Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Elektricität und Magnetismus

Winkelmann, Adolph August

Breslau, 1895

Magnetismus

urn:nbn:at:at-ubi:2-7862

Magnetismus.

Uebersicht. Die Kenntniss der magnetischen Eigenschaft geht zwar ebenso wie die der elektrischen bis in sehr frühe Zeiten zurück; einige der wichtigsten Grundthatsachen wurden aber erst in der Neuzeit entdeckt, und erst im gegenwärtigen Jahrhundert hat das Gebiet die jetzige, früher nicht geahnte Ausdehnung angenommen. Während ferner die magnetischen Erscheinungen früher ein in sich abgeschlossenes Ganze bildeten, haben sie nunmehr einen mehrfachen und zum Theil sehr innigen Zusammenhang mit den elektrischen Erscheinungen gewonnen, und zwar einerseits durch jene Wechselwirkungen zwischen magnetischen und elektrischen Vorgängen oder Wirkungen, welche man als elektromagnetische und magnetelektrische Erscheinungen bezeichnet, andererseits und im Zusammenhange hiermit, insofern man vielfach Magnete als elektrische Stromgebilde und umgekehrt elektrische Ströme als magnetische Gebilde aufzufassen gut thut, um zu einer einfachen und übereinstimmenden Auffassung der betreffenden Erscheinungen zu gelangen.

Diese Verhältnisse machen es erklärlich, dass im Folgenden vielfach von elektrischen Dingen die Rede sein wird, deren Kenntniss in entsprechendem Maasse vorauszusetzen ist, sie machen es aber auch nothwendig, eine Gliederung des Gebietes eintreten zu lassen. Es soll daher in diesem ersten Artikel nur von dem Magnetismus im allgemeinen, den Grundthatsachen, den Grundgesetzen, den Wirkungen starrer Magnete nach aussen, ihren Formen u. s. w. die Rede sein, im übrigen aber eine Reihe weiterer Artikel selbständig angefügt werden [Magnetische Messungen, Erdmagnetismus, Magnetische Induction, Elektromagnetismus, Besondere Erscheinungen des Magnetismus, Para- und Diamagnetismus, einschliesslich Krystall-Magnetismus, Beziehungen des Magnetismus zur Mechanik, Wärme, zum Licht und zur Elektricität, soweit diese nicht anderweitig Platz finden[1])].

Grunderscheinungen.

Anziehung. Gewisse Körper zeigen entweder, wie der Magneteisenstein, in dem Zustande, in welchem man sie in der Natur findet, oder, wie der

[1]) Von der älteren Literatur über den Magnetismus kann in den folgenden Artikeln nur das Wichtigste angeführt werden; eine sehr ausführliche Zusammenstellung findet man in LAMONT, Handbuch des Magnetismus, Leipz. 1867, pag. 423—450. Als Begründer der wissenschaftlichen Lehre vom Magnetismus ist der Engländer GILBERT anzusehen: De Magnete magneticisque corporibus etc. London 1600. Eine Reihe von Thatsachen ist aber schon im Alterthum oder im Mittelalter bekannt geworden.

Stahl, nach einer bestimmten künstlichen Behandlung, die Eigenschaft, Eisentheilchen, die nicht zu schwer sind, anzuziehen und festzuhalten. Die Anziehung haben also diese Körper, die man (vermuthlich wegen des zuerst in der Nähe von Magnesia aufgefundenen Minerals) Magnete nennt, mit den elektrischen gemein, freilich mit der Beschränkung, dass nicht alle, oder mindestens zahlreiche, sondern nur einige wenige Stoffe in irgendwie höherem Grade magnetisch sein oder werden können, und dass ebenso nicht beliebige, sondern nur eiserne und einige andere Stofftheilchen angezogen werden; dagegen unterscheiden sich die Magnete von den elektrischen Körpern dadurch, dass sie die angezogenen Theilchen nicht wieder abstossen, sondern, wie gesagt, festhalten. Wie man sieht, besteht zwischen der elektrischen und der magnetischen Grundthatsache eine gewisse Analogie, aber auch ein gewisser Gegensatz, ein Verhalten, welches sich auch bei den weiteren Erscheinungen vielfach wiederholt und auf das jedes Mal hinzuweisen bei seiner theoretischen Wichtigkeit von besonderem Interesse ist.

Pole. Die magnetische Eigenschaft tritt nicht an allen Punkten der Oberfläche eines Magneten gleich stark hervor, es giebt vielmehr Stellen, wo sie sich am stärksten äussert, wo also am meisten Eisentheilchen haften, und andererseits Stellen, wo sie sich wenig oder gar nicht äussert, die also von Eisentheilchen fast oder gänzlich frei bleiben. Jene Stellen grösster Wirkung heissen — vorbehaltlich späterer, besserer und präciserer Fassung dieses Begriffes — Pole, diese Stellen schwächster Wirkung Indifferenzzonen oder in Fällen, wo diese Bezeichnung passend erscheint, Aequator. Bei der Elektricität spielen die Pole, wo sie überhaupt auftreten, nicht entfernt die wichtige Rolle wie hier. In der grossen Mehrzahl der Fälle besitzt ein Magnet zwei Pole, deren Verbindungslinie dann Axe heisst, und eine Indifferenzzone; bei symmetrisch gestalteten Körpern liegt die Indifferenzzone meist in dem mittleren Gürtel, die Pole an entsprechenden Stellen zu beiden Seiten, und insbesondere bei stabförmigen Magneten, bei denen sich die Erscheinungen überhaupt am einfachsten gestalten, liegen die Pole an den beiden Enden oder wenigstens nicht weit von ihnen. Hier haften, wenn man den Stab in Eisenfeilicht taucht und wieder herauszieht, die grössten Mengen, nach der Mitte hin immer geringere und in der Mitte so gut wie gar keine. Uebrigens darf die Symmetrie eines Magneten, auch wenn sie im geometrischen Sinne vorhanden ist, nicht auch im magnetischen ohne weiteres angenommen werden (s. Art. Magn. Messungen).

Art der Wirkung zwischen zwei Magneten; entgegengesetzte Natur der beiden Pole. Bei Wahl eines geeigneten Magneten erhält man bei dem beschriebenen Versuch eine ganz symmetrische Anordnung des Feilichts. Man könnte hieraus schliessen, dass die beiden Stabhälften ihrem magnetischen Zustande nach durchaus identisch seien, und dass insbesondere von den beiden Polen dasselbe gelte. Dass dies trotzdem in einer gewissen Hinsicht nicht der Fall ist, zeigt sich, wenn man den magnetischen Stab auf einen andern Magnetstab wirken lässt, welch' letzteren man zu diesem Zwecke beweglich anbringt, indem man ihn entweder auf Quecksilber oder (mit Hilfe eines Schiffchens, in das man ihn legt) auf Wasser schwimmen lässt oder aber an einem oder zwei Fäden aufhängt. Nähert man alsdann den einen Pol des ersten Magneten einmal dem einen, das andere Mal dem anderen Pole des freien Magneten, so beobachtet man nur in dem einen Falle eine Anziehung, in dem anderen aber eine ebenso grosse Abstossung, und dasselbe, nur mit vertauschten Rollen der beiden freien Pole, findet statt, wenn man den zweiten Pol des ersten Magneten nach einander den beiden Polen des freien Magneten nähert. Es muss also zwischen den beiden Polen eines Magneten ein gewisser Gegensatz bestehen. Ein anderer Versuch, der dies bestätigt, besteht darin, dass man dicht über einen horizontal hingelegten Magnetstab, der aus gewissen Gründen sehr kräftig sein muss, einen in horizontaler Ebene freien, also schwimmenden, schwebenden oder hängenden Magnetstab bringt; der letztere stellt sich dann nicht nur dem ersteren parallel, wie es nach obigem zu erwarten ist, sondern auch stets so, dass ein bestimmtes seiner beiden Enden über ein bestimmtes Ende des anderen zu liegen kommt, d. h. die beiden Magnete bringen nicht nur ihre Richtungen, sondern auch deren Sinn in Uebereinstimmung.

Richtkraft. Eine derartige Einseitigkeit offenbart sich auch schon unter Benutzung eines einzigen Magneten, wenn man diesen so aufsetzt oder aufhängt, dass er in horizontaler Ebene drehbar ist; man sieht dann, dass er sich stets in eine bestimmte Richtung, die nahe mit der Süd- und Nordrichtung zusammenfällt, einstellt, und zwar stets mit einem bestimmten Ende nach Norden. Dieser Fall hat eine solche Aehnlichkeit mit dem vorigen, dass man unwillkürlich zu der Annahme gelangt, den Körper, welcher sich hier unter dem freien Magnet befindet, nämlich die Erde selbst, als einen Magneten zu betrachten, dessen Pole nahe ihren geographischen Polen liegen. Die Richtung, in welche sich der Magnet einstellt, nennt man den magnetischen Meridian (näheres hierüber im Art. Erdmagnetismus).

Anziehung und Abstossung. Wiederholt man jetzt die Versuche, betreffend die Anziehung und Abstossung zwischen den Polen zweier Magnete, so findet man, dass diejenigen Pole, welche bei Aufhängung der Stäbe nach Norden zeigen würden, sich abstossen, ebenso diejenigen, welche nach Süden zeigen würden, dass dagegen der nach Norden zeigende Pol den nach Süden zeigenden und umgekehrt anzieht. Man erhält also das Gesetz: Gleichartige Pole stossen sich ab, ungleichartige ziehen sich an. Hierin liegt gleichzeitig, dass die Kraft zwischen zwei Polen in die Richtung ihrer Verbindungslinie fällt, was eigentlich selbstverständlich ist, da die Pole als Punkte oder jedenfalls als Grössen ohne ausgezeichnete Richtung keine Seitlichkeit der Erscheinung involviren können.

Nordpol und Südpol. Es liegt nahe, die beiden in dieser Weise entgegengesetzten Pole als Nordpol und Südpol des Magneten zu bezeichnen. Dabei kann man entweder den dem geographischen Nordpol der Erde nahe gelegenen magnetischen Pol derselben als Nordpol bezeichnen, den anderen als Südpol, muss dann aber den nach Norden zeigenden, also vom Nordpol der Erde angezogenen Pol in dem Magneten als seinen Südpol betrachten und umgekehrt; oder man nennt den nach Norden zeigenden Pol eines Magneten eben deshalb Nordpol, den anderen Südpol, muss dann aber annehmen, dass der dem geographischen Nordpol der Erde nahe gelegene Pol derselben ein Südpol und umgekehrt sei. Die letztere Bezeichnungsweise ist offenbar die praktischere, sie hat sich daher auch fast allgemein eingebürgert. Den Nordpol kann man auch als positiven, den Südpol als negativen bezeichnen[1]).

Jedem Nordpol ist auch stets ein Südpol zugehörig, ein Magnet setzt sich immer aus einem Nordpol und einem Südpol zusammen (allgemeiner gesprochen, aus einer gleichen Anzahl von Nord- und Südpolen, wobei in gewissen Fällen

[1]) Die Gegensätzlichkeit der beiden Pole scheint zuerst von HARTMANN in Nürnberg um 1540 klar erkannt worden zu sein, dann folgten PORTA (1580) und GILBERT (1600, s. o.).

mehrere Pole einem einzigen äquivalent oder umgekehrt zu rechnen sind). Ein ähnlicher Dualismus besteht auch bei den elektrischen Körpern, jedoch in anderem Sinne, nämlich nicht nothwendig innerhalb des einzelnen Körpers, wie denn z. B. von zwei an einander geriebenen Körpern der eine vollständig positiv, der andere negativ elektrisch wird; es giebt also positiv elektrische Körper, nicht aber giebt es positive Magnete oder negative Magnete, sondern jeder Körper ist, wenn überhaupt magnetisch, mit Polen beider Art ausgestattet.

Gesetz der Wirkung zwischen Polen.

Abhängigkeit von der Entfernung. Obgleich einzelne Magnetpole in Wirklichkeit nicht existiren, ist es doch einleuchtend, dass die Wirkung zwischen zwei solchen einzelnen Polen einfacher sein würde, als die zwischen zwei ganzen Magneten, dass sie überhaupt die einfachste Wirkung sein würde, welche im Gebiete des Magnetismus vorgestellt werden kann, und dass sie daher das Grundgesetz des Magnetismus liefern würde. Um dieses zu finden, muss man also Versuchsbedingungen ausfindig machen, unter denen die Wechselwirkung zwischen zwei Polen alle übrigen im System stattfindenden Wirkungen so bedeutend übertrifft, dass man die letzteren, soweit man sie nicht mehr oder minder genau zu berücksichtigen vermag, vernachlässigen kann. So ging COULOMB[1]) von der nahe liegenden und leicht festzustellenden Thatsache aus, dass die Wechselwirkung zwischen zwei Polen rasch abnimmt, wenn der Abstand zunimmt, und er verwendete demgemäss zwei Magnete von solcher Länge, dass, wenn zwei ihrer Pole einander nahe gebracht wurden, die anderen als nahezu unendlich weit entfernt betrachtet werden konnten. Bei der einen seiner Versuchsreihen benutzte er die Drehwaage, mit welcher er das elektrische Grundgesetz auffand (s. Art. »Elektrometer«, pag. 61), und zwar ging er in derselben Weise wie dort zu Werke (vergl. Art. »Elektrostatik«, pag. 27), d. h. er suchte verschiedene Stellungen auf, in welchen die magnetische Wechselwirkung durch die eben stattfindende Torsion des Aufhängefadens des drehbaren Magneten gerade äquilibrirt wurde. Er fand für die drei folgenden Entfernungen die darunter gesetzten Torsionskräfte, denen also, da Gleichgewicht stattfand, die magnetischen Kräfte gleichzusetzen sind:

Entfernung d	12	17	24
Kraft K	3312	1692	864
$\frac{1}{1000} K d^2$	477	488	498

Die Zahlen der letzten Reihe sind so ziemlich constant, ihre geringen Differenzen rühren, wie man leicht einsehen kann, von störenden Einflüssen, namentlich der beiden entfernten Pole der Magnete her. Bei einer anderen Versuchsreihe wurden die horizontalen Schwingungen einer kleinen Magnetnadel untersucht, von welcher ein Pol sich dem Pole eines vertikal gestellten kräftigen Magnetstabes gegenüber befand, während der andere Pol des letzteren in Folge der Länge des Stabes sich in beträchtlicher Höhe darüber befand. Auch hier ergab sich die obige Beziehung. Man erhält also den Satz:

Die Wechselwirkung zwischen zwei Magnetpolen steht im umgekehrten Verhältniss zum Quadrat ihres Abstandes. Später ist dieses Gesetz noch auf manche andere Weise und in strengerem Maasse verificirt

[1]) COULOMB, Mém. Ac. Roy. de Paris 1785, pag. 606. Als Vorläufer von COULOMB hinsichtlich der Entdeckung des Entfernungsgesetzes sind T. MAYER (Gött. Anz. 1760) und LAMBERT (Hist. de l'Ac. de Berlin 1765, pag. 22) zu nennen.

worden, namentlich, indem die Wirkung zwischen zwei Polpaaren, also dünnen Magnetstäben experimentell ermittelt und hieraus rückwärts die Wirkung zwischen zwei einzelnen Polen berechnet wurde (s. unten); die umfassendste Bestätigung aber liegt in der Thatsache, dass die gesammte, auf dieser Grundlage aufgebaute Theorie des Magnetismus zu Ergebnissen geführt hat, welche mit der Erfahrung in Uebereinstimmung stehen. Nach dem gefundenen Grundgesetze gehört der Magnetismus ebenso wie die Gravitation, der Schall, das Licht und die Elektricität zu den Erscheinungen, deren Ausbreitung in den Raum man als eine Vertheilung über immer grössere Flächen (daher die quadratische Abnahme) ansehen kann.

Abhängigkeit von den Polstärken. Da es Magnete von sehr verschiedener Stärke des Magnetismus giebt, muss man auch den Polen verschiedene Stärke beilegen, und es ist offenbar, dass hiervon die Stärke der Wirkung ebenfalls abhängen wird. In der That, lässt man verschieden starke Pole A und B der Reihe nach auf einen in der Einheit des Abstandes befindlichen dritten P wirken, so erhält man verschieden starke Wirkungen. Eine Beziehung zwischen der Grösse der Wirkung und der Polstärke kann man hieraus freilich nicht ableiten, da man wohl die beiden Wirkungen, nicht aber die beiden Polstärken, für welche man ein Maass sich erst noch zu verschaffen haben wird, durch vergleichbare Zahlen auszudrücken im Stande ist. Lässt man nun aber die beiden Pole A und B auf einen andern, ebenso wie P zu ihnen gelegenen Pol Q wirken, so findet man, dass das Verhältniss der beiden Wirkungen diesmal dasselbe ist, wie vorhin. Das Verhältniss der Wirkungen zweier Pole A und B ist also für alle dritte Pole das gleiche, $a:b$. Nimmt man statt des Poles B einen anderen C, so erhält man für die Pole A und C ein anderes Wirkungsverhältniss, welches, auf denselben Zähler a reducirt, $a:c$ genannt werden mag, für B und C wieder ein drittes, aber das letztgenannte Wirkungsverhältniss ist gleich dem Verhältniss der beiden ersten Wirkungsverhältnisse, es ist $b:c$. Hieraus ist zu schliessen, dass die Zahlen abc die Polstärken der drei Pole ABC beliebigen anderen Polen gegenüber (wenn nur die Entfernung dieselbe ist) charakterisiren, dass man geradezu diese Zahlen als Polstärken, zunächst mit relativer Bedeutung, bezeichnen und mit ihnen die Wirkungen der Pole proportional setzen kann. Man erhält dann den Satz: Die Kraft zwischen zwei Magnetpolen ist dem Produkt ihrer Polstärken direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional. In Formel, wenn m_1 und m_2 die Polstärken, r die Entfernung und K die Kraft ist:

$$K \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Einheit der Polstärke. Ersetzt man diese Proportionalität durch eine Gleichheit, so definirt man damit die Einheit der Polstärke und gelangt damit von der relativen zur absoluten Bestimmung, weil für die Einheit beider Polstärken und die Einheit der Entfernung dann auch die Kraft gleich der Einheit wird. Die Einheit der Polstärke ist also die Stärke desjenigen Poles, welcher auf einen gleichen, in der Einheit der Entfernung befindlichen Pol die Einheit der Kraft ausübt. Dabei steht noch die Wahl der mechanischen Einheiten frei. Früher wählte man nach dem Vorgange von GAUSS vielfach *mm* als Längeneinheit und *mgr* als Gewichtseinheit, gegenwärtig ist allgemein das *cm-gr-sec*-System (*CGS*-System) angenommen (vergl. auch Art. »Absolutes Maass« Bd. 1, pag. 28), d. h. es hat derjenige Pol die Einheit der Stärke, welcher auf einen gleichen, in 1 *cm* Entfernung befindlichen, eine solche Kraft ausübt, dass er ihm, wenn derselbe die Masse von 1 *gr* besässe, eine Beschleunigung von 1 *cm* in der Secunde ertheilen würde. Die Dimension der Polstärke m ist hiernach

$$(m) = \sqrt{Kr^2} = \sqrt{LMT^{-2}L^2},$$

also

$$(m) = (L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}). \tag{1}$$

Die Gauss'sche Einheit verhält sich zur jetzigen wie 1 : 1000, d. h. man muss, um von Zahlen, die in Gauss'schen Einheiten ausgedrückt sind, zu *CGS*-Zahlen überzugehen, mit 1000 dividiren.

Setzt man noch fest, dass Abstossung (Vergrösserung der Entfernung) eine positive, Anziehung eine negative Grösse sein soll, und dass die Polstärken m_1 und m_2 zugleich auch ausdrücken sollen, ob es sich um einen Nordpol (+) oder Südpol (—) handelt, so erhält man die Formel

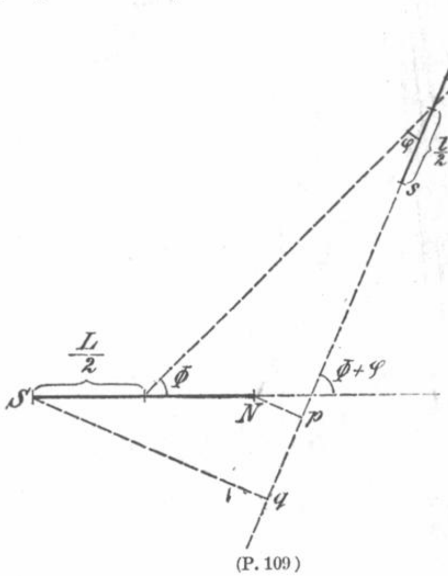
$$K = \frac{m_1 m_2}{r^2}. \tag{2}$$

Wirkung zwischen Polpaaren.

Polpaare, einfache oder ideale Magnete. Ein wirklicher Magnet besteht, wie die räumliche Ausdehnung des anhängenden Eisenpulvers zeigt, aus zahllosen magnetisch wirksamen Paaren. Da aber, je gestreckter seine Gestalt ist, in desto höherem Grade die Wirkung der beiden Paare, die alsdann seinen Enden naherücken, die Wirkung der übrigen Paare übertrifft, so wird man einen einfacheren Grenzfall eines Magneten erhalten, wenn man ihn sich überhaupt nur als Combination zweier entgegengesetzter, um eine gewisse Strecke entfernter, an Stärke gleicher Pole, als ein Polpaar, denkt. Einen solchen Magneten kann man auch als idealen oder als einfachen Magneten (in nahe liegender Analogie mit dem einfachen Pendel im Gegensatz zum physischen) bezeichnen. Die Bedeutung eines solchen liegt aber nicht bloss darin, dass er den einfachsten Grenzfall darstellt, sondern wesentlich darin, dass, wie sich zeigen wird, jeder wirkliche Magnet in Bezug auf seine Wirkung nach aussen mit einem derartigen idealen Magneten bis zu einem gewissen Grade identificirt werden kann.

Die Wirkung zwischen zwei idealen Magneten kann man natürlich auf ganz dieselbe Weise wie die zwischen zwei Polen angenähert beobachten — die Annäherung wird hier aus naheliegenden Gründen sogar eine bessere sein — man kann sie aber auch aus der Wirkung zwischen zwei Polen berechnen. Die Wirkung zwischen zwei Polpaaren NS und ns mit den Polstärken $\pm M$ und $\pm m$ setzt sich nämlich aus den vier Wirkungen zwischen je zwei Polen zusammen, und für jede dieser vier Wirkungen kommt eine andere der vier Entfernungen Nn, Ns, Sn, Ss in Betracht. Der allgemeinste Fall wäre der, in welchem beide Polpaare ganz frei im Raume sich befinden, sie würden dann beide eine Bewegung annehmen, und zwar eine fortschreitende und eine drehende, bis sie sich im Gleichgewicht befänden, was im Allgemeinen erst bei der Berührung oder bei unendlicher Entfernung eintreten würde. Dieser Fall hat kein Interesse, weil er sich im Raume nicht verwirklichen lässt und auch in der Ebene nur unvollkommen, und weil es sich ferner im Wesentlichen nur um die gegenseitige Einwirkung, also auch die gegenseitige relative Lage der Polpaare zu einander handelt, sodass man das eine von den beiden, es sei das Polpaar NS, fest aufgestellt denken kann. Der Anschaulichkeit halber möge das feste Polpaar als Magnet, das freie als Magnetnadel (oder kurz Nadel) bezeichnet werden. Aber auch die Wirkung eines solchen festen Polpaares auf ein beliebiges, im Raume bewegliches ist viel zu verwickelt, um zu greifbaren und nützlichen Formeln zu führen. Man wird also gut thun, eine weitere Vereinfachung dadurch herbeizuführen, dass man sich die Nadel ns nur in der Ebene beweglich denkt und zwar in der Ebene, welche den Magneten NS enthält; diese Ebene wird sehr häufig die horizontale, in anderen Fällen die vertikale sein. Die Wirkung des festen auf das freie Polpaar wird aber auch unter diesen vereinfachten Annahmen noch eine doppelte sein, nämlich eine Kraft und ein Kräftepaar oder Drehungsmoment; jene wird die Nadel zu verschieben, diese sie um ihren Mittelpunkt zu drehen suchen. Beide Wirkungen sind möglich, wenn die Nadel schwimmend oder an einem Faden hängend angebracht ist. Die Untersuchung zeigt jedoch, dass die verschiebende Kraft mit zunehmender Entfernung zwischen festem und freiem Polpaar rascher abnimmt als das Drehungsmoment, und in dem zu zweit gedachten Falle ist überdies zu bedenken, dass die Nadel nur verschoben werden kann, indem der Aufhängefaden schief gestellt und damit sie selbst, der Schwerkraft entgegen, gehoben wird, ein Umstand, der insofern sehr wesentlich ist, als die Schwerkraft unter den meisten Umständen gross ist gegen die magnetische — ganz abgesehen davon, dass in Folge der gedachten Hebung die Erscheinung aufhört, sich in der Ebene abzuspielen. Aus alledem folgt, dass die wichtigste zu untersuchende Grösse das Drehungsmoment sein wird.

Drehungsmoment. Die Aufgabe ist natürlich eine rein analytische, und die Rechnung kann hier übergangen werden; sie hat im Wesentlichen den Zweck, die vier Entfernungen zwischen den Polen zurückzuführen auf diejenigen Grössen, welche die Lage der Polpaare in einfacherer Weise definiren, nämlich die Entfernung zwischen ihren Mittelpunkten, die Abstände der beiden Pole innerhalb eines jeden und die Richtungswinkel der beiden Polpaare. r (Fig. 109) sei die Entfernung zwischen den Mittelpunkten der beiden Polpaare vom festen NS nach dem drehbaren ns hin gerechnet (Nn), (Ns), (Sn), (Ss) die Entfernungen zwischen den einzelnen Polen selbst, L und l die Entfernungen der Pole von den Mittelpunkten, also mit anderen Worten $2L$, $2l$, die Polabstände in den beiden Polpaaren, d. h. die Längen der Magnete, Φ und φ die beiden Winkel, welche die Pollinien SN und sn mit der Linie r einschliessen (wie man sieht, ist dann $\varphi + \Phi = \delta$ der Winkel zwischen den beiden Polpaaren), endlich Np und Sq die von N und S auf die Verlängerungen des freien Polpaares gefällten Senkrechten. Es setzt sich dann nach Gleichung (2) das Drehungsmoment des festen auf das freie Polpaar



(P. 109)

In der Fig. 109 ist L statt $\frac{L}{2}$ und l statt $\frac{l}{2}$ zu lesen.

aus 4 Gliedern zusammen, deren jedes aus der durch Gleichung (2) bestimmten Kraft erhalten wird, indem mit dem Hebelarm l und, behufs Bildung der drehenden Kraftcomponente, mit dem *sin* des betreffenden Winkels multiplicirt wird; es wird also, wenn Verkleinerung von φ positiv, Vergrösserung negativ gerechnet wird:

$$D = Mml\left[\frac{1}{(Nn)^2}\cdot\frac{Np}{Nn}+\frac{1}{(Ns)^2}\frac{Np}{Ns}-\frac{1}{(Sn)^2}\frac{Sq}{Sn}-\frac{1}{(Ss)^2}\frac{Sq}{Ss}\right]$$

oder, wenn die Linien Np und Sq berechnet werden

$$\begin{aligned} D &= Mmrl\sin\varphi\left(\frac{1}{Nn^3}+\frac{1}{Ns^3}-\frac{1}{Sn^3}-\frac{1}{Ss^3}\right)\\ &\quad - MmLl\sin(\varphi+\Phi)\left(\frac{1}{Nn^3}+\frac{1}{Ns^3}+\frac{1}{Sn^3}+\frac{1}{Ss^3}\right), \end{aligned} \tag{3}$$

und hierin sind die vier Nennergrössen in den Klammern bestimmt durch die Ausdrücke

$$\left.\begin{matrix}(Nn)^2=\\(Ns)^2=\\(Sn)^2=\\(Ss)^2=\end{matrix}\right\} r^2 \left\{\begin{matrix}-\\-\\+\\+\end{matrix}\right\} 2r(L\cos\Phi \left\{\begin{matrix}-\\+\\+\\-\end{matrix}\right\} l\cos\varphi) + L^2 + l^2 \left\{\begin{matrix}-\\+\\+\\-\end{matrix}\right\} 2Ll\cos(\varphi+\Phi).$$

Der Ausdruck für das Drehungsmoment ist, wie man sieht, im Allgemeinen noch sehr verwickelt, ohne dass sich indessen in Strenge weitere Vereinfachungen durchführen lassen.

