

# Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

# Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Elektricität und Magnetismus

Winkelmann, Adolph August Breslau, 1895

Beziehungen des Magnetismus zu anderen Erscheinungen

urn:nbn:at:at-ubi:2-7862

die Differenz keinen, wohl aber auf das Verhältniss einen Einfluss hat. Nach König's Berechnung würde man hiernach für die beiden Susceptibilitäten des Kalkspaths in Luft

$$(x) = -1.25 \cdot 10^{-6}$$
  $(x') = -1.14 \cdot 10^{-6}$ 

erhalten. Für Quarz sind die Zahlen, weil noch wesentlich kleiner, auch noch beträchtlich unsicherer. König findet für zwei Kugeln 60·2 resp. 63·6, Stenger 43 bis 55 für  $(x'-x)\cdot 10^{10}$ .

Ueber das Verhalten des Bergkrystalls liegt auch eine Arbeit von Tumlirz¹) vor, deren Resultate zu eigenthümlich sind, um nicht noch der Bestätigung und event. anderer Erklärung zu bedürfen, die aber jedenfalls erwähnt zu werden verdienen. Als nämlich eine vorher als diamagnetisch erkannte Quarzplatte in das homogene Feld gebracht wurde, stellte sie sich mit der Hauptaxe unter 60° gegen die Feldrichtung ein, und bei Umkehrung des Stromes begab sie sich in dieselbe Einstellung nach der anderen Seite. Nach der Schlussfolgerung des Verfassers muss hiernach der Krystall eine dauernde Polarität erworben haben, und ein weiterer Versuch zeigte, dass diese Polarität nicht diamagnetischen, sondern paramagnetischen Charakters war. Hinsichtlich der weiteren Ausführungen muss auf die Abhandlung selbst verwiesen werden.

F. AUERBACH.

# Beziehungen des Magnetismus zu anderen Erscheinungen.

Uebersicht. Im Laufe der Zeit hat sich herausgestellt, dass es kaum eine Klasse physikalischer Erscheinungen giebt, zu welcher der Magnetismus nicht eine direkte oder indirekte Beziehung hätte. Eine der wenigen Ausnahmen hiervon bildet die Gravitation, deren Beziehungen zum Magnetismus nach den vielfachen Versuchen von FARADAY u. A. rein negativer Natur sind, wenigstens, wenn man davon absieht, dass die magnetischen Kräfte in vielen Fällen das Gewicht der Körper scheinbar modificiren, worauf doch z. B. die Anwendung aller Wägungsmethoden (s. ob.) beruht. Im Uebrigen sind Beziehungen des Magnetismus zur Elasticität, zu den Bewegungen, zum Schall, zur Wärme, zum Licht und zur statischen und dynamischen Elektricität aufgefunden worden, und zwar sowohl Einflüsse der in diesen Gebieten wirksamen Kräfte auf den Magnetismus, als auch umgekehrt des Magnetismus auf diese Erscheinungen, eine Wechselwirkung, die nicht nur im Grossen und Ganzen zur Illustrirung des Princips von der Erhaltung der Energie dient, sondern vielfach auch quantitativ erlaubt, den einen Einfluss theoretisch vorherzubestimmen, wenn der umgekehrte experimentell ermittelt worden ist. Die Erscheinungen, von denen hier die Rede sein wird, sind theils an sich ausserordentlich interessant, theils tragen sie zur Klärung der Anschauungen über den Magnetismus selbst wesentlich bei; sie sind demgemäss auch mit solchem Eifer und von so vielen Seiten bearbeitet worden, dass hier nur eine ganz kleine Auswahl des Wichtigsten gegeben werden kann. Dabei sollen die Beziehungen des Magnetismus zur Elektricität ausgeschlossen werden, weil diese in dem nächsten Artikel »Elektromagnetismus« gesonderte Darstellung finden werden.

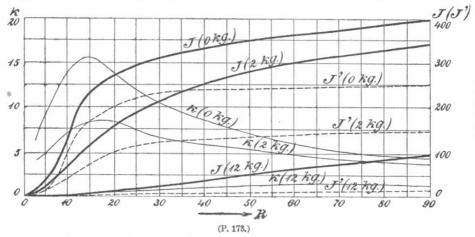
<sup>1)</sup> TUMLIRZ, WIED. Ann. 27, pag. 133. 1886.

#### I. Beziehungen zur Elasticität, Mechanik und Akustik.

a) Beziehung zum longitudinalen Zug und Druck.

Einfluss von Längsspannung auf den Magnetismus. Die Beobachtung, dass ein Eisenstab, wenn er im magnetischen Felde einem Längszuge unterworfen wird, seinen Magnetismus ändert, ist zuerst von Matteucci<sup>1</sup>) gemacht worden; später haben sich Wertheim<sup>2</sup>), Villari<sup>3</sup>), W. Thomson<sup>4</sup>), Tomlinson<sup>5</sup>), Ewing<sup>6</sup>) u. A. hiermit beschäftigt, und die Erscheinung wurde auch bei Nickel und Kobalt constatirt.

Im Nickel ist sie sogar verhältnissmässig am einfachsten, und es ist daher gut, mit ihm zu beginnen. Die Versuchsmethodik ist meist sehr einfach, der Apparat besteht aus der Magnetisirungsspirale, in welcher der Stab oder der Draht steckt, einer Inductionsspirale zur Messung des Magnetismus resp. seiner Aenderungen und einer Zug- resp. Druck-Vorrichtung. Beim Nickel wird der Magnetismus durch Längszug vermindert, und zwar desto mehr, je kräftiger der



Längszug ist. Dies gilt vom temporären Magnetismus ebenso wie vom remanenten, vom letzteren sogar quantitativ in noch höherem Grade; die Figur 173 zeigt dies besser als Zahlenreihen, und sie lässt auch erkennen, dass die Abweichung der Grösse x von der Constanz, also die Wölbung ihrer Curve nach eben, immer kleiner wird, und dass mit wachsender Belastung der Inflexionspunkt der Curve immer weiter nach rechts rückt, d. h. der Maximalwerth von x erst bei einer immer grösseren Kraft eintritt; man kann aus alledem schliessen, dass die Unterschiede des Magnetismus in stärkeren Feldern immer kleiner werden. Umgekehrt hat Längsdruck auf Nickel zur Folge, dass sich der Magnetismus steigert, das Maximum von x früher eintritt und das An- und Abschwellen von x stärker wird. Mit wachsender Feldstärke zeigt sich hier noch deutlicher, dass die Curven sich nähern, und es ist auch einleuchtend, dass im Zustande der Sättigung der

<sup>1)</sup> MATTEUCCI, Compt. rend. 1847; Ann. Chim. Phys. 53, pag. 416. 1858.

<sup>2)</sup> Wertheim, Compt. rend. 35, pag. 702. 1852; Ann. Chim. Phys. 50, pag. 385. 1857.

<sup>3)</sup> VILLARI, POGG. Ann. 126, pag. 87. 1868.

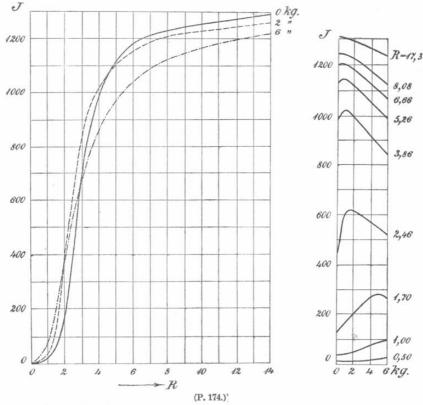
<sup>4)</sup> W. THOMSON, Proc. R. Soc. 23, pag. 445 u. 473. 1875; 27, pag. 439. 1878; Trans. R. Soc. 166 (2), pag. 693. 1877; Reprint II, pag. 332.

<sup>5)</sup> Tomlinson, Phil. Mag. (5) 29, pag. 394. 1890.

<sup>6)</sup> EWING, Trans. R. Soc. 1885 (2), pag. 523; bes. Cap. 3, 6, 7; Magn. Ind., pag. 182.

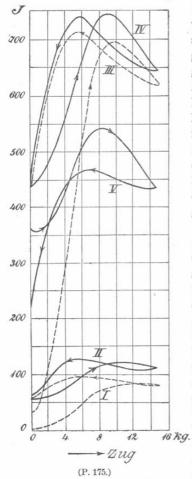
Magnetismus durch den Längsdruck überhaupt nicht mehr gesteigert werden kann. Die Curven für hohe Belastungen steigen steil an und biegen dann fast scharf in die horizontale Richtung um, der Sättigungszustand tritt also sehr plötzlich ein. Statt der bisher betrachteten Magnetisirungscurven für verschiedene Belastungen kann man sich durch eine kleine Aenderung des Beobachtungsverfahrens auch Curven verschaffen, welche den Magnetismus (Ordinate) als Function der Belastung (Abscisse) darstellen, und zwar für verschiedene Feldstärken; bei Zugbelastung fallen sie von links oben nach rechts unten, bei Druckbelastung steigen sie von links unten nach rechts oben.

Beim Eisen ist die Erscheinung verwickelter. Ob Längsdruck hier den Magnetismus steigert oder schwächt, hängt von der Stärke der ursprünglich vorhandenen Magnetisirung ab: schwache Magnetisirung wird gesteigert, starke ver-



ringert. Jedoch gilt dies nur für Zugbelastung bis zu einer gewissen Grenze; bei weitergetriebener Belastung wird auch schon schwacher Magnetismus geschwächt. Die obige Umkehrung der Erscheinung beim Uebergang von schwachen zu starken Magnetisirungen nennt man nach ihrem Entdecker: »VILLARI'sche Wirkung«, den Punkt, wo sie eintritt, VILLARI'schen kritischen Punkt. Die VILLARI'sche Wirkung hat zur Folge, dass die Magnetisirungscurven für verschiedene Zugbelastungen beim Eisen sich schneiden, wie die Fig. 174 zeigt; im untersten Theile liegt die Curve für die stärkste Belastung, weiterhin die für die mittlere, zuletzt die für den unbelasteten Draht zu oberst. In der rechten Hälfte der Figur ist das merkwürdige Verhalten noch anders veranschaulicht, nämlich durch die schon oben erwähnten Curven, welche, für verschiedene Feldstärken, die Magnetisirung als Function der Belastung darstellen; die unterste dieser

Curven, die der geringsten Feldstärke entspricht, steigt durchweg, die oberste fällt durchweg, die dazwischen liegenden steigen erst und fallen dann; für jede Feldstärke giebt es eine bestimmte Belastung, bei welcher der Magnetismus am grössten ist, und dieser kritische Belastungswerth rückt mit wachsender Feldstärke immer weiter abwärts. Wie sich der kritische Punkt mit der Belastung und ausserdem auch mit der Temperatur ändert, hat des näheren Tomlinson¹) ge-



zeigt. Auch der remanente Magnetismus wird, wenn die vorausgegangene temporäre Magnetisirung schwach war, durch Zug erhöht, dagegen vermindert, wenn sie stark war. Bei gehärtetem Eisen sind die Aenderungen des Magnetismus analog, aber wesentlich grösser. Die Curven in der rechten Hälfte der obigen Figur wurden übrigens nicht etwa erhalten, indem man im magnetischen Felde die Belastung erhöhte, sondern gerade wie die Curven der linken Hälfte, indem man nach der Belastung das Feld herstellte und wachsen liess; erstere wurden aus letzteren einfach umgerechnet.

Wenn man direkt Versuche der angedeuteten Art anstellt, erhält man zwar ähnliche Curven, wie die oben rechts sichtbaren, sie sind aber durch verschiedene Umstände complicirt. Erstens ruft nämlich eine erstmalige Belastung oder Entlastung im magnetischen Felde besondere Wirkungen hervor; dehnt man einen Stab, der sich in einem nicht zu starken Felde befindet, nach und nach, so steigt sein Magnetismus oft bis auf das vielfache seines ursprünglichen Werthes; aber dasselbe tritt auch dann ein, wenn man einen vorher auf Zug belasteten Draht im Felde nach und nach entlastet, auch hier wächst der Magnetismus; man hat es also hier nicht mit einer Wirkung zu thun, die mit der Ursache das Vorzeichen wechselt, sondern sich als symmetrische Function

jedes elastischen Eingriffs kennzeichnet. Erst wenn man den Draht mehrmals belastet und entlastethat, verliert sich diese besondere Erscheinung. Aber auch dann bleibt noch, und das ist der zweite der erwähnten Punkte, eine ziemlich kräftige magnetisch-elastische Hysteresis geltend, d. h. derselben Belastung entsprechenganz verschiedene Magnetismen, je nachdem man sich bei der cyklischen Belastung und Entlastung auf dem Hinwege oder Rückwege befindet. Man erhält in Folge dessen Hysteresis-Schleifen, aber diese sind nicht so einfach, wie die im Art. »Magnetische Induction« pag. 174 betrachteten; denn während die beiden Zweige der letzteren rein aufsteigend resp. absteigend sind, ist hier jeder Zweig aus einem auf- und einem absteigenden Zweige zusammengesetzt, die Curve schneidet sich also selbst. Die Figur 175 zeigt unten die Schleife I für einen

<sup>1)</sup> TOMLINSON, Phil. Mag. (5) 29, pag. 394; Lum. él. 37, pag. 40. 1890.

erstmaligen Belastungscyklus und II für einen späteren; oben entsprechend für ein stärkeres Feld III und IV; I und III sind ganz offene, II und IV nahezu geschlossene Curven; endlich ist V die Curve der Remanenz nach der grösseren Feldstärke. Man kann übrigens die Wirkung der Hysteresis fast vollständig aufheben, wenn man den Versuchskörper häufigen Erschütterungen aussetzt (vergl. hierzu auch w. u.). Die meisten der erwähnten Erscheinungen kehren sich bei Anwendung von Longitudinaldruck um.

Beim Kobalt existirt die VILLARI'sche Wirkung ebenfalls, wenigstens ist sie von Chree¹) für Druck nachgewiesen; nur ist sie hier umgekehrt, d. h. dieselbe wie die Zugwirkung beim Eisen: schwacher Magnetismus wird verstärkt, starker geschwächt, wobei der Uebergang etwa bei 120 Feldstärken stattfindet. Durch Zug scheint der Magnetismus allgemein geschwächt zu werden.

Beim Nickel scheint nach einer noch nicht vollständig publicirten Arbeit von Heydweiler<sup>2</sup>) die Villari'sche Wirkung auch zu existiren.

Bisher wurde der Einfluss untersucht, den Längszug oder Druck auf gleichzeitige Magnetisirung ausübt. Aber auch vorangegangene Längsdeformation übt einen solchen Einfluss aus, und zwar selbst dann, wenn sie rein temporären Charakters war, wenn sie sich also innerhalb der Elasticitätsgrenze hielt, und der betreffende Körper sich beim Beginn der Magnetisirung wieder in seinem scheinbar ursprünglichen Zustande befindet; allerdings scheinen diese Wirkungen nur bei hartem Material erheblich zu sein. Man kann diese Wirkungen aufheben, wenn man den vorübergehend deformirten Draht vor Beginn des Magnetisirungsprocesses entweder durch abnehmende Ströme wechselnder Richtung (pag. 180) behandelt, also so, als ob er magnetisch wäre und man ihn entmagnetisiren wollte, oder starken Erschütterungen aussetzt. Die folgenden Zahlen zeigen nach Ewing die Magnetisirung eines Eisendrahtes, der vor jeder Versuchsreihe mit 42 Kilo pro qmm belastet wurde; bei der ersten Reihe folgte hierauf unmittelbar die Magnetisirung, bei der zweiten wurde er erst noch »entmagnetisirt«, bei der dritten erst noch erschüttert. Die letzte Spalte giebt die Ueberschüsse der Zahlen unter I über den Durchschnitt der Zahlen in II und III an. Wie man sieht, ist die gedachte Nachwirkung eine für die Magnetisirung günstige, und zwar zeigt sie sich am stärksten für mittlere Magnetisirungen, für starke aber so gut wie gar nicht mehr.

R	I	II	III	δ	R	I	II	III	δ
0	0	0	0	0	8.62	176	149	150	27
1.15	8	5	5	3	11.50	230	212	214	17
2.01	19	11	10	8	17.25	321	314	314	7
2.87	40	19	17	22	23.00	394	390	388	5
4.31	73 -	44	35	34	33.12	472	472	471	0
5.75	110	78	70	36					

Sehr viel stärker, aber auch weit unmittelbarer verständlich ist die Nachwirkung dann, wenn die vorangegangene Beanspruchung die Elasticitätsgrenze überschritten hatte und die Deformation in Folge dessen eine bleibende geworden ist. Beruht doch hierauf eine der einfachsten Methoden zur Härtung von Drähten, und ist doch schon im vorigen Artikel gezeigt worden, wie ausserordentlich verschieden sich weiche und harte Eisenkörper dem Magnetismus gegenüber verhalten; wir brauchen daher hier nicht nochmals darauf zurückzukommen.

<sup>1)</sup> CHREE, Proc. R. Soc. 47, pag. 41. 1889; Trans. R. Soc. 1890 A, pag. 329.

<sup>2)</sup> HEYDWEILER, Sitz.-Ber. Würzb. phys.-med. Ges. 1893.

Längenänderung durch Magnetisirung. Wir betrachten nunmehr die umgekehrte Beziehung; wie die Längenänderung auf den Magnetismus, so hat auch die Magnetisirung auf die Länge der Körper einen Einfluss; die bezügliche Beobachtung ist zuerst von Joule 1) gemacht worden, und zwar in einer Weise, welche, ähnlich wie bei den entsprechenden Problemen der Elasticitätslehre, Bd. I., pag. 250, erkennen liess, wie sich gleichzeitig Querschnitt und Volumen verhalten. Der Eisenstab befand sich nämlich in einer mit Flüssigkeit gefüllten und in eine Capillare auslaufenden Röhre; da sich nun der Stab einerseits verlängert, andererseits aber der Stand der Flüssigkeit in der Capillare nicht ändert, muss man schliessen: die Magnetisirung bewirkt eine Längsdehnung des Stabes, aber zugleich eine Quercontraction, und beide stehen in einem derartigen Verhältniss zu einander, dass das Volumen des Stabes im Wesentlichen ungeändert bleibt. Später haben A. M. MAYER<sup>2</sup>), RIGHI<sup>3</sup>), WERTHEIM<sup>4</sup>), BEETZ<sup>5</sup>), BARRETT<sup>6</sup>), BIDWELL7) die Frage untersucht, und namentlich der Letztgenannte in umfassender Weise und unter Vermeidung aller Fehlerquellen. Unter diesen sind von besonderer Wichtigkeit elektromagnetische und thermische Einflüsse: die ersteren bestehen darin, dass die magnetisirende Spirale die Stabenden anzieht und ihn dadurch verkürzt oder verlängert, je nach dem Lageverhältniss zwischen Spirale und Stab und je nach der Befestigungsart des letzteren. Die thermische Wirkung besteht in der Erwärmung und daraus sich ergebenden Ausdehnung des Stabes. Erstere Wirkung kann man durch Anwendung von sehr langen Stäben oder noch besser von Ringen ausschliessen, letztere durch Umgebung des Eisenkörpers mit einer hölzernen Hülle und sehr kurze Dauer des Stromschlusses (Bruchtheile einer Sekunde) herabmindern; auch muss man alle seitlichen Asymmetrien vermeiden, da sonst Durchbiegung u. s. w. stattfindet, welche auch die Länge scheinbar verändern können. BIDWELL berechnete die Längenänderung eines Ringes aus der Aenderung seines grossen Durchmessers, und maass diesen mit Hilfe einer empfindlichen Hebelübertragung und Spiegelablesung; ähnlich verfährt er bei einem Stabe. Das Ergebniss ist sehr merkwürdig, und die Resultate von Right und Bidwell stehen z. Thl. im Widerspruche mit einander. RIGHI findet nämlich für verschiedene Stärken des magnetisirenden Stromes i folgende Verlängerungen dl:

i	12.5	16.5	19.5	21	26	31	
dl	4·5 34·7	7.5	10.5	12	17	22	
$i^2:l$	34.7	36.2	36.3	36.7	39.8	43.6	

Die letzte Reihe zeigt, dass die Verlängerung dem Quadrate der Stromstärke, also näherungsweise auch des Magnetismus proportional ist; die absoluten Feldstärken sind nicht angegeben, aber jedenfalls ziemlich mässige. Nach BIDWELL andererseits wird Eisen durch schwach magnetisirende Kräfte verlängert, und zwar anfangs proportional, allmählich schwächer und bei durchschnittlich etwa  $R=100\,$  tritt das Maximum der Länge ein, wobei die Verlängerung für

<sup>1)</sup> Joule, Phil. Mag. 30, pag. 76, 225. 1847.

<sup>2)</sup> A. M. Mayer, Phil. Mag. (4) 46, pag. 177. 1873.

<sup>3)</sup> Righi, Mem. di Bologna (4) 1, pag. 99. 1879.

<sup>4)</sup> Wertheim, Ann. Chim. Phys. (3) 23, pag. 302. 1848; Pagg. Ann 77, pag. 43.

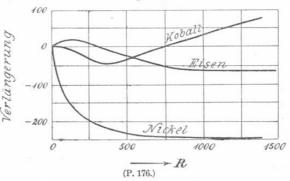
<sup>5)</sup> BEETZ, POGG. Ann. 128, pag. 193. 1866.

<sup>6)</sup> BARRETT, Phil. Mag. (4) 47, pag. 51. 1874; Nat. 26, pag. 515 u. 586. 1882.

<sup>7)</sup> Bidwell, Proc. R. Soc. 38, pag. 265. 1885; 40, pag. 109 u. 257. 1886; Trans. R. Soc. 1888, pag. 205; Proc. R. Soc. 47, pag. 469. 1890.

verschiedene Proben zwischen 0.0000025 und 0.0000050 der Länge schwankte. Dann tritt wieder Verkürzung ein, und zwar schliesslich uuter die ursprüngliche Länge herab, bis um etwa 0.0000070 ihres Werthes. Bei Stahl ist die Erscheinung ähnlich, aber schwächer. Bei Kobalt ist sie umgekehrt, schwache Felder bringen keine merkliche Wirkung hervor, dann tritt Verkürzung ein, diese wird bei einer

gewissen Feldstärke null, und bei stärkeren Kräften tritt Verlängerung ein. Bei Nickel endlich tritt von vornherein Verkürzung ein, die sich für mässige Feldstärken durch die Formel  $dl = -18 \cdot 10^{-8} R$  darstellen lässt und bei stärkeren Kräften einem Grenzwerthe, etwa  $0 \cdot 000025$  pro Längeneinheit, nähert (Fig. 176). Beim Nickel ist also auch



diese Wirkung — gerade wie die reciproke — am einfachsten und am kräftigsten. Es sei noch bemerkt, dass auch die Dicke der Stäbe einen Einfluss auf den Betrag der Verlängerung zu haben scheint; nach einigen Beobachtern ist er ein direkter, nach anderen ein inverser.

Wenn man die Drähte während der Versuche dehnt oder comprimirt, so wird dadurch die Wirkung beeinflusst; die neuesten Versuche auch hierüber rühren von Bidwell her. Beim Eisen hat Zug zur Folge, dass die anfängliche Verlängerung kleiner und die bei grösseren Kräften eintretende Verkürzung grösser wird, dass also die ganze Längencurve tiefer zu liegen kommt; bei sehr starken Zugbelastungen verschwindet sogar die Verlängerung ganz, es tritt sofort Verkürzung ein. Bei Nickel ist der Einfluss ein ziemlich verwickelter, bei Kobalt scheint er gar nicht vorhanden zu sein.

Bei Wismuth hat Bidwell eine Verlängerung, Tyndall, Grimaldi, van Aubel<sup>1</sup>) haben dagegen keine, wenigstens keine sichere gefunden.

Sehr mannigfaltig und complicirt sind die Erscheinungen, welche auftreten, wenn ein Stab oder Draht durch einen hindurchgeleiteten Strom circular und eventuell gleichzeitig auch noch longitudinal magnetisirt wird. Man vergleiche hierüber u. A. Versuche von RIGHI<sup>2</sup>), welcher findet, dass ein vom Strom durchflossener Eisendraht sich verkürzt, und dass diese Verkürzung grösser ist, wenn der Stab vorher longitudinal magnetisirt war — ein aus der Molekulartheorie des longitudinalen und circularen Magnetismus (pag. 56 u. w. u. im »Elektromagnetismus«) leicht verständliches Verhalten.

#### b) Beziehung zur Biegung.

Es genüge darauf hinzuweisen, dass einerseits von Wertheim ein Einfluss auf den Magnetismus, andererseits von Guillemin, Wertheim u. A. ein Einfluss der Magnetisirung auf einen gebogenen Stab constatirt worden ist. Es treten hierbei aber mancherlei Abweichungen auf, welche nicht erlauben, einfache Schlüsse zu ziehen<sup>3</sup>).

<sup>1)</sup> VAN AUBEL, Journ. de Phys. (3) 1, pag. 424. 1892.

<sup>2)</sup> RIGHI, a. a. O.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>) Wertheim, Compt. rend. 22, pag. 336. 1846; Ann. Chim. Phys. (3) 23, pag. 302, 1848. — Guillemin, Compt. rend. 22, pag. 264 u. 432. 1846.

#### c) Beziehung zur Torsion.

Diese Beziehungen, welche besonderes Interesse darbieten, sind von Matteucci <sup>1</sup>), Wertheim <sup>2</sup>), Wiedemann <sup>3</sup>), Becquerel, Sir W. Thomson <sup>4</sup>), Hughes <sup>5</sup>), Knott <sup>6</sup>), Chree, Ewing <sup>7</sup>), Zehnder <sup>8</sup>), Nagaoka <sup>9</sup>), Tomlinson <sup>10</sup>), Banti <sup>11</sup>), F. J. Smith <sup>12</sup>) u. A. erforscht worden; inbesondere hat G. Wiedemann die Erscheinungen nach den verschiedensten Richtungen hin verfolgt und auf diese Weise relative Uebersichtlichkeit in das Gewirr der Thatsachen gebracht. Hier kann nur das allerwichtigste angeführt werden. Die experimentellen Anordnungen sind so naheliegende, dass sie hier nicht ausführlich behandelt zu werden brauchen; es sei nur bemerkt, dass man die Stäbe oder Drähte longitudinal durch Spiralen oder (in der Inklinationsrichtung) durch den Erdmagnetismus, circular durch hindurchgeleitete Ströme magnetisirt und sie, wo dies erforderlich ist, vor den Versuchen glüht oder ablöscht.

Wirkung der Torsion auf den Magnetismus. der Dehnung muss man auch hier zwischen den ersten elastischen Eingriffen und den späteren unterscheiden. Wendet man zunächst nur schwache, im wesentlichen innerhalb der Elasticitätsgrenze bleibende Torsionen an, so findet man bei Eisen, dass die ersten Torsionen den Magnetismus erhöhen, die späteren aber vermindern, und zwar so stark, dass im cyklischen Zustande der tordirte Stab schwächer magnetisch ist, als der torsionsfreie. Die Erscheinung ist bei weichem Eisen am kräftigsten, bei hartem schwächer, bei Stahl am schwächsten; auch durch gleichzeitige Spannung wird die Wirkung herabgedrückt, wobei überdies neue Complikationen eintreten. Bei Nickel bewirkt die Torsion umgekehrt eine Erhöhung des Magnetismus, wenigstens in mässigen Feldern; in starken Feldern tritt eine Umkehrung der Erscheinung ein. Bei einem belasteten Nickeldrahte scheinen die Verhältnisse wesentlich andere zu sein; wenigstens ist sonst die Beobachtung ZEHNDER's unverständlich, dass man bei einem solchen durch mässige Torsion einen schwachen vorhandenen Magnetismus nicht nur schwächen, sondern sogar in den entgegengesetzten verwandeln kann. Wieder anders scheinen die Verhältnisse bei Kobalt zu liegen.

Auch bei der Einwirkung der Torsion auf den Magnetismus findet Hysteresis statt, d. h. die Curven des Magnetismus als Function der Torsion und der Detorsion sind gegeneinander verschoben, wovon Fig. 177 (a bezieht sich auf Eisen, b auf Nickel) ein anschauliches Bild giebt 13); zahlreiche derartige Curven

<sup>1)</sup> MATTEUCCI, Compt. rend. 24, pag. 301. 1847; Ann. Chim. Phys. (3) 53, pag. 385. 1858.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Wertheim, Compt. rend. 35, pag. 702. 1852; Ann. Chim. Phys. (3) 50, pag. 385. 1857.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>) WIEDEMANN, POGG. Ann. 103, pag. 563. 1858; 106, pag. 161. 1859; Verh. Bas. Nat. Ges. 2, pag. 169. 1860; Berl. Mon.-Ber. 1860; POGG. Ann. 117, pag. 195. 1862; WIED. Ann. 27, pag. 376. 1886; 37, pag. 610. 1889; Elektr. 3, pag. 671.

<sup>4)</sup> W. THOMSON, Proc. R. Soc. 27, pag. 439. 1878; Trans. R. Soc. 1878.

<sup>5)</sup> Hughes, Proc. R. Soc. 31, pag. 525. 1880; 32, pag. 25 u. 213. 1881.

<sup>6)</sup> KNOTT, Trans. R. Edinb. Soc. 35 (2), pag. 377. 1889; 36 (2) pag. 485. 1891.

<sup>7)</sup> EWING, vergl. Magn. Induction, pag. 211.

<sup>8)</sup> ZEHNDER, WIED. Ann. 41, pag. 210. 1890.

<sup>9)</sup> NAGAOKA, Journ. of the Coll. of Science Tokio 2, pag. 304. 1888; 3, pag. 189 u. 335. 1889; 4, pag. 323. 1891.

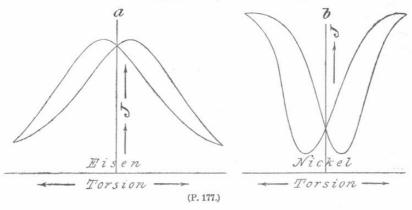
<sup>10)</sup> Tomlinson, Proc. R. Soc. 42, pag. 224. 1887.

<sup>11)</sup> BANTI, Mem. Ac. Linc. 1890 u. 1891.

<sup>12)</sup> J. F. SMITH, Phil. Mag. (5) 32, pag. 383. 1891.

