

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Elektricität und Magnetismus

Winkelman, Adolph August

1893

Elektrostatik

In $\frac{\partial \varphi}{\partial N}$ ist, wie aus dem GREEN'schen Satze folgt, N nach dem Innern des inducirten Körpers gerechnet. Also bleiben die Grundgleichungen der magnetischen Induktion, wenn man $\frac{\partial V}{\partial N_i} + \frac{\partial V}{\partial N_a}$ addirt und bedenkt, dass $Q + V = \varphi$ ist, folgende:

1) $\frac{\partial V}{\partial N_i} + \frac{\partial V}{\partial N_a} + (1 + 4\pi\kappa) \frac{\partial \varphi}{\partial N_i} + \frac{\partial \varphi}{\partial N_a} = 0$ für die Oberfläche des inducierenden Körpers.

2) $\Delta \varphi = 0$ für alle Punkte des inducirten Körpers.

3) $\lambda = -\kappa \frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\mu = -\kappa \frac{\partial \varphi}{\partial y}$, $\nu = -\kappa \frac{\partial \varphi}{\partial z}$.

Die Aufgabe, aus diesen Gleichungen für einen gegebenen inducirbaren Körper die magnetischen Momente zu bestimmen, ist allgemein nur gelöst für die Kugel, für ein Rotationsellipsoid, für einen unbegrenzten Cylinder¹⁾ und bei einer bestimmten Art der magnetisirenden Kräfte V für einen Ring²⁾ und einen stromdurchflossenen Eisendraht.³⁾

Die Gleichung

$$\frac{\partial V}{\partial N_i} + \frac{\partial V}{\partial N_a} + (1 + 4\pi\kappa) \frac{\partial \varphi}{\partial N_i} + \frac{\partial \varphi}{\partial N_a} = 0$$

ist die erweiterte Gleichung, von der oben die Rede war.

Für einen Isolator, der von elektrischen Kräften inducirt wird, gelten ganz dieselben Gleichungen. Die Constante $1 + 4\pi\kappa$ ist dann die Dielektricitätsconstante.

GRAETZ.

Elektrostatik.

I. Grunderfahrungsthatfachen.

Manche Körper kommen, wenn sie gerieben werden, in einen eigenthümlichen Zustand, in welchem sie gewisse Kräfte auszuüben im Stande sind, die sie sonst nicht zeigen. Eine mit Tuch oder Leder geriebene Glasstange, oder eine Stange aus Siegellack, Ebonit u. A. erlangen, wenn sie gerieben sind, die Eigenschaft, leichte Körperchen, wie Papierschnitzel, Markkugeln oder dergl. anzuziehen. Diesen durch Reibung erzeugten Zustand, den man durch die erwähnte Kraftäußerung erkennt, nennt man den elektrischen und sagt, es sei durch das Reiben auf dem Stab Elektrizität entwickelt, ohne jedoch mit diesem Worte etwa andeuten zu wollen, dass ein gewisser Stoff in dem Stabe entwickelt sei. Durch Berührung mit einem bereits elektrisirten Körper kann man andere Körper an den Stellen, an denen sie berührt werden, elektrisch machen. Berührt man also mit einem und demselben elektrisirten Stab, z. B. einem Glasstab, zwei an Fäden nebeneinander aufgehängte Markkugeln, so werden beide in gleicher Weise elektrisirt und es zeigt sich, dass diese beiden gleich elektrisirten Körper sich dauernd abstossen. Ebenso werden sie beide von dem Glasstab abgestossen. Dagegen werden sie von einer elektrisirten Siegellackstange angezogen. Sind sie umgekehrt durch Berührung mit der Siegellackstange elektrisirt worden,

¹⁾ F. NEUMANN, CRELLE's Journal, Bd. 37.

²⁾ KIRCHHOFF, Ges. Abhandl., pag. 193.

³⁾ KIRCHHOFF, Ges. Abhandl., pag. 223.

so stoßen sie sich auch gegenseitig ab, werden auch von der Siegellackstange abgestossen, dagegen von der Glasstange angezogen. Der elektrische Zustand einer Glasstange und einer Siegellackstange ist also verschieden, was die eine anzieht, stösst die andre ab. Man unterscheidet diese beiden Zustände als positiv und negativ elektrischen Zustand, und entsprechend die entwickelten Elektrizitäten als positive und negative. Man definiert als positive Elektrizität diejenige, welche auf einem Glasstab entwickelt wird, wenn er mit Leder gerieben wird, das mit Zinnamalgam bestrichen ist. Die erste Erfahrungsthatsache lässt sich daher kurz ausdrücken:

Gleichnamig elektrisirte Körper stoßen einander ab, ungleichnamig elektrisirte Körper ziehen einander an.

Ein elektrisirtes Hollundermarkkugelnchen, an einem Faden aufgehängt, giebt daher ein einfaches Mittel, um die Art der Elektrizität auf einen elektrisirten Körper zu erkennen. Durch gleichnamige wird es abgestossen, durch ungleichnamige angezogen. Es ist das einfachste Elektroskop (s. Elektroskope und Elektrometer).

So zeigt sich, dass, wenn man zwei Körper aneinander reibt, beide elektrisch werden, und zwar der eine immer entgegengesetzt wie der andere.

Trockenes Holz, Harze, Schwefel, Hartgummi, Siegellack werden durch Reiben mit Pelzwerk negativ, letzteres positiv. Pulver, welche durch Siebe hindurchgetrieben werden, elektrisiren sich dabei und es zeigt sich, dass Schwefelpulver, wenn es durch Gaze geschüttet wird, negativ, Mennigepulver ebenso positiv elektrisch wird. Ein Gemisch beider Pulver, Schwefel-Mennigepulver, kann daher dazu dienen, durch Bestäubung eines elektrisirten Körpers die Art seiner Elektrisirung an den einzelnen Stellen zu erkennen. An den positiven Stellen haftet der gelbe Schwefel, an den negativen die rothe Mennige.

Versucht man auf dieselbe Weise wie Glas oder Siegellack Metalle durch Reiben elektrisch zu machen, indem man sie in der Hand hält, so gelingt das nicht. Das beruht aber nicht darauf, dass die Metalle etwa unfähig wären, so elektrisirt zu werden, vielmehr beruht es nur darauf, dass die entwickelte Elektrizität bei ihnen nicht an den Stellen bleibt, an denen die Reibung stattfand. Befestigt man nämlich ein Metall an einem Glasgriff, so wird es durch Reiben ebenfalls elektrisch. Man hat also zweierlei Arten von Körpern in Bezug auf ihr elektrisches Verhalten zu unterscheiden: 1) Isolatoren, welche durch Reibung ohne weiteres elektrisch werden. Sie werden und bleiben nur an denjenigen Stellen elektrisch, an denen sie gerieben werden, sie leiten die Elektrizität nicht fort; man nennt sie daher auch Nichtleiter oder aus weiter unten ersichtlichem Grunde auch Dielektrika. Zu ihnen gehören Glas, Siegellack, trockenes Holz u. s. w., kurz die oben angeführten Substanzen.

2) Die Metalle und andere Körper, wie die meisten Flüssigkeiten, der menschliche Körper, die Erde sind Leiter der Elektrizität. Wenn auf ihnen an irgend einer Stelle der elektrische Zustand erregt wird, so verbreitet er sich sofort über den ganzen Leiter. Wird also ein Leiter in der Hand gehalten, und wird er gerieben, so verbreitet sich die entwickelte Elektrizität über den Leiter selbst, über den Körper des Experimentirenden und über die ganze Erde. Ihre Wirkung wird daher unmerklich. Will man daher auf einem Leiter Elektrizität behalten, so muss man ihn isoliren, d. h. ganz mit Isolatoren umgeben. Man versieht daher Leiter, um sie zu isoliren, mit Griffen oder Füßen von Glas, Holz, Siegellack, man umspinnt Drähte mit Seide, umhüllt sie mit Kautschuk u. s. w. Ein isolirter Leiter hat in elektrischer Beziehung den Vorzug vor einem Isolator, dass er,

wenn er an einer Stelle Elektrizität zugeführt bekommt, sofort in seiner ganzen Ausdehnung elektrisch wird, während ein Isolator nur an dieser Stelle elektrisch bleibt. Wird ein elektrisirter Leiter durch einen andern Leiter, als welcher auch der menschliche Körper dienen kann, mit der Erde verbunden, so wird seine Elektrizität auf die ganze Erde verbreitet, der Leiter erscheint in seiner ganzen Ausdehnung unelektrisch. Man sagt dann, seine Elektrizität sei zur Erde abgeleitet. Wird ein elektrisirter Isolator an einer Stelle berührt, also mit der Erde verbunden, so wird er bloß an dieser Stelle unelektrisch.

Die Anwendung von isolirten Leitern führt zur Construction empfindlicherer Elektroskope. Das Goldblatt-Elektroskop (s. Elektroskope und Elektrometer) besteht aus zwei Streifchen Blattgold, die nebeneinander an einem metallenen Stiel mit Knopf befestigt hängen und in ein Glasgefäß gesteckt sind. Bei Berührung des Knopfes mit einem elektrisirten Körper werden beide Streifchen gleichnamig elektrisirt und divergiren daher. So lange das Elektroskop isolirt bleibt, bleibt auch die Divergenz der Goldblättchen bestehen. Wird dagegen der Knopf durch ein Metall oder den menschlichen Körper mit der Erde verbunden, so fallen die Goldblättchen zusammen. Auf diese Weise kann man untersuchen, welche Körper Leiter, welche Nichtleiter sind. Es zeigt sich, dass dieser Unterschied kein scharfer, sondern nur ein gradueller ist, dass alle Uebergänge von ausgezeichneten Leitern zu fast vollkommenen Nichtleitern vorkommen. Man kann diese Thatsache auch so ausdrücken, dass dem Durchgang der Elektrizität durch Körper ein Widerstand entgegengesetzt wird, dass aber dieser Widerstand bei den einzelnen Substanzen sehr verschieden ist. Die Leiter bieten einen sehr geringen, die Isolatoren einen sehr grossen Widerstand.

Gute Leiter sind: Alle Metalle, viele Schwefelmetalle wie Bleiglanz, Schwefelkies, ferner alle Lösungen von Säuren und Salzen, Wasser, wenn es nicht vollkommen rein ist.

Schlechte Leiter oder Isolatoren sind: trockene Salze, Metalloxyde, trockene Gase, die meisten organischen Verbindungen, welche nicht Salze sind, ganz reines Wasser, ferner Harze, Seidenfäden, Kautschuk, Ebonit, Glimmer, Glas. Ist auf der Oberfläche dieser Körper Wasser hygroskopisch condensirt, so leiten sie, d. h. die condensirte Wasserschicht, die immer Spuren von Salzen enthält, leitet. Ladet man zwei gleiche Elektroskope, bis in beiden die Goldblättchen gleiche Divergenz zeigen, so sagt man, sie enthalten beide gleiche Elektrizitätsmengen. Hat man das eine mit positiver, das andere mit negativer Elektrizität geladen, bis die Divergenz gleich ist, und verbindet man nun die Knöpfe beider Elektroskope, so fallen die Goldblättchen in beiden vollständig zusammen, wodurch bewiesen ist, dass gleiche Mengen positiver und negativer Elektrizität sich gegenseitig neutralisiren.

Eine weitere Eigenschaft der Elektrizität erkennt man, wenn man einen elektrisirten Körper in die Nähe des Knopfes eines Elektroskops bringt, ohne diesen zu berühren. Dann divergiren nämlich die Goldblättchen, also auch ohne dass ihnen durch Berührung Elektrizität mitgetheilt ist. Sie sind also elektrisch geworden durch die blosse Fernwirkung des geladenen Körpers. Man nennt diese Wirkung der Elektrizität Influenz. Ein jeder elektrisirte (geladene) Körper influenzt in einem Leiter Elektrizität. Die so erzeugte Elektrizität nennt man Influenzelektrizität. Sobald der influenzirende Körper entfernt ist, verschwindet die Influenzelektrizität von einem isolirten Leiter wieder. Prüft man die erzeugte Influenzelektrizität darauf hin, von welcher Art sie ist (etwa durch das Schwefel-Mennigepulver), so findet man, dass auf jedem der Influenz unter-

worfenen isolirten Leiter, beide Arten von Elektricität enthalten sind, und zwar enthalten diejenigen Stellen, welche dem influenzirenden Körper am nächsten sind, die entgegengesetzte Elektricität wie dieser, die entferntesten die gleichnamige Elektricität. Zwischen ihnen ist stets ein Gebiet, in welchem gar keine Elektricität zu finden ist; dieses nennt man das neutrale Gebiet. Theoretisch ist dies eine Linie auf dem Leiter, die man deshalb die neutrale Linie nennt.

