

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Elektricität und Magnetismus

Winkelman, Adolph August

1893

Strommessung

Platte befestigt ist; eine Metallsalzlösung (Mischung von essigsaurem Kupfer und Blei) wird hineingegossen, in sie tauchen mehr oder weniger Drähte von gradliniger cylindrischer Form hinab. Es entstehen Curven, welche den Niveaulinien der betreffenden ebenen Strömung entsprechen sollen und durch welche GUEBHARD in den That eine sehr grosse Anzahl der oben (pag. 194 u. ff.) erwähnten, berechneten oder galvanometrisch abgeleiteten Niveaulinien realisirt zu haben meint. Hierüber hat sich eine lebhaftere Controverse zwischen GUEBHARD selbst, H. MEYER,¹⁾ VOIGT,²⁾ MACH,³⁾ ELSASS⁴⁾ u. A. entwickelt, als deren Endergebniss, von Einzelheiten abgesehen, folgendes bezeichnet werden kann: Die GUEBHARD'schen Curven beziehen sich im Princip nicht auf ebene Strömung, sondern auf Strömung im Raume; sie sind ferner im Princip nicht Niveaulinien, sondern Curven gleicher Stromdichte; sie sind also, um beides zusammenzufassen, principiell von den NOBILI'schen Ringen nicht verschieden, und es ist insbesondere VOIGT gelungen, auf dieser Grundlage ihre Theorien ausführlich zu entwickeln und durch Versuche zu bestätigen. Andererseits aber haben die GUEBHARD'schen Curven thatsächlich mit den Niveaulinien für ebene Platten oft eine grosse Aehnlichkeit und sie können daher in solchen Fällen mit der entsprechenden Vorsicht zur Gewinnung eines anschaulichen Bildes der ebenen Stromvertheilung dienen.

F. AUERBACH.

Strommessung.

Uebersicht. Die Zahl der im Principe oder in der Ausführung verschiedenartigen Apparate, welche man im Laufe dieses Jahrhunderts zum Zwecke der Messung elektrischer Ströme construiert hat, ist so gross, dass es einerseits erforderlich ist, sie in gewisse Gruppen zu ordnen, andererseits aber genügen muss, innerhalb jeder Gruppe, abgesehen von den allgemeinen über sie zu machenden Bemerkungen, nur einige oder einen charakteristischen Vertreter aufzuführen.

Um Ströme zu messen, bedient man sich irgend einer Wirkung derselben; so zahlreich also die letzteren sind, so zahlreich sind auch die Methoden der Strommessung. Indessen scheiden einige Stromwirkungen für die meisten Zwecke sofort aus, da sie nicht zu hinreichender Genauigkeit der Messung führen würden, und es bleiben dann im wesentlichen nur drei, nämlich die elektromagnetischen, die elektrodynamischen und die elektrochemischen. Innerhalb der beiden ersten Wirkungen erhält man wiederum verschiedene Methoden, je nach der Art der Messung. Man kann nämlich entweder die Wirkung thatsächlich eintreten lassen und, meist in Gestalt einer Winkelablenkung, messen; oder man kann die Wirkung äquilibriren, d. h. wägen, und zwar, gerade wie bei den gewöhnlichen Waagen, entweder durch Gewichte oder durch Federkraft. Auf diese Weise erhält man die Gruppen der Elektromagnetometer (Bussolen, Galvanometer u. s. w.), der Elektrodynamometer, der elektromagnetischen, der elektrodynamischen Waagen und der Federapparate. Ist der Gegen-

¹⁾ H. MEYER, Gött. Nachr. 1882, pag. 666. — WIED. Ann. 18, pag. 136. 1883.

²⁾ VOIGT, WIED. Ann. 17, pag. 257. 1882. — 19, pag. 183. 1883.

³⁾ MACH, WIED. Ann. 17, pag. 858. 1882.

⁴⁾ ELSASS, WIED. Ann. 29, pag. 331. 1886. — 30, pag. 620. 1887.

satz zwischen den elektromagnetischen und den elektrodynamischen Apparaten schon aus theoretischen Gesichtspunkten kein schroffer, da doch die Wirkung zwischen Stromkreis und Stromkreis derjenigen zwischen Stromkreis und Magnet ganz analog ist, so wird auch der praktische Unterschied, der in der Anwendung auf die Messung von constanten und von Wechselströmen gipfelt, neuerdings durch den Umstand verwischt, dass gerade einer der vorzüglichsten Apparate für letzteren Zweck kein elektrodynamischer, sondern ein elektromagnetischer ist, den Namen Dynamometer, den er führt, also nicht hiervon, sondern nur von der Messung einer Energie, also des Quadrates der Stromstärke herleiten kann. Dasjenige Element, dessen Drehung gemessen wird, ist bei den Galvanometern meist der Magnet, aber auch der umgekehrte Fall ist realisiert worden. Auf eine Wägung, bezw. Volumenmessung laufen endlich auch die elektrochemischen Apparate, die sogen. Voltmeter, hinaus. Auf die Methoden und Apparate, denen andere Gedanken zu Grunde liegen, soll, wie gesagt, ihrer begrenzten Bedeutung halber nur ganz kurz eingegangen werden (s. am Schlusse des Art.)

Es war bisher von Strommessung schlechthin die Rede. In erster und wesentlicher Reihe handelt es sich dabei um die Messung der Intensität der Ströme, aber es kommen auch noch andere Aufgaben in Betracht, insbesondere die Registrierung von Strömen ihrer Richtung und Stärke nach, die Prüfung ihrer Constanz, die Messung ihres Verbrauchs an Elektrizität in bestimmter Zeit (Elektrizitätszähler), die Messung der Zeitdauer kurzdauernder Ströme, sowie der Zeitdauer irgend welcher, auch nicht elektrischer, rascher Vorgänge mittelst Galvanometern, Messung von Widerständen (s. hierüber im nächsten Artikel), Vergleichung und Messung von elektromotorischen Kräften (s. den vorigen Artikel) u. s. w.

Tangentenbussole.

Der Begriff der Tangentenbussole ist in der Litteratur ziemlich schwankend und von den übrigen Galvanometern nicht streng geschieden. Bald erklärt man die Existenz einer einzigen Kreiswindung, bald die Berechenbarkeit der Windungsfläche, bald die Giltigkeit des Tangentengesetzes für das Charakteristische, ohne dass irgend eine dieser Definitionen durchaus stichhaltig wäre. Man kann höchstens sagen: Eine Tangentenbussole ist ein Strommesser, der aus einem frei drehbaren Magneten und einer oder einigen ihn in weiterem Abstände umgebenden Drahtwindungen besteht. Der Erste, der eine Tangentenbussole construirte, war POUILLET.¹⁾

Theorie. Auszugehen ist von der Wirkung eines linearen und ebenen, aber beliebig geformten Stromes, dessen Ebene in den Meridian fällt, auf eine Magnetnadel, die ausserdem der Wirkung des Erdmagnetismus unterliegt. Am einfachsten gestaltet sich diese Wirkung in einem gleichförmigen magnetischen Felde (s. w. u.), oder wenn die Magnetnadel unendlich klein ist; es kommt dann ausschliesslich ein Kräftepaar in Betracht. Ist H die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus oder des magnetischen Feldes überhaupt, i die Stromstärke und c ein Factor, so ist die ganze Kraft $\sqrt{H^2 + c^2 i^2}$, und ihre Richtung bildet mit dem magnetischen Meridian einen Winkel φ , für den $\tan \varphi = ci/H$ ist; man hat also für die Stromstärke:

$$i = \frac{H}{c} \tan \varphi, \quad (1)$$

¹⁾ POUILLET, Compt. rend. 4, pag. 267. 1837. — POGG. Ann. 42, pag. 283.

in Worten: Die Stromstärke ist bei constantem Erdmagnetismus und constantem c , d. h. einem und demselben Instrument, der Tangente des Ablenkungswinkels der Nadel proportional.

Die gedachten Bedingungen sind aber nie streng und oft auch nicht annähernd erfüllt; man muss daher allgemein die Wirkung eines Stromes auf eine Magnetnadel ins Auge fassen. In Integralform kann man sie für beliebige Form der Stromkurve aufstellen, hier sei die am meisten vorkommende Kreisform angenommen. Die Wirkung eines Kreisstromes kann bekanntlich derjenigen einer magnetischen Doppelschicht gleichgesetzt und diese wieder durch Differentiation aus derjenigen einer einfachen magnetischen Schicht hergeleitet werden.

Es sei a der Radius des Kreises, x der Abstand der Nadelmitte von der Stromebene, dann ist das Potential der Schicht auf einen Pol von der Stärke 1 auf der Axe

$$P_0 = 2\pi(\sqrt{a^2 + x^2} - x) = 2\pi(u - x),$$

wenn u der Abstand der Nadelmitte von einem Punkte der Kreislinie ist. Das Potential der Schicht auf einen Punkt, der nicht in der Axe liegt, sondern den Abstand y von ihr hat, kann man nach steigenden, und zwar der Symmetrie halber, ausschliesslich geraden Potenzen von y entwickeln und erhält

$$P = 2\pi(f_0 + f_1 y^2 + f_2 y^4 + \dots),$$

wo die Coëfficienten f Functionen von x sind. Das Potential der magnetischen Doppelschicht wird hiernach, wenn die f' die Ableitungen der f sind:

$$V = -2\pi(f_0' + f_1' y^2 + f_2' y^4 + \dots),$$

und durch nochmalige Differentiation nach x resp. y die Componenten der Stromwirkung:

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} = 2\pi(f_0'' + f_1'' y^2 + f_2'' y^4 + \dots)$$

$$Y = -\frac{\partial V}{\partial y} = 4\pi y(f_1' + 2f_2' y^2 + 3f_3' y^4 + \dots).$$

Nun besteht die Magnetnadel aus zwei gleichen und entgegengesetzten Polen, deren Entfernungen von der Kreisebene $x + \delta$ bzw. $x - \delta$, von der Axe $+y$ bzw. $-y$ sind, und deren Abstand, d. h. die Nadellänge $2l$ sei. Die Kraftcomponenten und das Drehungsmoment sind daher:

$$\xi = X_1 - X_2 \quad \eta = Y_1 - Y_2,$$

$$D = (X_1 + X_2)y - (Y_1 - Y_2)\delta.$$

Erstere sind meist sehr klein und in der Praxis von geringem Interesse, da sie nur die Wirkung haben, den Faden, an dem die Nadel hängt, etwas abzulenken. Um D zu finden, muss man $X_1 Y_1 X_2 Y_2$ aus X und Y ableiten, indem man nach Potenzen von δ entwickelt; da von X_1 und X_2 nur die Summe, von Y_1 und Y_2 nur die Differenz vorkommt, bleiben dort nur die Glieder mit geraden, hier nur die mit ungeraden Potenzen von δ übrig:

$$X_1 + X_2 = 2 \left(X + \frac{\delta^2}{2} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\delta^4}{24} \frac{\partial^4 X}{\partial x^4} + \dots \right)$$

$$Y_1 - Y_2 = 2\delta \left(\frac{\partial Y}{\partial x} + \frac{\delta^2}{6} \frac{\partial^3 Y}{\partial x^3} + \dots \right).$$

Setzt man nun für X und Y die Werthe ein, berücksichtigt die Recursionsformeln

$$f_0'' = -2^2 f_1 \quad f_1'' = -4^2 f_2 \quad f_0''' = -2^2 f_1' \quad f_1''' = -4^2 f_2'$$

u. s. w., und bricht bei den Gliedern vierter Ordnung ab, so erhält man

$$D = 4\pi y [f_0'' + f_1'' (y^2 - 4\delta^2) + f_2'' (y^4 - 12y^2 \delta^2 + 8\delta^4)].$$

In der Praxis sind nicht δ und y die veränderlichen Grössen, sondern der Winkel φ , den die Nadel mit der Kreisebene bildet, und der mit δ und y in der Beziehung

$$\delta = l \sin \varphi \quad y = l \cos \varphi$$

steht. Ferner folgt aus dem obigen

$$\begin{aligned} f_0 &= u - x = u - x \\ f_1 &= -\frac{1}{2^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{1}{2^2} \frac{a^2}{u^3} \\ f_2 &= +\frac{1}{(2 \cdot 4)^2} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \frac{1}{(2 \cdot 4)^2} \frac{3a^2(4x^2 - a^2)}{u^7} \\ f_3 &= -\frac{1}{(2 \cdot 4 \cdot 6)^2} \frac{\partial^6 u}{\partial x^6} = \frac{1}{(2 \cdot 4 \cdot 6)^2} \frac{3^2 \cdot 5 a^2 (a^4 - 12a^2 x^2 + 8x^4)}{u^{11}}, \end{aligned}$$

woraus sich die Grössen $f_0'' f_1'' f_2''$ durch die Recursionsformeln sofort ergeben. Man erhält also, wenn noch mit der Stromstärke multiplicirt wird:

$$\begin{aligned} D &= 2\pi a^2 i \frac{2l \cos \varphi}{u^3} \left[1 + \frac{3}{2^2} \frac{a^2 - 4x^2}{u^2} (1 - 5 \sin^2 \varphi) \frac{l^2}{u^2} \right. \\ &+ \left. \frac{3^2 \cdot 5}{(2 \cdot 4)^2} \frac{a^4 - 12a^2 x^2 + 8x^4}{u^4} (1 - 14 \sin^2 \varphi + 21 \sin^4 \varphi) \frac{l^4}{u^4} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Diese Grösse ist dem erdmagnetischen Drehungsmoment, also der Grösse $H \sin \varphi \cdot 2l$ gleichzusetzen. Die Polstärke der Magnetnadel ist gar nicht erst eingeführt bzw. gleich 1 gesetzt worden, da sie sich bei der Gleichsetzung doch fortheben würde; ob man also eine stark oder schwach magnetisirte Nadel anwendet, ist für die Wirkung des Apparates gleichgiltig.

Das erste Glied stellt wieder die Wirkung dar, wie sie in einem gleichförmigen Felde stattfinden würde; es ist also die Constante c in Gleichung (1)

$$c = \frac{2\pi a^2}{u^3} = 2\pi \frac{a^2}{(x^2 + a^2)^{3/2}}. \quad (3)$$

Diese Formel gilt mit grosser Annäherung, wenn das zweite Glied des allgemeinen Ausdrucks verschwindet, also in folgenden drei Fällen: 1) für beliebige Ablenkungen φ , wenn l klein gegen u ist; 2) für beliebige Nadellängen, wenn $1 - 5 \sin^2 \varphi = 0$ ist, was für $\varphi = 26\frac{1}{2}^\circ$ stattfindet; es ist zwar dann noch das dritte Glied vorhanden, dasselbe ist aber, wenn nicht etwa l relativ sehr gross ist ($> \frac{1}{4}u$), sehr klein; 3) für beliebige Nadellängen und Ablenkungen, wenn $a = 2x$ ist, d. h. wenn der Abstand der Nadelmittle von der Kreisebene deren halbem Radius gleichkommt, sodass

$$D' = \frac{16\pi i 2l \cos \varphi}{5a\sqrt{5}} \left[1 - \frac{54}{125} (1 - 14 \sin^2 \varphi + 21 \sin^4 \varphi) \frac{l^4}{a^4} \right] \quad (4)$$

wird; auch hier ist das dritte Glied meist sehr klein. Somit erhält man drei Typen von exacten Tangentenbussole bezw. Methoden ihrer Anwendung, die man überdies natürlich auch noch mit einander combiniren kann.

Liegt der Nadelmittelpunkt in der Stromebene, so ist $x = 0$ und $u = a$, also wird

$$D_0 = \frac{2\pi}{a} 2l \cos \varphi \left[1 + \frac{3}{2^2} (1 - 5 \sin^2 \varphi) \frac{l^2}{a^2} + \frac{3^2 \cdot 5}{(2 \cdot 4)^2} (1 - 14 \sin^2 \varphi + 21 \sin^4 \varphi) \frac{l^4}{a^4} \right], \quad (5)$$

$$c = \frac{2\pi}{a}. \quad (6)$$

Sind statt einer einzigen Windung deren mehrere vorhanden, so darf man in dem zweiten und dritten Gliede meist einfach den Mittelwerth von x und u einführen, vor der Klammer und ebenso in dem Ausdrucke für c hat man mit der Zahl n der Windungen zu multipliciren, darf an dieser Stelle aber streng

nicht mehr unter a den Mittelwerth aller a , sondern muss hierunter einen auf andere (elektromagnetische) Art aus den einzelnen a berechneten Werth verstehen — eine Betrachtung, welche wichtiger ist für die eigentlichen Galvanometer. Um den Fall 3) der obigen Typen zu realisiren, muss man, da dieser ein gewisses Verhältniss von x und a voraussetzt, die Windungen auf einem Stück einer Kegelfläche anordnen, deren Spitze in dem Nadelmittelpunkte liegt.

Bezeichnungen. Die Grösse c heisst häufig die galvanometrische Constante der Windungen (MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 439 nennt sie »Hauptconstante«), in einfacher Beziehung zu ihr steht die sogen. Windungsfläche (Summe der von allen Windungen eingeschlossenen ebenen Flächen), ferner ist das Verhältniss der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus zur Galvanometer-Constante, also der Factor von $\tan \varphi$ in der Gleichung (1) für i der Reductionsfaktor des Instrumentes; man kann ihn entweder durch Ausmessung der Windungen oder durch Vergleichung mit der durch einen Strom bekannter Intensität erzeugten Ablenkung bestimmen. Die Angaben zweier Tangentenbussolen, deren Reductionsfaktoren man kennt, werden dadurch absolute; aber auch die exakte Vergleichbarkeit der mit einer und derselben Bussole erhaltenen Werthe ist an die jedesmalige Bestimmung des Factors geknüpft, weil H , das in dem Ausdrucke vorkommt, mit der Zeit und dem Orte sich verändert, und weil die Temperatur und andere Umstände auf die Dimensionen des Apparates Einfluss haben. Für die Vergleichung der Angaben zweier Bussolen, die in rascher Folge benutzt werden, genügt es denselben Strom durch beide zu schicken und die Ablenkungen zu vergleichen. Von Wichtigkeit ist noch die Empfindlichkeit, wobei jedoch zu bemerken ist, dass hierunter sehr verschiedene Begriffe verstanden werden, deren Zusammenhang nur ein indirekter ist. Entweder man versteht darunter die Wirkung für die Einheit der Stromstärke, oder man fasst die Differentialquotienten von Ursache und Wirkung ins Auge und nennt das Verhältniss, in welchem die Veränderung der beobachteten Grösse, also von φ , zur Aenderung von i steht, die Empfindlichkeit; die absolute Empfindlichkeit in diesem Sinne ist dann:

$$E_a = \frac{d\varphi}{di} = \frac{c}{H} \cos^2 \varphi, \quad (7)$$

die relative Empfindlichkeit ist

$$E_r = \frac{d\varphi}{d(i/i)} = \frac{1}{2} \sin 2\varphi^1. \quad (8)$$

Die absolute Empfindlichkeit ist also am grössten für kleine Ablenkungen, die relative, auf die es meist ankommt, für Ablenkungen von 45° ; man muss es also durch Wahl des Instrumentes sowie der Widerstände, Stromstärken u. s. w. einzurichten suchen, dass die Ablenkung zwischen 40 und 50° beträgt, was sich freilich mit der für das Tangentengesetz günstigen Forderung von 26° nicht ganz verträgt (eventuell kann man einen Mittelweg einschlagen). Ausserdem hängt die absolute Empfindlichkeit von der galvanometrischen Constante ab, die relative dagegen nicht.

Gewöhnliche Tangentenbussole. Die Magnetnadel schwebt entweder auf einer feinen Spitze oder hängt an einem möglichst torsionsfreien Faden (Cocon); da sie recht kurz sein soll, bringt man, um sie behufs feinerer Einstellung zu verlängern, Fäden aus unmagnetischem Material, z. B. Glas, an ihren

¹⁾ MASCART u. JOUBERT, El. u. Magn. 2, pag. 195 u. 200. 1888.

Enden an.¹⁾ Die Kreistheilung, über der die Nadel schwebt, muss von spiegelnder Natur sein, damit man sich beim Ablesen von parallaxtischen Fehlern frei halten könne. Ausserdem muss man, um etwaige Fehler der Kreistheilung zu eliminiren, beide Nadelenden ablesen. Endlich hat man sich zu überzeugen, ob die Ebene des Kupferrings mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, da, wenn sie mit ihm einen Winkel δ bildet, nicht mehr das Tangentengesetz, sondern die verwickeltere Formel

$$i = \frac{H}{c} \frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \delta)} \quad (9)$$

gilt. Man eliminirt diesen Fehler, indem man einen Commutator einschaltet, durch Umkehrung des Stroms die Ablenkung umkehrt und aus beiden Ablenkungen das Mittel nimmt; im Ganzen ist also jede Zahl das Mittel aus 4 Ablesungen. Ueber die Spiegelablesung und die Ableitung der abgelenkten Ruhelagen aus Umkehrpunkten s. w. u. Die Stromstärke in Ampère ist, wenn n Windungen, in deren Ebene die Nadel liegt, vorhanden sind, und die Nadel klein gegen die Radien a der Windungen ist ($a > 12l$):

$$i = 10 \cdot \frac{1}{2\pi} \sum \frac{H}{a_n} \operatorname{tang} \varphi,$$

oder wenn a der mittlere Radius ist (genauer derjenige Werth a , für den $\frac{1}{a}$ der Mittelwerth aller Grössen $\frac{1}{a_n}$ ist):

$$i = 1.592 H \cdot \frac{a}{n} \cdot \operatorname{tang} \varphi. \quad (10)$$

Liegen die Windungen nicht sämmtlich in einer Ebene, sondern zum Theil neben einander, so muss man behufs strenger Rechnung u einführen, den Mittelwerth von $a^2 : u^3$ (vergl. Gleichung 2) bilden und dessen reciproken Werth an die Stelle von a in Gleichung (10) setzen. Näherungsweise kann man den Mittelwerth a aus der Gesamtlänge L des Drahtes (falls diese von der Herstellung des Apparates her bekannt ist) nach der Formel $a = l/(2n\pi)$ bestimmen; für ganz rohe Messungen auch als Mittel des innersten und äussersten Radius.

