universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Optik

Winkelmann, Adolph

1894

Theorie der anomalen Dispersion

urn:nbn:at:at-ubi:2-7838

Medien an, in welcher sich ε unendlich schnell ändert, so erhält man bei Elimination der magnetischen Kräfte ausser Transversalwellen auch Longitudinalwellen, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit umgekehrt proportional ist zu dem Differentialquotienten der Dielectricitätsconstanten nach der Grenznormale. Bei unendlich dünner Grenz- oder Uebergangsschicht wird also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu Null.

Da die Hauptgleichungen (11) der elektromagnetischen Theorie insofern sehr vollständig sind, als sie auch für inhomogene Medien gelten, so müssen sich nach der oben pag. 642 gemachten Bemerkung die Grenzbedingungen (12) direkt aus den Hauptgleichungen (11) ergeben. Dies ist nun in der That auch der Fall, denn, falls die z-Axe normal zur Grenze steht, müssen auch in der Uebergangsschicht $\frac{\partial X}{\partial z}, \frac{\partial Y}{\partial z}, \frac{\partial L}{\partial z}, \frac{\partial M}{\partial z}$ endliche Werthe behalten, falls die linken Seiten der Gleichungen (11) endlich bleiben sollen. Daraus folgt direkt die Stetigkeit von X, Y, L, M beim Durchgang durch die Grenze. — Es mag schliesslich hervorgehoben werden, dass die Grenzbedingungen (12) mit dem Energieprincip im Einklang stehen, sodass der Uebergang einer elektromagnetischen Störung, d. h. auch einer Lichtbewegung, über die Grenze zweier verschiedener Medien nie von einem Energieverlust begleitet ist[1]).

Theorie der anomalen Dispersion.

I. Die mechanischen Theorien.

In dem vorigen Kapitel sind einige Versuche erwähnt, die Erscheinung der Dispersion theoretisch zu erklären und Formeln aufzustellen, welche zu jedem Werthe der Schwingungsdauer T den zugehörigen Brechungsexponenten n eines Mediums gegen den leeren Raum zu berechnen erlauben. Die allgemeinste Formel (z. B. nach Briot) ist:

$$n^2 = -AT^2 + B + \frac{C}{T^2} + \frac{D}{T^4} + \cdot\cdot,$$

wobei die $A, B, C, D \ldots$ Constanten des betreffenden Mediums sind. Wenn auch durch diese Formel, wie Ketteler[2]) zeigte, bei normaler Dispersion stets gute Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung zu erzielen ist, wobei zu bemerken ist, dass sämmtliche Coëfficienten $A, B, \ldots$ sich als positiv herausstellen, so versagt dieselbe doch durchaus für gewisse Medien, bei welchen n mit abnehmendem T nicht beständig wächst. Diese Medien pflegt man anomal dispergirende zu nennen.

Da die Erfahrung lehrt, dass die anomale Dispersion stets von Absorbtion begleitet ist, so machte O. E. Meyer[3]) einen Versuch, durch Einführung von Reibungsgliedern in den Hauptgleichungen eine Formel für n zu gewinnen, welche sich besser der Erfahrung anschliesst. Er erhielt das Resultat, dass n mit abnehmendem T abnimmt. Wenn dieses auch dem Verhalten der Metalle zu entsprechen scheint, so widerstreitet doch das andere Resultat Meyer's der Erfahrung, dass die Absorption mit abnehmendem T wächst. Denn demnach müssten alle Metalle im durchgehenden Lichte roth gefärbt erscheinen, was durchaus nicht der Fall ist.

Meyer's Theorie unterscheidet sich insofern noch wenig von den meisten

---

[1]) Vergl. H. Hertz, pag. 4, l. c.

[2]) E. Ketteler, Theoret. Optik, pag. 547. Braunschw. 1885

[3]) O. E. Meyer, Pogg. Ann. 145, pag. 80. 1872.

der oben besprochenen, als auch sie nur ein System Hauptgleichungen, gültig für die Elongationen der Aethertheilchen, aufstellt. Wie schon oben erwähnt wurde, wird man ja mit einem einzigen System von Hauptgleichungen auskommen, selbst wenn das Vorhandensein ponderabler Moleküle die Eigenschaften der Aetherbewegungen ändert, so lange man die Elongationen der Moleküle gegen die des Aethers vernachlässigt.

Es ist das Verdienst SELLMEIER's[1]), durch das Aufgeben dieser beschränkenden Annahme die Grundlage für Theorien der anomalen Dispersion und der Dispersionserscheinungen überhaupt geschaffen zu haben, deren Resultate in Einklang mit der Erfahrung stehen.

Indem SELLMEIER annahm, dass die ponderabeln Moleküle gewisser Eigenschwingungen fähig seien, zeigte er, dass, falls die Schwingungsdauer des Aethers, d. h. des Lichtes, nahe mit der Dauer einer Eigenschwingung der Moleküle zusammenfällt, diese in lebhaftes Mitschwingen gerathen müssen und dass dadurch das merkwürdige Verhalten des Brechungsexponenten, welches anomal dispergirende Substanzen in der Nähe einer Absorbtionsbande aufweisen, erklärt wird. Da jedoch nach SELLMEIER die Schwingungen der ponderabeln Moleküle ohne Energieverlust stattfinden, so fehlt noch eine richtige Erklärung der bei diesen Vorgängen stattfindenden Absorbtion des Lichtes, da man annehmen muss, dass die Bewegung der Moleküle auch auf den Aether übergehen kann, wenn das Umgekehrte möglich ist.