Specialisirung für grössere Entfernungen. Es bleibt daher nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass die Entfernung r der beiden Mittelpunkte beträchtlich grösser sei als die Längen $2L$ und $2l$, demgemäss nach umgekehrten Potenzen von r zu entwickeln und diese Entwickelung bei dem ersten zweiten u. s. w. Gliede abzubrechen, wodurch man eine erste, zweite u. s. w. Annäherung erhält. Die erste Annäherung und damit die Grundlegung des Problems hat GAUSS[1]) gegeben. LAMONT[2]) hat eine weitere Annäherung andeutungsweise gegeben und für zwei besondere Fälle (s. u.) ausgeführt. Bis zu den Gliedern vierter Ordnung ist CHWOLSON[3]) vorgeschritten, für einen besonderen Fall hat er sogar eine Formel entwickelt, welche beliebig viele Glieder hinzuschreiben gestattet, welche aber zeigt, dass das Glied sechster Ordnung ausserordentlich klein ist[4]).

Die erste Annäherung wird einer der drei folgenden, mit einander identischen Ausdrücke

$$D = \frac{2ML\cdot 2ml}{r^3}(2\cos\Phi\sin\varphi - \sin\Phi\cos\varphi) \tag{4a}$$

$$D = \frac{2ML\cdot 2ml}{r^3}[3\cos\Phi\sin\varphi - \sin(\varphi+\Phi)] \tag{4b}$$

$$D = \frac{2ML\cdot 2ml}{r^3}(3\cos\Phi\sin\varphi - \sin\delta). \tag{4c}$$

Das Drehungsmoment zwischen zwei, gegen ihre Längen sehr weit von einander entfernten Polpaaren ist also ihren Polstärken und ihren Längen direkt, der dritten Potenz ihrer Entfernung umgekehrt proportional und ausserdem von ihren Richtungsverhältnissen abhängig. Wie man sieht, ist hier an die Stelle

[1]) GAUSS, Resultate aus d. Beob. d. magn. Vereins 1837, pag. 22 und 1840, pag. 26.

[2]) LAMONT, Hdb. d. Magnetismus. Leipz. 1867, pag. 274.

[3]) CHWOLSON, Mém. Ac. St. Petersburg 31, No. 10. 1883.

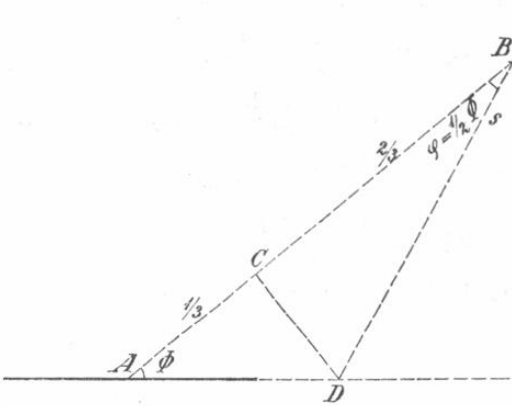
[4]) Vergl. ferner noch WEIHRAUCH, N. Mém. Soc. Nat. de Moscou 14, Heft 4. 1883.

des umgekehrten Quadrates der Entfernung der umgekehrte Kubus getreten, was insofern leicht verständlich ist, als die Wirkung, die ein Paar gleicher und entgegengesetzter Pole in grosser Entfernung ausübt, nichts anderes als das Differential der Wirkung eines einzelnen Poles, das Differential von r^{-2} aber im Wesentlichen r^{-3} ist.

Gleichgewichtseinstellung. Das freie Polpaar, also die Nadel, wird sich so einstellen, dass das obige Drehungsmoment gleich null wird; der erste Ausdruck von D ergiebt hierfür die einfache Relation

$$tg\,\varphi = \tfrac{1}{2} tg\,\Phi, \tag{5}$$

d. h. die Nadel stellt sich so ein, dass die Tangente des Winkels, den sie selbst mit der Verbindungslinie der Mittelpunkte bildet, halb so gross ist, wie die entsprechende Grösse für den Magneten. Hierauf gründet sich die einfache, von GAUSS angegebene und leicht zu verificirende Regel zur Construction der Nadelrichtung: Man verbindet die Mittelpunkte des Magneten A und der Nadel B (welch' letzteren man als festen Punkt der Nadel kennt) mit einander, schneidet hiervon, vom Magneten aus, ein Drittel AC ab und errichtet in diesem Punkte eine Senkrechte; diese



(P. 110.)

Senkrechte trifft die Verlängerung des Magneten in einem bestimmten Punkte D, verbindet man diesen Schnittpunkt mit dem Mittelpunkt der Nadel, so erhält man ihre Richtung sn. Die einzige Grösse, von welcher in diesem Falle die Einstellung der Nadel abhängt, ist die Lage und Richtung des festen Magneten; seine Polstärke, seine Länge, Polstärke und Länge der Nadel selbst sind ohne Einfluss.

Verschiebende Kraft. In ähnlicher Weise findet sich die Kraft, welche die Nadel, wenn ihr Mittelpunkt frei angenommen wird, zu verschieben sucht, und zwar in einer bestimmten Richtung. Man kann dabei eine Zerlegung vornehmen in zwei Componenten, deren eine die Richtung der Entfernung der Mittelpunkte, r, hat, deren andere darauf senkrecht steht. Diese Componenten haben die Werthe

$$(\parallel r): X = 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\,(\sin\Phi\,\sin\varphi - 2\cos\Phi\,\cos\varphi) \tag{6a}$$

$$(\perp r): Y = 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\,\sin(\varphi + \Phi) \tag{6b}$$

Man kann endlich auch noch die Kraft in der Richtung der Nadel, die sogen. Direktionskraft, besser Direktionsmoment, selbst ausrechnen und findet

$$(\parallel l): U = 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\,[2\cos\varphi\,\cos(\varphi + \Phi) - \sin^2\varphi\,\cos\Phi]. \tag{6c}$$

Wie man sieht, sind alle diese Kräfte umgekehrt proportional mit der vierten Potenz der Entfernung (was wiederum leicht verständlich ist, da hier beide Polpaare nur mit der differentiellen Wirkung in die Erscheinung eingehen); diese Kräfte ind also bei grösserer Entfernung klein gegen das Drehungsmoment, womit das oben Bemerkte seine Bestätigung findet. In speciellen Fällen kann dies natürlich Ausnahmen erfahren, es kann sogar das Drehungsmoment bei gewissen Lagen (nämlich solchen, die oben als Gleichgewichtslagen einer nur drehbaren Nadel betrachtet wurde) null werden, und dann kommen, wenn der Mittelpunkt der Nadel frei ist, nur die Verschiebungskräfte zur Geltung.

Specielle Fälle. Die einfachsten speciellen Fälle hinsichtlich der beiden Polpaare zu einander erhält man, wenn man annimmt, die Nadelmitte liege entweder in der Verlängerung des Magneten oder in der auf seiner Mitte errichteten Senkrechten; man kann diese Lagen als Längs- oder Querlage des Magneten bezeichnen, jener entspricht der Werth $\Phi = 0$, dieser der Werth $\Phi = \frac{\pi}{2}$, es wird also nach (4a) und (6a und b)

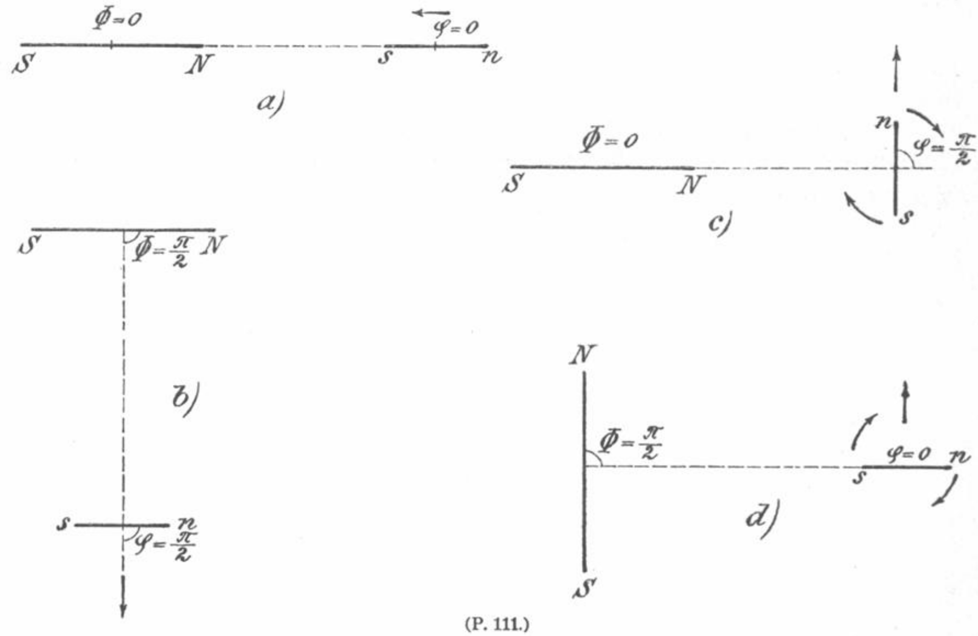
$$\begin{aligned}
D_l &= 2\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\sin\varphi & D_q &= -\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\cos\varphi \\
X_l &= -6\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\cos\varphi & X_q &= 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\sin\varphi \\
Y_l &= 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\sin\varphi & Y_q &= 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\cos\varphi \\
U_l &= 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}(3\cos^2\varphi - 1) & U_q &= -3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\sin 2\varphi
\end{aligned} \tag{7}$$

Giebt man nun auch noch dem Winkel φ die besonderen Werthe 0 und $\frac{\pi}{2}$, so erhält man die folgenden vier Fälle, die man als Längs-Längs-, Quer-Quer-, Längs-Quer- und Quer-Längslage bezeichnen kann; es entsprechen ihnen die danebengesetzten Werthe von D, X, Y, unter Fortlassung des Faktors $(2ML)(2ml)$ (U bietet hier, da es bald mit X, bald mit Y identisch wird, kein besonderes Interesse dar:)

Winkel	Kräfte	
1) $\Phi = 0, \quad \varphi = 0$	$D = 0, \quad X = -\frac{6}{r^4}, \quad Y = 0$	
2) $\Phi = \frac{\pi}{2}, \; \varphi = \frac{\pi}{2}$	$D = 0, \quad X = +\frac{3}{r^4}, \quad Y = 0$	(8)
3) $\Phi = 0, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$	$D = \frac{2}{r^3}, \; X = 0, \quad Y = \frac{3}{r^4}$	
4) $\Phi = \frac{\pi}{2}, \; \varphi = 0$	$D = \frac{1}{r^3}, \; X = 0, \quad Y = \frac{3}{r^4}$	

Diese vier Fälle sind durch die Fig. 111a—d veranschaulicht. Die Pfeile geben die Richtung der Drehung und (wenn der Mittelpunkt frei ist) der Verschiebung an. Befindet sich die Nadel in der der hier angenommenen gerade entgegengesetzten Lage (d. h. werden ihre Pole vertauscht gedacht), so ändert sich in den beiden letzten Fällen die Richtung der Drehung und Verschiebung, in den beiden ersten ändert sich die Richtung der Verschiebung, aber ausserdem der Charakter des Gleichgewichts in Bezug auf Drehung: in den Fig. 111a und b ist es stabil, in den umgekehrten Fällen würde es labil sein.

Die Formeln liefern noch folgende Sätze: 1) Wenn in zwei verschiedenen Fällen das eine Mal der Nadel-Mittelpunkt in der Verlängerung des Magneten, das andere Mal der Magnet-Mittelpunkt in der Verlängerung der Nadel liegt, beide Male aber die Richtung der beiden Polpaare auf einander senkrecht steht, so übt der Magnet im ersten Falle das doppelte Drehungsmoment auf die Nadel aus wie im zweiten, dagegen in beiden Fällen dieselbe verschiebende Kraft. 2) Liegt eine Nadel das eine Mal in der Verlängerung eines Magneten, das andere Mal parallel und symmetrisch zu ihm, so übt der Magnet im ersten Falle



(P. 111.)

die doppelte Kraft aus wie im zweiten, ein Drehungsmoment aber in beiden Fällen überhaupt nicht.

Spezialisirung für eine kleine Nadel. Der nächste allgemeinere Fall ist der, dass zwar die Nadel, also das freie Polpaar, als sehr klein gegen die Entfernung r angenommen wird, nicht aber der feste Magnet. Dann werden die Formeln schon ganz wesentlich verwickelter. Hier genüge es, die Formel für die Richtung der Nadel anzugeben, also die Verallgemeinerung der Formel (5). Um sie in übersichtlicher Form darzustellen, muss man, wie bei der dortigen GAUSS'schen Construction, den Schnittpunkt der Verlängerungen von Magnet und Nadel finden, sein Abstand von der Mitte des Magneten ergiebt sich zu

$$a = L \frac{r_S^3 + r_N^3}{r_S^3 - r_N^3}, \tag{9}$$

wo r_S und r_N die Abstände der beiden Magnetpole von der Mitte der Nadel sind; und mit Benutzung der so gefundenen Grösse a wird

$$tg\,\varphi = \frac{a \sin \Phi}{r - a \cos \Phi}. \tag{10}$$

Entwickelung nach Potenzen. Um zu weiteren Annäherungen zu gelangen, muss man die allgemeinen Ausdrücke nach Potenzen von $\frac{1}{r^2}$ entwickeln und erhält auf diese Weise

$$D = \frac{(2ML)(2ml)}{r^3} (2 \cos \Phi \sin \varphi - \sin \Phi \cos \varphi) \left(1 + \frac{u_2}{r^2} + \frac{u_4}{r^4} + \ldots \right),$$

wo die Coëfficienten u_2, u_4 u. s. w. Functionen von L, l, Φ und φ sind, und zwar enthalten sie von L und l immer nur geradzahlige Potenzen, weil nur dann D selbst mit Hinzuziehung des Faktors Ll vor der Klammer ungeradzahlig in

L und l wird, wie es sein muss, damit, wenn die Richtung eines der beiden Polpaare umgekehrt wird, auch der Werth von D sich umkehre.

Specialisirung für die beiden Hauptlagen des festen Polpaares. Die Ausführung dieser Reihenentwickelung führt zu verhältnissmässig einfachen Formeln, wenn wiederum, wie oben, die Nadelmitte entweder in der Verlängerung des Magneten oder in der auf seinem Mittelpunkte errichteten Senkrechten liegt (Längs- resp. Querlage des Magneten). Man erhält dann nach LAMONT, wenn man noch das dritte Glied der Reihe, also die Verhältnisse $L^4 : r^4$ und $l^4 : r^4$ berücksichtigt und erst die Verhältnisse $L^6 : r^6$ und $l^6 : r^6$ vernachlässigt, folgende Werthe des Drehungsmomentes D_l und D_q (erster und zweiter Fall):

a) für eine sehr kleine Nadel:

$$\begin{aligned} D_l &= 2\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\,\sin\varphi\left(1 + 2\,\frac{L^2}{r^2} + 3\,\frac{L^4}{r^4}\right) \\ D_q &= -\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\,\cos\varphi\left(1 - \frac{3}{2}\,\frac{L^2}{r^2} + \frac{15}{8}\,\frac{L^4}{r^4}\right) \end{aligned} \tag{11}$$

b) für eine beliebige Nadel:

$$\begin{aligned} D_l = 2\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\,\sin\varphi\Bigg[1 &+ \frac{2L^2 - 3l^2(1 - 5\cos^2\varphi)}{r^2} \\ &+ 3\,\frac{L^4 - 5L^2l^2(1 - 5\cos^2\varphi) + \frac{15}{8}\,l^4(1 - 14\cos^2\varphi + 21\cos^4\varphi)}{r^4}\Bigg], \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} D_q = -\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\,\cos\varphi\Bigg[1 &- \frac{3}{2}\,\frac{L^2 - l^2(4 - 15\sin^2\varphi)}{r^2} \\ &+ \frac{15}{8}\,\frac{L^4 - 2L^2l^2(6 - 23\sin^2\varphi) + 8l^4(1 - 42\sin^2\varphi - 21\sin^4\varphi)}{r^4}\Bigg]. \end{aligned} \tag{13}$$

Die Ableitung von CHWOLSON führt zu derselben Formel (12); in (13) dagegen ist der Faktor von $8\,l^4$ zu ersetzen durch $1 - 21/2\,\sin^2\varphi + \frac{105}{8}\,\sin^4\varphi$ (CHWOLSON seinerseits giebt die LAMONT'sche Formel anders an, als sie im Hdb. d. Magn. pag. 282 steht).

Ersteres Drehungsmoment wird null in der Längs-längs-Stellung, letzteres in der Quer-quer-Stellung, am grössten dagegen werden sie in der Längs-Quer- resp. Quer-Längs-Stellung, und zwar wird dann

$$D_{lq} = 2\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\left(1 + \frac{2L^2 - 3l^2}{r^2} + 3\,\frac{L^4 - 5L^2l^2 + \frac{15}{8}\,l^4}{r^4}\right) \tag{14a}$$

$$D_{ql} = -\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\left(1 - \frac{3}{2}\,\frac{L^2 - 4l^2}{r^2} + \frac{15}{8}\,\frac{L^4 - 12L^2l^2 + 8l^4}{r^4}\right). \tag{14b}$$

Diese Gleichungen entsprechen den Gleichungen (12) und (13); die specielleren, den Gleichungen (11) entsprechenden unterscheiden sich von den letzteren nur durch Fehlen des *sin* und *cos*.

Zur Veranschaulichung der Grösse und des Einflusses der Correctionsglieder, welche kurz mit $p_1\ p_2 \ldots$ resp. $q_1\ q_2 \ldots$ bezeichnet werden mögen, sei folgendes angeführt:

1) Für kleine Nadeln [$l = 0$, also die obigen Formeln (11)] und $L = \frac{1}{8}r$ wird

$$p_1 = 0{\cdot}03125,\quad p_2 = 0{\cdot}00073$$
$$q_1 = -0{\cdot}02344,\quad q_2 = 0{\cdot}00046.$$

Für eine Genauigkeit bis zu $\frac{1}{10000}$ des Werthes genügt hiernach die Berücksichtigung der beiden ersten Correctionsglieder, für eine Genauigkeit von einigen

Tausendsteln sogar die des ersten, und wenn es auf einige Prozent des Werthes nicht ankommt, kann man mit dem Hauptgliede allein rechnen.

2) Wenn die Magnete nahezu senkrecht oder parallel gegen einander sind, kann man in den Correctionsgliedern die *cos* und *sin* gleich null resp. eins setzen, es handelt sich dann im Wesentlichen um das Verhältniss von $l:L$, und es giebt Werthe desselben, für welche gewisse Correctionsglieder verschwinden, z. B. bei Querstellung für $l:L = \sqrt{\frac{2}{3}}$ resp. $\frac{1}{2}$ das erste Glied in D_l resp. D_q, für $l:L = \frac{1}{2\cdot 15}$ bezw. $\frac{1}{3\cdot 36}$ das zweite Glied in denselben Ausdrücken.

Mitwirkung eines dritten Magneten. In gewissen Fällen kann die Wechselwirkung zwischen drei Magneten, von denen einer fest ist, von Wichtigkeit werden. Diese Frage ist daher von Lloyd[1]) und später strenger und eingehender von Weihrauch[2]) untersucht worden, und zwar von Letzterem mit Zugrundelegung der Forderung, dass für jeden der freien Magnete die Summe der Drehungsmomente und — in gewissen Specialfällen — auch die Summe der Directionsmomente verschwinden solle. Die Ergebnisse sind zu umfangreich, um hier Platz finden zu können.

Mitwirkung des Erdmagnetismus. Der Fall, dass eine drehbare Nadel ausschliesslich der Wirkung eines (oder mehrerer) in grösserer oder geringerer Nähe fest aufgestellten Magneten unterliegt, kann, da ausserdem die Erde stets als Magnet wirkt, in der Praxis nur durch gewisse künstliche Einrichtungen (s. w. u.) realisirt werden. Es erhebt sich daher die Frage, wie sich ein drehbarer einfacher Magnet einstellt, wenn auf ihn einerseits die Erde, andererseits ein einfacher Magnet wirkt. Bei der Behandlung dieser Aufgabe kann man an die vorige unmittelbar anknüpfen, man braucht nämlich nur das Drehungsmoment des Erdmagnetismus hinzuzufügen; oder, in Anwendung auf das Gleichgewicht der Nadel, man braucht nur das Drehungsmoment des Magneten demjenigen des Erdmagnetismus gleich zu setzen; löst man diese Gleichung nach dem Ablenkungswinkel der Nadel auf, so erhält man die Gleichgewichtslage. Zuerst ist das in Rede stehende Problem von Hansteen[3]), am vollständigsten von Gauss[4]) behandelt worden.

Es sei H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, dann ist in der Lage, in welcher die Nadel mit dem magnetischen Meridian den Winkel α einschliesst, das Drehungsmoment des Erdmagnetismus $H(2\,ml)\,sin\,\alpha$. Wirkt ausschliesslich der Erdmagnetismus, so findet Gleichgewicht statt für $\alpha = 0$, d. h. die Nadel stellt sich in den Meridian ein. Wirkt hingegen ausserdem ein Magnet, so tritt Gleichgewicht ein, wenn

$$H(2\,m\,l)\,sin\,\alpha = D \tag{15}$$

ist. Diese Gleichung nimmt in erster Annäherung die Form

$$H\,sin\,\alpha = \frac{2\,ML}{r^3}\,(2\,cos\,\Phi\,sin\,\varphi - sin\,\Phi\,cos\,\varphi) \tag{16}$$

an. Hierin sind aber noch zwei unbekannte Winkel vorhanden, α und φ, die Winkel, welche die Nadel mit dem Meridian und mit der Abstandslinie der Mittelpunkte von Magnet und Nadel bildet, während doch einer dieser Winkel

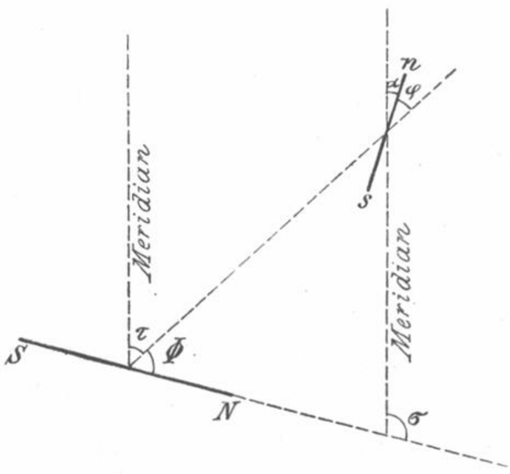
1) Lloyd, Trans. R. Irish. Ac. 19, pag. 159 u. 249. 1843.

2) Weihrauch, N. Mém. Soc. Natur. de Moscou 14, Heft 4. 1883.

3) Hansteen, Unters. üb. d. Magn. d. Erde. Christ. 1819.

4) Gauss, Intensitas vis magneticae etc. Gött. 1833. Pogg. Ann. 28, pag. 241 u. 591. u. a. a. O.

(gleichviel welcher) genügt, ihre Lage zu charakterisiren. Man muss also eine von beiden Unbekannten eliminiren, indem man sie auf die Andere und bekannte Grössen zurückführt. Dabei hat man noch die freie Wahl zwischen verschiedenen gegebenen Winkeln, nämlich dem Winkel Φ zwischen Magnet und Verbindungslinie, dem Winkel σ zwischen Magnet und Meridian, und dem Winkel τ zwischen Verbindungslinie der Mittelpunkte und Meridian; zwischen ihnen besteht die Beziehung, dass einer von ihnen (welcher, hängt von den Umständen ab) die Summe der beiden andern ist (in der Fig. 112 ist $\sigma = \Phi + \tau$). Man pflegt mittelst dieser Gleichung Φ zu eliminiren, mittelst der ebenfalls aus der Zeichnung einleuchtenden Beziehung $\tau = \alpha + \varphi$ den Winkel φ, und erhält dann, wenn man die obige Gleichung nach α auflöst:



(P. 112.)

$$tg\,\alpha = \frac{2\cos(\sigma-\tau)\sin\tau - \sin(\sigma-\tau)\cos\tau}{H\cdot\frac{r^3}{2ML} - 2\cos(\sigma-\tau)\sin\tau + \sin(\sigma-\tau)\cos\tau} \tag{17}$$

oder, da hierin das zweite Glied des Nenners gegen das erste gewöhnlich zu vernachlässigen ist

$$tg\,\alpha = \frac{2ML}{r^3H}\left[2\cos(\sigma-\tau)\sin\tau - \sin(\sigma-\tau)\cos\tau\right]. \tag{18}$$

Specielle Fälle. Man erhält solche, indem man für eine der beiden Grössen σ und τ besondere Werthe wählt. Wählt man $\sigma = 0$, also den ablenkenden Magneten parallel mit dem Meridian, so wird

$$tg\,\alpha = \frac{2ML}{r^3H}\cdot\frac{3}{2}\sin 2\tau, \tag{19a}$$

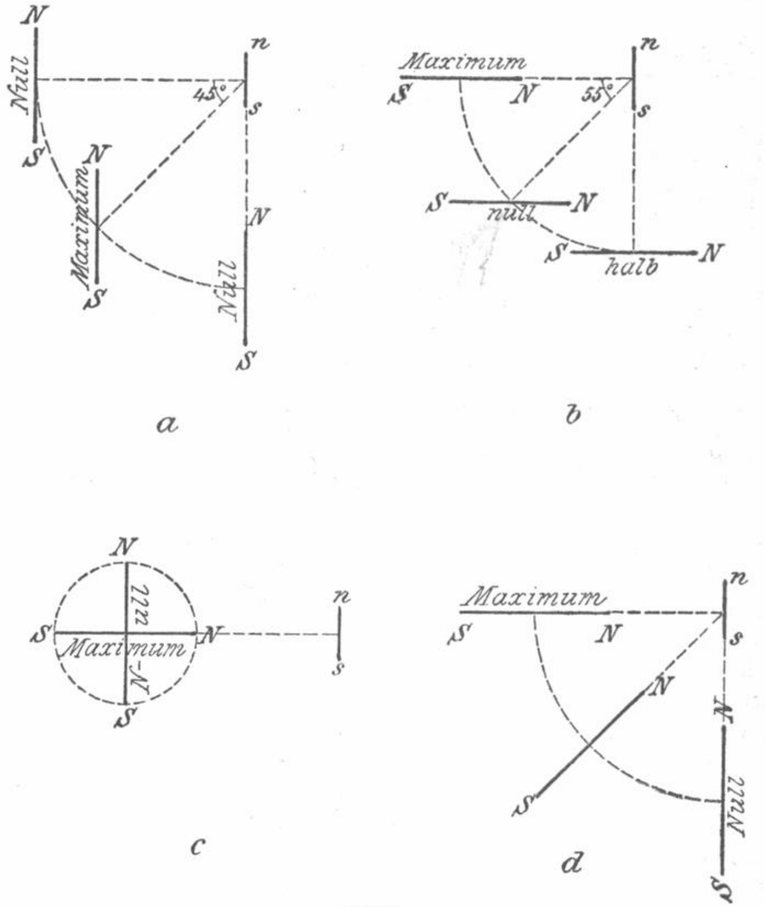
d. h.: wenn man einen Magneten um eine im Meridian hängende Magnetnadel im Kreise herumführt, derart, dass auch der Magnet stets dem Meridian parallel bleibt, so übt er gar keine drehende Wirkung auf die Nadel aus, wenn er sich (die Meridianrichtung auf dem Papier von unten nach oben gedacht) gerade links oder rechts oder oben oder unten befindet, dagegen eine maximale Wirkung, wenn er sich in einer der Diagonalen befindet (Fig. 113a). Setzt man andererseits $\sigma = \frac{\pi}{2}$, so ist der ablenkende Magnet senkrecht gegen den Meridian, also auf dem Papier horizontal gelegen, und es wird

$$tg\,\alpha = \frac{2ML}{r^3H}(2\sin^2\tau - \cos^2\tau), \tag{19b}$$

also die Ablenkung, wenn der Magnet im Kreise um die Nadel herumwandert, vom Zeichen abgesehen, am grössten, wenn er links oder rechts liegt, halb so gross, wenn er oben oder unten liegt, und am kleinsten, nämlich null, wenn der Magnet etwa 55° nach oben oder unten liegt, ein Werth, den man auch daraus hätte berechnen können, dass, da hier die Nadel im Meridian bleibt, τ gemäss

Gleichung (5) die Bedingung erfüllen muss, einen halb so grossen *tg* zu haben, wie sein Complementwinkel $\frac{\pi}{2} - \tau$ (s. Fig. 113b)[1]).