Die Influenzelektricität an den dem influenzirenden Körper benachbarten Stellen nennt man Influenz-Elektricität erster Art. Sie hat also das entgegengesetzte Zeichen wie die influenzirende Elektricität. Die andere, mit gleichen Vorzeichen versehene, nennt man Influenz-Elektricität zweiter Art.

Verbindet man einen influenzirten Leiter mit der Erde, so wird die Influenzelektricität zweiter Art möglichst weit von dem influenzirenden Körper entfernt, d. h. sie wird zur Erde abgeleitet, dagegen bleibt die Elektricität erster Art, die ungleichnamige, auf dem Körper. Man kann also nur die Influenzelektricität zweiter Art zur Erde ableiten. Isolirt man den influenzirten Leiter wieder, nachdem man ihn zur Erde abgeleitet hatte, so bleibt er also mit ungleichnamiger Elektricität geladen und, wenn man nun den influenzirenden Körper entfernt, so bleibt diese Ladung auf dem influenzirten Körper erhalten, da die zur Neutralisation nothwendige Elektricität zweiter Art eben zur Erde abgeleitet ist. Man erklärte sich früher diese Erscheinungen so, dass jeder unelektrische Körper grosse, aber gleich grosse Mengen von positiver und negativer Elektricität enthalte und dass durch die Anziehung des influenzirenden Körpers die ungleichnamige in seine Nähe gebracht, durch die Abstossung die gleichnamige entfernt würde. Die Influenzelektricität erster Art, die sich nicht zur Erde ableiten lässt, nannte man deswegen auch gebundene Elektricität.

Die Kraft, welche zwei elektrisirte kleine Körper auf einander ausüben, wurde von COULOMB¹⁾, später von RIESS²⁾ in ihrer Abhängigkeit von der Entfernung bestimmt. In eine Drehwage (s. Elektroskope und Elektrometer), brachte COULOMB eine kupferne Standkugel, während eine bewegliche Kugel an einem horizontal aufgehängten Arm befestigt war. Wurden beide Kugeln zusammen, also gleichnamig elektrisirt, so stiessen sie sich ab und man musste den Aufhängefaden um einen bestimmten Winkel α drehen, damit der horizontale Arm in einem Winkel β von der Ruhelage aus blieb. So fanden COULOMB und nach ihm RIESS folgende zusammengehörige Werthe von α und β , denen die aus der Annahme berechneten β beigeschrieben sind, dass die Kraft umgekehrt proportional ist dem Quadrat der Entfernung.

COULOMB			RIESS		
α	β	β berechn.	α	β	β berechn.
0°	36°	—	0°	42°	—
126°	18°	18° 6'	70°	28°	27° 44'
567°	8° 30'	9° 4'	110°	23°	23° 42'

Aus diesen Versuchen wird sehr wahrscheinlich, dass die Kraft zwischen zwei Elektricitätsmengen umgekehrt variirt, wie das Quadrat der Entfernungen. Einen viel sichereren Beweis kann man indirekt aus den Induktionsversuchen entnehmen (s. u.).

¹⁾ COULOMB, Mém. de l'Acad. de Paris 1785, pag. 572.

²⁾ RIESS, Reibungselektricität I, pag. 93.

Um die Abhängigkeit der Kraft von der Ladung der Körper zu finden, elektrisirte COULOMB die beiden Kugeln in beliebiger Weise und berührte dann die Standkugel mit einer genau gleich grossen Metallkugel, wodurch die Ladung derselben sich zwischen beide theilte und auf der Standkugel nur die Hälfte übrig blieb. So fand er, dass die Kraft proportional ist dem Produkt der Ladungen beider Körper, die auf einander wirken. Sind also e und e' diese Ladungen, oder wie man sagt, die Elektricitätsmengen (in beliebigem Maass gemessen) und ist r die Entfernung der beiden (sehr klein gedachten) Körper, so ist die Kraft K zwischen ihnen

$$K = f \frac{ee'}{r^2},$$

wo f eine Zahl ist und K eine abstossende Kraft ist, wenn es positiv, eine anziehende, wenn es negativ ist.

Dies ist das COULOMB'sche Gesetz der Elektrostatik. Man entnimmt daraus auch eine Einheit der Elektricitätsmenge. Man setzt nämlich diejenige Elektricitätsmenge als Einheit fest, welche auf eine gleiche, in der Entfernung 1 (1 cm) befindliche, die Kraft 1 (1 Dyne) ausübt. Dies ist die elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge e_s . Werden alle Elektricitätsmengen in dieser Einheit gemessen, so ist der Ausdruck des COULOMB'schen Gesetzes

$$K = \frac{ee'}{r^2}.$$

Die Dimensionen von e_s ergeben sich durch

$$[e_s] = \sqrt{Kr^2} = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}].$$

Man bezeichnet den Raum in der Umgebung eines elektrisirten Körpers als elektrisches Feld, in so fern sich in ihm elektrische Kraftäusserungen abspielen. An jeder Stelle eines elektrischen Feldes wird daher auf einen Punkt von der Ladung e eine Kraft ausgeübt ist, die proportional e ist, etwa $= Fe$. Man nennt F die Intensität des elektrischen Feldes an dieser Stelle.

II. Vertheilung der Elektricität auf Leitern.

Aus dem COULOMB'schen Gesetz folgt, dass die elektrostatische Kraft ein Potential U hat (s. Potential), dass man daher das elektrische Feld sich durchzogen denken kann von lauter Flächen gleichen Potentials. Falls eine Elektricitätsmenge im Gleichgewicht sein soll, so muss, wenn nur elektrische Kräfte auf sie wirken, das Potential an ihr einen constanten Werth haben. Nun verschiebt sich erfahrungsgemäss die Elektricität auf einem Leiter, ohne dass die Körper-Moleküle eine Einwirkung ausüben, während bei einem Isolator die Elektricität mit den Molekülen fest verbunden zu sein scheint. Daraus folgt, dass auf jedem Leiter im Falle des Gleichgewichts das Potential der Elektricität constant sein muss. Man nennt den Werth des Potentials auf einem Leiter häufig das Potentialniveau des Leiters. Daraus folgt ferner, dass im Innern eines Leiters keine freie Elektricität vorhanden sein kann, dass vielmehr die gesammte Elektricität auf der Oberfläche sich befinden muss. Denn da die Elektricitäten im Leiter frei verschiebbar sind, so ziehen sich α) bei einem nicht influenzirten Leiter (wenn man die rohe Vorstellung beibehalten will), die ungleichnamigen Electricitäten an und neutralisiren sich, es bleibt also blos die Elektricität einer Art übrig, welche durch die gegenseitigen Abstossungskräfte bis an die Oberfläche getrieben wird, wo sie durch die angrenzenden Isolatoren an der Weiterbewegung verhindert wird, β) bei einem influenzirten Leiter wird dieser Vorgang durch die Kräfte des influencirenden Leiters noch befördert, nur dass dann eben beide Arten von Elektricität auf dem

Leiter sein können. Ist V das Potential an irgend einer Stelle eines elektrischen Feldes, das von einem elektrisirten Leiter herrührt, so ist also erstens im Leiter selbst $V = C$. Zweitens ist an jeder Stelle des Feldes die Kraft, die auf die Einheit der Elektricität wirkt (die Intensität des Feldes) gleich $\frac{\partial V}{\partial v}$, wo ∂v ein Element der Kraftlinie an der betreffenden Stelle ist (s. Potential). Auf der Oberfläche selbst vertheilt sich die Elektricität im Falle des Gleichgewichts so, dass eben an jeder Stelle des Leiters das Potential constant ist. Befindet sich auf einem Flächenstück $d\omega$ die Elektricitätsmenge $d\epsilon$, so nennt man $\sigma = \frac{d\epsilon}{d\omega}$ die Dichtigkeit der Elektricität auf diesem Flächenstück und es ist nach der Lehre vom Oberflächenpotential (s. Potential) für einen elektrisirten Leiter, dessen nach aussen gerichtete Normale N_a und dessen nach innen gerichtete Normale N_i ist

$$\frac{\partial V}{\partial N_i} + \frac{\partial V}{\partial N_a} = -4\pi\sigma.$$

Rührt V nur von dem Leiter her, so ist $\frac{\partial V}{\partial N_i} = 0$.

Es ist daher auch die Intensität des elektrischen Feldes an dieser Stelle

$$F = -4\pi\sigma.$$

Die Kraft, die an dieser Stelle auf die vorhandene Elektricität nach aussen wirkt, ist, da die Elektricitätsmenge $\sigma d\omega$ ist

$$K = -2\pi\sigma^2 d\omega,$$

also dem Quadrat der Dichtigkeit proportional. Sie ist nämlich gleich dem arithmetischen Mittel der auf die Einheit nach aussen- und innen wirkenden Kraft multiplicirt mit der vorhandenen Elektricitätsmenge¹⁾. Dies gilt stets, ob nun ein Leiter nur mit Elektricität einer Art geladen ist, oder mit beiden Arten. Es kann jedoch ein Leiter nur dann beide Arten von Elektricität auf sich enthalten, wenn mindestens ein elektrisirter Körper — ein influenzirender — noch ausser ihm vorhanden ist.

Je grösser der Werth von $\frac{\partial V}{\partial N_a}$ an einem Leiter ist, um so grösser ist die Dichtigkeit an dieser Stelle. Wenn nun ein Leiter in eine Spitze ausläuft, so lässt sich leicht zeigen, dass dann σ unendlich gross wird. Denn es werde die Spitze zuerst als ein dünner Draht von dem Umfang c betrachtet und es sei A die Elektricitätsmenge auf der Längeneinheit des Drahtes. Dann ist $\sigma = \frac{A}{c}$. Nimmt also der Umfang des Drahtes fortwährend ab, während seine Länge und seine Ladung nicht Null wird, so wird $\sigma = \infty$.

Diese Eigenschaft der Spitzen zieht nun wichtige Folgerungen nach sich. Da die Dichtigkeit an einer Spitze theoretisch unendlich gross, in Wirklichkeit jedenfalls sehr gross ist, so ist auch die Kraft, welche an einer Spitze die Elektricität nach aussen zu treiben sucht, sehr gross. Da aber die Eigenschaft der Isolatoren, die Elektricität nicht durch sich hindurchzulassen, keine absolute ist, sondern eine graduelle ist, so wird durch diese grosse Kraft an einer Spitze die Isolationstähigkeit der meisten Isolatoren überwunden und daher strömt aus einer Spitze die Elektricität in den umgebenden Isolator hinein. Man kann daher einem mit einer Spitze versehenen Leiter nur eine sehr geringe Ladung ertheilen, da die Dichtigkeit an der Spitze bald so gross wird, dass alle neu hinzugeführte

¹⁾ MAXWELL, Treatise on Electr. and Magnetism I. No. 79. 94.

Elektricität ausströmt. Befestigt man weiter eine Spitze an einem influenzirten Leiter und zwar an der Seite, wo die Influenzelektricität zweiter Art entsteht, so strömt diese ohne Weiteres aus, der Leiter bleibt mit der Influenzelektricität erster Art geladen. Befestigt man die Spitze an der dem influenzirenden Körper zunächst liegenden Stelle, so strömt die Elektricität erster Art aus, der Körper bleibt mit der Elektricität zweiter Art, der gleichnamigen, geladen. Zugleich aber findet an derjenigen Stelle des influenzirenden Körpers, welche der Spitze gegenüberliegt, eine Anhäufung von Elektricität statt, wegen der starken Influenz, es bildet sich also dort eine grosse Dichtigkeit derselben, und daher strömt auch von dem influenzirenden Körper die Elektricität nach aussen. Das Resultat ist also, dass der influenzirende Körper weniger Elektricität enthält als früher, der influenzirte aber mit derselben Elektricität geladen ist, wie dieser, nämlich mit der Influenzelektricität zweiter Art. Dieses Resultat, das man immer erreicht, wenn man einem geladenen Körper einen andern mit einer Spitze versehenen nähert, sieht so aus, als ob die Spitze von dem influenzirenden Körper Elektricität auf den influenzirten gesaugt hätte. Man bezeichnet deshalb auch diese Erscheinung als Saugwirkung der Spitzen und wendet sie an, wenn man influenzirte Körper mit derselben Elektricität laden will, welche der influenzirende besitzt.

Die Bedingung, dass ein Leiter im elektrischen Gleichgewicht constantes Potentialniveau haben muss, führt sofort zu der Lösung folgender Aufgaben der Elektrostatik:

1) Es ist ein Leiter von bestimmter Form gegeben, und es ist die gesammte Elektricitätsmenge gegeben, mit der er geladen ist — es wird gefragt a) wie gross ist die Dichtigkeit an jedem Punkt der Oberfläche des Leiters, b) wie gross ist sein Potential?

2) Es ist ein neutraler und isolirter Leiter gegeben, der influenzirt wird von einem gegebenen festen elektrischen System, es wird gefragt a) wie gross ist die Dichtigkeit der Elektricität an jedem Punkte, b) wie gross ist das Potential des Leiters?