Ist die Nadellänge $2l$ kleiner als $\frac{1}{10}$ des Durchmessers, so übersteigt der Fehler nie $\frac{1}{2}$ Proc., ist sie kleiner als $\frac{1}{20}$, so kann er schon bis $1\frac{1}{2}$ gehen; ist sie noch beträchtlicher, so kann man nach F. KOHLRAUSCH²⁾ dennoch die obige Formel anwenden, wenn man 1) den Faktor 1.592 um $0.21 \cdot (2l)^2/a^2$ verkleinert und 2) den abgelesenen Winkel um folgende Correctionsbeträge vergrößert:

φ	$a : l$					
	12	10	8	6	5	4
10°	0.01°	0.01°	0.02°	0.03°	0.04°	0.06°
20°	0.04°	0.06°	0.09°	0.17°	0.24°	0.38°
30°	0.11°	0.16°	0.25°	0.44°	0.64°	0.94°
40°	0.21°	0.30°	0.47°	0.83°	1.20°	1.88°
50°	0.30°	0.43°	0.67°	1.19°	1.72°	2.69°
60°	0.34°	0.49°	0.77°	1.36°	1.96°	3.06°
70°	0.29°	0.42°	0.66°	1.17°	1.68°	2.63°
80°	0.17°	0.25°	0.39°	0.69°	1.00°	1.56°

¹⁾ JOULE, Rep. Brit. Ass. 1843. Scient. Pap. I, 404. Die Glasfäden sorgen durch ihre Reibung an der Luft zugleich für die Dämpfung der Schwingungen.

²⁾ F. KOHLRAUSCH, Elektr. Zeitschr. 1884, pag. 15.

Der Einfluss der Klammergrösse in (4) ist damit meist in genügender Weise zum Ausdrucke gebracht. Jedoch ist zu bemerken, dass hier wie in allen obigen Formeln $2l$ streng genommen den Polabstand, nicht die Länge der Nadel bedeutet — man kann es ihre reducirte Länge nennen und aus der wahren durch Abzug von rund $\frac{1}{6}$ erhalten.

Hat man n Windungen vom mittleren Radius a , rechteckigem Axenschnitt (Schnitt einer die ideale Axe enthaltenden Ebene mit dem Windungsraum) von der axialen Kante b , der radialen c , so wird

$$i = 1.592 H \frac{a}{n} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{b^2}{a^2} - \frac{1}{12} \frac{c^2}{a^2} - \frac{3}{16} \frac{(2l)^2}{a^2} \right) \left(1 + \frac{15}{16} \frac{(2l)^2}{a^2} \sin^2 \varphi \right) \tan \varphi.$$

Ist die Torsion des Aufhängefadens nicht zu vernachlässigen, so muss man das Verhältniss ihres Drehungsmomentes zu dem des Erdmagnetismus, das sogen. Torsionsverhältniss ε einführen; im allgemeinen kann man dasselbe nur durch einige Versuche bestimmen, bei denen man das obere Fadenende mittelst einer getheilten Trommel um verschiedene Beträge dreht; ist aber die ursprüngliche Stellung des Fadens torsionsfrei, so braucht man, falls die Torsion klein ist, nur um einen einzigen Winkel θ zu drehen, die Ablenkung β zu beobachten und $\varepsilon = \beta/\theta$ zu setzen — ein Verfahren, das man, wenn man $\theta = 2\pi$ (oder auch $\theta = \pi$) wählt, auch ohne Trommel ausführen kann, indem man die Nadel mit Hilfe eines nahe gebrachten, geeignet gehaltenen und vorsichtig entfernten Magneten zum ein- oder zweimaligen Umschlagen bringt; vor den eigentlichen elektrischen Messungen muss man sie aber wieder in ihre natürliche Lage zurückführen. Beobachtet man alsdann mit den beiden entgegengesetzten Stromrichtungen die Winkel φ_1 und φ_2 , so ist näherungsweise

$$i = \frac{H}{c} \left(\tan \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \varepsilon \frac{\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}}{\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}} \right). \quad (11)$$

Den Werth von H kann man näherungsweise aus den erdmagnetischen Tabellen entnehmen; sicherer aber ist es, namentlich wenn die Umgebung des Apparates nicht eisenfrei ist, die Schwingungsdauer einer Magnetnadel an diesem Orte, t_1 und im Freien, t_2 zu bestimmen und den Tabellenwerth von H zu ersetzen durch

$$H \left[1 + \frac{2(t_2 - t_1)}{t_1} \right].$$

Schliesslich ist noch zu bemerken, dass man die störende Mitwirkung der Zuleitungsdrähte und in der Nähe befindlicher Rollen auf die Nadel zu vermeiden hat, was am besten dadurch geschieht, dass man die Zuleitungsdrähte mit einander verflocht (wobei sich die Wirkung zusammenliegender, entgegengesetzter Stromelemente aufhebt) oder den einen in der Axe des in Röhrenform angewandten andern führt, und dass man die gedachten Rollen in Richtungen aufstellt, bei denen die Stromebenen auf der Meridianrichtung senkrecht stehen, es sei denn, dass sie schon wirkungsfrei (z. B. bifilar) gewickelt sind.

Tangentenbussolen von GAUGAIN und HELMHOLTZ.¹⁾ Diese Instrumente stellen die Verwirklichung des Typus 3 der obigen Betrachtungen dar. Bei der GAUGAIN'schen bilden die Windungen einen konischen Ring, die Tangente des halben Winkels der Conicität ist 2 , in der Spitze des vervollständig gedachten Kegels liegt die Nadel. Constructiv einfacher und dem Tangentengesetz noch

¹⁾ GAUGAIN, Compt. rend. 36, pag. 191. 1853. — POGG. Ann. 88, pag. 442; v. HELMHOLTZ, nach WIEDEMANN, Elektr. 3, pag. 250 (nicht veröffentlicht).

vollkommener gehorchend ist die schon früher von HELMHOLTZ ersonnene und ausgeführte Anordnung, wo zwei parallele Kupferringe im Abstände gleich ihrem Radius einander gegenüberstehen und im Mittelpunkte der Axe die Nadel schwebt. Die Wirkung auf den im Abstände y von der Axe befindlichen Nadelpol ist hier

$$X = \frac{32\pi}{5a\sqrt{5}} \left(1 - \frac{54}{125} \frac{y^4}{a^4} \right),$$

speziell im Mittelpunkt

$$X_0 = \frac{32\pi}{5a\sqrt{5}}.$$

Sind statt der beiden Ringe zwei Spulen von rechteckigem Axenschnitt mit der axialen Kante b , der radialen c vorhanden, so hat man X_0 pro Einheit um $\frac{1}{15} \frac{b^2}{a^2}$ zu verkleinern (c fällt heraus), wobei Glieder vierter und höherer Ordnung vernachlässigt sind. Berücksichtigt man noch die vierte Ordnung und macht man $b/c = 1.097$, so verschwindet wieder das Glied zweiter Ordnung und X wird wie oben, natürlich von dem hier wie bei X_0 hinzutretenden Faktor n (Windungszahl jeder Spule) abgesehen. Wie gleichförmig in weitem Umkreis des Mittelpunkts das magnetische Feld in dem in Rede stehenden Falle ist, zeigt die beistehende Figur 47.

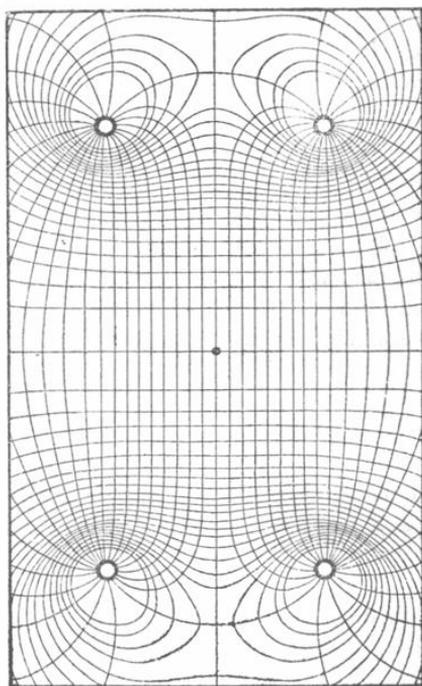
Die HELMHOLTZ'sche Anordnung hat noch den Vortheil vor der GAUGAIN'schen, dass eine ungenaue Einstellung der Nadel, d. h. ein Fehler in der Wahl von $x = a/2$, dort nur einen kleinen, hier aber einen sehr grossen Fehler im Resultat bedingt.

Die Stromstärke ist, wenn l höchstens $\frac{1}{4} a$ ist, bis auf 1—2 Tausendstel genau

$$i = \frac{7a}{n\pi} H \operatorname{tg} \varphi \quad (\text{in Ampère})$$

(bei HELMHOLTZ n doppelt zu rechnen). Um dies nun bequem rechnen zu können, wird bei der Tangentenbussole von KESSLER¹⁾ a so gewählt, dass der Faktor von $\operatorname{tg} \varphi$ gleich 0.1 oder 1 oder 10 u. s. w. wird; um auch die Schwankungen von H berücksichtigen zu können, muss man dann freilich auch x ein wenig verändern.

Auch mehr als zwei, z. B. vier bestimmt angeordnete Drahtkreise können nach der Theorie vorteilhafte Anwendung finden, derart, dass alsdann noch ein weiteres Glied der Reihe fortfällt; ein spezieller Fall hiervon ist der dreier Rollen, deren mittelste in der Nadelebene, deren beide andern symmetrisch zu beiden Seiten liegen; die bezüglichlichen Formeln hat MAXWELL²⁾ entwickelt.



(P. 47.)

¹⁾ KESSLER, Centrabl. f. El. 1886, pag. 266 u. 626.

²⁾ MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 443.

Tangentenmultiplicator von RIECKE¹⁾. Unter den zu absoluten Messungen bestimmten empfindlichen Instrumenten ist namentlich der von RIECKE angegebene Apparat hervorzuheben. Das gleichförmige Feld wird hier dadurch erzielt, dass die Windungen die Oberfläche eines Rotationsellipsoids bilden, dessen Rotationsaxe in die magnetische Axe fällt; die magnetische Wirkung auf einen Punkt im Innern ist dann (ebenso wie bei der Hohlkugel) für alle solche Punkte die gleiche, falls nur die Wickelung des Drahtes derart erfolgt, dass auf die Längeneinheit der Axe (nicht der Leitlinie) überall die gleiche Zahl von Windungen entfällt. Das Ellipsoid ist bei RIECKE ein abgeplattetes, besteht aus zwei zusammenschiebbaren Hälften, die Windungen sind in zwei Lagen über einander angeordnet. Wie constant die Empfindlichkeit im ersten der oben angegebenen Sinne ist, zeigt folgende, auf die erste Lage bezügliche Tabelle:

(1) Widerstand	6525	3225	2025	1425	975	675	475
(2) Ablenkung	11°34'	22°36'	33°25'	43°6'	53°45'	63°13'	70°22'
(3) Tangens	0.2047	0.4163	0.6598	0.9358	1.364	1.982	2.805
(1) × (3)	1336	1342	1336	1333	1330	1335	1332

Auf absolutes Maass reducirt wird die Empfindlichkeit 29.25, mit einer maximalen Abweichung von $\frac{1}{4}$ Proc.; der theoretische Werth der Empfindlichkeit würde 28.67 sein.

Aehnliche Gedanken wie dem RIECKE'schen liegen auch den Apparaten von NERVANDER,²⁾ GAIFFE³⁾ u. A. zu Grunde.

Tangentenbussolen für starke Ströme. Es handelt sich hier darum, die Wirkung abzuschwächen, damit die Nadel nicht um nahezu 90° abgelenkt werde, wobei (s. o.) die relative Empfindlichkeit ausserordentlich klein sein würde. Man kann diese Absicht, abgesehen von der Vergrößerung des Drahtkreises, die aus Handlichkeitsgründen bald ihr Ende erreicht⁴⁾, in verschiedener Weise ausführen, namentlich durch die folgenden vier Ideen:

1) Man schickt nur einen Zweigstrom durch die Tangentenbussole, indem man von zwei Punkten der Hauptleitung Drähte zu jener führt; beobachtet man jetzt eine gewisse Ablenkung φ , und ist der Widerstand der Ableitung einschliesslich der Bussole m mal so gross wie der Widerstand der Hauptleitung zwischen den beiden gedachten Punkten, so ist $i = (m + 1) \text{ tang } \varphi$ mit den etwa noch nöthigen Correctionen. Näheres hierüber sehe man u. A. bei KITTLER.⁵⁾

2) Man entfernt den Drahtkreis sehr weit von der Nadel, etwa indem man in der Axe des ersteren ein Brett aufstellt, auf welchem man die Aufhängevorrichtung mit der Nadel verschiebt; u wird dann sehr gross, also D und somit φ selbst für einen starken Strom noch mässig; man vergleiche hierüber z. B. eine Arbeit von MEYER und AUERBACH.⁶⁾ Ein Instrument dieser Art ist später von EDELMANN⁷⁾ construirt worden.

3) Man neigt die Drahtebene mehr oder weniger gegen die Verticale, so dass ihre Wirkung sich abschwächt. Ist der Neigungswinkel ψ , so ist

1) RIECKE, WIED. Ann. 3, pag. 36. — 4, pag. 226. 1878. — Vergl. auch GAIFFE, Compt. rend. 93, pag. 561. 1881.

2) NERVANDER, Ann. chim. phys. 45, pag. 160. 1833.

3) GAIFFE, Compt. rend. 93, pag. 561. 1881.

4) Mit einem Ringe von 40 cm Durchmesser kann man nach F. KOHLRAUSCH (WIED. Ann. 14, pag. 552. 1882) immerhin schon Ströme bis zu 20 Amp. messen.

5) KITTLER, Handb. d. Elektrot. 1, pag. 243. — WIED. Ann. 24, pag. 593. 1885.

6) MEYER u. AUERBACH, WIED. Ann. 8, pag. 494. 1879.

7) EDELMANN, Centralbl. f. El. 1887, pag. 86.

$$i = 1.592 a H \frac{\tan \varphi}{\cos \psi}.$$

Man hat es dabei in der Gewalt, je nach der Stärke des Stromes ψ ungefähr so zu wählen, dass φ zwischen 40 und 50°, also in den Bereich der grössten Empfindlichkeit fällt. Man kann sogar noch weiter gehen, geradezu den Stromkreis so einstellen, dass die Nadel genau auf 45° steht, und hat dann, da $\tan \varphi = 1$, einfach:

$$i = \frac{10 a H}{2\pi} \cdot \frac{1}{\cos \psi} = 1.592 a H \sec \psi.$$

In diesem Sinne bezeichnet OBACH¹⁾, vor dem jedoch TROWBRIDGE die Priorität der Construction besitzt, einen derartigen, von ihm construirten Apparat als Cosinusbussole oder Sekantenbussole — ein Apparat, der jedoch mit einem sehr exact getheilten Verticalkreis ausgerüstet sein muss. Man kann auch ψ so wählen, dass der Factor von $\tan \varphi$ eine runde Zahl wird; ist z. B. $a = 20$ cm und $H = 0.197$, so wird für

$$\begin{array}{cccccc} \psi = & 37^{\circ}40' & 51^{\circ}10' & 58^{\circ}30' & 65^{\circ}15' & 71^{\circ}45' \\ i = & 8 & 10 & 12 & 15 & 20 \times \tan \varphi. \end{array}$$

4. Man ordnet zwei Kupferringe concentrisch mit einander an und lässt den Strom in entgegengesetztem Sinne durch beide fließen, das Drehungsmoment ist dann nur die Differenz der beiden einzelnen. Schwebt die Nadel in der gemeinsamen Ebene der beiden Ringe und sind a_1 und a_2 die beiden Radien, a_0 ihr Mittelwerth, so ist

$$i = 1.592 H \frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1} \tan \varphi \left[1 - \frac{3}{16} \left(\frac{2l}{a_0} \right)^2 - \frac{15}{16} \left(\frac{2l}{a_0} \right)^2 \sin^2 \varphi \right].$$

Ein derartiger Apparat ist von HIMSTEDT²⁾ neuerdings vorgeschlagen worden; die am besten aus dem Umfange abzuleitenden Radien waren 23.276 und 27.422 cm, die Seiten des rechteckigen Kupferquerschnitts 1 bzw. 0.4 cm (Breite bzw. Dicke); als Zuleitungsdrähte wählt man am besten eine Kupferröhre und einen Draht in ihrer Axe. Die Genauigkeit geht unter günstigen Umständen bis auf $\frac{1}{20}$ Proc. Natürlich kann man den Strom auch in gleichem Sinne durch beide Ringe oder auch nur durch einen von ihnen schicken, und auf diese Weise mit einem und demselben Apparate Ströme von 0.1—80 Ampère messen.

5) Eine Verallgemeinerung des HIMSTEDT'schen Apparates stellt die Bussole von OBERBECK³⁾ dar; die Nadel ist hier seitwärts in gewisser Entfernung vom Mittelpunkte der Ringe aufgestellt. Offenbar giebt es hier einen gewissen neutralen Punkt, wo die beiden, entgegengesetzt durchflossenen Ringe überhaupt nicht auf die Nadel wirken; denn, wenn die Nadel in ihrer Ebene liegt ($x = 0$), wirkt nach den Gleichungen (2) und (3) der innere Kreis, bei grosser Entfernung der äussere stärker; Gleichheit tritt ein für

$$\frac{a_1^2}{(x^2 + a_1^2)^{2/3}} = \frac{a_2^2}{(x^2 + a_2^2)^{2/3}},$$

also

$$x = - \frac{\sqrt{a_1 a_2}}{\sqrt{\sqrt[3]{\frac{a_1}{a_2}} + \sqrt[3]{\frac{a_2}{a_1}}}}.$$

1) OBACH, Centralbl. f. Elektrot. I, pag. 4. — 2, pag. 131. — Phil. Mag. (5) 16, pag. 77. 1883.

2) HIMSTEDT, WIED. Ann. 41, pag. 870. 1890. — Vergl. übrigens auch BRACKET, Sill. J. (3) 21, pag. 395. 1881.

3) OBERBECK, WIED. Ann. 42, pag. 502. 1891.

Am einfachsten und übersichtlichsten ist es wohl, x in Vielfachen des einen Radius auszudrücken¹⁾, wobei, wie man sieht und auch erwarten konnte, nur das Verhältniss beider Radien $a_2 : a_1 = v$ auftritt, nämlich:

$$\frac{x}{a_1} = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt[3]{\sqrt{v} + \sqrt[3]{\frac{1}{v}}}}$$

Beispielsweise wird für

$v = 1.1$	1.2	1.3	1.5	2	3
$x/a_1 = 0.74$	0.77	0.80	0.86	0.99	1.18.

Man kann hiernach für jede derartige Differential-Tangentenbussole die Stelle völliger Unempfindlichkeit ermitteln und, indem man die Ringe dieser Stelle mehr oder weniger nahe bringt, jeden Grad von Empfindlichkeit erzielen; für nicht genügend kleine Nadellänge muss man dann wieder wie oben eine Correction anbringen. Die relative Empfindlichkeit, d. h. Genauigkeit der Methode ist freilich, wie man leicht einsieht, eine beschränkte.

6) HIPP'sche Bussole²⁾. Der Strom wird unterhalb der Nadel einmal hin- und hergeführt, sodass nur die Differenz der Wirkungen zur Geltung kommt, als Leiter dient ein Kupferband, dessen beide Lagen durch ein Kartenblatt isolirt sind. Das Ganze ist in eine Dose eingeschlossen, an deren Oberseite ein Zeiger auf einer empirisch graduirten Skala spielt, der Apparat kann also in der Tasche transportirt und überall leicht eingeschaltet werden.

Endlich sei auf eine Reihe von SCHILLING³⁾ angegebener und auf der geeigneten Aufstellung von Magneten beruhender Magneten hingewiesen, welche bezwecken, homogene Magnetfelder für die Messung starker Ströme herzustellen.

Sinusbussole.

Auch dieser, der Tangentenbussole nahe verwandte Apparat, rührt von POUILLET⁴⁾ her, hat aber erst durch die von POGGENDORFF angebrachten Verbesserungen seine jetzige Gestalt erhalten. Die einzige wesentliche, der Sinusbussole charakteristische Abweichung von der Tangentenbussole ist die Drehbarkeit des Apparats um eine verticale Axe und die Ausrüstung mit einem horizontalen Theilkreise, an welchem diese Drehung abgelesen werden kann. Die Nadel, welche anfangs mit der Drahtebene im Meridiane stand, erfährt eine gewisse Ablenkung φ , wenn der Strom hindurchgeleitet wird, und in dieser Stellung ist $\cos \varphi$ das Maass des vom Strome ausgeübten Drehungsmomentes. Dreht man nun den Ring nach, so wird φ kleiner, $\cos \varphi$ grösser, die Nadel dreht sich weiter, aber immer langsamer, und unter Umständen wird es möglich sein, mit dem Ringe die Nadel einzuholen; alsdann ist, wenn der betreffende Drehungswinkel des Ringes α ist:

$$i = \frac{H}{c} \sin \alpha. \quad (12)$$

Wie man sieht, ist der Winkel α grösser als φ , und zwar derart, dass der $\sin \alpha$ dem $\tan \varphi$ entspricht, daher der Name des Instruments. Man sieht aber zugleich, dass die Messung nicht immer möglich sein wird, nämlich nicht für

1) OBERBECK selbst wählt eine etwas andere, aber, wie es scheint, verwickeltere Darstellung.

2) Vergl. HAGENBACH, Z. f. angew. El. 1880. — Aehnlich auch TERQUEM und DAMIEN, Compt. rend. 94, pag. 523. 1882.

3) SCHILLING, Wien. Ber. (2) 92, pag. 1079. 1885.

4) POUILLET, a. a. O.

Ströme, die stärker sind als H/c . Diese Beschränkung fällt jedoch fort, wenn man den Anfangswinkel zwischen Nadel und Drahring nicht gleich null, sondern gleich δ wählt und diesen Winkel auch nach der Ablenkung stets wiederherstellt; es ist dann

$$i = \frac{H}{c \cos \delta} \sin \alpha. \quad (13)$$

Macht man also δ recht gross, so kann man auch ohne Anwendung von Verzweigungen starke Ströme messen. Der grosse Vorzug der Sinusbussole, mit der allerdings mühsamer zu arbeiten ist, vor der Tangentenbussole ist die genaue Gültigkeit ihrer Formel, unabhängig von der Nadellänge u. s. w. Man kann sie daher zur Graduierung von andern Strommessern benutzen. Die absolute resp. relative Empfindlichkeit ist

$$E_a = \frac{c \cos \delta}{H} \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \quad E_r = \tan \alpha.$$

Je grösser also α ist, desto grösser sind beide Werthe.