Hinsichtlich der Absorbtionsvorgänge hilft sich SELLMEYER mit Betrachtungen, welche das Wesen derselben vielleicht richtig beschreiben, die jedoch keine analytische Fassung haben.

Diese ist durch v. HELMHOLTZ[2]) gegeben. Indem er annimmt, dass die ponderabeln Moleküle hinreichend dicht liegen, um alle Theile der zwischen ihnen liegenden Aethermassen gleichmässig zu afficiren, und indem er die Wechselwirkung zwischen Aethertheilchen und Molekülen ihrer relativen Entfernung proportional setzt, gelangt er, falls die Bewegung nur in ebenen Wellen besteht, welche sich nach der z-Axe fortpflanzen, zu der Gleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \beta (u - U). \tag{1}$$

Hierin bezeichnet u die Elongation der Aethertheile aus der Ruhelage, U die der ponderabeln Moleküle.

Hinsichtlich der ponderabeln Theile nimmt v. HELMHOLTZ an, dass sie nach festen Ruhelagen angezogen werden und dass die Bewegung der ponderabeln Theile mit Reibung, d. h. Energieverlust, stattfinde. Da nun ausserdem auf die ponderabeln Theile die entgegengesetzte Kraft wirken muss, als die, welche sie auf den Aether ausüben, so wird die Bewegungsgleichung der Moleküle:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\gamma U - \delta \frac{\partial U}{\partial t} + \beta' (u - U), \tag{2}$$

wobei

$$M\beta' = m\beta.$$

Hierin bezeichnet M die Dichtigkeit des Antheils der Materie, welcher durch die Lichtschwingungen mit in Bewegung versetzt wird[3]), m die Dichte des Aethers.

---

[1]) SELLMEIER, POGG. Ann. 145, pag. 399 u. 520; 147, pag. 386 u. 525. 1872.

[2]) H. v. HELMHOLTZ, Berl. Ber. 1874, pag. 667.

[3]) M kann wesentlich kleiner sein als die Dichte des Körpers, sodass $M : m$ einen durchaus endlichen Werth besitzen kann.

Da die Moleküle aufeinander nicht einwirken sollen, so enthält die Gleichung (2) keinen Differentialquotienten von U nach z. — Nach obigen Annahmen ergiebt sich, dass m, M, a, δ positive Grössen sein müssen. Ferner muss β positiv sein, falls ein stabiles Gleichgewicht zwischen Aether und Molekülen möglich sein soll, und ebenso $\beta' + \gamma > 0$, falls die Moleküle bei Fehlen von Aetherschwingungen in stabiler Weise um ihre Ruhelagen schwingen können.

Man setze zur Integration:

$$u = A e^{-kz} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right) = \Re\left[A \cdot e^{\frac{i}{\tau}(t - \pi z)}\right], \tag{3}$$

$$U = A' e^{-kz} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} + \Delta\right) = \Re\left[\mathrm{A} \cdot e^{\frac{i}{\tau}(t - \pi z)}\right], \tag{4}$$

wobei das vorgesetzte $\Re$ bedeuten soll, dass der reelle Theil der nachfolgenden complexen Grösse genommen werden soll, und wobei A und $\frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{T}$ reell sind, während für die complexen Grössen π und A die Beziehungen bestehen:

$$\begin{gathered} \pi = p - ip', \quad p = \frac{T}{\lambda} = \frac{1}{V}, \quad p' = \tau k, \\ \mathrm{A} = \mathfrak{A} + i\mathfrak{A}', \quad \mathfrak{A} = A' \cos 2\pi\Delta, \quad \mathfrak{A}' = A' \sin 2\pi\Delta. \end{gathered} \tag{5}$$

V bezeichnet die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Medium.

Da die Gleichungen (1) und (2) lineare Differentialgleichungen sind, so kann man auch u und U den complexen Grössen selber gleich setzen. Um den physikalischen Sinn zu wahren, muss man nur zum Schluss der Rechnung wieder zu den reellen Theilen für u und U übergehen. — Da $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{i}{\tau} U$ ist, so nimmt die Gleichung (2) die Form an:

$$U\left(-\frac{1}{\tau^2} + \beta' + \gamma = \frac{i\delta}{\tau}\right) = \beta' u.$$

Bezeichnet man die Dauer der Eigenschwingung der Moleküle, falls dieselben sich ohne Reibung bewegen könnten ($\delta = 0$), und der Aether in Ruhe verbliebe ($u = 0$) mit T_1 und ebenso $\tau_1 = T_1/2\pi$, so ist offenbar

$$\beta' + \gamma = \frac{1}{\tau_1^2}.$$

Mit Benutzung dieser Beziehung schreibt sich daher obige Gleichung

$$U = u \frac{\beta'}{\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2} + i\frac{\delta}{\tau}}. \tag{6}$$

