &= \frac{ii'}{2}\left(\frac{\partial Q}{\partial y}\,dx - \frac{\partial Q}{\partial x}\,dy\right).
\end{aligned}
\tag{8}
$$

D. Wirkung zweier geschlossener Ströme auf einander.

Man erhält die Componenten derselben zunächst aus Gleichung (3), indem man über den geschlossenen Stromkreis S integrirt. Bezeichnet man in diesem Fall die Summe der x Componenten mit $X_{ss'}$, so ist:

$$X_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\iint ds\,ds'\cos\varepsilon\cdot\frac{x'-x}{r^3}. \tag{9}$$

Setzt man:

$$
\begin{aligned}
x &= a + \xi,\\
y &= b + \eta,\\
z &= c + \zeta,
\end{aligned}
$$

$$P = \iint\frac{ds\,ds'\cos\varepsilon}{r}, \tag{10}$$

so ist:

$$X_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\frac{\partial P}{\partial a},\quad Y_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\frac{\partial P}{\partial b},\quad Z_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\frac{\partial P}{\partial c}. \tag{11}$$

Die Function P ist das Potential der beiden Stromkreise in Bezug auf einander.

Die Componenten der Wirkung des Stromkreises S' auf S erhält man also, indem man den Stromkreis S um die Strecken da, db, dc parallel den Axen verschiebt, die entsprechenden Aenderungen von P berechnet und schliesslich die Ausdrücke $-\frac{\partial P}{\partial a}$ etc. bildet.

In gleicher Weise erhält man die Drehungsmomente von S' auf S in Bezug auf die Axen, indem man S um die Winkel $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$ um die Axen gedreht denkt, die jedesmaligen Aenderungen von P berechnet und die Ausdrücke:

$$-\frac{\partial P}{\partial\alpha},\quad -\frac{\partial P}{\partial\beta},\quad -\frac{\partial P}{\gamma}$$

bildet.

Geht man zur Berechnung von $X_{ss'}$ von den Gleichungen (5) aus und berechnet zunächst diese Componente durch Integration unter der Annahme eines sehr kleinen Stromkreises S, mit der Fläche f, so ist für diesen Fall:

$$X_{ss'} = -\frac{ii'}{2}f\frac{\partial}{\partial a}\int\frac{d^2\frac{1}{r}}{dn\,dn'}\,do',$$

wobei die Differentiation dn eine Veränderung in der Richtung der Normale von f bedeutet. Der Uebergang hiervon zu einem Stromkreis von endlicher Grösse erfolgt nach einer von AMPÈRE benutzten Methode, indem man durch den Stromkreis eine Fläche legt und diese durch ein Liniennetz in Elemente theilt. Jedes derselben denkt man sich in gleichem Sinne von der Stromeinheit umflossen. Alle Ströme im Innern der Fläche heben sich auf. Es bleibt nur der Grenzstrom übrig. Man kann hiernach die Wirkung auf letzteren durch die Wirkung auf alle einzelnen Stromflächenelemente ersetzen und erhält schliesslich:

$$X_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\frac{P'}{\partial a}, \text{ etc.} \tag{12}$$

wo:

$$P' = \iint do\, do' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{dn\, dn'}. \tag{13}$$

Hiernach sind die beiden Functionen P und P' einander gleich. Die zweite Form zeigt, dass man die elektrodynamische Wirkung eines Stromkreises in Bezug auf einen zweiten auch findet, wenn man beide Stromkreise mit magnetischen Doppelbelegungen versieht und die Wirkung der einen in Bezug auf die andere berechnet.

Die Berechnung von P lässt sich häufig in der zweiten Form leichter ausführen als in der ersten. Die grosse Wichtigkeit des Potentials der beiden Stromkreise auf einander wird noch besonders in dem Abschnitt »Induction« hervortreten.

E. Andere Grundgesetze.

Eine Prüfung der aus dem AMPÈRE'schen Grundgesetz folgenden Formeln für geschlossene Ströme wurde von W. WEBER[1]) vorgenommen. Derselbe beobachtete die Drehung einer bifilar aufgehängten Drahtrolle, welcher durch die beiden Drähte der Strom zugeführt wird, wenn eine zweite vertikale Drahtrolle in verschiedene Stellungen gegen die erste gebracht worden war.