In ähnlicher Weise kann man nun in (18) auch für τ die speciellen Werte 0 und $\frac{\pi}{2}$ wählen, und zusehen, wie sich dann $tg\,\alpha$ gestaltet für verschiedene Werthe von σ, d. h. wie die ablenkende Wirkung des Magneten sich ändert, wenn man ihn links von der Nadel aufstellt und dann um seinen Mittelpunkt herumdreht,



(P. 113.)

und entsprechend für Aufstellung rechts oder vorn oder hinten. Man findet dann bis auf das Zeichen:

$$tg\,\alpha = 2\,\frac{(2\,ML)}{r^3 H}\,\sin\sigma \tag{19c}$$

für Links- oder Rechtslage (Fig. 113c), und

$$tg\,\alpha = \frac{2\,ML}{r^3 H}\,\sin\sigma \tag{19d}$$

für die Aufstellung vorn oder hinten. Beim Drehen des Magneten in einer dieser Stellungen ändert sich also seine Wirkung wie der Sinus seines Richtungswinkels,

[1]) Eine Vorrichtung, um den Magneten mit sich selbst parallel herumzuführen, hat SALCHER (Z. f. phys. Unt. 3, pag. 195. 1890) bekannt gemacht.

sie ist null, wenn er senkrecht liegt, am grössten, wenn er wagerecht liegt. Ausserdem ist die Wirkung bei Aufstellung links oder rechts von der Nadel für jede Richtung doppelt so gross, wie bei der parallelen Richtung in der Aufstellung vorn oder hinten.

Endlich ist es noch zuweilen von Wichtigkeit zu wissen, wie α variirt, wenn der Magnet so im Kreise um die Nadel herumgeführt wird, dass er immer auf sie hinweist. Man muss dann Φ in der Formel behalten und gleich null setzen, erhält also angenähert $tg\,\alpha = \frac{2ML}{r^3 H} \sin\tau$, d. h. das Gesetz zwischen α und τ ist in diesem Falle das gleiche wie in (19d) dasjenige zwischen α und σ (Fig. 113d).

H a u p t l a g e n. In den angestellten Betrachtungen sind die vier schon früher hervorgehobenen Hauptlagen, denen irgend eine Combination der Werthe 0 und $\frac{\pi}{2}$ für σ und τ entspricht, bereits enthalten. Interesse bieten im Wesentlichen nur zwei von ihnen dar, weil in den beiden Fällen, in denen $\sigma = 0$ und $\tau = 0$ oder $\tau = \frac{\pi}{2}$ ist, nach der ersten der Formeln (19) $\alpha = 0$ wird, d. h. einfach deshalb, weil hier der Magnet den Erdmagnetismus, dem er parallel ist, einfach unterstützt. Die beiden anderen Lagen nennt man nach GAUSS vorzugsweise die beiden Hauptlagen, und man findet die für sie geltenden Beziehungen, entweder indem man in Gleichung (19b) $\tau = \frac{\pi}{2}$ und $\tau = 0$ setzt, oder indem man in Gleichung (19c) und (19d) $\sigma = \frac{\pi}{2}$ setzt. In jedem Falle erhält man das Resultat: D i e a b l e n k e n d e W i r k u n g i s t i n d e r e r s t e n H a u p t l a g e a n n ä h e r n d d o p p e l t s o g r o s s w i e i n d e r z w e i t e n.

GAUSS'scher N a c h w e i s d e s G r u n d g e s e t z e s. An die obigen Betrachtungen und Formeln ist noch eine wichtige Bemerkung zu knüpfen. Ganz ähnliche Formeln wie die erhaltenen würden sich nämlich auch ergeben, wenn die specielle, den Entwickelungen zu Grunde gelegte Annahme, wonach die Wirkung zwischen zwei Polen umgekehrt proportional ist dem Quadrate ihrer Entfernung, ersetzt worden wäre durch die allgemeinere, dass sie umgekehrt proportional sei irgend einer, der $n$ten Potenz ihrer Entfernung. Nur in zwei Hinsichten würden sich dann die Formeln von den obigen unterscheiden. In der Gleichung (18) würde einmal im Nenner r^{n+1} stehen, und zweitens würde das erste Glied in der Klammer nicht den Faktor 2, sondern den Faktor n haben. Dasselbe würde von den speciellen Formeln (19b) und (19c) gelten, und der Satz, betreffend das Wirkungsverhältniss in den beiden Hauptlagen, würde dann lauten: Die ablenkende Wirkung in der ersten Hauptlage ist n Mal so gross wie in der zweiten. Zeigt man also experimentell, dass sie doppelt so gross ist, so ist damit das Grundgesetz erwiesen. Dies hat zuerst HANSTEEN[1]) und dann unter einfacheren Annahmen und in exacterer Weise GAUSS[2]) gethan. Er fand für die in der ersten Spalte der folgenden Tabelle bezeichneten Abstände r die in der zweiten und vierten Spalte angegebenen Ablenkungswinkel für die erste und zweite Hauptlage, Winkel, die einerseits so klein sind, dass man sie mit Tangenten identificiren kann, und von denen andererseits die in der gleichen Horizontalreihe stehenden näherungsweise wie 2 : 1 sich verhalten. Eine genaue Ueberein-

1) HANSTEEN, Unt. ü. d. Magn. d. Erde. 1819, pag. 119.

2) GAUSS, Int. vis magn. etc. — POGG. Ann. 28, pag. 241 u. 591. — Werke, 5, pag. 81.

stimmung ist aber nicht zu erwarten, da die Formel (18) nur eine erste Annäherung an die wahre Formel (17) ist.

Abstand r	beob.	Diff. zw. Beob. u. Rechn.	beob.	Diff. zw. Beob. u. Rechn.
1·3 *m*	2° 13′ 51·2″	+ 0·8″	1° 10′ 19·3″	+ 6·0″
1·4 „	1° 47′ 28·6″	+ 4·5″	55′ 58·9″	+ 0·2″
1·5 „	1° 27′ 19·1″	− 9·6″	45′ 14·3″	− 6·6″
1·6 „	1° 12′ 7·6″	− 3·3″	37′ 12·2″	− 3·2″
1·7 „	1° 0′ 9·9″	− 5·0″	30′ 57·9″	− 1·2″
1·8 „	50′ 52·5″	+ 4·2″	25′ 59·5″	− 3·4″
1·9 „	43′ 21·8″	+ 7·8″	22′ 9·2″	+ 2·6″
2·0 „	37′ 16·2″	+ 10·6″	19′ 1·6″	+ 5·9″
2·1 „	32′ 4·6″	+ 0·9″	16′ 24·7″	+ 4·9″
2·5 „	18′ 51·9″	− 10·2″	9′ 36·1″	− 2·5″
3·0 „	11′ 0·7″	− 1·1″	5′ 33·7″	− 0·2″
3·5 „	6′ 56·9″	− 0·2″	3′ 28·9″	− 1·0″
4·0 „	4′ 35·9″	− 3·7″	2′ 22·2″	+ 1·7″

Die zweite Annäherung würde noch ein Glied mit $1/r^5$ enthalten, Gauss hat demgemäss versucht, die Beobachtungszahlen durch zwei entsprechende Ausdrücke darzustellen, auf diese Weise

$$tg\,\alpha_1 = 0{\cdot}086870\, r^{-3} - 0{\cdot}002185\, r^{-5}$$
$$tg\,\alpha_2 = 0{\cdot}043435\, r^{-3} + 0{\cdot}002449\, r^{-5}$$

erhalten, und die in der Tabelle aufgeführten Differenzen zeigen, dass die Fehler den Betrag von 10″, also von 1 Proc. des Werthes nicht übersteigen, meist aber unter $\frac{1}{2}$ Proc. des Werthes bleiben.

Magnetisches Moment. In den Formeln für die Kräfte (11—14) kommen die Längen der beiden Polpaare in zwei verschiedenen Weisen vor, nämlich einmal multiplicirt mit der Polstärke des betreffenden Paares und dann in der Klammer ohne diesen Faktor. Im Falle erster Annäherung, d. h. für Entfernungen, welche im Vergleich zur Länge beider Polpaare sehr gross sind, fallen aber die Klammern überhaupt fort, und demgemäss enthalten die Formeln (4, 6) und (7), sowie (15, 16, 18, 19) die Grössen L und l ausschliesslich in den Verbindungen $2ML$ und $2ml$. Dieses Produkt aus Polstärke und Abstand der beiden Pole bezeichnet man als das magnetische Moment μ des Polpaares resp. des Magneten

$$\mu = 2ml.$$

Man erhält daher den Satz: Die Wirkung eines Magneten in grosse Entfernung und ebenso die Wirkung, welche ein Magnet aus grosser Entfernung erfährt, hängt ausschliesslich von seinem magnetischen Moment ab; sie bleibt ungeändert, wenn seine Länge im umgekehrten Verhältniss seiner Polstärke verändert wird. Dieser Satz ist offenbar nichts anderes, als das Analogon zum Hebelsatz in der Mechanik, der Körper, welcher dort aus unendlicher Ferne einwirkt, ist die Erde. Hier kann es irgend ein Magnet sein, wenn er nur entfernt genug ist, und die Erfahrung hat gezeigt, dass diese Bedingung für den Magneten, den die Erde darstellt, erfüllt ist. Uebrigens ist es einleuchtend, dass das magnetische Moment sich zur Polstärke in begrifflicher Hinsicht ebenso verhält wie das Drehungsmoment zur einfachen Kraft. Jedoch ist dabei noch auf einen Umstand hinzuweisen. Wenn nämlich die Entfernung so gross wird, dass das magnetische Moment die ausschliesslich maassgebende Grösse ist, so ist damit noch nicht gesagt, dass dann auch von den stattfindenden Wirkungen nur das Drehungsmoment übrig bleibt; denn da die Grössen L^2 und l^2 mit der Potenz r^{-5}, die Verschiebungsgrössen X, Y, U (Gleichung 6) aber nur mit r^{-4} behaftet sind, so sind letztere immer noch gross gegen die die ersteren enthaltenden Glieder. Mit anderen Worten: Das magnetische Moment wird die einzig bestimmende Grösse schon dann, wenn 1 gegen r^2 vernachlässigt werden darf: das Drehungsmoment hingegen wird erst dann die einzige übrig bleibende Kraft, sobald 1 gegen r vernachlässigt werden darf.

Der hier eingeführte Begriff des magnetischen Moments bezieht sich lediglich auf das abstrakte Gebilde des Polpaares oder einfachen Magneten; später wird es auf wirkliche Magnete zu erweitern sein, und es wird alsdann der Begriff der magnetischen Axe hinzugefügt werden, von dessen Benutzung hier abgesehen wurde, weil bei einem Punktpaar der Ausdruck Axe in anderen Gebieten (Mechanik, Hydrodynamik u. s. w.) in anderem Sinne gebraucht zu werden pflegt.

Besonderer Einfluss der Länge. Wenn die Entfernung nicht gross genug ist, so hängt die Wirkung, bei gleichem magnetischen Moment, von der Länge ab, und zwar gilt dies sowohl für den wirkenden Magneten als auch für die Nadel, auf welche er einwirkt. Und zwar ergeben sich aus Formeln (11 bis 13) einige einfache Sätze, von welchen hier nur der folgende aus Gleichung (11) abzulesende angeführt sein möge. Die Wirkung eines Magneten auf eine kleine Magnetnadel ist bei gleichen magnetischen Momenten beider und bei Längslage des Magneten desto grösser, je länger er ist; bei Querlage des Magneten ist dies der Fall, so lange $L > r\sqrt{\frac{4}{5}}$ ist; ist dagegen $L < r\sqrt{\frac{4}{5}}$, so ist die Wirkung desto schwächer, je länger der Magnet ist; in jedem Falle ist der Einfluss der Länge hier bei Querlage wesentlich geringfügiger als dort bei Längslage.

Einfluss der Dicke und Breite. Ein einfacher Magnet hat zwar lediglich eine Länge. CHWOLSON[1]) hat aber den Gedanken durchgeführt, einen wirklichen Magneten von gewisser Breite und Dicke durch vier Polpaare darzustellen, welche gewissermaassen den vier Magneten entsprechen, die man erhält, wenn man den Magneten durch zwei auf einander senkrechte mediane Längsschnitte zertheilt. Es sind dann bei der Wechselwirkung zweier Magnete 8×8, also 64 Wirkungen zu berechnen. Die Formeln, welche schliesslich resultiren und für die beiden Hauptlagen relativ einfach werden, zeigen, dass die Breiten- und Dicken-Glieder nicht immer zu vernachlässigen sind. Ob freilich diese ganze Auffassung eines Magneten als aus 8 Polen bestehend eine innere Berechtigung besitze, ist eine andere Frage.

Das magnetische Feld.

Die Wirkung eines Poles, eines Polpaares, beliebiger Combinationen solcher oder wirklicher Magnete erstreckt sich streng genommen natürlich über den ganzen unendlichen Raum. Da aber die Wirkungen umgekehrt proportional der zweiten, dritten und vierten Potenz der Entfernung abnehmen, so wird jede Wirkung thatsächlich nur in einem ziemlich beschränkten Raume sich für unsere Apparate bemerklich machen, und dieser Raum heisst das magnetische Feld des betreffenden magnetischen Gebildes. Damit ist zugleich erläutert, wieso es ein magnetisches Feld eines einzelnen Poles geben kann, während doch ein einzelner Pol gar nicht existirt: der andere kann eben in so grosser Entfernung liegen, dass sein Feld sich mit demjenigen des zu betrachtenden Poles gar nicht oder

[1]) CHWOLSON, Mém. Ac. St. Pét. (7) 31, No. 10, 2. Theil. 1883.

nur in den äussersten Regionen berührt. Man versteht aber unter magnetischem Feld nicht schlechthin den angegebenen Raum, sondern diesen Raum in seiner magnetischen Beschaffenheit, d. h. behaftet mit der in jedem seiner Punkte stattfindenden magnetischen Kraft, die man sich gewissermaassen, ohne damit concrete Vorstellungen zu verbinden, als ein das ganze Feld erfüllendes Agens denkt. Um das von dem bestimmten magnetischen Körper oder abstrahirten Gebilde erzeugte Feld möglichst ungetrübt zu erhalten, muss man jenen Körper sehr kräftig wählen, anderenfalls wirkt der Erdmagnetismus mit ein, der doch sein eigenes magnetisches Feld besitzt, und man erhält dann ein combinirtes Feld dieser Wirkungen.

Magnetische Kraftlinien. In jedem Punkte des magnetischen Feldes herrscht eine bestimmte Kraft, ob sie nun von einem einzigen wirkenden Körper herrührt oder die Resultirende aus mehreren solchen Kräften sein mag. Diese Kraft heisst, wenn in dem betreffenden Punkte ein einfacher Pol von der Stärke 1 gedacht wird, die Kraft des Feldes; sie hat eine bestimmte Grösse und eine bestimmte Richtung, und es handelt sich darum, sie zu ermitteln, entweder durch Rechnung oder durch Beobachtung. Durch Rechnung lassen sich diese beiden Charakteristiken nach den obigen Formeln leicht finden. Von der experimentellen Bestimmung der Grösse wird später die Rede sein, die Richtung ist sehr einfach zu finden. Man braucht nur eine kleine Magnetnadel in einem Punkte des Feldes aufzustellen und ihre Richtung zu fixiren: Dies ist die Richtung der Kraft in diesem Punkte. Die Nadel muss im Allgemeinen frei um ihren Mittelpunkt drehbar sein, um die Richtung im Raume anzuzeigen, eventuell nimmt man nach einander eine horizontal und eine vertikal drehbare Nadel und bildet dann aus ihren Richtungen die Resultante. Bringt man jetzt den Mittelpunkt der Nadel in den Punkt, in welchem noch eben ihr Nordpol sich befand, so nimmt sie wiederum eine bestimmte Richtung an, und wenn man so fortfährt, erhält man eine stetige Linie, die magnetische Kraftlinie. Solcher Linien giebt es natürlich unendlich viele in dem magnetischen Felde, von den Punkten, wo Pole liegen, gehen sie sämmtlich aus, resp. laufen nach ihnen hin zusammen. In weit einfacherer Weise erhält man ein Bild des magnetischen Feldes oder vielmehr ein Bild eines ebenen, horizontalen Schnittes desselben, wenn man eine Platte im Felde aufstellt, mit Eisenfeilicht bestreut und in geeigneter Weise erschüttert; das Feilicht ordnet sich dann (s. w. u.) in den Kraftlinien an. Weniger exakt ist diese Methode, einmal wegen der Trägheit der Eisentheilchen, die sich überdies in ihren Bewegungen und Lagerungen gegenseitig mehr oder weniger stören, wenn die Menge und die Feinheit des Feilichts nicht gerade sehr gut getroffen sind; und dann, weil die verschiedenen Spähne sich, wie sich später ergeben wird, auch magnetisch beeiflussen und sich in Folge dessen nicht genau zu denjenigen Kraftlinien anordnen, welche dem das magnetische Feld erzeugenden Körper allein zukommen würden. Endlich ist drittens zu beachten, dass die Platte, auf der das Feilicht sich anordnet, eine horizontale Ebene darstellt, die Kraftlinien aber im Allgemeinen gar nicht, und zwar auch nicht theilweise, in einer solchen verlaufen (wie sich auch daran zeigt, dass die Spähne grösstentheils mehr oder weniger »zu Berge stehen«), so dass man auf diese Weise im Allgemeinen nur scheinbare Kraftlinien erhält. In allen Fällen, wo die Kraftlinien überhaupt ebene Curven sind, kann man jedoch begreiflicherweise durch geeignete Wahl der Ebene die wirklichen Kraftlinien erhalten. Statt auf einer festen Platte kann man das Eisenpulver mit erheblichem Vortheil für die Reinheit und Feinheit der Curven auch auf einer Wasseroberfläche ausbreiten, wobei dann freilich die Capillarwirkungen unter Umständen störend eingreifen können[1]).

Zur Fixirung der Curven[2]) eignet sich am besten Wachspapier oder eine mit Schellack überzogene Glasplatte; man erwärmt (am besten von oben) die entworfenen Figuren und lässt dann wieder erkalten. Auch Gummiwasser oder rothes Blutlaugensalz kann man bei Papier anwenden, letzteres erzeugt eine blaue Zeichnung, die nach Fortnahme der Spähne bestehen bleibt.

Andere Fixirungsmethoden haben St. Meunier[3]), Lindeck[4]), Mach[5]), Kowalski[5]) u. A. angegeben, wobei das Pulver theils selbst fixirt wird, theils nach seiner Entfernung »negative Bilder« zurücklässt, theils endlich photographische Bilder hergestellt werden. Zur Sichtbarmachung für den momentanen Zuschauerkreis bedient man sich am besten eines grossen, geneigten Spiegels.

Magnetisches Potential; Intensität des Feldes. Dem eben besprochenen Curvensystem steht ein zweites zur Seite, für dessen Verständniss vorerst ein Begriff eingeführt werden muss, welcher, wie in allen Theilen der Physik, auch hier eine wichtige Rolle spielt, der Begriff des Potentials, welches in diesem Falle magnetisches Potential heisst. Dass es ein solches giebt und dass es dieselbe Form hat wie das Schwere- oder elektrische Potential, ist in der Mechanik und im Artikel »Potentialtheorie« bereits ausgeführt worden und folgt auch schon unmittelbar daraus, dass das Grundgesetz in diesen drei Gebieten dieselbe Form hat. Das magnetische Potential zwischen den Polen M und m ist also $-\frac{Mm}{r}$ das Potential des Polpaares $\pm M$ auf dem Pol m ist $Mm\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$, wenn r und r' die Entfernung der beiden Pole M vom Pole m sind u. s. w. Da das Moment der Probirnadel auf ihre Richtung ohne Einfluss ist, thut man gut, das Potential und die Kraft zu betrachten, welche auf einen Pol von der Stärke 1 ausgeübt wird; man nennt die letztere die Intensität des Feldes oder Feldstärke.

Niveauflächen. In einem magnetischen Felde hat das Potential im Allgemeinen von Ort zu Ort verschiedene Werthe; dass es jedoch von jedem Orte aus nach gewissen Richtungen hin constant ist, folgt einfach daraus, dass Constanz des Potentials Nullwerden der Kraft bedeutet, die Kraft aber in allen Richtungen, welche zu ihrer Richtung senkrecht stehen, keine Componente besitzt. Man kann also um jeden Punkt herum eine kleine Fläche construiren, in deren sämmtlichen Punkten das Potential denselben Werth hat, hieran weitere solche Flächenelemente schliessen und auf diese Weise eine Fläche von endlichen Dimensionen bilden, deren sämmtlichen Punkten derselbe Werth des Potentials zugehört, für deren jede also $V = const$ ist. Diese Flächen, deren es offenbar ebenso wie der Kraftlinien unendlich viele giebt, heissen Aequipotential-Flächen oder (mittelst eines aus der Mechanik entlehnten Bildes) Niveauflächen. Auf ihnen stehen, wie ohne weiteres einleuchtet, die Kraftlinien in jedem Punkte senkrecht.

Auch die Niveauflächen resp. die ihre Schnitte mit einer Ebene darstellenden Niveaulinien kann man durch Rechnung finden (s. w. u.). — Nach Colar-

---

1) Vergl. z. B. Frankenbach, Wied. Ann. 18, pag. 703. 1883.

2) Faraday, Exp. Unters. üb. Elektricität, 3, pag. 362 (§ 3236). Deutsch v. Kalischer. Berlin 18. 1.

3) St. Meunier, Cosmos 1867. — La Nature 12, pag. 350. 1884.

4) Lindeck, Zeitschr. f. Instr.-K. 9, pag. 352. 1889.

5) Zeitschr. f. phys. Unterricht 3, pag. 160. 1890.

DEAU[1]) kann man sie in ähnlicher Art wie die Kraftlinien auch experimentell erhalten, indem man nur statt des Eisenpulvers ein schwach magnetisches Pulver, z. B. Eisenoxyd, nimmt; die Theilchen ordnen sich dann so langsam zu Kraftlinien an, dass die Bahnen, auf denen sie sich beim Klopfen dorthin begeben, durch den zurückgelassenen Staub sichtbar werden. Mit mittelstarken Pulvern erhält man auf diese Weise sogar ein Gemisch beider Curvensysteme.

Dichte der Niveauflächen und Kraftlinien. Sowohl die Niveauflächen als auch die Kraftlinien können Aufschluss über die Vertheilung der Kraft im Felde geben. Für die ersteren ergiebt sich das aus folgender Betrachtung. Von einer zur nächsten Niveaufläche ändert sich das Potential; wählt man also aus den sich stetig an einander reihenden Niveauflächen diejenigen, welchen gleichförmig fortschreitende Werthe des Potentials entsprechen und bedenkt man, dass die Kraft, also die Intensität des Feldes

$$J = \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V_2 - V_1}{\delta} \tag{20}$$

ist, worin jetzt die Differenz im Zähler einen ein für allemal constanten Werth hat, so erhält man in dem Abstand δ benachbarter Niveauflächen an irgend einer Stelle ein Bild von der Grösse der dort herrschenden Intensität: sie ist dem Abstande benachbarter Niveaulinien umgekehrt, also ihrer Dichte oder ihrer Anzahl auf einer bestimmten Kraftlinienstrecke direct proportional. Andererseits erhält man, wenn man durch alle Punkte einer unendlich kleinen, geschlossenen Linie die Kraftlinien legt, ein kanalförmiges Gebilde, welches man »Kraftröhre« oder »Kraftfaden« nennt, und für die Querschnitte dieser Kraftfäden folgt aus der Potentialtheorie[2]), dass sie den Kräften an den betreffenden Stellen umgekehrt proportional sind. An die Stelle der Kraftfäden kann man nun, um bequemer zu sprechen, wieder die Kraftlinien, an die Stelle der Querschnitte, deren Dichte resp. Anzahl pro Flächeneinheit setzen und erhält dann den dem obigen analogen Satz: Die Stärke des Feldes an irgend einer Stelle ist proportional der Zahl der Kraftlinien, welche durch das jene Stelle enthaltende Niveauflächenelement hindurchgehen. Dass man die Proportionalität sogar zur Gleichheit steigern kann, wird noch gezeigt werden.

Die seitdem von so ungeahnter Bedeutung gewordene Einführung des Kraftfeldes mit seinen charakteristischen Linien verdankt man dem wesentlich auf Anschauung sich stützenden und hierdurch den Mangel mathematischer Durchbildung ersetzenden Forschergeist FARADAY's[3]); die mathematische Formulirung hat die Theorie des Feldes alsdann durch MAXWELL[4]) gefunden.

Berechnung und Zeichnung specieller Fälle. Man könnte hierbei vom magnetischen Felde in seiner allgemeinsten Beschaffenheit ausgehend allmählich Specialisirungen einführen, zunächst noch relativ allgemeine, wie z. B. die, dass das Feld mit allen seinen Linien den Charakter eines Rotationsgebildes habe, oder den eines cylindrischen Gebildes, von welchen es genügt einen Querschnitt zu betrachten, weil sich in allen übrigen die Verhältnisse in genau gleicher Weise ordnen u. s. w. Es ist jedoch hier vorzuziehen, die ein-

---

[1]) COLARDEAU, Journ. de Phys. (2) 6, pag. 83. 1887.