3) Es ist ein neutraler zur Erde abgeleiteter Körper gegeben und ein influenzirendes festes System — wie gross ist die Dichtigkeit und die influenzirte Elektricitätsmenge des Leiters?

4) Es sind zwei oder mehr sich gegenseitig influenzirende Leiter gegeben, wie ist die Vertheilung der Elektricität auf ihnen und wie gross sind die Ladungen oder Potentiale der Leiter?

Die Lösung der ersten Aufgabe ist folgende:

Man hat eine Funktion V zu suchen, die überall der Gleichung $\Delta V = 0$ genügt, die im Unendlichen gleich Null wird und die am ganzen Leiter constant ist. Dann ist der Werth dieser Constante das Potentialniveau und es ist

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial N_a},$$

wobei $E = \int \sigma d\omega$, $d\omega$ ein Element der gegebenen Fläche und das letzte Integral über die ganze Oberfläche auszudehnen ist.

Ist C der Werth des Potentialniveaus des Leiters, so nennt man $x = \frac{E}{C}$ die Capacität des Leiters. Sie hängt nur von den Dimensionen des Leiters ab, nicht von der Ladung.

Die weiteren Aufgaben werden in ähnlicher Weise gelöst. Es sei U das Potential der gegebenen influenzirenden Kräfte. Es bildet sich dann durch

Scheidung auf dem Leiter eine elektrische Schicht S , deren variable Dichte σ sei. Uebt diese Schicht für sich das Potential V aus, so muss für jeden Punkt des Leiters

$$U + V = \text{const}$$

sein. Ferner muss für jeden Punkt der Oberfläche sein

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial V}{\partial N_i} + \frac{\partial V}{\partial N_a} \right),$$

aber es muss auch sein

$$0 = \frac{\partial U}{\partial N_i} + \frac{\partial V}{\partial N_i},$$

also

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial N_a} (U + V).$$

Bezeichnen wir die Grösse $V + U$ mit φ , so ist also

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial N_a}.$$

Für einen isolirten Leiter ist ferner die gesammte influencirte Elektricitätsmenge gleich 0, also

$$E = \int_O \sigma d\omega = 0.$$

wenn $d\omega$ ein Flächenelement der Oberfläche O ist. Ist der Leiter ein Hohlkörper, dessen beide Oberflächen, die innere O_i , die äussere O_a sein mögen, und befindet sich eine influenzirende Elektricitätsmenge E im Innern des Hohlraums, so ist zunächst

$$\int_{O_i} \frac{\partial \varphi}{\partial N_a} d\omega + \int_{O_a} \frac{\partial \varphi}{\partial N_a} d\omega = 0.$$

Nun folgt aber aus dem GREEN'schen Satz, dass, wenn im Innern eines Hohlraums ein elektrisirter Körper mit der Elektricitätsmenge E vorhanden ist, dass dann an der inneren Oberfläche eine Elektricitätsmenge $-E$ entsteht. Denn es ist

$$\int \Delta \varphi d\tau = + \int_{O_i} \frac{\partial \varphi}{\partial N_a} d\omega$$

oder

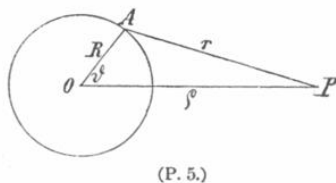
$$\int \rho d\tau = E = - \int_{O_i} \sigma_i d\omega.$$

Daraus folgt, dass die äussere Oberfläche unseres isolirten Leiters die Elektricitätsmenge $+E$ enthält. Nun kann man aber die äussere Oberfläche sich unendlich gross denken, wodurch ihr Potential gleich Null wird. Es bleibt daher im ganzen Innern $\varphi = \text{const}$, wo $\varphi = U + V$ und V nur von der Elektrisirung der inneren Oberfläche abhängt. Man kann daher auch die äussere Oberfläche zur Erde ableiten, ohne innen etwas zu ändern. Auf die Form des influenzirenden Körpers kommt es gar nicht an. Sein $+E$ inducirt auf O_i die Elektricitätsmenge $-E$ und es ist überall $V + U = \text{const}$. Bringt man also, um dies zu verificiren, eine leitende Vollkugel, mit $+E$ geladen, in einen von zwei Halbkugeln gebildeten kugelförmigen Raum, so wird auf deren Innenseite $-E$ erzeugt, auch wenn man die Halbkugeln aussen mit der Erde verbindet. Wenn das der Fall ist, so muss durch Herstellung einer leitenden Verbindung zwischen der Vollkugel (K) und der inneren Oberfläche (O_i) die Elektricität von beiden sich vollständig ausgleichen, die innere Kugel muss ganz unelektrisch werden, wie stark sie auch elektrisirt war. Dieser wichtige Versuch wurde von CAVEN-

DISH zuerst angestellt und von MAXWELL¹⁾ wiederholt. Durch Prüfung an einem sehr empfindlichen Elektrometer zeigte sich die Kugel K nach dieser Operation als ganz unelektrisch.

Dieser Versuch ist ein indirekter, aber genauer Beweis für die Richtigkeit des COULOMB'schen Gesetzes. Es lässt sich zeigen, dass nur, wenn die Kraft gleich $\frac{ee'}{r^2}$ ist, dieses Resultat folgt. Falls die Vollkugel K (mit E geladen) und die Hohlkugel concentrisch sind, so muss sich die Electricität sowohl auf K wie auf O_i gleichmässig vertheilen. Wenn nun unser Resultat richtig ist, so muss auf O_i immer dieselbe Elektrizitätsmenge $-E$ in derselben Vertheilung sein, wie klein auch die influencirende Kugel K ist, falls sie nur mit $+E$ geladen und concentrisch mit der Hohlkugel ist. Das Potential an jeder Stelle des Raumes ist $\varphi = U + V$. V bleibt aber ganz unverändert, wenn auch K kleiner gemacht wird. Daher folgt, dass das Potential U einer geladenen Kugel unabhängig von deren Radius R ist. Das gilt aber eben nur für das COULOMB'sche Kraftgesetz.

Denn es sei die Kraft zwischen zwei Elektrizitätsmengen e und e' in der Entfernung r gleich $ee'\varphi(r)$ und es sei $\psi(r) = e \int \varphi(r) dr$. Dann sind die Kraftcomponenten von e auf $e' = 1$



(P. 5.)

$$X = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad Y = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad Z = -\frac{\partial \psi}{\partial z},$$

ψ ist also das Potential dieser Kraft. Wir berechnen das Potential einer Kugel K (Radius R), deren Oberfläche gleichmässig mit der Gesamtelektrizitätsmenge E geladen sei, auf einem äusseren Punkt P

in der Entfernung ρ vom Kugelmittelpunkt (Fig. 5). An einem Element $d\omega$ bei A befindet sich die Elektrizitätsmenge $e = \frac{E}{4\pi R^2} d\omega$ und das Potential der ganzen Kugel ist

$$U = \frac{E}{4\pi R^2} \int \psi(r) d\omega.$$

Ist ϑ der Winkel AOP , so ist

$$U = \frac{E}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \psi(r) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

Da aber

$$r^2 = R^2 + \rho^2 - 2R\rho \cos \vartheta,$$

also

$$\sin \vartheta d\vartheta = \frac{r}{R\rho} dr$$

ist, so ist

$$U = \frac{E}{4\pi R\rho} \int_{\rho-R}^{\rho+R} \psi(r) r dr.$$

Nun sei $\int \psi(r) r dr = g(r)$ gesetzt, so ist

$$U = \frac{E}{4\pi R\rho} [g(\rho + R) - g(\rho - R)].$$

Dies soll unabhängig von R sein für jedes ρ . Nun ist

$$g(\rho + R) = g(\rho) + \frac{dg}{d\rho} R + \frac{1}{2} \frac{d^2g}{d\rho^2} R^2 + \frac{1}{2 \cdot 3} \frac{d^3g}{d\rho^3} R^3 + \dots$$

$$g(\rho - R) = g(\rho) - \frac{dg}{d\rho} R + \frac{1}{2} \frac{d^2g}{d\rho^2} R^2 - \frac{1}{2 \cdot 3} \frac{d^3g}{d\rho^3} R^3 + \dots$$

also

¹⁾ MAXWELL, Treatise on Electricity and Magnetism I., pag 79.

$$U = \frac{E}{4\pi R\rho} \left[\frac{2dg}{d\rho} R + \frac{2}{2 \cdot 3} \frac{d^3g}{d\rho^3} R^3 + \dots \right]$$

oder

$$U = \frac{E}{4\pi\rho} \left[\frac{2dg}{d\rho} + \frac{2}{2 \cdot 3} \frac{d^3g}{d\rho^3} R^2 + \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \frac{d^5g}{d\rho^5} R^4 + \dots \right].$$

Damit dies von R unabhängig sei, muss

$$\frac{d^3g}{d\rho^3} = 0 \quad \frac{d^5g}{d\rho^5} = 0$$

u. s. w. sein, also

$$\frac{d^2g}{d\rho^2} = \text{const} = a \quad \frac{dg}{d\rho} = a\rho + b.$$

Da wir die Kugel beliebig klein nehmen können, so ist auch

$$\frac{dg}{dr} = r \cdot \psi(r) = ar + b,$$

also

$$\psi(r) = a + \frac{b}{r}.$$

Das Potential ψ kann also bis auf eine Constante nur von der Form $\frac{b}{r}$ sein,

d. h. die Kraft $\varphi(r)$ kann nur von der Form $\frac{c}{r^2}$ sein. Das ist das COULOMB'sche Gesetz.

Die Vertheilung der Elektricität auf einem Leiter, der unter dem Einfluss von äusseren influenzirenden Kräften steht und entweder isolirt oder zur Erde abgeleitet ist, bestimmt sich stets aus folgenden Gleichungen. Es sei U das Potential der äusseren, influenzirenden Kräfte, V das Potential der Schicht auf dem Leiter, es sei σ die gesuchte Dichtigkeit, dann ist für den Leiter

$$\begin{aligned} U + \int \frac{\sigma d\omega}{r} &= C \\ V &= \int \frac{\sigma d\omega}{r} \\ \frac{\partial V}{\partial N_i} + \frac{\partial V}{\partial N_a} &= -4\pi\sigma. \end{aligned}$$

Im Falle der Isolirung des Leiters ist ferner

$$\int \sigma d\omega = 0.$$

Im Falle, dass der Leiter zur Erde abgeleitet ist, ist

$$C = 0.$$

Im ersten Falle hat man C und σ , im letzteren Falle σ und $E = \int \sigma d\omega$ zu suchen.

Die Capacität eines Leiters ist stets gleich dem Verhältniss seiner Elektricitätsmenge zu seinem Potential, vorausgesetzt, dass alle in der Nähe befindlichen Leiter auf dem Potential 0, d. h. zur Erde abgeleitet sind.

Die Lösung dieser elektrostatischen Aufgaben lässt sich gewöhnlich nicht direkt so angreifen, dass die Oberfläche gegeben ist, für welche das Potential constant sein soll und dass dann V gesucht wird. Vielmehr ist der Weg, der eingeschlagen wurde, ein umgekehrter. Man sucht Lösungen der Gleichung $\Delta V = 0$ und bestimmt dann diejenigen Flächen, auf welchen V constant ist oder sonstige vorgeschriebene Werthe hat. Diese Flächen geben im ersten Fall diejenigen Leiterflächen an, für welche das Problem der Elektricitätsvertheilung ohne influenzirende Kräfte, im zweiten Fall diejenigen, für welche das Problem der Elektricitätsvertheilung unter dem Einfluss influenzirender Kräfte zu lösen ist.

Man erhält passende Lösungen der Gleichung $\Delta V = 0$ zunächst durch Specialisirung derselben, indem man eine oder zwei der Variablen als constant ansieht, dann durch Umformung derselben in andere, krummlinige Coordinaten. Weitere Lösungen erhält man durch die Methode der elektrischen Bilder¹⁾ und durch die Methode der conjugirten Funktionen²⁾. Doch können diese Lösungen, die im Allgemeinen mehr von mathematischem als von physikalischem Interesse sind, hier nicht angeführt werden³⁾.

III. Arbeit und Energie im elektrischen Feld.

Nach der dynamischen Definition des Potentials (s. Potential) ist das elektrostatische Potential eines Systems an einer bestimmten Stelle gleich derjenigen Arbeit, welche gegen die vorhandenen Kräfte geleistet werden muss, wenn man die Einheit der Elektrizitätsmenge von einer Stelle, wo das Potential als Null angenommen wird (der Erde) bis zu der betrachteten Stelle bringt.

Wird also die Elektrizitätsmenge δe von der Erde zu einer Stelle gebracht, wo das Potential V ist (ohne dass sich dieses Potential dabei ändert), so ist die dazu nöthige Arbeit

$$\delta W = V \delta e.$$

Daraus lässt sich die Arbeit berechnen, welche nöthig ist, um ein System elektrisch zu laden.