Die Beobachtungen stimmten vollständig mit der Rechnung überein. Hiermit ist zwar der Beweis geliefert, dass das AMPÈRE'sche Gesetz für geschlossene Ströme zu richtigen Resultaten führt. Es ist aber damit noch nicht bewiesen, dass dasselbe nicht durch andere Grundgesetze geleistet werden kann. Schon die Function P kann analytisch auf andere Formen gebracht werden.

Berücksichtigt man, dass:

$$\cos\varepsilon = -\left(\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + r\frac{d^2 r}{ds\, ds'}\right),$$

so ist:

$$P = -\iint ds\, ds' \left(\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + \frac{d^2 r}{ds\, ds'}\right) = \iint \frac{ds\, ds'}{r} \cos\vartheta \cos\vartheta'.$$

Ferner hat H. GRASSMANN[2]) im Jahre 1845 eine wesentlich andere Form des Elementargesetzes aufgestellt, welches für geschlossene Ströme zu denselben Resultaten führt. Zu einem gewissen Abschluss ist diese Frage durch die Untersuchungen von STEFAN[3]) gekommen, welcher gezeigt hat, dass es eine unbegrenzte Zahl elektrodynamischer Elementargesetze geben kann.

Indem derselbe in der von AMPÈRE angegebenen Art die beiden Elemente ds und ds' durch ihre Componenten ersetzt, zeigt er, dass zwischen denselben im Allgemeinen vier Wirkungen möglich sind. Setzt man dieselben dem Produkt der Längen proportional, behält die von der Erfahrung bestätigte Function der Entfernung $\frac{1}{r^2}$ bei und fügt endlich unbestimmte Constanten hinzu, so ist:

1) die Wirkung der longitudinalen Componenten auf einander, in die Verbindungslinie fallend:

---

[1]) W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen I. Abh. d. Kgl. sächs. Gesellsch. 1846, pag. 211—378. — W. WEBER's Werke 3, pag. 27—80.

[2]) H. GRASSMANN, POGG. Ann. 64, pag. 1—18. 1845.

[3]) J. STEFAN, Wien. Ber. 59 (2), pag. 693—769. 1869. — Vergl. auch: MARGULES, Wien. Ber. 78 (2), pag. 779—789. 1878.

$$\frac{a i i'}{r^2} ds ds' \cos\vartheta \cos\vartheta'.$$

2) die Wirkung der transversalen Componente $ds \sin\vartheta$ auf die parallele, transversale Componente $ds' \sin\vartheta' \cos\omega$

$$\frac{b i i'}{r^2} ds ds' \sin\vartheta \sin\vartheta' \cos\omega,$$

ebenfalls in der Richtung der Verbindungslinie.

3) die Wirkung der transversalen Componente $ds \sin\vartheta$ auf die longitudinale $ds' \cos\vartheta'$, parallel zu $ds \sin\vartheta$:

$$\frac{c i i'}{r^2} ds ds' \sin\vartheta \cos\vartheta'.$$

4) die Wirkung der longitudinalen Componente $ds \cos\vartheta$ auf die transversale $ds' \sin\vartheta'$, in die Richtung der letzteren fallend:

$$\frac{d i i'}{r^2} ds ds' \cos\vartheta \sin\vartheta'.$$

Bildet man aus diesen vier Einzelwirkungen die x-Componente der Gesammtwirkung von ds auf ds', so ist:

$$\begin{aligned} X = i i' ds ds' \Bigg[& m \frac{d^2\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds\, ds'} + n \frac{d}{ds}\left(\frac{1}{r}\right) \frac{dx'}{ds'} \\ & + p \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'} \frac{dx}{ds} + q \frac{x'-x}{r^3} \cos\varepsilon \Bigg], \end{aligned} \tag{14}$$

wo:

$$\begin{aligned} m &= -\frac{a-b-c-d}{3}, \\ n &= \frac{a-b-c+2d}{3}, \\ p &= -\frac{a-b+2c-d}{3}, \\ q &= \frac{a+2b-c-d}{3}. \end{aligned} \tag{15}$$