[2]) Vergl. z. B. KIRCHHOFF, Vorles. üb. Elektr. u. Magn., Leipzig 1891, pag. 8.

[3]) FARADAY, Phil. Trans. 1852, pag. 1. — Exp. Unt. üb. Elektr., deutsche Ausg., an zahlreichen Stellen, systematisch namentlich in Bd. 3, pag. 298.

[4]) MAXWELL, Lehrb. d. Elktr. u. d. Magn., deutsch v. WEINSTEIN, Berlin 1883, Bd. 1, pag. 47 u. a. a. St.

fachsten Fälle in den Vordergrund zu stellen, weil diese für die Anwendung meist gerade die wichtigsten sind.

Gleichförmiges Feld. Der einfachste Fall ist natürlich der, in welchem die Kraft im ganzen Felde dieselbe Richtung und dieselbe Grösse hat. Die Niveauflächen sind alsdann Ebenen, welche auf jener Richtung senkrecht stehen, die Kraftlinien Gerade, welche jene Richtung haben. Die Niveauflächen haben überall gleiche Abstände, ebenso die Kraftlinien; jenem Abstande entsprechen Potentialdifferenzen gleich der Einheit; diese, die Abstände der Kraftlinien, werden am besten so gewählt, dass die Zahl der durch die Flächeneinheit der Niveaufläche gehenden Kraftlinien nicht nur proportional, sondern geradezu gleich der Kraft wird; uud in zwei Feldern, deren Intensitäten verschieden sind, liegen die Niveauflächen und die Kraftlinien in entsprechendem Verhältniss verschieden nahe bei einander. Ein solches Feld heisst ein gleichförmiges oder homogenes, ein Beispiel dafür ist das vom Erdmagnetismus herrührende Feld, so lange man sich in Dimensionen bewegt, welche klein sind gegen die der ganzen Erde.

Feld eines einzelnen Poles. Das ist offenbar der nächst einfachste Fall. Das Potential ist $V = \frac{m}{r}$, also die Gleichung der Niveauflächen

$$\frac{m}{r} = c \quad \text{oder} \quad r = \frac{m}{c}.$$

Diese Flächen sind Kugeln, ihre ebenen, z. B. horizontalen Durchschnitte, Kreise. Wählt man aus der unendlichen Zahl dieser Kreise diejenigen, welche den Werthen 1, 2, 3 . . . entsprechen, deren Radien also, vom äussersten zum innersten, m, $m/2$, $m/3$ u. s. w. sind, so erhält man Niveauflächen, welche den Potentialwerthen $V = 1, 2, 3 \ldots$ entsprechen, zwischen deren je zwei benachbarten also die Potentialdifferenz 1 besteht. Die Kraftlinien sind offenbar sämmtliche vom Pole ausgehenden geraden Linien, und zwar, wenn man wiederum eine bestimmte Anzahl herausgreift, gleichförmig um den Pol nach allen Seiten hin vertheilt. Ist die Polstärke m und zieht man im Ganzen $4\pi m$ Kraftlinien, so wird irgend eine Niveau-Kugelfläche von $4\pi m$ Kraftlinien getroffen, also die Flächeneinheit derselben von $\frac{4\pi m}{4\pi r^2} = \frac{m}{r^2}$ Kraftlinien, d. h. die Zahl der Kraftlinien pro Flächeneinheit stellt gerade wieder die Kraft, also die Intensität des Feldes dar. Auch bei einem beliebigen Felde kann man hiernach die Intensität gleich der Kraftlinienzahl machen, indem man von jedem Pole $4\pi m$ Kraftlinien ausgehen lässt; es folgt dies daraus, dass beide Grössen überall proportional, in den kleinen, die Pole umgebenden Kugelflächen aber gleich, und folglich überall gleich sind. Man kann natürlich auch andere Festsetzungen treffen, z. B. m Kraftlinien ziehen, dann entfallen auf die Flächeneinheit $\frac{m}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^2}$ Kraftlinien, oder man kann es so einrichten, dass eine Kreislinie, welche den Schnitt einer Kugelfläche darstellt, von m Niveaulinien getroffen wird u. s. w. In jedem Falle werden benachbarte Kraftlinien gleiche Winkel mit einander bilden, da das Feld keine ausgezeichnete Richtung hat, sondern alle Richtungen gleichwerthig sind.

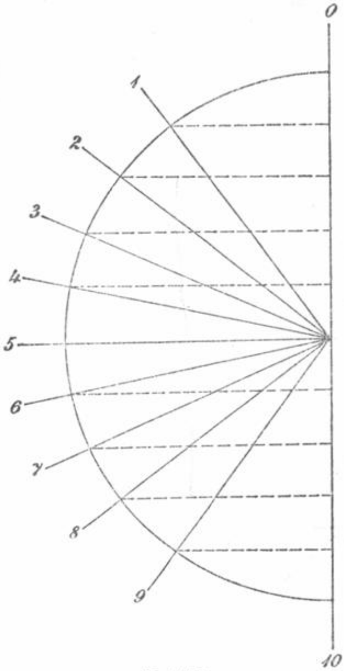
Zonale Vertheilung der Kraftlinien. Man kann nun aber, und das ist für die folgenden Anwendungen auf complicirtere Felder wichtig, dem Feld von vornherein eine ausgezeichnete Richtung unterlegen, indem man eine Axe einführt und alle Niveaukugeln als Rotationsfiguren um diese Axe auffasst. Es handelt sich dann darum, die Oberfläche einer solchen Kugel in lauter gleich grosse Zonen zu theilen und, damit auf gleiche Flächentheile einer und derselben Niveaufläche auch hier wiederum die gleiche Anzahl von Kraftlinien entfalle, jeder dieser Zonen eine gleiche Anzahl, z. B. eine Kraftlinie, zuzutheilen, wofür man auch sagen kann: der ersten Zone, die das Axenende zum Mittelpunkt hat und die Gestalt einer Calotte besitzt, soll eine Kraftlinie zukommen, der Calotte, welche diese und die nächste (ringförmige) Zone enthält, zwei Kraftlinien u. s. w. (Fig. 114). Denkt man sich einen Axenschnitt der Kugel, so werden die Zonen durch Kreisbögen dargestellt, die Kraftlinien durch Radien nach den Grenzen dieser Bögen, und wenn man den Winkel eines solchen Radius mit der Axe θ nennt und bedenkt, dass die Grösse einer Calotte $F = 2\pi(1 - \cos\theta)$ ist, so erhält man als Gleichung der Kraftlinien

$$2\pi(1 - \cos\theta) = C, \tag{21}$$

wo C der Parameter ist, oder, wenn man nach θ auflöst und festsetzt, dass auf die Flächeneinheit $m/4\pi$ Kraftlinien entfallen sollen ($C = \frac{4\pi}{m} c$, wo m die Polstärke ist):

$$\theta = arc\cos\left(1 - \frac{2c}{m}\right),$$

wo jetzt dem Parameter der Reihe nach die Werthe 1, 2 . . . zu geben sind. Wenn m eine ganze Zahl ist, erhält man auf diese Weise nach jeder Hälfte der Kreisperipherie hin gerade m Kraftlinien. Eine einfache Ueberlegung lehrt, dass man diese Kraftlinien erhält, wenn man die Axe in m gleiche Theile theilt, auf den Theilpunkten Senkrechte bis zur Peripherie errichtet und die Schnittpunkte mit letzterer mit dem Centrum verbindet. Für $m = 10$ werden z. B. die Winkel θ in runden Zahlen 37°, 53°, 66½°, 78½°, 90°, 101½°, 113½°, 127°, 143°, 180°. Auf diese Weise findet man die Kraftlinien unabhängig von den Niveauflächen resp. Niveaucurven und kann dann die Forderung, dass beide Systeme sich überall senkrecht schneiden, als Controle benutzen.



(P. 114.)

Zwei Pole. Rührt das Feld von zwei Polen her, so braucht man nur zu erwägen, dass sich die Felder, welche sie einzeln erzeugen würden, einfach über einander lagern. Es ist also das Potential

$$V = \frac{m_1}{r_1} \pm \frac{m_2}{r_2}, \tag{22}$$

wo das positive oder negative Zeichen gilt, je nachdem die beiden Pole gleichartig oder entgegengesetzt sind. Die Niveauflächen sind im allgemeinen ziemlich complicirt, man kann sie aber oder vielmehr die Niveaucurven, d. h. ihre Schnitte mit der Zeichenebene, construiren, indem man die beiden einzelnen Niveau-Systeme (also Kreisschaaren) zeichnet und diejenigen Durchschnittspunkte je zweier sucht, für welche $V_1 + V_2$ dieselbe Summe giebt. Die Axe für die zonale Vertheilung der Kraftlinien ist hier natürlich die Verbindungslinie der beiden Pole, die Gleichung der Kraftlinien ist

$$m_1(1 - \cos\theta_1) + m_2(1 - \cos\theta_2) = 2c,$$

wo θ_1 und θ_2 die Winkel sind, welche die von den beiden Polen nach einem Punkte der Kraftlinie gezogenen Linien mit der Pollinie bilden; die Construction erfolgt, wie bei den Niveaulinien, durch Aufsuchung der Schnittpunkte von constanter Summe der Parameterwerthe. Natürlich lässt sich diese Methode auf beliebig viele in der Kraftlinie gelegene Pole verallgemeinern. Sind alle Massen von denselben Zeichen, so verlaufen alle Kraftlinien in die Unendlichkeit; sind einige Massen von anderen Vorzeichen, so giebt es einen Raum, innerhalb dessen die Kraftlinien in der Endlichkeit von einem negativen zu einem positiven Pole laufen, und einen anderen, in welchem sie in die Unendlichkeit auslaufen; beide Räume sind getrennt durch eine eigenthümliche Fläche.

Zwei gleichartige, gleich starke Pole. Es ist

$$V = m\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right), \tag{22a}$$

die Niveaucurven sind also Lemniscaten. Eine derselben schneidet sich selbst in der Mitte zwischen den beiden Polen, und zwar ist es diejenige, für welche, wenn l der Abstand der beiden Pole ist, $V = 4m/l$ ist. Die Kraft ist in diesem Punkte nach jeder Richtung hin Null, ein dort befindlicher Magnetpol also im Gleichgewicht, jedoch derart, dass er nur für Verschiebungen senkrecht zur Pollinie im stabilen, für Verschiebungen in dieser Linie jedoch im labilen Gleichgewichte sich befindet. Die Kraftlinien haben die Gleichung

$$\cos\theta_1 + \cos\theta_2 = 2\left(1 - \frac{c}{m}\right);$$

sie verlaufen sämmtlich in die Unendlichkeit, die vom linken Pole ausgehenden nach links, die vom rechten nach rechts, beide getrennt durch die auf der Pollinie senkrechte Ebene.

(P. 115.)

Es sei bemerkt, dass in dem allgemeineren Falle zweier gleichartiger, aber verschieden starker Pole das Feld ein ganz ähnliches Bild darbietet, auch hier sind die Niveaulinien eine Art unsymmetrischer Lemniscaten, auch hier existirt ein Gleichgewichtspunkt, nur dass er nicht in der Mitte zwischen den beiden Polen, sondern so liegt, dass sich seine Abstände von ihnen wie die Wurzeln aus den Polstärken verhalten, und auch hier giebt es eine Trennungsfläche zwischen den von dem einen und dem andern Pol ausgehenden Kraftlinien, nur dass sie keine Ebene, sondern eine nach dem schwächeren Pol concave, hyperboloidartige Fläche ist. Da aus diesem Bilde das speciellere leichter gewonnen werden kann als umgekehrt, ist in Fig. 115 der allgemeine Fall dargestellt, und zwar für $m_1(A) = 20$, $m_2(B) = 5$, also $m_1 = 4m_2$.

Zwei entgegengesetzte, gleich starke Pole. Man hat für das Potential

$$V = m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \tag{22b}$$

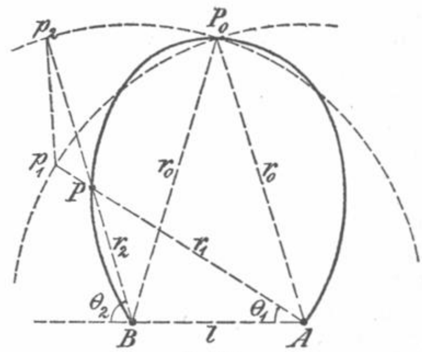
für die Niveauflächen also ein System sich umschliessender Flächen um einen Pol und ein ebensolches um den anderen Pol, beide getrennt durch die in der Mitte der Pollinie senkrechte Ebene; die Flächen sind Kugeln nicht unähnlich, nur gegen die Trennungsebene hin stark abgeplattet, desto stärker, je grösser die Fläche ist. Für die Kraftlinien hat man

$$\cos\Theta_1 - \cos\Theta_2 = 2c.$$

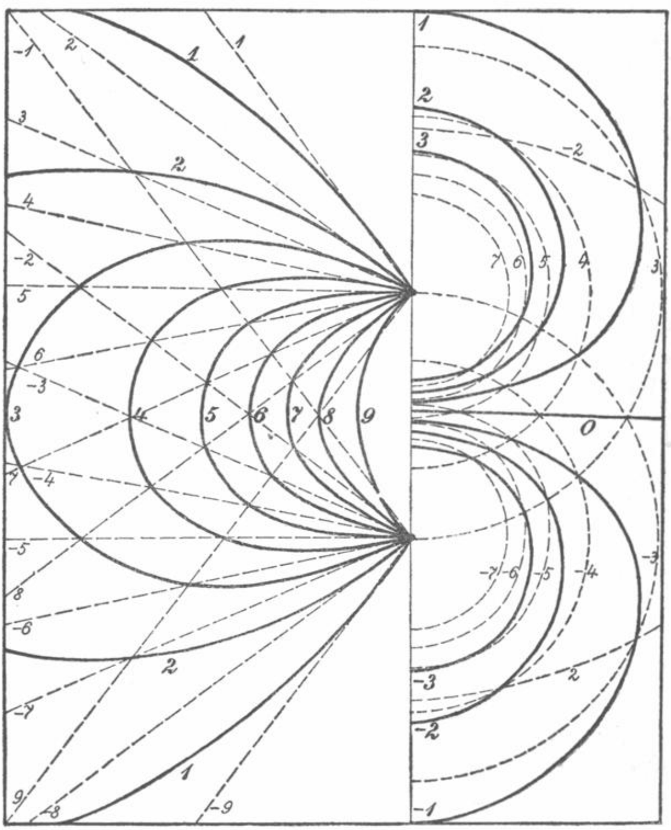
Die Gleichung lässt sich in diesem Falle auch direkt aus der Figur ableiten (Fig. 116) und zwar in der Gestalt $r_1 \cos\Theta_1 - r_2 \cos\Theta_2 = l$, wo r_1 und r_2 die Längen der beiden nach dem Punkte P der Kraftlinie gezogenen Strahlen sind und l die Entfernung der beiden Pole ist; oder, wenn man diese Gleichung auf den mittelsten, senkrecht über der Mitte der Pollinie gelegenen Punkt P_0 anwendet, hierdurch r_1 und r_2 eliminirt und dafür den Abstand des Punktes P_0 von jedem der beiden Pole, r_0, einführt:

$$\cos\Theta_1 - \cos\Theta_2 = \frac{l}{r_0},$$

wodurch man ein Bild von der Bedeutung des obigen Parameters c erhält und unmittelbar zu einer schon von Roget angegebenen Constructionsmethode gelangt: Man schlägt mit irgend einem Radius r_0 Kreise um beide Pole, zieht von irgend einem Punkt p_1 des einen eine auf der Pollinie senkrechte Linie $p_1 p_2$ nach dem anderen und verbindet diese beiden Peripheriepunkte mit ihren Mittelpunkten: der Schnittpunkt P der beiden Verbindungslinien ist ein Punkt der Kraftlinie. Durch Variiren von p_1 erhält man alle Punkte dieser Kraftlinie, durch Variiren von r_0 alle Kraftlinien. Sie weichen von Kreisen, wie man

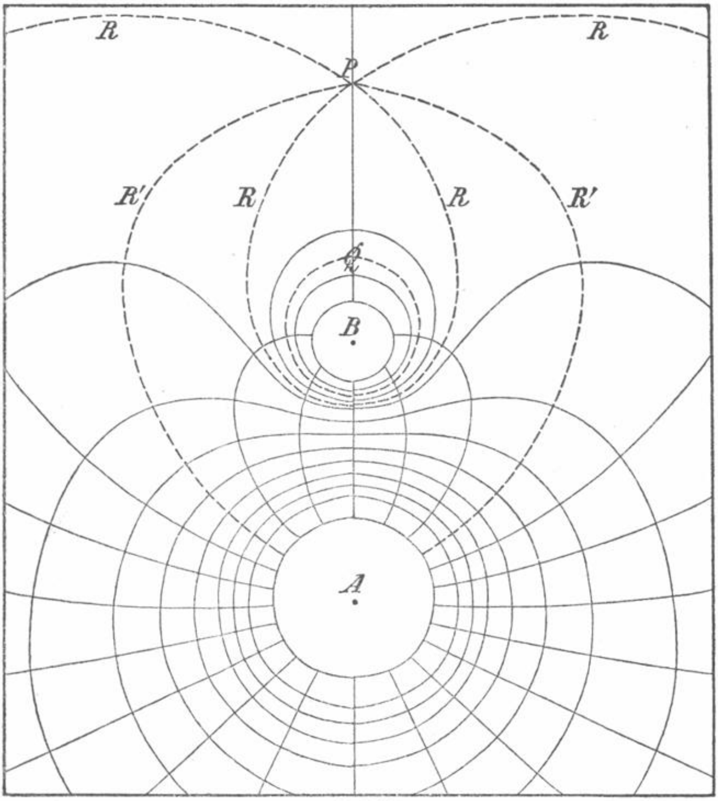


(P. 116.)



(P. 117.)

sieht, in dem Sinne ab, dass sie in die Länge gezogen sind. Allgemeiner und dem Wesen der Sache mehr entsprechend ist natürlich die magnetische Construction, welche in Fig. 117 für diesen Fall dargestellt ist, rechts für die Niveaulinien, links für die Kraftlinien; die gestrichelten Linien entsprechen den einzelnen Polen, die ausgezeichneten ihrem Zusammenwirken, die Zahlen geben die Potentialwerthe resp. die Ordnungsnummern der Kraftlinien an. Der Deutlichkeit halber ist jedes von beiden Systemen nur für die halbe Ebene dargestellt. Ein vollständigeres und allgemeineres Bild liefert Fig. 118, welche verschieden starken, entgegengesetzten Polen entspricht, also das Seitenstück zur Fig. 115 ist, und zwar auch insofern, als hier die Polstärken $m_1 = 20$, $m_2 = -5$ sind, ihr Verhältniss also, vom Zeichen abgesehen, wiederum 4 beträgt. Q ist die Niveaufläche vom Potential Null, sie ist, wie die Gleichung lehrt, eine Kugel (bei gleichen Polstärken ist es die Mittelebene), R ist die Niveaufläche mit einem Doppelpunkt, also analog der Doppelpunkt-Lemniscate bei gleichartigen Polen nur mit dem Unterschiede, dass dort jede der beiden Schalen der Fläche den einen Pol umschliesst, während hier die eine Schale den schwachen Pol, die andere beide Pole umschliesst. In dem Gleichgewichtspunkte P ist wieder die Kraft Null, dieser Punkt liegt aber hier natürlich jenseits der beiden Pole, nicht zwischen ihnen; bei entgegengesetzt gleichen Polen rückt er in die Unendlichkeit. Die Linie R' stellt die oben erwähnte Grenzfläche zwischen den geschlossen und den in das Unendliche verlaufenden Kraftlinien dar[1]).



(P. 118.)

Experimentelle Darstellung specieller Fälle. Faraday hat auf eine der oben angegebenen Weisen mittelst Eisenfeilspähnen zahlreiche Zeichnungen specieller magnetischer Felder geliefert und seinen Abhandlungen (deutsche

[1]) Näheres über diese und andere specielle Fälle sehe man in Maxwell's, Mascart und Joubert's u. a. Lehrbüchern. Die Zeichnung der obigen Fälle ist zuerst von Maxwell ausgeführt worden, a. a. O. Bd. I, Tfl. I—3.

Ausgabe, Bd. 3, Tafel 4) in Reproduction beigegeben; weitere Fälle sind von späteren Physikern dargestellt worden. Den Fall eines einzigen Poles kann man realisiren, indem man einen langen, geraden Magnetstab vertikal aufstellt und auf seinen oberen Pol die Darstellungsebene legt; die Anordnung der Spähne erfolgt strahlenförmig nach allen Seiten. Zwei gleiche Pole erhält man am besten, indem man zwei lange Stäbe horizontal in eine und dieselbe Linie (mit einem gewissen Zwischenraum zwischen ihren zugewandten Enden) legt, sodass die gleichen Enden einander zugekehrt sind, und dann die Platte darüber legt, doch so, dass sie noch ein ganzes Stück über die beiden einander zugekehrten Pole hinausreicht; oder auch, indem man zwei Magnetstäbe vertikal und parallel mit einander, die gleichen Pole nach oben gekehrt, aufstellt und mit der Platte bedeckt. An den abgewandten, äusseren Seiten bilden die Spähne auch hier etwa gerade Strahlen, an den inneren Seiten dagegen erfahren diese Krümmungen, sodass sich in der Mitte der Figur stehende concavseitige Vierecke entwickeln. Kehrt man die entgegengesetzten Pole einander zu, oder stellt man einen Hufeisen-Magneten vertikal mit den Polen nach oben auf, so hat man zwei entgegengesetzte Pole, und zwar im letzteren Falle aus weiter unten näher zu besprechenden Gründen zwei gleich starke. Die Spähne bilden hier ein System von die beiden Pole verbindenden Curven. Alle diese Fälle entsprechen ziemlich genau den theoretischen Entwickelungen von oben. Legt man dagegen einen Magnetstab horizontal hin und darüber die Entwickelungsplatte, so erhält man eine von der vorigen nicht unwesentlich abweichende Zeichnung, ein Beweis, dass ein Magnetstab nicht einfach identisch ist mit einem Polpaare. Insbesondere sind die Theilchen nahe der Verbindungslinie der beiden Pole nicht, wie bei dem Polpaare, horizontal, also dem Magneten parallel, sondern fast senkrecht gegen ihn gerichtet. — Von noch anderen Fällen magnetischer Felder wird bei späteren Gelegenheiten die Rede sein[1]).

Constitution der Magnete.

Molekulare Natur des Magnetismus. Aus verschiedenen bereits erwähnten Thatsachen, insbesondere aus der Anlagerung des Eisenfeilichts an einen eingetauchten und herausgezogenen Magnetstab, sowie aus der Gestalt der Kraftlinien, wie sie sich auf der Glasplatte über dem Magnetstabe bilden, geht hervor, dass ein Magnet von einem Polpaar denn doch wesentlich verschieden ist. Und zwar ergiebt der Umstand, dass die meisten Spähne nach den Enden hin, andere nach anderen Stellen des Stabes hin, am wenigsten oder gar keine nach seiner Mitte hin tendiren, als nächstliegende Anschauung die, dass ein Magnetstab aus zwei Hälften besteht, deren eine aus lauter Nordpolen, deren andere aus lauter Südpolen besteht, derart, dass die Stärke dieser Pole von der Mitte, wo sie Null ist, nach den Enden zu immer grösser wird. Dass diese Vorstellung irrig ist, beweist aber schlagend der folgende Versuch. Wenn man einen langen Magnetstab, z. B. eine Nadel, die man vorher magnetisirt hat, in der Mitte zerbricht, so erhält man nicht etwa zwei Magnete, deren jeder an dem einen Ende einen Pol, am anderen eine neutrale Stelle hat, sondern jede der beiden Hälften erweist sich als ein vollständiger Magnet mit einem Nordpol und einem Südpol. Zu demselben Ergebniss gelangt man für die durch weitere Halbirung entstehenden vier Theilstücke u. s. w.; kurz, jeder noch so

---

[1]) Sehr schöne, in grossem Maassstabe gehaltene Abbildungen nach seiner eigenen Methode giebt LINDECK, Zeitschr. f. Instr.-K. 9, pag. 352, Tfl. I—IV.

kleine Theil eines Magneten ist wieder ein Magnet. Hierdurch ergiebt sich zur Evidenz, dass der Magnetismus eine den kleinsten Theilen eigenthümliche Eigenschaft ist, also, wenn man sich die Materie aus Molekeln zusammengesetzt denkt, eine molekulare. Man nennt diese kleinen Magnete demgemäss Molekular-Magnete. Jeder Molekular-Magnet enthält daher nördlichen und südlichen Magnetismus, was man sich auch zunächst hierunter vorstellen möge.

Eine weitere Specialisirung erhält diese Vorstellung insofern, als alle bisherigen Erfahrungen dafür sprechen, dass jeder molekulare Magnet und folglich auch jeder endliche Magnet gleich viel positiven und negativen Magnetismus enthält. Die allgemeinste dieser Erfahrungen ist die, dass, je grösser die Entfernung wird, die Wirkung eines Magneten sich desto ausschliesslicher auf das Kräftepaar reducirt, was, wie wir sahen, bei einem einfachen Polpaar und somit auch bei einem Magneten, der aus lauter solchen zusammengesetzt gedacht werden kann, stattfinden muss, während bei einem Magneten, bei welchem die Pole der einen Art über diejenigen der anderen an Zahl oder Stärke überwiegen, die verschiebende Kraft auch für grosse Entfernungen von gleicher Grössenordnung bleiben müsste, wie die drehende Kraft. Das greifbarste Beispiel für diese Schlussfolgerungen bietet der Erdmagnetismus dar, und zwar seine vertikal nach unten wirkende Componente, wie sie bei einer Nadel zum Ausdruck kommt, welche sich nur in vertikaler Richtung, in dieser aber völlig frei, bewegen kann. Eine solche Nadel müsste nach unten gezogen werden, oder, da sie dies doch schon in Folge der Schwere wird, sie müsste stärker nach unten gezogen werden als durch die Schwere allein, mit anderen Worten, sie müsste, auf eine Wagschale gelegt, ein grösseres Gewicht aufweisen, als bevor sie in den magnetischen Zustand versetzt worden war. Das ist aber, zwar in früheren Jahrhunderten wiederholt zu beobachten geglaubt, seitdem aber längst endgültig widerlegt worden. Ohne also über den Begriff »Magnetismus« sich irgend welche nähere Vorstellung machen zu müssen, kann man den Satz aufstellen: Die Summe des gesammten, in irgend einem Magneten enthaltenen Magnetismus, den der einen Art als positiven, den der anderen als negativen gerechnet, ist Null; in Formel:

$$\Sigma m = 0. \tag{23}$$

Hieraus folgt nun sofort eine weitere Präcisirung unserer Vorstellungen. Es darf nämlich nie vorkommen, dass von einem Körper in einen anderen oder von einer Molekel in eine andere ein Uebergang von Magnetismus nur der einen Art, oder ein Uebergang von verschiedenen Mengen Magnetismus der beiden Arten stattfinde. Ein Uebergang gleicher Mengen beider Magnetismen dürfte stattfinden, aber es giebt keine Erscheinung, welche auf einen solchen positiv hinwiese, insbesondere erfolgt die Herstellung von Magneten (s. w. u.) mit Hilfe bereits magnetischer Körper durchaus nicht auf Kosten des Magnetismus dieser letzteren. Man wird also schliessen dürfen, dass der Magnetismus an die Molekel gebunden ist, dass er eine molekulare Eigenschaft ist. Hierdurch unterscheidet er sich wesentlich von der auf Leitern befindlichen Elektricität, er verhält sich vielmehr ebenso wie die Elektricität in den sogen. dielektrischen Körpern.