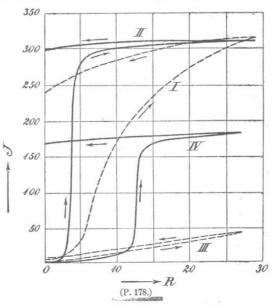
 $<sup>^{13}</sup>$ ) Die Grundlinien entsprechen nicht dem Werthe  $\mathcal{F}=0$ , sondern einem schon beträchtlichen Werthe von  $\mathcal{F}$ .

sind von Sir W. Thomson, Wiedemann, Nagaoka und Zehnder mitgetheilt worden. Durch gleichzeitige Zugbelastung gehen diese symmetrischen Curven in unsymmetrische und schliesslich sogar in einseitige Hysterisschleifen über, worüber man in Ewing's Buch (pag. 224 f.) zahlreiche Angaben und Abbildungen



findet. Von Nagaoka rühren auch die in Fig. 178 wiedergegebenen Magnetisirungscurven (Hin- und Rückweg) her, welche für einen langen, ausgeglühten Nickeldraht J als Function von R in gewöhnlichem Zustande (I), in tordirtem Zustande (3° für 1 cm, III), in gespanntem Zustande (10 kgr, III) und endlich

in tordirtem und gespanntem Zustande (IV) darstellt. findet darin die obigen Angaben über die Wirkung von Torsion und Spannung bestätigt, man sieht aber weiter, dass die Torsion noch eine ganz charakteristische Wirkung hat, nämlich die, dass die drei Stücke der Magnetisirungscurve, das schwach, das stark und das wieder schwach ansteigende, die im gewöhnlichen Zustande sanft in einander übergehen, hier scharf von einander getrennt sind. Auch erkennt man, dass der remanente Magnetismus im ungespannten Zustande, wo er ohnehin gross ist, durch die Torsion nur mässig, im ge-



spannten aber, wo er minimal ist, durch die Torsion kolossal gesteigert wird.

Wesentlich anders und noch compliciter ist die Wirkung der Torsion auf den permanenten Magnetismus. Sieht man von den Anfangserscheinungen ab und betrachtet gleich den stationären Zustand, so erhält man nach WIEDE-MANN dass merkwürdige Ergebniss, dass der Vorgang ein asymmetrischer ist und zwar nicht nur der Grösse, sondern auch dem Vorzeichen nach, d. h. dass Torsion nach der einen Seite vergrössernd, nach der anderen Seite verkleinernd wirkt; die der Fig. 177 entsprechenden Curven verlaufen also hier nicht an-

und absteigend, sondern nur entweder ansteigend oder absteigend, und zwar wieder bei Nickel umgekehrt wie bei Eisen.

Wenn man Stahlstäbe magnetisirt und dann mehr oder weniger wieder entmagnetisirt, so treten auch hier besondere Wirkungen auf, wie folgende auszüglich nach WIEDEMANN gegebene Tabelle zeigt, in der die erste Spalte den ursprünglichen, die zweite den nach der theilweisen Entmagnetisirung verbliebenen, die übrigen den Magnetismus nach Ausübung der darüber stehenden Torsion angeben.

M	m	10°	20°	40°	60°
205	174	154	137	118	109
185	71	74	73	66	64
190	51	57	60	58	57
180	37	42	46	47	46
180	1	2	14	22	_

Wie man sieht, wird nach geringer Entmagnetisirung der Magnetismus durch Torsion geschwächt, bei mittlerer durch kleine Torsion gesteigert, durch grössere wieder geschwächt, endlich nach fast vollständiger Entmagnetisirung durchweg gesteigert.

Bisher war von Torsionen innerhalb der Elasticitätsgrenze die Rede. Bei grösseren Torsionen, die zum Theil bleibenden Charakters sind, wird natürlich die Wirkung stärker, aber zugleich auch so verwickelt, dass hier nur auf die einschlagende Literatur (WERTHEIM und MATTEUCCI) verwiesen werden kann.

Die Wirkung der Torsion auf den Magnetismus zeigt sich auch, wenn letzterer nicht durch eine umgewickelte Spule, sondern durch einen den Stab selbst durchfliessenden Strom erzeugt wird, also vom circularen Typus ist. Hier ist diese Wirkung sogar besonders merkwürdig; Wiedemann hat nämlich nachgewiesen, dass, wenn man einen solchen Draht während oder nach dem Stromdurchgang tordirt, er magnetisch wird<sup>1</sup>). Das will besagen: Der Draht, der bisher nach aussen hin nicht magnetisch war, ist es durch die Torsion geworden; mit andern Worten: Der Magnetismus hat sich aus rein circularem theilweise in longitudinalen verwandelt. Dabei erhält der Draht an der Eintrittsstelle des Stromes einen Südpol, wenn er schraubenrechts gedreht wird und umgekehrt. Bei Nickel ist die entstehende Magnetisirung jedesmal die entgegengesetzte.

Nach der Molekulartheorie ist es leicht zu übersehen, dass die Torsion den Typus des vorhandenen Magnetismus umgestalten muss, indem sie eine vorhandene longitudinale zum Theil in circulare, eine vorhandene circulare zum Theil in longitudinale, beide also, wenn man die Resultante betrachtet, in eine »schraubenförmige Magnetisirung« verwandelt. Sir W. Thomson²) einerseits und Wiedemann³) andererseits haben dies des Näheren erläutert. Dabei zeigt sich einmal — man vergleiche insbesondere die Betrachtungen von Maxwell⁴) und Chrystall⁵) — der Zusammenhang des Torsionseinflusses mit dem Einflusse einer Beanspruchung auf Zug und Druck (aus denen sich die Torsion zusammensetzen lässt) und sodann auch der Zusammenhang mit einer im Art. »Magnetische

<sup>1)</sup> G. WIEDEMANN, Berl. Mon.-Ber. 1860.

<sup>2)</sup> W. THOMSON. Proc. R. Soc. 17, pag. 442. 1878.

<sup>3)</sup> G. WIEDEMANN, a. a. O.; bes. WIED. Ann. 27, pag. 376.

<sup>4)</sup> MAXWELL, El. u. Mag. 2, pag. 109.

<sup>5)</sup> CHRYSTALL, Encycl. Metr. 15, pag. 270.

Induction erwähnten Erscheinung, wonach Magnetisirung in einer bestimmten Richtung den Magnetismus in der darauf senkrechten Richtung beeinflusst. Den Zustand, in welchem ein Stab in Folge von Scherung oder Torsion (Zug in einer Richtung, Druck senkrecht dazu) verschiedene Susceptibilitäten in verschiedenen Richtungen hat, nennt W. Thomson magnetische Aeolotropie; sie spielt bei manchen der hier vorkommenden Erscheinungen eine nicht unwichtige Rolle; es muss aber G. Wiedemann Recht gegeben werden, wenn er die Torsion als solche für die primäre, die Aeolotropie der Regel nach für nur eine secundäre Ursache erklärt. Wenn übrigens die Torsionswirkung auf die Wirkung von Zug und Druck zurückführbar ist, so müsste sich auch hier die Villarische Umkehr-Erscheinung zeigen; dass dies nicht der Fall ist, erklärt sich wahrscheinlich daraus, dass die Richtung, in welcher bei der Torsion Zug stattfindet, eine schiefe (diagonale) Richtung ist, in dieser Richtung aber die Magnetisirung unterhalb des kritischen Punktes von Villari bleibt, auch wenn die Magnetisirung sehr weit getrieben wird.

Wirkung des Magnetismus auf die Torsion. Wie der Magnetismus durch Torsion, so wird auch die Torsion durch Magnetisirung geändert, und zwar wird sie im Allgemeinen verringert, desto stärker, je stärker die Magnetisirung ist, jedoch nur bis zu einem gewissen Maximum; bei Stahl ist die Abnahme kleiner als bei Eisen; gleichzeitige Spannung scheint keinen Einfluss auf die Grösse der Detorsion auszuüben. Entgegengesetzte Magnetisirungen wirken wiederum zu Anfang in gleichem Sinne, später aber cyklisch. Auch permanente Torsion wird durch Magnetismus vermindert; nur wenn sie sehr klein ist, tritt für starke Felder bei Nickel wieder von neuem Torsion auf, derart, dass ihr Endwerth unter Umständen den ursprünglichen übertreffen kann. Bei vorheriger Torsion und theilweiser Detorsion treten auch hier wiederum eigenthümliche Erscheinungen auf, wie oben bei vorhergehender Magnetisirung und theilweiser Entmagnetisirung.

Der interessanteste Specialfall ist auch hier derjenige, in welchem von vorn herein überhaupt keine Torsion vorhanden ist. Eine einfache Längsmagnetisirung hat dann keine Wirkung, ebenso wenig eine Cirkularmagnetisirung; magnetisirt man aber einen Draht durch eine umgebende Spirale longitudinal und durch einen hindurchgeschickten Strom cirkular, so erhält er eine Torsion, deren Richtung dadurch bestimmt ist, dass, wenn der Nordpol und der Eintritt des Stromes am oberen Ende des Drahtes liegen, von hier gesehen, die Torsion des anderen Endes im Uhrzeigersinne erfolgt, und dass sie sich umkehrt, wenn eine der beiden Magnetisirungen, dagegen dieselbe bleibt, wenn beide umgekehrt werden 1). Man sieht auch hier sofort ein, dass durch die Uebereinanderlagerung beider Magnetisirungen Schiefstellung der Molekularmagnete und schraubenförmige Magnetisirung erzeugt wird; man kann sich daraufhin wenigstens in grossen Zügen vorstellen, wie durch diese Drehung der Molekeln sowie in zweiter Linie in Folge der Verlängerung in der Schraubenrichtung, Verkürzung in der darauf senkrechten Richtung Torsion entstehen muss. Auch hier hat sich gezeigt, dass bei Nickel eine entgegengesetzte Torsion hervorgerufen wird wie beim Eisen<sup>2</sup>). Man kann also ganz allgemein auf eine entgegengesetzte molekularmagnetische Struktur bei Eisen und Nickel schliessen.

Dass durch Längsmagnetisirung eines gedrillten oder durch Drillung eines

<sup>1)</sup> WIEDEMANN, a. a. O. — VILLARI, POGG. Ann. 137, pag. 569. 1869.

<sup>2)</sup> KNOTT, Proc. R. Soc. Edinb. 1882, pag. 225.

längsmagnetisirten Drahtes eine circulare Componente des Magnetismus erzeugt wird, lässt sich direkt durch den Inductionsstrom nachweisen, den man erhält, wenn man die Enden des Drahtes mit einem Galvanometer verbindet; und zwar fliesst der Strom, wenn der Draht im Sinne einer rechtsgängigen Schraube tordirt wird, beim Eisen vom Nordpol zum Südpol, beim Nickel vom Südpol zum Nordpol; diese Erscheinung hat für Eisen MATTEUCCI<sup>1</sup>), für Nickel ZEHNDER<sup>2</sup>) und NAGAOKA<sup>3</sup>) unabhängig von einander nachgewiesen, man kann solche Ströme Torsionsströme nennen. Sehr nahe verwandt sind ihnen die von Braun4) entdeckten Deformationsströme, die beim Ausziehen einer Nickelspule entstehen, und für die, da ein Zusammenhang mit magnetischen Zuständen anscheinend nicht vorhanden war, Braun begreiflicher Weise nach anderen Erklärungen suchte; indessen hat sich doch herausgestellt (und Braun hat selbst Beweise dafür erbracht), dass die Ströme durch die theilweise Umwandlung im Circularmagnetismus verursacht sind, welche der vom Nickeldraht bei der Bearbeitung erworbene Längsmagnetismus beim Strecken der Spule erfährt. Im Uebrigen gehört die Verfolgung dieser Ströme, die Inductionsströme besonderer Art sind, nicht hierher<sup>5</sup>).

#### d) Beziehung zum Volumen.

Es ist schon oben erwähnt worden, dass ein Draht bei der Magnetisirung zwar eine Längenänderung erfährt, dass dieser aber eine Querschnittänderung von umgekehrtem Vorzeichen und derartigem Betrage entspricht, dass das Volumen ungeändert bleibt.

Knott<sup>6</sup>) hat allerdings bei Eisenröhren die Volumenänderung des inneren Hohlraumes untersucht und eine Verkleinerung gefunden; dieser Fall liegt aber doch etwas anders als der eines Stabes. Andererseits hat Cantone (s. w. u.) bei einem Ellipsoide Constanz des Volumens gefunden. Wenn sich also die Joule'schen und Cantone'schen Ergebnisse bestätigen, so ergiebt sich ein charakteristischer Unterschied zwischen der Verlängerung des Eisens durch Magnetisirung und durch Spannung, insofern letztere eine Vergrösserung des Volumens zur Folge hat, erstere hingegen nicht (vergl. w. u.). Für Nickel liegen hingegen gut übereinstimmende Angaben von Barrett<sup>7</sup>) und Cantone (s. w. u.) vor, wonach sich das Volumen bei der Magnetisirung um 0·0000001 seines Werthes in runder Zahl vermindert. Aber auch diese Aenderung ist im Vergleich zur Aenderung der Lineardimensionen sehr klein, sodass auch für Nickel das Verhältniss der Querdehnung zur Längskürzung nicht erheblich von ½ abweicht (s. w. u.). Bei Röhren hat Knott<sup>8</sup>) für schwache Kräfte Verkleinerung, für starke Vergrösserung des Hohlraumes gefunden.

Umgekehrt hat Wassmuth<sup>9</sup>) den Einfluss kubischer Compression auf den

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) MATTEUCCI, Ann. Chim. Phys. (3) 53, pag. 385. 1858. — S. auch G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 129, pag. 616. 1867.

<sup>2)</sup> ZEHNDER, WIED. Ann. 38, pag. 68. 1889.

<sup>3)</sup> NAGAOKA, Phil. Mag. (5) 29, pag. 123. 1890.

<sup>4)</sup> Braun, Wied. Ann. 37, pag. 97 u. 107. 1889; 38, pag. 53. 1889; 39, pag. 159. 1890; vergl. hierzu Zehnder, Wied. Ann. 38, pag. 68 u. 496. 1889.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>) Ueber den Zusammenhang zwischen Torsions- und Deformationsströmen vergl. auch CAMPETTI, Atti di Torino 26, pag. 553. 1891.

<sup>6)</sup> KNOTT, Proc. R. Edinb. Soc. 18, pag. 315. 1891.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>) BARRETT, Nat. 26, pag. 585. 1882.

<sup>8)</sup> KNOTT, a. a. O.

<sup>9)</sup> WASSMUTH, Wien. Ber. 86, pag. 539. 1882.

Magnetismus geprüft, indem er den betreffenden Stab in einem einerseits zu einer Capillarröhre ausgezogenen und überall geschlossenen Gefässe durch Erhitzung des Quecksilbers comprimirte, den Stab durch eine Spirale magnetisirte und den Magnetismus mittelst einer Tangentenbussole maass. Es zeigte sich, dass die in der oberen Reihe verzeichneten, ursprünglichen Magnetismen (relative Zahlen) durch einen Druck von 10 Atmosphären sich in die darunter befindlichen verwandelten:

$m_0$	1.8	6.5	43.7	96.3	150.6	181.8
m	1	5.1	45	98	152.2	183.5

Schwache Magnetisirungen werden also durch den allseitigen Druck geschwächt, starke dagegen erhöht. Die Wirkung ist mit Rücksicht auf die doch schon sehr gewaltige Drucksteigerung nicht beträchtlich, sie ist aber von Interesse wegen ihres Zusammenhanges mit der mechanischen Wärmetheorie, worüber man bei Wassmuth nähere Entwickelungen findet.

#### e) Magnetostriction.

Allgemeine Theorie und Beobachtungen über Druckwirkung und Formänderung bei magnetisirten Körpern.

Unter Magnetostriction versteht man die mechanischen Zustände und Vorgänge in Körpern, die sich im magnetischen Felde befinden; die Erscheinung ist ganz analog der im Bd. III (1) pag. 98 behandelten Elektrostriction, und es kann daher für die Grundlagen auf das dort Gesagte verwiesen werden. Die Erscheinung hat erstens an sich ein grosses theoretisches und experimentelles Interesse, letzteres auch im Hinblick auf die unter a) bis d) erwähnten Thatsachen; zweitens ist sie neuerdings besonders im Hinblick auf die Faraday-Maxwell'sche Theorie der elektrischen und magnetischen Erscheinungen, die ja auf den mechanischen Spannungszuständen der betreffenden Medien beruht, mit grossem Eifer behandelt worden. Welche Bewandtniss es mit diesem Zusammenhange und mit der angeblichen Stütze habe, welche die Erscheinungen der Striction jener Theorie gewähren sollen, darüber sei auf die Ausführungen von Pockels¹) verwiesen; hier wird die Erscheinung nur als solche dargestellt werden.

Im theoretischen Kapitel des Art. »Magnetismus der verschiedenen Körper« ist schon von der Energie im magnetischen Felde im Anschlusse an die Abhandlung W. Thomson's die Rede gewesen; allgemeiner ist die Theorie der Striction besonders von v. Helmholtz<sup>2</sup>), Boltzmann<sup>3</sup>), Kirchhoff<sup>4</sup>), Stefan, Lorberg<sup>5</sup>), Adler<sup>6</sup>), Cantone<sup>7</sup>) und Duhem<sup>8</sup>) behandelt worden. Da es hier unmöglich ist, auf alle diese Darstellungen, die übrigens im Wesentlichen von gleichem Charakter sind, einzugehen, erscheint es angezeigt, die Kirchhoff'sche

<sup>1)</sup> POCKELS, Arch. Math. Phys. (2) 12, pag. 57. 1892.

<sup>2)</sup> v. Helmholtz, Berl. Mon.-Ber. 1881; Wied. Ann. 13, pag. 385. Wiss Abh. 1, pag. 810.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>) BOLTZMANN, Wien. Ber. 80 (2). 1879; 82 (2), pag. 826 u. 1157. 1880. — Vergl. hierzu die Bemerkungen von Kirchhoff, Wied. Ann. 24, pag. 70. 1885.

<sup>4)</sup> KIRCHHOFF, WIED. Ann. 24, pag. 52. 1885; 25, pag. 601. 1885.

<sup>5)</sup> LORBERG, WIED. Ann. 21, pag. 300. 1884.

<sup>6)</sup> ADLER, Wien. Ber. 100 (2), pag. 477; 101 (2), pag. 1537. 1892. — Vergl. auch Wied. Ann. 28, pag. 509. 1886.

<sup>7)</sup> CANTONE, Mem. Acc. Linc. 6. 1890.

<sup>8)</sup> Duhem, Compt. rend. 112, pag. 157. 1891; Leçons s. l'Electr. Paris 1892.

Theorie zu skizziren, da diese, wie am Schlusse sich herausstellen wird, am allgemeinsten ist und die meisten übrigen als Specialfälle in sich enthält.

Kirchhoff'sche Theorie. Wenn eine Eisenkugel die unendlich kleinen Dilatationen  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$  erfahren hat, so kann man die Componenten der Magnetisirung, die sie durch eine äussere magnetische Kraft von den Componenten  $L_1 L_2 L_3$  in den Richtungen  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$  erfährt, setzen:

$$\begin{split} A &= [\not p - \not p'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \not p''\lambda_1]L_1 \\ B &= [\not p - \not p'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \not p''\lambda_2]L_2 \\ C &= [\not p - \not p'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \not p''\lambda_3]L_3 \end{split}$$

Man kann sie aber, statt durch die Componenten der äusseren Kraft, auch durch die Componenten der wahren Kraft, also, wenn  $\varphi$  das Gesammtpotential (pag. 142) ist, durch dessen Differentialquotienten nach den Richtungen  $\lambda$  ausdrücken, indem man statt der Constanten pp'p'' mit Hilfe von Gleichungen von der Form der Gleichung (7) auf pag. 142 die Constanten  $\chi\chi'\chi''$  einführt, deren erste die Susceptibilität in normalem Zustande ist, während die beiden letzten der Aenderung der Magnetisirungszahl durch die Deformation Rechnung tragen; handelt es sich lediglich um Ermittelung der auf den Körper als starres Ganze wirkenden Verschiebungskräfte, so kommen diese letzteren natürlich nicht in Betracht. Man erhält nunmehr:

$$\begin{split} &-A = \left[\mathbf{x} - \mathbf{x}'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \mathbf{x}''\lambda_1\right] \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_1} \\ &-B = \left[\mathbf{x} - \mathbf{x}'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \mathbf{x}''\lambda_2\right] \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_2} \\ &-C = \left[\mathbf{x} - \mathbf{x}'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \mathbf{x}''\lambda_3\right] \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_3} \,. \end{split}$$

Mit Hilfe dieser Ausdrücke kann man nun die Energie des aus einem beliebigen Eisenkörper und beliebigen Feldmagneten bestehenden Systems ableiten, und aus diesem dann die auf das Eisen wirkenden magnetischen Kraftcomponenten  $\mathfrak{V} \mathfrak{X}$  in der bekannten Weise. Die betreffenden Formeln werden natürlich sehr complicirt; sie vereinfachen sich aber bedeutend, wenn die Grössen  $\mathbf{x} \mathbf{x}' \mathbf{x}''$  als im Eisenkörper constant angesehen werden; man erhält alsdann für ein beliebiges Coordinatensystem xyz:

$$\begin{split} & \mathcal{X} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{x}' + \frac{\mathbf{x}''}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] \\ & \mathcal{Y} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{x}' + \frac{\mathbf{x}''}{2} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] \\ & \mathcal{Y} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{x}' + \frac{\mathbf{x}''}{2} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right]. \end{split}$$

Zu diesen Kräften, welche auf das Innere des Eisens wirken, kommen nun noch Oberflächenkräfte hinzu, zu deren Ermittelung die Grenzbedingungen (vergl. Gleichung (18b), pag. 144) dienen; wenn n die Richtung der nach dem Eiseninneren gezogenen Normalen des betreffenden Oberflächenelementes ist, so findet man:

$$A_{0} = -2\pi x^{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)^{2} \cos nx - \frac{x - x'}{2} \left[ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^{2} \right] \cos nx + \frac{x''}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial n}$$

und analog für  $B_0$  und  $C_0$ . Diese Ausdrücke lassen einen wichtigen Schluss zu. Da nämlich  $\alpha$  selbst zwar in  $A_0B_0C_0$ , nicht aber in ABC vorkommt, so werden für starre Körper wegen  $\alpha'=0$  und  $\alpha''=0$  auch A, B, C=0, d. h. die auf starre Körper wirkenden Verschiebungskräfte können als reine Oberflächen-

kräfte aufgefasst werden. Dies gilt nach der obigen Annahme, wenn die Susceptibilität z im Eiseninneren constant ist; es gilt aber, wie ADLER¹) gezeigt hat, auch für variables z in dem Falle noch, wenn die Variabilität von z lediglich daher rührt, dass die magnetische Kraft variirt und z eine Function von ihr ist.

Zug und Druck. Die Kräfte für das Innere kann man noch in einer anderen Form schreiben, in der sie erkennen lassen, dass man sie durch Druckkräfte ersetzen kann; durch Anwendung der bekannten Gleichungen der Elasticitätslehre (Bd I, pag. 230) findet man für die Normaldrucke, wenn jetzt die Glieder mit x' und x'' fortgelassen werden, also von Deformationen abgesehen wird:

$$A_{\mathbf{x}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi} + \mathbf{x} \right) \left[ -\left( \frac{\partial \mathbf{\varphi}}{\partial \mathbf{x}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{\varphi}}{\partial \mathbf{y}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{\varphi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^2 \right]$$

u. s. w., tür die Tangentialcomponenten

$$B_z = C_y = -\left(\frac{1}{4\pi} + \varkappa\right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

u. s. w. Oder, wenn die Gesammtkraft in die x-Richtung fällt, wobei die Tangentialcomponenten verschwinden:

$$A_{x} = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi} + x \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^{2}$$

$$B_{y} = C_{z} = +\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi} + x \right) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^{2},$$

in Worten: der Körper erfährt in der Richtung der magnetischen Kraft einen Zug, in jeder darauf senkrechten Richtung einen ebenso grossen Druck, und dieser Druck resp. Zug ist dem Quadrate der magnetischen Gesammtkraft proportional. Der betreffende Proportionalitätsfaktor lässt sich einfacher, als es in der obigen Formel geschehen ist, schreiben, er darf nämlich geradezu der halben Susceptibilität gleichgesetzt werden, weil es nämlich bei dem thatsächlich stattfindenden Zug und Druck auf eine Differenzwirkung gegenüber dem umgebenden Medium ankommt, für welches z im Vergleich zum Werthe im Eisen sehr klein, das constante Glied  $1/8\pi$  aber dasselbe ist; ähnlich verhält es sich bei schwach magnetischen Körpern, nur muss dann unter z die scheinbare Susceptibilität in dem betreffenden Medium verstanden werden. Bei diamagnetischen Stoffen kehrt sich die Erscheinung wegen des Vorzeichens von z natürlich um, hier findet in der Kraftrichtung Druck, senkrecht darauf Zug statt. Damit wird aber unsere Formel mit der Gleichung (4) auf pag. 219 dem Wesen nach identisch.

Die Kirchhoff'schen Formeln sind, wie gesagt, die allgemeinsten bisher entwickelten, einmal weil sie für elastisch-feste Körper gelten, zweitens, weil sie die  $\varkappa$  als veränderlich, und drittens, weil sie diese Grössen als beliebig gross annehmen. Für Flüssigkeiten und Gase kann man  $\varkappa''=0$  setzen und gelangt damit zu den v. Helmholtz'schen Formeln; man kann auch  $\varkappa'=0$  setzen, wenn man die Flüssigkeit als incompressibel betrachtet, d. h. die Aenderungen der Dichte vernachlässigt, ausser insofern als sie Druckänderungen bedingen, man kommt dann auf die Theorie von Thomson und Maxwell. Endlich kann man wenn man sich auf schwach magnetische Stoffe beschränkt,  $\varkappa$  unendlich klein setzen und folglich die Glieder, in denen sein Quadrat vorkommt, vernachlässigen. In diesem einfachsten Fall tritt gemäss den obigen Ergebnissen an der im

<sup>1)</sup> ADLER, Wien. Ber. 101 (2), pag. 1537. 1892.

magnetischen Felde belegenen Grenzfläche zweier Flüssigkeiten, die auf der anderen Seite aus dem Felde herausragen, eine magnetische Druckdifferenz

$$dp = \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{2} R^2$$

auf, wo  $x_1$  und  $x_2$  die beiden Susceptibilitäten und R die bei der Kleinheit der x mit der Gesammtkraft identische Feldstärke ist.

Ouincke's Versuche1). Diese, auf anderem Wege auch von Adler2) abgeleitete Gleichung bildet die Grundlage der Versuche, welche QUINCKE zuerst an Flüssigkeiten, später an Gasen angestellt hat, einerseits um die Gesetze der magnetischen Druckkräfte experimentell festzustellen, andererseits um daraufhin die Susceptibilität von Flüssigkeiten und Gasen zu messen. In letzterem Hinblick sind die Untersuchungen schon früher (pag. 201 u. 208) berücksichtigt worden, und es ist auch schon wiederholt erwähnt worden, dass man hierauf umgekehrt auch eine Methode der Feldstärke-Messung gründen kann (pag. 166). Die Druckgesetze wurden theils an flachen Luftblasen in einer magnetisirten Flüssigkeit, theils an u-förmigen, mit den Flüssigkeiten gefüllten und als Manometer dienenden Röhren (und zwar sowohl senkrecht als parallel zu den Kraftlinien), angestellt; bei den Flüssigkeitsversuchen wurden die verschiedenen Flüssigkeiten mit demselben Gase, bei den Gasversuchen dieselbe Flüssigkeit mit verschiedenen Gasen in Verbindung gebracht; auch wurde der Einfluss der Temperatur und (bei Gasen) der des Druckes studirt. Ergebnisse der Theorie fanden dabei der Hauptsache nach volle Bestätigung, insbesondere verhielten sich die Steighöhen, also die magnetischen Drucke, wie die Quadrate der Feldstärken, und für diamagnetische Stoffe trat Depression ein; bei Sauerstoff nahm der magnetische Druck proportional der Dichte zu, ebenso bei Luft. Auf die Einzelheit der Quincke'schen Versuche, sowie auf die anschliessenden von Töpler und Hennig (deren messender Theil ebenfalls schon oben pag. 214 berücksichtigt worden ist) kann hier nicht eingegangen werden. Nur sei zur Charakteristik der Kleinheit der in Rede stehenden Druckkräfte, zumal in Gasen und schwachen Feldern, angeführt, dass die Fläche, auf die unsere Atmosphäre in Folge des Erdmagnetismus einen magnetischen Druck von 1 gr ausübt, ungefähr eine halbe Quadratmeile gross ist. In neuester Zeit hat QUINCKE3) auch auf feste Körper seine Versuche ausgedehnt, aber noch keine ausführliche Veröffentlichung darüber gemacht.

Formänderung magnetisirter Kugeln. Kirchhoff hat eine weitere Anwendung seiner Theorie gegeben, indem er die Formänderungen einer Kugel vom Radius  $\rho$  bei Magnetisirung durch eine constante Kraft ableitete. In diesem Falle gelten die Gleichungen (33) auf pag. 150, und die Kräfte auf das Innere ABC verschwinden. Aus den Gleichungen für die Oberflächenkräfte  $A_0\,B_0\,C_0$  erhält man dann mit Hilfe der Gleichungen der Elasticitätslehre die Verrückungen uvw des Punktes xyz der Kugel, und zwar in folgender Form:

$$u = \frac{R^2}{\left(1 + \frac{4\,\pi}{3}\,\,\mathrm{x}\right)^2} \left(2\,\mathrm{\pi}\,\mathrm{x}^2\,u_1 + \frac{(\mathrm{x} - \mathrm{x}')}{2}\,u_2 - \frac{\mathrm{x}''}{2}\,u_3\right)$$

und analog für v und w; hierin ist

<sup>1)</sup> QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 347. 1885; 34, pag. 401. 1888.

<sup>2)</sup> ADLER, Wien. Ber. 92 (2), pag. 1439. 1885.