Natürlich kann man die Tangentenbussole constructiv so einrichten, dass sie auch als Sinusbussole dienen kann, ein eigens zu diesem doppelten Zwecke gebautes Instrument ist die Sinustangentenbussole von SIEMENS und HALSKE; die Theilkreise für die Nadel und für den Drahring liegen hier concentrisch, getrennt durch eine Platte, durch welche der Drahring hindurchgeführt ist; die nach Wunsch einzusetzenden Nadeln, eine kurze für die Tangenten-, eine lange für die Sinusmessungen, tragen zur Erleichterung der Ablesung (der Drahring wird hier leicht hinderlich) senkrecht zu ihren Axen gestellte lange Aluminiumzeiger. Das ganze Instrument ist sehr standhaft und daher auch für den Transport geeignet. Auch das SIEMENS'sche Universal-Galvanometer kann als Sinusbussole benutzt werden. Bei beiden Apparaten muss man, wenn stärkere Ströme in Betracht kommen, Widerstände (die den Apparaten beigefügt sind) einschalten oder Verzweigung vornehmen.

Torsionsbussole. Der Sinusbussole ist die Torsionsbussole insofern verwandt, als Nadel und Drahtkreis auch hier stets in die gleiche Stellung zu einander gebracht werden. Es wird aber hier nicht der Drahtkreis nachgedreht, sondern die Nadel zurückgedreht; zu diesem Zwecke ist sie an einem Metalldraht aufgehängt, der, wenn die Nadel in der Anfangslage, also im Meridian sich befindet, im elastischen Gleichgewicht, d. h. torsionsfrei ist. Nach Schluss des Stromes wird die Nadel abgelenkt, der Draht tordirt, und man muss sein oberes Ende um den Winkel α zurückdrehen, damit die Nadel wieder in den Meridian zurückkehre. Um etwa doch anfänglich vorhandene Torsion zu eliminieren, muss man auch bei entgegengesetztem Strome (α') beobachten und hat dann, wenn der Stromkreis mit dem Meridian den festen Winkel δ bildet und m der Magnetismus der Nadel ist (H fällt hier heraus):

$$i = \frac{C}{m \sin \delta} \cdot \frac{\alpha + \alpha'}{2}, \quad (14)$$

speciell, wenn der Ring in dem Meridian steht:

$$i = \frac{C}{m} \cdot \frac{\alpha + \alpha'}{2}.$$

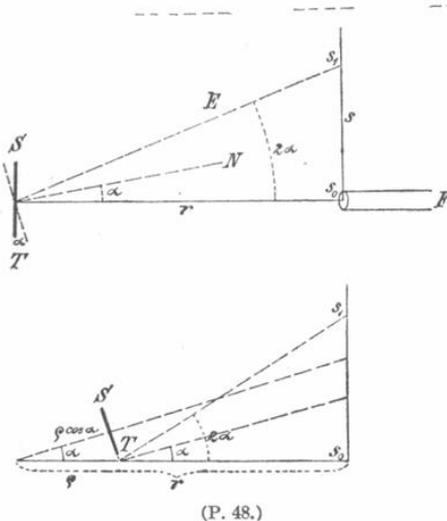
Dass H , die Stärke des magnetischen Feldes, hier nicht vorkommt, macht den Apparat für Messungen in der Nähe von Eisenmassen, elektrischer Maschinen u. s. w. geeignet; dagegen muss die Nadel kräftigen Magnetismus besitzen, und der Factor C muss empirisch, auch wegen der elastischen Veränderungen immer wieder von neuem bestimmt werden. Die absolute Empfindlichkeit ist constant,

die relative gleich dem Torsionswinkel α , also der Stromstärke proportional. SIEMENS hat derartige Instrumente für Ströme bis zu $\frac{1}{4}$ Amp. construiren lassen.

Galvanometer.

Galvanometer sind alle durch kräftige Wirkung ausgezeichneten und darum besonders für schwache Ströme geeigneten Instrumente. Die kräftige Wirkung wird durch Heranbringen der Drahtwindungen dicht an die Nadel, durch die Häufung ihrer Zahl, durch Astasirung u. s. w. erzielt. Aus dem zweitgenannten Grunde werden sie auch Multiplicatoren genannt. Die ersten Galvanometer wurden von SCHWEIGGER¹⁾ und POGGENDORFF²⁾ construirt. Von dem Tangentengesetz weichen sie meist sehr erheblich ab, und sie müssen daher durch Vergleichung mit einem Voltmeter, einer Tangentenbussole oder dergl. geächtet werden, wenn sie zu absoluten Strommessungen dienen sollen (s. w. u.) Für kleine Ablenkungen, ungefähr bis 5° , kann man mit den Tangenten rechnen; um so kleine Winkel genau ermitteln zu können, wendet man gewöhnlich Spiegelablesung an. In der überwiegenden Mehrzahl der Fälle dient jedoch das Galvanometer zu sogen. Nullmethoden oder Differentialmethoden, bei denen, was mit grosser Genauigkeit geschehen kann, aus der Stromlosigkeit des Galvanometers oder aus der Existenz eines sehr schwachen Stromes in ihm auf die Intensitätsverhältnisse anderer Ströme geschlossen wird und damit diese selbst, aber auch eventuell elektromotorische Kräfte, Widerstände u. s. w. gemessen werden. Die Genauigkeit und Bequemlichkeit der Beobachtungen wird dabei durch eine Reihe von Einrichtungen erhöht, die hier zunächst zu besprechen sind.

Spiegelablesung. Die noch heute verbreitetste Form dieser Methode, kleine Winkel zu messen, rührt von POGGENDORFF¹⁾ her und ist namentlich von GAUSS²⁾ in die Praxis eingeführt worden; man vergleiche hierüber auch Bd. I,



pag. 82. An der Drehungsaxe des vom Strome abzulenkenen Magnetens befindet sich zugleich ein Spiegel, seiner Anfangslage gegenüber, in grösserer Entfernung r , sodass der Beobachter nicht nöthig hat, dem Apparate selbst sich zu nähern, die Mitte einer, meist 1 m langen und in mm getheilten Scale, derart, dass man in einem Fernrohr, dessen Axe durch die Scalenmitte hindurchgeht, bei Einstellung auf den doppelten Abstand $2r$ zwischen ihr und dem Spiegel das Bild der Scalenmitte in der Mitte des Gesichtsfeldes, im Fadenkreuz erblickt, und zu beiden Seiten noch ein Stück von je einigen cm des Scalenbildes, nämlich links ein Stück der rechten, rechts ein Stück der

linken Hälfte. Dreht sich jetzt der Spiegel ST' (Fig. 48) um den Winkel α , so dreht sich seine Normale N um denselben Winkel mit, und folglich wird jetzt derjenige Strahl E in die Fernrohraxe reflectirt, welcher mit dieser den Winkel

¹⁾ SCHWEIGGER, Allg. Lit.-Z. 1820. SCHWEIGGER's J. 31, pag. 12. 1826.

²⁾ POGGENDORFF, GILB. Ann. 67, pag. 422. 1821.

2α bildet; ist also s_1 der Scalentheil, von dem E ausgeht, s_0 der der Fernrohraxe entsprechende Scalentheil, also bei normaler Einstellung 500 (es kann aber selbstverständlich auch auf andere Werthe s_0 eingestellt werden, und es muss dies sogar oft geschehen), endlich $s = s_1 - s_0$ die Scalenablenkung, so ist

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{s_1 - s_0}{r} = \frac{s}{r},$$

also

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctang} \frac{s_1 - s_0}{r} = \frac{1}{2} \operatorname{arctang} \frac{s}{r},$$

und somit, wenn K die der Abweichung vom Tangentengesetz entsprechende Klammergrösse ist:

$$i = \frac{H}{c} \operatorname{tang} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arctang} \frac{s}{r} \right) \cdot K.$$

Ist, was häufig vorkommt, der Spiegel nicht in, sondern ein wenig (ρ) vor der Axe der Drehung angebracht, so ist r um $\rho \cos \alpha$ oder, da ρ und α beides kleine Grössen sind, um ρ zu verkleinern (vergl. die Figur). Einen weiteren Abzug muss man machen, wenn der Spiegel eine hinten belegte, also auch erst hinten reflectirende Glasplatte ist, oder wenn sich zwischen ihm und dem Fernrohr noch Glasplatten in annähernd querer Lage befinden (z. B. das Schutzglas des Galvanometers); für jeden solchen Fall beträgt dieser Abzug $\delta \cdot (n - 1)/n$, wo δ die Dicke und n der Brechungsindex ist.

Für kleine und selbst noch für schon ziemlich beträchtliche Ausschläge kann man obige Formel vereinfachen. Setzt man

$$i = \frac{1}{2} \frac{H}{c} \frac{s}{r},$$

so macht man,

$$\begin{array}{l} \text{wenn } s = r/4 \text{ ist, nur einen Fehler von } 1 \frac{0}{0} \\ \text{,, } s = r/8 \text{ ist, ,, ,, ,, ,, } \frac{1}{2} \frac{0}{0} \\ \text{,, } s = r/16 \text{ ist, ,, ,, ,, ,, } 1 \frac{0}{00}. \end{array}$$

In der Mitte zwischen dieser und der genauen steht die Formel:

$$i = \frac{1}{2} \frac{H}{c} \cdot \frac{s}{r} \left[1 - \left(\frac{s}{2r} \right)^2 \right].$$

Noch sei folgendes bemerkt: Der Werth eines Skalentheils in Bogenminuten ist $103132/r$, also

	für $r = 500$	750	1000	1500	2000
1 Scalentheil =	2063	1375	1031	687.5	515.7 Minuten.

Ein sehr umfangreiches Tabellenwerk zur Ausrechnung von Spiegelablesungen hat CZERMAK³⁾ veröffentlicht, kürzere Zusammenstellungen findet man in den praktischen Leitfäden und Hilfsbüchern. — Die Empfindlichkeit, d. h. der kleinste Winkel, den man noch mit der Methode differenziren kann, ist, wenn in der meist üblichen Weise die Scale in der Objectivebene des Fernrohrs aufgestellt wird, von r unabhängig, es hat also keinen Zweck, den Beobachtungstisch in übermässiger Entfernung vom Galvanometer aufzustellen. Unter Umständen, besonders wenn es sich um grosse Ablenkungen handelt, kann man, um die wechselnde Einstellung des Fernrohres zu vermeiden, die Skale kreisbogenförmig gestalten, hat dann aber in der Scalenablenkung nicht $\operatorname{tang} 2\alpha$, sondern 2α selbst.

1) POGGENDORFF, POGG. Ann. 7, pag. 121. 1826.

2) GAUSS, Gött. Anz. 1833, No. 205—207.

3) CZERMAK, Reductionstabellen zur GAUSS-POGGENDORFF'schen Spiegelablesung. Berlin 1890. Dasselbst auch eine Einleitung über die Methode selbst.

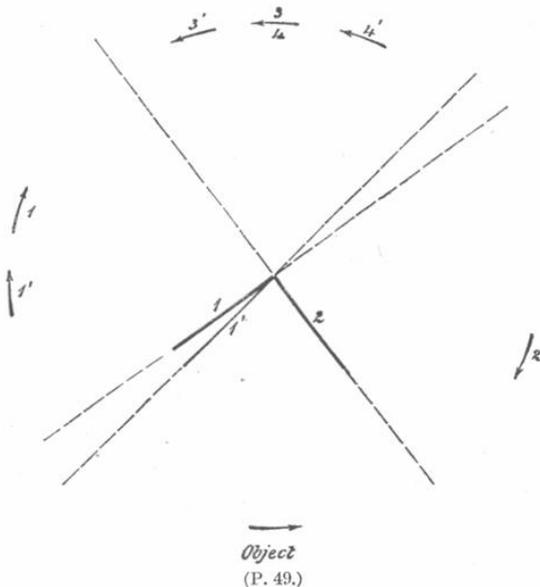
Modification von W. WEBER¹⁾. Die gewöhnliche Spiegelablesung findet für genauere Messungen eine Schwierigkeit in der Messung von r , die mehr oder weniger unsicher ist. Der Einfluss dieser Unsicherheit wird (ganz analog wie bei der HELMHOLTZ'schen Bussole der GAUGAIN'schen gegenüber) wesentlich herabgemindert, wenn man zwei Spiegel, Rücken gegen Rücken, und entsprechend zwei gegenüberstehende Scalen anwendet; es ist dann, wieder mit Rücksicht auf etwaige Abstände ρ der Spiegel von der Drehungsaxe:

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{(s_1 - s_0) + (s_1' - s_0')}{(r - \rho) + (r' - \rho')} = \frac{s + s'}{(r + r') - (\rho + \rho')};$$

als Spiegel kann man eine auf beiden Seiten versilberte Glasplatte benutzen, ihre Dicke ist dann $\rho + \rho'$, während $r + r'$ der Abstand der beiden Scalen von einander ist, beides also Grössen, die sich sehr genau messen lassen.

Modification mit Concavspiegel. Bequemer als die Anwendung eines ebenen ist oft die eines Concavspiegels; man bringt die Skala entweder in seine Brennebene und stellt das Fernrohr auf unendlich ein, oder man bringt sie in den Krümmungsmittelpunkt und beobachtet ihr mit ihr zusammenfallendes Bild durch ein Mikroskop. Statt des Concavspiegels kann man auch, unter Beibehaltung des Planspiegels, eine Convexlinse, in geringem Abstände vom Spiegel, anwenden. Die Skala muss man in diesen Fällen empirisch graduiren.

Andere Modificationen rühren von DU BOIS²⁾ und von PILTSCHIKOFF³⁾ her. Bei jener wird zwischen der Skalenmitte und dem drehbaren Spiegel ein fester Spiegel schräg aufgestellt und das von ihm gelieferte Bild seitlich durch ein Fern-



rohr beobachtet. Bei dieser findet neben dem drehbaren noch ein fester Spiegel Anwendung, der ebenso wie jener von der Grösse des zu benutzenden Skalengebietes sein muss — ein Umstand, aus dem man schon ersieht, dass die Methode für die feinste Ausmessung ganz kleiner Ablenkungen bestimmt ist. Endlich sei noch auf D'ARSONVAL⁴⁾ verwiesen.

Spiegelablesungsmethode von L. WEBER⁵⁾ (Winkelspiegel, Figur 49). Zwei einen rechten Winkel mit einander bildende Spiegel entwerfen von einem in dem von ihnen eingeschlossenen

Quadranten gelegenen Objekte im gegenüberliegenden Quadranten ein Doppelbild 3, 4, d. h. zwei zusammenfallende Bilder, welche aber sofort auseinander

¹⁾ W. WEBER und ZÜLLNER, Ber. Sächs. Ges. 1881, pag. 77.

²⁾ DU BOIS, WIED. Ann. 38, pag. 494. 1889.

³⁾ PILTSCHIKOFF, Journ. de phys. (2) 8, pag. 330. 1889.

⁴⁾ D'ARSONVAL, Séanc. Soc. fr. de phys. 1886, pag. 30 u. 77.

⁵⁾ L. WEBER, Centr. Ztg. f. O. u. Mech. 1889, pag. 173. Schon 1886 bekannt gegeben.

gehen und nach 3' bez. 4' fallen, sobald der Winkel sich ändert; der Grad der Auseinanderweichung ist ein sehr feines Maass jener Winkeländerung. Demgemäss stellt man neben dem drehbaren Spiegel und senkrecht zu ihm einen festen Spiegel auf, bringt vor dem Fernrohrobjective, etwas darüber oder darunter einen hellen Spalt an und setzt in das Fernrohr eine Okularskala ein. Sind, wie man durch Anvisiren einer Theilung leicht findet, p Millimeter gleich q Theilen der Ocularskala, ist r der Abstand des Spaltes von der Ecke des Winkelspiegels, und n der Abstand der beiden Spaltbilder in Ocularskalentheilen, so ist die Abweichung des Winkels von 90° , also der Drehungswinkel des Galvanometerspiegels gegeben durch:

$$\sin \alpha = \frac{1}{4} \frac{np}{qr}.$$

Die Methode ist sehr empfindlich und hat noch den besonderen Vortheil, dass kleine Verrückungen von Spalt und Fernrohr gar keinen Einfluss auf das Resultat haben, und dass es im Zusammenhange hiermit selbst bei grossen Entfernungen (r bis zu 13 m) sehr leicht ist, die Einstellung zu machen; insbesondere ist es durchaus nicht erforderlich, dass die Linie nach dem Spalt den Spiegelwinkel halbire. Die einzige Schwierigkeit, nämlich zu entscheiden, ob der Winkel grösser oder kleiner als 90° geworden ist (was den gleichen Effect hat), nach welcher Seite sich also der Galvanometerspiegel gedreht hat, lässt sich durch einen Controllversuch, bei dem der Sinn dieser Drehung bekannt ist, leicht überwinden. Handelt es sich lediglich darum, die Rechtwinkligkeit zu constatiren, also um Nullmethoden, so kann man mit einiger Uebung auch ohne Fernrohr beobachten¹⁾.

Projection. Der Spiegelablesung als subjectiver steht die Projectionsmethode als objective, für die Demonstration geeignete, gegenüber. Man lässt einfach das Fernrohr fort und lässt das Bild eines von hinten beleuchteten Spaltes seitwärts auf eine Skale fallen. Auch hier kann man unter Umständen mit Vortheil Concavspiegel verwenden.

Astasirung. Da in der Gleichung (1) die zu beobachtende Grösse $\tan \varphi$ mit H , der Horizontalcomponente des magnetischen Feldes, multiplicirt ist, so kann man durch Verkleinerung von H den andern Factor vergrössern, also die Empfindlichkeit erhöhen. Hierzu dient das Verfahren der Compensation oder Astasirung der Magnetnadel. Am einfachsten ist es, oberhalb oder unterhalb der Nadel und dieser nicht zu nahe einen Magnetstab²⁾ festzulegen, und zwar so, dass sein Mittelpunkt in die Drehaxe fällt und seine Axe einen Winkel δ mit dem magnetischen Meridian bildet; ist dann H_0 der Werth von H ohne den Einfluss des Stabes, h der Einfluss des Stabes, so ist der resultirende Werth von H und sein Winkel α mit dem Meridian

$$\begin{aligned} H_2 &= H_0^2 + h_2 + 2 H_0 h \cos \delta \\ (H_0 + h \cos \delta) \tan \alpha &= h \sin \delta, \end{aligned}$$

woraus folgt, dass man, wenn man $\delta = \pi$ wählt, also den Magnetstab mit dem Nordpol nach Norden legt, $H = H_0 - h$ machen, also, wenn h genügend stark ist, auf null reduciren oder gar umkehren kann; im ersteren Falle wird, wie die Annäherung zeigt, $\alpha = \pi/2$, d. h. die Nadel stellt sich senkrecht zum Meridian. Um für H je nach Wunsch einen beliebigen Werth herstellen zu können, bringt

¹⁾ Ueber die THOMSON'sche Spiegelablesung und ihr Verhältniss zur GAUSS'schen s. u. A. FERRINI, C. Z. f. Opt. u. Mech. 3, pag. 157. 1882.

²⁾ Die Idee des compensirenden Magnetstabes rührt von HAUY her, jedoch legte ihn HAUY in dieselbe Horizontalebene mit der Nadel, in ihre nördliche oder südliche Verlängerung.

man den Magnetstab an einer die Drehaxe verlängernden Stange sowohl auf- und abschließbar als auch drehbar an. Andre Anordnungen des Stabes, z. B. die von DU BOIS-REYMOND¹⁾ vorgeschlagene, sind weniger in Gebrauch gekommen, können aber, wenn die Construction des Galvanometers die obige nicht zulässt, in Betracht gezogen werden. Dagegen ist es, wo es auf Gleichförmigkeit des Feldes ankommt, angezeigt, den Stab, wenn er oberhalb der Nadel angebracht ist, kreisbogenförmig (in vertikaler Ebene) nach unten zu biegen. Die grosse Empfindlichkeit, welche das Galvanometer auf diese Weise erhält, hat freilich den Nachtheil, dass auch die schädlichen Einflüsse, also Aenderungen des Erdmagnetismus, Ortsänderungen von Eisenmassen selbst in grösserer Entfernung, Erschütterungen u. s. w. sich in erhöhtem Maasse bemerklich und insbesondere den Nullpunkt der Nadeleinstellung stark veränderlich machen

Der Gedanke, den compensirenden Magneten in Gestalt einer zweiten Nadel anzuwenden, die der ersten parallel, an Gestalt gleich, entgegengesetzt magnetisirt und an demselben Aufhängefaden befestigt ist, rührt von NOBILI²⁾ her; lässt man die eine Nadel innerhalb, die andre ausserhalb der Drahtwindungen schweben, so gleicht sich dies gegen die entgegengesetzte Magnetisirung aus, und die Stromwirkung wird auf beide Nadeln dieselbe Drehrichtung haben. Man kann auch zwei Rollen anwenden, in deren jeder eine Nadel schwebt, muss dann aber den Strom durch beide in entgegengesetzten Richtungen führen. Den Grad der Compensation kann man durch Beobachtung der Schwingungsdauer schätzen; je genauer die Gleichheit der Magnetismen beider Nadeln erreicht ist, desto grösser ist die Schwingungsdauer, und durch Streichen der einen oder andern Nadel mit einem Magneten kann man diese Dauer bis zur gewünschten Grösse bringen; jedenfalls ist es für die Empfindlichkeit wesentlich, die Nadeln möglichst leicht zu wählen. Näheres über die Einstellung des Nadelpaares mit Rücksicht auf die mangelhafte Parallelität ihrer Axen, über die sogen. freiwillige Ablenkung u. s. w. sehe man bei DU BOIS-REYMOND³⁾; über die Ausgleichung der noch vorhandenen Richtkraft des Nadelpaares durch feste Magnete bei MELLONI⁴⁾, DU BOIS-REYMOND⁵⁾ u. A. Will man Spiegelablesung anwenden, so muss man einen möglichst leichten Spiegel, z. B. ein versilbertes mikroskopisches Deckglas, benutzen.