Ist nämlich das Potential an einer Stelle P herrührend von einem System A gleich V_1 , und herrührend von einem System B gleich V_2 , so ist es, wenn beide Systeme wirken, gleich $V_1 + V_2$. Daraus folgt, dass wenn alle Ladungen eines Systems n fach so gross werden, als sie waren, dass dann auch das Potential an einer Stelle P n fach so gross wird, als es war.

Nun denken wir uns ein System, aus Leitern und Isolatoren bestehen, dessen Theile die Ladungen $e_1, e_2 \dots e_m$ zum Schluss haben und denken uns die Ladungen so bewerkstelligt, dass allen Körpern gleichmässig Elektrizität zugeführt werde, d. h. dass zu einer bestimmten Zwischenzeit die Ladungen seien $ne_1, ne_2, ne_3 \dots ne_m$, wobei n ein echter Bruch ist. Dann sind auch die Potentiale aller Punkte des Systems in diesem Moment $nV_1, nV_2 \dots nV_m$, wenn $V_1, V_2 \dots V_m$ die Endpotentiale sind.

Wir führen nun einem Punkt, z. B. dem i ten, der jetzt das Potential nV_i hat, eine unendlich kleine Elektrizitätsmenge $e_i dn$ zu. Dazu müssen wir die Arbeit aufwenden

$$dW_i = V_i n e_i dn.$$

Thun wir das Entsprechende mit allen Punkten, so ist die nöthige Arbeit

$$dW = \sum V_i e_i n dn.$$

Die vollständige Ladung des Systems erreichen wir, wenn wir n von 0 bis 1 variiren lassen, es ist also

$$W = \sum V_i e_i \int_0^1 n dn = \frac{1}{2} \sum V_i e_i.$$

Die Arbeit, welche nöthig ist, um ein System so zu laden, dass seine einzelnen Punkte die Elektrizitätsmengen e_i und die Potentiale V_i haben, ist,

$$W = \frac{1}{2} \sum e_i V_i.$$

¹⁾ WILLIAM THOMSON, Cambridge and Dublin Math. Journal pag. 215, 1848.

²⁾ HELMHOLTZ, Berliner Monatsbericht 1868. Ges. Abhandl. I., pag. 146.

³⁾ Man findet diese Methoden und die daraus resultirenden Lösungen des Vertheilungsproblems in den Werken von MAXWELL, MASCART und JOUBERT u. A.

Diese Arbeit steckt dann als potentielle Energie in dem System. Besteht das System bloss aus n Leitern, sind deren Potentiale $A_1, A_2 \dots A_n$ und deren Ladungen $E_1, E_2 \dots E_n$, so ist

$$W = \frac{1}{2}(A_1 E_1 + A_2 E_2 + \dots A_n E_n).$$

Das Potential jedes Leiters hängt ab von den Ladungen aller Leiter und ist, wie aus dem obigen hervorgeht, eine lineare Funktion dieser Ladungen. Es ist also etwa

$$\begin{aligned} A_1 &= p_{11} E_1 + p_{12} E_2 + p_{13} E_3 = \dots = \sum_i p_{1i} E_i. \\ A_2 &= p_{21} E_1 + p_{22} E_2 + p_{23} E_3 = \dots = \sum_i p_{2i} E_i. \\ &\vdots \\ A_n &= p_{n1} E_1 + p_{n2} E_2 + p_{n3} E_3 = \dots = \sum_i p_{ni} E_i. \end{aligned}$$

Die Coëfficienten p nennt MAXWELL¹⁾ Potentialcoëfficienten. Es ist p_{rs} gleich dem Potential, welches der r te Leiter hat, wenn er sowohl wie alle andern Leiter nicht elektrisirt sind, mit Ausnahme des Leiters s , der die Elektrizitätsmenge $E_s = 1$ enthält.

Durch einfache Betrachtungen ergibt sich, dass $p_{rs} = p_{sr}$ ist.

Indem man die obigen n linearen Gleichungen nach den E_i auflöst, erhält man

$$\begin{aligned} E_1 &= q_{11} A_1 + q_{12} A_2 + q_{13} A_3 + \dots q_{1n} A_n = \sum_i q_{1i} A_i \\ E_2 &= q_{21} A_1 + q_{22} A_2 + q_{23} A_3 + \dots q_{2n} A_n = \sum_i q_{2i} A_i \\ &\vdots \\ E_n &= q_{n1} A_1 + q_{n2} A_2 + q_{n3} A_3 + \dots q_{nn} A_n = \sum_i q_{ni} A_i. \end{aligned}$$

Die Coëfficienten q_{rr} , mit gleichen Indices, bedeuten die Capacitäten der betreffenden Leiter. Es ist die Capacität q_{rr} gleich derjenigen Elektrizitätsmenge, welche auf dem r ten Leiter vorhanden ist, wenn er selbst auf dem Potential 1 ist, während alle andern Leiter auf dem Potential 0, d. h. zur Erde abgeleitet sind, oder es ist q_{rr} gleich dem Verhältniss der Ladung E_r zum Potential A_r unter diesen Bedingungen.

Die Capacität eines Leiters hängt also ab von den sonst noch vorhandenen elektrischen Systemen. Spricht man von der Capacität eines Leiters schlechtweg, ohne die Anwesenheit äusserer Systeme zu charakterisiren, so versteht man darunter die Capacität, wenn kein anderer elektrisirter Körper in der Nähe ist.

Die Coëfficienten q_{rs} nennt man Induktionscoëfficienten. Er ist q_{rs} gleich der Ladung des r ten Leiters, wenn dieser selbst, sowie alle andern Leiter des Systems zur Erde abgeleitet sind, mit Ausnahme des s ten Leiters, der auf dem Potential 1 ist.

Da die Capacitäten wie die Induktionscoëfficienten jede gleich einer Elektrizitätsmenge E dividirt durch ein Potential V sind, da ferner das Produkt EV eine Arbeit W ergibt, so sind die Dimensionen von

$$[q_{rr}] = [q_{rs}] = \frac{E}{V} = \frac{E^2}{W} = \frac{ML^3T^{-2}}{ML^2T^{-2}} = L.$$

Die Capacitäten und Induktionscoëfficienten sind also von der Dimension einer Länge.

Von den vielen Sätzen, die über die Grössen q_{rr} , q_{rs} , p_{rs} abzuleiten sind, und die in dem angeführten Werke von MAXWELL enthalten sind, ist einer besonders wichtig, nämlich:

¹⁾ MAXWELL, Treatise on Electricity and Magnetism 2. edition I. 87.

Ein neu eingeführter abgeleiteter Leiter vergrössert die Capacitäten und verkleinert die numerischen Beträge der Induktionscoefficienten der schon vorhandenen Leiter.

Es soll also bewiesen werden, dass die Capacität eines Leiters R vergrössert wird, wenn ein neuer Leiter in das System eingeführt wird, und dass seine Induktionscoefficienten verkleinert werden.

Wir geben dem Leiter R ein Potential 1 und machen die Potentiale aller andern Leiter gleich Null. Dann ist $E_r = q_{rr}$. Der neu eingeführte Leiter wird durch Influenz entgegengesetzt geladen, wie R , also negativ. Er inducirt daher in allen Leitern positive Elektrizitätsmengen. Daher wird die Elektrizitätsmenge auf R grösser, etwa $E_r + \epsilon_r$ und daher seine Capacität grösser. Ferner aber befinden sich auf allen andern, zur Erde abgeleiteten Leiter negative Elektrizitätsmengen. Diese werden also durch die neue Influenz numerisch verringert, und daher werden die Induktionscoefficienten q_{rs} numerisch kleiner.

IV. Theorie der elektrischen Ansammlungsapparate.

Einen Apparat, der aus zwei einander nahe gegenüber stehenden Leitern besteht, von denen der eine mit einer Elektrizitätsquelle, der andere mit der Erde verbunden wird, nennt man einen Ansammlungsapparat. Wendet man auf einen solchen den eben abgeleiteten Satz an, so findet man: Die Capacität eines Leiters wird grösser, wenn noch ein anderer zur Erde abgeleiteter Leiter in seiner Nähe ist. Verbindet man also einen alleinstehenden Leiter von der Capacität κ mit einer Elektrizitätsquelle, die Elektrizität von bestimmtem Potential V giebt, z. B. mit einer Elektrisirmaschine (s. d.) oder einer elektrischen Batterie (s. d.), so erhält der Leiter eine Elektrizitätsmenge

$$E = \kappa V.$$

Mehr Elektrizität kann er nicht aufnehmen. Wird dagegen dem Leiter ein anderer, abgeleiteter gegenübergestellt, so wird seine Capacität grösser, κ' , und er fasst jetzt eine Elektrizitätsmenge

$$E' = \kappa' V.$$

Das Verhältniss $\frac{E'}{E} = \frac{\kappa'}{\kappa}$ nennt man die Verstärkungszahl des Ansammlungsapparates.

In wenigen Fällen lässt sich die Capacität eines Ansammlungsapparates theoretisch berechnen.

a) Zwei parallele, unendlich ausgedehnte Ebenen.

Sind A und B die Potentialniveaus dieser beiden Ebenen, c ihr Abstand, die z -Axe senkrecht zu ihnen, so ist die Potentialgleichung hier

$$\frac{d^2 V}{dz^2} = 0,$$

welche als Lösung ergibt:

$$V = A + (B - A) \frac{z}{c}.$$

Daraus folgt die Dichtigkeit der Elektrizität auf der Platte mit dem Potential A

$$\sigma_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{A - B}{c},$$

auf der anderen Platte

$$\sigma_2 = -\frac{1}{4\pi} \frac{A - B}{c}.$$

Auf einem Stück von der Grösse S liegt also die Elektrizitätsmenge

$$E_1 = S\sigma_1 \quad E_2 = S\sigma_2.$$

Daher ist die Capacität dieses Flächenstückes S (wenn die andere Platte ihm gegenüber steht)

$$K = \frac{S}{4\pi c}.$$

b) Zwei concentrische Kugeln von den Radien a und b ($b > a$) und den Potentialen A und B .

Hier ist das Potential zwischen den Kugeln jedenfalls nur abhängig von dem Abstand vom Mittelpunkt r , genügt also der Gleichung

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dV}{dr} = 0,$$

woraus

$$V = C_1 + \frac{C_2}{r}$$

folgt.

Die Constanten bestimmen sich durch

$$A = C_1 + \frac{C_2}{a}$$

$$B = C_1 + \frac{C_2}{b},$$

also

$$V = \frac{A - B}{r} \frac{ab}{b - a}.$$

Die Dichtigkeit σ_a an der Kugelfläche a ist

$$\sigma_a = \frac{A - B}{4\pi a^2} \frac{ab}{b - a}.$$

Die Dichtigkeit σ_b an der anderen Kugelfläche ist

$$\sigma_b = \frac{B - A}{4\pi b^2} \frac{ab}{b - a}.$$

Die gesammten Elektrizitätsmengen E_a und E_b auf den Kugelflächen sind daher

$$E_a = -E_b = \frac{ab}{b - a} (A - B).$$

Die Capacität des Apparates erhalten wir, wenn wir $B = 0$ setzen, als das Verhältniss $\frac{E_a}{A}$. Dieses ist

$$\kappa_1 = \frac{E_a}{A} = \frac{ab}{b - a}.$$

Wäre die abgeleitete Kugelschale nicht in der Nähe, so wäre das Potential an der Kugeloberfläche

$$A = \frac{C}{a}.$$

Die Dichtigkeit wäre

$$\sigma_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{C}{a^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{A}{a}.$$

Die gesammte Elektrizitätsmenge wäre $E = 4\pi a^2 \sigma_1 = Aa$, also die Capacität

$$\kappa = \frac{E}{A} = a.$$

Diesen Werth erhalten wir auch, wenn wir in κ_1 setzen $b = \infty$.

Die Verstärkungszahl dieses Ansammlungsapparates ist also

$$\frac{\kappa_1}{\kappa} = \frac{b}{b - a};$$

sie wird daher um so grösser, je näher Kugel und Schale einander sind.

c) Zwei unendlich lange coaxiale Cylinderflächen.

Die Radien beider Cylinder seien a und b ($b > a$). Ihre Potentialniveaus A und B .