Hieraus und aus (5) ist sofort herzuleiten das Verhältniss der Schwingungsamplitude der Moleküle zu der des Aethers, sowie ihre gegenseitige Phasendifferenz. Es ergiebt sich nämlich:

$$\frac{A'}{A} = \frac{\beta'}{\sqrt{\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + \frac{\delta^2}{\tau^2}}}, \qquad tg\, 2\pi\Delta = \frac{\delta/\tau}{\frac{1}{\tau^2} - \frac{1}{\tau_1^2}}.$$

Für sehr langsame Schwingungen ($\tau = \infty$), ist daher $A'/A = \beta'\tau_1^2$, $\Delta = 0$, d. h. Moleküle und Aether schwingen in gleicher Phase. Für $\tau = \tau_1$ wird $A'/A = \beta' \cdot \tau_1/\delta$, $\Delta = -1/4$, für sehr schnelle Schwingungen ($\tau = 0$) wird $A' = 0$, $\Delta = -\frac{1}{2}$. Je kleiner die Reibung (δ) ist, um so heftiger gelangen die Moleküle für $\tau = \tau_1$ ins Mitschwingen und um so plötzlicher vollzieht sich der Wechsel in der Phasendifferenz von Null auf $-\frac{1}{2}$.

Mit Benutzung von (6) schreibt sich (1) zu:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\left\{1-\beta\tau^2+\frac{\beta\beta'\tau^2}{\frac{1}{\tau_1^2}-\frac{1}{\tau^2}+i\frac{\delta}{\tau}}\right\}=a\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \tag{7}$$

Die Gleichung hat also dieselbe Form, wie sie sich früher ohne Berücksichtigung der Dispersion ergab, nur mit dem Unterschiede, dass die frühere optische Constante a des Aethers jetzt auch von τ abhängt.

Aus (7) und (5) folgt sofort:

$$\begin{aligned} a(p^2-p'^2) &= 1-\beta\tau^2+\beta\beta'\tau^2\frac{\frac{1}{\tau_1^2}-\frac{1}{\tau^2}}{\left(\frac{1}{\tau_1^2}-\frac{1}{\tau^2}\right)^2+\frac{\delta^2}{\tau^2}}, \\ 2app' &= \frac{\beta\beta'\delta\tau}{\left(\frac{1}{\tau_1^2}-\frac{1}{\tau^2}\right)^2+\frac{\delta^2}{\tau^2}}. \end{aligned} \tag{8}$$

Bezeichnet man die optische Constante a des leeren Raumes mit a_0, so ist a_0 gleich dem Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit V_0 des Lichtes in ihm, daher nach (5):

$$a_0 p^2 = n^2$$

wo n den Brechungsindex des Mediums gegen den leeren Raum bedeutet. Führt man ausserdem die Wellenlänge λ_0 des Lichtes im leeren Raum ein nach der Beziehung:

$$\lambda_0 = V_0 T = T\sqrt{a_0},$$

so werden die Gleichungen (8)

$$\frac{a}{a_0}\left(n^2-k^2\frac{\lambda_0^2}{4\pi^2}\right)=1-\beta\tau^2+\beta\beta'\tau^2\frac{\frac{1}{\tau_1^2}-\frac{1}{\tau^2}}{\left(\frac{1}{\tau_1^2}-\frac{1}{\tau^2}\right)^2+\frac{\delta^2}{\tau^2}}, \tag{9}$$

$$2\frac{a}{a_0}nkV_0=\frac{\beta\beta'\delta}{\left(\frac{1}{\tau_1^2}-\frac{1}{\tau^2}\right)^2+\frac{\delta^2}{\tau^2}}. \tag{9'}$$

$1/\delta$ hat die physikalische Bedeutung, dass die Zeit, innerhalb welcher die Eigenschwingungen der Moleküle auf einen bestimmten Bruchtheil ihres Anfangswerthes ohne Einwirkung der Aetherschwingungen herabsinken, der Grösse von $1/\delta$ proportional ist. Macht man die Annahme, dass diese Zeit gross ist im Vergleich zur Schwingungsdauer T, d. h. dass die Reibung der Moleküle gering ist, so erkennt man aus (9'), dass nk ein scharf ausgeprägtes Maximum für $T=T_1$ besitzt, nämlich

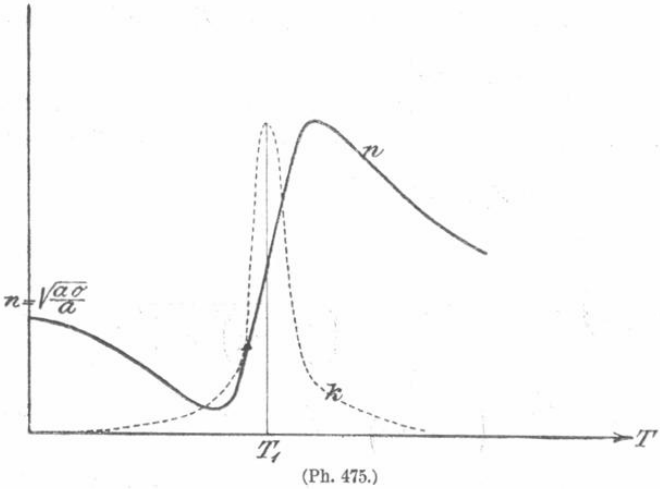
$$nk_{Max.}=\frac{\beta\beta'\tau_1^2 a_0}{2V_0\delta a}.$$