Astasirung durch Schutzhüllen. Eine andre, und zwar von den Uebelständen der obigen freie Methode der Astasirung, die daher neuerdings vielfach, namentlich von W. THOMSON bei seinem Marine-Galvanometer, von F. BRAUN⁶⁾, DIETERICI⁷⁾ u. A. angewandt worden ist, beruht auf dem Satze, dass eine durch äussere Kräfte magnetisirte eiserne Hohlkugel in ihrem Hohlraume mit Kräften wirkt, welche den äusseren entgegengesetzt und, falls die Wandstärke im Vergleich zum Radius nicht sehr klein ist, an Grösse nahezu gleich sind. Die Punkte im inneren Hohlraum erfahren also nur einen kleinen Bruchtheil der äusseren Wirkung, die Kugel wirkt als Schutzhülle. Die Theorie dieser Erscheinung hat STEFAN⁸⁾ ausführlich entwickelt. DIETERICI stellt demgemäss das Galvanometer auf eine

¹⁾ DU BOIS-REYMOND, Berl. Mon. Ber. 1874, pag. 767.

²⁾ NOBILI, Bibl. univ. 25. 1824. — Memorie 1, pag. 1. 1834.

³⁾ DU BOIS-REYMOND, POGG. Ann. 112, pag. 1. 1861.

⁴⁾ MELLONI, Arch. de l'Electr. 1, pag. 662. 1841.

⁵⁾ DU BOIS-REYMOND, Unt. üb. thier. El. 2, pag. 491.

⁶⁾ F. BRAUN, Centr. Z. f. O. u. Mech. 4, pag. 133. 1883.

⁷⁾ DIETERICI, Verh. Berl. phys. Ges. 1886, pag. 119.

⁸⁾ STEFAN, Wien. Ber. (2) 85, pag. 613. 1882. — WIED. ANN. 17, pag. 928.

eiserne Platte und setzt es über einen eisernen Kasten von 2.5 mm oder einen Eisencylinder von 10 mm Wandstärke, die Richtkraft wurde dadurch im Verhältniss von 3.32:1 resp. 4.6:1 herabgemindert; dies Verhältniss stieg auf 13.5:1, als beide Hüllen zugleich benutzt wurden, und zugleich fand sich, dass der Einfluss äusserer Störungen um 30% schwächer geworden war. Für definitive Anwendungen würde es sich empfehlen, die Windungen mit zwei conaxialen Cylindern zu umgeben, die man aus Röhren herausschneiden kann. — Die Methode von BRAUN beruht auf einem die Rollen umfassenden Eisenringe, den man, da er meist remanenten Magnetismus besitzt, drehen muss, bis der Magnet auf null einsteht¹⁾.

Bifilare Aufhängung²⁾. Auch diese Einrichtung verfolgt astasirende Zwecke. Hängt man den Magnetstab (der in diesem Falle relativ schwer sein muss) an zwei Fäden auf, die man am besten parallel führt, so wird er in der Ebene der Fäden mit einer Kraft festgehalten, welche desto grösser ist, je grösser der Abstand der Fäden ist (s. Bd. I, pag. 177). Ist also D das betreffende Moment und hängt man den Stab im magnetischen Meridian, aber verkehrt auf, so wird mH um D geschwächt, und man kann durch Wahl jenes Abstandes die Differenz $mH - D$ beliebig klein, positiv oder negativ machen; in entsprechendem Maasse wird dann also auch der durch einen Strom von bestimmter Stärke erzeugte Ablenkungswinkel grösser ausfallen.

Dämpfung. Wie das Pendel, so führt auch die Magnetnadel der strommessenden Instrumente Schwingungen um die Gleichgewichtslage aus. Diese Schwingungen haben ferner wie jene infolge der Reibung an den Aufhängestellen und der Luft keine gleichbleibende, sondern abnehmende Amplitude, sie werden gedämpft. Unter gewöhnlichen Umständen ist diese Dämpfung so schwach, dass man nicht abwarten kann, bis die Nadel ihre Ruhelage angenommen hat, sondern genöthigt ist aus einer Reihe von Ausschlägen dieselbe zu berechnen, ein Verfahren, über welches bereits in Bd. I, pag. 83 Bemerkungen gemacht sind, das aber eben nur bei sehr schwacher Dämpfung grössere Genauigkeit besitzt, und selbst dann unbequem und zeitraubend ist. Man schlägt daher meist den umgekehrten Weg ein und erzeugt künstliche Beruhigung oder Dämpfung der Schwingungen. Hierbei sind namentlich folgende Methoden hervorzuheben:

1) Beruhigung durch Magnete. Man nähert einen Magnetstab von passender Stärke des Magnetismus der Nadel von der Seite und mit Zuwendung eines passenden Poles, am besten so, dass man, während der Nordpol der Nadel von der einen Seite her der Nulllage sich nähert, ihm den Nordpol des Stabes von der andern Seite her gegenüberhält, sodass im günstigsten Falle die Nadel in der Nulllage stehen bleibt, mindestens aber stark beruhigt wird u. s. w.

2) Beruhigung durch Stromimpulse. Dies Verfahren ist dem erstgenannten ganz analog, nur benutzt man statt des Magneten den Strom, den man zu untersuchen hat, indem man in dem Augenblicke, wo die Nadel durch die vermuthliche Ruhelage durchgeht, den Strom für kurze Zeit (die man mit einiger Uebung passend wählen lernt) in derjenigen Richtung schliesst, in welcher er der Nadel die ihrer augenblicklichen entgegengesetzte Bewegung ertheilen würde (oder, wenn er geschlossen ist, öffnet), und dies Verfahren erforderlichen Falls wiederholt. Das Verfahren ist bequemer als das erste, da man es vom Fernrohrplatze aus dirigiren kann, bei jenem aber selbst bei directer Theilungsablesung den Beruhigungsstab jedesmal in grössere Entfernung wieder fortschaffen muss.

¹⁾ Vergl. auch UPPENBORN, Cbl. f. El. 4, pag. 507. 1886.

²⁾ GAUSS, Resultate d. magn. Ver. Bd. I. 1837. — Ges. Werke 5, pag. 367.

Dagegen ist das Verfahren an die Erlaubniss geknüpft, den Untersuchungsstrom nach Belieben zu unterbrechen und umzukehren, was natürlich nicht immer der Fall ist; eventuell kann man auch einen eigenen Hilfsstrom zu dem gedachten Zwecke benutzen.

3) Luftdämpfung. Man kann die Dämpfung durch Widerstand und Reibung der Luft leicht erhöhen, indem man leichte Körper von grosser Oberfläche an der Nadel anbringt, z. B. Papier- oder Glimmerblättchen, welche senkrecht an den Enden der Nadel herunterhängen. Eine besondere Vervollkommnung der Luftdämpfung verdankt man TOEPLER¹⁾; man umgibt die in obiger Weise vorgesehene Nadel mit einer Schachtel mit mehreren, weit einspringenden Querwänden, sodass die Luft nur innerhalb einer Abtheilung, z. B. eines Quadranten, circuliren kann, und durch ihr Gegenströmen die Nadel hemmt. Nach von ETTINGSHAUSEN²⁾ kann man dabei die Querwände verschiebbar machen und auf diese Weise jeden beliebigen Grad von Dämpfung erzielen. Auch auf die Dämpfung fortschreitender Bewegungen ist die Methode anwendbar und z. B. von F. KOHLRAUSCH³⁾ bei seinem Federgalvanometer (s. w. u.) auch wirklich angewandt worden.

4) Flüssigkeitsdämpfung. Sie ist der vorigen ähnlich, wirkt aber naturgemäss noch kräftiger. Mit der Axe der Drehung wird ein Flügelapparat verbunden, dessen Flügel, an dünnen und von der Flüssigkeit gut benetzten Stielen sitzend, in eine Flüssigkeit, z. B. Oel oder Glycerin tauchen. Oder man bringt nach dem Vorschlage FRÖLICH'S⁴⁾ an der Drehungsaxe einen hohlen, innen paraffinirten, mit Wasser gefüllten und dann zugelötheten Ring an — ein Verfahren, das weniger stark, aber regelmässiger und mit der Zeit unveränderlich wirkt.

5) Elektrische Dämpfung. Man umgibt die Magnetnadel, und zwar so innig als es die sonstige Construction des Galvanometers zulässt, mit einer Kupfermasse (Hohlcyliner, Hohlkugel, Hohlkasten u. s. w.); in ihr werden dann Ströme inducirt, und diese wirken hemmend auf die Schwingungen der Nadel. Der Dämpfer muss von möglichst reinem Kupfer und darf namentlich nicht eisenhaltig sein, da sonst störende magnetische Wirkungen eintreten; die Nadel muss, damit die Dämpfung kräftig ausfalle, von starkem Magnetismus und kleinem Trägheitsmoment sein (Kreisspiegel, Glockenmagnet u. s. w.). Uebrigens wirken auch die Rollen des Galvanometers selbst dämpfend, und man kann diese ihre Wirkung erhöhen, wenn man den Draht auf kupfernen Cylindern aufwindet.

Die Gleichung gedämpfter Bewegung um eine Axe ist

$$K \frac{d^2x}{dt^2} + cf(x) + c_1 \left(\frac{dx}{dt} \right)^m = 0,$$

wo K das Trägheitsmoment, $cf(x)$ das Moment der bewegenden, c_1 das der dämpfenden Kräfte, letzteres für die Einheit der Winkelgeschwindigkeit ist. Nimmt man $f(x) = x$, $m = 1$, also die Dämpfung der Geschwindigkeit proportional, und setzt man $c/K = 2\varepsilon$, $c_1/K = n^2$, so wird

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{dx}{dt} + n^2x = 0. \quad 15)$$

¹⁾ TOEPLER, POGG. Ann. 149, pag. 416. 1873.

²⁾ v. ETTINGSHAUSEN, C. Z. f. Opt. u. Mech. 1, pag. 161. 1880.

³⁾ F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 15, pag. 556. 1882.

⁴⁾ FRÖLICH, EL. Z. 1886, pag. 195.

Das Integral dieser Gleichung ist

$$x = Ae^{\alpha t} + Be^{\beta t},$$

wo α und β die beiden Wurzeln der Gleichung

$$u^2 + 2u\varepsilon + n^2 = 0$$

sind.

Da nun die Bewegung den Charakter von Schwingungen behalten soll, müssen die Wurzeln reell, also $\varepsilon^2 - n^2$ negativ, $n^2 - \varepsilon^2 = \gamma^2$ positiv sein, ferner lässt sich der Anfangspunkt der Zeit passend wählen, und man erhält für Winkel x , Winkelgeschwindigkeit $dx/dt = \omega$, und ihre Anfangswerthe x_0 und ω_0 :

$$\begin{aligned} x &= Ae^{-\varepsilon t} \sin \gamma t & x_0 &= 0 \\ \omega &= Ae^{-\varepsilon t} (\gamma \cos \gamma t - \varepsilon \sin \gamma t) & \omega_0 &= A\gamma. \end{aligned}$$

Die Schwingungsdauer τ wird, wie man nun sofort findet, gleich π/γ , also kleiner als ihr Werth T ohne Dämpfung, und zwar ist

$$\tau : T = n : \gamma = n : \sqrt{n^2 - \varepsilon^2},$$

ferner wird die Elongation nach einer Seite

$$s = A \frac{\gamma}{n} e^{-\varepsilon t} = \frac{\omega_0}{n} e^{-\varepsilon t},$$

das logarithmische Decrement ($\lambda = \log(s_1 + s_2) - \log(s_2 + s_3)$) u. s. w.)

$$\lambda = \varepsilon \tau.$$

Schliesslich kann man alle für die Bewegung charakteristischen Grössen durch die experimentell sich ergebenden Grössen τ , λ , s_1 ausdrücken und erhält:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\pi}{\tau} & \varepsilon &= \frac{\lambda}{\tau} & n &= \frac{\pi}{\tau} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} & T &= \frac{\tau}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}} \\ \omega_0 &= s_1 \frac{\pi}{\tau} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}} = \frac{\pi}{\tau} \left(s_1 + \frac{s_3 - s_1}{4} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

letzteres angenähert für mässige Dämpfung¹⁾.

Aperiodische Bewegung. Wenn in obiger Lösung die Grösse $\varepsilon^2 - n^2$ positiv ist, was bei starker Dämpfung eintreten kann, so hört die Bewegung auf, periodisch zu sein, sie wird exponentiellen Charakters, die aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkte Magnetnadel kehrt mit abnehmender Geschwindigkeit und — theoretisch — nach unendlich langer Zeit in dieselbe zurück. Die Theorie und Praxis dieser für die galvanometrische Beobachtung offenbar in vielen Fällen sehr geeigneten Erscheinung ist namentlich von DU BOIS-REYMOND²⁾ eingehend studirt worden. Setzt man diesmal $\gamma^2 = \varepsilon^2 - n^2$, und $t = 0$ für eine Ablenkung x_0 , so wird

$$x = \frac{x_0}{2\gamma} e^{-\varepsilon t} [(\varepsilon + \gamma)e^{\gamma t} - (\varepsilon - \gamma)e^{-\gamma t}]. \quad (17)$$

Man kann auch, statt von einer anfänglichen Ablenkung, von einer anfänglichen Geschwindigkeit ω_0 ausgehen (dafür aber jetzt $x_0 = 0$ setzen); dann wird

$$x = \frac{\omega_0}{2\gamma} e^{-\varepsilon t} (e^{\gamma t} - e^{-\gamma t}).$$

Endlich kann man auch beide Annahmen vereinigen, immer bleibt die Bewegung aperiodisch (im dritten Falle unter Umständen mit zwei Umkehrpunkten);

¹⁾ In Bezug auf die successive Entwicklung der Theorie der Dämpfung sind insbesondere zu nennen: GAUSS, Res. d. magn. Ver. 1837, pag. 58. — DU BOIS-REYMOND, Berl. Mon.-Ber. 1869, pag. 807. 1870, pag. 537. — CHWOLSON, Mém. de St. Pét. 27, No. 14 und 28, No. 3. 1880—81. — DORN, WIED. Ann. 35, pag. 189. 1888.

²⁾ DU BOIS-REYMOND, Berl. Mon. Ber. 1869, pag. 806 u. 1873, pag. 748.

eine Schwingungsdauer giebt es nicht, die einzige charakteristische Zeit ist im zweiten Falle die, welche vergeht, bis die grösste Ablenkung erreicht ist:

$$t_1 = \frac{1}{2\gamma} \log \frac{\varepsilon + \gamma}{\varepsilon - \gamma}.$$

Interessant ist noch der Grenzfall $\varepsilon = n$, wo also die Aperiodicität eben beginnt; es ist dann in den beiden Fällen

$$x = x_0(1 + \varepsilon t)e^{-\varepsilon t} \quad \text{bzw.} \quad \begin{cases} x = \omega_0 t e^{-\varepsilon t} \\ t_1 = \frac{1}{\varepsilon} \end{cases}, \quad x_1 = \frac{\omega_0}{\varepsilon}.$$

Verschiedene Formen der Galvanometer. Bei der grossen Zahl von Galvanometern, welche construirt worden und zum grossen Theile noch heute in Gebrauch sind, ist an dieser Stelle eine Beschränkung auf die wichtigsten Typen erforderlich. Eine Klassifikation ist dabei kaum möglich, da sich die meisten Apparate in verschiedenen Hinsichten gleichzeitig (Form des Magneten und der Drahtwindungen, Astasirung, Spiegel, Dämpfung, Empfindlichkeit, Aufhängung u. s. w.) von andern unterscheiden und einige überhaupt nur hinsichtlich der Vereinigung mehrerer schon angewandter Constructionen Neuheit darbieten. Nur einige Typen besonderer Art werden am Schlusse für sich aufgeführt.

Galvanometer von NOBILI²⁾. Rechteckiger Drahtrahmen; astatisches, aus zwei 5–6 cm langen Nähnadeln gebildetes System, die eine Nadel in, die andre über den Windungen, letztere mit einem Zeiger unter 90°, der auf einer Kreistheilung spielt; Kopfschraube am oberen Ende des Coconfadens zum Heben, Senken und Arretiren der Nadeln. Ist die Kreisplatte aus Kupfer, so wirkt sie schwach dämpfend. Glasglocke zum Schutz gegen Luftströmungen. Später von anderen Autoren vielfach modificirt.

Galvanometer von W. WEBER³⁾. Mehrere Formen, theils durch die Dimensionen, theils durch die Aufhängung an einem oder zwei Fäden verschieden. Am häufigsten zur Benutzung kommt das Galvanometer mit schwerem Magnet (Hohlcyylinder von 10 cm Länge und 15 mm Durchmesser), dicker Kupfermantel, zugleich zur Aufwindung des Drahtes, Spiegelablesung; bei einer andern Form ist der Spiegel selbst magnetisch, die Kupfermasse hohlkugelförmig, mit einer Oeffnung zur Ermöglichung der Spiegelablesung und verschiebbarer Drahtrolle.

Galvanometer von WIEDEMANN⁴⁾ (Schlittenapparat). Stahlspiegel von 20 mm Durchmesser, kurzer Hohlcyylinder aus Kupfer (20 mm lang, 40 mm breit), oben aufgeschnitten, um den Spiegel hindurchzulassen. Auf dem Grundbrett auf jeder Seite ein verschiebbares Holzbrett mit der Rolle. Gewöhnlich sind drei Paar Rollen beigegeben, von einigen wenigen, etwa 100 und einigen 1000 Windungen, bzw. einigen hunderteln Ohm, einigen Ohm und 1000 oder mehr Ohm Widerstand, und entsprechender Anwendbarkeit in verschiedenen Fällen (s. w. u.); da man ausserdem jedesmal beide oder nur eine der Rollen benutzen sowie ihre Abstände in weiten Grenzen variiren kann, erhält der Apparat einen grossen Wirkungsbereich. In Fällen, wo man verhindert ist von Ost oder West zu beobachten, muss man freilich, wenn man keinen Compensationsmagneten

1) Ueber den Einfluss von Eisen im Dämpfer auf das Verhalten der Nadel s. u. A. CHRISTIANI, Verh. Berl. phys. Ges. 1882, pag. 1. — Ueber die Beziehung der aperiodischen Dämpfung zur Empfindlichkeit s. RIECKE, Gött. Nachr. 30. 1884.

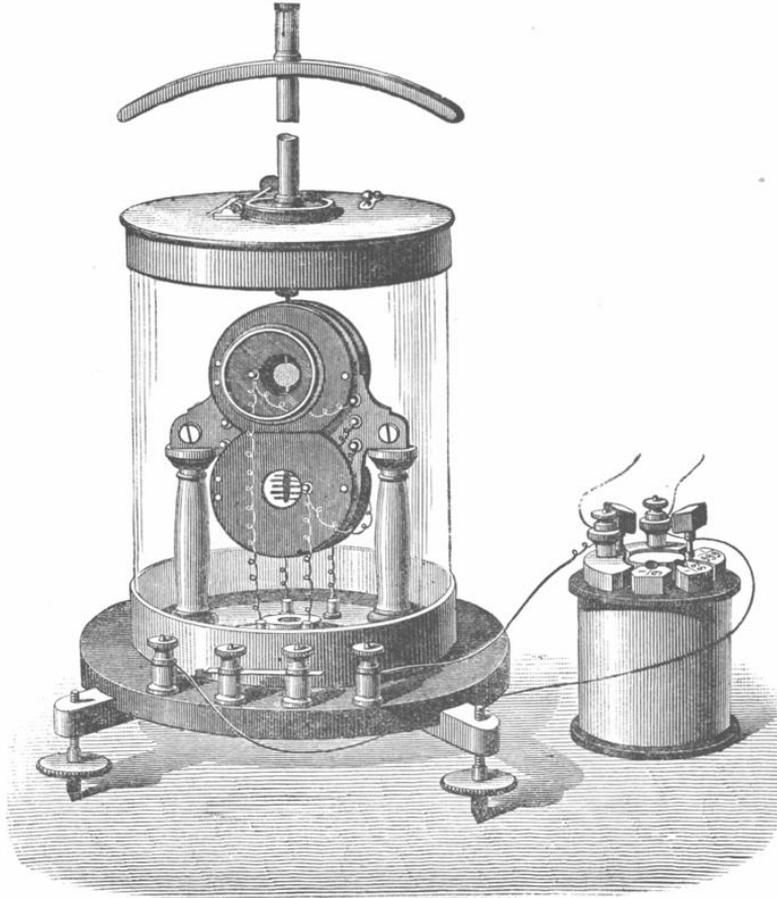
2) NOBILI, Mem. ed. osserv. 1, pag. 1. 1826.

3) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbest. 1, pag. 17. 1846. — Widerstandsmess. pag. 337 u. s. w.

4) WIEDEMANN, POGG. Ann. 89, pag. 504. 1853. — Elektricität 3, pag. 289.

anwenden will, eine entsprechende optische Vorrichtung (Prisma oder zweiten, gegen den magnetischen geneigten Spiegel), an dem Instrument anbringen.

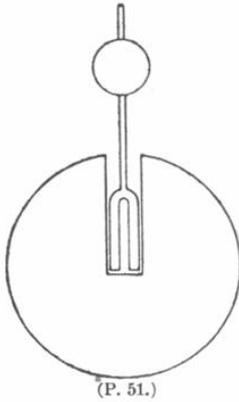
Galvanometer von W. THOMSON. Das drehbare System ist hier an die äusserste Grenze der Leichtigkeit gebracht, indem es aus einem Glasspiegel (mikroskopisches Deckgläschen) und einem oder mehreren hinten aufgeklebten, als Nadeln dienenden Stahlstreifen von etwa 0·8 cm Länge besteht und im günstigsten Falle



(P. 50.)

nur $\frac{1}{20}$ gr wiegt; der Coconfaden ist nur $\frac{1}{2}$ —1 cm lang, die Schwingungsdauer noch keine Sekunde, die Luftdämpfung durch Einengung des Raumes sehr stark. Der Querschnitt der Drahtwindungen ist kreisförmig, der Axenschnitt durch die Drahtmasse selbst dasjenige Rechteck, welches die günstigste Wirkung giebt; auch lässt sich ein grösserer oder geringerer Theil der Windungen ausschalten. Bei einigen derartigen Apparaten ist sogar die Drahtstärke von Schicht zu Schicht variabel gewählt, wie die strenge Theorie es fordert. Die obere Fortsetzung der Axe trägt einen gekrümmten Compensationsstab. Bei einer andern Form ist das System selbst astatisch, jede Nadel schwebt in einer Rolle, eine Glimmerplatte besorgt die Dämpfung, ein äusserer Magnet gestattet beliebige Einstellung (Fig. 50).