Die Gleichung $\Delta V = 0$ wird hier

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} = 0,$$

welche für V , mit Berücksichtigung der Grenzbedingungen, den Werth giebt

$$V = \frac{A \log \frac{b}{r} + B \log \frac{r}{a}}{\log \frac{b}{a}}.$$

Die Dichtigkeiten an beiden Flächen werden

$$\sigma_a = \frac{1}{4\pi} \frac{A - B}{a \log \frac{b}{a}}, \quad \sigma_b = \frac{1}{4\pi} \frac{B - A}{b \log \frac{b}{a}}.$$

Auf einem Stück von der Länge L sind daher die Elektricitätsmengen enthalten

$$E_a = -E_b = \frac{1}{2} \frac{A - B}{\log \frac{b}{a}} L.$$

Setzt man $B = 0$, so giebt $\frac{E_a}{A}$ die Caparität κ des inneren Cylinderstückes bei Gegenwart des äusseren, also ist

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{L}{\log \frac{b}{a}}.$$

d) Während die Vertheilung der Elektricität auf diesen Flächen leicht zu ermitteln war, ist es augenscheinlich, dass man bei praktisch ausführbaren Ansammlungsapparaten oder Condensatoren complicirtere Verhältnisse hat. Insbesondere hat ja jedes Metallstück, welches zu einer Condensatorfläche benutzt wird, zwei Seiten und die obigen Formeln beziehen sich nur auf die einander gegenüberliegenden Seiten beider Platten. Aber wenigstens für den einen, wichtigen Fall des ebenen Condensators hat KIRCHHOFF¹⁾ die Rechnung streng durchführen können, wobei er also auch die Dicke der Platte berücksichtigt, während CLAUSIUS²⁾ die Lösung nur für verschwindend kleine Dicke gegeben hatte.

Das Resultat der KIRCHHOFF'schen Rechnung ist folgendes. Es seien zwei kreisförmige Platten vom Radius R gegeben, $2a$ sei ihr Abstand, b die Dicke jeder Platte.

Die Platte 1 habe zunächst das Potential $V = 1$, die Platte 2 das Potential $V = -1$.

Dann ist die gesammte Elektricitätsmenge auf der einen (E_1') und der anderen Platte (E_2')

$$E_1' = -E_2' = \frac{R^2}{4a} + \frac{R}{2\pi} \left(\log \frac{4\pi(2a+b)R}{ea^2} + \frac{b}{2a} \log \frac{2a+b}{b} \right).$$

Hierin ist e die Basis der natürlichen Logarithmen. Hat dagegen die Platte 1 das Potential 1 und die Platte 2 auch das Potential $+1$, so sind die Elektricitätsmengen auf ihnen

$$E_1'' = E_2'' = \frac{R}{\pi}.$$

¹⁾ KIRCHHOFF, Berl. Monatsbericht 1877. Ges. Abh. pag. 101.

²⁾ CLAUSIUS, POGG. Ann., Bd. 86, pag. 161. 1852.

Aus diesen beiden Gleichungen folgt das allgemeine Resultat: Wenn die Platte 1 das Potential A , die Platte 2 das Potential B hat, so ist

$$E_1 = \frac{A-B}{2} \left[\frac{R^2}{4a} + \frac{R}{2\pi} \left(\log \frac{4\pi(2a+b)R}{ea^2} + \frac{b}{2a} \log \frac{2a+b}{b} \right) \right] + \frac{A+B}{2} \frac{R}{\pi},$$

$$E_2 = \frac{B-A}{2} \left[\frac{R^2}{4a} + \frac{R}{2\pi} \left(\log \frac{4\pi(2a+b)R}{ea^2} + \frac{b}{2a} \log \frac{2a+b}{b} \right) \right] + \frac{A+B}{2} \frac{R}{\pi}.$$

Daraus ergibt sich die Capacität κ des Condensators, wenn man $B=0$ setzt, als

$$\kappa = \frac{E}{A} = \frac{R^2}{8a} + \frac{R}{4\pi} \left[2 + \log \frac{4\pi(2a+b)R}{ea^2} + \frac{b}{2a} \log \frac{2a+b}{b} \right].$$

In derselben Abhandlung bestimmte KIRCHHOFF auch die Elektricitätsvertheilung auf einem THOMSON'schen Schutzringcondensator. Derselbe besteht aus einer metallischen cylindrischen Büchse, deren horizontaler Boden (von der Dicke b) aus zwei Theilen besteht, einem inneren kreisförmigen Stück, welches die Collectorplatte heisst und einem äusseren Kreisring. Der Zwischenraum zwischen beiden sei $2c$, und es sei $R-c$ der Radius der Collectorplatte. Im kleinen Abstand a von der Collectorplatte, unterhalb des Bodens, befindet sich eine Metallplatte von gleicher Grösse. Diese sei auf dem Potential 0, während die Collectorplatte und die ganze Büchse auf dem Potential 1 sei. Wenn dann der Zwischenraum $2c$ als sehr klein gegen b angesehen werden kann, dann ist die Elektricitätsmenge auf der Collectorplatte (das ist hier zugleich die Capacität κ des Condensators) durch folgende Grössen bestimmt.

Es sei

$$\frac{c}{a} = \tan \beta_0$$

und

$$2 \left(1 + \frac{\beta_0}{\tan \beta_0} + \frac{b}{c} \frac{\pi}{2} \right) = -\log q$$

gesetzt, dann ist

$$\kappa = \frac{R^2}{4a} - \frac{R}{\pi} (\beta_0 \tan \beta_0 + \log \cos \beta_0 + 4q \sin^2 \beta_0).$$

Eine andere Formel für diesen Schutzringcondensator hat MAXWELL¹⁾ abgeleitet. Haben a und c dieselbe Bedeutung, bedeutet aber R' den Radius der Collectorplatte, so ist nach MAXWELL

$$\kappa = \frac{R'^2}{4a} + \frac{1}{4} \frac{Rc}{a+\alpha} \left(1 + \frac{c}{2R} \right).$$

$$\alpha = \frac{c}{\pi} \log 2.$$

Beide Formeln stimmen gut mit den Beobachtungen überein, wie HIMSTEDT zeigte²⁾.

Eine Reihe weiterer interessanter Aufgaben aus diesem Gebiet hat MAXWELL³⁾ bearbeitet.

Falls der Ansammlungsapparat aus zwei nahezu parallelen, sehr nahe bei einander liegenden leitenden Flächen besteht, wie es gewöhnlich der Fall ist, so lassen sich die elektrischen Verhältnisse leicht annähernd verfolgen.⁴⁾ Wir legen eine Normale zu den beiden Flächen, welche diese in den Punkten P_1

¹⁾ MAXWELL, Elektricität und Magnetismus. Deutsche Uebers. I., pag. 320.

²⁾ HIMSTEDT, WIED. Ann. Bd. 35, pag. 126. 1888. Bd. 36, pag. 759. 1889.

³⁾ MAXWELL l. c. Bd. I., pag. 293—330.

⁴⁾ CLAUSIUS, Mech. Wärmetheorie 2, pag. 39. 1879.

und P_2 treffen und nehmen diese Normale zur z -Axe. Es seien V_1 und V_2 die Potentiale der beiden Flächen und c ihr Abstand. Das Potential an irgend einer Stelle der Normalen zwischen beiden Flächen im Abstand δz von P_1 ist dann

$$V = V_1 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_1 \delta z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)_1 \delta z^2 + \dots$$

Dies auf den Punkt P_2 ($\delta z = c$) angewendet, giebt

$$V_2 = V_1 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_1 c + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)_1 c^2 + \dots$$

Dagegen ist an einem Punkte auf der Fläche 1 mit den unendlich kleinen Coordinaten (von P_1 aus gerechnet) dx und dz das Potential gleich V_1 , also

$$0 = \left(\frac{dV}{dx}\right)_1 dx + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_1 dz + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)_1 dx^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)_1 dz^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} dx dz.$$

Ist nun R_1 der Krümmungsradius der Fläche in der xz Ebene, so ist

$$dz = \pm \frac{1}{2} R_1 dx^2,$$

also

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_1 dx + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)_1 \mp \frac{1}{R_1} \left(\frac{dV}{dz}\right)_1\right] dx^2 + \dots = 0.$$

Da dies für jedes dx gilt, so folgt

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_1 = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)_1 = \pm \frac{1}{R_1} \left(\frac{dV}{dz}\right)_1.$$

Ebenso ergibt sich, wenn R_2 der Krümmungsradius in der yz -Ebene ist

$$\left(\frac{dV}{dy}\right)_1 = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)_1 = \pm \frac{1}{R_2} \left(\frac{dV}{dz}\right)_1.$$

Da nun $\Delta V = 0$ sein muss, so ist

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = - \left(\pm \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right) \frac{dV}{dz}.$$

Die Summe $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ist unabhängig von der Wahl der x und y Coordinaten.

Da nun $\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_1 = -4\pi\sigma_1$ ist, so ergibt sich, wenn man bei den Gliedern

erster Ordnung von $\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right)$ stehen bleibt:

$$V_2 - V_1 = -4\pi\sigma_1 c \left[1 + \frac{c}{2} \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right) \right],$$

also

$$\sigma_1 = \frac{V_1 - V_2}{4\pi c} \left[1 + \frac{c}{2} \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right) \right].$$

Ist also die Fläche c zur Erde abgeleitet, d. h. $V_2 = 0$, so ist

$$\sigma_1 = \frac{V_1}{4\pi c} \left[1 + \frac{c}{2} \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right) \right].$$

Auf einem Flächenelement $d\omega$ liegt die Elektrizitätsmenge $\sigma_1 d\omega$, auf der ganzen Fläche Ω , also

$$E_1 = \frac{V_1}{4\pi c} \left[\Omega + \frac{c}{2} \int_{\Omega} \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right) d\omega \right].$$

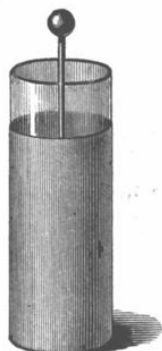
Daher ist die Capacität des Ansammlungsapparates

$$\kappa_1 = \frac{1}{4\pi\omega_0} \left[\Omega + \frac{c}{2} \int_{\Omega} \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right) d\omega \right].$$

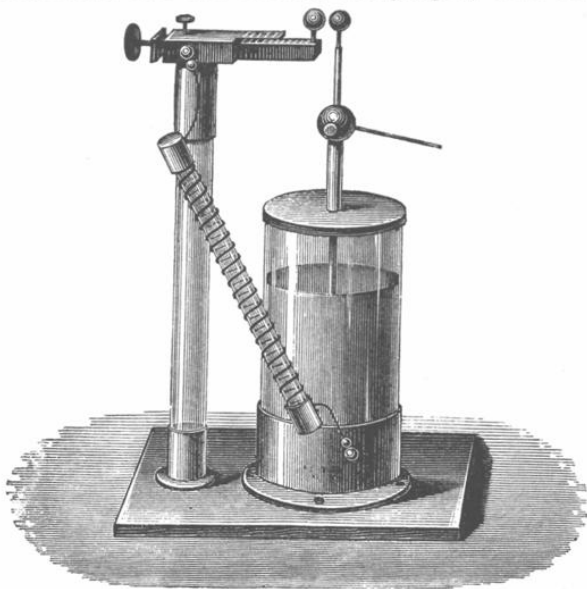
Die Capacität ist also wieder in erster Linie dem Abstand der beiden Flächen umgekehrt proportional.

V. Elektrische Ansammlungsapparate. Akkumulatoren und Condensatoren.

Praktisch hat man Ansammlungsapparate in verschiedenfacher Weise ausgeführt. Die wichtigsten derselben sind die Leydener Flasche und die FRANKLIN'sche Tafel. Die letztere besteht aus einer Glasplatte, die an beiden Seiten mit Stanniol bis auf einen zollbreiten Rand beklebt ist. Die Stanniolplatten sind die beiden leitenden Flächen, man nennt sie die Belegungen, das Glas ist der isolirende Zwischenraum. Die Leydener Flasche (Fig. 6) besteht aus einem Glase, welches aussen und innen mit Stanniol belegt ist. Sie ist also nur eine cylindrisch gebogene FRANKLIN'sche Tafel. Die beiden Belegungen werden als die äussere und innere unterschieden. Die äussere wird gewöhnlich zur Erde abgeleitet, die innere ist mit einem Metallstab verbunden, der in der Mitte der Flasche steht und oben einen Knopf trägt, durch den er geladen wird. Man kann auf einer solchen Flasche oder Tafel, die man mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine verbindet, viel grössere Mengen von Elektrizität anhäufen, als wenn die äussere Belegung nicht vorhanden wäre. Die angesammelte Elektrizitätsmenge, also auch die Dichtigkeit der Elektrizität, ist der Dicke der Zwischenschicht umgekehrt, der Grösse der Oberfläche direkt proportional. Um grosse Oberflächen zu haben, ordnet man häufig eine Anzahl von Leydener Flaschen so an, dass alle äusseren Belegungen zusammen verbunden und zur Erde abgeleitet sind und alle inneren Belegungen, etwa die



(P. 6.)



(P. 7.)