Nahezu symmetrisch zu diesem Maximum fällt für grössere und kleinere Werthe von T der Werth von nk schnell ab, und zwar um so schneller, je kleiner δ ist. Da sich innerhalb enger Grenzen von T n nicht so stark ändert, wie k, so gilt das Gesagte mit einer gewissen Annäherung für k allein. Je kleiner also die Reibung δ ist, um so schmaler ist der Absorbtionsstreifen und um so ausgeprägter. Es wird so das Verhalten von gewissen Gasen dargestellt. — Je grösser dagegen δ ist, um so breiter ist der Absorbtionsstreifen und um so weniger tritt in ihm ein deutliches Maximum der Absorption auf. Man kann daher das optische Verhalten der Metalle in gewisser Annäherung durch ein grosses δ erklären.

Wie die Gleichung (9) lehrt, nimmt der Werth von $n^2 - k^2 \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2}$ in der Nähe von $\tau = \tau_1$ stark zu mit wachsendem τ, falls δ klein ist. Da k nahezu gleichen Werth besitzt für zwei verschiedene Schwingungsdauern, welche um gleich viel von der Eigenschwingungsdauer T_1 der Moleküle sich unterscheiden, so muss also auch der Brechungsindex n für diese Schwingungsdauern stark mit wachsendem T zunehmen. Dadurch ist die Haupteigenthümlichkeit anomal dispergirender Substanzen erklärt. — Für Werthe von τ, die beträchtlich kleiner oder grösser als τ_1 sind, lässt sich bei geringem Werthe der Reibung δ k^2 gegen n^2 vernachlässigen, und ebenso δ/τ gegen $1/\tau_1^2 - 1/\tau^2$. Die Gleichung (9) wird daher zu

$$n^2 = \frac{a_0}{a}\left\{1 - \beta\tau^2 + \beta\beta' \frac{\tau_1^2\tau^4}{\tau^2 - \tau_1^2}\right\}. \tag{9''}$$

Für $\tau = 0$ wird $n = \sqrt{a_0/a}$ (und $k = 0$). Da für kleine Werthe von τ das zweite Glied der rechten Seite von (9'') über das dritte überwiegt, so wird anfangs n mit wachsendem τ abnehmen. In der Nähe des Absorbtionsstreifens überwiegt aber das dritte Glied von (9'') über das zweite, und da jenseit des Absorbtionsmaximums ($\tau > \tau_1$) das dritte Glied mit wachsendem τ zunächst abnimmt, so erhält man den in der beistehenden Figur angedeuteten Verlauf des Brechungsindex. Die gestrichelte Curve bezieht sich auf den Werth von k.



(Ph. 475.)

Dieses Verhalten von n und k, wie es in der Figur zum Ausdruck kommt, steht qualitativ im Einklang mit Beobachtungen an Körpern, welche einen Absorbtionsstreifen besitzen. Auf Körper, welche im Spectrum mehrere Maxima der Absorbtion aufweisen, ist die Theorie dadurch leicht auszudehnen, dass man verschiedene Arten von schwingungsfähigen Molekülen, die je besonderer Eigenschwingungen fähig sind, in die Hauptgleichungen einführt, nämlich in folgender Weise:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= a\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \sum_h \beta_h(u - U_h), \\ \frac{\partial^2 U_h}{\partial t^2} &= -\gamma_h U_h - \delta_h \frac{\partial U_h}{\partial t} + \beta_h'(u - U_h). \end{aligned} \tag{10}$$

Man erhält dann das Resultat, dass so viele Maxima der Absorbtion auftreten, wie Molekülarten vorhanden sind, und dass in der Nähe jedes derselben n mit wachsendem T zunimmt. Auf diese Weise erklärt sich das optische Verhalten von anomal dispergirenden Körpern mit mehreren Absorbtionsbanden.

Es soll jetzt untersucht werden, welche Werthe n und k für unendlich langsame Schwingungen nach der v. Helmholtz'schen Theorie annehmen. Nach den Anschauungen der elektromagnetischen Theorie muss sich bei Isolatoren

n^2 einem endlichen Grenzwerth (der Dielektricitätsconstanten) und k einem sehr kleinen Werth oder Null nähern.