<sup>3)</sup> OUINCKE, Tagebl. Nat. F. Vers. Heidelbg. 1889, pag. 209.

$$\begin{split} u_1 &= a_1 \, x^3 + b_1 \, (y^2 + z^2) x + c_1 \, \mathsf{p}^2 \, x \\ u_2 &= a_2 \, x, \qquad u_3 = a_3 \, x \end{split}$$

und die Constanten  $a_1 a_2 a_3 b_1 c_1$  stehen mit den beiden Kirchhoff'schen Elasticitätsconstanten K und  $\Theta$  in den Beziehungen:

$$\begin{split} a_1 &= -\frac{1}{K \rho^2} \frac{2\theta}{7 + 19\theta} \qquad b_1 = \frac{7 + 8\theta}{4\theta} \, a_1 \\ a_2 &= \frac{1}{2K(1 + 3\theta)} \qquad c_1 = \frac{7 + 31\theta + 32\theta^2}{4\theta \, (1 + 3\theta)} \, a_1 \\ a_3 &= \frac{1 + 2\theta}{2K(1 + 3\theta)}, \end{split}$$

ferner wird

$$\begin{array}{l} v_1 = {a_1}' x^2 y + {b_1}' (y^2 + z^2) y + {c_1}' R_2 y \\ v_2 = {a_2} y, \qquad v_3 = {b_3} y \end{array}$$

und ganz entsprechend, nur mit z statt y die w-Gleichungen; endlich ist

$$\begin{split} a_1' &= -\frac{7+6\theta}{4\theta} \, a_1 \\ b_1' &= -\frac{1}{2} \, a_1 \\ c_1' &= \frac{3\theta+8\theta^2}{2\theta(1+3\theta)} \, a_1 \end{split}$$

Um die Verrückungen numerisch angeben zu können, muss man  $\varkappa$  kennen, und zwar, da es in Wahrheit von R abhängt, seinen Werth für den constanten bei den Versuchen benutzten Werth von R; ferner aber muss man auch  $\varkappa'$  und  $\varkappa''$  kennen, wofür bisher keine Anhaltspunkte vorliegen (s. jedoch w. u.); darf man sie als nicht gross im Vergleich zu  $\varkappa$  ansehen, so kann man in den Gleichungen für uvw alle Glieder gegen dasjenige mit  $\varkappa^2$  und im Nenner 1 gegen  $\frac{4\pi}{3}$   $\varkappa$  vernachlässigen und erhält dann für die Längs-, Querverschiebung und räumliche Dilatation  $\sigma$  (E ist der Elasticitätsmodul)

$$\begin{split} u &= \frac{9}{8\pi} \, R^2 u_1 = \frac{3}{176\pi} \, \frac{R^2}{E \, \rho^2} \, [-10 \, x^3 - 55 (y^2 + z^2) x + 61 \, \rho^2 x] \\ v &= \frac{9}{8\pi} \, R^2 v_1 = \frac{3}{176\pi} \, \frac{R^2}{E \, \rho^2} \, [50 \, x^2 \, y + 5 (y^2 + z^2) y - 14 \, \rho^2 y] \\ \sigma &= \frac{3}{176\pi} \, \frac{R^2}{E \, \rho^2} \, [70 \, x^2 - 35 (y^2 + z^2) - 33 \, \rho^2]. \end{split}$$

Hiernach wird der Längsradius der Kugel verlängert, der Querradius verkürzt, entsprechend dem oben für die Vertheilung von Zug und Druck gefundenen; die Verkürzung ist nicht der Verlängerung gleich, sondern es ist

$$\frac{\delta\rho}{\rho}\left(\parallel\right)=+\frac{153}{176\pi}\,\frac{R^2}{E},\qquad \frac{\delta\rho}{\rho}\left(\perp\right)=-\,\frac{27}{176\pi}\,\frac{R^2}{E};$$

in Worten: Die Längsdilatation ist 5 bis 6 mal so gross wie die Quercontraction, beide sind mit dem Quadrat der magnetisirenden Kraft direkt und mit dem Elasticitätsmodul umgekehrt proportional. Hieraus erklärt sich, dass die mechanischen Wirkungen des Magnetismus bei Nickel stärker sind, als bei Eisen. Ihren Zahlenwerthen nach sind diese Deformationen ausserordentlich klein; da nämlich E in absolutem Maasse für Eisen rund 2 Billionen ausmacht, so müsste die Feldstärke, wenn die Verlängerung ein Zehnmilliontel der Länge ausmachen soll, immerhin schon den hohen Betrag von über 800 Einheiten erreichen; man wird also diese Verlängerung, und erst recht die Verkürzung, kaum je sicher nachweisen können.

Ermittelung von x und x"; Deformation eines Ellipsoids. Es ist auch einleuchtend, dass die Kugel in dem vorliegenden Betrachte gerade die ungünstigste Form ist. Viel günstiger sind gestreckte Körper, am günstigsten natürlich lange Drähte, und es ist daher erklärlich, dass die von Joule, Bedell u. A. gefundenen Verlängerungen hier wesentlich grösser und der Beobachtung sehr wohl zugänglich gewesen sind. Leider ist auf sie die Theorie nicht streng anwendbar, und es ist daher verständlich, dass Cantone den Versuch gemacht hat, die Erscheinung bei einem gestreckten und doch theoretisch einfachen Körper, dem Ellipsoid, zu studiren, wobei selbstverständlich ein Rotationsellipsoid gewählt wurde; das Axenverhältniss war 16·7:1. Hier wird nach der Theorie für beliebige xx'x'':

$$\begin{split} &\frac{\delta I}{I} = \frac{J^2}{E} \left(\pi + \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{4 \, \mathbf{x}^2} - \frac{\mathbf{x}''}{2 \, \mathbf{x}^2}\right) \\ &\frac{\delta \, V}{V} = \frac{J^2}{E} \left(\pi + 3 \, \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{4 \, \mathbf{x}^2} - \frac{\mathbf{x}''}{2 \, \mathbf{x}^2}\right), \end{split}$$

wo l die Länge des Ellipsoids,  $J = \kappa R/(1 + L\kappa)$  und L der bekannte Ausdruck (pag. 152, Gleichung 40a) ist. Bei den Versuchen wurde das Feld durch eine lange Spirale hergestellt, die Verlängerung wurde durch die Interferenz-Streifen zwischen zwei Glasplatten ermittelt, die mit den beiden Enden des Ellipsoids fest verbunden waren, die Volumenänderung mit Hilfe eines Dilatometers. Aus den gefundenen Werthen von  $\delta l$  und  $\delta V$  können, — bei bekanntem  $\kappa - \kappa'$  und  $\kappa''$  aus den obigen Gleichungen berechnet werden. Es fand sich für Eisen zunächst  $\delta V = 0$ , d. h. eine merkliche Volumenänderung findet nicht statt, ferner fand sich für verschiedene Stromstärken i (die Feldstärken sind etwa 80 mal so gross):

i	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
106.82/2	0.216	0.393	0.587	0.707	0.825
x	56	57	58	60	62
x'	44000	46000	46000	42000	39000
x''	- 92000	<b>—</b> 97000	<b>—</b> 97000	- 82000	- 70000

Diese Resultate sind von aussergewöhnlichem Interesse. Sie zeigen nämlich, dass  $\varkappa'$  und  $\varkappa''$  enorm gross im Vergleich mit  $\varkappa$  selbst sind, womit sich der letzte Theil der Kirchhoff'schen Theorie als hinfällig erweist, abgesehen vielleicht von sehr schwachen magnetischen Kräften. Die Deformation wird eben fast gar nicht durch  $\varkappa$ , sondern weit überwiegend durch  $\varkappa'$  und  $\varkappa''$  bestimmt. Ferner ist  $\varkappa''$  von entgegengesetztem Vorzeichen und fast genau doppelt so gross wie  $\varkappa'$ , hieraus folgt, dass die Quercontraction halb so gross wie die Längsdilatation ist (nicht wie bei Kirchhoff erhalten wurde,  $\frac{1}{5}$  bis  $\frac{1}{6}$  so gross); endlich zeigen  $\varkappa'$  und  $\varkappa''$  mit wachsender Kraft analog wie  $\varkappa$  selbst ein anfängliches Steigen und späteres Fallen.

Dieselben Versuche wurden nun auch mit einem Ellipsoid aus Nickel angestellt und gefunden:

i	0.3	0.5	0.7
10681/1	— 3·18	<del>- 8·25</del>	— 15·06
106 8 V / V	-0.05	<b>—</b> 0·11	- 0.16
ж	33	29	22
x'	<b>—</b> 265000	<b>—</b> 155000	- 125000
x''	790000	467000	375000

<sup>1)</sup> CANTONE, Mem. Acc. Linc. 1890.

Bei Nickel ist also umgekehrt wie beim Eisen x' negativ, x" positiv, ausserdem letzteres nicht doppelt, sondern drei Mal so gross wie ersteres; im Vergleich mit z selbst sind hier x' und x" noch enormer als beim Eisen. Die Folgen hiervon sind: 1) Die Verlängerungen sind negativ, d. h. es tritt Verkürzung ein; 2) die Längenänderungen sind unvergleichlich grösser als beim Eisen (15–20 Mal so gross); 3) das Volumen bleibt nicht ungeändert, sondern erleidet eine — wenn auch sehr geringfügige — Abnahme; 4) das Verhältniss der Querdilatation zur Längscontraction ist nicht genau ½, sondern etwas kleiner.

## f) Beziehungen zu den mechanischen Constanten der Körper.

Es liegt nahe zu vermuthen, dass die Beziehungen des Magnetismus zu dem mechanischen Verhalten der Körper auch in einem Einflusse der Magnetisirung auf ihre charakteristischen mechanischen Constanten, also auf den Elasticitätsmodul, die Festigkeit, die Härte, die innere Reibung u. s. w. zum Ausdruck gelangen. Es liegen aber hierüber bisher nur ausserordentlich wenige brauchbare Ergebnisse vor, und die meisten von ihnen sind entweder einander widersprechend oder geradezu negativen Charakters. So finden einerseits Wert-HEIM1) und Tomlinson2) übereinstimmend, dass der Magnetismus auf die Längsschwingungen, also auf den Elasticitätsmodul keinen Einfluss hat; andererseits findet Tomlinson, dass kräftige Torsionsschwingungen durch die Magnetisirung etwas verlangsamt werden, was einen Einfluss auf den Torsionsmodul bedeuten würde. Die innere Reibung hat Tomlinson durch Beobachtung der Abnahme der Torsionsschwingungen untersucht und gefunden, dass sie bei kleinen Schwingungen ungeändert bleibt, wenn der Draht magnetisirt wird, wenigstens sobald der stationäre magnetische Zustand erreicht ist; dagegen nimmt die innere Reibung bei kräftigen Torsionsschwingungen durch die Magnetisirung zu. Immerhin sind diese Wirkungen ausserordentlich schwach, und es ist daher nicht zu verwundern, dass W. König3) bei den schwach magnetischen Flüssigkeiten, und zwar bei dem verhältnissmässig kräftig magnetisirbaren Mangansulfat, keine Wirkung des Magnetismus auf die innere Reibung erhielt, obgleich die Feldstärke bis über 7000 hinaufging. Endlich würde es von Interesse sein, zu constatiren, ob die Festigkeit, die Härte und die Sprödigkeit der Körper durch Magnetisirung geändert wird; aus dem vorliegenden Material lässt sich aber bei der grossen Zahl naheliegender Fehlerquellen und anderweitiger Deutungen ein positiver Schluss nicht ziehen4).

## g) Beziehung zu Bewegungsvorgängen.

Bisher war nur von statischen Eingriffen und ihren Beziehungen zum Magnetismus die Rede; es bleibt noch die Beziehung zu dynamischen Vorgängen übrig, nämlich zu erschütternden und stossenden, sowie zu schwingenden Bewegungen.

Einfluss von Erschütterungen. Erschütterungen haben auf den Magnetismus einen Einfluss, der sich allgemein durch den Satz charakterisiren lässt: Die Induction wird gesteigert, die Remanenz abgeschwächt. Oder noch all-

<sup>1)</sup> WERTHEIM, Ann. Chim. Phys. (3) 12, pag. 610. 1842.

<sup>2)</sup> Tomlnson, Proc. R. Soc. 40, pag. 447. 1886; Trans. R. Soc. 179, pag. 1. 1888. — Vergl. auch Proc. R. Soc. 47, pag. 13. 1889.

<sup>3)</sup> W KÖNIG, WIED. Ann. 25, pag. 618. 1885.

<sup>4)</sup> Es sei hier noch auf eine Arbeit von BARUS, Sill. J. (3) 34, pag. 175. 1887, über die Wirkung der Magnetisirung auf Viscosität und Rigidität von Eisen und Stahl hingewiesen.

gemeiner: Die Erschütterung wirkt auf den Magnetismus verstärkend bei Stärkung des Feldes, schwächend bei Schwächung des Feldes. Hierbei ist natürlich angenommen, dass die Erschütterung in dem einen Falle bei vorhandenem resp. starkem Felde, im anderen Falle nach Aufhebung resp. bei schwachem Felde vorgenommen wird; es hat also hiermit nichts zu thun, dass die Erschütterung bei vorhandenem Felde, eben weil sie den temporären Magnetismus steigert, auch den remanenten Magnetismus, der ein Bruchtheil von jenem ist, steigert; von dieser secundären Wirkung auf die Remanenz wird im Folgenden abgesehen. Das Gemeinsame der beiden genannten, einander scheinbar entgegengesetzten Wirkungen liegt offenbar darin, dass die Erschütterung den Widerstand der Theilchen gegen die Annahme des neuen Zustandes überwinden hilft, dass sie die (bei Einbringung in das Feld negativen, bei Aufhebung des Feldes positiven) Nachwirkungen mehr oder weniger beseitigt und somit den Magnetismus demjenigen Werthe näher bringt, welcher der ausschliesslichen Wirkung der augenblicklichen Kräfte entspricht und oben als Normalmagnetismus (pag. 179) bezeichnet wurde. Auch bei den hier in Rede stehenden Erscheinungen erkennt man leicht eine durchgehende Analogie mit den entsprechenden Erscheinungen bei der Elasticität der Körper.

Wenn hiernach der unmittelbare Einfluss der Erschütterungen sich auf die Nachwirkungserscheinungen erstreckt, so ist einleuchtend, dass alle diejenigen Erscheinungen, welche von der Nachwirkung abhängen, wesentlich verschieden ablaufen werden, je nachdem sie ohne oder mit Erschütterungen vorgenommen werden. Das ist in der That bei den im Art. »Magnetische Induction« angeführten Untersuchungen von Wiedemann, Fromme<sup>1</sup>), Auerbach u. s. w., desgleichen bei der Hysteresis in hohem Maasse der Fall, worüber man z. B. bei WARBURG<sup>2</sup>) einige Zahlen findet; dasselbe gilt von den Einflüssen der Dehnung und Torsion auf den Magnetismus, in so weit sich hier Hysteresis geltend macht. Die von den beiden Zweigen der Hysteresiscurve eingeschlossene Fläche wird durch Erschütterung während des Processes erheblich verkleinert, und sie kann unter Umständen geradezu annullirt werden. Ueber alle diese Punkte findet man z. B. bei Ewing3) interessante Details. Er benutzte bei einigen seiner Versuche ganz weiches Eisen, und er führt an, wie empfindlich dies gegen Schläge ist: bei der leisesten Berührung mit der Hand nach Aufhebung des Feldes verliert es den grössten Theil seines Magnetismus. Man hat hierin, neben der entmagnetisirenden Kraft (pag. 173 ff.), den wichtigsten Erklärungsgrund für die frühere Meinung, weiches Eisen behalte fast gar keinen Magnetismus zurück; man muss es nur in gänzlicher Ruhe belassen, um sich zu überzeugen, wie stark der remanente Magnetismus ist (vergl. z. B. pag. 172). Entsprechend gross ist der erwähnte Einfluss auf die Hysteresis, wie er in Fig. 179 dargestellt ist: die gestrichelte Curve wurde ohne, die ausgezogene mit Erschütterungen erhalten, die eingeschlossene Fläche ist, wie man sieht, auf einen ganz kleinen Bruchtheil reducirt, zugleich ist der Inflexionspunkt weggefallen, das Maximum erhöht; die punktirte Linie zeigt den plötzlich veränderten Verlauf, wenn man vom Operiren mit Erschütterungen plötzlich zum Operiren ohne solche übergeht. Wenn die meisten der aus älterer Zeit stammenden Magnetisirungs-Curven

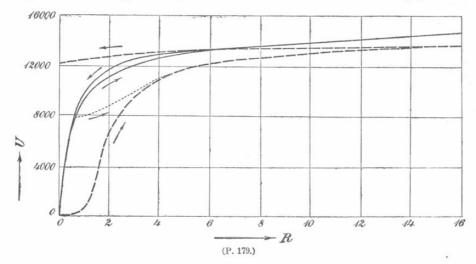
Ueber besondere hierbei auftretende Erscheinungen vergl. FROMME, WIED. Ann. 4, pag. 98. 1878.

<sup>2)</sup> WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 141. 1881.

<sup>3)</sup> EWING, Tr. R. Soc. 1885 (2), pag. 535 u. 564.

nicht brauchbar sind, so mag das mit in diesen Verhältnissen seinen Grund haben.

Nach Wiedemann<sup>1</sup>) kann man ferner durch Erschütterung einen Stab geradezu magnetisch machen, nämlich wenn sein scheinbar unmagnetischer Zustand eine Folge vorangegangener Magnetisirung und Entmagnetisirung war; jedoch gilt das nur dann, wenn die Entmagnetisirung durch einen einzigen, dem ersten entgegengesetzten Strom oder eine zur wirklichen Entmagnetisirung nicht geeignete Folge von Strömen geschah; bei den von Gaugain und Auerbach empfohlenen Entmagnetisirungsverfahren ist dies nicht der Fall. Dagegen kann



nach Wiedemann ein Stab, der erst magnetisirt und dann durch einen entgegengesetzten Strom von geeigneter Stärke ummagnetisirt worden war, durch Erschütterungen den Magnetismus der früheren Richtung wiedergewinnen.

Stossversuche. Genauere Versuche über den Einfluss von Stössen haben insbesondere Wiedemann, Villari<sup>2</sup>), H. F. Streintz<sup>3</sup>), Brown<sup>4</sup>) und Berson<sup>5</sup>) angestellt; dabei wurden die Stösse bald während der Wirkung der magnetischen Kraft, bald erst nachher ausgeübt, also in jenem Falle der günstige Einfluss auf den temporären, in diesem der ungünstige durch den Einfluss auf den remanenten Magnetismus studirt; bei einigen Versuchen handelte es sich um longitudinalen, bei anderen um cirkularen Magnetismus, also um Magnetismus, wie er in Stäben durch Hindurchleitung von Strömen oder in Röhren durch Ströme entsteht, die durch einen in der Axe verlaufenden Draht geschickt werden; von Materialen wurden Eisen, Stahl und Nickel verwandt. Die Stösse wurden nach Heftigkeit und Zahl variirt, die Magnetisirung nach Intensität und Charakter (häufige Wiederholung, Hin- und Hermagnetisirung). Bei allen diesen Versuchen thut man gut, den Einfluss des Erdmagnetismus durch geeignete Aufstellung der Körper zu eliminiren. Unter den Ergebnissen seien folgende angeführt. Der günstige Einfluss auf den temporären Magnetismus ist für schwach

<sup>1)</sup> G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 100, pag. 241. 1857.

<sup>2)</sup> VILLARI, N. Cim. 27. 1868; Pogg. Ann. 137, pag. 569. 1869.

<sup>3)</sup> H. u. F. STREINTZ, Wien. Ber. 76 (2), pag. 946. 1877.

<sup>4)</sup> W. Brown, Phil. Mag. (5) 23, pag. 420. 1887.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>) Berson, Compt. rend. 106, pag. 592. 1888; 108, pag. 94. 1889.

magnetisirende Kräfte natürlich relativ bedeutender als für grosse; bei Nickel stieg das Maximum des Magnetismus bis zum zehnfachen Betrage des Werthes ohne Erschütterung. Die ungünstige Wirkung auf den remanenten Magnetismus andererseits ist desto grösser, je grösser er selbst ist. Eine Reihe von Schlägen verringert den Magnetismus um abnehmende Beträge, das Gesetz dieser Abnahme ist entweder das einer Exponentialfunction mit negativem Exponenten (Streintz) oder das eines fallenden Zweiges einer gleichseitigen Hyperbel (Berson). Bei weichem Eisen ist der Verlust grösser als bei Stahl, und bei letzterem ist er desto grösser, je länger der Magnet vorher unberührt gelegen hat und je weniger Mangan er enthält.

Zum Schlusse sei auf die Analogie hingewiesen, welche zwischen der Wirkung von Erschütterungen und gewissen magnetisirenden Wirkungen selbst besteht, nämlich Magnetisirungen in entgegengesetztem Sinne oder in der auf der ersten senkrechten Richtung oder endlich dem Einflusse der Geschwindigkeit, mit welcher die Magnetisirung oder Entmagnetisirung erfolgt. Je plötzlicher man die einer Stab magnetisirende Kraft aufhebt, desto grösser fällt der remanente Magnetismus aus, und namentlich Fromme¹) hat in seinen Arbeiten den Nachweis geliefert, dass man in vielen Fällen ganz denselben Effekt erzielt, ob man nun eine Erschütterung anwendet oder eine der bezeichneten Maassnahmen in Betreff der Entmagnetisirung trifft. Jede nicht unendlich langsam sich vollziehende Aenderung der magnetischen Kraft ist eben für den Körper gleichbedeutend mit einem mechanischen Stosse.

Einfluss von Schwingungen. Schliesslich ist auf einen von Warburg <sup>2</sup>) herrührenden Versuch hinzuweisen, bei welchem ein langer Eisendraht in magnetischem Zustande in Longitudinalschwingungen versetzt wurde; ein Elektrodynamometer, das mit der über eine Stelle des Drahtes geschobenen Inductionsspule verbunden war, gab dann einen Ausschlag, liess also die periodische Aenderung des temporären Magnetismus erkennen. — Ueber den Einfluss von Transversalschwingungen liegen Angaben nicht vor, und es ist auch klar, dass die damit verbundene Ortsänderung die Gewinnung brauchbarer Resultate fast unmöglich macht.

### h) Erzeugung von Schall durch Magnetismus.

Nach dem Vorhergegangenen liegt die Vermuthung nahe, dass die Magnetisirung der Körper unter Umständen Schall erzeugen, insbesondere Töne hervorrufen könne. Dabei kann man einmal an die innere Deformation (Verlängerung, Verkürzung u. s. w.) des magnetischen Körpers denken, dann aber auch an die Anziehungen und Abstossungen, die er von Seiten der magnetisirenden Spule erfährt; in der That scheinen bei den vorliegenden Beobachtungen beide Ursachen thätig zu sein, und es lässt sich meist nicht entscheiden, auf welche der wesentliche Antheil entfällt.

Am einfachsten verständlich ist die Entstehung solcher Töne in einem Falle, in welchem der magnetisirende Strom, also auch die Magnetisirung eine periodische ist, sei es dass sie zwischen einem gewissen Werthe und null oder zwischen einem gewissen positiven und demselben negativen Werthe hin- und herschwankt; der Stab geräth alsdann eben in Längsschwingungen. Aber auch

<sup>1)</sup> FROMME, Magnetische Untersuchungen Abh. I-VII, WIED. Ann. 1877-91.

<sup>2)</sup> WARBURG, POGG. Ann. 139, pag. 499. 1870.

bei einmaligem Schliessen oder Oeffnen des Stromes erhält man Töne, und mit Hilfe eines am Ende des Stabes angebrachten Schreibstiftes, unter dem man eine berusste Platte wegzieht, kann man erkennen, dass auch hier der Stab Longitudinalschwingungen, wenn auch rasch erlöschende, ausführt. Bei der Magnetisirung oder Entmagnetisirung tritt also ein oscillatorischer Vorgang aut, nur ist schwer zu sagen, ob nur die Anziehung durch die Spule oder ob auch die eigentliche magnetische Deformation oscillatorisch erfolgt; mancherlei Wahrnehmungen lassen immerhin auch das letztere möglich erscheinen. Die Stärke der auftretenden Töne wächst natürlich mit der Stärke der Magnetisirung, ihre Tonhöhe folgt im grossen Ganzen den betr. akustischen Gesetzen, d. h. bei verschieden langen Stäben erhält man umgekehrt proportionale Tonhöhen, und wenn man eine kurze Magnetisirungsspule benutzt, so kann man durch Aufschieben derselben über verschiedene Stellen des Stabes nach Belieben seinen Grundton oder einen seiner Obertöne erhalten. Ueber die Einzelheiten aller dieser Erscheinungen, die man ausser an Stäben und Drähten auch an Scheiben und Spiralen, und ausser bei der gewöhnlichen auch bei der cirkularen Magnetisirung durch hindurchgeleitete Ströme beobachten kann, sei auf die Versuche von Matteucci<sup>1</sup>), Wertheim<sup>2</sup>), Buff<sup>3</sup>), de la Rive<sup>4</sup>) und Ferguson<sup>5</sup>) verwiesen, besonders aber auf eine neuere Arbeit von BACHMETJEW<sup>6</sup>), worin u. a. gezeigt wird, dass ein stark gedehnter Stab keine Töne mehr giebt, und aus dieser und anderen Erscheinungen geschlossen wird, dass das Tönen eine unmittelbare Folge der Längenänderungen sei.

Telephon von Reiss7). Bekanntlich beruht auf der periodischen Längenänderung eines periodisch magnetisirten Stabes die Idee des ersten jemals construirten elektromagnetischen Telephons, des Telephons von Reiss, das heute freilich nur historisches Interesse hat. Bei ihm singt oder spricht man gegen eine Membran, die in der Mitte ein Platinscheibchen trägt, während diesem gegenüber eine feste Platinspitze sich befindet; hierdurch bewirkt man, dass ein Stromkreis abwechselnd geschlossen und unterbrochen wird, dieser Stromkreis geht durch eine Spule, in deren Axe sich eine Stricknadel befindet; letztere wird dadurch periodisch deformirt und lässt demgemäss Töne von summendem Charakter und wechselnder Tonhöhe und Klangfarbe hören. Von einer wirklichen Wiedergabe des Hineingesprochenen oder -gesungenen kann schon deshalb nicht die Rede sein, weil während eines Theiles der Periode der Strom unterbrochen ist; aber auch nach der leicht zu erzielenden Beseitigung dieses Fehlers würde die Natur der Deformationsschwingungen als entscheidendes Hinderniss im Wege bleiben. Die jetzigen Telephone beruhen demgemäss gerade auf der anderen der beiden hier in Frage kommenden Einwirkungen, auf der elektromagnetischen Anziehung und Abstossung des Reproductionskörpers durch die auf ihn einwirkende Spule8).

<sup>1)</sup> MATTEUCCI, vergl. WIED. Elektr. 3, pag. 730.

<sup>2)</sup> WERTHEIM, Ann. Chim. Phys. (3) 23, pag. 302. 1848; Pogg. Ann. 77, pag. 43.

<sup>3)</sup> Buff, Ann. Chem. Pharm. Suppl. Bd. 3, pag. 129. 1864-65.

<sup>4)</sup> DE LA RIVE, Compt. rend. 20, pag. 1287. 1845; Pogg. Ann. 65, pag. 637.

<sup>5)</sup> Ferguson, Proc. R. Soc. Edinb. 1878.

<sup>6)</sup> BACHMETJEW, Rep. d. Phys. 26, pag. 137. 1890.

<sup>7)</sup> Reiss, Jahresber. d. phys. Ver. Frankfurt a. M. 1860 und 1861.

<sup>8)</sup> Vielfache Versuche, die Vorzüge des Bellischen Telephons mit denen des Reiss'schen zu vereinigen, sind praktisch erfolglos geblieben.

#### II. Beziehungen zur Wärme.

#### a) Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus.

Einleitung. Wie auf fast alle physikalischen Eigenschaften, so hat die Temperatur auch auf den Magnetismus einen ebenso erheblichen wie merkwürdigen Einfluss. Um ihn zu untersuchen, kann man zwei Wege einschlagen, nämlich entweder zusehen, wie sich der Magnetismus ändert, wenn der Versuchskörper der Reihe nach auf verschiedene Temperaturen gebracht wird, und diese Versuchsreihe dann bei anderen Intensitäten der Magnetisirung wiederholen; oder bei einer bestimmten Temperatur die Magnetisirungscurve, d. h. den Magnetismus als Function der magnetisirenden Kraft ermitteln, und dieser Curve dann andere, welche sich auf andere Temperaturen beziehen, an die Seite stellen. Wenn der Magnetismus eines Körpers lediglich eine Function der magnetisirenden Kraft und seiner Temperatur wäre, müssten beide Umstände zu gleichen Ergebnissen führen; in Folge der magnetischen Nachwirkungserscheinungen ist dies aber nicht der Fall. In älterer Zeit wurde meist das erste Verfahren eingeschlagen, in neuerer Zeit giebt man dem zweiten den Vorzug.

Auch im vorliegenden Gebiete fallen die Erscheinungen verschieden aus, je nachdem man es mit erstmaligen Temperaturänderungen zu thun hat oder aber die thermische Einwirkung bereits den cyklischen Charakter angenommen hat. Eine erstmalige Temperaturerhöhung auf 100° hat nach Kupffer 1) eine Verstärkung des Magnetismus zur Folge, die bei Wiederabkühlung nicht vollständig verschwindet, eine nochmalige Erwärmung bringt den Magnetismus weiter in die Höhe, und nach der zweiten Abkühlung ist er wiederum grösser als nach der ersten u. s. w. G. Wiedemann 2) hat ferner gezeigt, dass eine Vergrösserung des Magnetismus auch dann eintritt, wenn die erste Temperaturänderung in einer Abkühlung besteht, wenn also der Körper auf 100° magnetisit und dann auf Zimmertemperatur abgekühlt wird. Man kann hiernach sagen, dass jeder erstmalige thermische Eingriff, unabhängig von seinem Vorzeichen, günstig auf den Magnetismus wirkt.

Grundthatsachen. Von diesen Anfangserscheinungen abgesehen, ist nun die Wirkung der Temperatur auf den Magnetismus die, dass der unter Wirkung einer bestimmten Kraft vorhandene Magnetismus mit wachsender Temperatur zunimmt, allmählich aber langsamer, dass er dann ein Maximum erreicht und von diesem aus sehr rasch abnimmt, um schliesslich gänzlich zu verschwinden; bei der Wiederabkühlung erscheint er dann wieder, steigt, erreicht wieder das Maximum und fällt dann auf den normalen Werth herab. Von älteren Beobachtungen seien hier die Scoresby's 3) angeführt, der die Erscheinung zuerst beobachtet zu haben scheint; die Zahlen bedeuten Ablenkungen einer Nadel:

Material	l		kalt	dunkelroth	weissglühend
Schmiedeeisen		.	40°	55°	0°
Gusseisen .			21° 30′	62°	00
Weiches Eisen			15° 10′	41° 11′	0.
Weicher Stahl			11° 8′	48°	0°
Harter Stahl			8° 0'	47° 30′	00

<sup>1)</sup> KUPFFER, KASTNER'S Archiv 6, pag. 194. 1825.

<sup>2)</sup> G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 122, pag. 346. 1864.

<sup>3)</sup> Scoresby, Pogg. Ann. 10, pag. 49. 1827.

Bei Dunkelrothgluth ist also der Magnetismus grösser als im kalten Zustande, bei Weissgluth ist er hingegen gänzlich verschwunden. Auf die übrigen älteren Arbeiten braucht hier nicht eingegangen zu werden, da aus neuester Zeit sehr sorgfältiges und reiches Material vorliegt, insbesondere von Rowland<sup>1</sup>), C. Baur<sup>2</sup>), Ewing<sup>3</sup>), Perkins<sup>4</sup>), Trowbridge<sup>5</sup>), Hopkinson<sup>6</sup>), H. E. J. G. du Bois<sup>7</sup>) und Tomlinson<sup>8</sup>).