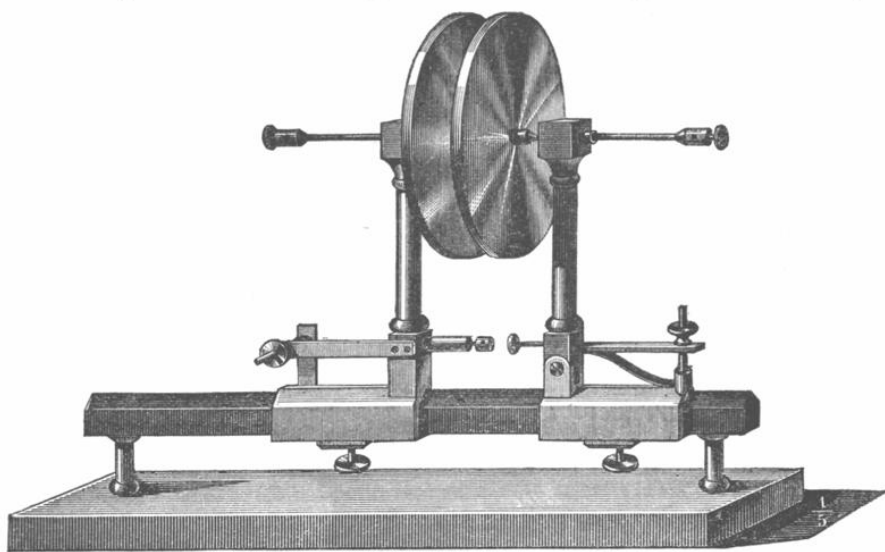
Kugeln der Metallstäbe, ebenfalls verbunden sind. Dann ist die geladene Gesamtoberfläche die Summe der Flächen der inneren Belegungen. Ein solches System von Leydener Flaschen nennt man eine Batterie. Um ein Maass für die Ladung einer solchen Batterie zu haben, bedient man sich gewöhnlich der LANE'schen Maassflasche (Fig. 7). Diese besteht selbst aus einer Leydener Flasche von ziemlich grosser Oberfläche (1400 cm^2), deren innere Belegung wieder in einen Stil mit Kugel ausläuft, während die äussere Belegung durch einen Draht mit einer andern Kugel verbunden ist, die in der Höhe der ersten steht und durch einen Schlitten dieser messbar genähert werden kann. Der Schlitten wird von einer Glassäule getragen, ist also isolirt. Man verbindet nun von der zu messenden Batterie die äussere Belegung mit der inneren Kugel der Maassflasche. Die auf die Batterie übertragene Elektrizitätsmenge ist proportional der gleichnamigen in die innere Belegung der Maassflasche gehenden. Diese erzeugt durch Influenz in der äusseren Belegung der Maassflasche die entgegengesetzte Elektrizität und die beiden Elek-

tricitäten gleichen sich durch Funken aus, die zwischen den Kugeln überspringen. Die Zahl dieser Funken während der Ladung der Batterie (bei constantem Abstand der Kugeln) ist proportional der zugeführten Elektrizitätsmenge.

Statt eine Reihe von Leydener Flaschen so zu verbinden, dass je die inneren und die äusseren Belegungen vereinigt sind, kann man sie auch so anordnen, dass die äussere Belegung der ersten Flasche mit der inneren der zweiten, die äussere der zweiten mit der inneren der dritten u. s. w. verbunden ist. Die innere Belegung der ersten Flasche wird dann mit der Elektrizitätsquelle, die äussere der letzten mit der Erde verbunden. Eine so angeordnete Batterie nennt man eine Cascadenbatterie. Eine bestimmte Elektrizitätsmenge, welche man dabei der Batterie zuführt, erhält hierbei bei n Flaschen nahezu n mal so grosse Potentialdifferenz, wie bei einer. Die Ansammlungsapparate, die zur Aufnahme grösserer Elektrizitätsmengen dienen, erleiden bei ruhigem Stehen fortwährend Verluste an Elektrizität. Bei einer Leydener Flasche rührt der grösste Theil dieses Verlustes von hygroskopischer Feuchtigkeit auf den unbelegten Theilen des Glases her, in welchen sich die Elektrizitäten ausgleichen. Deshalb werden diese unbelegten Theile häufig mit Lack überzogen.

Ansammlungsapparate von grosser Capacität stellt man dadurch her, dass man zwischen Stanniolbelegungen Papier, welches mit Paraffin getränkt ist, oder auch Glimmer oder Kautschuk bringt. Doch sind die Ansammlungsapparate durchaus nicht constant, und zwar wegen der ungenügenden Isolirung des Zwischenmediums.

Eine andere Form der Ansammlungsapparate sind die Condensatoren, welche weniger zur Aufbewahrung von Elektrizitätsmenge als zur Messung der-



(P. 8.)

selben dienen. Sie bestehen in der einfachsten Form aus zwei, gewöhnlich kreisrunden Metallplatten, welche einander parallel gestellt sind und zwischen sich eine dünne Luftschicht haben. Der Abstand der Platten ist regulirbar. Fig. 8 zeigt einen viel benutzten Condensator von KOHLRAUSCH. Statt der Luft kann auch ein anderer Isolator den Zwischenraum ausfüllen. Die eine Platte, welche man Collectorplatte nennt, wird mit einem elektrischen Körper berührt, die andere Platte, die Condensatorplatte, kann zur Erde abgeleitet

werden oder auch ganz entfernt werden. Der Vorgang in einem Condensator ist derselbe, wie bei einer Leydener Flasche. Durch die Anwesenheit der Condensatorplatte wird die Capacität der Kollektorplatte vergrößert, es kann also auf sie von einer Elektrizitätsquelle mehr Elektrizität übergehen, als wenn sie allein wäre. Verbindet man also die Collectorplatte mit einem Elektroskop, z. B. dem Goldblattelektroskop, so kann man auf sie so viel Elektrizität bringen, dass sie nach Entfernung der Condensatorplatte im Stande ist, die Goldblättchen zu deutlicher Divergenz zu bringen, was die Ladung der Platte allein, ohne Condensierung, nicht vermocht hätte. Je näher die Platten an einander stehen, desto wirksamer ist der Condensator.

Die Capacität eines Condensators (allgemein eines Akkumulators) hängt aber nicht allein ab von der Form und Anordnung der leitenden Flächen, sondern auch noch von der Natur des isolirenden Zwischenmediums. Sie ist eine andere, wenn Luft, wenn Glas, wenn Paraffin oder dergl. zwischen den Platten sich befindet. Schon CAVENDISH hatte 1773 dieses gefunden und sogar diese Erscheinungen der Messung unterworfen. Aber erst FARADAY untersuchte ohne von CAVENDISH's Versuchen Kenntniss zu haben, diese Erscheinungen weiter. Er fand die Capacität eines Condensators fast nicht geändert, wenn er statt der Luft andere Gase in den Zwischenraum brachte, aber wesentlich geändert und zwar vergrößert, wenn er Schellack, Schwefel, Glas oder dergl. an Stelle der Luft anwendete.

Es geht daraus hervor, dass die Isolatoren nicht nur die Funktion erfüllen, die leitenden Körper zu trennen, sondern dass sie auch selbst einen Einfluss auf die Vertheilung der Elektrizität haben. Deswegen bezeichnete FARADAY die Isolatoren in diesem Sinne als Dielektrika und nennt das Verhältniss der Capacität eines Akkumulators, wenn ein bestimmtes Dielektrikum im Zwischenraum vorhanden war, zu der Capacität desselben Akkumulators, wenn Luft im Zwischenraum sich befand, die specifische inductive Capacität des Dielektrikums. Jetzt bezeichnet man diese Zahl als die Dielektricitätsconstante der Substanz. Die Luft hat also die Dielektricitätsconstante 1, da die Zahlen für alle andern Substanzen auf Luft bezogen sind. (Weiteres s. Dielektrische Eigenschaften der Körper.)

Um diese Dielektricitätsconstanten in die allgemeinen Formeln der Elektrostatik einzuführen, braucht man nur statt des bisherigen Werthes des Potentials V den Ausdruck DV für das Potential anzuwenden (s. Dielektrische Eigenschaften der Körper). Die Energie eines Systemes von Leitern, die die Ladungen $E_1, E_2 \dots E_n$ und die beobachteten Potentiale $A_1, A_2 \dots A_n$ in einer Umgebung von der Dielektricitätsconstante D haben ist daher

$$E = \frac{1}{2} D \sum E_i A_i.$$

VI. Messung und Vergleichung von Capacitäten.

Die Capacität eines Condensators oder überhaupt eines Körpers ist entweder in absolutem Maasse zu bestimmen oder mit einer anderen Capacität zu vergleichen. Jeder beliebige Körper kann als Condensator angesehen werden, auch wenn er nicht die gewöhnliche Form hat, dass zwei leitende Flächen einander gegenüberstehen, da man ja immer die zweite Fläche als im Unendlichen liegend annehmen kann.

Die Bestimmung der Capacität eines Körpers im absoluten Maass wird entweder durch Rechnung ausgeführt oder durch Vergleichung mit einer bereits bekannten absoluten Capacität.

Durch Rechnung lässt sich nur für wenige Fälle das Vertheilungsproblem

und daher die Capacität genau bestimmen. Sie ist oben (pag. 39) für einen gewöhnlichen Condensator mit kreisförmigen Scheiben und für einen Schutzringcondensator von THOMSON¹⁾ angegeben worden. Namentlich dieser letzte Condensator eignet sich als Normalinstrument zur Vergleichung anderer Capacitäten mit ihm, wobei man seine Capacität durch Veränderung des Abstandes der beweglichen Platte vom Collector der des zu untersuchenden Körpers gleich macht und so aus den Dimensionen des Normalinstruments die gesuchte Capacität findet²⁾.

Um zwei Condensatoren in Bezug auf ihre Capacität zu vergleichen, kann man entweder ein Elektrometer anwenden oder ein Galvanometer.

Wenn man ein Elektrometer (s. d.) anwendet, so ist die erste Aufgabe, die Capacität desselben selbst zu finden.

Es sei x_1 die Capacität desjenigen Condensators, mit welchem die andere verglichen werden soll. Letztere, die gesuchte sei x_2 und es sei x die Capacität des Elektrometers.

Man verbindet nun zuerst den Condensator x_1 mit dem Elektrometer und ladet beide durch eine beliebige Quelle. Das Elektrometer giebt einen Ausschlag, aus welchem das gemeinschaftliche Potential V von Condensator und Elektrometer bestimmt werden kann. Die Elektrizitätsmenge, die dabei auf dem Condensator sich befindet ist

$$e_1 = x_1 V,$$

die auf dem Elektrometer befindliche

$$e = x V.$$

Nun trennt man den Condensator von dem Elektrometer und entladet das Elektrometer allein. Alsdann setzt man wieder den Condensator mit dem Elektrometer in Verbindung. Die Elektrizitätsmenge e_1 vertheilt sich nun auf Condensator und Elektrometer zusammen und bringt ein neues Potential V' und einen dem entsprechenden Ausschlag des Elektrometers hervor. Es ist nun

$$e_1 = (x_1 + x) V'.$$

Daraus ergibt sich

$$x = x_1 \frac{V - V'}{V'}.$$

Nachdem so die Capacität des Elektrometers mit x_1 verglichen ist, kann man in derselben Weise einen andern Condensator mit dem ersten vergleichen.

Man bestimmt zuerst wieder das Potential V , welches man erhält, wenn man den Condensator 1 in Verbindung mit dem Elektrometer ladet. Die ganze dann vorhandene Elektrizitätsmenge ist

$$E = (x_1 + x) V.$$

Alsdann setzt man noch den zu vergleichenden Condensator mit dem ersten in Verbindung. Das Potential wird dann V_1 , und da die Elektrizitätsmenge dieselbe blieb, so ist

$$(x_1 + x) V = (x_1 + x + x_2) V_1,$$

also

$$x_2 = (x_1 + x) \left(\frac{V - V_1}{V_1} \right).$$

womit die Vergleichung durchgeführt ist.

Da die Condensatoren und das Elektrometer durch mangelhafte Isolation Elektrizität verlieren, so ist bei genauen Versuchen dieser Verlust als Funktion der Zeit besonders zu bestimmen.

¹⁾ Ausführliches darüber s. MAXWELL, deutsche Ausgabe, Bd. I., pag. 366.

²⁾ W. THOMSON, Reprint of papers, pag. 287. 1870.

Sind die Capacitäten der zu vergleichenden Condensatoren hinreichend gross, so kann man die Entladung durch ein Galvanometer zur Bestimmung der Capacitäten benutzen. Man verbindet nämlich beide Condensatoren und ladet sie zusammen. Sie haben dann ein gemeinschaftliches Potential V , aber verschiedene Elektrizitätsmengen, nämlich

$$E_1 = x_1 V, \quad E_2 = x_2 V.$$

Nun entladet man jeden Condensator für sich durch ein Galvanometer. Erhält man bei dem ersten Condensator den Ausschlag α_1 , bei dem zweiten den Ausschlag α_2 , so ist

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\sin \frac{\alpha_2}{2}}{\sin \frac{\alpha_1}{2}},$$

wofür, bei kleinen Ausschlagswinkeln auch

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

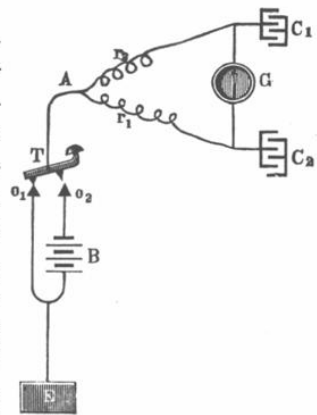
gesetzt werden kann.