Die Gleichungen (8) ergeben, wenn man die erste derselben nach Potenzen von τ entwickelt und die Entwickelung mit dem zweiten Gliede abbricht:

$$a(p^2 - p'^2) = \tau^2\beta(\tau_1^2\beta' - 1) + 1 + \beta\beta'\tau_1^4(1 + \delta^2\tau_1^2), \qquad 2app' = \tau\beta\beta'\delta\tau_1^4.$$

Hieraus folgt für p^2 die Gleichung:

$$ap^2 - \frac{\tau^2}{p^2}\,\frac{\beta^2\beta'^2\delta^2\tau_1^8}{4a} = 1 + \beta\beta'\tau_1^4(1 + \delta^2\tau_1^2) + \tau^2\beta(\tau_1^2\beta' - 1).$$

Zur Erfüllung dieser Gleichung bieten sich zwei Möglichkeiten: Entweder man setzt die Faktoren von τ^2 auf beiden Seiten der Gleichung einander gleich. Dann würde p^2, also auch n^2, unendlich klein werden, falls die Reibung δ zu Null abnimmt. Dieses Verhalten ist unwahrscheinlich. Oder man bestimmt p^2 dadurch, dass man die von τ unabhängigen Glieder obiger Gleichung einander gleichsetzt. Es muss dann eine bestimmte Relation zwischen den Constanten β, β', δ, τ_1, a stattfinden, damit auch die Glieder der Gleichung, welche mit τ^2 multiplicirt sind, einander gleich werden. Dies Verfahren liefert, falls man $\delta\tau_1^2$ gegen 1 vernachlässigt, was bei kleiner Reibung gestattet ist:

$$a_0p^2 = n_\infty^2 = \frac{a_0}{a}(1 + \beta\beta'\tau_1^4), \qquad 1 - \tau_1^2\beta' = \frac{\beta\beta'^2\delta^2\tau_1^8}{4(1 + \beta\beta'\tau_1^4)}.$$

Setzt man für $1/\tau_1^2$ seinen Werth $\beta' + \gamma$, so erkennt man, dass γ klein wird von der Ordnung δ^2. Geht man bis auf erste Ordnung in δ^2 und berücksichtigt die Beziehung $m\beta = M\beta'$, so folgt

$$\gamma = \frac{\delta^2}{4}\,\frac{M}{M+m}. \tag{11}$$

Der Grenzwerth von n^2 geht dadurch über in

$$n_\infty^2 = \frac{a_0}{a}\,\frac{M+m}{m}, \tag{12}$$

der von k in

$$k_\infty = \frac{1}{2}\,\frac{\delta}{V_0}\cdot\frac{M}{\sqrt{m(M+m)}}. \tag{13}$$

Es ist also, der Wirklichkeit entsprechend, k_∞ sehr klein. — Da γ, wie Formel (11) lehrt, sehr klein ist, so werden nach Gleichung (2) die Moleküle wesentlich nur durch ihre relativen Verschiebungen gegen den Aether in ihre Ruhelage getrieben und für sehr langsame Bewegungen würden Aether und Materie nahezu relativ ruhen, d. h. letztere würde ersteren so zu sagen mitführen. Diese Anschauung wird durch neuere Untersuchungen[1]) unterstützt, welche direkt dazu angestellt sind, um von der relativen Bewegung des Aethers gegen die Materie, z. B. die Erde, Kenntniss zu erhalten.

Verallgemeinert man die Formel (12) auf den Fall, dass mehrere Arten schwingungsfähiger Moleküle im Körper vorhanden sind, was nach den Gleichungen (10) leicht geschehen kann, so würde man erhalten

$$n_\infty^2 = \frac{a_0}{a}\,\frac{m + \Sigma M_k}{m}. \tag{12'}$$

Macht man die Annahme, dass der Werth von a nur in Folge einer Verdichtung des Aethers in den Zwischenräumen zwischen den Molekülen von dem Werthe von a_0 verschieden ist, so ist $a_0 : a = m : m_0$, falls m_0 die Dichtigkeit des Aethers im leeren Raum bezeichnet. Es wird dann

[1]) Vergl. DES COUDRES, WIED. Ann. 38, pag. 71. 1889.

$$n_\infty^2 = \frac{m + \Sigma M_k}{m_0}, \tag{12''}$$

d. h. der Grenzwerth des Quadrates des Brechungsindex für sehr langsame Schwingungen ist gleich dem Verhältniss der gesammten an den Schwingungen theilnehmenden Masse eines bestimmten Körpervolumens zu der Masse des Aethers, welche in dem gleichen Volumen des leeren Raumes enthalten ist.

Es liegt kein Grund vor, die Ursachen der normalen Dispersion in wesentlich anderen Punkten zu suchen, als die der anomalen. Der einzige Unterschied zwischen beiden Erscheinungen ist der, dass bei der normalen Dispersion die Dauer der Eigenschwingungen der Moleküle nicht mit den Schwingungsdauern optisch wirksamer Aetherschwingungen zusammenfallen. Es muss daher, falls nur eine Art schwingungsfähiger Moleküle vorhanden ist, die Formel (9'') die normalen Dispersionserscheinungen darstellen können. Dies ist auch in der That der Fall, wie WÜLLNER[1]) zeigte. Er erhielt auch das Resultat, dass, entsprechend unseren obigen theoretischen Ueberlegungen, $\beta' \tau_1^2$ nahezu gleich 1, d. h. γ nahezu gleich Null ist. In diesem Falle geht die Formel (9'') über in

$$n^2 = \frac{a_0}{a}\left\{1 + \beta\,\frac{\tau^2 \tau_1^2}{\tau^2 - \tau_1^2}\right\}. \tag{14}$$

Da für die meisten Körper das Absorbtionsgebiet weit jenseit des Ultravioletten liegt, so dass τ_1/τ ein kleiner Bruch ist, so geht bei Entwickelung nach Potenzen von τ_1/τ diese Formel über in

$$n^2 = \frac{a_0}{a}\left\{1 + \beta\tau_1^2 + \frac{\beta\tau_1^4}{\tau^2} + \frac{\beta\tau_1^6}{\tau^4} + \cdot\,\cdot\right\}.$$

Bei kleinen τ_1/τ erhält man daher annähernd gleiche Resultate, wie sie sich aus der zweiconstantigen CAUCHY'schen Dispersionsformel

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

ergeben.