Galvanometer von SIEMENS. Glockenmagnet, der, diametral der Länge nach aufgeschlitzt und unten offen, zwei gegenüberliegende Pole hat, sehr stark magnetisch

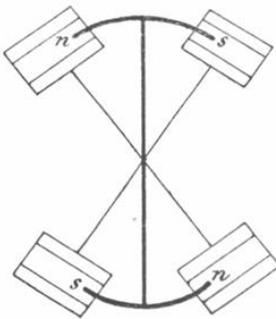


(P. 51.)

und von geringem Trägheitsmoment ist; dicht umschliessende Kupferkugel, in Folge dessen aperiodische Einstellung; die Rollen von beiden Seiten dicht über die Kugel schiebbar, daher sehr kräftige Wirkung. Vergl. Fig. 51. Eine andere Form ist astatisch, mit zwei Rollen übereinander, in deren jeder ein Glockenmagnet, an der Verbindungsaxe zwischen beiden der in beliebiger Richtung einstellbare Spiegel, unter der Grundplatte ein System verstellbarer Magnete.

Galvanometer von SCHORER und L. WEBER¹⁾. Zwei neben einander liegende Rollen, dazwischen ein kupferner Dämpfungscylinder, in dessen Innern ein Glockenmagnet; am Kopfe des letzteren ein Bügel, der zwei gabelförmige, in die Rollen hineinragende Magnete trägt, die gleichnamigen Pole derselben stehen sich in der einen und andern Rolle gegenüber; alle Magnete zusammen bilden ein fein astatisches System. Sorgfältige Suspension und Centrirung, drehbarer und fester Spiegel (Winkelspiegelablesung, s. o.), auf dem Grundbrett ein zweites, drehbares, sodass trotz der Einengung des Schwingungsraumes der Bereich der Anwendbarkeit ein eben so grosser ist, wie die Empfindlichkeit und Bequemlichkeit des Apparats und letzterer auch als Sinusbussole benutzt werden kann. Es sei angeführt, dass bei einem Rollenwiderstand von 1431 Ohm ein Strom von 0·0000003 Amp. noch 1 cm Ausschlag bei 1 m Skalenabstand und gewöhnlicher Spiegelablesung gab, bei der Winkelspiegelmethode aber die Empfindlichkeit noch 100 mal grösser war.

Galvanometer von ROSENTHAL²⁾. (»Mikrogalvanometer«.) Der Magnet ist ein kleines vertikales Hufeisen, an den Enden desselben ragen, mit ihm aus einem Stücke gearbeitet, quadrantenförmige Stifte horizontal hervor und in die beiden feinen Rollen von entgegengesetzten Seiten hinein; diese Stifte sind die Pole des Magneten. Die Rollen bestehen aus je 200 Windungen feinsten Silberdrahtes, Widerstand 30 Ohm, inneres Lumen 5 mm, in Folge aller dieser Umstände sehr kräftige Wirkung, nämlich 0·1 mm Ausschlag auf 2700 mm Skalenabstand schon bei einem Strom von nur 0·0000000054 Ampère, mit Compensation und Aperiodicität sogar von nur 0·0000000012 Ampère. Kupferdämpfer, Spiegelablesung, Gewicht von Magnet und Spiegel 4·3 gr.



(P. 52.)

Galvanometer von KOLLERT³⁾. (Fig. 52.) Dem eben genannten ähnlich, aber mit vier Rollen, jede von 4000 Windungen sogen. Telephondrahtes, inneres Lumen $3\frac{1}{2}$ mm, paarweise auf zwei um die Axe des Instrumentes drehbaren Armen befestigt, die einen Winkel von 72° mit einander bilden. Am Aufhängesystem zunächst ein gerader, horizontaler Stift, an dessen Enden zwei kreisbogenförmige Magnete aus sehr feinem Uhrfederstahl, deren Pole umgekehrt, also astatisch liegen und in die 4 Rollen, nicht ganz bis zur Mitte (günstigste Wirkung) hineinragen. Glimmerflügel zur Luftdämpfung, die sehr vollkommen erzielt ist, Spiegelablesung. Ein Strom von 0·00000000139 Ampère giebt 1 Skalenteil Ausschlag bei

1) L. WEBER, C. Z. f. Opt. u. Mech. 10, pag. 173. 1889.

2) ROSENTHAL, WIED. ANN. 23, pag. 677. 1884.

3) KOLLERT, WIED. ANN. 29, pag. 491. 1886.

1355 Skalentheilen Abstand, bis zu 5° Ablenkungswinkel ist die Stromstärke innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Skalenablenkung proportional.

Galvanometer von MEYERSTEIN¹⁾. Der Aufhängefaden trägt unter dem Spiegel einen die Rolle hinten umgehenden Bügel, welcher seinerseits über der Rolle den Compensationsstab, in der Rolle den eigentlichen Magneten in Gestalt eines elliptischen Stahlringes, dessen Form auch das Lumen der, behufs Dämpfung auf Kupfer gewickelten Rolle angepasst ist.

Differential-Galvanometer. Die Idee hierzu scheint von A. BECQUEREL²⁾ ausgegangen zu sein. Zwei Ströme werden durch die beiden Rollen des Apparats so geleitet, dass ihre Wirkungen auf die Nadel entgegengesetzte sind (also, wenn die Rollen auf beiden Seiten der Nadel stehen, in gleichem Sinne); sind die Rollen gleich und in gleicher Lage zur Nadel aufgestellt, so kann man hiernach die Gleichheit zweier Ströme sehr genau constatiren und geringe Ungleichheiten zweier Ströme sehr genau messen; ist der eine dieser Ströme bekannt, so findet man also den andern mit grösstmöglicher Annäherung. In diesem Sinne kann man den Apparat auch als Compensationsgalvanometer bezeichnen und ihn anderen derartigen Apparaten, z. B. dem Compensationselektrometer an die Seite stellen. Uebrigens kann man, ausser den eigens hierzu construirten Apparaten, auch einige der gewöhnlichen Galvanometer, wie einleuchtet, durch entsprechende Anordnung der Verbindungen zu Differentialmessungen geeignet machen. Die allgemeine Formel für die Ablenkung ist

$$\text{tang } \varphi = c_1 i_1 - c_2 i_2,$$

wo $i_1 i_2$ die beiden Ströme, $c_1 c_2$ die galvanometrischen Constanten der beiden Rollen sind und die Ablenkung als genügend klein angenommen ist, um die Abweichungen vom Tangentengesetz vernachlässigen zu können. Am besten ist es, nicht nur $c_1 = c_2$, sondern gleichzeitig auch die Widerstände beider Rollen einander gleich zu machen, was sich technisch mit fast völliger Genauigkeit erreichen und nachträglich prüfen lässt, indem man einen und denselben Strom erst hintereinander, dann gleichzeitig durch beide Rollen schickt und zusieht, ob jedesmal die Nadel in ihrer Nullstellung verbleibt. Es genügt aber auch die Rollen so zu justiren, dass, obgleich weder die galvanometrischen Constanten noch die Widerstände gleich sind, doch bei Verzweigung eines Stromes durch beide keine Ablenkung eintritt; man darf dann aber stets nur Parallelschaltung anwenden.

Eine Bussole (»Quotientenbussole«), welche nicht die Differenz, sondern das Verhältniss zweier Ströme ergibt — was nicht selten von Wichtigkeit ist — hat JENKIN³⁾ construirt, indem er die beiden auch hier combinirten Rollen oder Drahtlinge nicht parallel, sondern senkrecht zu einander fest mit einander verband, sodass sie den verticalen Durchmesser gemeinsam haben. Schwebt die Nadel im gemeinschaftlichen Mittelpunkt und dreht man das System der beiden Rollen, während die Ströme i_1 und i_2 durch sie hindurchgehen, so lange, bis die Nadel keine Ablenkung aus dem Meridian aufweist, so ist der Winkel der einen der beiden Rollen mit dem Meridian durch die Gleichung

$$c_1 i_1 \cos \varphi - c_2 i_2 \sin \varphi = 0,$$

also

1) MEISSNER u. MEYERSTEIN, POGG. Ann. 114, pag. 132. 1861.

2) BECQUEREL, Ann. chim. phys. (2) 32. 1826.

3) JENKIN, Rep. Brit. Ass. 1867. — Vergl. auch FERRINI, Rend. Ist. Lomb. (2) 16, pag. 305. 1883.

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{c_1 i_1}{c_2 i_2}$$

bestimmt und speciell, wenn die beiden Rollen oder Ringe gleich sind:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{i_1}{i_2}.$$

Universal-Galvanometer von SIEMENS und HALSKE¹⁾. Dieses schon oben (pag. 153) erwähnte und in seinen Haupttheilen durch eine schematische Figur (P. 38) angedeutete Instrument ist ein gewöhnliches Galvanometer mit astatischer Nadel, Compensationsstab und Rollen von 10 Quecksilber-einheiten (oder Ohm) Widerstand, das aber mit verschiedenen Nebentheilen zu einem handlichen Ganzen vereinigt und so eingerichtet ist, dass es allen möglichen Zwecken dienen kann, insbesondere auch als Tangenten- oder Sinus-busssole. So ist das Ganze drehbar auf der Grundplatte aufgestellt, ein Brücken-draht kann mittelst eines Platinröllchens in verschiedenen Längen eingeschaltet werden, ebenso sind einige (meist 3 oder 4) feste Widerstände von 1—1000 Einheiten vorhanden u. s. w. Seine Hauptbestimmungen sind freilich die für Widerstandsmessungen (s. w. u.) und für Vergleichung elektromotorischer Kräfte (s. o. pag. 153).

Praktische Galvanometer. Es sind noch einige Vertreter einer Klasse von Galvanometern zu nennen, welche zur bequemen und raschen Strommessung oder Constatirung von Stromlosigkeit (bei Nullmethoden u. s. w.) dienen in Fällen, die sich sehr oft wiederholen, und wo es genügt, wenn eine Genauigkeit von durchschnittlich 1% erreicht wird. Solche Apparate spielen in der Technik und Medicin eine grosse Rolle, brauchen aber auch bei rein wissenschaftlichen Untersuchungen in den bezeichneten Fällen durchaus nicht verschmäht zu werden. Hierher gehören zunächst die Verticalgalvanometer; sie sind theils Verticalgalvanometer im engeren Sinne, d. h. Apparate, in denen die Nadel sich in einer vertikalen Ebene, also um eine horizontale Axe dreht, wurden zuerst von WHEATSTONE bei Gelegenheit der Einführung der elektromagnetischen Telegraphie construirt und kommen jetzt in sehr verschiedenen Formen vor, meist ist die in den Windungen schwebende Nadel nicht selbst sichtbar, man liest vielmehr die Stellung eines durch einen horizontalen Stift mit ihr verbundenen Zeigers, der sich, parallel mit ihr, aber vor den Windungen bewegt, an einer Kreistheilung ab; die Reibung bedingt hier natürlich erheblichere Fehler als in der Horizontalstellung, man muss sie daher stets auf kleinster Höhe erhalten. Anderentheils sind es Verticalgalvanometer nur in dem Sinne, dass die Theilung und der Zeiger vertikal, die Nadel aber horizontal steht²⁾. Die Verticalgalvanometer eignen sich übrigens wegen der Sichtbarkeit von Skala und Theilung auch zur Demonstration. — Ferner gehören hierher die sogen. Ampèremeter, welche, soweit sie überhaupt elektromagnetische Winkelapparate sind (s. w. u.) eigentlich nichts weiter sind, als Galvanometer, deren Skale nicht Winkel, sondern direkt die Stromstärke in Ampères giebt. Zu den verbreitetsten Instrumenten dieser Art gehört wohl das von AYRTON und PERRY³⁾. Von den Ampère-Wagen wird noch die Rede sein, ebenso von den zu ihnen gehörigen sogen. Federgalvanometern. Dagegen sei noch auf die Galvanometer

¹⁾ SIEMENS, DINGL. pol. J. 211, pag. 263. 1874.

²⁾ BOURBOUZE, Rep. de Phys. 8, pag. 242. 1872.

³⁾ AYRTON u. PERRY, Z. f. ang. EL-Lehre 3, pag. 373. 1881. — Phil. Mag. (5) 17, pag. 304. 1884. — Ferner die Apparate von W. THOMSON, vergl. Nat. 26, pag. 506. 1882, von SCHUCKERT, DINGL. J. 256, pag. 119. 1885, SCHARNWEBER, v. DOLIVO-DOBROVLSKI u. A.

zu besonderen Zwecken, z. B. Reisegalvanometer, das Schiffsgalvanometer von THOMSON, die Taschengalvanometer (z. Thl. sogar mit Spiegelablesung) von WEINHOLD (1883), EDELMANN (1887), TANAKA (1888) u. s. w. hingewiesen.

Galvanometer mit beweglichem Stromkreis. Während alle bisher genannten Apparate das mit einander gemein hatten, dass feste Stromkreise drehbare Magnetnadeln ablenkten, hat man neuerdings mit gutem Erfolge auch umgekehrt angeordnete Galvanometer gebaut¹⁾, namentlich hat sich das Galvanometer von DEPRez und D'ARSONVAL²⁾ für manche Zwecke rasch eingebürgert. In der schematischen Skizze (Fig. 53) sieht man den kräftigen Hufeisenmagneten sowie eine eiserne, ebenfalls (am Stativ) feste Röhre in der Mitte, welche, temporär magnetisiert, das magnetische Feld noch verstärkt; der bewegliche Rahmen, um welchen der sehr dünne Stromdraht in vielen Windungen gewickelt ist, hat rechteckige Gestalt und ist nicht nur oben, sondern auch unten an einem dünnen Metallfaden befestigt, sodass er sich drehen, aber nicht verschieben kann, zugleich dienen die beiden Drähte zur Zuführung des Stromes. An dem oberen Drahte ist entweder ein Aluminiumzeiger befestigt, der auf einer halbkreisförmigen Skala spielt, oder, wie in der Skizze, ein Spiegelchen.

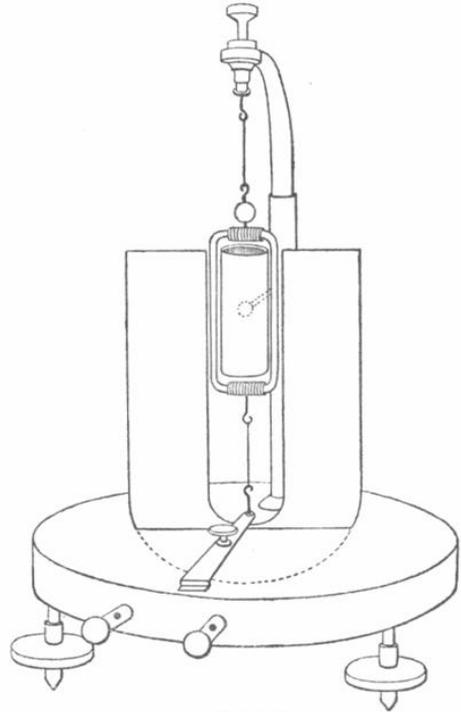
Die Einstellung bei Durchleiten eines Stromes erfolgt fast aperiodisch; dagegen macht sich die Reibung und eine etwaige Excentricität der Aufhängung stark geltend, wenn man nicht die beiden Schrauben, welche die Spannung der Fäden und die Aufhängung bedingen, gut regulirt; auch muss man wegen der Veränderlichkeit der Wirkung für etwaige absolute Messungen häufigere Controlle üben. Fällt die Ebene des Stromleiters ursprünglich in die Meridianebene und findet bei Stromdurchgang Gleichgewicht zwischen den elektromagnetischen und den Torsionskräften bei dem Ablenkungswinkel φ statt, so ist

$$i = \frac{C}{HF} \frac{\varphi}{\cos \varphi}, \quad (18)$$

wo H die Stärke des (in diesem Falle künstlichen) Feldes, C die Torsionsconstante und F die Windungsfläche des Drahtes ist. Die absolute und die relative Empfindlichkeit sind bei diesem Apparate

$$E_a = \frac{HF}{C} \frac{\cos \varphi}{1 + \varphi \tan \varphi} \quad E_r = \frac{\varphi}{1 + \varphi \tan \varphi};$$

erstere ist also mit F und H direkt, mit C indirekt proportional und für die kleinsten Ablenkungen am grössten, letztere am grössten für $\varphi = \cos \varphi$, also etwa für $\varphi = 40^\circ$. — Man kann die Rolle auch bifilar aufhängen und die beiden Fäden zur



(Ph. 53.)

¹⁾ Das erste derartige Instrument scheint THOMSON's Signalapparat gewesen zu sein, vergl. MAXWELL, El. und Magn. 2, pag. 454.

²⁾ DEPRez u. D'ARSONVAL, Compt. rend. 94, pag. 1347. 1882.

Stromzufuhr benutzen, an die Stelle der Torsion tritt dann die Schwere, und die Formeln werden dann denen der Tangentenbussole analog. — Ferner kann man gleichzeitige Beobachtungen an einem Galvanometer mit fester und an einem mit beweglicher Rolle anstellen und für diesen Zweck sogar nach dem Vorschlage von W. THOMSON einen einzigen, beiden Zwecken genügenden Apparat construiren. Was man dabei erreicht, ist dies, dass die Bestimmung der Stromstärke ganz unabhängig wird vom Erdmagnetismus; bei der einen Methode steht nämlich H im Zähler, bei der anderen im Nenner, es ist freilich in den beiden Fällen nicht dieselbe Grösse, sondern dort die Stärke des erdmagnetischen (event. zum Theil compensirten), hier die eines künstlichen Feldes; bestimmt man aber durch Schwingungsversuche das Verhältniss beider, so fällt H aus dem Endresultate heraus.

Hinsichtlich einiger weiterer Apparate sei hier noch auf die bezügliche Literatur¹⁾ verwiesen.

Registrirapparate. Für zahlreiche wissenschaftliche und praktische Zwecke ist es erwünscht, die Stromstärken selbstthätig aufzeichnen zu lassen. Am einfachsten geschieht dies, indem man das leuchtende Spaltbild eines Projektionsgalvanometers (s. o.) statt auf die Skale, auf das photographische Papier einer rotirenden Trommel fallen lässt, oder indem man mit dem Zeiger eines Galvanometers einen Schreibstift und wiederum eine rotirende Trommel verbindet, oder unter Benutzung der photoelektrischen Wirkung des Selens²⁾. Der feinste derartige, für die Zwecke der Kabeltelegraphie construirte Apparat ist der durch erstaunliche Empfindlichkeit ausgezeichnete Heberschreiber (Siphonrecorder) von W. THOMSON³⁾ (Fig. 54.); er beruht auf dem eben besprochenen Princip der beweglichen Drahtrolle mit bifilarer Aufhängung, die Bewegung wird durch ein verstärkendes Hebelsystem auf einen sehr leichten Glasheber übertragen, aus dessen Spitze die gefärbte Flüssigkeit durch elektrische Kräfte herausgeschleudert und

¹⁾ GOSTYNSKI, Compt. rend. 90, pag. 1534. 1880 (zwei astatische, unter 45° gegen einander geneigte Systeme, Stromstärke fast bis zu 90° der Ablenkung proportional).

v. LANG, Wien. Ber. (2) 67, pag. 101. 1873 (hinter den Spiegel geklebte Nähnadel, Astasirung und regulirbare Dämpfung von der Seite).

F. BRAUN, C. Z. f. Opt. u. Mech. 4, pag. 133. 1883. (Verschiebbare Rollen, Glockenmagnet, Astasirungsring [s. ob.], regulirbare Dämpfung).

Th. u. A. GRAY, Proc. R. Soc. 36, pag. 287. 1884. — Phil. Mag. (5) 22, pag. 368. 1886. (verschiedene Formen).

VOLLER, Beibl. 8, pag. 663. 1884 (Differential-Galvanometer für starke Ströme).

WILLSON, WIED. Ann. 26, pag. 44. 1885 (empfindliches Instrument mit bestimmbarem Reductionsfactor).

DUCRETET, Compt. rend. 99, pag. 605. 1884 (astatische Nadeln in horizontaler Ebene, darunter flaches Drahtgewinde, event. darüber ein zweites).

Lord RAYLEIGH, Rep. Brit. Ass. 1884, pag. 633 (Diff.-Galv., bestehend aus zwei um einander geflochtenen Drähten, die einen grossen Kreis bilden).

D'ARSONVAL, Lum. él. 7 u. f. 1885 u. f. (zahlreiche Formen).

F. BRAUN, C. Z. f. Opt. u. Mech. 8, pag. 221. 1887 (horizontaler, Uförmiger Magnet, dessen nach unten gebogene Spitzen in Spiralen hineinragen).

HARTMANN u. BRAUN, Cbl. f. Elektrot. 12, pag. 181. 1889 (verschiedene Formen).

STEFANINI, N. Cim. (3) 26, pag. 97. 1889 (eigenartig construirtes Sinusgalvanometer, mit festem Gewinde, aber ohne ausgezeichnete Richtung, daher der Strom dem *sin* des Ablenkungswinkels proportional).

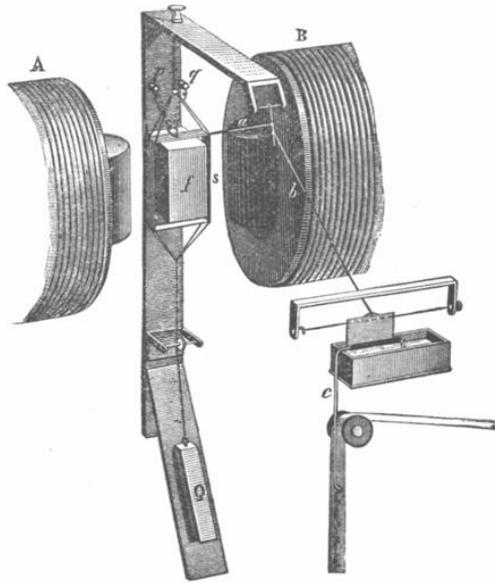
²⁾ SAMUEL, Bull. Ac. Belg. (3) 1, pag. 620. 1881.

³⁾ W. THOMSON, vergl. z. B. MASCART u. JOUBERT, El. u. Magn. 2, pag. 227.

auf einen sich abrollenden Papierstreifen geworfen wird. Auf ähnlichem Princip beruht das vorzugsweise zur Messung von Erdströmen bestimmte Instrument von SHIDA¹⁾.