Nach diesen Versuchen existirt für den Magnetismus als Function der Temperatur (bei einer bestimmten magnetisirenden Kraft) eine »kritische Temperatur«, unterhalb deren der Magnetismus wächst, oberhalb deren er fällt; und ebenso existirt für den Magnetismus als Function der magnetisirenden Kraft (bei einer bestimmten Temperatur) eine »kritische magnetisirende Kraft«9), unterhalb deren der Magnetismus für höhere Temperaturen grösser, oberhalb deren er für höhere Temperaturen kleiner ist als für gewöhnliche Temperatur, vorausgesetzt, dass die hier genannte höhere Temperatur unterhalb der kritischen liegt (denn oberhalb der kritischen ist der Magnetismus für beliebige Kräfte bei höherer Temperatur kleiner als bei normaler). Man kann dieses Verhalten auch in folgender Weise aussprechen: Bei kleinen, magnetisirenden Kräften nimmt der Magnetismus mit wachsender Temperatur erst bis zu einem Maximum zu und dann ab, bei grossen nimmt er von vornherein ab. Dabei ist die Zunahme bei kleinen Kräften eine desto beträchtlichere und der dann folgende Absturz ein desto plötzlicherer, je kleiner die magnetisirende Kraft ist; je grösser die Kraft ist, desto sanfter wird also der Bogen der Curve, und bei der kritischen Kraft fällt ihr ansteigender Zweig ganz fort, sie besteht lediglich aus einem anfangs wenig, allmählich schneller und schliesslich steil abfallenden Zweige. Der Zahlenwerth der kritischen Temperatur ist für verschiedene Materialien verschieden, für Eisen liegt er zwischen 700 und 800°, bei hartem Stahl zwischen 600 und 700°, bei Nickel ungefähr bei 300°. Der Temperaturwerth, bei welchem der Magnetismus verschwindet, ist hiervon in Anbetracht des raschen Abfalls der Curve nicht erheblich verschieden; nach BAUR bedingt dabei der Werth der magnetischen Kraft kleine Verschiedenheiten, indem nämlich das Wiederauftreten des Magnetismus bei Eisen zwar allgemein bei sehr heller Rothgluth stattfindet, bei grossen Kräften jedoch bei noch hellerer als bei kleinen. Zahlreiche hierher gehörige Beobachtungen hat auch Berson 10) gemacht, sie beziehen sich aber nur auf eine bestimmte Kraft und haben daher nur beschränkten Werth. Einige besondere Beobachtungen über das mehr oder weniger plötzliche Verschwinden und Wiederauftreten des Magnetismus rühren von Gore her, er hat u. a. gefunden, dass die Erscheinung von stossartigem Charakter ist, und es lassen sich daraus weitere Schlüsse ziehen (s. w. u.).

<sup>1)</sup> ROWLAND, Phil. Mag. (4) 48, pag. 321. 1874.

<sup>2)</sup> C. BAUR, WIED. Ann. 11, pag. 394. 1880.

<sup>3)</sup> EWING, Trans. R. Soc. 1885 (2), pag. 523, insbesondere Cap. 8 u. 9 (§ 114, pag. 630).

<sup>4)</sup> Perkins, Sill. Journ. (3) 30, pag. 218. 1885.

<sup>5)</sup> TROWBRIDGE, Pr. Am. Ac. 1885, pag. 462.

<sup>6)</sup> HOPKINSON, Proc. R. Soc. 45, pag. 318; Trans. R. Soc. 1889 A, pag. 443.

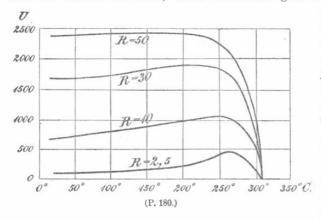
<sup>7)</sup> H. DU Bois, Phil. Mag. (5) 29, pag. 293. 1890.

<sup>8)</sup> Tomlinson, Phil. Mag. (5) 25, pag. 372; 26, pag. 18. 1888.

<sup>9)</sup> HOPKINSON versteht unter kritischer Temperatur vielfach denjenigen Werth, bei welchem der Magnetismus völlig verschwindet; die obige Nomenclatur ist aber wegen der angegebenen Reciprocität der beiden kritischen Begriffe bei weitem vorzuziehen.

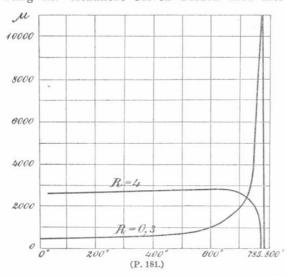
<sup>10)</sup> Berson, Ann. Chim. Phys. (5) 8, pag. 433. 1886.

Graphische Darstellung. In den Fig. 180, 181 und 182 sind die geschilderten Verhältnisse nach Hopkinson für einen Ring aus Nickel (Fig. 180) resp. Schmiedeeisen (Fig. 181 und 182) anschaulich dargestellt; es sei bemerkt, dass die Curven für Eisen, Stahl und Nickel ganz ähnlich ausfallen. Fig. 180



stellt die Induction U als Function der Temperatur dar, und zwar für vier verschiedene Kräfte R; je grösser letztere, desto weniger ist das der kritischen Temperatur entsprechende Maximum ausgebildet. Fig. 181 stellt in derselben Weise die Permeabilität  $\mu$  als Function der Temperatur dar, und zwar für eine kleine, magnetisirende Kraft R=0.3

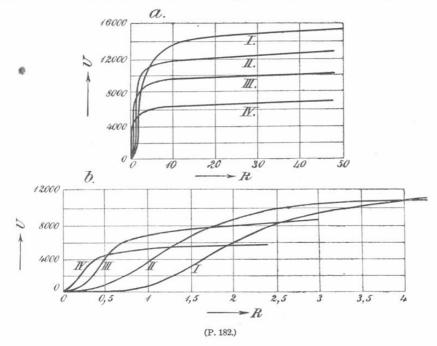
(Curve I) und für eine grössere Kraft R=4 (Curve II); erstere steigt erst langsam, dann rapide an, und zwar bis auf das 30 fache der ursprünglichen Höhe, um dann noch plötzlicher auf Null abzufallen; die zweite Curve steigt nur ganz wenig an. Aehnliche Curven würden auch hier für die magnetische Induction



selbst gelten, nur müsste man dann die Ordinate der zweiten Curve, um sie mit der ersten vergleichbar zu machen, im Verhältniss von 4:0.3 (wegen  $U = \mu R$ ) grösser darstellen. einzigen Die Unterschiede zwischen Eisen und Nickel sind, wie man sieht, das frühere Verschwinden des Magnetismus und der sanftere Charakter der Erscheinung bei Nickel. Bei Kobalt senkt sich die Curve noch später als bei Eisen zur Nullaxe hinab. In Fig 182a ist die andere der beiden Darstellungsarten gewählt, d. h. es ist hier die

magnetische Induction U als Function der Kraft R, also die Magnetisirungscurve gezeichnet und zwar für vier verschiedene Temperaturen (I:10°, II:670°, III:742° IV:771°); diese Curven schneiden sich, wie man sieht, sämmtlich untereinander, sodass die ursprünglich unterste schliesslich die oberste wird und umgekehrt; um die Art der Kreuzung deutlicher zu zeigen, sind in Fig. 182b die ersten Stücke der Curve in 20 mal vergrössertem Abscissenmaassstabe wiedergegeben. Der Effect gesteigerter Temperatur ist hiernach, dass der Sättigungswerth des Magnetismus kleiner ist und ebenso wie der Inflexionspunkt früher erreicht wird; der Inflexionspunkt der Curve, d. h. der Punkt, bis zu welchem der Magnetismus stärker und von dem an er langsamer als die Kraft wächst, liegt für das den

obigen Darstellungen zu Grunde liegende Versuchsobjekt für  $10^{\circ}$  bei  $R=1^{\circ}6$ , für  $670^{\circ}$  bei  $R=1^{\circ}1$ , für  $742^{\circ}$  bei  $R=0^{\circ}4$  und für  $771^{\circ}$  bei  $R=0^{\circ}2$ . Eine weitere Fortsetzung dieser Magnetisirungscurven für sehr grosse magnetisirende Kräfte verdankt man DU BOIS (nach der optischen Methode erhalten). DU BOIS



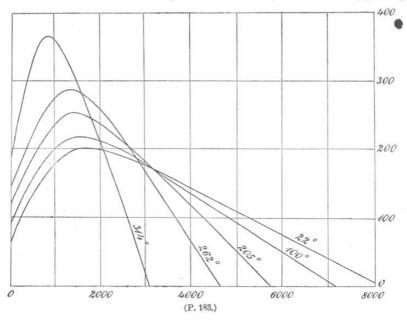
vergleicht, um den Einfluss der verschiedenen Materiale zu eliminiren, nicht die Susceptibilitäten oder Permeabilitäten miteinander, sondern die specifischen Magnetismen σ und findet für die höchsten erreichten Grade (Zahlen sind nicht angegeben, nur Curven):

Eisen (R = 1150):  $\sigma = 219$  bei 0°, 215 bei 100° Stahl (R = 3750):  $\sigma = 211$  , 0°, 207·5 , 100° Kobalt (R = 7900):  $\sigma = 154$  , 0°, 149 , 100° Nickel (R = 12100):  $\sigma = 68·5$  , 0°, 60 , 100°

Die Differenz ist also bei Nickel absolut (und erst recht relativ) am grössten, bei Stahl am kleinsten. Für R=900 wurden ausserdem die Curven der Magnetismen als Function der Temperatur ermittelt, sie fallen natürlich sämmtlich von Beginn an, erst langsam, dann schneller, aber doch sehr viel sanfter als bei kleinen oder mässigen Kräften. Statt U, J oder  $\sigma$  kann man auch  $\kappa$  oder  $\mu$  als Function von R darstellen und daraus Schlüsse ziehen, wie dies z. B. Perkins gethan hat; seinen Arbeiten ist die auf Nickel bezügliche Fig. 183 entlehnt.

Temperaturcoëfficient. Nach den mitgetheilten Resultaten ist es einleuchtend, dass es für die magnetische Induction nicht, wie bei vielen anderen physikalischen Erscheinungen, möglich ist, einen »Temperaturcoëfficienten« anzugeben, d. h. zu sagen, um welchen Bruchtheil seines Werthes sich der inducirte Magnetismus pro Temperaturgrad ändert; es ist dies nicht möglich, einmal, weil die Aenderung nicht nur nicht immer mit der Temperatur proportional ist, sondern unter Umständen, wie wir sahen, sogar ihr Vorzeichen ändert, und zweitens weil der Temperaturcoëfficient, selbst wenn man ihn für den Augenblick

als angebbar betrachtet, für verschieden starke Magnetismen ganz verschiedene Werthe hat. Der Temperaturcoëfficient wird also erstens nur für ein bestimmtes Temperatur-Intervall ( $t_1$  bis  $t_2$ ) gelten, und zweitens nur für eine bestimmte magnetisirende Kraft; über eine gewisse Temperatur wird man überhaupt nicht hinausgehen dürfen. Zur Gewinnung derartiger Zahlen bieten die Curven oder Tabellen von Baur, Ewing und du Bois das beste Material. Dabei ist es offenbar wegen der thermischen Ausdehnung des Versuchskörpers nicht völlig gleichgültig,



durch welche der folgenden Gleichungen man den Temperaturcoëfficienten ε definirt, wenn die Indices 2 und 1 die Grenzen des Temperatur-Intervalls bezeichnen:

$$\mathbf{e} = \frac{J_2 - J_1}{(t_2 - t_1)J_1} = \frac{\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1}{(t_2 - t_1)\mathbf{x}_1} = \frac{\mathbf{\sigma}_2 - \mathbf{\sigma}_1}{(t_2 - t_1)\mathbf{\sigma}_1};$$

(Ewing giebt die J, Baur die  $\varkappa$ , du Bois die  $\sigma$  an. Die Differenzen werden indessen bei den ferromagnetischen Stoffen nicht erheblich sein. Die folgenden Zahlen gelten zwischen gewöhnlicher Temperatur (7° resp. 15° resp. 0°) und 100°.

BAUR	(Eisen)		EWING (Ei	sen)	DU	Bois
R	R ε		ε (weich)	ε (gehärtet)	R	ε Cisen
0.81	+ 0.0019	2	+ 0.0006	+ 0.0025	500	- 0·00010
1.61	0.0028	4	0.0004	0.0018	1000	- 0.00015
2.02	0.0018	6	0.0003	0.0017		Stahl
4.85	0.0024	8	0.0002	0.0014	500	
8.07	0.0010	10	0.0001	0.0013	1000	- 0.00010
16.11	0.0008	12	+ 0.0000	0.0012	3750	- 0.00020 - 0.00025
24.11	0.0002	14	- 0.0000	0.0010		1
32.02	+ 0.0000	20	- 0.0001	0.0005	K	obalt
39.84	- 0.0000	30	- 0.0002	0.0002	8000	<b>—</b> 0.00035
62.47	- 0.0001	40		0.0001	N	ickel
		50		- 0.0000	12000	- 0.00135

Der Temperaturcoëfficient ist also für kleine Kräfte positiv, nimmt bei wachsender Kraft ab und wird für grosse Kräfte negativ; der Durchgang durch Null findet bei weichem Eisen bei R=10 bis 15, bei härterem bei R=40 bis 50 statt. Für schwache Kräfte, etwa bis zu R=1, kann man für weiches Eisen zwischen 0° und 100° rund  $\varepsilon = +0.001$ , bei gehärtetem  $\varepsilon = +0.002$  bis 0.003 setzen. Will man dem Temperatureinfluss besser gerecht werden, als es durch diese variablen Coëfficienten geschieht, so muss man eine mindestens quadratische Function von t einführen und deren Coëfficienten überdies mit der magnetisirenden Kraft in Verbindung bringen; BAUR hat dies durch folgende aus seinen Zahlen abgeleitete Formel gethan:

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1 \bigg[ 1 + \frac{a + b\,R}{R} \, (t_1 - t_2) + \frac{c}{R} \, (t_1 - t_2)^2 \bigg] \, ,$$

in welcher

$$a = 0.005685$$
  $b = 0.0001122$   $c = 0.0000072$ 

zu setzen ist; leider verlieren diese Zahlen deshalb viel von ihrem Werthe, weil in der ganzen Arbeit BAUR's nicht angegeben ist, aus was für Eisen sein Versuchskörper bestand.

Einfluss der Temperatur auf den permanenten Magnetismus. Dass die Temperatur den permanenten Magnetismus von Magnetstäben beeinflusst, ist schon seit langer Zeit bekannt. Dieser Einfluss besteht in der Verringerung des Magnetismus bei der Erwärmung, und bei starker Erhitzung geht er sogar ganz verloren. Dabei ist wiederum zwischen erster Erwärmung und späterer Erwärmung zu unterscheiden, letztere ist von umkehrbarem Einfluss, erstere aber nicht; d. h., nach einer erstmaligen Erwärmung gewinnt der Magnet bei Wiederabkühlung seinen früheren Magnetismus nur theilweise wieder, auch bei der zweiten Abkühlung bleibt noch ein weiterer Verlust zurück, bei späteren Erwärmungen ist jedoch der Verlust ein vorübergehender, der durch Wiederabkühlung vollständig ausgeglichen wird. Natürlich ist auf dieses Verhalten die erreichte höchste Temperatur, die Art der Erwärmung und Abkühlung u. s. w. von wesentlichem Einfluss, und es sei hier nochmals an die Untersuchung von BARUS und STROUHAL (pag. 191) erinnert1). Wenn die äusserste Temperatur sehr hoch ist, insbesondere wenn der Stab kräftig geglüht wird, verliert er auch nach wiederholten Cyclen seinen Magnetismus dauernd, und man hat hier somit ein vorzügliches Entmagnetisirungsmittel, das in der That von allen das üblichste ist. Andere Versuche über diesen Gegenstand rühren von KUPFFER2), RIESS und Moser<sup>3</sup>), Dufour<sup>4</sup>) und G. Wiedemann<sup>5</sup>) her. Von den Ergebnissen, zu denen der letztgenannte Physiker gelangte, seien zunächst folgende relative Zahlen für die Magnetismen bei 0° und 100° angeführt; mo' ist der Magnetismus nach der ersten Abkühlung,  $M_0$  und  $M_{100}$  sind die endgültigen Magnetismen nach einer

hinreichenden Anzahl von Cyclen; endlich ist  $\varepsilon = \frac{M_{100}-M_0}{100\,M_0}$  der endgültige

<sup>1)</sup> Ferner sei noch angeführt: STROUHAL u BARUS, WIED. Ann. 20, pag. 662. 1883. — GAUGAIN, Compt. rend. 82, pag. 1422; 83, pag. 661. 1876; 86, pag. 536. 1878. — POLONI, Beibl. z. WIED. Ann. 1878, pag. 67; 1881, pag. 67 u. 802. — TROWBRIDGE, Beibl. 1881, pag. 614. - FROMME, WIED. Ann. 22, pag. 371. 1884.

<sup>2)</sup> KUPFFER, KASTNER'S Archiv 6, pag. 185. 1825.

<sup>3)</sup> RIESS und Moser, Pogg. Ann. 17, pag. 403. 1829.

<sup>4)</sup> DUFOUR, Arch. de Genève 34, pag. 295. 1857.

<sup>5)</sup> G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 100, pag. 235. 1852; 103, pag. 563. 1858; 122, pag. 355. 1864.

Temperaturcoëfficient, sein stets negatives Vorzeichen ist der Kürze halber fortgelassen. Der erstmalige Temperaturcoëfficient ist natürlich viel grösser, bietet aber kein tieferes Interesse dar, weil er noch mit den »Anfangserscheinungen« behaftet ist.

Material	$m_0$	m <sub>100</sub>	$m_0'$	$M_0$	$M_{100}$	ε
	72	42	45	37	33	0.0010
Harter Stahl	135	89	96	86	78	0.0009
	195	134	146	133	120	0.0010
	r 44	27	30	29	27	0.0007
Angelassener Stahl	148	107	115	110	101	0.0008
	317	239	261	251	226	0.0010
	( 85	45	_	38	33	0.0013
Weicher Stahl I	141	74	_	69	57	0.0017
	210	110	-	115	88	0.0023
W.: 1 C. 11 W	∫ 96	50	54	45	39	0.0013
Weicher Stahl II	175	93	108	93	76	0.0019
	52	35	37	_	_	_
Sehr weicher Stahl, oft ge-	81	55	58	_	_	_
glüht und langsam erkaltet	113	76	82			
	181	114	131	_	_	_

Nach diesen Angaben bewegt sich der Temperaturcoöfficient für den permanenten Magnetismus zwischen den Grenzen 0·0007 und 0·0023, für harten Stahl kann man ihn rund zu einem Tausendstel des Werthes ansetzen; für kräftigere Magnete ist er nach Wiedemann grösser, nach einer Angabe von F. Kohlrausch 1) jedoch im Allgemeinen kleiner. Aehnliche Bestimmungen hat Cancani 2) ausgeführt.

Ueber die Berücksichtigung des Temperaturcoëfficienten von Stahlstäben bei magnetischen Untersuchungen ist schon im Art. »Magnetische Messungen« einiges gesagt worden; hier sei kurz folgendes hinzugefügt. Um grössere Empfindlichkeit zu erzielen, als wenn man einfach die Ablenkungen einer Nadel unter der Einwirkung des auf zwei verschiedene Temperaturen gebrachten Stabes vergleichen wollte, thut man nach W. Weber gut, die Ablenkung bei der einen Temperatur durch einen Hilfsstab gänzlich oder grösstentheils zu compensiren. Statt der Ablenkungen kann man auch die Schwingungszeiten bei den beiden Temperaturen mit einander vergleichen. Ferner kann man nach Wild die Einstellung des bifilar aufgehängten Stabes bei verschiedenen Temperaturen ermitteln. Endlich hat Kohlrausch folgendes sehr empfindliche Verfahren angegeben. Man stellt den Stab so auf, dass er im Verein mit dem Erdmagnetismus eine Nadel ost-westlich stellt; bildet er dabei mit dem Meridian den Winkel  $\varphi$ , und dreht sich bei seiner Erwärmung um  $t^0$  die Nadel um den Winkel  $\alpha$ , so ist der Temperaturcoëfficient

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \tan g \ \varphi \ \frac{\alpha}{t}.$$

Näheres hierüber und über die erforderlichen Correkturen sehe man bei F. Kohlrausch<sup>3</sup>).

<sup>1)</sup> F. Kohlrausch, Leitfdn. d. pr. Phys. 7. Aufl. pag. 249.

<sup>2)</sup> CANCANI, Atti Acc. Linc. (4) 3, pag. 501. 1887. — Rend. Acc. Linc. 4, pag. 334. 1888.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>) F. KOHLRAUSCH, Leitfaden 7. Aufl. pag. 249. — WIED. Ann. 22, pag. 420. 1884. — Ferner vergl. LAMONT, Erdmagn., pag. 28.

Die besonderen Erscheinungen, welche auch hier auftreten, wenn der permanente Magnetismus des Stabes die Folge vorübergegangener stärkerer Magnetisirung und partieller Entmagnetisirung ist, sind ebenfalls von Wiedemann erforscht worden, und es haben sich dabei ähnliche Beziehungen herausgestellt, wie bei den analogen Beziehungen des Magnetismus zur Elasticität; als Beispiel diene die folgende Tabelle, in der M den ursprünglichen, m den bei der Entmagnetisirung übrig gebliebenen Magnetismus,  $m_{100}$  den nach der Erwärmung auf  $100^\circ$  und  $m_0$  den nach der Wiederabkühlung auf  $0^\circ$  bezeichnet:

	M	m	m <sub>100</sub>	$m_0$
1	70.5	70.5	42.2	54.5
2	72	40.1	27	40.5
3	70	25	18	39.5
4	72	2	2	9
5	75	0	0	9.5

Dem einfach magnetisirten Stabe giebt also die Abkühlung nach der Erwärmung nur einen Theil des verlorenen Magnetismus wieder, dem vorher zur Hälfte entmagnetisirten giebt die Abkühlung den vollen vor der Erwärmung besessenen Magnetismus wieder, bei noch stärkerer Entmagnetisirung ist der Magnetismus nach der Abkühlung sogar grösser als vor der Erwärmung, und in einem in Folge von Entmagnetisirung scheinbar gänzlich unmagnetischen Stabe kann man durch Erwärmung und Wiederabkühlung geradezu Magnetismus wieder zum Vorschein bringen.

Temperatur und Hysteresis. Wie bei allen magnetischen Erscheinungen, so macht sich auch in Bezug auf die Beziehung zur Temperatur das Nachwirkungsphänomen geltend. Man hat aber hier zwei Arten von Hysteresis zu unterscheiden. Einmal wird die bei der magnetischen Induction untersuchte Nachwirkung der magnetisirenden Kraft auf den Magnetismus durch die Wärme beeinflusst, und es ist auch sofort klar, in welchem Sinne dieser Einfluss wirken wird. Da nämlich, für nicht zu hohe Temperaturen, der aufsteigende Zweig der Magnetisirungscurve durch die Wärme in die Höhe gehoben, der absteigende dagegen wegen der Verminderung der Remanenz herabgedrückt wird, so ergiebt sich, dass beide Zweige einander genähert werden und folglich die von ihnen eingeschlossene Fläche verkleinert wird (z. B. nach einigen Versuchen von Kunz 1) bei weichem Eisen von 23490 auf 19180, bei Stahl von 89700 auf 42900, also sehr viel stärker) - ein Einfluss, der offenbar dem von mechanischen Erschütterungen analog ist; hierauf wird noch zurückzukommen sein. Ferner aber kann man vermuthen, dass auch Hysteresis in Bezug auf die Wirkung der Wärme selbst stattfindet, d. h. dass die Curven, welche für eine bestimmte Kraft den Magnetismus als Function der Temperatur darstellen, einmal für Erwärmung, das andere Mal für Abkühlung, nicht mit einander zusammenfallen. Es scheint jedoch, dass diese Hysteresis im Allgemeinen sehr geringfügig ist und nur in Bezug auf einen bestimmten Punkt erheblich wird, nämlich in Bezug auf diejenige Temperatur, bei welcher der Magnetismus verschwindet resp. wieder auftritt. Bei gewöhnlichem Eisen und Stahl ist übrigens auch diese Differenz<sup>1</sup>) nicht gross, sie beträgt bei Eisen vielleicht 10°, bei Stahl 20-30°, was bei der Höhe der betreffenden Temperaturen (600-800°) nicht viel besagen will und überdies schwer

<sup>4)</sup> Kunz, El. Z. 1892, pag. 245.

<sup>1)</sup> NEWALL und TROUTON, Rep. Brit. Ass. 1889 pag. 517. Proc. R. Soc. Dublin 1886.

genau festzustellen ist. Dagegen hat Hopkinson¹) für eine Legirung von Eisen und 50 Nickel gefunden, dass der Magnetismus bei 800° verschwindet und auf dem Rückwege erst bei 600–650° wieder auftaucht; bei einer Legirung von 250 Nickel kehrte sogar der bei 580° verschwundene Magnetismus bei der Wiederabkühlung überhaupt nicht wieder, so dass es bei diesen Materialien ganz von der Vorgeschichte abhängt, ob sie überhaupt magnetisirbar sind. Man wird hier sofort an das früher (pag. 194) über die Unmagnetisirbarkeit dieser Legirungen Gesagte erinnert. Bei noch stärkeren Nickelgehalte wird die Erscheinung wieder weniger markant.

Einfluss der Temperatur auf schwach magnetische Körper. Genauere Bestimmungen dieses Einflusses hat zuerst G. Wiedemann²) bei einer grossen Anzahl magnetischer Salze ausgeführt und gefunden, dass der Magnetismus mit steigender Temperatur abnimmt, und zwar bei allen im gleichen Verhältnisse nämlich nach der Formel  $m=m_0~(1-0.00325\,t)$ ; der Temperaturcöfficient ist also negativ, was verständlich ist, da die hier angewandten magnetisirenden Kräfte naturgemäss sehr grosse sind, und bei so grossen Kräften der Coëfficient auch bei den ferromagnetischen Körpern negativ ist. Im Anschlusse an Wiedemann hat Plessner³) genauere Messungen durchgeführt, und zwar zwischen den Temperaturen von  $10-20^\circ$  einerseits und  $30-70^\circ$  andererseits. Für Salzlösungen (Eisenchlorid, Mangansulfat, Nickelsulfat, Kobaltnitrat) fand sich übereinstimmend  $\beta=-0.00356$ ; bei den festen Salzen hingegen ergab sich für jedes eine andere Zahl, nämlich für

```
Mangansulfalt . . . . . . \epsilon = -0.00311 , (andere Probe) . \epsilon = -0.00268 Kobaltsulfat . . . . . . \epsilon = -0.00275.
```

Bei Nickelsulfat endlich nimmt  $\epsilon$  mit wachsendem Temperaturintervall zu, sodass man den specifischen Magnetismus  $\sigma$  durch eine quadratische Function  $1+\alpha t+\beta t^2$  darstellen muss, und zwar wird in einer Versuchsreihe  $\alpha=-0.00150$ ,  $\beta=-0.000033$ , in der anderen  $\alpha=-0.00097$ ,  $\beta=-0.000040$ .

Ferner hat Quincke<sup>4</sup>) nach seiner schon wiederholt erwähnten Steighöhenmethode die Temperaturcoëfficienten ε der Susceptibilität und ε' des Atommagnetismus gemessen und zwischen 10 bis 18° einerseits und 40 bis 85° andererseits folgende Zahlen gefunden:

Flüssigkeit								Spec. Gew.	Proz. Geh.	— ε	— ε'
Mangansulfat								1.4165	35.74	0.00284	0.00281
Manganchlorü	r							1.3695	33.48	301	298
"		in	Sal	zsä	ure			1.3384	20.78	162	158
>>		in	All	oh	ol			1.0258	20.65	320	315
Eisensulfat								1.2825	23.70	192	186
Eisenchlorür								1.2900	21.89	369	361
Eisenchlorid						2		1.5083	48.18	290	288
Kobaltsulfat								1.2584	21.05	306	295
Kobaltchlorür								1.1290	12.63	262	244

Hierzu ist zweierlei zu bemerken. Erstens beziehen sich die auf gleiche Volumina bei beiden Temperaturen, zur Umrechnung auf die specifischen

<sup>1)</sup> HOPKINSON, Proc. R. Soc. 1889 und 1890.

<sup>2)</sup> G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 126, pag 1. 1865.

<sup>3)</sup> PLESSNER, WIED. Ann. 39, pag. 336. 1890.

<sup>4)</sup> QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 347. 1885.

Magnetismen müsste man also die Ausdehnung der Flüssigkeiten berücksichtigen und würde dann statt obiger Zahlen noch kleinere, also auch kleinere als die Wiedemann-Plessner'schen Zahlen, erhalten. Zweitens sind die Zahlen Mittelwerthe aus mehreren, verschiedenen Endtemperaturen entsprechenden Einzelzahlen, und die letzteren einander nicht gleich, sondern mit wachsendem Temperaturintervall theils abnehmend, theils zunehmend; man müsste also, wenn die Zahlen nicht doch etwas unsicher wären, noch ein zweites Temperaturglied eintühren.

Bei diamagnetischen Stoffen nimmt nach Plücker¹), Matteuccl²) u. A. der Diamagnetismus ebenfalls bei der Erwärmung ab, was theoretisch insofern interessant ist, als dies scheinbar gegen die differentielle Theorie des Diamagnetismus spricht, nach der man erwarten sollte, dass bei allen Körpern der algebraische Werth des Magnetismus in demselben Sinne wüchse; es ist aber doch dabei die gleichzeitige Erwärmung des umgebenden Mediums und noch manches andere, was diesen Gedanken hinfällig machen kann, zu berücksichtigen. Auch ist die Abnahme des Diamagnetismus meist schwächer als bei den paramagnetischen Stoffen. Für feste Körper liegen keine exakten Angaben vor, wohl aber für Flüssigkeiten und Gase. So findet Henrichsen³) für die von ihm untersuchten organischen Verbindungen (vergl. ob. pag. 209) Werthe, deren Differenzen er bei der Schwierigkeit der Messungen keine weitere Bedeutung beilegt, und deren Mittelwerth, auf das Volumen bezogen,

$$\epsilon_v = -0.00134$$

ist; da nun für diese Stoffe im Mittel der thermische Ausdehnungscoöfficient 0·00118 ist, so ergiebt sich als Temperaturcoöfficient des specifischen Magnetismus (und ebenso des Molekularmagnetismus)

$$\epsilon_m = -0.00016$$

also eine sehr kleine Zahl. Für Wasser, Alkohol und Salzsäure konnte Quincke sogar überhaupt keine Abnahme des Volumen-Magnetismus mit steigender Temperatur wahrnehmen, woraus folgen würde, dass deren specifischer Magnetismus mit steigender Temperatur zunimmt. 4)

Von Gasen hat Quncke<sup>5</sup>) Luft und Sauerstoff untersucht und gefunden, dass der Temperaturcoëfficient auch hier negativ ist, sein Werth aber mit steigendem Temperaturintervall abnimmt; da die Zahlen für beide Gase durcheinander gehen, kann man Mittelwerthe bilden und erhält dann für folgende obere Temperaturgrenzen die darunterstehenden Werthe:

$$20^{\circ}$$
  $30^{\circ}$   $40^{\circ}$   $50^{\circ}$   $60^{\circ}$   $70^{\circ}$   $80^{\circ}$   $90^{\circ}$   $100^{\circ}$   $-\varepsilon_{p} = 0.0080$   $0.0072$   $0.0066$   $0.0060$   $0.0057$   $0.0054$   $0.0052$   $0.0050$   $0.0048$ 

Da sich diese Zahlen auf das Volumen beziehen, der Ausdehnungscoöfficient aber 0·00367 ist, erhält man für die Temperaturcoöfficienten des specifischen Magnetismus:

$$20^{\circ}$$
  $30^{\circ}$   $40^{\circ}$   $50^{\circ}$   $60^{\circ}$   $70^{\circ}$   $80^{\circ}$   $90^{\circ}$   $100^{\circ}$   $-\varepsilon_{w} = 0.0043$   $0.0035$   $0.0029$   $0.0023$   $0.0020$   $0.0017$   $0.0015$   $0.0013$   $0.0011$ ,

<sup>1)</sup> PLÜCKER, Pogg. Ann. 74, pag. 370. 1848; 75, pag. 177. 1848.