Man erhält für die meisten durchsichtigen Körper eine noch genauere Dispersionsformel als (14), wenn man diese Formel für den Fall verallgemeinert, dass der Körper mehrere Absorbtionsstreifen besitzt. Sondert man die Absorbtionsgebiete im Ultravioletten (Index v, $\tau_v < \tau$) von den Absorbtionsgebieten im Ultrarothen (Index r, $\tau_r > \tau$), so nimmt (14) die Form an:

$$n^2 = \frac{a_0}{a}\left\{1 + \sum_v \frac{\beta_v \tau_v^2}{1 - \frac{\tau_v^2}{\tau^2}} - \sum_r \frac{\beta_r \tau^2}{1 - \frac{\tau^2}{\tau_r^2}}\right\}, \tag{14'}$$

oder mit Entwickelung nach Potenzen von τ_v/τ resp. τ/τ_r und mit Weglassung von kleineren Gliedern

$$n^2 = \frac{a_0}{a}\left\{-\tau^2 \sum_r \beta_r + 1 + \sum_v \beta_v \tau_v^2 + \frac{\sum_v \beta_v \tau_v^4}{\tau^2} + \frac{\sum_v \beta_v \tau_v^6}{\tau^4}\right\}. \tag{14''}$$

Diese Formel ist mit der anfangs (pag. 674) erwähnten Dispersionsformel

$$n^2 = -AT^2 + B + \frac{C}{T^2} + \frac{D}{T^4} \tag{15}$$

identisch. Es ist daher nach der v. HELMHOLTZ'schen Theorie erklärlich, weshalb sämmtliche Coëfficienten A, B, C, D der Formel (15) positiv sein müssen.

---

[1]) A. WÜLLNER, WIED. Ann. 17, pag. 580. 1882. — WÜLLNER wandte die Formel (9'') für $a_0/a = 1$ an. v. HELMHOTLZ lässt den Werth von a_0/a unentschieden.

Wie ein Vergleich von (14″) und (15) zeigt, kann man durch Berechnung der Constanten B, C, D für einen Körper mit normaler Dispersion nur dann einen Schluss auf die Lage ultravioletter Absorbtionsstreifen machen, wenn man annimmt, dass es deren nur einen giebt. — In diesem Falle ergiebt sich nach den KETTELER'schen Rechnungen[1]), dass a_0/a grösser als 1 anzunehmen ist, d. h. dass der Aether in den ponderabeln Medien entweder verdichtet ist, oder geringere Elasticität besitzt, als im leeren Raum. Man kann dagegen auch für $a_0/a = 1$ die Formel (14″) in Uebereinstimmung mit den KETTELER'schen Rechnungen bringen, sobald man mehrere τ_v annimmt.

Die Auffassung, dass das Glied $-AT^2$ durch Absorption im Ultrarothen verursacht ist, wird noch besonders dadurch gestützt, dass, wie KETTELER[2]) zeigte, der Werth von A im Allgemeinen um so grösser ist, je undurchlässiger der Körper für strahlende Wärme ist. (Vergl. oben pag. 328.) So erreicht er z. B. für das stark undiathermane Wasser den höchsten Werth im Vergleich zu anderen beobachteten Körpern. Auch nach der elektromagnetischen Lichttheorie ergiebt sich, dass Wasser im Ultrarothen ein Absorbtionsgebiet besitzen muss, wie sogleich gezeigt werden soll. Da nämlich γ_v nahezu Null ist [nach Formel (11)] und daher $\tau_v^2 = 1/\beta_v'$, ferner $\beta_v/\beta_v' = M_v/m$ (cf. oben pag. 675), so wird das von τ unabhängige Glied von n^2 in Formel (14″), d. h. die Grösse B in (15):

$$(n^2) = B = \frac{a_0}{a}\,\frac{m + \Sigma M_v}{m}.$$

Vergleicht man diesen Werth mit n_∞^2, so lehrt Formel (12′), dass letzterer stets grösser als (n^2) ist, und zwar ist

$$n_\infty^2 - (n^2) = \frac{a_0}{a}\cdot\frac{\Sigma M_r}{m},$$

oder falls $a_0/a = m/m_0$ (cf. pag. 679), so ist

$$n_\infty^2 - (n^2) = \frac{\Sigma M_r}{m_0}.$$

Sind die Schlussweisen der elektromagnetischen Lichttheorie richtig, nach der n_∞^2 gleich der Dielectricitätsconstante des Körpers ist, so gelangt man daher zu dem Satz:

Die Differenz zwischen der Dielectricitätsconstanten und dem Quadrat des optischen Brechungsindex eines Körpers [genauer dem von T unabhängigen Gliede der Formel (15)] ist gleich dem Verhältniss der in einem Körpervolum enthaltenen Massen, welche durch Schwingungen im Ultrarothen in lebhafte Bewegung gesetzt werden, zu der Masse des Aethers, welche sich in dem gleichen Volumen des leeren Raumes befindet. — Das Gebiet des Ultrarothen ist dabei von $T = \infty$ bis zu solchem Werthe von T definirt, welche rothes Licht erzeugen.