Scheidungs- und Drehungshypothese. Was nun den Magnetismus der einzelnen Molekeln betrifft, so kann man sich darüber verschiedene Vorstellungen machen. Nach der einen enthält eine Molekel im unmagnetischen Zustande beide Magnetismen gleichförmig durcheinander gemischt, im magnetischen dagegen mehr oder weniger geschieden, so dass ein grösserer oder geringerer Grad von Polarität nach einer bestimmten Richtung hin vorhanden ist. Bei der Kleinheit der Molekel wird man sie sich im Allgemeinen als ein einfaches Polpaar denken können, dessen Magnetisirungsgrad durch Polstärke und Polabstand, in seinen Veränderungen innerhalb desselben Theilchens wesentlich sogar nur durch letzteren bestimmt ist. Die Scheidungshypothese ist ursprünglich von WILCKE[1]) aufgestellt worden, hat aber erst durch COULOMB[2]), POISSON[3]) und GAUSS[4]) ihre strenge Ausbildung erfahren. Ihr gegenüber steht die Drehungshypothese, welche von KIRWAN[5]) herrührt, aber erst durch OHM[6]) und namentlich durch W. WEBER[7]) ausgeführt worden ist, worauf sich ihr zahlreiche Physiker angeschlossen haben (s. u.). Nach ihr sind auch im unmagnetischen Zustande die Magnetismen beiderseits geschieden, die Molekeln also Magnete, die man sich wiederum als Polpaare denken kann. Aber während die Verbindungslinien der Pole, die von nun an als ihre Axen bezeichnet werden sollen, in einem unmagnetischen Körper die verschiedensten Richtungen haben (weshalb sie sich im Allgemeinen in ihren Wirkungen nach aussen gegenseitig aufheben, so dass der Körper unmagnetisch erscheint), sind sie in dem magnetischen Körper sämmtlich mehr oder weniger gleichgerichtet, der Akt des Magnetisirens besteht eben in der Gleichrichtung, und je vollständiger die Gleichrichtung ist, desto stärker magnetisch ist der Körper. Zahlreiche magnetische Erscheinungen lassen sowohl die eine wie die andere Vorstellung zu, es giebt aber eine Reihe von solchen, welche lehren, dass zwischen der Magnetisirung und der Lagerung der Molekeln ein gewisser, mannigfaltiger Zusammenhang besteht, wodurch die Drehungshypothese an Wahrscheinlichkeit gewinnt. In der That hat sie gegenwärtig die Scheidungshypothese so gut wie vollständig verdrängt.

Gesammter und freier Magnetismus. Wenn auch nach dem Vorhergehenden die Constitution eines Magneten eine recht verwickelte sein wird, so kann man sich doch in gewissen typischen Fällen leicht ein Bild von ihr machen und die Consequenzen daraus ziehen. Dabei wird man wesentlich unterstützt durch eine Annahme, die allerdings von der Wahrheit vermuthlich weit entfernt ist. Um nämlich die Wirkung, die der Magnet nach aussen hin ausübt, als von seinen einzelnenen Punkten ausgehend betrachten zu können, muss man annehmen, dass in diesen Punkten ein Ueberschuss von Magnetismus der einen über den Magnetismus der anderen Art, also verschieden starke Magnetismen positiver und negativer Art, vorhanden seien. Von den beiden Polen eines und desselben Polpaares kann dieser Ueberschuss nach dem obigen nicht herrühren, man nimmt also an, dass in jedem Punkte der positive Pol einer Molekel mit dem negativen einer benachbarten zusammenfällt, mit anderen Worten, man setzt den Abstand der einander zugewandten Enden zweier benachbarter molekularer Magnete unendlich klein selbst gegen ihre eigene Länge. Diese Annahme wird durch nichts gestützt, und doch ist sie für die folgenden Schlüsse insofern wesentlich, als man ganz andere Resultate erhält, wenn man das Verhältniss zwischen Länge und Abstand der Molekeln endlich oder gar erstere klein gegen letzteren wählt. Die Berechtigung dieser Vorstellung liegt also nur darin, dass sie besonders ein-

---

1) WILCKE, Vetensk. Akad. Afh. 1766.

2) COULOMB, Mém. s. l. magn. Mém. Ac. Paris 1789 ff.

3) POISSON, Mém. Ac. Paris 5. 1824.

4) GAUSS, Intensitas etc. — POGG. Ann. 28, pag. 241.

5) KIRWAN, Trans. Irish. Ac. 6, pag. 177. 1797. — GILB. Ann. 6, pag. 391.

6) OHM, Beiträge z. Molekular-Physik. Nürnberg 1840.

7) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen 3, pag. 557.

fach ist[1]). Den nach aussen sich geltend machenden, überschüssigen Magnetismus nennt man, im Gegensatz zum gesammten, freien Magnetismus.

Linearer Magnet. Vertheilung der Länge nach. Am einfachsten werden sich die Verhältnisse bei einem nur in einer Dimension ausgedehnten Magneten gestalten; man kann einen solchen als magnetischen Faden bezeichnen. Besteht dieser aus einer Reihe gleich starker Polpaare, so wird die Wirkung des inneren Poles des ersten Paares durch die Wirkung des benachbarten Poles des zweiten Paares u. s. w. aufgehoben werden, und es werden nur die Wirkungen der beiden äussersten Pole übrig bleiben. Eine solche Reihe von Polpaaren heisst ein gleichförmiger magnetischer Faden. Es ist nach dem Vorhergegangenen klar, dass ein wirklicher Magnet, auch abgesehen von seiner Ausdehnung der Quere nach, kein gleichförmiger Faden ist. Nächstdem kommt man auf den Gedanken, die Polstärke der Molekeln als von den Enden nach der Mitte zu abnehmend anzunehmen, da doch die Wirkung nach aussen, also der freie Magnetismus, sich so verhält. Indessen entnimmt man der Anschauung ohne weiteres, dass man alsdann auf derjenigen Seite des Fadens, nach welcher hin die Nordpole aller Molekeln gekehrt sind, zwar am Ende einen freien Nordpol, im übrigen aber lauter freien südlichen Magnetismus erhält und umgekehrt auf der anderen Hälfte des Fadens. Dagegen führt die entgegengesetzte Annahme zum Ziel, man muss also schliessen, dass die Polstärke der Molekeln oder allgemeiner gesagt, ihr magnetisches Moment (denn nach der Scheidungshypothese ist z. B. gerade ihr Polabstand eine veränderliche Grösse) von den Enden nach der Mitte hin zunimmt und dort ihr Maximum erreicht. Man kann sich auch aus der Anschauung leicht begreiflich machen, dass die Wirkung der Molekeln auf einander einen solchen Zustand zur Folge haben muss, auch wenn die Magnetisirung ursprünglich einen gleichförmigen Faden hergestellt hat, wobei sich das weitere Detail ergiebt, dass die Zunahme des Momentes von den Enden an anfänglich eine starke sein, allmählich aber immer schwächer werden muss. Dieser Gedanke ist dann von BIOT[2]), VAN REES[3]), GREEN[4]) und JAMIN[5]) in exacte methodische Form gebracht worden von zum Theil verschiedenartigen Ausgangspunkten aus und unter Anwendung eines sehr verschiedenen Gedankenganges, jedoch für den hier zunächst vorliegenden Zweck mit wesentlich gleichen Ergebnissen. Hiernach ist das, was man die »Dichte« des freien Magnetismus an einer bestimmten Stelle des Fadens nennen kann, wenn c ein echter Bruch ist:

$$\delta = a\,(c^{-x} - c^{+x}) \tag{24}$$

und das magnetische Moment daselbst

$$M = b_1 - b_2\,(c^{x} + c^{-x}), \tag{25}$$

wo a, b_1, b_2 hier nicht näher interessirende positive Constante sind (s. w. u.), x aber den Abstand der betreffenden Stelle von der Mitte des Fadens bedeutet. Die zweite Gleichung ist, wie es begreiflicher Weise sein muss, das Integral der ersten.

---

[1]) Es muss dies hervorgehoben werden, weil man in den bisherigen Lehrbüchern der Physik und des Magnetismus nichts davon erwähnt findet, vielmehr überall schlechthin die obige Annahme gemacht wird.

[2]) BIOT, Traité de physique, Paris 1816. Bd. 3, pag. 76.

[3]) VAN REES, POGG. Ann. 70, pag. 1. 1847; 74, pag. 213. 1848.

[4]) GREEN, An essay on the application of math. analysis to the theories of electr. a. magn. Nottingham 1828. — Abgedruckt in CRELLE's Journ. 39, pag. 13; 44, pag. 356; 47, pag. 161. Hier kommt insbesondere in Betracht 47, pag. 215.

[5]) Vergl. dessen Formeln bei MASCART u. JOUBERT, Lehrb. d. El. u. d. M. 1, pag. 371.

In experimenteller Weise ist die vorliegende Frage von vielen Seiten behandelt worden, zuerst und in einer für jetzt ausreichenden Weise (näheres im Art. Magn. Messungen) von COULOMB[1]), und zwar wieder durch Schwingungen einer kleinen Nadel, welche dicht an die verschiedenen Stellen eines vertikal aufgestellten, langen, dünnen Magneten herangebracht wurde. Wenn eine solche Nadel nicht nur gegenüber den Polen, sondern auch gegenüber anderen Stellen des Stabes eine von ihrer natürlichen verschiedene Schwingungsdauer zeigt, so folgt freilich daraus noch nicht, dass auch diese Stellen freien Magnetismus haben; denn der Einfluss der Pole könnte sich ja so weit erstrecken. Indessen sieht man doch ein, dass, wenn man die Nadel, wie es geschah, sehr nahe heranbringt, die Wirkung der Pole und insbesondere ihre Horizontalcomponente um die es sich hier handelt, schon bei einiger Entfernung der betreffenden Stellen sehr klein wird. Will man strenger zu Werke gehen, so kann man nach einer einfachen Formel berechnen, welche Wirkungen, also Schwingungszahlen, zu erwarten wären, wenn nur die Pole wirkten, und diese mit den beobachteten vergleichen, ein Verfahren, bei welchem man so schreiende Widersprüche findet, dass der Gegenbeweis geliefert ist. Dagegen führt die Anwendung der obigen theoretischen Vertheilungsformel für δ zu sehr befriedigender Uebereinstimmung mit den Versuchen. In der Fig. 126 (w. u.) sind durch die gestrichelten Linien (die ausgezogenen gehören nicht hierher) die Curven des freien und des gesammten Magnetismus zur Anschauung gebracht, die letztere ist eine umgekehrte Kettenlinie.

Es ist übrigens ausdrücklich darauf aufmerksam zu machen, dass nicht nothwendig jeder magnetische Faden die geschilderte Vertheilung des Magnetismus aufweisen muss. Es wird das vielmehr, wie die Theorie zeigt, nur dann der Fall sein, wenn man alle Theile des Stabes dem gleichen äusseren magnetisirenden Einfluss ausgesetzt hat, insbesondere wenn man den ganzen Stab so stark wie möglich magnetisirt hat, nicht aber, wenn man verschiedene Theile desselben verschieden oder verschieden stark oder überhaupt nur einige und andere gar nicht bearbeitet hat. Ein Ausgleich des Magnetismus findet ja in Folge seiner molekularen Natur nicht statt, und der Einfluss der Fernwirkung zwischen einzelnen Theilen ist im Allgemeinen viel zu gering, um auch nur einigermaassen Gleichförmigkeit erzielen zu können. In Folge dessen kann es sich sehr wohl in gewissen Fällen herausstellen, dass die Curve der Vertheilung eine nicht unwesentlich andere ist, und insbesondere, dass sie nicht symmetrisch nach beiden Seiten ist, der Punkt, in welchem der freie Magnetismus Null, der gesammte ein Maximum ist, also nicht in der Mitte des Stabes, sondern nach der einen Seite hin verschoben liegt, woraus dann ohne weiteres folgt, dass auch die beiden oben symmetrisch resp. umgekehrt symmetrisch gedachten Aeste der Curve ungleich ausfallen werden (s. auch »Magn. Messungen« und »Elektromagnetismus«).

Für einzelne Stücke der Curve kann man bei längeren Stäben den BIOT-schen Ausdruck vereinfachen und findet dann u. a., dass von der Mitte aus eine Strecke weit der freie Magnetismus ziemlich in arithmetischer Progression zunimmt, vom Ende aus dagegen eine Strecke weit etwa in geometrischer Progression abnimmt. Diese Gesetze kann man natürlich auch durch empirische Verschmelzungen zu einem einzigen vereinigen, wie DUB[2]) u. A. gethan haben,

[1]) COULOMB, Mém. Ac. Paris 1789, pag. 468. — GEHLER's Wörterbuch 6, pag. 789.

[2]) DUB, POGG. Ann. 106, pag. 83. 1859. — D. Elektromagnetismus. Berlin 1861, pag. 268 u. a. a. O.

kann dann aber nicht erwarten, dass eine ähnlich gute Uebereinstimmung stattfinde, wie bei der obigen, den theoretischen Verhältnissen entsprechenden. Endlich kann man durch Integration der Formeln für den freien resp. ganzen Magnetismus einer bestimmten Stelle des Fadens von 0 bis x oder von 0 bis $\pm l/2$ die Summe des auf einer bestimmten Strecke des Fadens oder auf dem ganzen Faden enthaltenen freien oder ganzen Magnetismus ableiten, worauf jedoch später zurückgekommen werden wird.

Magnetisches Moment und Pole eines Fadens. Die Vorstellung, wonach ein Magnetstab in der einen Hälfte aus lauter Nordpolen, in der anderen aus lauter Südpolen besteht, musste oben fallen gelassen werden. Man kann sie aber jetzt in modificirter Form wieder aufnehmen, indem man von den in jeder Molekel vereinigten entgegengesetzten Polen ganz absieht, nur die freien Magnetismen ins Auge fasst und diese für den Augenblick als Pole bezeichnet. Ein Faden besteht alsdann aus lauter Polen, deren erster ein starker Pol der einen Art ist, deren nächster schwächer, deren mittelster Null u. s. w. und deren letzter ein starker Pol der anderen Art ist. Nennt man m die Stärke eines dieser Pole und x wieder seinen Abstand von der Mitte, so kann man als magnetisches Moment jetzt die Grösse

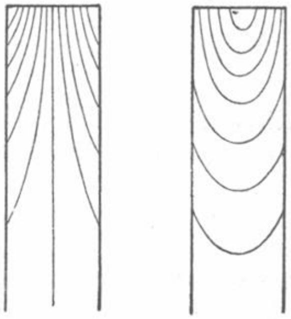
$$M = \sum mx = \int_{-l/2}^{+l/2} mx\,dx \tag{26}$$

betrachten, wo für m der Ausdruck (25) einzusetzen ist. Die betreffende Formel enthält natürlich im wesentlichen die Länge l des Fadens und wird ebenfalls später in allgemeinerer Weise betrachtet werden. Hier soll nur darauf hingewiesen werden, dass diese Grösse, gerade wie bei dem einfachen Polpaar, für die Wirkungen in grosse Ferne und aus grosser Ferne, aber auch nur für solche, die maassgebende Grösse wird. Für solche Wirkungen kann man dann noch einen weiteren Begriff einführen, nämlich die Schwerpunkte der als Massen betrachteten freien Magnetismen der beiden Hälften, also diejenigen Punkte, in welchen man sich die ganzen freien Magnetismen der beiden Hälften vereinigt denken muss, um dasselbe Moment zu erhalten. Diese Punkte nennt man die Pole des Magneten, und man sieht unmittelbar ein, dass sie nicht, wie bei dem einfachen Polpaar, an den Enden, sondern in einiger Entfernung von denselben liegen werden, eine Entfernung, die allerdings bei dem Magnetfaden nicht sehr erheblich sein wird, da gerade die den Enden nahen freien Pole sich durch grosse Polstärke auszeichnen. Näheres hierüber folgt im Art. »Magnetische Messungen«.

Vertheilung im Querschnitt. Magnetstäbe. Ein wirklicher Magnetstab ist kein einzelner Faden, sondern ein Bündel unendlich vieler solcher Fäden. In dem einfachsten, aber abstrakten Falle, dass die Fäden sämmtlich gleichförmig sind, wird auch der Magnetstab gleichförmig, und sein freier Magnetismus reducirt sich dann auf die beiden Endflächen. Bei den in der Wirklichkeit vorkommenden Magneten ist hingegen auch in jedem inneren Querschnitt freier Magnetismus anzunehmen, und zwar in einem Betrage, welcher sich nach den soeben betrachteten Gesetzen regelt.

Hierdurch wird indessen die Frage noch nicht erledigt, wie sich in einem und demselben Querschnitte die verschiedenen Punkte verhalten. Dass diese, dass also die einzelnen Fäden nicht gleich stark magnetisch sind, ergiebt schon die Beobachtung, dass, wenn man einen dicken Stab mit seiner Endfläche in Feilicht taucht und herauszieht, dies vorzugsweise am Rande haftet, nach innen zu weniger und in der Mitte der Endfläche so gut wie gar nicht. Die Ursache hiervon, oder vielmehr zwei solche Ursachen, liegen auf der Hand. Einmal sind die äusseren Fäden der Magnetisirungsursache in den meisten Fällen weit stärker ausgesetzt, und zweitens wird in den inneren Fäden in ganz ähnlicher Weise ein partieller Ausgleich des Magnetismus in Folge der Wirkung der umgebenden Fäden eintreten, wie bei Betrachtung eines Fadens in den mittleren Molekeln durch den Einfluss der den Enden näheren. Es erweist sich hier bereits die Allgemeinheit der Thatsache, dass magnetisirbares Material dadurch, dass es von ebensolchem umgeben ist, äusseren Einwirkungen unzugänglicher wird, dass die Umgebung als Schutzhülle wirkt. Aus der Abnahme des freien Magnetismus nach innen zu folgt auch hier natürlich wieder eine Zunahme des ganzen Magnetismus. Das Gesetz dieser Abnahme resp. Zunahme nach dem Innern des Querschnittes zu wird natürlich für verschiedene Formen desselben ein verschiedenes sein, unmittelbare Versuche hierüber scheinen aber nicht vorzuliegen.

Combinirt man jetzt die Vorstellungen von der Längs- und Quertheilung des Magnetismus, so sieht man, dass die Flächen, welche sämmtliche Punkte von gleichem freiem Magnetismus enthalten, schräg von Umfangstellen nach Stellen des Endquerschnittes verlaufen werden, etwa wie Fig. 119a im Längsschnitt veranschaulicht, und dass die Flächen gleichen ganzen Magnetismus, etwa wie in Fig. 119b sich gestalten werden.



a b

(F. 119.)

Schliesslich ist noch zu bemerken, dass die Pole hier ganz ebenso definirt sind, wie bei einfachen Fäden und dass sie bei der geringeren Concentration des Magnetismus der inneren Fäden nach den Enden zu desto weiter von den Enden entfernt liegen müssen, je dicker der Stab ist. Im Princip müssten sie ausserdem in der geometrischen Mittellinie liegen, wodurch ihre Lage alsdann vollständig bestimmt wäre. Thatsächlich ist dies meist nicht vollständig der Fall, sie liegen etwas zur Seite und ihre Verbindungslinie, die man jetzt allgemein als magnetische Axe bezeichnen kann, weicht in Folge dessen von der geometrischen Mittellinie des Stabes ein wenig ab.

Andere Formen von Magneten. Der Fall eines einfachen magnetischen Fadens, der bisher als geradlinig gedacht wurde, lässt sich natürlich für alle beliebigen Formen seiner Linie verallgemeinern, nur dass dann die Wechselwirkung der Theilchen unter einander und folglich auch die Vertheilung des Magnetismus eine andere werden wird. Man nennt einen beliebig geformten Faden, wenn er gleichförmig magnetisirt ist, nach W. Thomson[1]) auch ein magnetisches Solenoid, weil er, wie später ausgeführt werden wird, dieselben Wirkungen ausübt, wie ein elektrisches Solenoid, d. h. wie eine Reihe cylindrisch auf einander geschichteter Kreisströme. Die Pole eines Solenoids fallen mit seinen Enden zusammen; läuft das Solenoid in sich zurück, so hat es keine Pole und folglich übt es nach aussen keine magnetische Wirkung aus.

Ein Magnet, welcher aus lauter gleichförmigen Fäden besteht, die entweder in sich verlaufen oder in einer Oberfläche enden, hat nur an seiner Oberfläche

[1]) W. Thomson, Trans. Roy. Soc. 1849 u. 1850. — Ges. Abh. über El. u. Magn. Berlin 1890, pag. 366. — Vergl. auch Maxwell, Lehrb. d. El. u. Magn. 2, pag. 38.

freien Magnetismus, nämlich nur da, wo diejenigen Fäden, welche nicht im Inneren geschlossen verlaufen, enden. Ein solcher Magnet wird als solenoidaler Magnet bezeichnet. Als ein Beispiel sei ein abgestumpfter Kegel angeführt, welcher, nach der Axe magnetisirt, ausser auf den beiden Endflächen (wie der Cylinder) auch auf dem Mantel freien Magnetismus besitzt, weil hier Fäden endigen.

Ein gleichförmiger Faden heisst auch einfaches Solenoid. Im Gegensatz hierzu steht ein ungleichförmiger Faden, den man offenbar zusammengesetzt denken kann aus lauter gleichförmigen Fäden von verschiedener Länge; er wird daher complexes Solenoid genannt. Ein solches hat freien Magnetismus nicht nur an der Oberfläche, sondern auch im Innern.

Ein magnetischer Faden hat nur in der Richtung, in welcher die Theilchen polarisirt sind, Ausdehnung. In dieser Hinsicht bildet seinen Gegensatz eine andere abstrakte magnetische Form, die magnetische Schale, das magnetische Blatt oder die magnetische Lamelle[1]). Es ist eine irgendwie geformte dünne Platte, welche in jedem Punkte senkrecht zu ihrer Oberfläche magnetisirt ist, derart, dass man sich die Pole der einen Art in der einen Oberfläche, die anderen in der anderen gelegen denken kann. Eine geschlossene Schale hat zwar die gesammte eine Oberfläche zum Nordpol, die gesammte andere zum Südpol, sie hat aber, worauf später zurückgekommen werden wird, trotzdem ebenso wenig eine magnetische Wirkung, wie ein geschlossener Faden. Eine Schale kann entweder von constanter Dicke, d. h. alle ihre elementaren Magnete von gleicher Länge sein, oder diese kann variiren. Dasselbe gilt von der Polstärke der einzelnen Elemente. Das Produkt beider, also das magnetische Moment, heisst die Stärke der Schale. Ist diese für alle ihre Punkte constant, so heisst die Schale einfach; variirt sie, so kann man sich ähnlich wie beim Selenoid eine Uebereinanderlagerung verschieden weit übergreifender einfacher Schalen denken, und eine solche Schale heisst dann complex.

Lamellarer Magnet heisst in der Theorie ein solcher, welcher sich aus Schalen zusammensetzt, die entweder geschlossene oder in der Oberfläche des Magneten endigende Figuren bilden.

Bei einem beliebigen Magneten wird man nach dem Vorausgeschickten im Allgemeinen nur sagen können, dass er freien Magnetismus theils an der Oberfläche, theils im Inneren besitzt, und dass es, wenigstens theoretisch, Fälle geben kann, wo der letztere in Fortfall kommt; ein solcher Fall ist insbesondere der, in welchem alle Molekeln gleiche Axenrichtung und gleiche Polstärke haben. Auf das Moment, die Pole und die Axe eines beliebigen Magneten, soweit sie nicht von dem bei einem Faden Gesagten ohne weiteres hierher übertragen werden können, wird später eingegangen werden.

Wirkung der Magnete nach aussen.

Nachdem wir die Wirkung eines Poles und diejenige eines Polpaares kennen gelernt haben, vervollständigen wir die Reihe durch ihr wichtigstes Glied, indem wir die Wirkung von Magneten, wie sie in der Wirklichkeit vorkommen, betrachten. Dabei sehen wir ihre eigene magnetische Constitution als gegeben und unveränderlich an, eine Voraussetzung, die thatsächlich nur bei gewissen Magneten und unter gewissen Umständen erfüllt ist, während in den meisten Fällen gerade durch die Veränderlichkeit des eigenen Zustandes und dessen Rück-

[1]) W. Thomson, Ges. Abh. pag. 367. — Maxwell 2, pag. 41.

wirkung auf die Erscheinung eine grosse Komplikation hervorgerufen wird. Im Zusammenhange hiermit steht es, wenn fürs erste die Wirkung nur in Punkten des äusseren Raumes, nicht aber in Punkten der Eisenmasse selbst zur Untersuchung gelangt.

Wirkung einer magnetischen Molekel. Man kann die Wirkung von Magneten auf zwei ganz verschiedene Weisen rechnerisch verfolgen, indem man entweder jedes Volumentheilchen als einen einfachen Magneten betrachtet von bestimmtem Momente, oder indem man von dem gesammten Magnetismus ganz absieht und sich den Körper einfach mit freiem Magnetismus von variabler Dichte erfüllt denkt. Die erstere Methode ist offenbar die tiefer auf das Wesen der Sache eingehende, sie ist daher auch meist bevorzugt und namentlich von Sir W. THOMSON sehr vollständig und unter möglichst wenigen hypothetischen Voraussetzungen (wodurch sie sich u. A. von der älteren POISSON'schen Theorie unterscheidet) ausgearbeitet worden[1]). Das Volumenelement sei dv, die Polstärke des Polpaares, welches dieses Element darstellt, m, der Abstand seiner beiden Pole ds und folglich sein magnetisches Moment mds. Nennt man das auf die Volumeneinheit bezogene Moment die Stärke oder Intensität der Magnetisirung J, so hat man

$$J = \frac{mds}{dv} \tag{27}$$

und kann also statt mds auch $J\,dv$ schreiben. Die Grösse J hat nicht nur einen bestimmten Zahlenwerth, sondern auch eine bestimmte, durch die Axe bezeichnete Richtung; man kann die letztere durch die Richtungscosinus $\lambda\ \mu\ \nu$ mit den Axen eines rechtwinkligen Coordinatensystems charakterisiren. Dann werden die Grössen

$$A = J\lambda \qquad B = J\mu \qquad C = J\nu \tag{28}$$

die Componenten der Magnetisirung und ihre Resultante

$$J = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}. \tag{29}$$

Das Potential dV des Theilchens dv auf einen von den beiden Polen um r resp. r' entfernten Punkt P setzt sich aus den Potentialen der beiden Pole zusammen, es ist also

$$dV = m\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) = \frac{m}{rr'}(r' - r),$$

oder, da wegen der Kleinheit von ds, und wenn ε der Winkel zwischen r und ds ist, die Differenz $r' - r$ durch $ds\cos\varepsilon$, im Nenner aber r' geradezu durch r ersetzt werden darf:

$$dV = \frac{mds}{r^2}\cos\varepsilon = \frac{Idv}{r^2}\cos\varepsilon, \tag{30}$$

oder endlich, wenn xyz die Coordinaten des Theilchens, $\xi\eta\zeta$ diejenigen von P sind:

$$dV = \frac{dv}{r^3}\left[A(\xi - x) + B(\eta - y) + C(\zeta - z)\right], \tag{31}$$

womit offenbar der Ausdruck

$$dV = dv\left(A\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x} + B\frac{\partial\frac{1}{r}}{dy} + C\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\right) \tag{32}$$

identisch ist. Jede der Formeln (30) bis (32) hat für gewisse Zwecke ihre Vorzüge.