<sup>2)</sup> MATTEUCCI, Compt. rend. 36, pag. 740. 1853.

<sup>3)</sup> HENRICHSEN, WIED. Ann, 45, pag. 38 (insb. 41-43). 1892.

<sup>4)</sup> Ganz neuerdings hat CURIE (Compt. rend. 116, pag. 136. 1892) zahlreiche Temperaturcoëfficienten ermittelt.

<sup>5)</sup> QUINCKE, WIED. Ann. 34, pag. 401. 1888.

sodass die Abnahme des  $\varepsilon$  mit steigender Temperatur eine sehr kräftige wird. Bei Stickstoff, Wasserstoff und Kohlensäure war kein Temperatureinfluss wahrzunehmen. Als jedoch feste Kohlensäure in Scheibenform zwischen die Magnetpole gebracht wurde, stellte sie sich anfangs axial und erst nach einiger Zeit, als sie wärmer geworden war, äquatorial ein 1).

Hier ist auch der Ort, um des Verhaltens von Flammen Erwähnung zu thun, wie es zuerst von Bancalari<sup>2</sup>) und dann eingehender von Faraday<sup>3</sup>) studirt worden ist. Die Grundthatsache ist die, dass eine Flamme zwischen den Polen sich in äquatorialer Richtung verbreitert und unter Umständen zu Spitzen verlängert; sie ist also diamagnetisch. Auch heisser Rauch (nicht aber kalter) wird beim Aufsteigen zwischen Polen seitlich abgelenkt.

Was endlich Krystalle betrifft, so folgt aus zahlreichen Versuchen Faraday's <sup>4</sup>) dass in einem magnetisch anisotropen Krystall die Differenzen der Susceptibilitäten in verschiedenen Richtungen mit steigender Temperatur merklich abnehmen, z. B. die Differenz der Hauptsusceptibilitäten bei Wismuth zwischen 40 und 140° auf weniger als die Hälfte, bei Eisenspath zwischen 20 und 150° auf den dritten Theil.

Theoretisches. Aus der Gesammtheit der geschilderten Verhältnisse und aus der Gegensätzlichkeit ihrer Einzelheiten geht ohne weiteres hervor, dass der Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus nicht aus einer einzigen Quelle stammen kann, sondern dass er sich aus verschiedenen Faktoren zusammensetzt, die für sich genommen entgegengesetzte Wirkungen haben würden, und von denen je nach den Umständen der eine oder der andere überwiegt. Welche Möglichkeiten hierbei in Betracht kommen, haben insbesondere G. Wiedemann<sup>5</sup>), Hop-KINSON 6) und EWING 7) erörtert. Nach der Theorie der drehbaren Molekularmagnete ist zunächst, wie DU BOIS8) mit Recht hervorhebt, zwischen zwei Wirkungen zu unterscheiden, nämlich zwischen der auf die mehr oder weniger axialen Einstellungen der Molekeln und der auf den specifischen, dauernd vorhandenen Magnetismus der Molekeln selbst; in schwachen Feldern wird die erstere Wirkung die hauptsächliche sein, weil sie jedenfalls leichter von statten geht, in sehr starken Feldern aber, in denen die Molekeln schon sämmtlich so gut wie axial gestellt sind, kommt die zweite Wirkung in Betracht; vielleicht hängt es hiermit zusammen. dass (vergl. ob.) die Wirkung der Wärme in starken Feldern eine gleichmässigere. in schwachen Feldern eine heftigere, stossartige ist. Aber auch die Wirkung auf die Orientirung der Molekeln ist keine einfache, es kommt hier der direkte Einfluss und die entmagnetisirende Kraft der umgebenden Theilchen in Betracht. Endlich ist zu erwägen, dass, wenn die Wärme kinetische Energie ist, ihre Zufuhr die Beweglichkeit der Theilchen erhöht und ähnlich wie mechanische Erschütterung wirken muss, was in der That oben betont wurde.

<sup>1)</sup> Neuerdings hat auch Curie den Sauerstoff bei verschiedenen Temperaturen untersucht und den Coëfficienten des spec. Magn. vom Vorzeichen abgesehen mit dem GAY-Lussac'schen übereinstimmend gefunden; vergl. Compt. rend. 115, pag. 803 u. 1292. 1892.

<sup>2)</sup> BANCALARI, POGG. Ann. 73, pag. 286. 1848.

<sup>3)</sup> FARADAY, Phil. Mag. (3) 31, pag. 401. 1847. — Exp. Unt. Bd. 3. — Vergl. auch Plücker, Pogg. Ann. 73, pag. 559. 1848.

<sup>4)</sup> FARADAY, Exp. Res. 22, § 2570. 1848; 30, § 3394. 1855.

<sup>5)</sup> G. WIEDEMANN, Elektr. (3. Aufl.) 3, pag. 769.

<sup>6)</sup> HOPKINSON, a. a. O.

<sup>7)</sup> EWING, Magn. Ind., Cap. 8; Tr. R. Soc. 1885 (2), pag. 523.

<sup>8)</sup> DU BOIS, Phil. Mag. (5) 29, pag. 297. 1890.

Eine specielle Betrachtung fordert noch das seltsame Verhalten heraus, welches z. B. beim Eisen in der Nähe von 800° auftritt: das starke Anwachsen des Magnetismus und das darauf folgende fast plötzliche Verschwinden desselben. Es würde diese Thatsache kaum verständlich sein, wenn sie nicht mit mehreren anderen interessanten Erscheinungen zusammenfiele, dem Gore'schen Phäno men<sup>1</sup>) und der Recalescenz. Das Gore'sche Phänomen besteht darin, dass ein Eisendraht, der erhitzt wird, bei dunkler Rothgluth eine plötzliche Zusammenziehung, durch welche die regelmässige Ausdehnung vorübergehend unterbrochen wird, und ebenso bei der Abkühlung an derselben Stelle eine plötzliche Ausdehnung erfährt; Gore selbst hat diese Erscheinung, die vielleicht durch den Kohlengehalt des Eisens hervorgerufen wird, mit der plötzlichen Aenderung der Magnetisirbarkeit bei dieser Temperatur in Verbindung gebracht. Die von BARRETT<sup>2</sup>) aufgefundene Recalescenz, die ebenfalls bei jener kritischen Temperatur auftritt, besteht darin, dass die Abkühlung sich selbst überlassenen Eisens oder Stahls an dieser Stelle eine plötzliche Unterbrechung erleidet, ja sogar in vorübergehende Erwärmung übergehen kann, die man unter Umständen als Hellerwerden der Rothgluth auch mit dem Auge wahrnehmen kann; es ist daraus zu schliessen, dass durch innere Vorgänge, also durch Strukturänderung, Wärme erzeugt wird. Den Zusammenhang der Erscheinung mit dem Wiederauftritt des Magnetismus hat besonders Hopkinson studirt und u. a. gefunden, dass bei dem vollständig unmagnetischen Manganstahl die Erscheinung der Recalescenz fehlt. Das Gore'sche Phänomen und die Recalescenz sind aber nicht die einzigen, hier in Betracht kommenden Thatsachen; es ist terner an die von Holborn constatirten Härtungstemperaturen (pag. 194) zu erinnern und darauf hinzuweisen, dass auch für die Beziehungen des Magnetismus zur Dehnung und Torsion nach Tomlinson3), ferner für das elektrische und thermoelektrische Verhalten die in Rede stehende Temperatur einen kritischen Charakter hat.

Thermomagnetische Motoren. Die Abhängigkeit des Magnetismus von der Temperatur giebt die Möglichkeit einer eigenartigen Methode zur Leistung von Arbeit an die Hand, indem nämlich kaltes Eisen in das Feld hineingezogen, warmes aber ohne oder mit geringerem Arbeitsaufwande aus ihm herausgezogen werden kann. Dieser Gedanke ist von Edison<sup>4</sup>), Thomson und Houston<sup>5</sup>), Schwedoff<sup>6</sup>), sowie Stefan<sup>7</sup>) zur Construction thermomagnetischer Motoren benutzt worden. Für die Praxis haben dieselben bis jetzt keine Bedeutung erlangt, zur Demonstration sind jedoch namentlich die Stefan<sup>3</sup>schen Apparate vortrefflich geeignet. Der eine von ihnen, das thermomagnetische Pendel, schwingt mit seinem als Pendelkörper dienenden Nickel- oder (Eisen-)blech zwischen den Magnetpolen hin und her, der andere, das thermomagnetische Rad, rotirt zwischen ihnen.

<sup>1)</sup> Gore, Proc. R. Soc. 17, pag. 260. 1869. — Vergl. auch C. Heim, Unt. üb. die Goreschen Phänomene, In.-Diss. Münch. 1885.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) BARRETT, Phil. Mag. (4) 46, pag. 472. 1873.

<sup>3)</sup> TOMLINSON, Proc. Phys. Soc. Lond. 1887, pag. 67. — TOMLINSON und NEWALL, Phil. Mag. (5) 24, pag. 256 und 435. 1887.

<sup>4)</sup> Edison, Lum. él. 1887, pag. 554.

<sup>5)</sup> Houston und Thomson, J. of the Franklin Inst. 1879, pag. 39.

<sup>6)</sup> Schwedoff, J. de Phys. (2) 5, pag. 362. 1886.

<sup>7)</sup> STEFAN, WIED. Ann. 38, pag. 427. 1889.

### b) Wärmewirkung der Magnetisirung.

Nothwendigkeit der Wärmewirkung. Bei der Magnetisirung wird irgend eine Energie, z. B. elektrische, in magnetische Energie verwandelt. Es ist nun nach den bei anderen derartigen Umwandlungen gemachten Erfahrungen zu vermuthen, dass hierbei nicht die gesammte aufgewandte Energie in magnetische, sondern dass ein Theil in thermische Energie, also in Wärme, umgesetzt wird; das Verhältniss der erzielten magnetischen zur ganzen aufgewandten Energie würde alsdann der Wirkungsgrad des Magnetisirungsprocesses sein. Einfacher als in dem hier gedachten Falle liegen die Verhältnisse, wenn man einen Körper erst magnetisirt und dann gleich wieder entmagnetisirt, ohne dass er seinen Magnetismus irgend wie zur Wirkung nach aussen bringen könnte. Es ist dann bei diesem Cyclus Arbeit aufgewandt worden, ohne dass am Schlusse überhaupt Magnetismus vorhanden wäre. Damit man hiergegen nicht einwende, dass am Schlusse doch remanenter Magnetismus vorhanden sei, muss angenommen werden, dass der betreffende Körper den Cyclus schon oft durchgemacht habe und in Folge dessen einen gewissen remanenten Magnetismus besitze; diesen selben remanenten Magnetismus wird er dann auch am Schlusse eines neuen identischen Cyclus besitzen, es hat sich also magnetisch nichts in ihm geändert. Daraus folgt, dass in diesem Falle die gesammte aufgewandte Arbeit in Wärme umgesetzt sein muss, der Körper muss sich also relativ kräftig erwärmt haben. Diese Forderung ist durch die Erfahrung vollkommen bestätigt worden. Man hat die in Rede stehende Erwärmung durch cyklische Magnetisirung beobachtet und nach zwei verschiedenen Methoden gemessen.

Messungsmethoden. Nach dem Gesagten liegt es nahe, die Erwärmung durch die aufgewandte Arbeit zu messen, der sie äquivalent ist. Nun ist schon im Art. »Magnetische Induction« (pag. 175) angegeben worden, dass diese Arbeit (für die Volumeneinheit) dargestellt wird durch den Inhalt der Flächen zwischen den aufsteigenden und den absteigenden Zweigen der jenem Cyclus entsprechenden Magnetisirungscurve (Fig. 168); man braucht also nur diese Fläche, also nur die Werthe des Magnetismus  $J_1$  und  $J_2$  bei aufsteigender und absteigender Kraft R zu messen und den Ausdruck

$$W = \frac{1}{a} \int (J_2 - J_1) dR$$

zu bilden, um, wenn a das Arbeitsäquivalent der Wärme ist, die Magnetisirungswärme W zu finden. Diese Methode, die u. A. Warburg 1), Ewing 2) und Wassmuth und Schilling 3) benutzt haben, ist entschieden die einfachste.

Andererseits kann man die Erwärmung auf direktem thermischem Wege bestimmen. Indessen treten hierbei leicht ersichtliche Schwierigkeiten auf, die auf der Mitwirkung freier, in der Umgebung des Eisenkörpers erzeugter Wärmemengen, z. B. der Magnetisirungsspule, und anderen Fehlerquellen beruhen und die Erlangung zuverlässiger und genauer Ergebnisse zweifelhaft erscheinen lassen. Trotzdem ist die Methode, die übrigens naturgemäss älter als die erstgenannte ist, vielfach angewandt worden, und insofern mit Recht, als ihr ein selbständiger Werth zukommt. Die Arbeitsmethode ist nämlich insofern von beschränkter Anwendbarkeit, als man bei ihr den Cyclus nur sehr langsam durchlaufen lassen kann, weil man in möglichst vielen seiner Punkte magnetische Messungen aus-

<sup>1)</sup> WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 141. 1881.

<sup>2)</sup> EWING, Tr. R. Soc. 1885.

<sup>3)</sup> WASSMUTH und SCHILLING, Wien. Ber. 94 (2), pag. 280. 1886.

führen muss. Gerade umgekehrt bietet die thermische Methode die Möglichkeit, den Cyklus sehr schnell, nämlich durch Benutzung eines intermittirenden Erregungsstromes, auszuführen; und da man ihn hierbei überdies sehr oft wiederholen kann, wobei sich die Erwärmungen durch jeden einzelnen summiren, wird man immerhin auf relativ gute Resultate rechnen dürfen. Die beiden Methoden ergänzen sich also, und sie lassen zugleich die Frage entscheiden, ob die Wärmewirkung cyklischer Magnetisirung von der Geschwindigkeit abhängt.

Die ersten Versuche über die Erwärmung durch Magnetisirung hat Joule¹) mit Hilfe der Rotation eines Bündels von Eisenlamellen über den Polen eines Magneten angestellt und, was zu erwarten war, gefunden, dass die erzeugte Wärme mit dem Quadrat des Magnetismus proportional ist. Von den späteren thermischen Beobachtungen²) können am besten die von Cazin³), bei denen ein intermittirender Strom (bis zu 300 Unterbrechungen in der Minute) benutzt wurde, zur Ermittelung des absoluten Werthes der Wärmewirkung dienen; nach der Umrechnung von Warburg findet man, dass in einem Falle, in welchem das magnetische Moment im CGS-System 28·7 beträgt, die in einem Cyclus entwickelte Wärme gleich 20·3 Milliontel Calorien. Vergleicht man mit dieser Zahl, die sich auf eiserne Röhren bezieht, einige Zahlen, welche Warburg⁴) für Eisendrähte nach der Arbeitsmethode ermittelt hat⁵), nämlich 1)  $W=2\cdot23\times10^{-6}$  für M=25 und 2)  $W=6\cdot05\times10^{-6}$  für M=40, so findet man als Wärmemenge pro Einheit des magnetischen Møments

bei Cazin: 
$$2.5 \times 10^{-8}$$
 bei Warburg: 1)  $0.3 \times 10^{-8}$  Mittel  $0.35 \times 10^{-8}$ .

Es stimmt also nur die Grössenordnung der gefundenen Wärmemenge überein, der wirkliche Betrag ist bei Cazin etwa 7 mal so gross wie bei Warburg. Auch Herwig<sup>6</sup>) hat derartige Bestimmungen ausgeführt, aber leider keine Angaben über die benutzten Kräfte und die erreichten Magnetismen gemacht, sodass sich ein Vergleich nicht durchführen lässt. Auch auf eine Arbeit von Borgmann<sup>7</sup>) kann hier nicht eingegangen werden. Von grossem Interesse sind hingegen die Versuche von Warburg und Hönig<sup>8</sup>), bei welchen dieselben Versuchskörper einmal dem langsamen Cyclus unter Anwendung der Arbeitsmethode, ein zweites Mal der raschen Cyclenfolge des intermittirenden Stromes unter Anwendung der thermischen Methode unterworfen wurden, bei letzterer wurde ein allen Bedenken möglichst gerecht werdendes Calorimeter von besonderer Construction benutzt. Als Versuchskörper dienten:

- 1) Bündel I von 370, je 0.01 cm dicken Eisendrähten, Gesammtgewicht 14:77 gr,
- 2) Bündel II von 150, je 0·034 cm dicken Drähten, Gew. 14·47 gr,

<sup>1)</sup> JOULE, Phil. Mag. 23, pag. 263, 347 und 435. 1843.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) VAN BREDA, POGG. Ann. 68, pag. 552. 1846. — GROVE, POGG. Ann. 78, pag. 567. 1849. — Für cirkulare Magnetisirung: VILLARI, N. Cim. (2) 4, pag. 287 und 389. 1870.

<sup>3)</sup> CAZIN, Compt. rend. 78, pag. 845; 79, pag. 290. 1874; Ann. Chim. Phys. (5) 6, pag. 493. 1875; J. de Phys. 5, pag. 111. 1876.

<sup>4)</sup> WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 141. 1881.

 $<sup>^5)</sup>$  Diese Zahlen wurden natürlich ebenfalls vom Gauss'schen auf das obige Maasssystem umgerechnet.

<sup>6)</sup> HERWIG, WIED. Ann. 4, pag. 177. 1878.

<sup>7)</sup> BORGMANN, J. d. russ. phys. Ges. 14, pag. 67. 1883.

<sup>8)</sup> WARBURG und HÖNIG, WIED. Ann. 20, pag. 814. 1883. — Vergl. hierzu auch WASSMUTH und Schilling, a. a. O., sowie WARBURG, Wien. Ber. 96 (2), pag. 1256. 1888.

- 3) Eisenstab I, 0.4 cm dick, 13.01 gr schwer,
- 4) Eisenstab II, 0.7 cm dick, 39.32 gr schwer,
- 5) Bündel von dünnen Eisenblechstreifen, 13 gr schwer.

Alle Objekte waren 12 cm lang. Es wurden entweder einfache Cyklen ausgeführt, bei denen die Kraft zwischen 0 und einem äussersten Werthe variirte, oder Doppelcyklen, bei denen sie zwischen jenem positiven und einem gleich grossen negativen Werthe variirte; auf den einfachen Cyklus bezieht sich der Index 1, auf den doppelten der Index 2. Das äusserste erreichte Moment entsprach ungefähr dem Inflexionspunkte der Magnetisirungscurve, und die Susceptibilität war hierbei bei

Bündel I	Bündel II	Stab I	Stab II	Bündel III.
21.7	20.8	12.9	7.2	20.1

In der folgenden Tabelle bedeutet A die nach der Arbeitsmethode, W die nach der thermischen Methode erhaltenen Wärmemengen, beide für einen Cyklus und in Milliontel Gramm Calorien ausgedrückt:

Materia	l		$A_1$	$W_1$	$A_2$	$W_2$	$A_2: A_1$	$W_2$ : $W_1$	$W_1:A_1$	$W_2: A_2$
Bündel I .		.	9.2	5.3	28.0	17.6	3.0	3.3	0.6	0.6
Bündel II .		.	4.9	5.2	17.6	17.4	3.6	3.4	1.1	1.0
Stab I		.	5.1	13.3	18.9	46.0	3.7	3.5	2.6	2.4
Stab II			0.4	5.6	1.6	10.1	4.0	1.8	14.0	6.3
Bündel III			3.7	2.4	12.0	7.8	3.2	3.3	0.7	0.7

Diese Zahlen lassen erkennen, dass die Verhältnisse ziemlich verwickelt sind. Bald ist die Wärmeentwicklung bei langsamem, bald die bei schnellem Verfahren grösser; bei langsamem Verfahren giebt das Bündel dünner Drähte, bei raschem der dünne Stab die grösste Wärmemenge. Dass die entwickelte Wärme bei dem Doppelcyklus nicht bloss doppelt so gross ist wie die beim einfachen Cyklus, sondern erheblich grösser (ausser beim Stab II, rascher Process), ist verständlich, weil bei dem einfachen Cyklus zwar die Kraft zwischen null und einem Maximum, der Magnetismus aber nur zwischen seinem Remanenzwerthe und dem Maximum variirt, während er im Doppelcyklus zwischen dem positiven und negativen Maximum hin- und hergeht.

Bestandtheile der Magnetisirungswärme. Dass die Verhältnisse von der geschilderten Complikation sind, hat seinen Grund jedenfalls zum Theil in dem Umstande, dass die Magnetisirungswärme keine einfache Grösse, sondern aus verschiedenen Grössen zusammengesetzt ist. Erstens erzeugt die Magnetisirung selbst, also die Umlagerung der Theilchen, Wärme, (»Frictionswärme« nach Warburg), zweitens entstehen bei jeder Magnetisirung, Entmagnetisirung und Ummagnetisirung Inductionsströme in der Masse des Eisens und hierdurch wiederum Wärme (»elektromagnetische Wärme«, nach Warburg); drittens endlich muss nach Thomson¹), Ewing²) u. A. Wärme entwickelt oder absorbirt werden, weil die Susceptibilität des Eisens eine Function der Temperatur ist. Die beiden letzteren Punkte bedürfen also einer besonderen Erörterung³).

Die elektromagnetische Wärme tritt bei langsamer Zustandsänderung nicht auf, geht also in die nach der Arbeitsmethode erhaltenen Zahlen nicht ein. Bei der thermischen Methode würde sie sich absondern lassen, wenn man die

<sup>1)</sup> W. THOMSON, Phil. Mag. (5) 5, pag. 25. 1878.

<sup>2)</sup> EWING, Proc. R. Soc. 24, pag. 39. 1882.

<sup>3)</sup> Vergl. hierüber auch die Abhandlung von Wassmuth: Wien. Ber. 89 (2), pag. 104. 1884.

Wirbelströme in der Masse des Eisens beseitigen könnte; durch alle dahin zielenden Versuche, z. B. EDLUND's 1), welcher den Versuchen erst aufgeschlitzte, dann zusammengeschlossene Eisenröhren unterwarf, ferner Herwig's u. A. lässt sich aber, wie die betreffenden Autoren zum Theil selbst zugeben, die elektromagnetische Wärme nur etwas vermindern, aber bei weitem nicht ausschliessen. Es bleibt also nur der Weg, aus der Theorie der elektrischen Induction diese Wärme zu berechnen. WARBURG hat dies versucht und gefunden, dass bei seinem Bündel I 10-11, bei Bündel II 20-250 der entwickelten Wärme auf die elektromagnetische entfallen; dabei ist aber die Selbstinduction vernachlässigt, und wie beträchtlich diese wahrscheinlich die gefundenen Werthe herabdrücken würde, geht am deutlichsten daraus hervor, dass sich bei den Stäben die berechnete elektromagnetische Wärme grösser als die ganze durch den Versuch ermittelte ergab. Immerhin lässt sich jetzt aus den Zahlen der obigen Tabelle schliessen, dass die eigentlichen Magnetisirungswärmen bei schneller Zustandsänderung kleiner sind als bei langsamer; auch TANAKADATÉ<sup>2</sup>) hat gefunden, dass bei schneller Durchlaufung des Cyklus nur 800 so viel Wärme entwickelt werden, wie bei langsamer, dass es hingegen gleichgültig ist, ob 25 oder 400 Cyklen in der Secunde durchlaufen werden. Diese Resultate müssen aber erst noch weitere Bestätigung finden, ehe es räthlich erscheint, Schlüsse daraus zu ziehen.

Was andererseits die Thomson'sche Wärme betrifft, so hat W. Thomson aus der Thermodynamik folgende Sätze abgeleitet: Wenn man einen Körper mit positivem Temperaturcoëfficienten Magneten nähert, so kühlt er sich ab, entfernt man ihn, so erwärmt er sich; bei einem Körper mit negativem Temperaturcoëfficienten bringt umgekehrt Annäherung Erwärmung und Entfernung Abkühlung hervor. Um die Bedeutung dieses Satzes verfolgen zu können, muss man sich erinnern, dass der Temperaturcoëfficient für einen und denselben Körper positiv oder negativ ist, je nach der Intensität der Magnetisirung, die er annimmt, und je nach der Temperatur, bei der der Process sich abspielt (s. ob.); man sieht dann z. B. ein, dass ein Körper sich bei Annäherung an Magnete, oder, was dasselbe ist, bei Steigerung des Feldes, zuerst abkühlen und dann bei weiterer Annäherung oder weiterer Steigerung des Feldes wieder erwärmen kann3). WARBURG hat sich der Mühe unterzogen, für einen der von ihm experimentell untersuchten Fälle den numerischen Betrag der Thomson'schen Wärme zu berechnen und eine so ausserordentlich kleine Zahl gefunden, dass sie ohne Weiteres unberücksichtigt bleiben darf.

Für die Praxis, insbesondere bei den dynamoelektrischen Maschinen, ist die Wärmewirkung von doppeltem Nachtheil; erstens weil sie eine Vergeudung von Arbeit darstellt, und es ist schon oben auf pag. 193 f. der Betrag dieser Vergeudung zahlenmässig für verschiedene Materialien angegeben und gezeigt worden, dass er bei weichem Schmiedeeisen am kleinsten ist; zweitens weil diejenigen Eisentheile, welche den wechselnden Magnetisirungen ausgesetzt sind,

<sup>1)</sup> EDLUND, POGG. Ann. 123, pag. 205. 1864.

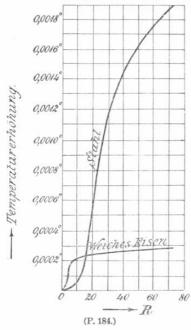
<sup>2)</sup> TANAKADATÉ, Phil. Mag. (5) 28, pag. 207. 1889.

<sup>3)</sup> DUHEM (Th. de l'aim., pag. 95 u. 109) hat aus seiner thermodynamischen Theorie des Magnetismus einen Satz abgeleitet, welcher sich mit dem Thomson'schen z. Thl. deckt, ihm zum anderen Theil aber widersprechen soll. Dieser Widerspruch beruht jedoch auf einem leicht ersichtlichen, von Janet (Journ. de Phys. (2) 8. 1889) aufgeklärten Missverständniss. Janet giebt auch einen Versuch an, durch den man die Thomson'sche Wärme vielleicht würde ermitteln können.

warm werden, was dem Betriebe schadet. Den letzteren Uebelstand kann man durch Kühlvorrichtungen beseitigen, die ungünstige Oeconomie des Processes wird dadurch aber natürlich nicht vermindert. Um von der bezüglichen Temperaturerhöhung eine Vorstellung zu bekommen, braucht man nur die verbrauchte Arbeit durch die Dichte des Eisens (7·7) und durch seine specifische Wärme (0·11) zu dividiren und findet dann¹)

$$\delta t = 2.81 \times 10^{-8} \int R \, dJ;$$

nun beträgt für weiches, ausgeglühtes Eisen der Werth des Integrals bei einem vollständigen Kreisprocess, d. h. wenn das Eisen seinen positiven und negativen Sättigungszustand nahezu erreicht, rund 10000 Erg, die Temperatur würde also für je 4000 Umdrehungen der Maschine um 1° steigen, also, wenn sie 1000 Touren in der Minute macht, ohne Berücksichtigung der Zerstreuung der Wärme in die Umgebung in der Stunde um 25°. In Wahrheit ist die Erwärmung wegen der Wirbelströme in der Ankermasse noch sehr viel grösser, wenigstens war sie es bei den älteren Maschinen; bei den jetzigen hat man die diesen Wirbelströmen entsprechende elektromagnetische Wärme durch möglichste »Zertheilung« des Ankereisens auf einen mässigen Betrag herabgedrückt. Um auch die eigentliche magnetische Erwärmung zu mindern, darf man den Kreisprocess nicht in seiner vollständigen Ausdehnung ausführen, d. h. man muss das Eisen nur bis zu einem mässigen Betrage magnetisiren; dass man dabei günstiger arbeitet, ist schon oben aus der Gestalt der Magnetisirungscurve geschlossen worden, aus dieser Gestalt folgt aber eben gleichzeitig, dass die Ver-



geudung von Energie nicht nur absolut, sondern auch relativ wächst, wenn man die Magnetisirung zwischen weiteren Grenzen vornimmt. Zur Veranschaulichung diene die folgende Tabelle, in welcher die Kraft R, die magnetische Induction U, die Vergeudung V, die Vergeudung in Bruchtheilen der Induction (V:U), und die entsprechende Temperaturerhöhung  $\delta t$  pro Cyklus angegeben ist.

R	U	V	V: U	81
1.50	1974	410	0.21	0.000012°
1.95	3830	1160	0.30	0.000033°
2.56	5950	2190	0.37	0.000062°
3.01	7180	2940	0.41	0.000083°
3.76	8790	3990	0.45	0.000112°
4.96	10590	5560	0.53	0.000156°
6.62	11480	6160	0.54	0.000173°
7.04	11960	6590	0.55	0.000185°
26.5	13720	8690	0.63	0.000244°
75.2	15560	10040	0.65	0.000282°

In Fig. 184 sind nach Tanakadaté die Temperaturerhöhungen dargestellt, welche in Eisen und Stahl bei einem Kreisprocess zwischen den als Abcissen angegebenen Kraftgrenzen (±) auftreten. Dass die Stahlcurve anfangs unter der Eisencurve liegt, ist offenbar eine Folge der viel geringeren Susceptibilität des

<sup>1)</sup> EWING, Magn. Ind., pag. 101.

Stahls; die Stahlcurve würde überall über der Eisencurve liegen, wenn als Abcissen statt der R die J gewählt worden wären.