Nach diesem Satze ergiebt sich, dass der optische Brechungsindex durchsichtiger Körper nie grösser sein kann, als die Quadratwurzel aus der Dielectricitätsconstanten, was auch sämmtliche bisher angestellten Versuche bestätigen. — Ferner müssen diejenigen Körper, für welche $n_\infty^2 - (n^2)$ gleich Null ist, wie z. B. Petroleum, keine wesentliche Absorbtion im Ultrarothen zeigen; für Wasser erreicht dagegen diese Differenz den höchsten Werth, den man sonst beobachtet hat, nämlich etwa 77. Wasser muss daher ein starkes Absorptionsgebiet im

---

[1]) KETTELER, theoret. Optik, pag. 540 u. ff. In der KETTELER'schen Bezeichnung ist dann nämlich $a^2 - D$ gleich unserem a_0/a. Es ist nun stets $a^2 - D > 1$.

[2]) E. KETTELER, WIED. Ann. 31, pag. 327. 1887.

Ultrarothen besitzen und zwar ist die Masse, welche hier liegende Eigenschwingungen besitzt, 77 mal grösser als die Masse des Aethers in gleichem Volumen.

Fällt die Fortpflanzungsrichtung der Wellen nicht in die z-Axe, so ist die Hauptgleichung (1) nur darin zu ändern, dass Δu an die Stelle von $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ tritt. Man erhält dadurch ohne Schwierigkeit die Theorie der Absorbtion und Brechung für schiefen Durchgang des Lichtes durch eine anomal dispergirende Platte. Es ergiebt sich dabei, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, d. h. auch der Brechungsindex, vom Einfallswinkel φ abhängt. Nennt man n_0, resp. n den Werth des Brechungsindex für $\varphi = 0$, resp. $\varphi = \varphi$, entsprechend k_0, resp. k den Werth des Schwächungscoëfficienten, so folgt

$$n_0^2 = -k^2 \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2} + sin^2 \varphi \frac{k^2}{k^2 - k_0^2}. \tag{16}$$

Diese Formel enthält die Theorie des von WERNICKE[1]) angewandten Verfahrens, um aus beobachteter Absorbtion, d. h. k_0 und k, den Brechungsindex n_0 (oder auch n) zu bestimmen.

Nach v. HELMHOLTZ haben noch LOMMEL[2]) und KETTELER[3]) Theorien der anomalen Dispersion aufgestellt, indem sie ebenfalls von zwei Systemen simultaner Differentialgleichungen für u und U ausgingen, die jedoch in ihrer Form etwas von den v. HELMHOLTZ'schen Gleichungen (1) und (2) abweichen. — Ohne auf gewisse theoretische Schwierigkeiten (vergl. oben pag. 661, Anm. 1) bei der Herleitung der LOMMEL'schen Gleichungen eingehen zu wollen, sei hier nur hinsichtlich ihrer Resultate bemerkt, dass sich aus den LOMMEL'schen Gleichungen für $\tau = \infty$ der Brechungsindex ebenfalls unendlich gross ergiebt. Da dieses Resultat den in vieler Hinsicht bewährten Anschauungen der elektromagnetischen Lichttheorie widerspricht, so erscheint es bedenklich.

Die Theorie KETTELER's führt für $\tau = \infty$ auch ohne Specialisirung der Constanten auf einen endlichen Grenzwerth n_∞ des Brechungsindex, und bietet also insofern einen gewissen Vortheil gegenüber der v. HELMHOLTZ'schen Theorie, bei der nur durch die Beziehung (11) n_∞ endlich blieb, einen Nachtheil jedoch insofern, als sich k_∞ zu Null ergiebt für jeden endlichen Werth von δ. Daher können die Eigenschaften der Metalle nicht in der KETTELER'schen Theorie enthalten sein, wenigstens nicht ihr sogenanntes elektrisches Leitungsvermögen. Ferner folgt nach KETTELER für $\tau = \infty$ ein verschwindend kleines Verhältniss $A' : A$. In dieser Hinsicht ergiebt sich also das entgegengesetzte Resultat zu der v. HELMHOLTZ'schen Theorie, welch' letzteres jedoch nach der oben pag. 679

---

[1]) W. WERNICKE, POGG. Ann. 155, pag. 17. 1875; Berl. Ber. 1874. — WERNICKE berechnete den Brechungsindex unter der Annahme, dass $n_0 = n$ sei. Man würde dann die Formel (16) ohne das erste Glied der rechten Seite erhalten; dieses giebt also die Correction an, nach der die WERNICKE'schen Werthe für n_0 zu ändern, d. h. zu verkleinern sind. Aus den WERNICKE'schen Beobachtungen selbst ist diese Correction nicht zu entnehmen, da dort die Dicke der angewandten Platten nicht angegeben ist, d. h. die absoluten Werthe von k fehlen. Benutzt man bei Fuchsin für k die von anderen Beobachtern erhaltenen Werthe (z. B. von MERKEL, WIED. Ann. 19, pag. 1. 1883), so ergeben sich für kleine Wellenlängen Werthe von n_0, welche kleiner als 1 sind.