Zu Messungen dieser Art bedient man sich zweckmässig eines Entladungsschlüssels, welcher die Verbindungen der Condensatoren mit der Elektrizitätsquelle resp. dem Galvanometer rasch auszuführen gestattet. Wiederholt man die abwechselnde Verbindung des Condensators mit der Säule und dem Galvanometer sehr rasch hintereinander, etwa n mal in der Sekunde, so erhält man eine constante Ablenkung α der Nadel und es ist

$$n x E = b \alpha,$$

wo E die elektromotorische Kraft der angewendeten Säule und b eine Constante ist und α als klein vorausgesetzt wird. Einen zweckmässigen Commutator zu diesen Untersuchungen hat W. SIEMENS¹⁾ construiert, die SIEMENS'sche Wippe. Eine Metallzunge oscillirt dabei regelmässig (durch elektromagnetische Vorrichtung) zwischen zwei Schrauben, welche mit dem Condensator und Galvanometer so verbunden sind, dass abwechselnd zuerst der Kreis Condensator-Säule dann der Kreis Condensator-Galvanometer geschlossen ist.

Eine weitere sehr brauchbare Methode zur Vergleichung von Capacitäten ist ganz entsprechend der Methode der WHEATSTONE'schen Brücke bei Widerstandsmessungen. Sie ist von DE SAÜTY eingeführt. Ihr Princip ist aus Fig. 9 ersichtlich. Die beiden Condensatoren sind C_1 und C_2 . Ihre äusseren Belegungen sind zur Erde abgeleitet. Eine Batterie B kann beide gemeinsam durch zwei variable Widerstände r_1 und r_2 laden, sobald der Schlüssel T niedergedrückt ist. Ein Galvanoskop G zwischen ihnen dient zur Erkennung der richtigen Abgleichung. Soll nämlich bei der Ladung von C_1 und C_2 durch G kein Strom fliessen, so müssen die Potentiale der inneren Belegung von C_1 und C_2 fortdauernd einander gleich sein, sie müssen also auch zu gleichen Zeiten um gleich viel während der Ladung zunehmen. Daraus folgt, dass sich dann die Ladungsströme in r_1 und r_2 wie die Capacitäten



(P. 9.)

¹⁾ W. SIEMENS, POGG. Ann. 102, pag. 66. 1857.

täten von C_1 und C_2 verhalten müssen. Also ist, falls das Galvanometer auf Null bleibt,

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Die Widerstände r_1 und r_2 müssen also so abgeglichen werden, dass in G kein Strom fließt.

Andere Methoden zur Vergleichung von Capacitäten unter sich und mit Selbstpotentialen von Rollen findet man in MAXWELLS Elektrizität, Bd. II, deutsche Ausgabe, pag. 523 u. f.

Alle Methoden zur Vergleichung von Capacitäten lassen sich auch benutzen, um Dielektricitätsconstanten zu bestimmen (s. Dielektrische Eigenschaften der Körper).

VII. Entladung der Elektrizität.¹⁾

Wenn man zwei Leiter mit den entgegengesetzten Elektrizitäten ladet und sie durch einen Draht (Leiter) mit einander verbindet, so gleichen sich die entgegengesetzten Elektrizitäten durch den Draht aus und das ganze System behält diejenige Elektrizität, welche im Ueberschuss vorhanden war. Enthielten beide Conductoren gleiche Elektrizitätsmengen, so sind sie nach der Verbindung unelektrisch (neutral). Diesen Vorgang nennt man Entladung der Elektrizität. Wird den zwei verbundenen Leitern fortwährend Elektrizität zugeführt von einer Elektrizitätsquelle, dem einen positive, dem andern negative, z. B. von dem positiven und negativen Conductor einer Elektrisirmaschine oder von einem galvanischen Element, so gleichen sich die Elektrizitäten fortwährend durch den Draht aus, es fließt, wie man sagt, ein elektrischer Strom durch den Draht.

Diese Entladung tritt jedoch immer schon dann ein, wenn auch noch eine kleine Luftstrecke zwischen dem ableitenden Draht und dem Conductor sich befindet, nicht erst, wenn der Draht den Conductor berührt. Es springt zwischen dem Draht und dem Conductor ein Funke über. Dieser Funke entsteht dadurch, dass in dem genäherten Draht durch Influenz die entgegengesetzte Elektrizität erzeugt wird, dass deren Dichtigkeit und zugleich die Dichtigkeit der Elektrizität auf dem Leiter an den einander nächsten Stellen sehr gross wird und dass daher auch die Kraft, welche die Elektrizität von dem Leiter nach aussen treibt, so gross wird, dass sie den Widerstand des Isolators (Luft) überwindet. Man nennt diese Entladung Funkenentladung, die Entfernung, in welcher der Funke überspringt, Schlagweite. Durch Untersuchungen der Schlagweite von geladenen Leydener Flaschen fand RIESS²⁾, dass unter sonst gleichen Umständen die Schlagweite dem Potential der inneren Belegung proportional ist. Zur experimentellen Untersuchung dieser Verhältnisse bedient man sich des Funkenmikrometers. Zwei Kugeln, von denen die eine mikrometrisch durch einen Schlitten verschiebbar ist, stehen auf Glasfüßen einander gegenüber und werden jede mit einer der Belegungen eines Condensators oder Akkumulators verbunden. Die bewegliche Kugel wird von der festen so weit entfernt, bis gerade ein Funke überspringt. Eine specielle Anordnung des Funkenmikrometers ist die oben behandelte LANE'sche Maasflasche. Da die Schlagweite dem Potential der inneren

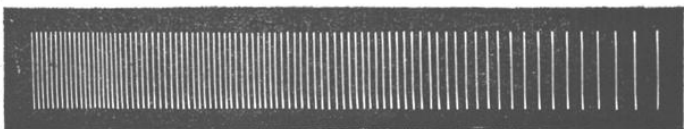
¹⁾ Obwohl die Entladung der Elektrizität nicht in das Gebiet der Elektrostatik gehört, sollen doch hier des Zusammenhangs wegen diejenigen Erscheinungen kurz angeführt werden, welche bei den elektrostatischen Apparaten (Flaschen, Condensatoren) auftreten. Eine ausführliche Behandlung derselben ist in dem Abschnitt »Durchgang der Elektrizität durch Gase« enthalten.

²⁾ RIESS, Reibungselektrizität I, § 330 ff. u. 393.

Belegung caeteris paribus proportional ist, so kann man aus der Schlagweite auch das Potential finden. Indess wird ein Akkumulator oder eine Batterie durch eine Entladung in der Schlagweite nicht vollkommen unelektrisch. Wenn man ein Funkenmikrometer auf die Schlagweite einstellt und die Batterie entladet und dann die Kugeln des Mikrometers weiter zusammenschiebt, so erhält man bei einer viel kleineren Schlagweite noch eine Entladung, und dann oft noch eine dritte bei noch kleinerer Entfernung. Die gesammte Entladung der Batterie setzt sich also aus einer Reihe von Partialentladungen zusammen. Nach der Entladung bleibt in der Batterie ein gewisser Rückstand von Elektrizität übrig, der erst durch eine neue Entladung zum Theil entfernt wird. Aber auch jede einzelne Entladung geht nicht momentan vor sich, sondern dauert eine gewisse Zeit, die von dem Widerstand des Schliessungsbogens abhängt. Dies wurde von WHEATSTONE¹⁾ und FEDDERSEN²⁾ auch quantitativ nachgewiesen, indem sie die Länge des Funkenstreifens in einem rotirenden Spiegel maassen, in welchem der Entladungsfunkle sich spiegelte. Dauert nämlich der Entladungsfunkle t sec und macht der Spiegel in einer Sekunde n Umdrehungen also in t sec $t n$ Umdrehungen, so ist die Länge der Funkenlinie $\alpha = 2 t n 360^\circ$, also ist die Dauer des Funkens

$$t = \frac{\alpha}{720 n}.$$

FEDDERSEN ordnete die Versuche später zweckmässig so an, dass er durch einen rotirenden Hohlspiegel ein reelles Bild des Entladungsfunkens erzeugte, welches er auf einer matten Glastafel auffing. Aus der Breite dieses Bildes und der Umdrehungsgeschwindigkeit des Spiegels berechnete er die Dauer des Entladungsfunkens. Er fand so, dass die Dauer der Entladung zunahm mit dem Widerstand des Schliessungsbogens, ferner mit der Grösse der Batterie und endlich mit der Schlagweite. Als Schliessungsbogen verwendete er Säulen von verdünnter Schwefelsäure. Aber wenn man von sehr grossem Widerstand aus allmählich abwärts geht zu geringeren Widerständen, so nimmt die Dauer der Entladung zuerst ab bis zu einem bestimmten Grenzwiderstand und nimmt dann wieder stark zu, so dass sie bei einem kurzen metallischen Bogen von sehr geringem Widerstand am grössten wird. Daraus schloss FEDDERSEN, dass die Art und Weise der Entladung bei grossem und bei geringem Widerstand des Schliessungsbogens wesentlich verschieden sei. Bei grossem Widerstand be-



(P. 10)

steht die ganze Entladung aus einer Reihe von partiellen, intermittirenden Entladungen, die dadurch zu Stande kommen, dass die Dichtigkeit auf dem Schliessungsdraht bei der Entladungsstelle durch Zufuhr von Elektrizität aus der inneren Belegung immer so gross wird, dass eben eine Ausgleichung stattfindet. Dass diese Entladung in der That intermittirend ist, konnte FEDDERSEN dadurch nachweisen, dass er durch einen rasch rotirenden Spiegel das Bild des Funkens auflöste in eine Reihe von hellen Streifen, deren jeder einem Partialfunken entspricht. Eines dieser Bilder zeigt Fig. 10. Dagegen bei kleinem Widerstand ist die Entladung nach FEDDERSEN eine oscillatorische. Es bewegt sich dabei

¹⁾ WHEATSTONE, POGG. Ann. Bd. 34, pag. 464. 1835.

²⁾ FEDDERSEN, POGG. Ann. Bd. 103, 108, 112, 113, 116.

die Elektrizität im Schliessungsdraht erst nach der einen Richtung, dann nach der andern Richtung, wodurch die Batterie abwechselnd entgegengesetzt geladen wird. Es werden dadurch eine Anzahl entgegengesetzter Ladungen und Entladungen eintreten, deren Menge um so geringer wird, je grösser der Widerstand des Schliessungsbogens ist, bis bei einem bestimmten Widerstand, dem Grenz-



(P. 11.)

widerstand, keine solche Oscillation mehr stattfindet. Das Funkenbild bei der oscillatorischen Entladung im rotirenden Spiegel war ein anderes als bei der gewöhnlichen Entladung (s. Fig. 11). Es zeigten sich eine Reihe heller

Streifen, durch dunkle Zwischenräume getrennt, wobei aber die Breite der Streifen viel kleiner war, als die bei der gewöhnlichen Entladung. Wurde der Widerstand vergrössert, so nahm zuerst die Anzahl der Streifen ab bei unveränderter Breite, bis ein einziger Streifen entstand, dessen Breite dann bei grösserem Widerstand zunahm. Diese Verhältnisse zeigt folgende Tabelle¹⁾, in welcher die Widerstände als Länge eines 1 mm dicken Fadens von verdünnter Schwefelsäure angegeben sind.

Gesamtwiderstand
der Leitung

1 Flasche.

7 mm	circa 6 Streifen, je 3—4 mm breit,
9 mm	circa 5 Streifen,
16 mm	3 Streifen,
19 mm	4 Streifen,
26 mm	2 zuweilen 3 Streifen,
35 mm	2 Streifen (wenigstens),
45 mm	2 Streifen,
49 mm	1 Streifen von gegen 4 mm Breite, meist Andeutung des zweiten,
58 mm	1 Streifen 3—4 mm breit mit scharf begrenzten Enden,
63 mm	1 Streifen mit meist scharf begrenzten Enden,
68 mm	1 Streifen, das Ende wesentlich lichtschwächer, Breite scheint grösser,
72 mm	1 Streifen, schon 4—5 mm breit,
77 mm	1 Streifen, 5—6 mm breit,
91 mm	1 Streifen, 5—7 mm breit mit matt verlaufendem Ende,
105 mm	Die continuirliche Entladung ist zu 6—10 mm ausgedehnt,
1000 mm (ungef.)	Die continuirliche Entladung ist zu 30—50 mm ausgedehnt.