### c) Einfluss des Magnetismus auf das thermische und chemische Verhalten.

Wärmeleitung. Zahlreiche Physiker haben experimentell festzustellen versucht, ob die Wärmeleitungsfähigkeit des Eisens durch die Magnetisirung geändert wird, insbesondere sind Maggi<sup>1</sup>), Naccart und Bellati<sup>2</sup>), Tomlinson<sup>3</sup>), TROWBRIDGE 4), BATTELLI 5) und FOSSATI 6) zu nennen. MAGGI fand nach der bekannten Abschmelzungsmethode von Senarmont, dass sich die Wärmeleitungsfähigkeiten in äquatorialer und axialer Richtung wie 6:5 verhalten, also entweder letztere abgenommen oder erstere zugenommen hatte. Die übrigen Beobachter bestimmten den Wärmefluss in Stäben nach verschiedenen Methoden. Tomlinson benutzte verschiedene Versuchsanordnungen und fand bei longitudinaler Magnetisirung Abnahme, bei transversaler Zunahme des Leitungsvermögens um einige Procent. TROWBRIDGE fand in einem Falle Zunahme, in einem anderen keine Aenderung. BATTELLI nahm die Frage unter Vermeidung der möglichen Fehlerquellen wieder auf und fand wenigstens bei einer seiner verschiedenen Versuchsreihen eine Abnahme, jedoch von nur 0.002 des Werthes. Zu rein negativen Ergebnissen gelangten NACCARI und BELLATI, sowie FOSSATI. Man kann also die Abnahme der Wärmeleitungsfähigkeit des Eisens durch die Magnetisirung als wahrscheinlich, aber bis auf weiteres noch nicht als sicher hinstellen.

Zweifellos ist dagegen bei einem anderen Material, dem Wismuth, fast gleichzeitig durch Righi<sup>7</sup>) und Leduc<sup>8</sup>) die Abnahme der Wärmeleitungsfähigkeit festgestellt worden, die eintritt, wenn es transversal in ein Feld gebracht wird. In einem Felde von 2338 Einheiten beträgt die Abnahme nach Righi 2·2 %, und es findet gleichzeitig eine Verschiebung der Isothermen statt. Diese Erscheinung steht jedenfalls in engem Zusammenhange mit den anderen Besonderheiten, welche das Wismuth darbietet, und von welchen im Art. »Elektromagnetismus« die Rede sein wird.

Specifische Wärme. Stefan<sup>9</sup>) hat aus dem Princip von der Erhaltung der Arbeit in Verbindung mit den obigen Thatsachen den Schluss gezogen, dass die specifische Wärme des magnetisirten Eisens grösser sein muss, als die des unmagnetischen, oder correcter gesagt: dass die specifische Wärme des Eisens im magnetischen Felde grösser ist als ausserhalb desselben. Die betreffende Formel lässt sich nach WASSMUTH <sup>10</sup>) in der Form

$$C = c + \frac{1}{at} \int R \, dJ.$$

- 1) MAGGI, Arch. de Genève 14, pag. 132. 1850.
- 2) NACCARI u. BELLATI, N. Cim. (3) I, pag. 72 u. 107. 1877.
- 3) Tomlinson, Pr. R. Soc. 27, pag. 109. 1878.
- 4) TROWBRIDGE u. PENROSE, Proc. Am. Ac. 1883, pag. 210.
- 5) BATTELLI, Atti Ac. Tor. 21, pag. 559. 1886.
- 6) Fossati, Beibl. z. Wied. Ann. 1891, pag. 55.
- 7) RIGHI, Rend. Acc. Linc. 1887 (12. Juli); Compt. rend. 105, pag. 168. 1887; Atti Ac. Linc. (4) 4, pag. 433. 1888.
  - 8) LEDUC, Compt. rend. 104, pag. 1783. 1887.
  - 9) STEFAN, Wien. Ber. 64 (2), pag. 219. 1871.
- WASSMUTH, Wien. Ber. 85 (2), pag. 997. 1882; vergl. auch Wien. Ber. 86 (2), pag. 539. 1882; 87 (2), pag. 82. 1883.

schreiben, wenn t die Temperatur ist, bei welcher das Eisen unmagnetisch wird. Durch Combination solcher Gleichungen und graphische Darstellung von Kreisprocessen bei verschiedenen Temperaturen kann man t eliminiren und C-c erhalten; in zwei Fällen ergab sich auf diese Weise im Mittel  $2\cdot7\times10^{-8}$ . Berechnet man hieraus rückwärts t, so findet man  $1200-1500^\circ$ , was aber nach den obigen Angaben zu hoch ist. Jedenfalls ergiebt sich hieraus, dass die Differenz ausserordentlich klein ist und dass man für alle in Betracht kommenden Fälle sagen kann: Die specifische Wärme des Eisens wird durch Magnetisirung nicht geändert.

Einfluss des Magnetismus auf chemische und physikalischchemische Vorgänge. Ein ganz analoger Gedankengang wie bei der specifischen Wärme zeigt, dass die Verbindungswärme des Eisens im magnetischen Felde eine andere sein muss, als unter gewöhnlichen Umständen. Während aber Nichols<sup>1</sup>) und Janet<sup>2</sup>) schlossen, dass sie kleiner sein müsse, kam Gross<sup>3</sup>) zu dem entgegengesetzten Ergebnisse. Dieser Widerspruch wurde durch Duhem<sup>4</sup>) gelöst, indem gezeigt wurde, von welchen Umständen das Ergebniss abhängt. Experimentell ist die Frage u. A. von Gross behandelt worden, und es zeigte sich dabei weiter, dass zwischen den Theilen eines in Säure tauchenden Eisenkörpers elektrische Ströme entstehen, falls sie verschieden magnetisirt sind (s. w. u.).

Ein Einfluss auf chemische Reactionen selbst ist lange gesucht, aber erst von Ira Remsen<sup>5</sup>) und alsdann auch von Rowland<sup>6</sup>) aufgefunden worden. Remsen zeigte, dass in einer mit Kupfervitriollösung gefüllten Eisenschale, die auf einem kräftigen Magneten steht, das Kupfer sich ungleichförmig niederschlägt, am schwächsten an den Polen, am stärksten je weiter man sich von ihnen entfernt, und dass die Linien gleicher Dicke des niedergeschlagenen Kupfers den Aequipotentiallinien analog sind. Entsprechend zeigte Rowland, dass, wenn man ein kräftig magnetisirtes Stück Eisen in der Säure auflöst, die am stärksten magnetisirten Theile desselben theilweise gegen die Auflösung geschützt sind und schwächer angegriffen werden, als die übrigen. Janet und Rowland haben diese Erscheinung durch die Principien der Thermochemie erklärt, also in leicht ersichtlicher Weise auf die oben berührten Verhältnisse der Verbindungswärme zurückgeführt; dass diese Erklärung nur bis zu einem gewissen Grade richtig ist, hat dann Duhem<sup>7</sup>) gezeigt, indem er sie vervollständigte und eine allgemeine Theorie der Lösung eines magnetischen Salzes entwickelte.

Weitere Einflüsse des Magnetismus beziehen sich auf andere chemische Erscheinungen, auf die Krystallisation und auf die elektromotorische Kraft von Eisenketten; jedoch muss es hier an diesem Hinweise genügen; man vergleiche indess den nächsten Artikel.

Ein Zusammenhang des Magnetismus der Körper mit ihrem Atomgewicht ist von Bachmetjew erörtert, von Anderen aber bezweifelt worden; es sei in

<sup>1)</sup> Nichols, Sill. J. 31, pag. 272. 1886.

<sup>2)</sup> JANET, J. de Phys. (2) 6, pag. 286. 1887; 8, pag. 312. 1889.

<sup>3)</sup> GROSS, Verh. Berl. phys. Ges. 1887, pag. 45.

<sup>4)</sup> Duhem, Th. de l'aim., pag. 98.

<sup>&</sup>lt;sup>5)</sup> IRA REMSEN, Am. J. Chem. 3, pag. 157. 1881. — Vergl. auch JÜPTNER, Lum. él. 1883, pag. 469. — DECHARME, Lum. él. 1887, pag. 69. — COLLARDEAU, J. de Phys. (2) 6, pag. 129. 1887. — W. v. TÜRIN, J. d. russ. phys. Ges. 2, pag. 101. 1891.

<sup>6)</sup> ROWLAND, Rep. Brit. Ass. Manch. 1887. — ROWLAND u. Bell, Sill. J. (3) 36 pag. 39. 1888.

<sup>7)</sup> DUHEM, a. a. O., pag. 102; Ann. École norm. (3) 7, pag. 289. 1890.

dieser Hinsicht auf die Abhandlung von Bachmetjew<sup>1</sup>) hingewiesen, wo auch die Einordnung in das periodische System versucht wird und wo man die übrige Litteratur erwähnt findet.

### III. Beziehungen zum Licht.

a) Drehung der Polarisationsebene des Lichts beim Durchgange durch magnetische Körper.

Grunderscheinung. Eine der merkwürdigsten Wirkungen des Magnetismus ist die Drehung der Polarisationsebene des Lichts in Substanzen, welche von Natur eine solche Drehung nicht hervorrufen. Diese Thatsache wurde von FARADAY2) entdeckt, welcher damit nach langwierigen, vergeblichen Versuchen, eine Beziehung zwischen Magnetismus und Licht aufzufinden, zum Ziele gelangte und damit zugleich einen anderen Zweck zum ersten Male erreichte, nämlich zu zeigen, dass alle Körper magnetisirbar sind. Die Empfindlichkeit optischer Beobachtungen hat sich also, wie so oft, auch hier glänzend bewährt. Alle bisher untersuchten Stoffe, wenigstens soweit sie einfach brechend sind, zeigen die Drehung der Polarisationsebene, mögen sie nun fest, flüssig oder gasförmig sein. In Gasen ist die Drehung zuerst von Kundt und Röntgen3) aufgefunden worden, und zwar bei Schwefelkohlenstoffdampf, gasförmiger schwefliger Säure und Schwefelwasserstoftgas. Von besonderem Interesse sind natürlich die ferromagnetischen Substanzen, die bedauerlicher Weise ihrer Undurchsichtigkeit wegen in der üblichen Weise dem Experimente nicht unterworten werden konnten. In neuester Zeit ist es jedoch Kundt<sup>4</sup>) gelungen, durchsichtige Schichten von ihnen herzustellen und in ihnen die Drehung nachzuweisen (s. w. u.). Die Erscheinung ist im Uebrigen der natürlichen Drehung der Polarisationsebene bis auf einzelne Punkte so vollkommen analog, dass genau dieselben optischen Methoden wie dort zur Anwendung gelangen können und thatsächlich gelangt sind; es sei daher in dieser Hinsicht auf die Optik (Bd. II (1), pag. 795), in Bezug auf die besonderen Einrichtungen und Modifikationen bei Specialuntersuchungen aber auf die unten citirten Abhandlungen verwiesen.

Am einfachsten ist die Erscheinung natürlich für geradlinig polarisirtes Licht, das denn auch fast ausnahmslos benutzt worden ist; ganz ähnlich muss sie aber auch für elliptisch polarisirtes ausfallen, hier ist es eben die grosse Ellipsenaxe, die gedreht wird. Dass endlich auch natürliches Licht in entsprechender Weise beeinflusst wird, hat Sohncke<sup>5</sup>) in einer Arbeit, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann, nachgewiesen.

Die Erscheinung tritt auf, gleichviel auf welche Weise der Körper magnetisirt wird. Man kann ihn entweder in die Nähe von Stahlmagneten oder in die Nähe von Elektromagneten bringen, man braucht ihn aber auch lediglich nur der Einwirkung des Erdmagnetismus<sup>6</sup>) zu unterwerfen; statt das Feld, wie in diesem Falle, durch Magnete, kann man es auch durch eine vom Strom durchflossene Drahtspule oder endlich durch eine Spule erzeugen, durch welche

<sup>1)</sup> BACHMETJEW, Rep. d. Phys. 26, pag. 557. 1890; Chem. Ber. 25, pag. 566. 1892. ERRERA, Chem. Ber. 24, pag. 88. 1891; Chem. News 63, pag. 171. 1891.

<sup>2)</sup> FARADAY, Exp. Res. 19. 1845. — Exp. Unt. Bd. 2.

<sup>3)</sup> KUNDT u. RÖNTGEN, WIED. Ann. 6, pag. 332. 1879.

<sup>4)</sup> KUNDT, WIED. Ann. 23, pag. 228. 1884; 27, pag. 191. 1886.

<sup>5)</sup> SOHNCKE, WIED. Ann. 27, pag. 203. 1886.

<sup>6)</sup> H. BECQUEREL, Compt. rend. 86, pag. 1075. 1878; 89, pag. 838. 1880.

man statische Elektricität, z. B. von einer Leydener Batterie<sup>1</sup>), sich entladen lässt. Die kräftigste Wirkung erhält man natürlich durch Elektromagnete, die denn auch meist benutzt werden; am geeignetsten ist dabei die ihnen durch RUHMKORFF gegebene Gestalt (pag. 164), die man dadurch modificirt, dass man die beiden Eisenkerne, welche mit den magnetisirenden Spulen umwunden sind, durchbohrt, so dass ein Lichtstrahl ungehindert die ganze Länge des Magneten durchlaufen kann. Die zu untersuchenden Substanzen bringt man dann zwischen die beiden Polflächen, den Polarisator verbindet man mit dem äussersten Ende des einen, den Analysator und seinen Drehkreis mit dem Ende des anderen Schenkels. Flüssigkeiten und Gase schliesst man in Röhren ein und diese letzteren durch Glasplatten ab, muss dann aber berücksichtigen, dass diese Platten ebenfalls eine Drehung veranlassen. Zur Verdoppelung der Wirkung und um gewisse Fehlerquellen auszuschliessen, vergleicht man meist nicht die Einstellung des Analysators vor und nach Herstellung des Feldes, sondern bei Erregung des Feldes in den beiden entgegengesetzten Richtungen. Um die Erscheinung in Fällen, wo sie sehr schwach ist, noch weiter zu verstärken, kann man nach FARADAY2) ein Multiplikationsverfahren anwenden, indem man dem Lichte nur an einer Randstelle der vorderen Fläche der Substanz den Eintritt und nur an einer entgegengesetzten Randstelle der hinteren Fläche den Austritt erlaubt, so dass es gezwungen ist, wiederholt (10-20 Mal) in dem Körper hinund herzugeben, ehe es austreten und sich weiter fortpflanzen kann; über die Berechtigung dieser Methode vergleiche man w. u.

Die Aufgabe, welche die in Rede stehende Erscheinung darbietet, ist eine sehr zusammengesetzte. Es ist zunächst der Sinn der Drehung (in Beziehung zur Richtung des Feldes) festzustellen, dann sind die Faktoren zu untersuchen, von denen die Drehung abhängt, und schliesslich ist der Betrag der Drehung für die verschiedenen Körper und unter verschiedenen Umständen zu messen. Von jenen Faktoren sind die wichtigsten: die Dicke der vom Lichte durchlaufenen Schicht der Substanz, die Neigung, welche diese Richtung gegen die Richtung des magnetischen Feldes hat, die Stärke des magnetischen Feldes, die Wellenlänge des Lichts, um dessen Drehung es sich handelt, endlich die Temperatur, der Druck u. s. w. Schliesslich ist dann ein absolutes Maass für die erhaltenen Zahlen zu wählen und in diesem wenigstens eine der gefundenen Zahlen auszudrücken.

Sinn der Drehung. Die ersten Stoffe, welche man untersuchte, zeigten sämmtlich eine Drehung in demselben Sinne, nämlich in demjenigen Sinne, in welchem der Strom die Substanz umkreist, der das Feld erzeugt oder den man als felderzeugend substituiren könnte. Später fand sich aber, dass manche Substanzen entgegengesetzt drehen, so dass man die zuerst bezeichnete Drehung eine positive, die zuletzt genannte eine negative Drehung nannte, und es zeigte sich, dass diamagnetische Stoffe eine negative, paramagnetische eine positive Drehung besitzen. — Aber auch diese Regel bestätigt sich nicht allgemein, und so hat man denn vier Klassen von Körpern zu unterscheiden, je nachdem bei ihnen die Susceptibilität z positiv oder negativ und je nachdem bei ihnen die Drehung  $\omega$  positiv oder negativ ist. Eine Uebersicht über die wichtigsten Vertreter dieser

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) BICHAT u. BLONDLOT, Compt. rend. 94, pag. 1590. 1882. — Lodge, Phil. Mag. (5) 27, pag. 339. 1889.

<sup>2)</sup> FARADAY, Phil. Mag (3) 29, pag. 153. 1846.

vier Klas	sen gewäh	rt die fol	gende,	einer	Arbeit	von H.	E. J.	G. DU	Bors 1)	ent-
lehnte Ta	belle; da	s Zeicher	u. s.	w. be	zieht sic	h auf	ähnlich	e Körp	er:	

и nega	tiv	х	positiv
ω positiv (I)	ω negativ (II)	ω positiv (III)	ω negativ (IV)
Ferrocyankalium	Titanchlorid	Kobalt	Ferrosalze
Bleiborat u. s. w.		Nickel	Ferrisalze
Wasser u. s. w.		Eisen	Ferricyankalium
Wasserstoff u. s. w.		Sauerstoff	Chromsäure-Anhydrit
Die meisten festen,		Stickoxyd	Kaliumbichromat
flüssigen und gas-		Kobaltsalze	Kaliumchromat
förmigen Körper	<u> </u>	Nickelsalze	Cersalze
		Mangansalze	Lantansalze
		Cuprisalze	Didymsalze

Die meisten Körper gehören, wie man sieht, der Gruppe I an, während von der Gruppe II das Titanchlorid der einzige bisher bekannte Vertreter ist. Die ferromagnetischen Stoffe und ihre Salze bieten ein sehr buntes Bild dar, die drei Metalle selbst gehören der Gruppe III an, ebenso die Salze von Nickel und Kobalt, von den Verbindungen des Eisens dagegen einige der Gruppe IV, eines der Gruppe I; man vergleiche hiermit das schon früher über den Paraoder Diamagnetismus dieser Salze Gesagte. Auch sei auf eine Vermuthung Kundt's hingewiesen, wonach wahrscheinlich Elemente stets positiv drehen.

In Bezug auf den Sinn der Drehung besteht nun aber ein wichtiger Unterschied zwischen der magnetischen und der natürlichen Drehung. Die natürliche Drehung findet nämlich in einer bestimmten Substanz stets in demselben Sinne, vom Beobachter aus, statt, in Bezug auf den absoluten Raum also bei, in dem einen oder anderen Sinne erfolgenden, Durchgange des Lichtes in entgegengesetztem Sinne. Die magnetische Drehung erfolgt dagegen, unabhängig von der Durchstrahlungsrichtung, stets in demselben Sinne, sie hängt nur von der Feldrichtung ab. Ein durch den Körper hin- und hergehender Strahl bringt also gar keine natürliche, dagegen die doppelte magnetische Drehung hervor. Ferner ergiebt sich hieraus, dass, wenn man einen schon von Natur drehenden Körper in ein magnetisches Feld bringt, die magnetische Drehung sich je nach der Durchstrahlungs- und Feldrichtung zu der natürlichen addirt oder von ihr subtrahirt.

Einfluss der Strecke. Dass die Drehung proportional der Länge der durchstrahlten Schicht ist, liess sich erwarten und ist wiederholt constatirt worden. Fraglich einerseits, andererseits aber auch schwieriger testzustellen ist dieses Gesetz für jene ganz dünnen Schichten, in denen Kundt und seine Nachfolger die ferromagnetischen Metalle anwenden mussten, um dem Lichte den Durchgang zu ermöglichen; schwierig, weil die Dicke der betreffenden Niederschlagsschichten (bei Kundt bewegte sie sich zwischen 4 und 22 Milliontel cm) nicht durch Messung, sondern nur durch Wägung ermittelt werden kann, und weil sie überhaupt nicht an allen Stellen der Schicht die gleiche ist. In Folge dessen weichen die Werthe der für die Längeneinheit umgerechneten Drehungen für Eisen (Kundt) und für Nickel und Kobalt (du Bors) nicht unerheblich von einander ab²). Da die Abweichungen aber ganz unregelmässige sind und keinen

<sup>1)</sup> H. DU BOIS, WIED. Ann. 35, pag. 160. 1888.

<sup>2)</sup> KUNDT, WIED. Ann 27, pag. 191. 1886. — H. DU BOIS, WIED. Ann. 31, pag. 941. 1887.

Zusammenhang mit der Dicke der Schichten aufweisen, kann man auch hier schliessen, dass die Drehung mit der Länge der durchstrahlten Schicht proportional ist.

Schiefer Durchgang. Es lässt sich voraussehen, dass, wenn das Licht die Substanz nicht in der Richtung der magnetischen Kraftlinien, sondern unter einem Winkel a mit dieser Richtung durchsetzt, die Drehung kleiner sein wird, und man wird auch von vornherein vermuthen dürfen, dass, da hier von der Magnetisirung eben nur die in die Richtung des Strahls fallende Componente in Betracht kommt, die Drehung mit cos a proportional sein wird. Verdet 1) hat dies durch zahlreiche Versuche mit grosser Genauigkeit bestätigt gefunden. Hieraus folgt schliesslich, dass, wenn das Licht senkrecht zu den Kraftlinien hindurchgeht, überhaupt keine Drehung der Polarisationsebene stattfindet. Man vergleiche hierzu auch die Betrachtungen von Cornu 2).

Einfluss der Intensität der Magnetisirung. Von vornherein ist ferner anzunehmen, dass die Drehung desto stärker sein werde, je stärker die Substanz magnetisirt ist. Man suchte daher bald nach Entdeckung der Erscheinung die Grösse der Drehung mit der magnetisirenden Kraft, also mit der Stärke des Feldes, in Beziehung zu setzen und fand, dass zwischen beiden Proportionalität stattfindet (VERDET'sches Gesetz). Derartige Untersuchungen haben in exakter Weise zuerst G. Wiedemann<sup>3</sup>) und Verdet<sup>4</sup>) durchgeführt, jener für Magnetisirung durch eine Spule, dieser für die durch einen Elektromagneten, wobei dort die Stromstärke, hier ausserdem auch der Abstand der Polflächen variirt wurde. Indessen zeigte sich doch in einigen Fällen, dass bei Steigerung des Feldes über eine gewisse Grenze hinaus die Drehung nicht mehr wesentlich zunahm, und es ist auch klar, dass sich das so verhalten muss. Denn die für die Drehung maassgebende Grösse ist ja gar nicht die magnetisirende Kraft R, sondern die durch sie erzeugte Intensität der Magnetisirung J. Nun besteht für die schwach magnetischen Stoffe allerdings im Allgemeinen Proportionalität zwischen R und I, aber es sind doch von verschiedenen Seiten Messungen bekannt gemacht worden, welche Abweichungen davon wahrscheinlich machen (pag. 215); und völlig hinfällig wird jene Proportionalität für die ferromagnetischen Substanzen. So ist es denn nicht zu verwundern, dass Kundt<sup>5</sup>) für Eisen und im Anschlusse an ihn DU BOIS 6) für Kobalt und Nickel 7) Werthe fanden, welche nur zu Anfang proportional, später aber langsamer wachsen als die Kraft. Dies zeigt die folgende, auf Eisen bezügliche Tabelle, in der R die durch die Drehung in Glas bestimmte Feldstärke und Q die Drehung ist:

$R_0$	Ω	$10^{5}\Omega:R_{0}$
4420	1.72°	39
8060	3·47°	43
14100	4·41°	31
18500	4·45°	24
30100	4·36°	14

<sup>1)</sup> VERDET, Compt. rend. 39, pag. 548. 1854; Ann. Chim. Phys. (3) 43, pag. 37. 1854.

<sup>2)</sup> CORNU u. POTIER, Compt. rend. 102, pag. 385. 1886.

<sup>3)</sup> G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 82, pag. 215. 1851.

<sup>4)</sup> VERDET, Ann. Chim. Phys. (3) 41, pag. 370. 1854.

<sup>5)</sup> KUNDT a. a. O.

<sup>6)</sup> H. DU Bois, a. a. O.

<sup>7)</sup> Wegen der sehr heiklen Herstellung dieser Schichten muss auf die Abhandlungen selbst verwiesen werden.

In derselben Weise wie hier nimmt auch in den Du Bois'schen Tabellen für Nickel und Kobalt das Verhältniss  $\Omega: R_0$  mit wachsender Kraft ab. Erinnert man sich nun daran, dass auch das Verhältniss  $J:R_0$  bei grösseren Kräften mit Steigerung derselben abnimmt, so wird man naturgemäss zu der Vermuthung geführt, es möchte Ω mit / proportional sein. Die Prüfung dieser Vermuthung ist früher nicht möglich gewesen, weil man keine Methoden besass, die Intensität der Magnetisirung unter so schwierigen Verhältnissen zu ermitteln, Das ferromagnetische Material kann nämlich nur in Form sehr dünner, der Dicke nach magnetisirter Platten verwendet werden, für welche besondere Versuche nicht vorliegen. Es ist dies gegenwärtig aber auch nicht nöthig, da man n für die betreffenden Stoffe durch die Versuche Rowland's und Anderer als Function von R kennt und hiernach J auf Grund der Theorie der magnetischen Induction berechnen kann, wenn man bedenkt, dass in der die Grösse J und R verbindenden Gleichung (25, pag. 146) der Gestaltscoëfficient ε den Werth 4π hat (vergl. pag. 147). Auf diese Weise hat DU Bois z. B. die folgenden Zahlen für / erhalten und mit den Drehungen Ω zusammenstellen können:

Nickel.

Ω 12.6′	1000 Ω : 7
	74
	1
18.7'	57
23.0'	53
24.9'	50
27.8'	56
28.7'	57
29.3'	59
	24·9′ 27·8′ 28·7′

Kobalt.

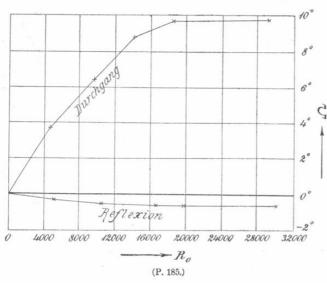
$R_0$	7	Ω	1000 Ω: Э
2030	161	17.7'	110
4570	365	37.3'	102
6720	532	45.2'	86
8620	671	65.0'	97
11300	830	77.5'	93
13700	864	89.4'	104
17100	871	88.3'	101

Die Zahlen weisen ziemlich erhebliche, bei der Schwierigkeit der Verhältnisse aber erklärliche Unregelmässigkeiten auf, eine Abweichung von der durchschnittlichen Proportionalität lässt sich aber nicht erkennen. In Fig. 185 ist durch die obere Curve die Drehung als Function der Feldstärke für Eisen nach Kundt veranschaulicht; von der unteren wird später die Rede sein.

Man muss hiernach das Gesetz, wonach die Drehung der Polarisationsebene der magnetisirenden Kraft proportional ist, wenn man es auch auf ferromagnetische Stoffe ausdehnen will, in folgende Form bringen: Die Drehung der Polarisation sebene ist der Intensität der Magnetisirung proportional. MAXWELL¹) hatte seiner Zeit die Abhängigkeit von der Kraft und von der Länge der durchstrahlten Schicht durch den gemeinsamen Satz ausgesprochen: Die Drehung ist proportional mit der Abnahme des magnetischen Potentials von der Eintritts-

<sup>1)</sup> MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 561.

zur Austrittsstelle des Lichts; man muss jetzt statt dessen sagen: Die Drehung ist proportional der Abnahme des Magnetisirungspotentials (über magnetisches



Potential V und Magnetisirungspotential Φ vergl. pag. 141, 143 u. w. ob. pag. 37 u. 42).

Nachträglich hat sich übrigens, wie es scheint, auch für eine schwach magnetische nämlich Substanz, Eisenchloridlösung, nachweisen dass die Drehung nicht wie das Feld, sondern wie die Magnetisirung ansteigt, also für starke Felder hinter diesen zurückbleibt, für schwache

ihnen voraneilt (wenigstens für concentrirte Lösungen). Man vergleiche hierüber die Arbeit von Stscheglajeff<sup>1</sup>), aber auch die Einwände von du Bois<sup>2</sup>). Das Eisenchlorid ist also wie hinsichtlich der constanten oder variabeln Susceptibilität (pag. 216) so auch hinsichtlich der Drehung noch umstritten, und der Zusammenhang beider Punkte ist einleuchtend.

Einfluss der Wellenlänge. Für verschiedene Farben ist, wie die natürliche Drehung, so auch die magnetische verschieden gross, und zwar nimmt sie mit abnehmender Wellenlänge stark zu. Nachdem dies schon Faraday, Wiedemann³) u. A. festgestellt hatten, wobei die farbige Auslösung entweder mit Hilfe von Spectralapparaten oder durch Einschaltung farbiger Absorptionskörper erzielt wurde, hat besonders Verdet ³) die Erscheinung sehr genau untersucht und für die wichtigsten Fraunhoffer'schen Linien folgende Zahlen erhalten, die auf die für die Linie E geltenden Zahlen als Einheit bezogen sind und denen in der ersten Horizontalreihe die entsprechenden relativen Zahlen für das reciproke Quadrat der Wellenlänge λ vorangestellt sind.

	C	D	E	F	G
$\lambda^{-2}$	0.64	0.80	1.00	1.18	1.50
Destillirtes Wasser .	 0.63	0.79	1	1.19	1.56
Chlorcalciumlösung .	 0.61	0.80	1	1.19	1.54
Chlorzinklösung	 0.61	0.78	1	1.19	1.61
Zinnchlorürlösung .	 _	0.78	1	1.20	1.59
Bittermandelöl	 0.61	0.78	1	1.21	_
Anisöl	 0.58	0.75	1	1.25	_
Schwefelkohlenstoff .	 0.60	0.77	1	1.22	1.65
Creosot	 0.60	0.76	1	1.23	1.70

<sup>1)</sup> STSCHEGLAJEFF, WIED. Ann. 28, pag. 168. 1886.

<sup>2)</sup> DU Bois, Wied. Ann. 35, pag. 157. 1888.

<sup>3)</sup> WIEDEMANN, POGG. Ann 82, pag. 215. 1851.

<sup>4)</sup> VERDET, Ann. Chim. Phys. (3) 41, pag. 370. 1854.

Wie man sieht, variirt  $\Omega$  etwas stärker als  $\lambda^{-2}$ , und zwar für verschiedene Flüssigkeiten in verschiedenem Maasse. Bei einer späteren, noch genaueren Beobachtungsreihe fand dann Verdet 1) für Schwefelkohlenstoff und Kreosot folgende relative Zahlen für das Produkt  $\Omega \lambda^2$ , denen die betreffenden Brechungsexponenten n beigefügt sind.

	C	D	E	F	G
Ωλ2	0·909	0·949	0·987	1·032	1·119
	1·6147	1·6240	1·6386	1·6487	1·6728 Schwefelkohlenstoff
$\Omega \lambda^2$	0·886	0·942	0·992	1·043	1·137
	1·5369	1·5420	1·548	1·5555	1·5678 Creosot

Das Produkt  $\Omega\lambda^2$  ist also nicht constant, sondern es wächst für diese beiden Substanzen mit abnehmender Wellenlänge noch recht beträchtlich, und zwar noch stärker als das Quadrat des Brechungsexponenten. H. Becquerel hat dann gezeigt, dass die relativen Zahlen für die verschiedenen Wellenlängen zwischen den relativen Zahlen für  $\lambda^{-2}$  und  $\lambda^{-4}$  liegen, sodass man vielleicht, mit Rücksicht auf die bekannte Formel für den Brechungsexponenten als Function der Wellenlänge, allgemein  $\Omega \sim a\lambda^{-2} + b\lambda^{-4}$  setzen könnte; für die diamagnetischen Stoffe würde dann vielfach  $\alpha$  gross gegen  $\delta$ , für manche magnetische  $\delta$  gross gegen  $\alpha$  sein, ohne dass indessen darin ein Gesetz von grösserer Allgemeinheit zu erblicken wäre.