Sind beide Stromkreise geschlossen, so fallen die drei ersten Glieder fort. Die verschiebenden Wirkungen der beiden Stromkreise auf einander lassen sich mit Hilfe des Potentials P berechnen. Sollen auch die Drehungsmomente durch die Differentialquotienten desselben Potentials nach den Drehungswinkeln ausgedrückt werden, so muss die Gleichung:

$$p = q$$

bestehen. Wird die elektrodynamische Stromeinheit benutzt, so muss ferner:

$$p = q = -\tfrac{1}{2},$$

sein, oder:

$$\begin{aligned} 2a + b + c - 2d &= 0. \\ a + 2b - c - d &= -\tfrac{3}{2}. \end{aligned} \tag{16}$$

Weitere Beziehungen zwischen den vier Constanten ergeben sich, wie STEFAN nachweist, weder aus Versuchen mit festen Strombahnen, noch aus den Wirkungen eines geschlossenen Stromes auf einen beweglichen Theil eines anderen Stromkreises oder auf einen beweglichen Theil des eigenen Stromkreises.

Hiernach giebt es also noch eine grosse Mannigfaltigkeit von zulässigen Ausdrücken für die Elementarwirkung von Stromelementen. Setzt man fest, dass das Princip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung gilt, so muss:

$$c = d$$

sein. Die einfachsten Lösungen der beiden Gleichungen:

$$2a + b - c = 0, \qquad a + 2b - 2c = -\tfrac{3}{2}$$

sind dann:

$$1)\quad a = \tfrac{1}{2}, \qquad b = -1, \qquad c = 0.$$

Dies ist das AMEÈRE'sche Grundgesetz.

$$2)\quad a = \tfrac{1}{2}, \qquad b = 0, \qquad c = 1.$$

Macht man von dem oben angezogenen Princip keinen Gebrauch, so erhält man die einfachsten Fälle, indem man zwei der vier Constanten verschwinden lässt.

$$3)\quad a = 0, \qquad b = 0, \qquad c = 1, \qquad d = \tfrac{1}{2},$$
$$4)\quad a = 0, \qquad c = 0, \qquad b = -\tfrac{1}{2}, \qquad d = -\tfrac{1}{2},$$
$$5)\quad a = 0, \qquad d = 0, \qquad b = -\tfrac{1}{2}, \qquad c = \tfrac{1}{2}.$$

Die letzte Annahme führt auf das GRASSMANN'sche Gesetz.

Von einem allgemeineren Standpunkt aus hat W. WEBER[1]) die Elektrodynamik behandelt, indem er die ponderomotorische Wirkung elektrischer Ströme auf die Wechselwirkung der positiven und negativen Elektricitätsmengen zurückführte, welche man sich nach der Theorie der beiden elektrischen Fluida in jedem Stromelement in entgegengesetzten Richtungen bewegt zu denken hat. Da das WEBER'sche Grundgesetz, ebenso wie ein später von R. CLAUSIUS[2]) angenommenes Gesetz gleichzeitig die Theorie der Induction zu geben bezweckt so verweisen wir auf die ausführliche Behandlung dieses Gegenstandes in dem Artikel: »Erklärungsversuche für elektrische Erscheinungen«.

F. Anwendungen der Elektrodynamik. Weitere Literatur.

Die elektrodynamischen Wirkungen werden zur Messung elektrischer Ströme benutzt. Die beiden in dieser Beziehung hauptsächlich in Betracht kommenden Apparate: das Elektrodynamometer und die elektrodynamische Waage sind bereits besprochen worden[3]). Auf die Messung alternirender Ströme mit Hilfe derselben wird im Artikel »Induction« eingegangen werden.

Die Ableitung des AMPÈRE'schen Grundgesetzes ist mehrfach in veränderter Form ausgeführt worden. Ebenso haben einzelne der Grundversuche eine andere Deutung erhalten als AMPÈRE denselben beilegte (besonders Nr. 4).

Wir erwähnen in dieser Beziehung die Untersuchungen von H. PELLAT[4]), ferner von A. BUGUET[5]), von M. IZARN[6]), H. LINSENBARTH[7]), P. DUHEM[8]).

Die Fundamentalversuche der Elektrodynamik sind in neuerer Zeit in mehrfach modificirter Form ausgeführt worden, da bei dem früher beschriebenen AMPÈRE'schen Gestelle eine starke Reibung zu überwinden ist und daher zum Gelingen der Versuche ziemlich starke Ströme gehören. Eine einfache Vor-

---

[1]) W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen I. 1846. — W. WEBER's Werke 3, pag. 132—211.