---

[1]) POISSON, Mém. Ac. Paris 5, pag. 248 u. 488. 1824. — POGG. Ann. 1 u. 3. — GREEN, An essay etc. — W. THOMSON, Ges. Abh. pag. 329. — BEER. Einl. i. d. Elektrostatik etc. Braunschw. 1865, pag. 118.

Wirkung eines ganzen Magneten. Oberflächlicher und innerer Magnetismus.

Durch Integration erhält man nun sofort für einen ganzen Magneten:

$$V=\iiint \frac{dx\,dy\,dz}{r^3}\,[A(\xi-x)+B(\eta-y)+C(\zeta-z)]$$

oder auch (33)

$$V=\iiint dx\,dy\,dz\left(A\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}+B\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}+C\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\right)$$

Indem man ferner jedes der drei Glieder nach der betreffenden Coordinate partiell differenzirt, erhält man die ausgeführten Integrale in der Form

$$V=\iint\frac{A}{r}\,dy\,dz+\iint\frac{B}{r}\,dz\,dx+\iint\frac{C}{r}\,dx\,dy,$$

welche man umgestalten kann, wenn man bedenkt, dass die Produkte $dy\,dz$ u. s. w. nichts anderes sind, als die Projektionen eines Oberflächenelementes ds auf die Axe, und folglich ausdrückbar sind als Produkte von ds in die Cosinus derjenigen Winkel, welche die nach aussen auf ds errichtete Normale mit den Coordinatenaxen bildet. Sind lmn diese Cosinus, so wird demgemäss:

$$V=\iint\frac{ds}{r}(Al+Bm+Cn)-\iiint\frac{dv}{r}\left(\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial y}+\frac{\partial C}{\partial z}\right),$$

und indem man die Symbole

$$\sigma=Al+Bm+Cn \tag{34}$$

$$\rho=-\left(\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial y}+\frac{\partial C}{\partial z}\right) \tag{35}$$

einführt, erhält man das Potential des Magneten in der übersichtlichen und anschaulichen Form

$$V=\iint\frac{\sigma\,ds}{r}+\iiint\frac{\rho\,dv}{r}. \tag{36}$$

Wie man sieht, setzt sich V aus zwei Theilen zusammen, einem Oberflächenintegral und einem Raumintegral, und jedes von beiden hat die Form eines Potentials der betreffenden Art, nur dass σ und ρ, formell die Flächen- resp. Raumdichte des das Potential hervorbringenden Agens, hier eine complicirtere Bedeutung haben, nämlich die durch die Gleichungen (34) und (35) definirte; d. h. σ ist die normal zur Oberfläche genommene Componente der an der betreffenden Stelle der Oberfläche vorhandenen Stärke der Magnetisirung, ρ lässt sich nicht in einfacher Weise interpretiren (MAXWELL[1]) bezeichnet es, auf Grund von Anschauungen, denen der Quaternionencalcül zu Grunde liegt, als Convergenz der Intensität der Magnetisirung nach dem betreffenden inneren Punkte hin). Zu ganz derselben Gleichung (36) wäre man natürlich, und zwar ohne jede Rechnung, auch gelangt, wenn man den anderen Weg eingeschlagen hätte, d. h. von den obigen Ergebnissen hinsichtlich der Vertheilung des freien Magnetismus ausgegangen wäre; σ würde alsdann einfach die Dichte des freien Magnetismus an der Oberfläche, ρ dieselbe für das Innere sein. Man sieht jetzt, in welcher Beziehung diese den freien Magnetismus charakterisirenden Grössen zu der den Gesammt-Magnetismus charakterisirenden Grösse J bezw. seinen

[1]) MAXWELL I, pag. 29.

Componenten ABC stehen. Endlich ist zu bemerken, dass für V im ganzen Raume die Gleichung

$$\Delta V = 0$$

gilt, worüber das Nähere im Artikel »Potentialtheorie« nachzusehen ist.

Bei einem gleichförmig magnetisirten Körper, d. h. bei einem Körper, in welchem J überall denselben Werth und dieselbe Richtung hat, wird $\rho = 0$, nach der einen Auffassung ohne Weiteres, weil hier im Innern freier Magnetismus nicht vorhanden ist, nach der anderen, weil wegen der Constanz von ABC die rechte Seite der Gleichung (35) verschwindet.

Der gefundene Satz von der Zerlegung des Magnetismus in einen oberflächlichen und einen inneren darf nicht mit einem von Gauss[1]) herrührenden Satze verwechselt werden, welchen man den Satz von der äquivalenten Massentransposition nennen kann und welcher aussagt, dass man anstatt einer beliebigen Massenvertheilung in dem von einer geschlossenen Fläche begrenzten Raume eine Massenvertheilung auf dieser Fläche substituiren kann, welche nach aussen dieselbe Wirkung ausübt, wie jene. Der Satz gilt für Massen jeder Art, wenn sie nur dem Grundgesetze der Fernwirkung gehorchen: sein Beweis wird am anschaulichsten für elektrische Massen in einem Leiter, den man sich mit der Erde verbunden denkt, es sei dieserhalb (ausser auf Gauss) auf Mascart[2]) verwiesen. Hier sei auf den besonders wichtigen Schluss aufmerksam gemacht, der sich aus dem Satze ziehen lässt, auf den Schluss, dass sich aus den äusseren Wirkungen die Vertheilung des Magnetismus nicht mit Eindeutigkeit ergiebt, dass dies vielmehr nur hinsichtlich der äquivalenten, aber fingirten Oberflächenbelegung der Fall ist.

In den oben charakterisirten Fällen, in welchen die innere Vertheilung, also das erste Glied der ersten (Poisson'schen) Darstellung (36) in Fortfall kommt, werden natürlich die Poisson'sche und die Gauss'sche Oberflächenvertheilung mit einander identisch.

Magnetisches Moment und magnetische Axe. Bei einem gleichförmigen Magneten werden ferner die Begriffe des magnetischen Momentes und der magnetischen Axe sehr einfache. Da nämlich ihre Molekeln gleich gerichtete Axen haben, ist diese Richtung natürlich auch die Axe des ganzen Körpers, und sein Moment ergiebt sich durch Summation aller molekularen Momente. In Formel kann man dies so ausdrücken

$$M = \int m\,ds = \int J\,dv = J\int dv = Jv, \tag{37}$$

d. h. das magnetische Moment eines gleichförmigen Magneten ist gleich dem Produkt seines Volumens in die Stärke der Magnetisirung. Es sei bemerkt, dass man das Potential in diesem Falle in einer der beiden einfachen Formen

$$V = J\int \frac{ds \cos\Theta}{r} = J\int \frac{ds_1}{r} \tag{38}$$

darstellen kann, wo Θ der Winkel ist, welchen die Normale des Flächenelementes ds mit der Richtung der Magnetisirung bildet und ds_1 die Projection von ds auf eine zur Richtung der Magnetisirung senkrechte Ebene.

Ist der Körper ungleichförmig magnetisirt, so hat natürlich, da die verschiedenen Molekeln verschiedene Axenrichtungen haben, der Begriff des Momentes

---

1) Gauss, Allg. Lehrsätze in Bez. a. d. im verkehrten Verh. des Quadrats der Entf. wirk. Anzieh. u. Abst. Kräfte. Ref. a. d. Beob. d. magn. Ver. 1839, pag. 1. — Abgedruckt in den Klassikern der exakten Wiss. Heft 2; insbesondere pag. 49.

2) Mascart u. Joubert, Lehrb. d. El. u. d. Magn. deutsch v. Levy, 1, pag. 287.

des Körpers keine Bedeutung schlechthin, man kann nur sein Moment in Bezug auf eine bestimmte Richtung nehmen. Man erhält es, wenn man die Componenten der Molekularmomente über den ganzen Körper addirt, also die Grössen $\int A\,dv$, $\int B\,dv$, $\int C\,dv$ bildet. Nennt man diese Grössen $\alpha\ \beta\ \gamma$, so wird folglich der Maximalwerth des Momentes des Körpers

$$M=\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2} \tag{39}$$

werden, und die Richtung, in welcher dies stattfindet, durch die Gleichungen

$$\cos(Mx)=\frac{\alpha}{M},\ \cos(My)=\frac{\beta}{M},\ \cos(Mz)=\frac{\gamma}{M} \tag{40}$$

bestimmt sein. Diese Grösse kann dann kurzweg als magnetisches Moment und diese Richtung als magnetische Axe des Momentes bezeichnet werden.

Die beiden speciellen Fälle. Potential eines Fadens. Das Potential eines gleichförmigen Fadens oder Solenoids auf einen Punkt, welcher von seinem positiven Ende um r_2, von seinem negativen um r_1 entfernt ist, ist

$$V=qJ\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right),$$

wo q der kleine Querschnitt des Fadens ist. Es sei übrigens bemerkt, dass nicht nothwendig wie in der bisherigen Definition angenommen, q und J constant sein müssen, es genügt, wenn ihr Produkt constant ist. Das Potential eines einfachen Fadens ist also nur von den Endpunkten, nicht von der Gestalt des Fadens abhängig, was nach dem Früheren klar ist, einer sogleich folgenden Analogie halber jedoch nochmals hervorzuheben ist.

Das Potential eines ungleichförmigen (complexen) Fadens setzt sich aus lauter Elementen von der Form

$$dV=\frac{m\,ds}{r^2}\cos\varepsilon=-\frac{m\,dr}{r^2}$$

zusammen, nimmt also durch partielle Integration die Gestalt an

$$V=\frac{m_2}{r_2}-\frac{m_1}{r_1}-\int_1^2\frac{dm}{ds}\frac{ds}{r}, \tag{41}$$

wo 1 und 2 die Endpunkte, m_1 und m_2 die diesen entsprechenden Magnetismen sind; das Potential ist also gleich dem eines gleichförmigen Fadens vermehrt um einen anderen Theil, welchen man, wenn man dm/ds, d. h. die Aenderung des Magnetismus von Punkt zu Punkt als Dichte auffasst, als ein Linienpotential des freien Magnetismus betrachten kann.

Potential einer Schale. Satz von Gauss. Das Potential einer einfachen Schale, d. h. einer Schale, in welcher die kleine Dicke und die Polstärke oder wenigstens ihr Produkt m für alle Punkte denselben Werth hat, setzt sich ebenfalls aus Elementen von der Form

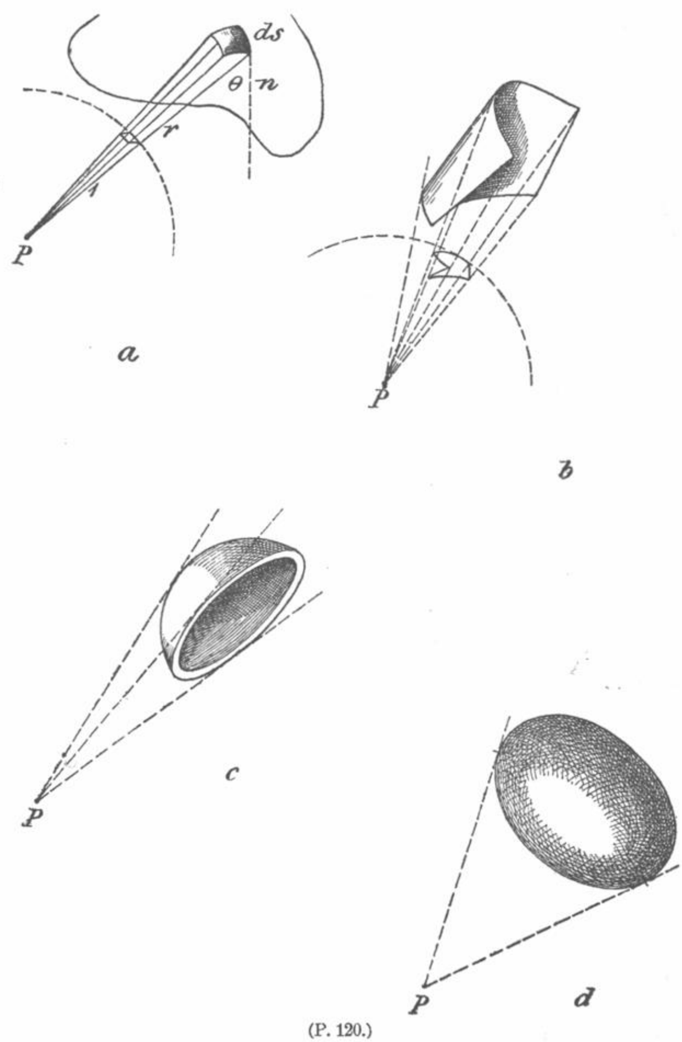
$$dV=\frac{m\,ds}{r^2}\cos\Theta \tag{42}$$

zusammen, wenn jetzt ds ein Oberflächenelement und Θ der Winkel zwischen der Normalen seiner positiven Seite und r ist; hierin ist aber der Faktor von m offenbar (Fig. 120a) die scheinbare Grösse ds, von P aus gesehen, d. h. die Fläche, welche von dem von P aus nach den Randpunkten von ds gezogenen Strahlenkegel aus einer mit dem Radius 1 um P geschlagenen Kugel ausgeschnitten wird; nennt man diese scheinbare Grösse df, so wird also $dV=m\,df$ oder, da m und J hier offenbar identisch sind, $dV=J\,df$ und somit, da bei der Constanz von J einfach summirt werden darf,

$$V=Jf, \tag{43}$$

ein Satz, welcher von GAUSS herrührt und in Worten lautet: Das Potential einer einfachen Schale auf einen äusseren (d. h. nicht der Schale selbst angehörigen) Punkt ist gleich dem Produkte ihrer magnetischen Stärke und ihrer scheinbaren Grösse von diesem Punkte aus. Jedoch ist hierbei das Vorzeichen des Potentials noch ausser Acht gelassen, die scheinbare Grösse ist nämlich dem Sinne nach eine stets positive Grösse, das Potential dagegen nach (42) positiv oder negativ, je nachdem der Winkel θ spitz oder stumpf ist, je nachdem man also von dem Punkte P die positive oder die negative Seite der Schale sieht.

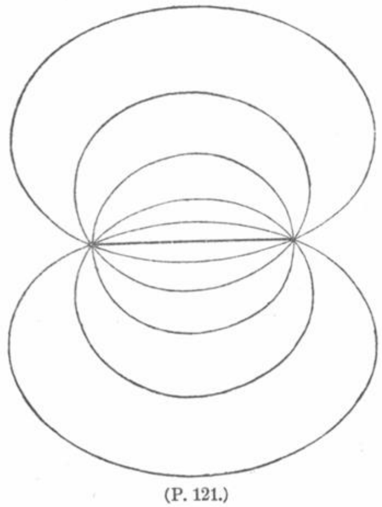
Der GAUSS'sche Satz führt ohne weiteres zu einigen wichtigen Schlüssen: 1) Das Potential und damit auch die Wirkung einer einfachen Schale nach aussen ist nur von der Gestalt ihres Randes, nicht aber von der ihrer Fläche abhängig, sie ist also für alle gleich stark magnetischen Schalen, welche dieselbe Contur haben, dieselbe. Dieser Satz ist das Analogon zu dem, wonach bei einem Faden ausschliesslich die Endpunkte in Betracht kommen. 2) Wenn sich von einem Punkte aus zwei Schalenstücke, von deren einem man die positive, von deren anderem man die negative Seite sieht (das Material durchsichtig vorgestellt) scheinbar decken, so heben sich ihre Wirkungen auf, und es bleibt nur die Wirkung des freien, dritten Stückes übrig (Fig. 120b). 3) Findet vollständige Deckung statt, so ist die Wirkung Null. 4) So ist z. B. die Wirkung einer gekrümmten Schale mit ebenem Rande Null für alle in dieser Ebene liegenden Punkte, dasselbe gilt natürlich auch für eine Schale, welche selbst eben ist (Fig. 120c). 5) Das Potential einer geschlossenen Schale (Fig. 120d) ist für alle Punkte des äusseren Raumes null, für alle Punkte des inneren Hohlraumes gleich $4\pi J$; die Kraft ist folglich sowohl im äusseren wie im



(P. 120.)

Hohlraume Null. 6) Man kann auch die geschlossene Schale als zwei zusammenstossende Schalen betrachten, die Magnetisirung der einen umkehren und erhält dann den Satz: Zwei gleich starke, in gleichem Sinne magnetisirte Schalen haben für alle ausserhalb liegenden Punkte dasselbe Potential, dagegen für alle zwischen ihnen liegenden zwei um $4\pi J$ verschiedene. 7) Ebenso ist das Potential einer einfachen Schale auf zwei Punkte, welche zu beiden Seiten der Schale, aber einander dicht gegenüber liegen, um $4\pi J$ unterschieden (vergl. hierüber und über die weiteren Beziehungen Art. Potentialtheorie, Abschn. IV.)

Was das Feld einer Schale betrifft, so gestaltet es sich am einfachsten, wenn sie lineare Form hat, also aus zwei entgegengesetzt magnetischen, sich der Länge nach berührenden geraden Linien besteht. Die Niveaulinien sind dann nämlich, wegen der bekannten Eigenschaft der Gleichheit der Peripheriewinkel, Kreise. Bei einer eigentlichen, d. h. flächenhaften, z. B. kreisförmigen Schale, trifft dies nicht mehr zu, die Niveaulinien, d. h. die Orte gleichen Gesichtswinkels, weichen hier von den Kreisen stark ab, sie sind (Fig. 121, worin die gerade Linie der Schale von der Seite gesehen ist) erheblich in die Breite gezogen. Man vergleiche diesen Fall mit dem umgekehrt analogen zweier entgegengesetzter Punkte (pag. 25 und Fig. 117).



(P. 121.)

Aus einfachen Fäden können nun fadenförmige (solenoidale) und aus einfachen Schalen schalenförmige (lamellare) Magnete zusammengesetzt werden. Das Potential jener ist durch das erste Glied von (36) bestimmt, und es besteht hier die charakteristische Beziehung

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0. \tag{44}$$

Die charakteristischen Gleichungen der lamellaren Magnete andererseits sind

$$\frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial C}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \tag{45}$$

die Grössen ABC besitzen also ein Potential, eine Grösse, welche mit dem magnetischen Potential nichts zu thun hat und Magnetisirungspotential genannt werden kann. Nennt man es Φ, so wird das Potential des lamellaren Magneten auf einen äusseren Punkt:

$$V = \iint \Phi \, \frac{1}{r^2} \cos \Theta \, ds, \tag{46}$$

eine Formel, welche sich von der durch Integration von (42) entstehenden nur durch das Auftreten von Φ statt m unterscheidet. Die charakteristische Gleichung eines complex lamellaren Magneten endlich lautet

$$A\left(\frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial C}{\partial y}\right) + B\left(\frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial z}\right) + C\left(\frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial x}\right) = 0. \tag{47}$$

Auf die weiteren Betrachtungen, welche sich im Anschluss hieran über die verschiedenen Typen der Magnete anstellen lassen, kann hier leider nicht eingegangen werden. Auch auf die Analogie der verschiedenen magnetischen Zustände mit elektrischen kann nur hingewiesen und beispielweise angeführt werden, dass ein solenoidaler Magnet mit einem im elektrischen Gleichgewicht befindlichen Leiter in Parallele zu stellen ist — bei beiden ist das wirksame Agens auf die Oberfläche beschränkt.

Potential zweier Magnete aufeinander. Bisher ist immer nur die Wirkung irgend eines magnetischen Gebildes auf einen Punkt, d. h. auf einen einzelnen Pol mit der Polstärke 1 betrachtet worden. Es ist nun erforderlich, hiervon überzugehen auf die Wirkung, welche ein Magnet auf einen ganzen Magneten ausübt, und diese findet ihren einfachsten Ausdruck in der Grösse, welche man als Potential des ersten Magneten auf den zweiten, als das Potential zwischen beiden Magneten oder als potentielle Energie des einen Magneten in dem vom anderen erzeugten Felde bezeichnen kann. Diese Grösse, welche physikalisch gefasst nichts anderes ist, als die Arbeit, welche der eine von den beiden Magneten leisten kann, wenn man ihn aus dem Felde des anderen entfernt, ergiebt sich, wenn jetzt m, σ, ρ auf den ersteren (also den, auf den die Wirkung untersucht wird), V dagegen auf den zweiten (wirkenden) Magneten Bezug hat, als

$$W = \sum m V = \int V\sigma ds + \int V\rho dv \tag{48a}$$

oder auch, wenn XYZ die Componenten der Kraft des Feldes sind,

$$\begin{aligned} W &= -\int (AX + BY + CZ) dv \\ &= -\int J(\lambda X + \mu Y + \nu Z) dv. \end{aligned} \tag{48b}$$

Ist das Feld gleichförmig, so kann man das Moment M des beeinflussten Magneten einführen und erhält in leicht ersichtlicher Weise

$$W = -MK \cos\delta, \tag{48c}$$

wo K die Kraft des Feldes und δ der Winkel zwischen der Axe des Magneten und der Richtung der Kraftlinien im Felde ist. Hieraus ersieht man, dass der Magnet im stabilen oder labilen Gleichgewicht ist, je nachdem seine Magnetisirung mit der des Feldes zusammenfällt oder ihr entgegengesetzt ist.

Ist der beeinflusste Magnet eine Schale, so kann man die Zahl der durch sie hindurchgehenden Kraftlinien L einführen und erhält dann die leicht in Worten zu verallgemeinernde Gleichung:

$$W = -JL. \tag{48d}$$

Man erhält ferner den Satz: Die Wirkung eines magnetischen Feldes auf eine einfache Schale hängt nur von ihrem Rande ab, und zwar ist die Wirkung auf ein Element des Randes dem Produkt der magnetischen Stärke der Schale, der Kraft des Feldes, der Länge des Elementes und dem Sinus des Winkels zwischen diesen beiden Richtungen proportional.

Für zwei Schalen, die auf einander einwirken, erhält man, wenn ds und ds' zwei Randelemente sind und r ihre Entfernung bedeutet

$$W = -4JJ' \iint \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \cdot \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} ds ds' \tag{49a}$$

oder, wenn ε der Winkel zwischen den beiden Randelementen ist

$$W = JJ' \iint \frac{\cos\varepsilon}{r} ds ds'. \tag{49b}$$

Diese Formeln, welche von F. Neumann herrühren, stehen in einer bemerkenswerthen Analogie zu den entsprechenden elektrodynamischen Formeln, von welchen später die Rede sein wird.

Ableitung des magnetischen Potentials gleichförmiger Magnete aus dem Newton'schen Potential. Wendet man auf einen gleichförmig magnetisirten Körper die zweite der Gleichungen (33) an und wählt die x-Axe als Axe der Magnetisirung, so wird

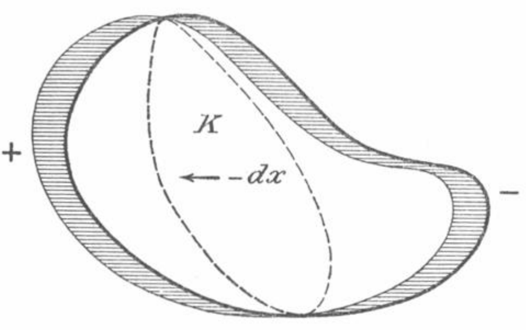
$$V = J \int \frac{\partial \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} dx.$$

Nun ist $-1/r$ das Potential, welches überall da auftritt, wo die wirkenden Massen gleich 1 sind und die Kraft dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional ist (z. B. auch bei der Wirkung zweier Magnetpole auf einander, s. o.) und welches man NEWTON'sches oder Gravitationspotential nennen kann. Bezeichnet man es mit P, so erhält man also

$$V = J \frac{\partial P}{\partial x}, \tag{50}$$

in Worten: *Das Potential eines gleichförmigen Magneten ist gleich dem negativen Produkte der Stärke seiner Magnetisirung und des nach der Magnetisirungsrichtung genommenen Differentialquotienten des NEWTON'schen Potentials des mit Masse von der Dichte 1 erfüllt gedachten Magneten.* Der Zusammenhang dieser Definition mit der früheren ist leicht vorzustellen.

Dieses Ergebniss zusammengehalten mit dem früheren, wonach bei einem gleichförmigen Magneten wirksamer Magnetismus nur an der Oberfläche sich befindet, führt zu einer *sehr anschaulichen Vorstellung dieser Oberflächenschicht.* Denkt man sich nämlich den auf den Punkt p wirkenden Körper K in der der Magnetisirungsrichtung entgegengesetzten Richtung um dx verschoben, was offenbar auf dasselbe hinauskommt, als ob man unter Festhaltung des Körpers den Punkt p um dx verschöbe, so wird von dem NEWTON'schen Potential der von dem rechten schraffirten Stück herrührende Theil wegfallen und dafür der von dem linken schraffirten Theil herrührende neu hinzukommen, die Differenz dieser beiden Theilpotentiale oder, wenn man sie sich mit Masse von entgegengesetztem Vorzeichen erfüllt denkt, die Summe dieser Theilpotentiale ist also gerade $\partial P/\partial x$; diese beiden Stücke bilden also jene Oberflächenschicht, in welcher man sich den freien Magnetismus zu denken hat. Man sieht jetzt, dass die Dicke dieser Schicht im gewöhnlichen Sinne des Wortes sehr verschieden an verschiedenen Stellen ist, dagegen überall dieselbe, wenn man sie überall in der Magnetisirungsrichtung nimmt; man sieht ferner, dass die Oberflächenschicht in dem einen Theile mit positivem, im anderen mit negativem Magnetismus erfüllt ist, und dass diese beiden Theile getrennt sind durch diejenige auf der Oberfläche gezogene Linie, in welcher die Magnetisirungsrichtung die Oberfläche tangirt.



(P. 122.)

Beispiele gleichförmiger Magnetisirung. Es können hier nur einige wenige Endformeln Platz finden. Für eine *Kugel* vom Volumen K wird

$$V = JK \frac{x}{r^3}. \tag{51}$$

Dass das magnetische Potential einer solchen Kugel identisch ist mit dem eines Molekularmagneten in ihrem Mittelpunkte, der das gleiche Moment hat, war zu erwarten, da dieser Satz auch vom NEWTON'schen Potential gilt. — Für eine Hohlkugel erhält man dasselbe V wie oben im äusseren Raume, im Hohlraume dagegen ist $P = const$, also $Q = 0$. —

Für einen unbegrenzten transversal magnetisirten Kreiscylinder vom Radius a wird:

$$V = J \cdot 2\pi a^2 \cdot \frac{x}{r^2}, \tag{52}$$

endlich für das Potential einer gleichförmigen, von einer Kreislinie vom Radius a begrenzten Schale auf einen Punkt, der auf der im Mittelpunkte der Kreisebene errichteten Senkrechten um x entfernt und von dieser Linie seitwärts um ρ entfernt ist (zur Abkürzung ist $\sqrt{a^2 + x^2} = u$ gesetzt):

$$V = 2\pi J \left[1 - \frac{x}{u}\left[1 - \frac{3}{2^2}\frac{a^2}{u^2}\left(\frac{\rho}{u}\right)^2 - \frac{3 \cdot 5}{(2 \cdot 4)^2}\frac{7x^2a^2 - 3a^2u^2}{u^4}\left(\frac{\rho}{u}\right)^4 + \dots\right]\right], \tag{53}$$

eine Reihe, welche stets convergirt, falls $\rho < u$ ist, und welche für Punkte auf jener Senkrechten selbst

$$V = 2\pi J\left(1 - \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}\right)$$

liefert[1]).