2 Flaschen.

14 mm	3 Streifen,
25 mm	2 Streifen, der letzte schon bedeutend lichtschwächer,
36 mm	1 Streifen, zuweilen Andeutung des zweiten,
41 mm	1 Streifen, stets allein, ca. 3 mm breit. Dauer 0.00002 Sekunden,
48 mm	1 Streifen, scheint schon breiter als vorher,
71 mm	1 Streifen, 5—6 mm breit.

Diese und weitere Tabellen ergeben deutlich den Unterschied der Entladung unter und über dem Grenzwiderstand. Der Grenzwiderstand ergab sich durch diese Versuche zugleich als abhängig von der Anzahl der Flaschen. Es war

Flaschenzahl	Grenzwiderstand
1	58 mm
2	41 mm
4	25 mm
8	18 mm
16	14 mm.

¹⁾ FEDDERSEN, POGG. Ann. Bd. 113, pag. 461. 1861.

Bezeichnet s die Capacität der Flaschen (ihrer Oberfläche proportional gesetzt), w den Grenzwiderstand und a eine Constante, so lassen sich diese Zahlen darstellen durch

$$w = \frac{a}{\sqrt{s}}.$$

Das Eintreten einer solchen oscillatorischen Entladung ist von THOMSON¹⁾ und KIRCHHOFF²⁾ theoretisch abgeleitet worden. KIRCHHOFF nimmt in seiner Entwicklung an, dass das Potential der vorhandenen freien Elektricität in den beiden Körpern, zwischen denen der Funke übergeht, denselben Werth behält, so lange die Entladung dauert. Ferner nimmt er an, dass zwischen den Elektricitätsmengen und den Potentialen der beiden Belegungen der Flasche in jedem Augenblick während der Entladung dieselben Beziehungen bestehen wie im Gleichgewicht. Drittens wird angenommen, dass im Schliessungsbogen in allen Theilen dieselbe Stromstärke herrsche. Aus diesen Annahmen folgt, wenn i die Stromstärke, w den Widerstand des Schliessungsbogens, β die Capacität der Flasche, P das Selbstpotential des Schliessungsbogens, c die kritische Geschwindigkeit und Q die Elektricitätsmenge auf der äusseren oder inneren Belegung der Flasche bedeutet, dass für Q die Differentialgleichung gilt (t = Zeit)

$$\frac{8}{c^2} P \frac{d^2 Q}{dt^2} + w \frac{dQ}{dt} + \frac{4}{\beta} Q = 0.$$

Die Lösung derselben ist

$$Q = e^{-ht} \left(A \cos \frac{t}{T} \pi + B \sin \frac{t}{T} \pi \right),$$

worin A und B zwei willkürliche Constanten sind und h und T die Bedeutung haben

$$h = \frac{wc^2}{16P},$$

$$T = \frac{\pi \sqrt{2\beta P}}{c \sqrt{1 - \frac{w^2 c^2 \beta}{128P}}}.$$

Wenn T reell ist, so ist die Entladung eine oscillatorische und T ist die Dauer einer einfachen Oscillation.

Die Anwendung dieser Formel auf FEDDERSEN's Versuche zeigt, dass bei diesen $\frac{w^2 c^2 \beta}{128P}$ sehr klein gegen 1 ist, so dass dann wird

$$T = \frac{\pi \sqrt{2\beta P}}{c}.$$

Die Oscillationsdauer ist unabhängig von der Grösse der Ladung (Q), unabhängig vom Widerstand des Schliessungsbogens (w), ferner ist sie proportional der Wurzel aus β , d. i. der Capacität resp. der Oberfläche der Batterie. Alles dies ist in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen von FEDDERSEN. Dagegen ist die berechnete Oscillationsdauer nur etwa halb so gross, wie die beobachtete.

Die alternirende Entladung einer Flasche bewirkt, dass nach jeder Oscillation die Flasche die entgegengesetzte Ladung bekommt. Dies ist von v. OETTINGEN³⁾ experimentell nachgewiesen worden, indem er in den Schliessungsbogen ein Galvanometer einschaltete, dessen Ausschlag das Vorhandensein negativer Ladungen in einer vorher positiv geladenen, dann oscillirend entladenen Flasche angab.

1) THOMSON, Phil. Mag. (4) V., pag. 393. 1855.

2) KIRCHHOFF, Ges. Abhandl., pag. 168; POGG. Ann. Bd. 121, pag. 551. 1867.

3) v. OETTINGEN, POGG. Ann. 115, pag. 513. 1862.

Die Wirkungen einer elektrischen Entladung im Schliessungsbogen und in dessen Umgebung sind vielfach untersucht worden. Sie sind genau dieselben welche jeder galvanische Strom besitzt, nur dass sie quantitativ andere Verhältnisse zeigen. Manchmal auftretende scheinbare Anomalien, namentlich bei der Magnetisirung von Eisenkörpern, erklären sich durch die Oscillationen der Entladung. So wird der Schliessungsbogen durch die Entladung erwärmt, was von RIESS am deutlichsten mit dem Luftthermometer nachgewiesen wurde. Die Energie der Ladung auf beiden Belegungen einer Flasche, die die Potentiale A und B und die Elektrizitätsmengen Q_a und Q_b enthalten, ist ja

$$\frac{1}{2}(AQ_a + BQ_b).$$

Da $Q_b = -Q_a = Q$ ist, so ist diese Energie auch $\frac{1}{2}Q(A - B)$. Wird die Flasche ganz entladen, so muss sich diese Energie in Wärme umsetzen. Wenn J das mechanische Wärmeäquivalent ist, so ist die durch die Entladung erzeugte Wärmemenge

$$\theta = \frac{1}{2J} Q(A - B).$$

Wenn, wie gewöhnlich, die äussere Belegung zur Erde abgeleitet ist, ist $B = 0$ und wenn die Capacität der Flasche mit κ bezeichnet wird, so dass $Q = \kappa A$ ist, so ist

$$\theta = \frac{1}{2J} Q A = \frac{1}{2J} \frac{Q^2}{\kappa}.$$

Diese Formel hat RIESS²⁾ experimentell bestätigt gefunden.

Ebenso hat der Entladungsstrom chemische Wirkungen, die jedoch auch wegen der geringen Elektrizitätsmengen, die selbst in grossen Batterien enthalten sind, nur schwer zu constatiren sind. WOLLASTON und FARADAY haben eine Reihe solcher elektrolytischer Processe angegeben (s. Elektrolyse und Gasentladungen).

Magnetische Wirkungen auf eine Magnetnadel sind ebenfalls nur bei feinen Instrumenten zu constatiren, weil die Stromstärke im Entladungsstrom sehr klein ist. Man benützt zweckmässig astatische Nadeln. Die magnetischen Wirkungen der Entladung benutzt man zur Messung der Capacitäten von Condensatoren, wie oben pag. 45 angegeben.

Die elektrische Entladung durch Luft und andere Gase ist stets verbunden mit einer Lichterscheinung. Es springt ein elektrischer Funke über zwischen den beiden Körpern, zwischen welchen die Entladung vor sich geht. Dieser Funke ist um so stärker und heller, das knallende Geräusch, das ihn begleitet, um so kräftiger, je grösser die entladene Elektrizitätsmenge ist. Bei geringer Schlagweite ist der Funke geradlinig, bei grösserer wird er zickzackförmig und verästelt sich. Im letzteren Falle erscheint der Funke auch nicht mehr weiss, sondern bläulich oder röthlich gefärbt, je nach der Natur der Metalle, zwischen denen er überspringt und je nach der Natur des Gases, in welchem er sich bildet. Daraus lässt sich schliessen, dass der Funke nur entsteht durch die Erwärmung der Theilchen der Conduktoren und der Luft. Es werden bei jeder Entladung Theilchen von der Oberfläche der Conduktoren mitgerissen und diese sowie die Luft kommen zum Glühen. Eine andere Lichtwirkung findet statt beim Ausströmen der Elektrizität aus einem geladenen Leiter. Die Ausströmungsstelle — an der die Dichtigkeit der Elektrizität am grössten ist — zeigt sich in einem bläulichen Licht, welches büschelförmig gebildet ist und deshalb elektrisches Büschellicht heisst. Endlich bildet sich an Spitzen, aus denen die Elektrizität ausströmt,

¹⁾ v. HELMHOLTZ, Erhaltung der Kraft, pag. 43. Ges. Abhandl. I, pag. 45.

²⁾ v. RIESS, POGG. Ann. Bd. 43, pag. 47. 1838.

ein leuchtender (im Dunklen sichtbarer) Punkt, das sogen. Spitzenlicht oder Glimmlicht. Das Glimmlicht ist ein Büschellicht, "das aber deswegen auf einen Punkt reducirt ist, weil durch die Ausströmung an der Spitze die Lufttheilchen selbst elektrisirt werden, sich gegenseitig abstossen und so von der Spitze aus ein Wind fortgeht, wodurch dem Büschellicht die nöthigen materiellen Träger entzogen werden. Dieser elektrische Wind, der die Hauptursache der Ausströmung ist, lässt sich sowohl fühlen, als auch sichtbar machen, indem man ein mit 4 im Kreis stehenden Spitzen versehenes Rädchen drehbar auf eine Axe setzt. In Folge des Windes dreht sich das Rädchen, das elektrische Flugrad in entgegengesetzter Richtung, d. h. von der Spitze fort. Ausführliches über diese Verhältnisse s. im Abschnitt »Durchgang der Elektricität durch Gase«.

Wenn die Entladungen nicht durch Luft oder andere Gase, sondern durch feste Isolatoren, wie Glas oder Harze, stattfinden, so bringen sie einerseits mechanische Wirkungen im Innern derselben hervor, andererseits beeinflussen sie die Oberfläche derselben. Bei hinlänglich grossem Potentialunterschied kann die Entladung durch feste Körper hindurchgehen, indem diese durchschlagen werden. Kartenblätter werden leicht durchbohrt, aber auch Glasplatten, Hartgummi, Schwefel, Siegelack werden durchbohrt, wobei sich entweder ein einzelnes kleines Loch oder eine Reihe von röhrenförmigen Rissen bildet. Bei durchschlagenen Kartenblättern sieht man, dass der Rand auf beiden Seiten des Loches aufgeworfen ist, woraus man schliessen wollte, dass die Entladung von innen aus stattfindet; indess ist dieser Schluss nicht zwingend. Ein interessanter hierhergehöriger Versuch, der LULLIN'sche Versuch¹⁾, ist folgender. Setzt man die beiden Enden des Drahtes, durch den die Entladung geht, auf die beiden Seiten eines Kartenblattes, aber nicht direkt untereinander, sondern um 10—15 mm von einander entfernt, so wird das Blatt stets an der negativen Elektrode durchbohrt. Ob dieser Unterschied auf sekundären Wirkungen oder auf einem verschiedenen Verhalten der positiven und negativen Elektricität beruht, ist noch nicht sicher festgestellt²⁾.

Geht die Entladung zwischen einer Elektrode und einem Nichtleiter über, so breitet sich die Elektricität auf der Oberfläche der Isolatoren aus und man kann diese Ausbreitung erkennen durch nachheriges Bestreuen der Oberfläche mit Schwefel-Mennigepulver. Es entstehen dann auf dem Isolator Figuren, die man LICHTEBERG'sche Figuren nennt. Die positiven Stellen erscheinen dann gelb, die negativen roth. Auch hierbei zeigt sich ein Unterschied zwischen positiver und negativer Elektricität. War die Flasche, von der man die Entladung übergehen lässt, positiv geladen, so erhält man eine stark, verästelte, strahlenförmige (gelbe) Figur. War die Flasche negativ geladen, so erhält man eine rothe strahlenlose Scheibe³⁾. Ob diese Unterschiede, wie man nach RIESS annahm, auf sekundären Ursachen beruhen, ist zweifelhaft⁴⁾. GRAETZ.

¹⁾ LULLIN, Dissertatio physica de electricitate, pag. 24. Genève 1766.

²⁾ MACH und DOUBRAVA, WIED. Ann. 9, pag. 65. 1880; WALTENHOFEN, POGG. Ann. 128 pag. 589. 1861. RIESS, Reibungselekt. 2, pag. 213. 1853.

³⁾ LICHTEBERG, Comment. Götting. I, pag. 65. 1778; ANTOLIK, WIED. Ann. 14, pag. 475, 1882; BEZOLD, WIED. Ann. 11, pag. 787. 1880.

⁴⁾ MACH und DOUBRAVA, WIED. Ann. 9, pag. 64. 1880; s. WÄCHTER, WIED. Ann. 37, pag. 463; WESENDONCK, WIED. Ann. 38, pag. 222; FRANCK, WIED. Ann. 38, pag. 643.