[2]) R. CLAUSIUS, CRELLE's J. 82, pag. 55—135. 1876; WIED. Ann. 1, pag. 14—38. 1877. — Vergl. auch H. GRASSMANN, CRELLE's J. 83, pag. 57—64. 1877.

[3]) Handbuch 3 (1), pag. 239—244.

[4]) H. PELLAT, J. de physique (2) 3, pag. 117—27. 1884.

[5]) A. BUGUET, J. de phys. (2) 2, pag. 462—463. 1884.

[6]) M. IZARN, Compt. rend. 98, pag. 143—144. 1884.

[7]) H LINSENBARTH, Dissertation, Halle a. S. 1884.

[8]) B. DUHEM, J. de phys. (2) 5, pag. 26—29. 1886.

richtung, diese Erscheinungen zu zeigen, hat C. MÜHLENBEIN[1]) angegeben, während A. OBERBECK[2]) ein Demonstrationselektrodynamometer construirt hat, mit dessen Hilfe die Anziehung und Abstossung von Stromleitern gezeigt werden kann.

A. OBERBECK.

Induction.

I. Entdeckung der Inductionserscheinungen. Empirische Gesetze derselben. Inductionsapparate.

A. Uebersicht der Grunderscheinungen.

Im Jahre 1831 entdeckte MICHAEL FARADAY eine neue Methode Elektricität zu erregen und veröffentlichte dieselbe in den beiden ersten Reihen seiner berühmten »Experimental researches in Electricity« (1831 und 1832)[3]).

Die für diese Gruppe von Erscheinungen von FARADAY gewählte Bezeichnung: »Induction« erklärt sich daraus, dass FARADAY diesen Ausdruck in sehr mannigfaltiger Weise für Wirkungen der Elektricität benutzt, und zwar sowohl für die Influenzwirkung der ruhenden Elektricität, als auch für die Magnetisirung des Eisens durch den elektrischen Strom und für die nicht lange zuvor von ARAGO (1824) entdeckten Wechselwirkungen zwischen Magneten und bewegten Leitern.

Nach Aufzählung dieser bekannten, wenn auch zum Theil noch nicht vollständig aufgeklärten Erscheinungen fügt FARADAY hinzu[4]): »Allein es war unwahrscheinlich, dass hiermit die Inductionswirkungen elektrischer Ströme erschöpft sein sollten, besonders deshalb, weil die bisher bekannten fast nur beim Eisen sich zeigen und somit eine unbegrenzte Anzahl von Körpern übrig blieb, auf welche, obwohl sie der Induction der Spannungselektricität zweifellos unterworfen sind, eine Inductionswirkung der strömenden Elektricität nicht nachgewiesen worden ist.«

Diese Erwägungen, sowie »die daraus geschöpfte Hoffnung, Elektricität durch gewöhnlichen Magnetismus hervorzurufen,« veranlassten ihn zur Anstellung verschiedener Versuche, die schliesslich zu dem vorgesteckten Ziel führten.

Wir beschreiben zunächst die Grundversuche FARADAY's.

1) Zwei lange, gut isolirte Drähte werden neben einander auf einen Holzcylinder gewickelt. Durch den einen Draht wird der Strom einer galvanischen Kette geleitet. Die Enden des zweiten Drahtes führen zu einem Galvanometer. FARADAY erwartete offenbar[5]), dass gleichzeitig auch ein Strom in dem benachbarten Draht fliessen würde. Einen andauernden Strom vermochte er allerdings nicht zu beobachten. Wohl aber zeigte das Galvanometer beim Schliessen des ersten Stromes einen Ausschlag, beim Oeffnen desselben einen solchen im entgegengesetzten

---

1) C. MÜHLENBEIN, Z. S. für phys. Unterricht 1, pag. 202—204. 1888.

2) A. OBERBECK, Z. S. für phys. Unterricht 5, pag. 284—285. 1892.

3) POGG. Ann. 25, pag. 91—141; 142—186. 1832; Deutsche Uebersetzung der Experimental researches von S. KALISCHER. Berlin. J. SPRINGER, Bd. I. 1889; Die folgenden Citate nach dieser Uebersetzung.

4) Exp. res. I. No. 2.

5) Vergl. auch J. TYNDALL: FARADAY und seine Entdeckungen. Deutsche Uebersetzung herausgegeben durch HELMHOLTZ, pag. 20—21. 1870.