Aichung und Graduirung der Galvanometer. Um absolute Messungen mit einem Galvanometer ausführen zu können, muss man es 1) aichen, d. h. die für eine bestimmte Stromstärke gelieferte Angabe auf absolutes Maass zurückführen, und 2) graduiren, d. h. die der vorhandenen Winkeltheilung oder Millimeterskala entsprechende Skala der Stromstärken ableiten; letzteres ist natürlich auch für relative Strommessungen erforderlich. Zur Aichung dient die Zusammenstellung mit einem Apparate, welcher direkt bezw. durch

eine einfache Berechnung absolute Stromstärken liefert, z. B. mit einem Voltmeter (s. u.) oder einer Tangentenbussole absoluten Charakters; man benutzt eine geeignete Stromquelle und schickt denselben Strom entweder hintereinander oder in paralleler Schaltung durch beide Apparate, in letzterem Falle muss man natürlich das Widerstandsverhältniss der beiden Zweige kennen und berücksichtigen; empfindlichen Instrumenten wird man dabei, unter Benutzung einer starken Stromquelle, einen grossen Widerstand hinzufügen müssen, um in der Tangentenbussole eine ausreichende Ablenkung, bezw. im Voltmeter eine ausreichende Niederschlagsmenge zu bekommen. Weniger genau ist die Aichung durch Anwendung einer bekannten elektromotorischen Kraft und eines bekannten Gesamtwiderstandes mit Hilfe des OHM'schen Gesetzes. Dagegen kommt für die äusserste Genauigkeit noch die Methode der direkten Berechnung der Wirkung in Betracht, und diese kommt in der Hauptsache auf die Bestimmung der Windungsfäche der Rollen hinaus. Es genüge, da diese Frage mehr für absolute Widerstandmessungen von Wichtigkeit ist, die Bemerkung, dass jene Ausmessung sowohl auf mechanischem als auf galvanometrischem Wege erfolgen kann, und dass der letztere zu den genauesten Ergebnissen zu führen scheint²⁾. — Für die Graduirung ist natürlich ebenfalls die bei verschiedenen Stromstärken durchzuführende Vergleichung mit einem absoluten Instrument die nächstliegende Methode; daneben kommen aber auch direkte und andere indirekte Verfahren in Betracht. So kann man in den Kreis des zu graduirenden Instrumentes, das bereits geaicht ist und dessen Widerstand man kennt (ebenso wie den der Stromquelle) succesiv abnehmende Widerstände einschalten und die berechneten Stromstärken mit den beobachteten Ausschlägen vergleichen. Ferner kann man das Instrument, wenn es nicht schon

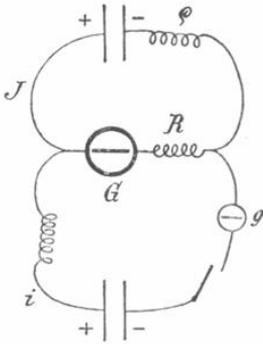


(P. 54.)

¹⁾ SHIDA, Phil. Mag. (5) 22, pag. 96. 1886.

²⁾ Vergl. u. A. F. KOHLRAUSCH, Gött. Nachr. 1882, pag. 654. — F. HIMSTEDT, Ber. der natf. Ges. in Freiburg. 1882. — HEYDWEILLER, WIED. Ann. 41, pag. 876. 1890. — Eine neue Methode zur Bestimmung der Galvanometerconstante haben WASSMUTH u. SCHILLING angegeben: Wien. Ber. (2) 96, pag. 19. 1887.

ohne weiteres auch als Sinusbussole zu verwenden ist, auf einen drehbaren Theilkreis setzen und für verschiedene Einstellungen die Ausschläge durch einen und denselben Strom ermitteln oder, was ziemlich auf dasselbe hinausläuft, die Wirkung desselben Stromes nach der Ablenkungs- und nach der Sinusmethode messen und



(P. 55.)

dies Verfahren für verschiedene Stromstärken wiederholen. Endlich gehört eine Reihe von Methoden dem Typus des Compensationsverfahrens an, wobei man zwar auch ein Hilfsinstrument benutzt, mit diesem aber nicht Ströme misst, sondern nur Stromlosigkeit constatirt und hieraus sowie aus bekannten Widerständen die Stromstärke ableitet. Insbesondere sei auf die Methode von GROTRIAN¹⁾ hingewiesen, welche durch Fig. 55 erläutert wird; man macht $R = r$, sodass $i = 0$, also g stromlos wird, wählt alsdann ρ so, dass der Strom in dem zu graduirenden Instrument G den Werth I_0 erhält, für welchen es bereits geacht ist, und macht nun $R = r_1$, sodass wiederum $i = 0$ ist; es ist dann (w übriger Widerstand)

$$I_1 = I_0 \frac{w + r_0}{w + r_1};$$

dieser absolute Zahlenwerth I_1 entspricht also dem beobachteten Ausschlage α_1 , und so findet man durch Aenderung von R der Reihe nach beliebig viele Werthepaare der α und I . — Andre ähnliche Methoden rühren von HOCKIN²⁾ her.

Galvanometerconstante, Rollenform, günstigste Wirkung. Die galvanometrische Constante (s. o.), welche bei allen absoluten Bestimmungen und auch bei der Vergleichung der Angabe verschiedener Galvanometer von wesentlicher Bedeutung ist, hängt von der Form der Drahtrollen ab und lässt sich für einfache Fälle berechnen. Hierzu gehört der in der Praxis am häufigsten vorkommende Fall, wo der Drahtraum von zwei coaxialen Cylinderflächen von verschiedenem Radius, aber gleicher Länge eingeschlossen wird, also einen rechteckigen Axenschnitt hat. Der innere Radius sei r_1 , der äussere r_2 , die Länge $2l$, n die auf die Längeneinheit der Axe kommende Zahl von Windungen, N die Gesamtzahl der Windungen, dann ist für einen Punkt der Axe, der aber vom mittelsten Punkte derselben um x absteht, die Galvanometerconstante

$$c = 2\pi n^2 \left[(x+l) \log \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (x+l)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (x+l)^2}} - (x-l) \log \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (x-l)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (x-l)^2}} \right] \quad (19)$$

und speziell im Mittelpunkte

$$c_0 = N \frac{2\pi}{r},$$

wo zur Abkürzung

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2d} \log \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + l^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + l^2}}$$

gesetzt ist und hierin wiederum $2d = r_2 - r_1$ die Dicke des Drahtraumes bedeutet. Vergleicht man dieses Resultat mit der Gleichung (5) und den im Anschluss an diese gemachten Bemerkungen, so sieht man, dass die Rolle so wirkt, wie N einfache Drahtringe im Mittelpunkt der Kreisfläche, wenn deren Radius den Werth r hat. Dieser Werth heisst der reducirte Radius der Rolle oder auch der Radius

¹⁾ GROTRIAN, WIED. ANN. 31, pag. 624. 1887.

²⁾ HOCKIN, vergl. MASCART u. JOUBERT, EL. u. MAG. 2, pag. 244.

der Windung von mittlerer Wirkung; mit dem arithmetischen Mittelwerthe r_0 der beiden Radien r_1 und r_2 stimmt er nicht überein, es ist vielmehr annähernd

$$r = r_0 \left[1 + \frac{1}{r_0^2} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{d^2}{3} \right) \right].$$

Baut man hiernach unter Benutzung einer bestimmten Drahtlänge L verschiedene Rollen von rechteckigem Axenschnitt, so erhält man verschiedene Werthe von c , also auch verschieden kräftige Wirkungen, und es entsteht somit die Frage, für welche der Rollen diese Wirkung ein Maximum wird, wobei man noch eine der drei Grössen r_1 r_2 l , am besten r_1 als gegeben betrachten kann, so dass man dann auch fragen kann, in welcher Länge man eine gegebene Röhre bewickeln und wieviel Schichten man übereinander wickeln müsse, um mit der Drahtlänge L im Mittelpunkt des inneren Hohlraums die grösste Wirkung zu erzielen. Die Antwort liegt in den Gleichungen

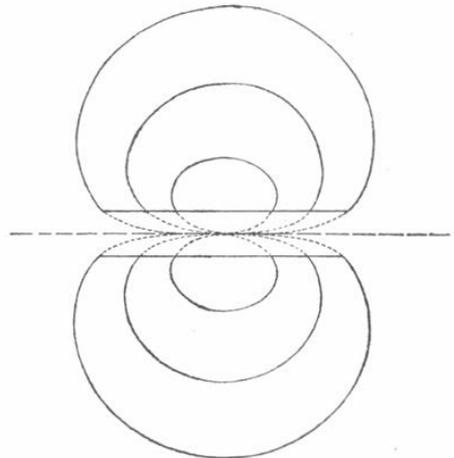
$$\log \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + l^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + l^2}} = \frac{3r_2^2 - r_1^2}{2r_2\sqrt{r_2^2 + l^2}} - \frac{r_1}{\sqrt{r_1^2 + l^2}}$$

$$2\pi a^2 l (r_2^2 - r_1^2) = L;$$

das Axenschnitt-Rechteck hat also nicht eine bestimmte Form, sondern diese richtet sich ganz nach dem Verhältniss der beiden gegebenen Grössen r_1 und L . Allgemeiner ist die Frage, welche Form der Axenschnitt, wenn die rechteckige nicht vorgeschrieben ist, haben müsse, damit, bei gleichem Flächeninhalt desselben, die Wirkung die günstigste sei; die Beantwortung erhält man durch die Erwägung, dass es diejenige Form sein wird, bei welcher die Wirkung aller an der Oberfläche liegenden Windungen die gleiche ist, da doch sonst eine Verlegung einiger von ihnen an eine andere Stelle angezeigt wäre, als Form ergibt sich die Curve mit der Gleichung

$$\rho^2 = a^2 \sin \vartheta,$$

wo ρ der Radiusvector vom Mittelpunkt, ϑ sein Winkel mit der Axe ist; die Curve gleicht einem nach dem Hohlraum zu plattgedrückten Kreise, von der eingeschlossenen Fläche entfällt der grössere Theil auf den Drahraum, der kleinere Theil auf den inneren Hohlraum, je nach dem Werthe der Constanten a erhält die Rolle eine andere Grösse (Fig. 56). Endlich kann man die Aufgabe noch in der Richtung verallgemeinern, dass man den Draht von variabler Dicke nimmt. Eine ganz andere Frage ist die, wie die Rollen beschaffen sein müssen, um bei gegebener elektromotorischer Kraft e und äusserem Widerstande w die grösste Wirkung zu erzielen, und zwar bei bestimmten Dimensionen des Drahttraums; es handelt sich dabei einerseits um die Rollenform, andererseits um Länge und Dicke des Drahtes. Für nackten Draht oder wenn in den zu vergleichenden Fällen die Dicken der Umhüllung den Drahtdicken proportional sind, so ergibt sich der allgemeine Satz, dass, unabhängig von der Rollenform, der Rollenwiderstand gleich dem äusseren Widerstande sein muss. Ist jene Bedingung nicht erfüllt, so muss der Rollenwiderstand zum äusseren Widerstande sich verhalten wie die



(P. 56.)

Dicke des nackten zur Dicke des besponnenen Drahtes. Nach diesen Regeln kann man in jedem Falle Länge und Dicke des Drahtes finden, mit dem man eine Rolle zu bewickeln hat. Diese Andeutungen müssen hier genügen, es sei im übrigen auf die Untersuchungen von W. WEBER¹⁾, SCHWENDLER²⁾, H. WEBER³⁾, AYRTON und PERRY⁴⁾ und DU MONCEL⁵⁾, sowie auf die graphischen Darstellungen von EEDELMANN⁶⁾ verwiesen.

Verschiedene Beobachtungsmethoden. Es können hier nur die wichtigsten, und auch diese nur in aller Kürze aufgeführt werden:

1) Torsionsmethode. Schon oben bei der Sinusbussole dargelegt.

2) Schwingungsmethode. Die Windungsebene wird senkrecht gegen die Nadelrichtung gestellt, und man beobachtet die Schwingungsdauer für kleine Ablenkungen einmal ohne Strom n_0 , sodann mit Strom n ; alsdann ist

$$i = \frac{H}{c} \frac{n^2 - n_0^2}{n_0^2}. \quad (20)$$

3) Ablenkungsmethode. Die gewöhnlich bei Tangentenbussolen und Galvanometern benutzte Methode, eventuell, wenn die Dämpfung zu klein ist, unter Berechnung der abgelenkten Lage aus einigen Umkehrpunkten.

4) Ausschlagsmethode⁷⁾. Man beobachtet einfach den ersten Ausschlag α_1 und braucht, wenn die Dämpfung, d. h. das logarithmische Decrement bekannt ist, nicht erst die definitive Ruhelage abzuwarten, da sich die Ablenkung durch die Formel

$$\varphi = \frac{\alpha_1}{1 + e^{-\lambda}} \quad (21)$$

ergiebt; für den Fall, wo die Dämpfung zu vernachlässigen ist, wird einfach $\varphi = \frac{1}{2} \alpha_1$.

5) Multiplikationsmethode. Dient zur Vergrößerung der durch schwache Ströme erzeugten Ablenkungen. Im Augenblicke der Umkehr der Nadel kehrt man auch die Stromrichtung plötzlich um, im Augenblicke der zweiten Umkehr wiederum u. s. w.; ohne Dämpfung würde dabei jeder Ausschlag doppelt so gross wie der vorige ausfallen und die Ausschläge daher unbegrenzt wachsen, in Folge der Dämpfung ist jedoch das Verhältniss der Ausschläge statt 2 nur $1 + e^{-\lambda}$, der Grenzwert des Ausschlags, Φ , ist ein endlicher, und man hat:

$$\varphi = \Phi \frac{1 - e^{-\lambda}}{1 + e^{-\lambda}}. \quad (22)$$

Man vergleiche hierzu das Schema der Fig. 57 a.

6) Ausschlag- oder ballistische Methode für momentane Ströme. Hält der zu messende Strom gar nicht bis zur ersten Umkehr der Nadel an, ist vielmehr seine Zeitdauer im Gegentheil klein gegen die Schwingungsdauer, so gilt natürlich die unter 4) angegebene Formel nicht mehr, man muss dann die der Nadel durch den Stromimpuls ertheilte Geschwindigkeit (s. o. pag. 225) betrachten und erhält für die gesammte entladene Elektrizitätsmenge, d. h. für den

1) W. WEBER, Abh. Gött. Ges. 10, pag. 26. 1862.

2) SCHWENDLER, Phil. Mag. (4) 31, pag. 364 u. 32, pag. 29. 1866. — POGG. Ann. 130, pag. 574.

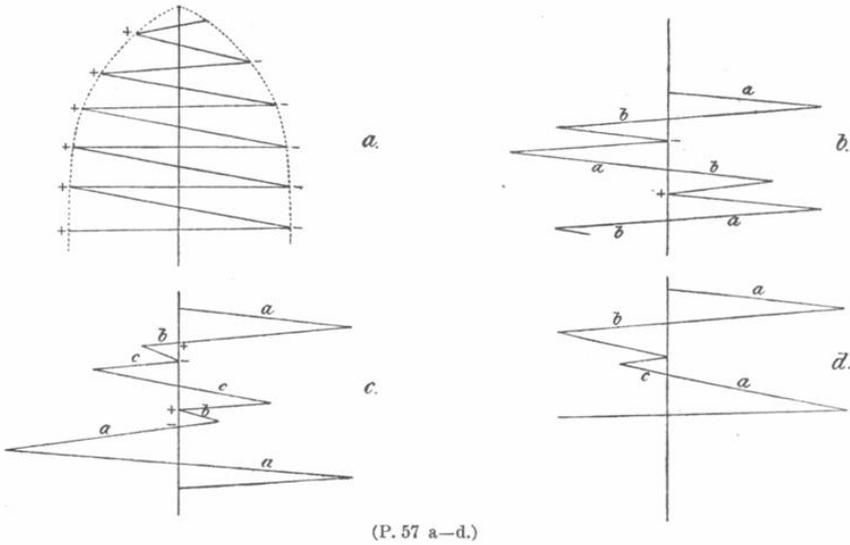
3) H. WEBER, POGG. Ann. 137, pag. 121. 1869. — 154, pag. 239. 1875. — 157, pag. 555. 1876.

4) AYRTON u. PERRY, J. Soc. tel. Eng. 7, pag. 297. 1878.

5) DU MONCEL, Compt. rend. 77, pag. 368. 1873. — 85, pag. 377. 1877.

6) EEDELMANN, Rp. d. Phys. 16, pag. 670. 1880.

7) W. WEBER, El. Maasbest. 2, pag. 342. 1852.



sogen. Integralstrom I (die durchschnittliche Stromstärke i ergibt sich durch Division mit der Zeitdauer des Impulses):

$$I = \alpha_1 \frac{H}{c} \frac{\tau}{\pi} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} e^{(\lambda/\pi) \operatorname{arctg}(\pi/\lambda)},$$

wo τ die Schwingungsdauer mit Dämpfung (s. o. pag. 225) ist, und speziell für schwache Dämpfung, wenn T die Schwingungsdauer ist,

$$I = \frac{H}{c} \frac{T}{\pi} \alpha_1 \left(1 + \frac{\lambda}{2}\right), \quad (23)$$

wobei es genügt, λ aus den ersten Ausschlägen zu ermitteln. Es empfiehlt sich sowohl H als λ recht klein zu wählen, die Empfindlichkeit wird dann am grössten und die Formel am genauesten¹⁾.

7) Auch für Momentanströme kann man das Multiplikationsverfahren anwenden, indem man in den Augenblicken, wo die Nadel durch Null geht, den Stromimpuls in dem die Bewegung unterstützenden Sinne wirken lässt; man erhält dann einen Grenzwert des Ausschlags, aus dem man den ersten Ausschlag durch Multiplikation mit $1 - e^{-\lambda}$ und hieraus nach dem Obigen I findet.

8) Zurückwerfungsmethode ebenfalls für Stromimpulse²⁾. Man lässt die Nadel auf der einen Seite umkehren, durch null gehen, auf der anderen Seite umkehren und giebt ihr, wenn sie nunmehr wieder durch null geht, einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Stoss, sodass sie umkehrt und fährt so nach dem Schema der Fig. 11b fort; in Folge der Dämpfung tritt ein Grenzzustand ein, aber hier mit zwei abwechselnden Ausschlägen a und b . In diesem Falle ist der erste Ausschlag

$$a_1 = \frac{a^2 + b^2}{\sqrt{ab}} e^{-\lambda/2}$$

und, wenn man den dem ersten Faktor rechts entsprechenden Winkel α nennt, nach obigem:

¹⁾ Ueber die Fehlerquellen bei dieser Methode vergl. u. A. Lord RAYLEIGH, Phil. Trans. 1882, 2, pag. 619.

²⁾ W. WEBER, Abh. Gött. Ges. 1, pag. 349. — Res. magn. Ver. 1838, pag. 98.

$$I = \alpha \frac{H}{c} \frac{\tau}{\pi} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} e^{-(\lambda/\pi) \operatorname{arctg}(\pi/\lambda)}. \quad (24)$$

Bei schwacher Dämpfung kommt man besser zum Ziele, wenn man eine gemischte Methode¹⁾ anwendet, wie sie durch Fig. 11c und in dem besonderen Falle grosser Dämpfung durch Fig. 11d angedeutet ist; die Formeln werden dann verwickelter. Die Zurückwerfungsmethode hat vor der Multiplikationsmethode den Vortheil, dass die Ausschläge nicht so stark wachsen, und dass man etwaige Aenderungen des Nullpunktes während der Beobachtungen besser controlliren kann.

Bei einigen der letztgenannten Methoden wird vorausgesetzt, dass die Stromimpulse genau zur richtigen Zeit ausgeübt werden; da dies nicht streng und nicht immer zu erreichen sein wird, so entsteht die Frage, welche Fehler durch etwaige Verspätungen oder Verfrühungen der Stösse im Resultat auftreten, und man kann in den Kreis der betreffenden Untersuchung event. auch den Einfluss des Umstandes ziehen, dass die Stösse nicht momentan sind, sondern eine gewisse Zeitdauer haben. Diese, nach einem vorausgegangenen Versuche von CHWOLSON²⁾, zuerst von DORN³⁾ streng durchgeführte Berechnung führt zu dem Ergebnisse, dass sowohl beim Multiplikations- als auch beim Zurückwerfungsverfahren der Grenzwert der Ablenkung in Folge obiger Fehler zu gross ausfällt, dass aber die betreffende Abweichung meist sehr klein ist und z. B. selbst in dem sehr ungünstigen Falle $\lambda = 1.5$, $T = 8$, Verspätung = 0.8 sec (also die Verspätung ein volles Zehntel der Schwingungsdauer) nur etwa $1\frac{1}{8}\%$, gewöhnlich aber nur Bruchtheile eines Tausendstel des Werthes ausmacht.

9) Beobachtung inconstanter Ströme. Obgleich das Galvanometer wesentlich für die Messung constanter Ströme geeignet ist, so leuchtet doch ein, dass man mit ihm auch Ströme von wechselnder Intensität, also z. B. auch Serien von Entladungen messen kann, wenn nur die Periode der Stromstärke resp. die Aufeinanderfolge der Stösse entweder so langsam ist, dass man sie einzeln beobachten kann, oder so schnell ist, dass das Instrument sich auf die mittlere Ablenkung einstellt. Die Stromstärke kann dabei auch abwechselnd negative und positive Werthe annehmen; wenn aber die äussersten positiven und negativen Werthe gleich gross sind oder wenn gleich starke, abwechselnd positive und negative Stösse erfolgen — wie dies bei den Induktionsströmen und den Wechselströmen der Praxis vorkommt — so ist die mittlere Stromstärke offenbar null, und es tritt dann die von POGGENDORFF⁴⁾ gefundene und von CHRYSTAL⁵⁾ näher studirte, eigenthümliche Erscheinung auf, dass die Nadel in der Nullstellung im labilen, bei einer gewissen Ablenkung nach links oder rechts dagegen im stabilen Gleichgewichte ist — eine Erscheinung, die man als doppelsinnige oder bilaterale Ablenkung bezeichnen kann; ist die Stromstärke gross gegenüber dem magnetischen Feld, so beläuft sich die Ablenkung auf volle 90° , anderenfalls ist sie kleiner oder kann sogar ganz wegfallen.

10) Zeitmessung. Da die Beobachtung des Ausschlages α in Folge Einwirkung eines kurz dauernden Stromes zur Kenntniss des Integralstroms, also des Produktes aus Stromstärke und Zeitdauer z , die Beobachtung der Ablenkung

1) W. WEBER u. ZÖLLNER, Ber. Sächs. Ges. 1880, pag. 77.