An diese Formel sei eine ähnliche angeschlossen, welche in dem für die Herstellung starker Felder wichtigen Falle zweier einander im Abstande $2a$ gegenüberstehender kreisförmiger Polflächen entgegengesetzter Natur gilt. Nach STEFAN[2]) ist dann in dem Punkte in der Mitte zwischen den Polflächen (Radius derselben r) die Kraft

$$H = 4\pi J\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}\right),$$

und wenn a klein gegen r, einfach $H = 4\pi J$. Dabei ist angenommen, dass die Polflächen die Enden cylindrischer, gleichförmiger Magnete sind. Für abgestumpfte Kegel wird H unter Umständen noch etwas grösser, im günstigsten Falle $H = 1{\cdot}442 \cdot 4\pi J$.

Mitwirkung des Erdmagnetismus. Wie sich ein drehbarer Magnet unter dem gleichzeitigen Einflusse eines festen Magneten und des Erdmagnetismus einstellt, ist bereits oben (pag. 13) untersucht worden, jedoch nur für den Fall zweier idealer Magnete (Polpaare). Handelt es sich dagegen um wirkliche Magnete und berücksichtigt man überdies die meist noch in nicht zu vernachlässigender Höhe mitwirkende Torsion des Fadens, an welchem der drehbare Magnet aufgehängt ist, so wird die Rechnung natürlich viel complicirter, und man muss sie, um übersichtliche Formeln zu erhalten, in zweckentsprechender Weise specialisiren. Eine solche Berechnung ist von GAUSS[3]) ausgeführt worden, und zwar unter Zugrundelegung der freien Magnetismen E und e der Theilchen der beiden Magnete; die hier benutzte Bezeichnungs- und Darstellungsweise rührt von RIECKE[4]) her. Der Winkel u, welchen die Nadel (d. h. der drehbare Magnet) in ihrer schliesslichen Stellung mit dem magnetischen Meridian bildet, ist dann bestimmt durch die Gleichung

1) MASCART u. JOUBERT, Lehrb. d. El. u. d. Magn. 1, pag. 329.

2) STEFAN, WIED. Ann. 38, pag. 440. 1889.

3) GAUSS, Intens. vis magn. etc.

4) RIECKE, WIED. Ann. 8, pag. 299. 1879.

$$\frac{-\partial}{\partial u}\Sigma\frac{Ee}{r} - Hm\sin u + \theta(N-u) = 0, \tag{54}$$

wo H die horizontale Intensität des Erdmagnetismus, m das magnetische Moment der Nadel, θ der Torsionscoëfficient und N der Winkel ist, welchen die Nadel bei Torsionsfreiheit des Fadens mit dem Meridian bilden würde. Auch hier tritt natürlich bei der Entwickelung das Verhältniss der Dimensionen der Magnete zu ihrer Entfernung auf, ein Verhältniss, dessen vierte Potenz vernachlässigt werden mag. Im Allgemeinen wird ferner der magnetische Mittelpunkt des wirklichen Magneten mit seinem geometrischen Mittelpunkt nicht zusammenfallen, sondern in der Axenrichtung um α, in der darauf senkrechten um β von ihm abweichen; dies sind also seine Coordinaten, während allgemein die Coordinaten eines Punktes des Magneten ABC, eines Punktes der Nadel abc seien, von je ihren geometrischen Mittelpunkten gerechnet. Endlich sei bemerkt, dass man aus gewissen Gründen (s. Art. Magnetische Messungen) den Winkel u nicht einmal, sondern aus zwei Beobachtungen bei entgegengesetzten Lagen des festen Magneten bestimmt denken muss. Alsdann erhält man für die beiden Hauptlagen (fester Magnet west- oder ostwärts in der Längslage resp. nord- oder südwärts in der Querlage) die Gleichungen

$$\frac{H}{M}\left(1+\frac{\theta}{mH}\right)R^3 tg\, u = \begin{cases} 2 + \dfrac{1}{R^2}\dfrac{f_1}{Mm} \\ 1 - \dfrac{1}{R^2}\dfrac{f_2}{Mm} \end{cases}, \tag{55}$$

wo M das Moment des wirkenden Magneten, R der Abstand der Mittelpunkte und f_1 und f_2 folgende Constanten sind

$$\begin{aligned} f_1 = {} & 4m(\Sigma EA^3 - \tfrac{3}{2}\Sigma EAB^2 - \tfrac{3}{2}\Sigma EAC^2) \\ & - 6M(\Sigma ea^3 - 4\Sigma eab^2 + \Sigma eac^2) \\ & - 6(\alpha^2 - 2\beta^2) \\ f_2 = {} & \tfrac{3}{2}m(\Sigma EA^3 - 4\Sigma EAB^2 + \Sigma EAC^2) \\ & - 6M\left[\Sigma eae^3 - \frac{3}{2}\Sigma eab^2 - \frac{3}{2}\Sigma eac^2 + \frac{15}{2}M(\Sigma eab^2 - \Sigma eac^2)\right] \\ & - 6(\alpha^2 - \tfrac{3}{4}\beta^2). \end{aligned} \tag{56}$$

Diese Gleichungen sind natürlich den empirischen von GAUSS aus seinen Beobachtungen berechneten auf pag. 13 angegebenen formell analog, aber die Ausdrücke für f_1 und f_2 gehen eben auf die Constitution der beiden Magnete zurück. Wenn der magnetische Mittelpunkt mit dem geometrischen zusammenfällt, fallen die Glieder mit α und β fort.

Gewöhnliche und äquivalente Pole. Die Definition der Pole eines Magneten als Schwerpunkte des freien nördlichen und südlichen Magnetismus (s. o. pag. 32) ergiebt ohne weiteres, dass ihre Bedeutung beschränkt ist auf Fälle, in denen nur Parallelkräfte auftreten, d. h. auf die Wirkung des Magneten in die Ferne oder seine Beeinflussung aus grosser Ferne. Das aus den Polen construirte Polpaar stellt eben einen einfachen Magneten dar, welcher dasselbe magnetische Moment wie der gegebene hat, und bei Fernwirkung kommt es allein auf dieses Moment an. Aber gerade dieser letztere Umstand drückt die Wichtigkeit der Pole sehr herab; denn ihre Lage an und für sich, also namentlich ihr Abstand von einander, ist für die Wirkungen in die Ferne nicht maassgebend, man könnte sie geradezu durch irgend zwei andere Punkte ersetzen, wenn man nur ihre Stärke entsprechend veränderte. Ihre Bedeutung beschränkt sich daher lediglich auf die Constitution des Magneten selbst, indem sie von der Vertheilung des Magnetismus in demselben ein, wenn auch nicht vollständiges, so doch charakteristisches Bild geben. Für die Wirkung eines Magneten nach aussen gewinnen die Pole nur dann Bedeutung, wenn diese Wirkung auf Punkte in Betracht gezogen wird, welche so nahe liegen, dass die höheren Glieder der Entwickelung und damit der Polabstand selbst in Betracht kommen; aber dann handelt es sich gar nicht mehr um parallele Kräfte, und die bisher definirten Pole haben keine Bedeutung mehr. An ihre Stelle sind vielmehr jetzt andere Punkte zu setzen, und zwar für jeden Punkt, auf welchen die Wirkung des Magneten betrachtet wird, oder von welchem aus eine Wirkung auf den Magneten stattfindet, ein anderes Punktepaar, mit anderen Worten, der Sitz, resp. Angriffspunkt der Kraft ist ein von Ort zu Ort variabler. Man kann diese Pole mit RIECKE als äquivalente Pole bezeichnen. Ein Polpaar, das aus ihnen gebildet ist, hat die doppelte Eigenschaft, erstens dasselbe Moment wie der gegebene Magnet (also dieselbe Wirkung in die Ferne und Beeinflussung aus der Ferne) zu haben und zweitens dieselbe Wirkung in der Nähe auszuüben und aus der Nähe zu erfahren, wie der gegebene; die erstere Eigenschaft ist natürlich eigentlich nur ein specieller Fall der letzteren; die gewöhnlichen Pole besitzen aber eben nur die specielle Eigenschaft, oder wenigstens nur diese streng, die andere nur mehr oder weniger angenähert, und zwar desto weniger, je näher der Wirkungspunkt an die Oberfläche des Magneten heranrückt.

Die Bestimmung der äquivalenten Pole im Allgemeinen und in besonderen Fällen, welche zeigen, dass in der That die äquivalenten Pole oft beträchtlich entfernt von den gewöhnlichen liegen, hat RIECKE[1]) durchgeführt; es können hier nur einige der Resultate kurz angeführt werden. Entwickelt man in derselben Weise, in welcher man zu den Formeln (55) gelangt ist, die Formeln für die Ablenkung eines idealen Polpaares unter Einfluss eines festen Polpaares und des Erdmagnetismus (mit anderen Worten, vervollständigt man die Formeln (19a) u. s. w. durch Hinzufügung eines zweiten Annäherungsgliedes), so erhält man Ausdrücke, die sich von (55) nur dadurch unterscheiden, dass an die Stelle von f_1/Mm die Grösse $4L^2 - 6l^2$ und an die Stelle von f_2/Mm die Grösse $\frac{3}{2}L^2 - 6l^2$ tritt, wenn L und l die halben Polabstände in den beiden Polpaaren sind. Beachtet man nun die Werthe von f_1 und f_2 (Gleichung 56), so erhält man folgenden Satz: Für alle Verschiebungen der Nadel längs eines und desselben, vom Mittelpunkt des Magneten (oder eventuell von einem anderen Punkte) gezogenen Radiusvektors kann der Magnet durch ein und dasselbe Polpaar ersetzt werden, dagegen ändert sich die Lage der äquivalenten Pole mit der Richtung des Radiusvektors. Das Quadrat des halben Abstandes der äquivalenten Pole ist für die beiden Hauptlagen:

$$L^2 = \begin{cases} \frac{1}{M}\left(\Sigma EA^3 - \frac{3}{2}\Sigma EAB^2 - \frac{3}{2}\Sigma EAC^2\right) - 6(\alpha^2 - 2\beta^2) \\ \frac{1}{M}\left(\Sigma EA^3 - 4\Sigma EAB^2 + \Sigma EAC^2\right) - 6\left(\alpha^2 - \frac{3}{4}\beta^2\right). \end{cases} \qquad (57)$$

Für alle Punkte aller Radienvektoren treten dieselben äquivalenten Pole in dem speciellen Falle ein, wenn $\Sigma EAB^2 = \Sigma EAC^2$ ist, also z. B. für einen Rotationskörper. Man kann, um ein Bild aus der Optik zu gebrauchen, in dem letzteren Specialfalle etwa von einem »scharfen Bilde«, im allgemeinen Falle von einem durch die verschiedenen Lagen eines Poles bei verschiedener Lage der Nadel gebildeten »Zerstreuungskreise« sprechen.

Specielle Fälle. Für einen Faden tritt der Unterschied der beiden Punkt-

[1]) RIECKE, POGG. Ann. 149, pag. 62. 1873. — WIED. Ann. 8, pag. 299. 1879.

paare in sehr einfacher Weise hervor; es ist nämlich der Abstand $2L_0$ der gewöhnlichen Pole resp. der Abstand $2L$ der äquivalenten Pole bestimmt durch

$$L_0 = \frac{\Sigma E A}{\Sigma E} \qquad L^2 = \frac{\Sigma E A^3}{\Sigma E A}. \tag{58}$$

Beispielsweise wird unter Annahme der bei dünnen Stäben experimentell gefundenen Kettenlinien-Vertheilung des ganzen Magnetismus (pag. 33) in Bruchtheilen der halben Länge des Fadens

$$L_0 = 0{\cdot}717 \qquad L = 0{\cdot}825 \tag{58a}$$

also sehr verschieden. Im Art. »Magnetische Messungen« wird hierauf noch zurückgekommen werden. Bei einem gleichförmig nach der Axe x magnetisirten Ellipsoid wird $L_0 = 2/3x$, dagegen L^2:

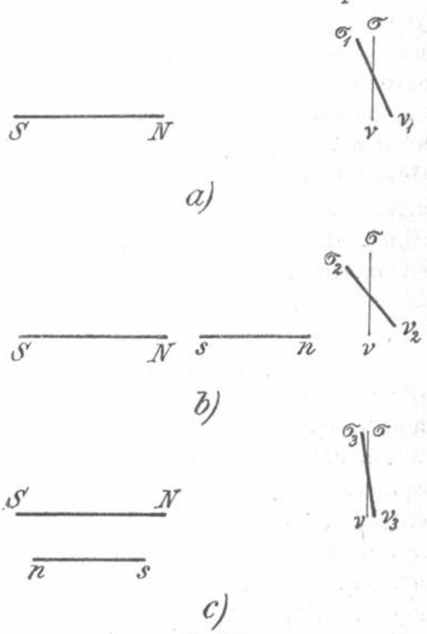
$$\begin{aligned} &\text{erste Hauptlage:} \quad L^2 = \frac{3}{5}\left(x^2 - \frac{y^2+z^2}{2}\right) \\ &\text{zweite Hauptlage:} \quad L^2 = \frac{3}{5}\left(x^2 - \frac{4y^2-z^2}{3}\right) \end{aligned} \tag{58b}$$

und insbesondere für ein Rotationsellipsoid $L^2 = 3/5(x^2 - y^2)$, also z. B. für die Kugel $L = 0$, für ein sehr längliches Rotationsellipsoid $L = 0{\cdot}77x$ und nur für ein bestimmtes, nämlich das vom Axenverhältniss $(y:x) = 0{\cdot}509$ in Uebereinstimmung mit den gewöhnlichen Polen $L = \frac{2}{3}x$. Schliesslich sei bemerkt, dass die äquivalenten Pole unter Umständen imaginär werden, und zwar entweder in Folge der Form des Magneten (z. B. abgeplattetes Rotationsellipsoid, nach der kurzen Axe magnetisirt) oder in Folge eigenthümlicher Vertheilung des Magnetismus oder endlich in Folge starker Abweichung des magnetischen vom geometrischen Mittelpunkte. Die Berechnung der Nahewirkung ist in diesen Fällen genau wie sonst möglich, aber die äquivalenten Pole sind dann nicht mehr Repräsentanten derselben.

Besondere magnetische Erscheinungen.

Im Laufe der Zeit ist bei den Untersuchungen über Magnetismus eine grosse Anzahl von Erscheinungen zu Tage getreten, welche anfangs eine mehr oder weniger nebensächliche Rolle spielten und vielfach fast unbeachtet blieben, von denen sich aber herausgestellt hat, dass sie grossentheils von fundamentaler Bedeutung einerseits für die Theorie des Magnetismus, andererseits für die Praxis seiner Anwendung sind, und die daher gerade in der neueren und neuesten Zeit mit grosser Vorliebe und eingehend studirt worden sind, zum Theil unter Hinzufügung neuer Einzelheiten. Diesen Erscheinungen wird in späteren Artikeln näher getreten werden; hier handelt es sich nur darum, sie kurz aufzuführen und dadurch eine übersichtliche Grundlage zu gewinnen.

Magnetische Induction. Die Wirkungen eines Magneten einerseits auf einen anderen Magneten und andererseits auf ein unmagnetisches Stück Eisen stehen scheinbar in einem grellen Gegensatz, insofern die erstere Wirkung in ganz bestimmten Fällen eine Anziehung, in ganz bestimmten eine Abstossung, letztere Wirkung hingegen stets eine Anziehung ist. Die beiden Wirkungen müssen aber doch wiederum im Wesentlichen dieselben sein; denn unter gleichen wirkenden Umständen und bei geeigneten Vorsichtsmaassregeln erhält man dasselbe Bild eines magnetischen Feldes, ob man sich nun zu seiner Darstellung einer Magnetnadel bedient, welche man nach einander an alle Stellen des Feldes bringt, oder ob man unmagnetische Eisenspähne darauf streut und deren Anordnung feststellt. Diese Widersprüche klären sich in sehr einfacher Weise auf, wenn man erwägt, dass ein unmagnetischer Körper streng genommen nicht unmagnetisch, sondern nur latent magnetisch ist, indem die beiden Magnetismen in seinen Theilchen entweder nicht gesondert oder die Axen der Molekularmagnete nicht gerichtet sind. Die primäre Wirkung des Nordpoles eines Magneten auf einen Eisenkörper wird also die sein, dass er die Südpole seiner Theilchen anzieht, die Nordpole abstösst, die Molekularmagnete in diesem Sinne dreht (richtet), den Eisenkörper also zu einem Magneten macht. Dadurch bewirkt er aber, dass ihm die Südpole durchschnittlich näher als die Nordpole kommen, seine anziehende Wirkung auf die ersteren wird also seine abstossende Wirkung auf die letzteren überwiegen, und es ergiebt sich als secundäre Wirkung des Magneten auf das Eisenstück, dass er es anzieht, und zwar unter allen Umständen anzieht; eine Abstossung kann niemals resultiren. Wird also ein Körper von einem Magneten abgestossen, so ist das ein sicheres Zeichen dafür, dass er schon vor der Annäherung an den Magneten selbst ein Magnet war, und zwar ein solcher, dessen angenäherter Pol mit dem Pole, welchem er angenähert wurde, gleichartig war. Auch wird jetzt verständlich, dass das bis zur Berührung angezogene Eisenstück nicht, wie es bei der elektrischen Anziehung der Fall ist, wieder abgestossen wird, sondern in Berührung mit dem Magneten verweilt. Man bezeichnet das Magnetischwerden eines Körpers unter Einwirkung eines Magneten als magnetische Induction (oder auch Influenz) in ihm. Die Thatsache der magnetischen Induction, d. h. die Erscheinung, dass jeder Eisenkörper im magnetischen Felde selbst ein Magnet wird, lässt sich in überaus mannigfaltiger Weise veranschaulichen. Ein Eisenstab z. B., welcher an einem Magneten,



(P. 123)

von diesem angezogen, hängt, erlangt dadurch die Fähigkeit, selbst wiederum ein zweites Eisenstäbchen zu tragen, und das geht in der Weise fort, dass man ganze Ketten bilden kann, von welchen nur das erste Glied von vornherein ein Magnet gewesen zu sein braucht. Dieselbe Erscheinung bietet sich bei dem schon wiederholt herbeigezogenen Experimente dar, bei welchem ein Magnet in Eisenspähne getaucht und wieder herausgezogen wird; die Eisenspähne haften nicht bloss am Magneten, sondern auch aneinander. Bringt man zwei Magnete mit ihren gleichnamigen Polen, an denen Feilspähne haften, nahe an einander, so sind es auch gleichnamige Pole der Feilspähne, welche einander am nächsten kommen, die letzteren stellen sich daher möglichst quer; bei Annäherung ungleichnamiger Pole dagegen stellen sie sich möglichst in Richtung auf einander ein. Natürlich wirken durch Induction magnetisch gewordene Körper ablenkend auf Nadeln. Bringt man z. B. in die Nähe des einen Poles ν einer Nadel $\nu\sigma$ einen Magneten SN, sodass die Nadel bis zur Stellung $\nu_1\sigma_1$ abgelenkt wird (Fig. 123a) und stellt man nun einen Eisenstab sn so auf, dass er mit dem Magneten eine Linie bildet, also hinter ihm oder vor ihm (besser letzteres wegen der stärkeren Wirkung), so wird die Ablenkung der Nadel auf

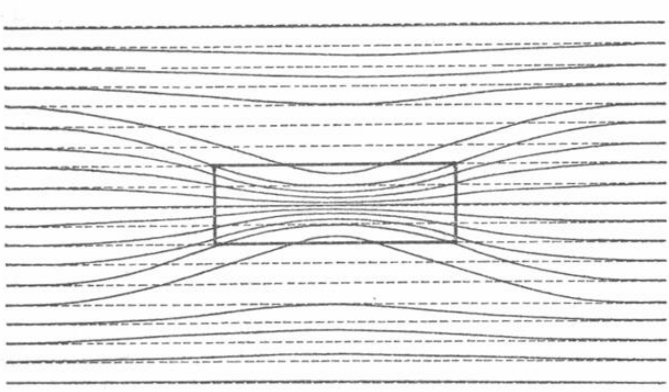
$\nu_2\sigma_2$ vergrössert (Fig. 123b); stellt man den Stab dagegen neben dem Magneten auf, parallel mit ihm, so wird die Wirkung verkleinert (Fig. 123c). Im ersteren Falle wird nämlich, wie man ohne weiteres einsieht, der Stab durch Induction in demselben Sinne magnetisch wie der Magnet, im letzteren dagegen in entgegengesetztem Sinne. Stellt man einen Eisenstab so auf, dass eines seiner Enden nach dem Nordpol der Erde, das andere nach ihrem Südpol weist und nähert man ihm jetzt eine bewegliche Magnetnadel, so wird deren Nordpol vom ersteren Pole abgestossen, vom letzteren angezogen. Jener ist also, wie zu erwarten, ein Nordpol, dieser ein Südpol geworden. Man nennt den Magnetismus, der auf diese Art entstanden ist, Magnetismus der Lage, und es ist zu bemerken, dass es kaum ein Stück Eisen giebt, welches nicht einen, wenn auch geringfügigen Magnetismus der Lage besässe — eine Thatsache, welche in dem dynamo-elektrischen Process von ungeahnter Bedeutung geworden ist. Hängt man an zwei dicht neben einander herabhängenden Fäden je ein Eisenstäbchen auf und nähert man ihnen jetzt von unten den Pol eines Magneten, so weichen sie, die früher neben einander herabhingen, aus einander, und zwar in ganz gleicher Weise, ob man nun einen Nordpol oder einen Südpol nähert. Lässt man endlich an einem Magneten ein Eisenstück magnetisch hängen, befestigt an letzteres auf mechanischem Wege (z. B. durch Schrauben oder Klammern) ein zweites, das so gewählt ist, dass es vom Magneten noch mit getragen wird, und ersetzt man dieses zweite Eisenstück nunmehr durch ein gleich schweres Messingstück, so lässt der Magnet seine ganze Last fallen — was unverständlich wäre, wenn es sich um eine Wirkung des Magneten auf eine neutrale Eisenmasse handelte, was aber verständlich und einleuchtend ist bei einer Wechselwirkung zwischen zwei magnetischen Massen (das Messingstück wird eben nicht magnetisch).

Magnetische Induction auf einen Körper findet nicht nur von Seiten eines Magneten statt, sondern gleichzeitig auch stets von seinen eigenen, magnetisch werdenden Theilchen auf einander. Dieser Punkt ist es, welcher die Theorie der Induction so ausserordentlich verwickelt gestaltet (s. Art. »Magnetische Induction«). Hier sei nur kurz bemerkt, dass die innere Induction der äusseren entgegenwirkt, wie man schon aus dem Princip entnehmen wird, dass eine Kraft im Allgemeinen stets Umstände herstellt, welche ihre eigene Wirkung schwächen, und wie man im Grossen und Ganzen für vorliegenden Fall mit Benutzung der Fig. 123 durch die Erwägung einsehen kann, dass sechs Molekularmagneten, welche irgend einem Molekularmagneten zunächst benachbart sind (nach vorn und hinten, rechts und links, oben und unten) nur zwei, nämlich die beiden in einer Linie mit ihm liegenden, die äussere Kraft unterstützen, die vier anderen, ihm parallelen, dagegen dieser entgegenwirken, ein Uebergewicht, welches durch die Zahl der in der Längsrichtung überhaupt vorhandenen Molekularmagnete, also durch überwiegende Längsausdehnung im günstigsten Falle (unendlich langer Cylinder, der nach der Axe magnetisirt wird) nur eben ausgeglichen, aber nie ins Umgekehrte verwandelt werden kann. Man hat demgemäss die innere Induction auch als entmagnetisirende Kraft bezeichnet.

Permanente und temporäre Magnetisirung. Wenn man von einem Magneten schlechthin spricht, so meint man gewöhnlich einen Körper, welcher den Charakter eines Magneten dauernd aufweist, d. h. nicht nur zur Zeit, wo er sich unter magnetisirender Bearbeitung, also allgemein gesagt, in einem magnetischen Felde befindet, sondern auch späterhin und für alle Zeiten. Man nennt solche Magnete permanente Magnete. Umgekehrt lässt sich der Fall denken, dass ein Körper magnetisch ist, so lange er magnetisirend bearbeitet wird, sich also in dem magnetischen Felde befindet, jedoch sofort und vollständig unmagnetisch wird, sobald die Kraft aufhört zu wirken. Man nennt einen solchen Magneten einen temporären Magneten. Beides sind jedoch ideale Grenzfälle, welche den in der Wirklichkeit vorkommenden Fällen nicht entsprechen; vielmehr verliert jeder Magnet mit der Zeit einen Theil seines Magnetismus, und es behält jeder Magnet nach Aufhören der magnetisirenden Kraft einen Theil seiner Wirkung. Die Bedeutung der Grenzfälle ist aber insofern keine geringe, als sie in der Wirklichkeit häufig mehr oder weniger annähernd erreicht werden, und gerade diese Fälle für die Praxis von besonderer Wichtigkeit sind. Das heisst: Gewisse Körper behalten fast den gesammten ihnen beigebrachten Magnetismus lange Zeit hindurch bei (wenn auch allmählich eine Schwächung eintritt) und gewisse Körper verlieren fast den ganzen oder einen überwiegenden Theil ihres Magnetismus in dem Augenblick, wo die magnetisirende Kraft zu wirken aufhört. Damit ist aber nicht gesagt, dass man nicht auch Magnete von mittlerem Verhalten herstellen kann. Bezeichnet man den augenblicklichen Magnetismus als temporären und seine beiden Bestandtheile als den verschwindenden einerseits und den bleibenden, remanenten oder permanenten andererseits, so kann man also sagen, dass das Verhältniss zwischen remanentem und temporärem Magnetismus alle Werthe zwischen 0 und 1, besonders häufig aber Werthe besitzt, welche sehr klein oder sehr wenig von 1 verschieden sind, oder, anders ausgedrückt, dass das Verhältniss zwischen remanentem und verschwindendem Magnetismus alle Werthe zwischen 0 und ∞ annehmen kann, besonders häufig aber unendlich kleine oder unendlich grosse Werthe annimmt. Auf die Werthe dieses Verhältnisses hat nicht nur das Material der Magnete, sondern auch ihre Behandlungsweise, namentlich die Reihenfolge und Wiederholung einer solchen, Einfluss (s. w. u.).