Für ein Dollond'sches Glas und für Wasser hat van Schaik<sup>2</sup>) die Dispersion in weitem Bereiche geprüft und gefunden:

	С	D	E	Ь	F	G	M	N
Glas	0.630	0.789	1	1.040	1.199	1.573	2.231	2.457
Wasser	0.630	0.795	1	_	1.192	1.559	2.172	2.389

Man kann die Erscheinung, um die es sich hier handelt, als magnetische Rotationsdispersion bezeichnen und sie der natürlichen Rotationsdispersion zur Seite stellen. Indessen besteht zwischen beiden Erscheinungen nicht nur keine Proportionalität, sondern, wie es scheint, überhaupt keine einfache Beziehung, und für Stoffe, welche eine natürliche Drehung besitzen, stehen die Zahlen für die magnetische Dispersion in keinem Zusammenhange mit denen für die natürliche. Auch mit der prismatischen Dispersion geht die magnetische nicht parallel, wie das obige Beispiel von Schwefelkohlenstoff und Kreosot erweist, von denen der erstere die grössere prismatische, aber die kleinere magnetische Dispersion besitzt.

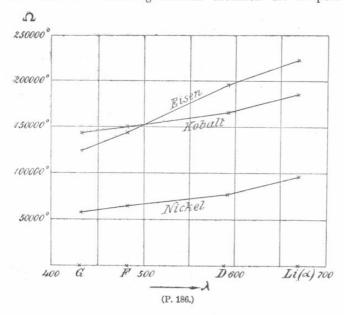
Die merkwürdige Erscheinung der anomalen Dispersion findet sich auch bei der magnetischen Drehung der Polarisationsebene wieder, und zwar unter den schwach magnetischen Substanzen beispielsweise bei der Weinsäure, deren magnetische Drehung nach VERDET durch die relativen Zahlen

dargestellt wird, sodass die Dispersion zwischen den Linien F und G anomal ist; ferner, wie es scheint, beim Sauerstoff (s. w. u.); hauptsächlich aber beim Eisen, bei dem nach Kundt rothe Strahlen erheblich stärker gedreht werden

<sup>1)</sup> VERDET, Ann. Chim. Phys. (3) 69, pag. 1. 1863.

<sup>2)</sup> VAN SCHAIK, Arch. Néerl. 17, pag. 373. 1882.

als blaue; eine Thatsache, die dann von Lobach<sup>1</sup>) dahin erweitert wurde, dass bei allen drei ferromagnetischen Metallen die Dispersion längs des ganzen



Spectrums anomal ist (Fig. 186). Man sieht übrigens, dass der Betrag der Dispersion im Verhältniss zur Drehung bei Eisen am grössten, bei Kobalt am kleinsten ist.

Einfluss der Temperatur. Die älteren Versuche von MATTEUCCI, LÜDTGE, DE LA RIVE u. s. w. ergaben theils Zunahme, theils Abnahme der Drehung mit steigender Temperatur, wobei übrigens zu berücksichtigen ist, dass mit

steigender Temperatur die Dichte der betreffenden Substanz und mit dieser indirekt vermuthlich auch die Drehung abnimmt. Sorgfältige Versuche hat insbesondere Bichat<sup>2</sup>) ausgeführt. Für Flintglas und gewöhnliches Glas fand er

Flin	tglas	gewöhnlic	ches Glas
t	Ω	t	Ω
14°	90°	13	45'
98°	86°	80	41'
140°	84°	100	39'
		150	38'

woraus bei Vergleichung mit den Dichten folgt, dass die Drehung schneller als die Dichte abnimmt. Bei sehr hohen Temperaturen (500°) ist jedoch die Drehung nach Joubert³) wieder grösser als bei gewöhnlicher Temperatur, und zwar um ungefähr  $10\frac{0}{0}$ . Auch bei Flüssigkeiten nimmt im Allgemeinen die Drehung mit steigender Temperatur ab, bei Wasser zwischen  $10^{\circ}$  und  $60^{\circ}$  um  $4\cdot3$ , bei Zinnchlorid zwischen  $0^{\circ}$  und  $115^{\circ}$  um 19 und bei Schwefelkohlenstoff zwischen  $0^{\circ}$  und  $48^{\circ}$  um  $12\frac{0}{0}$ , in letzterem also am stärksten. Dabei ist aber die Abnahme keine gleichförmige, vielmehr muss man eine quadratische Formel anwenden, die nach Bichat  $\Omega_t = \Omega_0(1-0.00104t-0.000014t^2)$ 

lautet. Dabei bleibt die Dispersion im wesentlichen ungeändert.

Für die ferromagnetischen Stoffe hat E. Hirsch<sup>4</sup>) den Einfluss der Temperatur studirt, indess gefunden, dass hier für kleine und mässige Felder die Drehung als Function der Feldstärke unabhängig von der Temperatur ist. Für

<sup>1)</sup> LOBACH, WIED. Ann., 39, pag. 347. 1890.

<sup>2)</sup> BICHAT, Ann. Ec. norm. 2, pag. 292. 1873.

<sup>3)</sup> JOUBERT, Compt. rend. 87, pag. 984. 1878.

<sup>4)</sup> HIRSCH, WIED. Ann. 48, pag. 446. 1893.

starke Felder ist sie es freilich nicht; erwägt man indess, dass auch die dem Felde entsprechende Magnetisirung von der Temperatur abhängt, so kann man mit Wahrscheinlichkeit schliessen, dass die Drehung als Function der Intensität der Magnetisirung überhaupt unabhängig von der Temperatur ist.

Drehung bei gleichzeitiger Doppelbrechung. Die Drehung der Polarisationsebene erfährt eine Aenderung bei gleichzeitig auftretender Doppelbrechung. Wertheim<sup>1</sup>) und Lüdtge<sup>2</sup>) haben dies zuerst nachgewiesen, indem sie bei Anwendung eines Krystalls die Hauptaxe mehr und mehr neigten, bei Anwendung isotroper Substanzen eine allmählich wachsende Zug- und Druckspannung erzeugten. In beiden Fällen nahm mit zunehmender Doppelbrechung die Drehung erheblich ab, so jedoch, dass bei einem Gangunterschiede von λ/2 WERTHEIM gar keine Drehung, LÜDTGE dagegen immer noch die Hälfte der ursprünglichen Drehung constatirte. Im Kalkspath findet nach Chauvin³) ähnliches statt. Eine sehr exakte Untersuchung hat Wedding4) mit Flintglas und Crownglas durchgeführt und gefunden, dass die Drehung mit zunehmendem Gangunterschied abnimmt, bei einem solchen von  $\lambda/2$  null, dann negativ und bei  $\lambda$ wieder positiv wird; er hat dann dieses Ergebniss mit einer von Gouy5) aufgestellten und von O. WIENER<sup>6</sup>) in anderer Weise entwickelten Theorie verglichen und sie durchaus bestätigt gefunden. Es sei hiermit gleichzeitig auf die genannte Theorie sowie auf eine verwandte Arbeit von Cornu und Potier 7) aufmerksam gemacht, da der Raum verbietet, auf sie zurückzukommen.

Beziehung zur Constitution. Für Lösungen hat VERDET 8) den Satz bewiesen, dass die Drehung gleich der Summe der Drehung des Salzes und des Lösungsmittels, also z. B. des Wassers ist. Wässrige Lösungen positiv drehender Salze drehen also stets positiv, dagegen hängt bei negativen Salzen der Sinn der Drehing in der wässrigen Lösung davon ab, ob der Einfluss des Salzes oder der des Wassers überwiegt, bei einem und demselben Salze also unter Umständen von der Concentration. Ein Beispiel hierfür bietet Eisenchlorid, welches bei schwacher Concentration positiv, bei starker negativ dreht, und zwar bei besonders starker Concentration etwa 6 mal so stark wie Wasser. Die Verhältnisse sind also hier ganz analog den auf pag. 210 für den Magnetismus von Lösungen dargestellten und die Analogie geht so weit, dass man, wie DU Bois9) gezeigt hat, Lösungen herstellen kann, welche überhaupt nicht drehen, z. B. von Eisenchlorid, Manganchlorur und Cerchlorid. Dabei findet aber keine Uebereinstimmung zwischen beiden Eigenschaften statt, d. h. die unmagnetisirbare Lösung ist nicht auch optisch inaktiv und umgekehrt. Eisenchlorid ist z. B. in allen in Betracht kommenden Concentrationen magnetisch, seine Drehung geht aber bei einer bestimmten Concentration durch Null hindurch; umgekehrt geht die Susceptibilität von Manganchlorür bei einer bestimmten Concentration durch Null hindurch, während seine Drehung stets positiv bleibt. Bei Cerchlorid

<sup>1)</sup> WERTHEIM, POGG. Ann. 86, pag. 321. 1852.

<sup>2)</sup> LÜDTGE, POGG. Ann. 137, pag. 271. 1869.

<sup>3)</sup> CHAUVIN, Compt. rend. 102, pag. 972. 1886 u. 108, pag. 1097. 1889.

<sup>4)</sup> WEDDING, WIED. Ann. 35, pag. 25. 1888.

<sup>5)</sup> Gouy, J. de Phys. 4, pag. 149. 1885.

<sup>6)</sup> O. WIENER, WIED. Ann. 35, pag. 1. 1888.

<sup>7)</sup> CORNU u. POTIER, Compt. rend. 102, pag. 385. 1886.

<sup>8)</sup> Verdet, Compt. rend. 43, pag. 529. 1856; 44, pag. 1209. 1857; Ann. Chim. Phys. (3) 52, pag. 129. 1858; Pogg. Ann. 100, pag. 172.

<sup>9)</sup> H. DU BOIS, WIED. Ann. 35, pag. 165. 1888.

endlich finden beide Uebergänge statt, aber für die Susceptibilität tritt der Zeichenwechsel bei einer Dichte von 1·0748 (pag. 210), für die Drehung dagegen erst bei einer Dichte von 1·2697 (für rothes Licht) ein. Weitere Beziehungen zur physikalischen und chemischen Constitution, insbesondere die »specifische« und die »moleculare« Drehung haben u. A. Perkin, H. Jahn und Wachsmuth behandelt (s. w. u.).

Drehung durch remanenten Magnetismus. Die Frage, ob Substanzen durch Magnetisirung dauernd optisch aktiv gemacht werden können, mit anderen Worten, ob die in ihnen nach der Entfernung aus dem Felde zurückbleibende Magnetisirung eine Drehung der Polarisationsebene hervorrufen könne, muss bis jetzt verneint werden. Bei schwach magnetischen Substanzen ist dies sehr natürlich, da in ihnen remanenter Magnetismus überhaupt noch nicht mit Sicherheit constatirt worden ist. Dass, wie du Bois festgestellt hat, in Eisen, Nickel und Kobalt die Verhältnisse ebenso liegen, hat vermuthlich seinen Grund darin, dass bei der Form äusserst dünner Platten, in welcher man diese Substanzen anwenden muss, die entmagnetisirende Kraft sehr gross und der remanente Magnetismus folglich sehr klein ist (pag. 147 u. 175).

Maasseinheiten. Noch ist die wichtige Aufgabe zu erledigen, das Verhalten einer bestimmten Substanz in Hinsicht auf die magnetische Drehung durch eine diesem Stoffe charakteristische Constante auszudrücken. In der ersten Zeit begnügte man sich damit, irgend eine Vergleichseinheit zu wählen, z. B. unter gleichen Umständen befindliches Wasser oder Schwefelkohlenstoff. Als man dann die Proportionalität mit der Strecke und der Kraft festgestellt zu haben glaubte, führte man den Faktor  $\omega$  in der Gleichung (l Länge der durchstrahlten Strecke,  $V_1$  und  $V_2$  magnetische Potentialwerthe an der Eintritts- und Austrittsstelle)  $\Omega = \omega l R = \omega (V_1 - V_2)$ 

als charakteristische Grösse ein und nennt sie seitdem Verdet'sche Constante. Inzwischen hat sich aber gezeigt, dass diese Grösse für die ferromagnetischen Stoffe keine Constante ist, dass es aber auch für sie eine charakteristische Constante giebt, nämlich den Faktor  $\psi$  in der Gleichung

$$\Omega = \psi l \mathcal{J} = \psi (\Phi_1 - \Phi_2)$$

wo die beiden  $\Phi$  jetzt die Magnetisirungspotentiale sind. Zwischen  $\omega$  und  $\psi$  besteht offenbar die einfache Beziehung

$$\psi = \frac{\omega}{\alpha}$$
.

Die Grösse ψ heisst auf du Bois' Vorschlag Kundt'sche Constante. Bei du Bois¹) findet man auch Ausführungen, welche zeigen, dass für Gemenge, also z. B. Lösungen, ψ keine einfache Bedeutung mehr hat. Beide Grössen, ω resp. ψ charakterisiren übrigens eine Substanz erst dann deutlich, wenn man hinzufügt, für welche Wellenlänge und für welche Temperatur sie gelten sollen, und erst dann vollständig, wenn man sie als Functionen dieser beiden Einflüsse angiebt.

Zahlenwerthe. Die meisten Untersuchungen, welche den Zweck hatten, für die absoluten Werthe der Drehung die Grundlage zu schaffen, sind an Schwefelkohlenstoff als einem der am stärksten drehenden Stofte durchgeführt worden und zwar von Gordon, H. Becquerel, Lord Rayleigh und Köpsel. Die erhaltenen Zahlen sind folgende:

<sup>1)</sup> H. DU BOIS, WIED. Ann. 31, pag. 968. 1887.

#### Schwefelkohlenstoff.

GORDON 1):	0.052381	für	die	Thalliumlinie	und	12°	C.
"	0.04267'	für	die	D-Linie	,,	,,	
"	0.04330'	12	,,	,,	und	0°	C.
H. Becquerel <sup>2</sup> )	0.04341'	,,	,,	,,	,,	,,	
Lord RAYLEIGH 3):	0.04200'	,,	"	,,	,,	18°	C.
Köpsel <sup>4</sup> ):	0.04199'	,,	,,	,,	,,	,,,	
"	0.04297'	,,	,,	,,	,,	0°	C.

Diese Zahlen sind mit der Bichat'schen Temperaturformel (pag. 282) zusammenzuhalten. Man kann annehmen, dass die Verdet'sche Constante Schwefelkohlenstoft gegenwärtig bis auf mindestens ein Tausendstel ihres Werthes bekannt ist (über die Verwerthung dieses Ergebnisses zur Strommessung und Feldmessung s. oben Bd. III (1) (pag. 249). Für die Hauptlinien erhält man bei 25°C. folgende Zahlen:

Will man das CGS-System consequent durchführen, so muss man diese Zahlen noch auf Bogenmaass zurückführen und findet dann

$$CS_2$$
:  $\omega = 0.0000122$  für die *D*-Linie und 18° C.

Wasser. Ausser für Schwefelkohlenstoff liegt noch für Wasser eine exakte Normalbestimmung von Arons<sup>5</sup>) vor, bei welcher ausser anderen Motiven hauptsächlich maassgebend war, dass Wasser allgemein als Vergleichskörper in der Physik benutzt zu werden pflegt, dass es einen geringen Temperaturcoëfficienten hat und auch sonst geringere Unzuträglichkeiten bei den Experimenten mit sich bringt. Das Ergebniss dieser Messung ist:

 $H_2O$ :  $\omega = 0.01295' = 0.000003767$  für die *D*-Linie und 23°.

Zahlenwerthe tür die einzelnen Stoffe. Für eine Anzahl der wichtigsten Substanzen hat DU BOIS 6) nach eigenen und fremden Messungen folgende Tabelle für die Grössen  $\omega$  und  $\psi$  zusammengestellt; beide Zahlen geben die Drehung in einer 1 cm langen Schicht,  $\omega$  bei der Feldstärke 1,  $\psi$  bei der Magnetisirungsintensität 1; die Temperatur ist durchschnittliche Zimmertemperatur (etwa 18°).

Absolute Werthe von  $\omega$  und  $\psi$ .

Substanz	х	λ	ω	ψ
Kobalt	_	6.44 - 105	_	+ 3.99
Nickel		,, ,,	_	+ 3.15
Eisen	-	6.56 ,,	_	+ 2.63
Sauerstoff (1 Atm.)	$+0.0126 \cdot 10^{-5}$	5.89 ,,	$+0.000179 \cdot 10^{-5}$	+ 0.014
Schwefelsäure	— 0·0751 ,,	,, ,,	+ 0.302 ,,	- 4·0
Wasser	- 0·0694 ,,	,, ,,	+ 0.377 ,,	— 5·4
Salpetersäure	- 0.0633 ,,	,, ,,	+ 0.356 ,,	- 5.6
Alkohol	- 0·0566 ,,	,, ,,	+ 0.330 ,,	— 5·8
Aether	- 0·0541 ,,	,, ,,	+ 0.315 "	- 5.8
Arsenchlorür	— 0·0876 ,,	,, ,,	+ 1.222 ,,	— 14·9
Schwefelkohlenstoff	— 0·0716 ,,	,, ,,	+ 1.222 ,,	- 17.1
FARADAY'S Glas, geschm	— 0·0982 ,,	,, ,,	+ 1.738 "	- 17.7

- 1) GORDON, Trans. R. Soc. 167 (1) pag. 1. 1877; Phil. Mag. (5) 1, pag. 73. 1876.
- 2) H. BECQUEREL, Ann. Chim. Phys. (3) 27, pag. 312. 1882.
- 3) Lord RAYLEIGH, Proc. R. Soc. 37, pag. 146. 1884.
- 4) KÖPSEL, WIED. Ann. 26, pag. 456. 1885.
- 5) ARONS, WIED. Ann. 24, pag. 161. 1885.
- 6) H. DU BOIS, WIED. Ann. 31, pag. 970. 1887.

Die Tabelle ist nach den algebraischen Werthen von  $\psi$  geordnet. Seinem absoluten Werthe nach ist jedoch  $\psi$ , wie man sieht, durchaus nicht etwa für die ferromagnetischen Stoffe am grössten, diese werden vielmehr von den meisten festen und flüssigen Substanzen in dieser Hinsicht übertroffen, vom Schwefelkohlenstoff und vom Faraday'schen Glase sogar etwa um das 5 fache. Unter den ferromagnetischen Stoffen selbst steht Kobalt an erster, Eisen an letzter Stelle. Dagegen würden die ferromagnetischen Stoffe, wenn überhaupt, eine ausserordentlich grosse Verdet'sche Constante  $\omega$  aufweisen, wegen ihrer grossen Susceptibilität. Wie kolossal die Drehung der Polarisationsebene im Eisen ist, geht aus der Angabe von Kundt') hervor, dass im Zustande magnetischer Sättigung die Drehung pro Centimeter rund  $200\,000^\circ$  beträgt, dass also die Schwingungsrichtung der Aethertheilchen schon auf der winzigen Strecke von 0.02~mm ein ganzes Mal herumgedreht wird. Die genaueren Werthe für die Maximaldrehung sind:

Eisen: 209 000° (KUNDT); 216 000° (I,OBACH) Kobalt: 198 000° (DU BOIS); 180 000° ,, Nickel: 89 000° ,, 90 000° ,,

Aus der grossen Zahl von gemessenen Drehungswerthen kann hier natürlich nur eine ganz kleine Auswahl gegeben werden.

#### Messungen von H. Becquerel2).

Die Drehung  $\Omega$  ist auf die des Schwefelkohlenstoffs als Einheit bezogen, sie gilt für gelbes Licht (in den letzten Reihen rothes Licht) und  $15^{\circ}$  C. Ausser  $\Omega$  ist noch die Grösse  $\Omega/n^2$   $(n^2-1)$  angegeben, wo n der Brechungsexponent ist.

Substa	nz				Ω	$\frac{\Omega}{n^2(n^2-1)}$	Substanz	Ω	$\frac{\Omega}{n^2(n^2-1)}$
CS,				.	1.000	0.231	Geschm. Schwefel (114°)	1.904	0.188
H <sub>2</sub> O					0.308	0.222	Geschm. Phosphor (33°)	3.120	0.220
CH40				- 1	9.253	0.166	Einfach brechen	ide Krysta	ille
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> O .				- 1	0·279 0·294	0·160 0·161	KC1	0.072	0.255
$C_4H_{10}O$ . $C_5H_{12}O$ .				- 1	0.311	0.161	Na Cl	0.843	0.256
CHCl <sub>3</sub> .					0.380	0.163	CaFl <sub>2</sub>	0.220	0.101
HCl°					0.490	0.252	Blende	5.295	0.204
$C_6H_6$					0.636	0.226	Diamant	0.301	0.010
C <sub>7</sub> H <sub>8</sub>				- 1	0.575	0.510	Rothes	Licht	
HNO3			÷		0.291	0.177	CS2	1.000	0.240
,, (rauche	end)	)			0.206	0.109	Cu <sub>2</sub> O (kryst.)	14.060	0.241
$H_2SO_4 + 3H$	<sub>2</sub> O				0.286	0.149	Brom	1.960	0.465
H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> .					0.247	0.116	Selen	10.960	0.255
AgNO <sub>3</sub> (conc	. L	sg	.)		0.424	0.177			
KJ (conc. Lsg	(.)				0.801	0.349			

Die Vermuthung Becquerel's, dass die Grösse  $\Omega/n^2$  ( $n^2-1$ ) constant sei, bestätigt sich hiernach zwar nicht allgemein, aber für viele Stoffe hat sie nicht erheblich verschiedene Werthe, auch wenn die  $\Omega$  für sie stark abweichen; ganz abnorm verhält sich in dieser Hinsicht nur Diamant, dessen Drehkraft im Ver-

<sup>1)</sup> KUNDT, WIED. Ann. 27, pag. 197. 1886.

<sup>2)</sup> H. BECQUEREL, Ann. chim. Phys. (5) 12, pag. 5. 1877.

gleich zu seinem Brechungsvermögen sehr klein ist. (Von einer andern Formel zwischen  $\Omega$  und n wird bei der Theorie die Rede sein.)

Jenenser Gläser nach H. DU Bors<sup>1</sup>).  $\omega$  im Bogenmass für Natronlicht und 18°.

Substanz	Bezeichnung	n	ω
Boratcrown	. S. 204	1.51013	0.0163
Leichtes Barytsilicatcrown	O. 1092	1.51660	0.0190
Stark Disperg. Silicatorown .	O. 1151	1.52017	0.0234
Mittleres Phosphatcrown	. S. 179	1.56201	0.0161
Schweres Barytsilicatcrown	O. 1143	1.57412	0.0220
Gewöhnliches leichtes Flint .	O. 451	1.57522	0.0317
Schweres Silicatflint	O. 469	1.64996	0.0442
Schweres Silicatflint	O. 500	1.75096	0.0608
Schwerstes Silicatflint	S. 163	1.89042	0.0888

### Bestimmungen von H. JAHN2).

 $\Omega$  Drehung, S »specifische Drehung«, d. h. dieselbe für gleiche Gewichte, bei Salzen aus den Lösungen berechnet; alles auf Wasser bezogen; Natronlicht,  $20^{\circ}$ .

S	ubs	tan	z		Ω	S
Wasser				. [	1.0000	1.0000
Methyla	lko	hol		.	0.7081	0.8923
Aethylal	ko	hol			0.8477	1.0710
Aceton				.	0.8490	1.0663
Benzol			٠.		2.2392	2.5443
Toluol					2.0396	2.3528
Xylol					1.8878	2.1788

Salze.

Sa	lz		S	Sal	z		S
HCl .			2.3046	Be S O4	,	$\neg$	0.2890
LiCl			1.9530	CaCl,			1.5104
Li <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>			0.3705	CaBr <sub>2</sub>			1.5854
Na Cl			1.6487	Sr Cl <sub>2</sub>	÷		1.0969
Na Br .			1.6058	Sr Br <sub>2</sub>			1.3233
			2.2218	Ba Cl <sub>2</sub>			0.9418
Na NO 3			0.2902	BaBr <sub>2</sub>			1.1233
Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	ı		0.5993	Mn Cl <sub>2</sub>			1.2804
K CI			1.3674	MnSO4			0.2724
KBr			1.4157	Cd Cl <sub>2</sub>			1.1535
KJ.	•		2.0556	Cd Br <sub>2</sub>			1.3044
K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>			0.3698	CdJ <sub>2</sub> .			2.0133
KNO3			0.2408	CdSO4			0.4475
K2CO3			0.4622				

### Bestimmungen von Wachsmuth3).

 $\Omega$  Drehung der Lösung von der Dichte  $\sigma$ , S specifische Drehung der gelösten Substanz, M molekulare Drehung; Natronlicht, Temperatur nicht angegeben. Wasser als Einheit.

<sup>1)</sup> H. DU BOIS, WIED. Ann. 51, pag. 547. 1894.

<sup>2)</sup> H. JAHN, WIED. Ann. 43, pag. 280. 1891.

<sup>3)</sup> WACHSMUTH, WIED. Ann. 44, pag. 377. 1891.

Substanz	σ	Ω	S	M	Substanz	σ	Ω	S	M
H <sub>2</sub> O	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	MnSO <sub>4</sub>	1.1607	1.0290	0.2317	1.9435
CoSO <sub>4</sub>	1.1378	0.9993	0.0058	0.0247	MnCl <sub>2</sub>	1.1107	1.1166	1.0434	7.3037
CoCl <sub>2</sub>	1.1250	1.0991	0.8224	5.9215	$Mn(NO_3)_2$ .	1.1135	0.9915	0.1931	1.9205
$Co(NO_3)_2$ .	1.1321	0.9620	-0.0328	- 0.3325	$Mn(C_2H_3O_2)_2$	1.0864	1.0239	0.5699	5.4777
$Co(C_2H_3O_2)_2$	1.0886	1.0172	0.4770	4.6795	H,SO4	1.8282	0.8652	0.3915	2.1317
NiSO <sub>4</sub>	1.1454	1.0730	0.4913	4.2256	HCl	1.1247	1.3541	1.8436	7.4766
NiCl <sub>2</sub>	1.1058	1.1631	1.5333	11.0569	HNO3	1.1898	0.9287	0.2702	1.891
$Ni(NO_3)_2$ .	1.1285	1.0444	0.4617	4.6889	C2H4O2	1.0602	0.8576	0.7961	5.3073
$Ni(C_2H_3O_2)_2$	1.0633	1.0490			Ni(CO)4				

## Bestimmungen von Perkin<sup>1</sup>).

Diese in den Jahren 1884—1893 ausgeführten Bestimmungen des specifischen und molekularen Drehungsvermögens betreffen eine grosse Anzahl meist organischer Stoffe (Säuren, Fette, Mischungen u. s. w.). Eine Auswahl ist aber nicht möglich.

Dasselbe gilt von den Bestimmungen von Schönrock<sup>2</sup>).

Die wichtigsten Perkin'schen und Schönrock'schen Zahlen findet man auch in den Tabellen von Landolt und Börnstein, 2. Aufl. 176 und 177 (pag. 461 bis 465.)

### Drehung in Gasen nach H. Becquerel3).

0°, Atmosphärendruck, Natriumlicht. Flüssiger Schwefelkohlenstoff als Einheit.

Gas		10 ε Ω	$\frac{\Omega}{n^2(n^2-1)}$	Gas	106Ω	$\frac{\Omega}{n^2(n^2-1)}$
Sauerstoff		146	0.269	Stickoxydul	393	0.381
Luft		159	0.277	Schweflige Säure .	730	0.548
Stickstoff		 161	0.274	Aethylen	802	0.590
Kohlensäure .		302	0.332			

Die Zahlen der letzten Spalte halten sich in denselben Grenzen wie bei Flüssigkeiten, wachsen aber mit n. Sauerstoff scheint schwach anomale Dispersion zu haben.

### Drehung in Gasen nach Kundt und Röntgen4).

Für natürliche Dichte aus Beobachtungen bei grosser Dichte (150-270 fach) unter der Annahme der Proportionalität mit der Dichte berechnet; 20°, Tageslicht; Schwefelkohlenstoft als Einheit.

Wasserstoff	•	0.000132	Luft	 0.000127
Sauerstoff		0.000109	Kohlenoxyd .	0.000232
Stickstoff		0.000127	Sumpfgas	0.00044

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Perkin, Journ. Chem. Soc. 1884, pag. 421; 1886, pag. 177; 187, pag. 362 u. 808; 1888, pag. 561; 1889, pag. 680 u. 750; 1891, pag. 981; 1892, pag. 800; 1893, pag. 75, 99 u. 488; Beibl. z. Wied. Ann. 1885, pag. 347; 1887, pag. 178 u. 601; 1888, pag. 129 u. 824; 1890, pag. 305; 1892, pag. 381; 1893, pag. 583, 588. u. 959.

<sup>2)</sup> Schönrock, Zeitschr. phys. Chem. 11, pag. 753. 1893.

<sup>3)</sup> H. BECQUEREL, Compt. rend. 88, pag. 709; Journ. de Phys. 8, pag. 198. 1879; Compt. rend. 90, pag. 1407; Journ. de Phys. 9, pag. 265. 1880.

<sup>4)</sup> KUNDT und RÖNTGEN, WIED. Ann. 6, pag. 332. 1879; 8, pag. 278. 1879; 10, pag. 257. 1880.

Drehung der Polarisationsebene der strahlenden Wärme.

Die Erwartung, dass sich, wie sonst, auch gegenüber dem Magnetismus die strahlende Wärme ganz wie das Licht verhalten werde, ist, nach vorangegangenen Versuchen von Wartmann¹) und von de la Provostave und Desains²), besonders durch eine Arbeit von Grunmach³) bestätigt worden. Bei allen von ihm geprüften Stoffen (Gläser, Schwefelkohlenstoff, Terpentinöl, Wasser und Alkohol) erwies sich die Drehung der Polarisationsebene der strahlenden Wärme als positiv, für den grösseren Brechungsindex war sie meist auch grösser, mit der magnetisirenden Kraft war sie proportional; absolute Zahlenwerthe sind leider nicht angegeben.

b) Beeinflussung des Lichtes bei der Reflexion an Magneten.

Im Jahre 1876 machte Kerr<sup>4</sup>) die Beobachtung, dass ein auf eine magnetische Fläche fallender, geradlinig oder elliptisch polarisirter Lichtstrahl bei der Reflexion von dieser Fläche eine Veränderung erfährt. Die Beobachtung wurde dann von zahlreichen anderen Physikern wiederholt und modificirt, insbesondere von Gordon<sup>5</sup>), Fitzgerald<sup>6</sup>), Hall<sup>7</sup> (für Nickel), Hurion<sup>8</sup>) (für Wismuth), Kaz<sup>9</sup>), Righi <sup>10</sup>), Kundt<sup>11</sup>) (für Eisen, Kobalt, Nickel), du Bois <sup>12</sup>) (ausserdem noch für Magneteisenstein), Sissingh <sup>13</sup>) und Zeemann <sup>14</sup>). Für die vier ferromagnetischen Stoffe ist das Phänomen erwiesen, für Wismuth wird es von Righi, Kundt u. A. bestritten und bedarf daher der Bestätigung. Die meisten der Genannten haben das Phänomen nach der optischen Seite, Kundt und du Bois auch nach der magnetischen hin verfolgt.