2) CHWOLSON, Bull. de St. Pé. 1881, pag. 403.

3) DORN, WIED. Ann. 17, pag. 654. 1882.

4) POGGENDORFF, POGG. Ann. 45, pag. 353. 1838.

5) CHRYSTAL, Phil. Mag. (5) 2, pag. 401. 1876.

φ in Folge Einwirkung eines dauernden Stromes von gleicher Stärke aber zur Kenntniss der Stromstärke selbst führt, so kann man durch Combination beider Beobachtungen jene Zeitdauer bestimmen und findet durch Division der Gleichungen (1) und (23), wenn von der Dämpfung abgesehen wird:

$$z = \frac{T}{\pi} \frac{\alpha}{\tan \varphi}.$$

Diese Methode kann man dann schliesslich auch für beliebige andere Zeitbestimmungen, insbesondere für sehr kurze Zeiten anwenden, indem man dafür sorgt, dass ein bei Beginn dieser Zeit geschlossener und an ihrem Ende wieder geöffneter Strom durch ein Galvanometer hindurchgeht — ein Gedanke, welcher, zuerst von POUILLET¹⁾ verwirklicht, später zu sehr mannigfaltigen Apparaten geführt hat und eine Genauigkeit bis zu 0.000001 sec. zu erreichen gestattet (siehe auch Bd. 1, pag. 13).

Elektrodynamometer.

Princip. Wie die Galvanometer auf der Wirkung zwischen Stromkreisen und Magneten, so beruhen die Elektrodynamometer auf der Wirkung zwischen Stromkreisen und Stromkreisen oder, in einem in neuester Zeit verwirklichten Falle, auf der Wirkung zwischen Stromleitern und weichen Eisenkörpern. Die eigentlichen Dynamometer bestehen im wesentlichen aus einer festen, in die Ebene des magnetischen Meridian fallenden und einer senkrecht zu ihr in der Ruhelage befindlichen, drehbar aufgehängten Rolle. Schickt man durch die feste Rolle den Strom i_1 , durch die bewegliche den Strom i_2 , so sucht die elektrodynamische Kraft die bewegliche Rolle in die Ebene der festen hineinzudrehen, so dass die Ströme in beiden in demselben Sinne circuliren, und diese Kraft hängt von dem bereits stattfindenden Ablenkungswinkel φ aus der Ruhelage, der Windungsfläche f der beweglichen Rolle, dem Durchschnittswerth der galvanometrischen Constante der festen Rolle für die Orte der beweglichen und von den Stromstärken nach der Formel

$$D = i_1 i_2 f c \cos \varphi$$

ab. Man kann nun, entsprechend der Methode der Torsionsbussole und der Tangentenbussole in zweierlei Weise verfahren. Entweder man tordirt den Kopf der Aufhängung um einen derartigen Winkel α , dass die bewegliche Rolle wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückgeführt wird, oder man beobachtet die Ablenkung φ , welche sich von selbst herstellt. Welche Gegenkräfte dann ins Spiel treten, hängt von der Art der Aufhängung ab, ob diese nämlich unifilar oder bifilar ist; im ersten Falle ist das Gegenmoment, also das Torsionsmoment mit α bzw. φ proportional, im zweiten Falle setzt es sich aus dem Moment der Schwere und dem Torsionsmoment zusammen und ist, da man letzteres bei geeigneter Anordnung vernachlässigen kann, mit $\sin \alpha$ bzw. $\sin \varphi$ proportional. Bei Anwendung des Torsionsverfahrens wird dabei in dem obigen Ausdrücke für D der Winkel $\varphi = 0$, und es tritt eine weitere Gegenkraft nicht auf, bei dem Ablenkungsverfahren dagegen tritt, da eben hier die abgelenkte Rolle schief gegen den Meridian steht, noch die Wirkung des Erdmagnetismus hinzu, oder kommt eventuell in Abzug, eine Wirkung, welche, ausser mit H und $\sin \varphi$, auch mit i_2 proportional ist.

Auf diese Weise erhält man folgendes Schema von Formeln:

¹⁾ POUILLET, Compt. rend. 19, pag. 1384. 1844.

	Torsionsverfahren	Ablenkungsverfahren
unifilar	$i_1 i_2 f c = c_1 \alpha$	$i_1 i_2 f c \cos \varphi = c_1 \varphi + f i_2 H \sin \varphi$
bifilar	$i_1 i_2 f c = c_2 \sin \alpha$	$i_1 i_2 f c \cos \varphi = (c_2 + f i_2 H) \sin \varphi$

Um nun die Stärke eines Stromes i zu messen, schiebt man diesen Strom nach einander durch beide Rollen, sodass $i_1 = i_2 = i$ wird und findet für die Torsionsmethode unmittelbar:

$$\text{(unifilar): } i = \sqrt{\frac{c_1}{f c}} \alpha, \quad \text{(bifilar): } i = \sqrt{\frac{c_2}{f c}} \sin \alpha.$$

Für die Ablenkungsmethode gestaltet sich dagegen das Resultat wesentlich complicirter, da der Erdmagnetismus hier vorkommt und die Stromstärke durch die Wurzeln einer gemischten quadratischen Gleichung dargestellt wird. Es ist daher von Vortheil und für einige Anwendungen sogar unumgänglich, es so einzurichten (durch Stärkung des ersten oder Schwächung des zweiten Gliedes rechterseits), dass man das erdmagnetische Glied vernachlässigen oder mindestens von i_2 unabhängig setzen, und die dann bleibende Constante, unter Ersetzung des \sin durch φ (bei unifilarer Aufhängung) mit in c_1 bzw. c_2 hineinnehmen kann; alsdann wird:

$$\text{(unifilar): } i = \sqrt{\frac{c_1}{f c} \frac{\varphi}{\cos \varphi}}, \quad \text{(bifilar): } i = \sqrt{\frac{c_2}{f c} \tan \varphi}.$$

Uebrigens gelten diese Formeln mit Strenge nur, wenn die ursprüngliche Einstellung beider Rollen eine exakte ist, andernfalls muss man die beiden Abweichungswinkel α und β in die Formeln einführen; für kleine Abweichungen kann man sich aber dadurch helfen, dass man, ähnlich wie bei der Tangentenbussole, den Strom umkehrt, und zwar hier entweder in der einen oder der anderen oder in beiden Rollen, und aus den vier so erhaltenen Werthen von α bzw. φ das Mittel nimmt. Will man endlich absolute Messungen machen, so muss man die beiden Rollen so construiren, dass man f und c theoretisch angeben kann, oder man muss diese Grössen auf elektrischem Wege bestimmen, oder endlich das Instrument mit einem anderen absoluten vergleichen. — Eine eingehende Theorie der Elektrodynamometer hat J. FRÖHLICH¹⁾ geliefert.

Anwendungen. Die wichtigste Eigenschaft des Elektrodynamometers ist die, dass die beobachteten Grössen nicht i , sondern i^2 liefern, dass man also mit ihm nicht nur die Intensität constanter, sondern auch diejenige von Wechselströmen messen kann, welche, da ihre mittlere algebraische Stromstärke null ist, auf das Galvanometer nicht wirken (s. o.). Eine zweite Anwendung ist die zur gleichzeitigen Messung der Stärke i und Dauer z kurz dauernder Ströme; zu diesem Zwecke schaltet man ein Dynamometer und eine Tangentenbussole hintereinander, schiebt einmal den Stromimpuls und sodann einen constanten Strom von der Stärke 1 hindurch (event. ist mit seiner Stromstärke zu dividiren), beobachtet die Ausschläge φ und φ' im ersten, die Ablenkungen δ und δ' im zweiten Falle, ausserdem aber die Schwingungsdauer der Rolle und der Nadel, t und t' , alsdann ist angenähert

$$i = \frac{\varphi}{\varphi'} \frac{\delta'}{\delta} \frac{t}{t'} \quad Z = \frac{1}{\pi} \frac{\varphi'^2}{\varphi} \frac{\delta}{\delta'^2} \frac{t'^2}{t}.$$

Verschiedene Constructionen. Die theoretischen Grundlagen und die Construction des Elektrodynamometers verdankt man W. WEBER²⁾. Bei seinem

¹⁾ J. FRÖHLICH, Allg. Theorie der Elektrodynamometer. Budapest u. Berl. 1888.

²⁾ W. WEBER, Elekt. Maassbest. Bd. I. 1846.

Apparat besteht die feste Rolle aus 3500 Windungen 0·7 mm dicken Kupferdrahtes, für die bifilar aufgehängte Rolle sind diese Zahlen 5000 bzw. 0·4, mit der letzteren ist ein Spiegel zur Ablesung verbunden; die Aufhängedrähte muss man, um dauernde Torsionen zu vermeiden, recht hart wählen. — Durch unifilare Aufhängung und constructive Einzelheiten unterscheidet sich von dem genannten das Dynamometer von WIEDEMANN¹⁾ und EDELMANN, an welches wiederum das namentlich zur Messung von Wechselströmen sehr kurzer Periode construirte Dynamometer von F. KOHLRAUSCH²⁾ anschliesst. Bei allen diesen Apparaten ist darauf zu achten, dass die Stromzufuhr zur beweglichen Rolle deren Beweglichkeit nicht beeinträchtigt, und es ist eventuell durch Klopfen, leichte Erschütterungen u. s. w. nachzuhelfen. Die Stromzufuhr erfolgt entweder durch besondere oder durch die Aufhängedrähte, die dabei zuweilen benutzten Quecksilbernapfe müssen vor Oxydschichten sorgfältig bewahrt werden. — Andere Apparate dieser Art sind wesentlich für die Praxis bestimmt, also zur Messung starker Wechselströme, sie enthalten daher nur wenige Windungen dicken Drahtes (bei dem Instrument von SIEMENS und HALSKE besteht z. B. die bewegliche Rolle nur aus einem einzigen Rechteck), die Ablesung erfolgt direkt mittelst eines Zeigers. — Ebenfalls für die Praxis resp. Demonstration, aber für schwache, z. B. Telephonströme bestimmt ist das Instrument von ADER³⁾.

Der Gedanke, von dem oben erwähnten Einflusse der Ablenkungen auf die Form der bestimmenden Gleichung sich unabhängig zu machen, ist von O. FRÖLICH⁴⁾ ausgegangen und hat seine Verwirklichung einerseits in dem Dynamometer von J. FRÖHLICH⁵⁾, andererseits in dem von SIEMENS und HALSKE⁶⁾ gefunden. Der Gedanke besteht darin, dass man der festen Rolle (J. FRÖLICH) oder beiden Rollen Kugelgestalt giebt, sie concentrisch anordnet und die Drahtwindungen in Parallelkreisen von gleichem Ebenenabstand ausführt (O. FRÖLICH). In diesem Falle ist das Feld im Innern der festen Rolle nahezu homogen, d. h. die Wirkung für alle Punkte dieselbe, in dem Falle zweier Kugeln wird das Drehungsmoment

$$D = \frac{32}{9} \pi^2 n_1 n_2 r_2^3 i_1 i_2 \sin \theta,$$

wo die n die Zahl der Windungen pro Längeneinheit der Axe, r_2 den Radius der beweglichen Kugel und θ den Winkel zwischen den beiden Stromaxen bedeutet (der Radius der festen Rolle kommt nicht vor). Das hierauf basirte Instrument von SIEMENS und HALSKE gestattet, wie man sieht, die Strommessung in sehr einfacher Weise; übrigens ist hier die feste Rolle nur im Innern kugelförmig begrenzt, ausserdem besteht sie aus zwei zusammenschiebenden Hälften; die bewegliche Rolle hängt an einem sehr feinen Platindraht, durch ihn tritt der Strom ein, durch einen unteren Spiraldraht aus; Spiegelablesung, Wasserdämpfung.

Die Empfindlichkeit der Dynamometer hängt natürlich von sehr vielen Umständen ab; bei dem KOHLRAUSCH'schen giebt ein Strom von 0·00006 Amp. noch 1 mm Ausschlag bei 2 m Skalenabstand, der Apparat von SIEMENS und HALSKE nach FRÖLICH giebt, durch die Ruffrompete des Telephons angeregt, einen Ausschlag über die ganze Skale.

¹⁾ WIEDEMANN, Galvanismus, 2. Aufl. Bd. II, Thl. 2, pag. 296. 1874.

²⁾ F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 18, pag. 556. 1882.

³⁾ ADER, Lum. él. 10, pag. 159. 1880.

⁴⁾ O. FRÖLICH, POGG. Ann. 143, pag. 643. 1871.

⁵⁾ J. FRÖHLICH, WIED. Ann. 8, pag. 563. 1878.

⁶⁾ SIEMENS u. HALSKE, El. Z. 2, pag. 14. 1881.

Eine besondere Modification der eigentlichen Dynamometer ist der Apparat von BÖRNSTEIN¹⁾. Durch den Strom wird die in bestimmter Lage befindliche Rolle so gedreht, dass ein Gewicht gehoben wird, bis zwischen beiden Kräften Gleichgewicht eintritt. Das Eigenthümliche ist, dass der Ablenkungswinkel nicht das Quadrat, sondern die Stromstärke selbst ergiebt, und dass er trotzdem von der Richtung des Stromes unabhängig ist.

Nadeldynamometer von BELLATI und GILTAY. Das Princip dieses Instrumentes rührt von BELLATI²⁾, die erste Anwendung von VICENTINI, die geeignetste und am meisten verbreitete Form der Ausführung von GILTAY³⁾ her. Ein in der Windungsebene von Stromleitern hängendes Eisenstäbchen wird, wenn es nicht magnetisch wird, vom Strom nicht abgelenkt; wird andererseits das Stäbchen in die Meridianebene, die Windungsebene senkrecht dazu gestellt, so wird das Stäbchen magnetisirt, aber, da es schon die äusserste Ablenkung besitzt, ebenso wenig wie vorhin abgelenkt; in den Zwischenstellungen wird folglich das Stäbchen sowohl magnetisirt als auch abgelenkt werden, und zwar stets nach derselben Seite, da mit der Stromrichtung auch seine Pole sich umkehren. Wie man sieht führt diese Idee, obwohl nicht elektrodynamischen Charakters, doch zu einem Instrumente, welches ebenso wie die eigentlichen Elektrodynamometer zur Messung von Wechselströmen geeignet ist. Bildet die Eisennadel ursprünglich einen Winkel von 45° mit den Windungen, und wird sie durch den Strom i , der ihr ein mit mi proportionales magnetisches Moment ertheilt, um den Winkel α von der Windungsebene weiter entfernt, so ist das Drehungsmoment des Stromes

$$D = Cmi^2 \sin(45 - \alpha) \cos(45 - \alpha);$$

ist die Eisennadel bifilar aufgehängt, so ist das Gegenmoment mit $\sin \alpha$ proportional, und folglich wird

$$i = \sqrt{C \frac{2 \sin \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha}} = \sqrt{2 C \sin \alpha} = \sqrt{C' s};$$

letztere beiden Ausdrücke, wenn s die Skalenablenkung bedeutet, für kleine Ablenkungen giltig. Die Bestimmung der Constanten C (bezw. C') muss durch Vergleichung mit einem absoluten Instrument ausgeführt werden. — In der GILTAY'schen Ausführung besteht die Rolle aus 2400 Windungen 0.1 mm starken Kupferdrahtes, der im ganzen 408 Ohm Widerstand hat, aber auch theilweise resp. in Parallelschaltung der einzelnen Abtheilungen benutzt werden kann. Die Eisennadel ist durch ein Bündel sorgfältig geglühter Eisendrähte von 18 mm Länge und 0.4 mm Dicke ersetzt, an der Drehungsaxe ist der Spiegel verstellbar befestigt, die beiden zur Aufhängung dienenden Coconfäden sind 30 cm lang und nur 0.3 mm von einander entfernt; die Schwingungsdauer beträgt etwa 15 Sekunden; um den Nullpunkt constant zu erhalten, muss man Temperaturschwankungen möglichst ausschliessen. Die Empfindlichkeit des Apparates ist so gross, dass man bei ganz leisem Ansprechen eines SIEMENS'schen Telephons noch einen Ausschlag von 100 mm bei 2 m Skalenabstand erhält. — Bringt man die Windungsebene in den magnetischen Meridian, das Eisenbündel in die hierzu senkrechte Lage, so verwandelt man das Instrument in ein Galvanometer von eigenthümlicher Wirkungsart, indem nämlich der Strom lediglich zur Magnetisirung, zur Ablenkung dagegen der Erdmagnetismus, der doch bei den gewöhnlichen Galvano-

¹⁾ BÖRNSTEIN, WIED. Ann. 34, pag. 398. 1888.

²⁾ BELLATI, Atti R. Ist. Ven. (6) I, pag. 563. 1883.

³⁾ GILTAY, WIED. Ann. 25, pag. 325. 1885.

metern der Ablenkung entgegenwirkt, benutzt wird; das Instrument ist dann recht empfindlich (0.000001 Amp. geben etwa 6 mm/2 m Ablenkung) und kann durch Verstärkung des Erdmagnetismus mittelst permanenter Magnete noch empfindlicher gemacht werden; die Stromstärke ist $i = C \sin \alpha / \cos^2 \alpha$, also für kleine Ablenkungen mit der Skalenablenkung proportional¹⁾.

Stromwaagen.

Princip. Den bisher behandelten Strommessern, welche auf die Messung eines Winkels führen, stehen die Stromwaagen gegenüber, bei denen das bewegliche System am Ende eines Waagebalkens angebracht ist und durch die Wirkung eines festen Systems herabgezogen werden würde, wenn man nicht durch Auflegen von Gewichten am anderen Ende des Waagebalkens die gedachte Wirkung aufhobe. Je nachdem es sich um die Wirkung zwischen Stromkreisen und Magneten oder um die Wirkung zwischen Stromkreisen und Stromkreisen handelt, erhält man die elektromagnetischen Waagen, welche den Galvanometern, oder die elektrodynamischen Waagen, welche den Elektrodynamometern entsprechen.

Elektromagnetische Waage. In der ihr von ihrem Erfinder A. BECQUEREL²⁾ gegebenen Form ist an einem Ende des Waagebalkens ein Magnet vertikal aufgehängt und darunter eine Rolle gestellt, derart, dass ihre Axe die Verlängerung des Magneten bildet, wobei es vortheilhaft ist, Magnet und Rolle länglich zu wählen. Je nach Strom- oder Polrichtung findet Anziehung oder Abstossung statt, und sie ist am stärksten, wenn der Mittelpunkt des Magneten einen bestimmten Abstand vom Mittelpunkt der Rolle hat; diesen Abstand hat man zu wählen, um die grösste Empfindlichkeit zu erlangen, wobei man zugleich den Vortheil hat, dass diese Empfindlichkeit constant ist. Das Gewicht p , welches man auf die Waagschale an der anderen Seite legen muss, um die ursprüngliche Stellung wieder herzustellen, würde mit der Stromstärke proportional sein, wenn der Strom nicht zu dem dauernden Magnetismus des Stabes noch einen mit der Stromstärke proportionalen temporären Magnetismus hinzufügte; in Folge dessen ist:

$$p = (a \pm bi)i,$$

und man muss die Constanten a und b durch Versuche bestimmen. Die beiden Grenzfälle sind der, in welchem i sehr klein, und der, in welchem der Stab ursprünglich unmagnetisch ist. In jenem Falle wird i mit p proportional, und der Apparat eignet sich zur Messung schwacher constanter Ströme, in diesem Falle, der offenbar dem BELLATI'schen Dynamometer zur Seite zu stellen ist, wird i proportional mit \sqrt{p} und man kann so die Stärke von Wechselströmen, aber auch die von kräftigen constanten Strömen messen, in beiden Fällen ist empirische Aichung und Graduirung erforderlich. Eine Verdoppelung der Wirkung erhält man, wenn man nach LENZ und JACOBI³⁾ an beide Enden Waagschalen, an jede derselben einen Magnetstab anhängt und auf jeden eine Rolle wirken lässt in der Weise, dass der eine Stab ebenso hoch über seiner Rolle wie der andere

¹⁾ Vergl. übrigens BEHN-ESCHENBURG, Unters. üb. d. GILTAY'sche Dynamometer, Zürich 1889, wo eine nach der allgemeinen Erfahrung wohl zu ungünstige Ansicht über das Instrument ausgesprochen wird.

Ein Apparat, der zwischen einem Galvanometer und einem BELLATI'schen Dynamometer in der Mitte steht, wird von CHEESMAN empfohlen: Sill. Journ. (3) 28, pag. 117. 1884.

²⁾ BECQUEREL, Compt. rend. 5, pag. 35. 1837. — POGG. Ann. 42, pag. 307.

³⁾ LENZ u. JACOBI, POGG. Ann. 47, pag. 227. 1839.

unter der seinigen hängt. Eine noch andere Anordnung hat GUTHRIE¹⁾ getroffen.