Coercitivkraft. Zwischen dem verschwindenden und dem bleibenden Magnetismus besteht ein wichtiger Unterschied in Bezug auf ihre Erzeugung. Es ist nämlich viel leichter, verschwindenden als bleibenden Magnetismus zu erzeugen, mit anderen Worten: Körper, bei denen ein grosser Theil des erzeugten Magnetismus bleibenden Charakters ist, erhalten durch dieselbe Kraft einen viel schwächeren temporären Magnetismus als solche, in denen der grösste Theil des erzeugten Magnetismus verschwindenden Charakters ist; eine Thatsache, die ohne weiteres verständlich ist, da im ersteren Falle eine grössere dauernde Wirkung erzielt wird, eine dauernde Wirkung aber natürlich als Aequivalent einer viel grösseren vorübergehenden Wirkung zu betrachten ist. Die beiden Unterschiede zwischen dem Verhalten der Körper der einen und der anderen Art lassen sich hiernach in vollständige Parallele bringen, indem man sagt: Gewisse Körper nehmen den Magnetismus schwer an, verlieren ihn aber auch schwer wieder; bei anderen Körpern erfolgt beides ziemlich leicht, oder allgemein: Bei verschiedenen Körpern ist der Widerstand, sei es gegen Magnetisirung oder gegen Entmagnetisirung sehr verschieden gross. Diesen Widerstand nennt man Coercitivkraft. Sie ist eine Art innerer Reibung, welche zur Folge hat, dass der betreffende Körper nicht einen einzigen Gleichgewichtszustand seiner Molekeln hat, sondern verschiedene, je nach dem, was vorhergegangen ist. Im Zusammenhange hiermit steht auch die Erscheinung der magnetischen Nachwirkung oder Hysteresis (s. w. u.). Legt man die Vorstellung der drehbaren Molekularmagnete zu Grunde, so wird die Coercitivkraft besonders anschaulich, sie ist dann der Widerstand gegen Richtung resp. Drehung der Molekeln. Dass die Coercitivkraft in besonders vielen Fällen sehr klein oder sehr gross ist, ist eine merkwürdige, beachtenswerthe Thatsache.

Uebereinander-Lagerung von verschwindendem und bleibendem Magnetismus. Aus dem Gesagten folgt, dass in einem Magneten im Allgemeinen beide Arten von Magnetismus sich übereinander gelagert vorfinden, resp. dass, wenn er in ein Feld gebracht wird, der durch dieses erzeugte Magnetismus (der selbst schon aus beiden Theilen besteht) sich über den meist schon vorhandenen bleibenden Magnetismus lagert. Daraus ergeben sich einige merkwürdige, auf den ersten Anschein sonderbare Erscheinungen, wie insbesondere diese, dass ein im gewöhnlichen Sinne des Wortes unmagnetischer oder ein schwach magnetischer Körper, dem geeigneten Pole einer drehbaren Nadel genähert, diesen abstösst, so lange die Entfernung noch gross ist, ihn dagegen anzieht, sobald die Entfernung kleiner wird. Bei dieser Annäherung kommt nämlich dem Pol der Nadel ein entgegengesetzter Pol des schon vorhandenen Magnetismus gegenüber, dagegen ein gleichartiger des inducirten temporären, die beiden Kräfte wirken also einander entgegen; die Wirkung des schon vorhanden gewesenen Magnetismus wächst ferner in dem Maasse, wie das Quadrat der Entfernung abnimmt, die Wirkung des inducirten dagegen (weil er selbst nach dem quadratischen Gesetz zunimmt und seine Wirkung ebenso) in dem Maasse wie die vierte Potenz der Entfernung abnimmt, also um so viel schneller, dass sie in einem bestimmten Punkte die erstere an Stärke übertrifft.

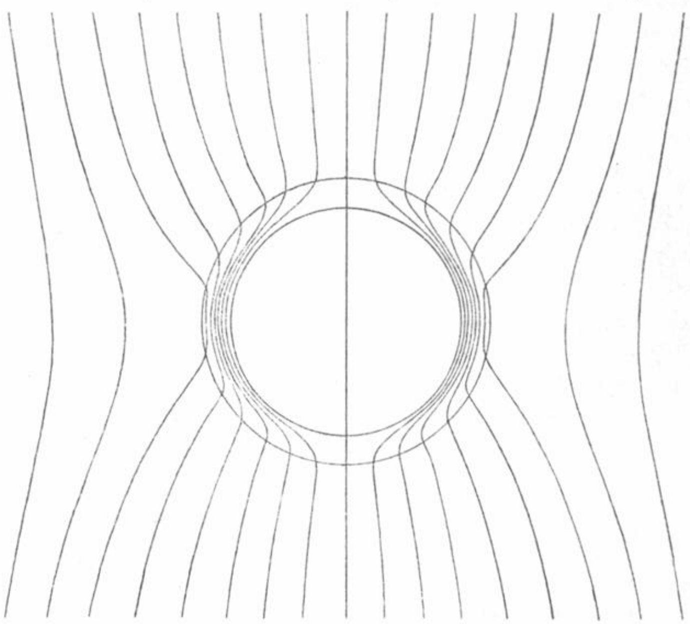


(P. 124.)

Sättigung. Eine je grössere Kraft man auf die Magnetisirung eines Körpers verwendet, desto stärker wird er natürlich magnetisch; aber mit der Steigerung der Kraft steigert man die Wirkung nicht ins Ungemessene, sie erreicht vielmehr früher oder später ein Maximum, und man sagt dann, der Körper sei mit Magnetismus gesättigt. Eine absolute Sättigung findet streng genommen nur beim temporären Magnetismus statt, man spricht aber auch beim remanenten Magnetismus von Sättigung, wenn der Körper eben nicht im Stande ist, einen stärkeren Magnetismus dauernd in sich zu bewahren.

Permeabilität. Bringt man einen Eisenkörper in ein Feld, so modificirt man natürlich, da er magnetisch wird, den Verlauf der Niveauflächen und Kraftlinien; diese Modifikation ist zwar von Fall zu Fall eine sehr verschiedene, sie hat aber einen allen Fällen gemeinsamen Charakter, den man als Verdichtung der Kraftlinien in den inducirten Körper hinein und entsprechende Verdünnung in der nächsten Umgebung desselben bezeichnen kann. Dasselbe gilt natürlich auch für einen wirklichen Magneten. Ist z. B. das Feld gleichförmig, laufen also die Kraftlinien ursprünglich einander parallel von links nach rechts, so erfahren sie durch einen Eisenstab die in Fig. 124 angedeutete Verdichtung, und die Fig. 125, welche sich auf einen Ring bezieht (eigentlich auf einen Hohlcylinder, von welchem die Papierebene einen Querschnitt darstellt), zeigt, dass die Verdichtung sich auf den von dem Körper wirklich eingenommenen Raum beschränkt, die Verdünnung sich also auch in dem inneren Hohlraum offenbart. Man kann dies so auffassen, dass man dem Körper eine gewisse Aufnahmefähigkeit für Kraftlinien zuschreibt, man nennt diese nach dem Vorgange von Lord KELVIN (Sir W. THOMSON) magnetische Permeabilität, Aufnahmefähigkeit oder Durchlässigkeit, ein Ausdruck, auf dessen allgemeinere und formelmässige Bedeutung noch zurückgekommen werden wird (s. Art. »Magn. Induction«). Für die Elektrotechnik, z. B. den Bau der Dynamomaschinen, ist sie von besonderer Wichtigkeit[1]).

Schirmwirkung. Stellt man neben einen Magneten, ihm parallel, einen Eisenstab auf, so schwächt man, wie wir oben sahen, seine Aussenwirkung und natürlich ebenso auch seine Empfänglichkeit für Einwirkung von aussen. Diese Schwächung kann man noch erhöhen, wenn man ihn mit mehreren Stäben oder noch besser, wenn man ihn mit einem eisernen Mantel umgiebt. Man bezeichnet diese aus der Induction unmittelbar folgende Erscheinung nach STEFAN als Schirmwirkung des Eisens[2]). Sie bezieht



(P. 125.)

sich z. B. auch auf die Schwächung des Einflusses, den der Erdmagnetismus ausübt, und wird in Fällen, wo dieser Einfluss nachtheilig ist, oft mit Erfolg praktisch verwerthet, z. B. beim Bau von Galvanometern (s. Art. »Strommessung« Bd. III, 1, pag. 222).

Diamagnetismus. Es giebt Körper, welche in den meisten Hinsichten sich genau entgegengesetzt wie die magnetischen verhalten, insbesondere von den beiden Polen eines Magneten abgestossen werden und auf die Kraftlinien nicht eine verdichtende, sondern im Gegentheil eine verdünnende Wirkung ausüben. Da sie sich, zwischen zwei entgegengesetzte Pole gebracht, nicht wie eine Eisennadel in die Verbindungslinie derselben, sondern quer stellen, wurde der Zustand von FARADAY, der ihn entdeckte, als Diamagnetismus bezeichnet. Näheres im Art. »Magnetisches Verhalten aller Körper«.

---

[1]) W. THOMSON, Ges. Abh. üb. El. u. Magn., pag. 468. FARADAY nannte diese Eigenschaft, deren Bedeutung er schon klar erkannte, Leitungsfähigkeit für Kraftlinien.

[2]) STEFAN, Wien. Ber. (2) 85, pag. 613. 1882.

Material, Form und Herstellung der Magnete.

Material. In früherer Zeit bediente man sich zu magnetischen Untersuchungen vorwiegend natürlicher Magnete, also der bereits in magnetischem Zustande vorgefundenen eisenhaltigen Minerale, namentlich des Magnet-Eisensteins ($FeO + Fe_2O_3$) und wohl auch des Magnetkieses ($6 FeS + Fe_2S_3$); letzterer ist aber wesentlich schwächer magnetisch als ersterer. Seit man aber künstliche Magnete herzustellen vermag, zieht man diese selbstverständlich vor, da das Material weitaus zugänglicher, der Bearbeitung leichter fähig und deshalb auch für Herstellung der verschiedenartigsten Magnete geeigneter ist. Dieses Material ist, wenn es sich um permanente Magnete handelt, fast ausschliesslich Stahl; je härter er ist, desto grösser ist auch seine Coercitivkraft, desto schwerer lässt er sich also zwar magnetisiren, desto hartnäckiger behält er aber auch den einmal empfangenen Magnetismus bei. Umgekehrt ist für Körper, welche nur vorübergehend den Charakter von Magneten annehmen sollen, weiches Eisen am geeignetsten, weil es, je weicher, von desto geringerer Coercitivkraft ist. Auch die Reinheit, die Art der Herstellung des Stahles und Eisens haben einen grossen Einfluss, worüber weiter unten das Nähere folgt. Andere Minerale, wie Nickel, Kobalt u. s. w. kommen für die Herstellung von Magneten nicht in Betracht.

Form. Die Form, welche man einem Magneten zu geben hat, wird durch verschiedene Erwägungen bestimmt sein. Eine praktische Erwägung ist zunächst die, dass die Form sich für die betreffende Verwendung eignen muss, dass also die Pole recht weit auseinander oder umgekehrt recht nahe bei einander zu liegen kommen, dass der Magnet von recht geringem Gewichte sei, dass er einen möglichst kleinen Raum einnehme, dass er im Wesentlichen nur eine Dimension desselben beanspruche u. s. w. Man kann demgemäss namentlich folgende Formen unterscheiden:

1) Magnetstäbe, geradlinig, Länge meist 5 bis 50 *cm*, Querschnitt entweder rechteckig (Breite meist $\frac{1}{2}$ bis 3 *cm*, Dicke meist 1 bis 10 *mm*) oder kreisförmig ($\frac{1}{2}$ bis 5 *cm* Durchmesser).

2) Magnetnadeln, von Stäben entweder nur durch die geringere Grösse und namentlich die geringere Dicke unterschieden, oder insofern auch durch die Form, als sie nach beiden Seiten hin zugespitzt sind, und zwar entweder gleich von der Mitte an oder erst in der Nähe der Enden; eine Form, die besonders dann von Vortheil ist, wenn die Nadel als Zeiger dienen soll. Solche Nadeln werden drehbar gemacht, in dem sie auf eine Spitze gesetzt oder an einen Faden gehängt oder für (Drehung in vertikaler Ebene) mit einer Axe versehen und mit dieser auf ein Lager gelegt werden.

3) Hufeisenmagnete. *U*- oder ⊔-förmig mit den Polen je nach dem Zwecke nach oben oder unten, lyraförmig, ferner mit nochmaliger Umbiegung beiderseits, so dass die Pole einander zugekehrt sind und beliebig nahe an einander gebracht werden können (⊏⊐), namentlich für Versuche, bei denen ein starkes magnetisches Feld erforderlich ist, sowie in der Technik.

4) Vereinigung mehrerer Stäbe der Quere nach, sogen. Magazine. Die Kraft wird dadurch natürlich erhöht, jedoch wegen der Schirmwirkung (pag. 53) nicht in entsprechendem Verhältniss, so dass das Material nicht gut ausgenützt wird. Um dem wenigstens theilweise zu steuern, trennt man die einzelnen Stäbe durch nicht magnetische Schichten; die Leistung ist dann zwar immer noch kleiner als die aller einzelnen Lamellen (jede für sich) zusammen genommen

aber beträchtlich grösser als die Leistung eines einzigen Magneten von gleicher Eisenmasse, weil, wiederum im Zusammenhange mit der gegenseitigen Schwächung in der Querrichtung der Molekularmagnete, mehr freier Magnetismus zur Geltung gelangt. Auch bei Hufeisenmagneten kann man derartige Vereinigungen vornehmen. Natürlich kann man zur Trennung auch Luftschichten benutzen, wenn man die Stäbe an einem Ende (oder beim Hufeisen an der Wurzel) irgend wie mit einander fest verbindet. Ein anderes Mittel besteht darin, dass man die mittelste Lamelle am weitesten, die beiden ihr benachbarten weniger u. s. w. hervorragen und die äussersten am weitesten zurückstehen lässt. Endlich gehören hierher die von JAMIN construirten Blätter- oder Lamellenmagnete (die er als Normalmagnete bezeichnet), bei denen eine grosse Zahl breiter, dünner Lamellen zusammengelegt sind und dadurch die Wirkung erzielt ist, dass die Kraft nicht, wie bei einer einzelnen, nur an den Enden beträchtlich ist, sondern ohne erhebliche Schwächung bis in die Mitte sich fortsetzt; die gesammte Kraft ist dann verhältnissmässig gross.

Astatische Magnete. Man versteht darunter solche, welche, obwohl um eine Axe drehbar, doch dem Einfluss des Erdmagnetismus nicht unterworfen sind, also keine oder wenigstens nur eine sehr geringe Richtkraft besitzen. Man kann diesen Effekt auf verschiedene Weisen erzielen, die einfachste und älteste Methode besteht darin, dass man die Axe, um welche die Nadel sich drehen kann, in die Richtung des magnetischen Meridians bringt; in der Ebene, in welcher die Nadel sich bewegen kann, giebt es dann keine ausgezeichnete Richtung mehr, sie ist astatisch. Indessen sieht man ein, dass diese Einrichtung praktische Unbequemlichkeiten mit sich bringt, da die Drehungsebene eine schiefe Lage erhält. Man zieht es daher vor, die Wirkung des Erdmagnetismus zu compensiren, und zwar entweder, indem man einen Magneten in geeigneter Stellung und Entfernung fest aufstellt[1]) oder indem man eine zweite Nadel mit der ersten um dieselbe Axe drehbar derart anbringt, dass sie stets entgegengesetzt gerichtet ist, man spricht dann von einem astatischen Nadelpaar[2]). Durch derartige Einrichtungen wird die Brauchbarkeit der Magnete zwar modificirt, und man muss andere als die gewöhnlichen Anordnungen treffen, dafür wird aber die Empfindlichkeit offenbar eine sehr viel grössere. Die wichtigste Anwendung ist die auf Galvanometer (s. Art. »Strommessung«, Bd. III, 1, pag. 221).

Andere Formen. Verschiedene Arten des magnetischen Zustandes. Von anderen Formen seien hier noch erwähnt: Kugeln, Ellipsoide (wichtig für theoretische Untersuchungen), hohle Stäbe resp. Röhren, Ringe, Scheiben, kreuzweise verbundene Stäbe (TÖPLER)[3]), welche nahezu als zwei parallele, ideale Polpaare betrachtet werden können und für magnetische Messungen von Wichtigkeit werden können (s. das.) u. s. w. Bei einigen dieser Formen handelt es sich meist um eine andere Art von Magnetisirung als die gewöhnliche. Die gewöhnliche, d. h. diejenige, bei welcher die Axe der Magnetisirung mit der vorherrschenden Dimension des Körpers zusammentrifft, kann man Longitudinal- oder Längsmagnetisirung nennen, die Pole liegen an den Endflächen oder nicht eben weit von ihnen entfernt und werden durch zwei Quer-

---

[1]) Diese Astasirung rührt von BIOT u. SAVART her, Ann. chim. phys. 15. 1820; BIOT, Lehrb. d. Exp. Phys. 3, pag. 136.

[2]) AMPÈRE, Ann. chim. phys. 18. 1821.

[3]) TÖPLER, Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1883, pag. 925.

schnitte des Körpers dargestellt. Ein besonderer Fall der Längsmagnetisirung tritt bei Körpern ein, welche einen sogen. mehrfach zusammenhängenden Raum erfüllen, z. B. beim Ringe. Ein solcher Ring hat, wenn er überall längs seiner Axe und zwar gleichförmig magnetisirt ist, gar keine Pole, er ist apolar. Natürlich kann er auch anders magnetisirt werden, etwa so, dass er an zwei entgegengesetzten Punkten entgegengesetzte Pole hat; er kann dann als aus zwei halbkreisförmigen Magneten bestehend aufgefasst werden, welche sich mit den gleichnamigen Polen berühren; derartige Pole nennt man Folgepunkte[1]) oder Folgepole. Sie treten auch bei geraden Stäben nicht selten auf, z. B. ein Südpol in der Mitte (Folgepol) und zwei Nordpole an beiden Enden. Eine andere Form der Magnetisirung ist die Quermagnetisirung; die Axe derselben steht auf der Längsrichtung bezw. auf der oder den ausgebildeten Dimensionen des betreffenden Körpers senkrecht; eine magnetische Schale ist ein Beispiel hierfür; natürlich kann die Axe der Magnetisirung im Princip auch eine schiefe Lage haben. Sehr interessant sind in dieser Hinsicht Versuche von DONLE[2]), welcher zeigte, dass trotz aller Vorsichtsmaassregeln und verschiedenster Verfahrungsweisen ganz dünne Scheiben niemals Quermagnetismus aufweisen. Bei 10 *mm* Dicke ist es noch der Fall; bei 5 *mm* ist die Axe der Magnetisirung schon geneigt, bei 3 *mm* bildet sie nur noch einen kleinen Winkel mit der Fläche der Scheibe. Die magnetischen Figuren sind in diesen Fällen meist sehr verworren. Eine Scheibe, resp. eine Kugel, kann ferner radial magnetisirt sein, derart, dass (im Zustande der Sättigung) die Molekularmagnete in den Radien liegen und der Mittelpunkt den einen, der Rand, resp. die Oberfläche, den anderen Pol darstellt[3]). Eine Scheibe, resp. ein Cylinder, kann andererseits auch circular magnetisirt sein, derart, dass die Scheibe aus lauter apolaren Ringen und der Cylinder seinerseits wiederum aus lauter solchen Scheiben zusammengesetzt ist; der letztere Fall tritt z. B. ein, wenn ein Strom durch einen Eisencylinder der Länge nach hindurchgeht (s. Art. »Elektromagnetismus«).

Günstigste Form. Von dieser Mannigfaltigkeit der Formen abgesehen, bietet sich die allgemeine Frage dar, welche Form überhaupt oder welche von den unter den gegebenen Umständen überhaupt zulässigen Formen insofern am günstigsten sei, als das Moment pro Volumeneinheit im gesättigten Zustande für sie am grössten werde. Vom theoretischen Standpunkte ergiebt sich nach dem über die innere Induction und an anderer Stelle Gesagten ohne Weiteres, dass die Richtung der Magnetisirung zugleich die möglichst vorherrschende Dimension des Körpers sein muss, wodurch man zu langen, dünnen Stäben oder langen, schmalen, dünnen Blechen, sowie zu dem Satze gelangt, dass bei gleicher Grösse des Querschnittes eine langgestreckte Form desselben am günstigsten sein wird; auch muss die Fortnahme von der Axe nahe gelegenen Theilen der Masse, wenn auch den absoluten Effekt etwas schwächen, so doch den relativen (im Verhältniss zum Gewicht) verstärken. In dem mittleren Stück der Länge wird sich ferner die schädliche Querwirkung weniger bemerklich machen, als in der Nähe der Enden, und hieraus ergiebt sich, dass zugespitzte Nadeln auch von diesem Gesichtspunkte aus günstig sind. Experimentell

---

1) Vergl. z. B. LOESCHER, Ueber magn. Folgepunkte, Diss. Halle 1884.

2) DONLE, WIED. Ann. 41, pag. 288. 1890; schon FARADAY (Exp. Unt. 2, pag. 131) erkannte die Schwierigkeit.

3) Vergl. ausser vielen älteren Versuchen (LAMONT u. s. w.) z. B. DECHARME, Compt. rend. 110, pag. 1069; 111, pag. 340. 1890.

hat namentlich LAMONT die Frage behandelt und im Wesentlichen eine Bestätigung der theoretischen Schlüsse erhalten[1]).

Magnetisirungsmethoden. Es sei hier nur eine kurze Uebersicht gegeben.

1) Induction. Man bringt den betreffenden Eisenkörper in ein magnetisches Feld, d. h. in die Nähe magnetischer Körper; Specialfall: man legt ihn in die Richtung des magnetischen Meridians der Erde.

2) Berührung. Man legt den Körper an einen Magneten an, und zwar so, dass die Linie, welche seine Axe werden soll, mit der Axe des Magneten parallel liegt.

3) Streichen. Der einfachste Strich besteht darin, dass man den Stab wiederholt in derselben Richtung über einem Magnetpol fortzieht oder umgekehrt mit einem Magnetpol darüber streicht. Auch kann man die linke Hälfte in der bezeichneten Weise mit einem Pol, die rechte mit einem entgegengesetzten behandeln. Endlich kann man auch zwei entgegengesetzte Pole in der Mitte aufsetzen und gleichzeitig nach beiden Enden hin bewegen, dies wiederholen u. s. w. Der Doppelstrich besteht darin, dass man zwei entgegengesetzte Pole in einigem Abstande von einander in gleicher Richtung von der Mitte nach einem Ende bewegt, dann zurück über den ganzen Magneten u. s. w., um schliesslich in der Mitte aufzuhören. Entsprechende Methoden mit leicht ersichtlichen Modifikationen gelten für Hufeisen- und andere Magnete.

4) Elektrische Erregung. Man umgiebt den Körper in später zu betrachtender Weise mit Windungen eines Stromleiters und schickt einen Strom durch diesen.

Andere Methoden haben nur specielles Interesse und sind grösstentheils veraltet.

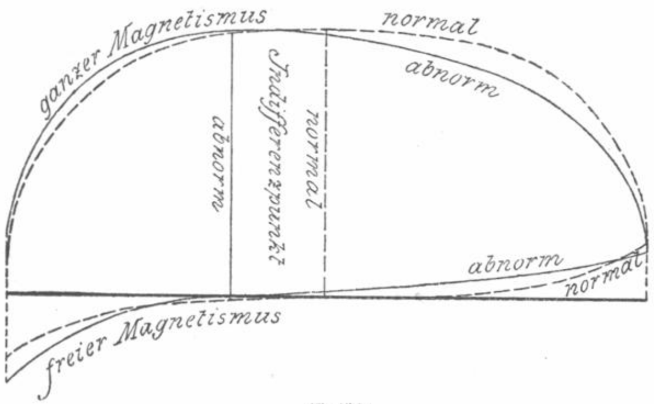
Von diesen Verfahrungsweisen sind die einen vorzugsweise zur Erzeugung permanenten, die anderen mehr zur Erzeugung temporärer Magnete vortheilhaft; jenes gilt von den Methoden des Anlegens und Streichens (im letzteren Falle findet eine Kraftdauer gar nicht statt), dieses von der Methode der Induction; die Induction muss schon sehr kräftig sein, wenn sie erheblichen permanenten Magnetismus liefern soll. Die elektrische Erregung ist für beide Zwecke mit gutem Erfolg anwendbar.

Die verschiedenen Verfahrungsweisen unterscheiden sich noch in mancher anderen Hinsicht. So sind sie nicht alle in gleicher Weise zu empfehlen, wenn man symmetrische Anordnung des Magnetismus erhalten will, wie sie z. B. für gesättigte Stäbe die gestrichelte Linie der Fig. 126 darstellt. Ist der Stab lang, so erhält man durchInduction, Berührung oder gewisse Stricharten begreiflicherweise einen stärkeren zugewandten als abgewandten Pol; die Summe der Magnetismen beider Arten bleibt natürlich trotzdem dieselbe, und die Folge davon ist die, dass ihr Indifferenzpunkt eine seitliche Lage erhält und die beiden Curvenzweige unsymmetrisch werden (vollausgezogene Linien der Fig. 126). In manchen Fällen kommt es ferner nicht auf die Sättigung an, sondern auf die Herstellung ganz bestimmter magnetischer Zustände, z. B. von verschiedenen Sättigungsgraden in verschiedenen Theilen des Körpers; man bedarf alsdann einer leicht zu variirenden und regulirenden Magnetisirungsmethode, und eine solche ist in unvergleichlichem Grade die elektrische. Dass schliess-

[1]) LAMONT, POGG. Ann. 113, pag. 239. 1861; Handb. d. Magn. pag. 121 ff. Daselbst auch die übrige Literatur.

lich die letztere die einzige ist, für welche die magnetisirende Kraft sich in einfacher und exakter Weise angeben lässt, braucht nicht erst hervorgehoben zu werden.

Conservirung der Magnete. Anker. Um Magnete in gut magnetischem Zustande zu erhalten, muss man sowohl bei ihrer Herstellung wie bei ihrer Aufbewahrung in besonderer Weise verfahren. In ersterer Hinsicht genügt es nicht, eine der erwähnten Methoden einmal anzuwenden, sondern man muss die Magnetisirung mehrfach wiederholen und zwar am besten, indem man in den Zwischenzeiten den Stahlkörper stark erhitzt (z. B. durch halbstündiges Eintauchen in den Dampf von siedendem Wasser) und wieder abkühlt; hört man dann mit der dritten oder vierten Magnetisirung auf, so kann man auf grosse Dauerhaftigkeit rechnen. Vortheilhaft ist es dabei, allmählich stärkere magnetisirende Kräfte anzuwenden. Ganz analog und umgekehrt verfährt man bei der Entmagnetisirung, nur kommen hier, wenn es sich um völlige Entmagnetisirung handelt, besondere Schwierigkeiten in Betracht, von denen später die Rede sein wird. — Was andererseits die Aufbewahrung betrifft, so kann man, bildlich gesprochen, sagen, dass es sich darum handelt, den Magnetismus zu beschäftigen, d. h. solche Anordnungen zu treffen, bei denen die entgegengesetzten Theilchen im Innern des Körpers in ständigem Scheidungsbestreben erhalten werden. Man erreicht dies, indem man die freien Enden des Magneten mit den entgegengesetzten Enden eines gleich starken oder stärkeren Magneten zusammenbringt (in welch' letzterem Falle aber der Hilfsmagnet, weil nicht voll beschäftigt, leidet) oder indem man die Enden mit Stücken weichen Eisens, die dann durch Induction in dem gewünschten Sinne magnetisch werden, armirt. Man nennt diese Armirungen Anker, und wendet sie nicht bloss für den gedachten Zweck an, sondern auch während des Aktes des Magnetisirens nach einigen der angeführten Methoden, sowie namentlich bei Hufeisenmagneten, zur Vergrösserung der Tragkraft (s. w. u.) und zur Vervollkommnung der Handhabung. Die Einzelheiten aller dieser Verhältnisse hängen in überaus mannigfacher Weise von den Umständen und den verfolgten Zwecken ab und können daher nicht weiter ausgeführt werden.



(P. 126.)

AUERBACH.