Die Wirkung ist eine doppelte und besteht 1) in der Drehung der Polarisationsebene, 2) in der Verwandlung des geradlinig polarisirten Lichtes in elliptisch polarisirtes, des elliptisch polarisirten in solches von anderer Ellipticität oder unter Umständen in geradlinig polarisirtes. Die erste Wirkung stellt die Reflexion des Lichtes an einem Magneten in Parallele mit dem Durchgange durch einen solchen, die zweite Wirkung ist der Reflexion eigenthümlich; man kann sie durch den Ausspruch charakterisiren, dass die Reflexion an Magneten das Intensitätsverhältniss der beiden Lichtcomponenten verändert, bei einfallendem geradlinigem Lichte also eine neue, zur ursprünglichen senkrechte »magnetische Componente« entstehen lässt.

Wenn schon die Erscheinungen beim Durchgange sich in Folge der grossen Zahl maassgebender Faktoren sehr complicirten, so werden sie, das ist einleuchtend, dies bei der Reflexion in noch weit höherem Grade thun. Es können

<sup>1)</sup> WARTMANN, Compt. rend. 22, pag. 745. 1846; Pogg. Ann. 71, pag. 573. 1847.

<sup>2)</sup> DE LA PROVOSTAYE u. DESAINS, Ann. Chim. Phys. (3) 27, pag. 232. 1849.

<sup>3)</sup> GRUNMACH, WIED. Ann. 14, pag. 85. 1881.

<sup>4)</sup> KERR, Phil. Mag. (5) 3, pag. 321. 1877; 5, pag. 161. 1878.

<sup>5)</sup> GORDON, Phil. Mag. (5) 4, pag. 104. 1877; El. u. Magn. Bd. 2.

<sup>6)</sup> FITZGERALD, Proc. R. Soc. 25, pag. 447. 1876; Phil. Mag. (5) 3, pag. 529. 1877.

<sup>7)</sup> HALL, Phil. Mag. (5) 12, pag. 171. 1881.

<sup>8)</sup> Hurion, Journ. de Phys. 1884, pag. 360.

<sup>9)</sup> Kaz, Ueber die Reflexion d. Lichts an Magneten. In.-Diss. Amsterdam 1884; Beibl. z. Wied. Ann. 1885, pag. 275.

<sup>10)</sup> RIGHI, Ann. Chim. Phys. (6) 4, pag. 433. 1885; 9, pag. 65. 1886; 10, pag. 200. 1887.

<sup>11)</sup> KUNDT, WIED. Ann. 23, pag. 228. 1884; 27, pag. 191. 1886.

<sup>12)</sup> H. DU BOIS, WIED. Ann. 39, pag. 25. 1890.

<sup>13)</sup> SISSINGH, WIED. Ann. 42, pag. 115. 1891; Verh. Akad. Wetensch. Amst. 28. 1890.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>) ZEEMANN, Messungen üb. d. KERK'sche Erscheinung. In.-Diss. Leiden 1893.

hier nämlich variirt werden: in magnetischer Hinsicht die Feldstärke, das magnetisirte Material und damit die Intensität der Magnetisirung, die Temperatur und die Richtung, in welcher die spiegelnde Fläche des Magneten geschnitten ist, d. h. der Winkel, welchen ihre Normale mit den Kraftlinien bildet, wobei besonders die Grenzfälle der Reflexion an der Stirnfläche (Winkel 0°) und an der Mantel- resp. Aequatorfläche (Winkel 90°) wichtig und darum eingehend studirt sind. Andererseits in optischer Hinsicht der Einfallswinkel, der Winkel der Schwingungsrichtung des einfallenden Lichts mit der Einfallsebene, die Farbe, die Ellipticität und, im Falle der Reflexion an der Mantelfläche, der Winkel der Einfallsebene mit den Kraftlinien, wobei wiederum die beiden Grenzfälle herauszugreifen sind, dass die Einfallsebene den Kraftlinien parallel oder auf ihnen senkrecht ist. Alle diese Faktoren sind von den Beobachtern thatsächlich variirt und die Ergebnisse mindestens qualitativ festgestellt worden. Es kann hier nur das Wichtigste angeführt werden.

Zunächst ist, entgegen der Meinung von Mascart und Joubert, Poincare u. A. als feststehend zu betrachten, dass die Erscheinung eine wirkliche Reflexionserscheinung ist, und dass sie nicht etwa, wie man meinen könnte, einfach eine Folge der Drehung der Polarisationsebene beim Durchlaufen der dem Magneten anliegenden, stark magnetisirten Luftschicht ist. Durch die Thatsache, dass die Erscheinung verschwindet, wenn man den magnetischen Spiegel durch einen unmagnetischen ersetzt, wird der Beweis hierfür freilich nicht streng geführt, weil dadurch das magnetische Feld stark herabgemindert wird, wohl aber, wie Drude 1) hervorhebt, durch den von Kundt geführten Nachweis, dass sie auch dann verschwindet, wenn man den magnetischen Spiegel mit einem nicht aktiven Metall elektrolytisch dünn überzieht, wodurch das Feld in der benachbarten Luft nicht merkbar verändert wird. Die Drehung erfolgt also entweder am oder im Metall; hält man die erstere Möglichkeit für ausgeschlossen 2), so gelangt man auch von dieser Seite her zur Annahme eines Eindringens des Lichtes in die Metalle, ehe es zurückkehrt.

Was die Beobachtungsmethoden betrifft, so sei bemerkt, dass man, um den Magnetismus der spiegelnden Fläche zu erhöhen, ihr meist einen weichen Eisenkörper (»Submagneten«) gegenüberstellt, und dass man, wenn man bei senkrechter Incidenz beobachten will, eine unter 45° geneigte Glasplatte anwendet, um den Polarisator seitlich aufstellen zu können und durch ihn in der Beobachtung nicht gestört zu werden; man muss aber dann, worauf KUNDT 3) zuerst hingewiesen hat, die rein optische Drehung in der Glasplatte in Abzug bringen. Kommt es nicht auf genau senkrechte Incidenz an, so kann man auch einen durchbohrten Spiegel anwenden. Die spiegelnde Fläche wird, wenn sie nicht dem Elektromagneten selbst angehört, in Form einer Platte nahe an einen Pol des letzteren gebracht, je nach Zweck der Untersuchung senkrecht oder parallel zu den Kraftlinien. Am vorteilhaftesten ist es jedenfalls, die spiegelnde Fläche an dem Elektromagneten selbst anzuschleifen, und zwar an einem Eisenkörper, der gleichförmig magnetisirt wird; dies hat DU Bois gethan, indem er Ovoide benutzte und sie durch eine lange Drahtspule magnetisirte. Durch das Anschleifen der Spiegel wird an dieser Stelle die Magnetisirung freilich verändert, aber in leicht zu ermittelnder Weise.

<sup>1)</sup> DRUDE, WIED. Ann. 46, pag. 354. 1892.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Vergl. hierüber einerseits Du Bois, Wied. Ann. 39, pag. 40, andererseits Drude, Wied. Ann. 46, pag. 354.

<sup>3)</sup> KUNDT, WIED. Ann. 23, pag. 239. 1884.

Senkrechte Incidenz. Relativ am einfachsten verhält sich das Licht bei senkrechter Incidenz, weil die Richtung der Schwingungsebene hier natürlich keine Rolle spielt; hier wird einfach die Polarisationsebene des geradlinig polarisirten Lichtes gedreht, und zwar der Richtung des magnetisirenden Stromes entgegengesetzt, sodass man sie im Sinne der früheren Ausdrucksweise als negative Drehung zu bezeichnen hat; nur beim Magnetit ist sie positiv. Betrachten wir zunächst die polare Reflexion. Bei den ersten Kundt'schen Versuchen bewegt sich die Drehung für Eisen zwischen 45 und 66', bei Kobalt zwischen 50 und 67', bei Nickel zwischen 20 und 23', bei der zweiten Reihe von Versuchen wurde die Feldstärke gemessen und für Eisen folgende Zahlenreihe gefunden:

R	4990	10800	16600	19800	30300
Ω	- 0.27°	- 0.55°	- 0.62°	- 0.66°	- 0.67°

Diese Zahlen sind durch die unterste Curve der Fig. 185 veranschaulicht; während also die Durchgangscurve nach oben geht, geht die Reflexionscurve nach unten; der Verlauf ist aber im Uebrigen ganz analog, und man kann daher auch hier vermuthen, dass die Drehung nicht der Feldstärke, sondern der Intensität der Magnetisirung proportional sei, eine Vermuthung, die bald darauf von du Bois experimentell bestätigt wurde; auch hier erwies sich Nickel am schwächsten wirksam. Wenn die spiegelnde Fläche nicht polar liegt, also ihre Normale mit der Richtung der Magnetisirung einen Winkel α einschliesst, so ist die Drehung kleiner, und zwar gilt nach du Bois auch hier das einfache Cosinusgesetz; bei der Reflexion an einer äquatorialen Fläche wird also die Drehung Null. Nach alledem hat man die Drehung proportional zu setzen mit der Intensität der normalen Magnetisirungscomponente, in Formel

$$\Omega = K \cdot J_n$$
.

Für die Constante K, welche der Kundt'schen Constante ψ (pag. 284) ganz analog ist, hat du Bois den Namen Kerr'sche Constante vorgeschlagen; man kann sie entweder in Winkelmaass oder in Bogenmaass ausdrücken.

Ferner hängt die Drehung von der Wellenlänge des Lichtes ab und zwar nach Du Bois in folgender Weise: bei Eisen ist die Dispersion durchweg anomal, d. h. die Drehung nimmt von roth bis zu violett ständig ab; bei Kobalt tritt ein Minimum in grün, bei Nickel ein solches in gelb, endlich bei Magnetit ein Maximum in gelb auf.

In der folgenden Tabelle sind für die vier ferromagnetischen Substanzen und für die wichtigsten Wellenlängen  $\lambda$  die Werthe der Kerr'schen Constanten nach du Bois zusammengestellt und zwar in Minuten.

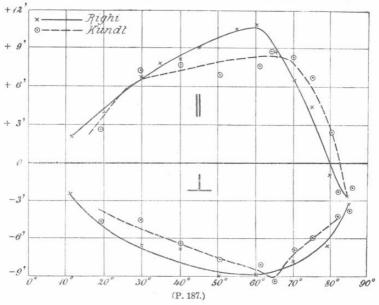
be		Linie	10 <sup>6</sup> · λ	Kobalt	Nickel	Eisen	Magnetit
		Liα	67.1	- 0·0208	- 0.0173	- 0·0154	+ 0.0096
		_	62	- 0.0198	0.0160	- 0.0138	+ 0.0120
		D	58.9	- 0 0193	- 0·0154	<b>—</b> 0.0130	+ 0.0133
		ь	51.7	— 0.0179	- 0.0159	- 0·0111	+ 0.0072
		F	48.6	- 0.0181	- 0.0163	- 0.0100	+ 0.0026
		G	43.1	- 0.0182	- 0.0175	0.0089	_
				$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Die Frage, ob bei senkrechter Reflexion ausser der Drehung der Schwingungsrichtung resp. der grossen Ellipsenaxe auch eine Veränderung des Axenverhältnisses eintrete, ist allgemein wohl noch nicht entschieden; für geradlinig polarisirtes Licht steht aber fest, dass die etwa entstehende Ellipse eine jedenfalls ausserordentlich gestreckte Gestalt besitzt. Nur muss man hier sehr darauf achten,

dass die spiegelnde Fläche blank und rein sei, weil Oxyd- und andere Schichten die Erscheinung sehr unregelmässig machen und eine nicht vorher bestimmbare Ellipticität erzeugen können.

Die Temperatur hat nach du Bois einen jedenfalls nur geringfügigen Einfluss auf K (höchstens einige Procent pro  $100^{\circ}$ ); sichere Ergebnisse sind schwer zu erlangen, weil auch J mit der Temperatur sich ändert.

Schiefe Incidenz. Hier kommen als neue Variable ausser dem Einfallswinkel die Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes und — bei Reflexion an der Seitenfläche — die Richtung der Einfallsebene gegen die Magnetisirungs-



richtung hinzu. Zuerst möge der Fall erledigt werden, wo die Reflexion an der Seitenfläche stattfindet und die Einfallsebene auf der Feldrichtung senkrecht steht: eine Wirkung findet dann überhaupt nicht statt. Ist, wiederum bei äquatorialer Reflexion, die Einfallsebene dem Felde parallel, so verhalten sich, wie schon Kerr fand, Strahlen, in denen die Schwingungen  $\parallel$  oder  $\perp$  zur Einfallsebene erfolgen, verschieden; letztere erfahren für alle Incidenzwinkel i eine negative Drehung, erstere dagegen nur für grosse i, bei einem gewissen i ist die Drehung null, für kleinere positiv. Folgende Zahlen von Kundt sowie die nach seinen und nach Right's Zahlen entworfenen Curven, Fig. 187, erläutern dies des Näheren.

	Eisen. Nickel.						
i	上	li	i	上	li		
19·0°	- 4.8'	+ 2.7'	20.0°	_	+ 0.0'		
29.9°	- 4.5'	+7.3'	30·1°	- 1.7'	+1.8'		
39·5°	- 6.6'	+7.7'	40.0°	- 2·7′	+ 1.4'		
50·1°	— 7·7′	+ 6.9'	50.0°	- 4.7'	+0.3'		
61.30	— 8·0'	+7.5'	61.5°	- 4.2'	- 0.7'		
65.0°	- 9.4'	+ 8.7'	65·3°	- 3.8'	- 2.2'		
70.00	— 7·1′	+8.1'	75·0°	- 1.1'	- 1.9'		
75.0°	- 6.0'	+6.8'					
80·3°	_	+2.6'					
82·0°	- 4.3'	- 2.3'					
85·3°	- 3.9'	- 1·9'					

Der Zeichenwechsel bei || Schwingungen tritt bei Eisen also nach Kundt bei etwa 81°, nach Richt bei 80° ein; es sei bemerkt, dass Kerr hierfür 75°, Sissingh 80 und Drude 79° fanden (die Farbe ist nicht wesentlich); für Nickel findet der Zeichenwechsel nach Kundt bei 50—60°, nach Drude erst später statt; bei Kobalt nach Drude bei 78°. Man kann diesen Winkel »Haupteinfallswinkel« nennen. Das Maximum der Drehung andererseits tritt bei || wie \( \precedut \) Schwingungen nach Kundt bei 65° (wie nach Kerr), nach Richt bei 60° ein. — Für Reflexion an der Stirnfläche des Magneten herrscht keine so erfreuliche Uebereinstimmung; während nämlich Kundt für || Schwingungen hier ebenfalls einen Zeichenwechsel bei 80° fand, haben Kerr, Richt und Drude hiervon nichts wahrnehmen können.

Die Frage der Ellipticität bei schiefer Incidenz hat zuerst Richt eingehend studirt, und zwar durch ein sinnreiches Verfahren successiver Drehungen von Polarisator und Analysator. Das wesentlichste Ergebniss ist, dass geradlinig polarisirtes Licht bei Reflexion an der Stirnfläche stets elliptisch wird, bei Reflexion an der Seitenfläche ebenfalls, ausser wenn die einfallenden Schwingungen  $\perp$  sind und der Einfallswinkel 65° beträgt.

Noch ist auf drei wichtige holländische Arbeiten hinzuweisen, die von Kaz, Sissingh und Zeemann herrühren und sich ganz allgemein mit der Bestimmung der Orientirung, Amplituden und Phasen der reflektirten Schwingungen, sowohl im Ganzen als der magnetischen Antheile beschäftigen und namentlich möglichst exakte Werthe für die »Haupteinfallswinkel« und »Hauptazimuthe« zu erlangen suchen. Man findet darin ein reiches Zahlenmaterial, aber nur in einigen weniger wichtigen Punkten Abweichungen von den Ergebnissen früherer Autoren, resp. nähere und zum Theil beschränkende Erläuterungen zu diesen.

### c) Cirkulare Doppelbrechung durch Magnetismus.

An die obigen Erscheinungen ist eine weitere anzuknüpfen, welche nicht nur an sich von Interesse ist, sondern auch die erstgenannten Erscheinungen in neuem Lichte erscheinen lässt. Right<sup>1</sup>) hat gefunden, dass in einer Substanz, welche im magnetischen Felde im positiven Sinne dreht, ein circular polarisirter Strahl, in dem die Aethertheilchen ebenfalls im positiven Sinne rotiren, schneller fortschreitet, als ein negativ polarisirter, dass also circulare Doppelbrechung stattfindet. Mit Hilfe eines Nichols und einer Bravais'schen Platte wurden zwei circular polarisirte Strahlen erzeugt und durch Schwefelkohlenstoff geschickt; die Phasendifferenz wurde durch Messung der Fransenverschiebung ermittelt. Letztere betrug nahezu <sup>1</sup>/<sub>18</sub> ihres Abstandes. Damit ist freilich noch nicht gesagt, mit welcher Geschwindigkeit sich die beiden Strahlen fortpflanzen, ob insbesondere der eine, wie man vermuthen kann, gegenüber der normalen Geschwindigkeit ebenso stark beschleunigt, wie der andere verzögert ist. Diese Vermuthung wird jedoch durch andere Versuche, auf die hier nicht eingegangen werden kann, bestätigt.

Es liegt, wie gesagt, nahe, die Doppelbrechung mit der magnetischen Drehung der Polarisationsebene in Zusammenhang zu bringen. In der That müsste dabei die Gleichung

 $\Omega = \frac{\pi d}{\lambda} (n - n')$ 

bestehen, wenn n und n' die Brechungsexponenten des beiden Strahlen,  $\lambda$  die Wellenlänge und d die Schichtdicke ist. Da in der von RIGHI benutzten Röhre

<sup>1)</sup> RIGHI, N. Cim. (3) 3, pag. 212. 1878.

die Drehung 5° betrug, wird die Gleichung sehr gut befriedigt. Natürlich ist die Differenz (n-n') in diesem Fall sehr klein; recht gross wird sie aber, wie Kundt) ausgerechnet hat, für Eisen, nämlich n-n'=0.1, also doppelt so gross wie die entsprechende natürliche Differenz bei Kalkspath, zehnmal so gross wie bei Quarz senkrecht zur Axe und 1462 mal so gross wie bei Quarz in der Richtung der Axe; so viele Male ist also auch die magnetische Drehung im Eisen grösser als die natürliche im Quarz.

### d) Theorie der magneto-optischen Erscheinungen.

Um eine Theorie der Wirkung des Magnetismus auf das Licht zu erlangen, muss man natürlich die drei bisher dargestellten Phänomene im Zusammenhange mit einander berücksichtigen. Ebenso einleuchtend ist es, dass diese Theorie sich an die der natürlichen Rotations-Polarisation anzulehnen hat, wobei aber von vornherein der Gegensatz zu beachten ist, wonach der Sinn der natürlichen Drehung von der Strahlrichtung, der der magnetischen von der Feldrichtung abhängt. Nach den bei den optischen Theorien gemachten Erfahrungen wird es ferner von wesentlichem Einflusse auf die Gestaltung der Theorie sein, ob das betreffende Medium stark lichtabsorbirend ist oder nicht. Zu unterscheiden ist endlich zwischen speciellen Theorien, die von einer besonderen Idee ausgehen und dann auch nur beschränkte Bedeutung haben, und allgemeinen Erklärungsystemen, welche den Anspruch erheben, mit ihren Differentialgleichungen und Grenzbedingungen alle beobachteten und eventuell auch erst noch zu beobachtenden Erscheinungen zu umfassen. Bei der relativen Einfachheit des magnetischen Theils der Theorie verbreitet sich diese naturgemäss wesentlich nach der optischen Seite hin, und sie stellt sich dabei entweder auf den Standpunkt der Elasticitätstheorie des Lichts, wobei die Wahl der Fresnel'schen oder Neumann'schen Vorstellung keine wesentlichen Unterschiede bedingt, oder aber, was gerade hier augenscheinlich besonders reizvoll ist, auf den Standpunkt der elektromagnetischen Theorie des Lichts. Die Theorien selbst können im Rahmen dieses Buches nicht entwickelt werden, es muss genügen, eine kurze Uebersicht und Charakteristik zu geben.

Der älteste von Fitzgerald<sup>2</sup>) herrührende Versuch einer Theorie knüpft unmittelbar an die cirkulare Doppelbrechung geradlinig polarisirten Lichtes an, erweist sich aber in der vorliegenden Form als unbrauchbar, da sie für normale, polare Reflexion keine Drehung ergiebt, was mit allen Beobachtungen im Widerspruch steht. Die Theorie von Righl<sup>3</sup>) ist mehr als eine Ausführung der Analogie des Kerr'schen Phänomens mit dem der elliptischen Doppelbrechung zu bezeichnen, lässt sich aber schon auf die Erscheinungen bei äquatorialer Reflexion nicht ausdehnen. Mehr oder weniger umfassende mathematische Theorien sind von Airv<sup>4</sup>), C. Neumann<sup>5</sup>), Maxwell.<sup>6</sup>), Fitzgerald<sup>7</sup>), Rowland<sup>8</sup>), H. A. Lorentz<sup>9</sup>),

<sup>1)</sup> KUNDT, WIED. Ann. 23, pag. 238. 1884.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) FITZGERALD, Proc. R. Soc. 25, pag. 447. 1876; Trans. R. Soc. 1880 (2), pag. 691; WIED. Ann. 25, pag. 136. 1885.

<sup>3)</sup> RIGHI, Ann. Chim. Phys. (6) 4, pag. 433. 1885; 9, pag. 65. 1886.

<sup>4)</sup> AIRY, Phil. Mag. (3) 28, pag. 469. 1846.

<sup>5)</sup> C. NEUMANN, Die magn. Drehung d. Polarisationsebene des Lichts. Halle 1863.

<sup>6)</sup> MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 574, 1883.

<sup>7)</sup> FITZGERALD, Trans. R. Soc. 171, pag. 691. 1880.

<sup>8)</sup> ROWLAND, Phil. Mag. (5) 11, pag. 254. 1881.

<sup>9)</sup> H. A. LORENTZ, Arch. Néerl. 19, pag. 123. 1884.

VOIGT<sup>1</sup>), KETTELER<sup>2</sup>), VAN LOGHEM<sup>3</sup>), POTIER<sup>4</sup>), BASSET<sup>5</sup>), GOLDHAMMER<sup>6</sup>) und DRUDE<sup>7</sup>) entwickelt worden. Sieht man von der Dispersion zunächst ab, so kann man nach DRUDE alle diese Theorien in drei Klassen theilen, je nach der Form der zu den gewöhnlichen Gleichungen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \Delta u, \ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha \Delta v, \ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha \Delta w$$

hinzugestigten Glieder, die jedenfalls gerade Disserntialquotienten nach den Coordinaten, aber ungerade nach der Zeit sein müssen; beim ersten Typus sind es erste Disserntialquotienten der uvw nach der Zeit (AIRV, C. NEUMANN), beim zweiten erste nach der Zeit und zweite nach den Coordinaten (die meisten oben Genannten), beim dritten Typus sind es Glieder beider Arten. Nun lässt sich aber zeigen, dass mit Rücksicht auf die Continuitätsgleichung (Transversalität der Lichtwellen) der erste und folglich auch der dritte Typus sich auf den zweiten reducirt, und dass dieser zweite die Form

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \left[ \Delta u + \frac{1}{\tau^2} \frac{\partial}{\partial t} \left( b_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \right]$$

nebst zwei analogen Gleichungen für v und w annimmt, wo ξ, η, ζ die Drehungscomponenten,  $\tau = 2\pi/T$ , T die Schwingungsdauer und  $b_1$   $b_2$   $b_3$  die Componenten einer Constanten b nach den Coordinatenaxen sind; für polare Reflexion ist ba, für äquatoriale (Einfallsebene parallel dem Felde)  $b_1$  maassgebend,  $b_2$  für letztere, wenn Einfallsebene und Feld senkrecht zu einander sind; da hier keine Wirkung eintritt, spielt b2 keine Rolle. Nachdem nun Drude gezeigt hat, in wie weit sich diese Gleichungen von den bisher benutzten, insbesondere von den LORENTZschen und Voigt'schen unterscheiden, und nachdem er erörtert hat, wie man die Absorption und die Dispersion zu berücksichtigen hat, liefert er den Nachweis, dass man vom Standpunkte der elektromagnetischen Lichttheorie in der That zu Gleichungen gelangt, welche den obigen entsprechen, ausserdem aber zu Grenzbedingungen, welche die Lösung vervollständigen. Diese Gleichungen und Grenzbedingungen fallen etwas verschieden aus, je nachdem man streng transversale oder quasi-transversale Schwingungen einführt, und je nachdem man die magnetische Kraft oder die elektrische Kraft für die Richtung der Lichtschwingungen zu Grunde legt, die Unterschiede sind aber für die Anwendung der

Theorie auf die Erscheinung unwesentlich. Das Erklärungssystem lautet hiernach: 
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \left[ \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial t} \left( b_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \right]$$

nebst zwei ähnlichen Gleichungen und, für die xy-Ebene als Grenzebene, den Grenzbedingungen

$$\begin{split} u_1 &= u_2 & v_1 = v_2 \\ \alpha_1 \Big( \xi + b_3 \, \frac{\partial \, \eta}{\partial \, t} - b_2 \, \frac{\partial \, \zeta}{\partial \, t} \Big)_1 &= \alpha_2 \Big( \xi + b_3 \, \frac{\partial \, \eta}{\partial \, t} - b_2 \, \frac{\partial \, \zeta}{\partial \, t} \Big)_2 \\ \alpha_1 \Big( \eta + b_1 \, \frac{\partial \, \zeta}{\partial \, t} - b_3 \, \frac{\partial \, \xi}{\partial \, t} \Big)_1 &= \alpha_2 \Big( \eta + b_1 \, \frac{\partial \, \zeta}{\partial \, t} - b_3 \, \frac{\partial \, \xi}{\partial \, t} \Big)_2 \,. \end{split}$$

- 1) VOIGT, WIED. Ann. 23, pag. 493. 1884.
- 2) KETTELER, WIED. Ann. 24, pag. 119. 1885.
- 3) VAN LOGHEM, Th. d. Zurückwerfung des Lichts durch Magnete. In.-Diss. Leiden 1883; Beibl. z. WIED. Ann. 8, pag. 869. 1884.
  - 4) POTIER, Compt. rend. 108, pag. 510. 1888.
  - 5) Basset, Proc. R. Soc. 49, pag. 76. 1891; Trans. R. Soc. 182 (A), pag. 371. 1892.
  - 6) GOLDHAMMER, WIED. Ann. 46, pag. 71; 47, pag. 345. 1892; 48, 740; 50, pag. 772. 1893.
  - 7) DRUDE, WIED. Ann. 46, pag. 353. 1892; 48, pag. 122; 49, pag. 690. 1893.

Ungefähr gleichzeitig mit Drude hat auch Goldhammer seine Theorie entwickelt, und es hat sich seitdem eine lebhafte Discussion zwischen den beiden Autoren entwickelt, von denen jeder meint, dass durch seine Theorie die Beobachtungen besser oder mindestens ebensogut wiedergegeben werden; hierzu fügt Drude noch den Hinweis, dass seine Theorie einfacher sei, weil an Stelle der reellen magnetooptischen Constanten b bei Goldhammer eine complexe, also eigentlich zwei magnetooptische Constanten treten. Ob eine solche Complikation nothwendig ist, werden also erst weitere Beobachtungen entscheiden können.

Was die Beziehung zwischen Drehung einerseits und Brechung und Wellenlänge andererseits betrifft, so gelangt man, von dem einfachen Gleichungstypus

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + m \frac{\partial^3 v}{\partial t \partial z^2}, \qquad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - m \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2}$$

ausgehend, durch Integration zu der Formel

$$\Omega = \frac{4\pi n^2}{V\lambda^2} m \left( n - \lambda \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right),$$

wo n der Brechungscoëfficient, V die Lichtgeschwindigkeit,  $\lambda$  die Wellenlänge und m eine von der Substanz und der Kraft abhängige Grösse ist. Diese Formel, die von Verdet<sup>1</sup>) experimentell geprüft worden ist, stellt die Abhängigkeit der Drehung von der Wellenlänge mit ziemlich grosser Annäherung dar, insofern thatsächlich 1)  $\Omega\lambda^2$  ungefähr constant ist, aber 2) mit abnehmendem  $\lambda$  etwas wächst, und 3) dies um so merklicher, je grösser die Dispersion ist. Neuerdings hat Jahn<sup>2</sup>) aus der Formel den Werth der Grösse m für zahlreiche Stoffe berechnet und ihn häufig näherungsweise proportional mit dem specifischen Magnetismus gefunden.

Ueber einige andere Dispersionsformeln und darauf bezügliche Versuche vergleiche man die unten citirten Abhandlungen von Schaik 3) und Joubin 4).

Zum Schlusse sei auf eine Arbeit von E. v. Fleischl<sup>5</sup>) hingewiesen, worin im Anschluss an die Verdet'sche Erscheinung die Gestalt der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde ermittelt und als die zweier mit ihren grossen Axen grösstentheils in einander geschobener Rotationsellipsoïde bestimmt wird.

F. Auerbach.

# Elektromagnetismus.

Uebersicht. Unter Elektromagnetismus im weitesten Sinne des Wortes würde man den Inbegriff aller Wechselbeziehungen zwischen den elektrischen und magnetischen Erscheinungen zu verstehen haben. Man fasst aber den Begriff meist wesentlich enger, indem man insbesondere die sämmtlichen Erscheinungen der Erzeugung oder Intensitätsänderung elektrischer Ströme durch magnetische Orts- oder Intensitätsänderungen, also die sogen. Magnetoinduction

<sup>1)</sup> VERDET, Compt. rend. 56, pag. 630. 1863.

<sup>2)</sup> JAHN, WIED. Ann. 43, pag. 299. 1891.

<sup>3)</sup> SCHAIK, Arch. néerl. 21, pag. 406. 1887.

<sup>4)</sup> JOUBIN, Compt. rend. 105, pag. 661. 1887. — Ann. Chim. Phys. (6) 16, pag. 78. 1889.

<sup>5)</sup> E. v. Fleischl, Wied. Ann. 25, pag. 308. 1885. — Ueber verwandte Fragen vergleiche man auch Abhandlungen von Cornu, Compt. rend. 99, pag. 1045. 1884; Brace, Wied. Ann. 26, pag. 576. 1885; Sternberg, Wien. Ber. 94 (2), pag. 95. 1886.