Elektrodynamische Waage. Eine solche wurde zuerst von CAZIN²⁾, bald darauf von JOULE³⁾ construirt, und sie hat seitdem zahlreiche Formen erhalten. Auch hier ist die Wirkung zwischen der an dem Waagebalken hängenden und der festen Rolle für einen gewissen Abstand ihrer Mittelpunkte am grössten, und man thut gut denselben zu wählen. Die Stromstärke ist hier mit der Quadratwurzel aus dem zur Wiederherstellung der Anfangslage der Waage erforderlichen Gewichte proportional, man kann also constante und Wechselströme messen. Wenn die Stromleiter einfache Windungen von bestimmter geometrischer Gestalt sind, z. B. rechteckig oder kreisförmig, so kann man auch die Constante und damit die absolute Stromstärke messen, andernfalls erhält man letztere durch vergleichende Graduirung. Bei der elektrodynamischen Stromwaage von CAZIN besteht der hängende Stromleiter aus 8, der feste aus 48 quadratischen, concentrischen, in einer Ebene liegenden Windungen. — JOULE wendet ein System von drei Rollen an, die gleiche Grösse haben, auf einer gemeinsamen Axe liegen und sämmtlich in flachen Spiralen bestehen; die Stromstärke ist

$$i = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{f g p}{\pi}} (1 + a),$$

wo l die Drahtlänge, f die Fläche jeder Rolle, p das Ausgleichsgewicht und a eine durch Vergleichung mit einem andern Instrument zu bestimmende Correctionsgrösse ist. — v. HELMHOLTZ⁴⁾ verstärkt die Wirkung, indem er an beiden Hebelarmen Rollen anbringt, jede mit einer gleich hohen aber weiteren festen Rolle umgibt und den Strom so hindurchleitet, dass die eine bewegliche Rolle herunter, die andre hinaufgezogen wird; die Stromzuleitung erfolgt durch Streifen von Rauschgold, welche sehr wenig Widerstand besitzen und die Bewegung nicht hemmen. Die Empfindlichkeit wird hierdurch so gross, dass ein Strom, der die Kraft von 1 *g* erzeugt, bis auf $\frac{1}{20000}$ seines Werthes gemessen werden kann. — Bei MASCART⁵⁾ befindet sich eine lange Rolle zwischen zwei gleichen andern Rollen, derart dass ihr unteres Ende in die Symmetrieebene der festen Rollen fällt. — Das Instrument von PELLAT⁶⁾ besteht aus einer langen Spirale mit horizontaler Axe und einer in ihr schwebenden kleinen mit vertikaler Axe, die, am Ende eines Waagebalkens befestigt, bei Stromdurchgang durch beide Spiralen sich horizontal zu stellen sucht; es ist:

$$i = \sqrt{\frac{g l e p}{\pi^2 d^2 N n (1 - a)}},$$

wo N und n die Windungszahlen, d der Durchmesser der einfachen Drahtlage der kleineren, e der Abstand zweier Lagen der grösseren Spirale, l der Abstand der Schneiden, a ein Correctionsglied ist, das desto kleiner wird, je länger die grosse Spirale ist. — Andere elektrodynamische Waagen rühren von LALLEMAND⁷⁾,

1) GUTHRIE, Phil. Mag. (4) 48, pag. 296. 1874.

2) CAZIN, Ann. chim. phys. (4) 1, pag. 257. 1864. — Vergl. auch Rep. d. Phys. I, pag. 42. 1866.

3) JOULE, Rep. Brit. Ass. 1864. — Scient. pap. 1, pag. 584.

4) v. HELMHOLTZ, WIED. Ann. 14, pag. 52. 1881. — Wiss. Abh. I, pag. 922.

5) MASCART, J. de Phys. (2) 1, pag. 109. 1882.

6) PELLAT, Lum. él. 23, pag. 151. — Compt. rend. 103, pag. 1189. 1886.

7) LALLEMAND, Ann. chim. phys. (3) 32, pag. 432. 1851.

MAXWELL¹⁾, BLYTH²⁾, Lord RAYLEIGH³⁾ u. s. w. her; die beiden letztgenannten sind zu absoluten Messungen ganz besonders geeignet.

Praktische Stromwaagen. In der Richtung, die Wägung elektrischer Ströme für die wissenschaftliche und technische Praxis nutzbar zu machen, ist insbesondere Sir. W. THOMSON⁴⁾ unausgesetzt thätig gewesen, und man verdankt ihm die Construction der verschiedensten, theils zu absoluten, theils zu vergleichenden Messungen geeigneten, theils mit Gewichten, theils mit Zeigern, theils nach gemischtem System functionirenden, endlich theils auf schwache, theils auf starke, constante und Wechsel-Ströme berechneten Apparate (Milliamperewaage, Amperewaage, Kiloamperewaage, ferner »elektrodynamische Normalwaage«, Eisenkugel-Amperemeter, Normal-Amperemeter u. s. w.), die meist eine directe Ablesung der Stromstärke gestatten und relativ grosse Genauigkeit besitzen. — Ferner gehören hierher die in der Technik in zahlreichen Formen gebräuchlichen Federgalvanometer, welche den Federwaagen in der Mechanik entsprechen; bei dem Instrument von F. KOHLRAUSCH⁵⁾ z. B. wird eine an einer Spiralfeder hängende Eisenröhre, bezw. ein Eisenstab oder (für schwache Ströme) ein Stahlmagnet in eine Spirale hineingezogen, und zwar fast aperiodisch; die Stromstärke wird direkt abgelesen. Andere solche Apparate haben HUMMEL, UPPENBORN, JÜLLIG, SIEMENS und HALSKE u. s. w. construiert.

Alle diese Apparate müssen natürlich empirisch graduirt werden, und zwar nach längerem Gebrauche von neuem, da die Federn sich mit der Zeit verändern. W. KOHLRAUSCH⁶⁾ hat aber gezeigt, dass sich diese Aenderungen in sehr mässigen Grenzen halten und bei einiger Vorsicht den Gebrauch der Apparate für praktische Zwecke durchaus nicht beeinträchtigen.

Voltmeter.

Die voltametrische Strommessung besteht in der Wägung oder Volumemessung eines durch den Strom aus einer Verbindung abgeschiedenen Bestandtheils, sie beruht auf dem von FARADAY gefundenen Satze, dass die von einem Strome hervorgerufene chemische Wirkung der durch den Zersetzungsapparat hindurchfliessenden Elektrizitätsmenge proportional ist. Unmittelbar erhält man also nach dieser Methode den Integralstrom für eine bestimmte Zeit; dividirt man aber durch diese Zeit, so findet man auch die mittlere, und, wenn der Strom während dieser Zeit constant ist, sogar die wahre Stromstärke. Die Beobachtung läuft also auf eine möglichst genaue Gewichts- oder Volumenbestimmung einerseits und Zeitbestimmung andererseits hinaus; ausserdem aber muss man, wenn die Messung eine absolute sein soll, den Zahlenfaktor a in der Gleichung

$$i = \frac{\rho}{at}$$

(ρ Gewicht, t Zeit) kennen, also das elektrochemische Aequivalent des in dem betreffenden Apparate aus der Verbindung abgeschiedenen Körpers. Je nach der

1) MAXWELL, Phil. Trans. 1868, pag. 643. — El. u. Magn. 2, pag. 462. — Dieser wie der vorhergehende Apparat sind nicht Schwere-, sondern Torsionswaagen.

2) BLYTH, Nat. 34, pag. 508. — Proc. Edinb. Soc. 1885, pag. 650. pag. 192. 1887, pag. 839 u. 1888, pag. 122, 206. — Lum. él. 35, pag. 128 u. 37, pag. 39.

3) Lord RAYLEIGH, Phil. Trans. 1884, 2, pag. 412.

4) W. THOMSON, Lum. él. 18, pag. 1. 1885 u. 24, pag. 501. 1887. — Beibl. 1886,

5) F. KOHLRAUSCH, El. Z. 1884, pag. 13 u. 1887, pag. 160. — WIED. Ann. 27, pag. 403. 1886.

6) W. KOHLRAUSCH, El. Z. 1886, pag. 323.

Wahl dieses Körpers treten dabei mehr oder weniger erhebliche Fehlerquellen auf, sie machen die einzige Schwierigkeit der Methode aus, und nach ihnen kann man die verschiedenen Voltmeter in Bezug auf ihre Zuverlässigkeit abschätzen. Ausserdem wird natürlich die Genauigkeit mit t wachsen und zwar sowohl wegen der genaueren Messung von t als auch der von p .

Wasservoltmeter oder Knallgasvoltmeter. Das Voltmeter darf nicht mit reinem Wasser gefüllt werden, da dieses den Strom weder leitet noch von ihm zersetzt wird, sondern es muss hierzu angesäuertes Wasser verwendet werden, und zwar nimmt man fast allgemein verdünnte Schwefelsäure (1 Gewichtstheil reine Schwefelsäure auf 4 Gewichtstheile Wasser oder 1 Vol. Schwefelsäure auf 7.5 Vol. Wasser, spec. Gew. etwa 1.14); als Elektroden nimmt man Platinplatten oder Spitzen, da diese nicht angegriffen werden. Verschiedene Formen des Apparates erhält man, wenn man die abgeschiedenen Gase, Wasserstoff und Sauerstoff, deren Volumina sich wie 2:1 verhalten, entweder gemeinschaftlich, also als Knallgas, oder getrennt (wobei man meist nur den Wasserstoff misst und mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt), aufhängt, und zwar wiederum entweder in kleineren oder in grösseren Mengen (je nach der Stromstärke und der beabsichtigten Genauigkeit), endlich je nachdem man das Volumen der abgeschiedenen Gase bestimmt und hieraus, unter Berücksichtigung von Druck und Temperatur das bezügliche Gewicht ableitet oder aber das Wasser, praktisch genommen also das Voltmeter mit seinem flüssigen Inhalt vor dem Versuche und nachher, nachdem man die Zersetzungsprodukte fortgeleitet hat, wägt. Nach letzterem Gesichtspunkte kann man zwischen Volumenvoltametern und Gewichtsvoltametern unterscheiden. Die ersteren (z. Thl. aber auch die letzteren) sind mehreren Fehlerquellen unterworfen; es bilden sich nämlich, ausser Wasserstoff und Sauerstoff, auch noch andere Stoffe, insbesondere Wasserstoffsperoxyd, Ozon, schweflige Säure, eine Fehlerquelle, die man stark herabmindern kann, wenn man den Apparat auf 40—50° erhitzt; ferner werden Gasmengen im Wasser absorbiert, und zwar nach BUNSEN bis zu 3% für den Sauerstoff, bis zu 2% für den Wasserstoff, wogegen man sich entweder durch Aufsaugung mittelst einer Quecksilberluftpumpe oder dadurch hilft, dass man durch vorheriges Hindurchschicken des Stroms während einer passenden Zeit den Sättigungszustand bereits zu Beginn des eigentlichen Versuchs herstellt.

Als Repräsentant der Volumenvoltmeter sei, unter Hinweis auf die älteren Apparate von FARADAY, BUNSEN, MOHR, THURY u. s. w., das Voltmeter von F. KOHLRAUSCH¹⁾ angeführt, das sich bei einem Widerstande von 0.03 Ohm zur Messung von Strömen bis zu 30 Amp. eignet, aber auch in anderen Grössen hergestellt werden kann. Es besteht im wesentlichen aus einer aus einem Gefässe hervorragenden Messröhre. Um die Stromstärke in Ampère zu erhalten, hat man die Zahl der in 1 sec abgeschiedenen *ccm* Knallgas mit 5 zu multipliciren und hieran eine von Druck und Temperatur abhängige Correktion anzubringen, unter Druck den Barometerstand, vermindert um die dem Flüssigkeitsdruck entsprechende Grösse, also vermindert um $h/12$ (h Niveauunterschied in der Messröhre und im Gefässe) verstanden; Tabellen für diese Correktion pro Einheit des Volumens findet man in den praktischen Handbüchern, hier muss folgender Auszug genügen

¹⁾ F. KOHLRAUSCH, El. Z. 1885, pag. 190.

	$p = 700$	710	720	730	740	750	760
$t = 10^\circ$	+ 0.009	+ 0.024	+ 0.038	+ 0.053	+ 0.068	+ 0.082	+ 0.097
12°	+ 0.001	+ 0.015	+ 0.029	+ 0.044	+ 0.059	+ 0.073	+ 0.088
14°	- 0.008	+ 0.006	+ 0.020	+ 0.035	+ 0.049	+ 0.064	+ 0.078
16°	- 0.017	- 0.003	+ 0.011	+ 0.026	+ 0.040	+ 0.054	+ 0.068
18°	- 0.026	- 0.012	+ 0.002	+ 0.016	+ 0.030	+ 0.045	+ 0.059
20°	- 0.035	- 0.021	- 0.007	+ 0.007	+ 0.021	+ 0.035	+ 0.049
22°	- 0.044	- 0.031	- 0.017	- 0.003	+ 0.011	+ 0.025	+ 0.039
24°	- 0.054	- 0.040	- 0.026	- 0.012	+ 0.001	+ 0.015	+ 0.029

Diese Berechnungsweise gilt übrigens, eventuell mit leicht ersichtlichen Modifikationen, auch für die verwandten Voltmeter. Allgemein dient zur Umrechnung auf absolutes Maass die Angabe, dass ein Strom von 1 Amp. in 1 *sec* 0.0933 *mg* Wasser zersetzt.

Gewichts-Wasservoltmeter sind nach dem Vorgange von BUNSEN¹⁾ neuerdings ebenfalls vielfach construiert worden, z. B. von LEDINGHAM²⁾. Auch hier muss man ähnliche Vorsichtsmaassregeln treffen wie oben, insbesondere die erste Wägung des Apparates erst vornehmen, nachdem der Strom schon einige Zeit hindurchgegangen ist, die gelösten Gasmengen durch Auspumpen beseitigen, die frei zurückgebliebenen Gase durch Luft verdrängen u. s. w.

Silbervoltmeter. Es ist dies der feinste aller einschlägigen Apparate, seine Angabe verdankt man POGGENDORFF. Als Kathode, wo der Strom austritt und das Silber sich niederschlägt, verwendet man Platin, und zwar am besten in Gestalt eines Platintiegels, in dem die Lösung sich befindet, anderenfalls ein in ein beliebiges Gefäss hinabhängendes Platinblech. Als Anode, wo der Strom eintritt, ebenfalls Platin zu verwenden ist deshalb nicht vorthelhaft, weil dann die Lösung immer silberärmer wird; besser ist es, einen Silberstab anzuwenden, der sich mit der Zeit und zwar entsprechend dem Niederschlage an der Kathode, auflöst, wobei man jedoch durch geeignete Vorkehrungen verhindern muss, dass Metallstückchen direkt in die Lösung hineinfallen oder sich gar an der Kathode ansetzen; unter diesen Umständen kann man dann auch den Gewichtsverlust der Anode als Controlle für den Gewichtszusatz der Kathode benutzen. Als Lösung verwendet man am besten eine solche von salpetersaurem Silber (3 Gewichtstheile auf 7 Gewichtstheile Wasser) oder auch eine solche von Chlorsilber. Die Zeitdauer des Versuches darf man wieder nicht zu klein wählen, den Tiegel muss man vor den Wägungen sorgfältig reinigen und trocknen. Die Umrechnung auf absolutes Maass ist gegenwärtig mit grosser Genauigkeit gesichert, da die von Lord RAYLEIGH und Mrs. SIDGWICK³⁾ einerseits und von F. und W. KOHLRAUSCH⁴⁾ andererseits mit allen Cautelen durchgeführte Messung von a , d. h. des elektrochemischen Aequivalents des Silbers, zu dem übereinstimmenden Werthe 1.118 *mg* pro *sec*, also 67.1 *mg* pro Minute geführt hat.

Kupfervoltmeter. Von anderen Metallen findet am häufigsten das Kupfer Anwendung. Als Anode benutzt man ein oder zwei Kupferbleche, letztere parallel hängend und geschaltet, als Kathode, zwischen beide gehängt, ein Platinblech oder ebenfalls ein Kupferblech, als Flüssigkeit eine nicht ganz concentrirte Lösung

1) BUNSEN, POGG. Ann. 91, pag. 620. 1854.

2) LEDINGHAM, El. Z. 1884, pag. 275.

3) Lord RAYLEIGH u. Mrs. SIDGWICK, Phil. Trans. 1884. 2, pag. 411. — Vergl. auch MASCART, Journ. de Phys. (2) 1, pag. 109. 1882 und 3, pag. 283. 1884.

4) F. u. W. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 27, pag. 1. 1886.

von reinem Kupfervitriol; nach dem Versuch muss man die mit Kupfer bedeckte Platte unmittelbar in reines kochendes Wasser tauchen, nach einigen Minuten herausnehmen, abwischen und mit Fliesspapier trocknen, da sie, feucht an die Luft gebracht, sich rasch oxydiren würde; bei sehr kleiner Stromdichte bildet sich übrigens neben dem Kupfer auch Kupferoxydul, ausserdem resp. im Zusammenhange hiermit fällt dann die Kupfermenge etwas zu klein aus, und man muss, wenn d die Stromdichte in Amp./ qdm ist, pro Einheit der gefundenen Zahl $0.002/d$ hinzufügen. Andererseits darf man nach HAMMERL¹⁾, der das Kupfervoltmeter eingehend untersucht hat, nicht über 7 Amp./ qdm hinausgehen, bei weniger als 1.5 cm Elektrodenabstand aber nicht einmal soweit. Das elektrochemische Aequivalent des Kupfers ist 0.328 für die Sekunde, bezw. 19.68 für die Minute, man muss also hier bedeutend länger warten, bis man dieselbe Gewichtsmenge Niederschlag hat²⁾.

Schliesslich sei noch das Quecksilbervoltmeter von R. LENZ³⁾ erwähnt, welches einerseits zu den Metallvoltmetern, andererseits aber doch zu den Volumenvoltmetern gehört; die Elektroden sind nämlich Quecksilbermassen am Boden von Glasröhren, die Lösung ist salpetersaures Quecksilberoxydul (Ausscheidung nicht ganz doppelt so stark als beim Silber), und die negative Röhre steht mit einem Stahlcylinder in Verbindung, der durch eine Mikrometerschraube derart gehoben oder gesenkt werden kann, dass der Meniskus des Quecksilbers immer an derselben Stelle steht. Bei Berücksichtigung aller einschlägigen Umstände steht der freilich ziemlich kostspielige Apparat dem Silbervoltmeter an Genauigkeit nicht nach.

Andere Methoden der Strommessung.

1) Elektrometrische Methode. Unter Umständen kann man die Strommessung auf die Messung der Potentialdifferenz (s. o. pag. 154) zurückführen, indem man die Enden des Galvanometerdrahts mit zwei Punkten des Hauptkreises, zwischen denen der Widerstand w liegt, verbindet, wobei freilich vorausgesetzt wird, dass hierdurch keine in Betracht kommende Veränderung des Gesamtstroms eintritt, was z. B. bei grossem Galvanometerwiderstande der Fall sein wird. Vergleicht man nun die erhaltene Ablenkung α mit der durch ein Normalelement e_0 erzeugten α_0 , so ist

$$i = \frac{e_0}{w} \frac{\alpha}{\alpha_0}.$$

Nach JOUBERT⁴⁾ kann man auch die Nadel eines Quadrantelektrometers mit einem der Quadranten und diese bezw. mit den beiden Abzweigungspunkten verbinden, es ist dann

$$i = \frac{e_0}{w} \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}}.$$

Diese Formel hat offenbar die wichtige Eigenschaft, auch für Wechselströme giltig zu bleiben.

1) HAMMERL, Wien. Ber. (2) 88, pag. 278. 1883.

2) Vergl. auch die Untersuchungen (über Silber- und Kupfervoltmeter) von Th. GRAY, Phil. Mag. (5) 22, pag. 389. 1886 und 25, pag. 179. 1888.

3) R. LENZ, Beibl. 1, pag. 298. 1877. — Vergl. auch POTIER, Compt. rend. 108, pag. 396. 1889. — PFEIFER, C. Z. f. Opt. u. Mech. 8, pag. 273. 1887.

4) JOUBERT, Compt. rend. 91, pag. 161. 1880. — Ann. de l'Ec. norm. (2) 10, pag. 131 und 145.

2) LIPPMANN'sches Galvanometer¹⁾. Es beruht auf der Verschiebung einer Quecksilbermasse im magnetischen Felde, derzufolge ein Niveauunterschied in zwei Röhren eintritt, in welche das Quecksilber hinaufreicht.

3) Aräometer-Galvanometer. Elektromagnetische Bewegungen von Schwimmern verursachen Niveauschwankungen von Flüssigkeiten. Beispielsweise seien die Apparate von RAAB²⁾ und LALANDE³⁾ angeführt.

4) CARDEW'scher Strommesser⁴⁾. Die Verlängerung eines feinen Platindrahtes in Folge Erwärmung durch den Strom wird mittelst Zeigerübertragung abgelesen. Da die Erwärmung vom Quadrate der Stromstärke abhängt, ist der Apparat auch für Wechselströme brauchbar. — Einen auf demselben Princip beruhenden Apparat hat übrigens schon HANKEL⁵⁾ und später H. HERTZ⁶⁾ vorgeschlagen.

5) Kalorimetrische Strommessung. Die Erwärmung in Folge Stromdurchgangs wird hier direkt kalorimetrisch gemessen.⁷⁾

6) Optisches Galvanometer⁸⁾. Beruht auf der elektromagnetischen Drehung der Polarisationssebene des Lichtes, meist unter Anwendung von Schwefelkohlenstoff, für welchen die betreffende Constante u. A. von RAYLEIGH bestimmt worden ist; natürlich nur für starke Ströme von grösserer Genauigkeit.

Elektricitätszähler.

Diese Apparate, die vornehmlich in der Elektrotechnik eine wichtige Rolle spielen, bilden eine besondere Art von Strommessern, insofern sie die ganze während einer bestimmten Zeit verbrauchte Elektricitätsmenge, also das Produkt aus dieser Zeit und der mittleren Stromstärke angeben; um den für die betreffenden Zwecke maassgebenden Energieverbrauch abzuleiten, muss man ausserdem noch die mittlere Stromspannung während jener Zeit kennen. Der verbreitetste Elektricitätszähler ist wohl der von ARON. Er hat, in seiner neuesten Form, die Gestalt eines Differentialuhrwerks, in der älteren Form muss er mit einer gewöhnlichen Uhr verglichen werden. Er besteht in einer Regulatoruhr, deren Pendel unten zwei gleichgestellte Magnete trägt; indem diese Magnete über einer Drahtspule vorbeischnellen, durch welche der zu messende Strom geleitet ist, erhält die Uhr eine Voraneilung, aus der sich der Werth der Ampère-Stunden ergibt. Andere Elektricitätszähler sind die von SIEMENS, E. THOMSON, EDISON, FERRANTI, BÖRNSTEIN u. s. w.

F. AUERBACH.

¹⁾ LIPPMANN, Compt. rend. 98, pag. 1256. 1884. — Vergl. auch CARPENTIER, ebd., pag. 1376. — LIPPMANN, ebd., pag. 1534.

²⁾ RAAB, El. Z. 1886, pag. 181.

³⁾ LALANDE, ebd.

⁴⁾ CARDEW, Z. f. Elektrot. 2, pag. 241. 1884. — Ueber seine Aichung vergl. ZICKLER, Cbl. f. El. 1886, pag. 500.

⁵⁾ HANKEL, POGG. Ann. 75, pag. 206. 1848.

⁶⁾ HERTZ, Z. f. Instr. K. 3, pag. 17. 1883.

⁷⁾ Vergl. MASCART u. JOUBERT, El. u. Magn. 2, pag. 283. — Ferner SEESEMANN, El. Z. 9, pag. 175. 1887.

⁸⁾ Vergl. MASCART u. JOUBERT, El. u. Magn. 2, pag. 281.