[2]) E. LOMMEL, WIED. Ann. 3, pag. 339. 1878.

[3]) Literaturnachweis vergl. pag. 660, Anm. 3. Ferner ist noch zu nennen die Dispersionstheorie von W. THOMSON (Lectures on Molecular Dynamics, Baltimore 1885), welche von GOLDHAMMER (Journ. de russ. phys. chem. Ges. (7) 18, pag. 239. 1886. Referirt in WIED. Beibl. 1887) auf Krystalle ausgedehnt ist.

gemachten Bemerkung wahrscheinlicher ist, als das entgegenstehende Resultat KETTELER's. — Bezüglich des Einflusses des Aethers auf die Schwingungen der Moleküle macht KETTELER die Annahme, dass er ein ähnlicher sei, wie der Einfluss der Luft auf die Bewegung des Pendels. Daher ist die eine der KETTELER'schen Hauptgleichungen eine Umformung der BESSEL'schen Formel für die Pendelschwingungen in der Luft. Die zweite Hauptgleichung will KETTELER mit Hilfe der ersten aus dem Energieprincip ableiten, jedoch mangelt es dabei an Strenge. Würde man die v. HELMHOLTZ'schen Gleichungen (1) und (2) darin umändern, dass die Wechselwirkung zwischen Aether und Materie proportional zu $\frac{\partial^2(u-U)}{\partial t^2}$ gesetzt wird, anstatt zu $(u-U)$, so hätte man einen Specialfall der KETTELER'schen Gleichungen[1]) und würde dieselben Resultate für n_∞, k_∞ und A_∞' erhalten, wie KETTELER. — Wenn sich die Beobachtungen immer noch auf ein verhältnissmässig eng begrenztes Gebiet von Schwingungsdauern beziehen, wird es nicht möglich sein, durch Experimente mit Sicherheit zwischen verschiedenen Formen der Dispersionsgleichung zu entscheiden, so lange sie nur das Gemeinsame besitzen, dass π^2 [vergl. oben Formel (5)] ein Glied enthält, dessen Nenner die Form $\tau^2 - \tau_1^2 + i\delta\tau$ besitzt, zieht man jedoch elektrische Experimente mit hinzu, so sind die KETTELER'schen Gleichungen zu eng, weil sie die Metalle nicht umfassen.

KETTELER dehnt seine Theorie auch auf Krystalle aus und stellt auch Grenzbedingungen auf. Es ist schon oben pag. 670 erwähnt, dass seine Resultate mit den von vielen anderen Theorien (und auch der elektromagnetischen) gelieferten identisch sind, falls man die Abhängigkeit der Constanten der Hauptgleichungen von der Schwingungsdauer T unentschieden lässt.

II. Die elektromagnetische Theorie.

Auch die elektromagnetische Lichttheorie ist auf die Erscheinungen der normalen und anomalen Dispersion erweitert worden, und zwar von KOLÁCEK[2]), GOLDHAMMER[3]), v. HELMHOLTZ[4]) und EBERT[5]). Indem ersterer die Möglichkeit gewisser elektrischer Eigenschwingungen in den Molekülen annahm, erhielt er Hauptgleichungen, welche ähnlich den von KETTELER aufgestellten sind. Die Eigenschaften der Metalle bei sehr langsamen oder stationären Bewegungen bleiben ebenfalls bei KOLÁCEK von der Betrachtung ausgeschlossen, nicht dagegen bei GOLDHAMMER. Dieser stellt seine Differentialgleichungen hypothetisch auf, während v. HELMHOLTZ dieselben aus dem Princip der kleinsten Wirkung, EBERT aus den LAGRANGE'schen Grundgleichungen der Mechanik durch Erweiterung des Weges herleitet, den MAXWELL für die Bestimmung der elektromotorischen und ponderomotorischen Kräfte gegangen ist. Letztere Arten der Herleitung sind natürlich ebenfalls nicht frei von Hypothesen, die Vergleichung der gewonnenen theoretischen Resultate mit denen der Beobachtung ist auch hier, wie bei jeder Lichttheorie, der nothwendige Prüfstein für die Brauchbarkeit des Erklärungssystems. — EBERT gelangt zu denselben Gleichungen, wie GOLDHAMMER, und auch das v. HELMHOLTZ'sche Erklärungssystem liefert für Lichtschwingungen die gleichen Resultate.

---

[1]) Vergl. E. KETTELER, WIED. Ann. 46, pag. 582, Anm. 1. 1892.

[2]) KOLÁCEK, WIED. Ann. 32, pag. 224 u. 429 1887; 34, pag. 673. 1888.

[3]) D. A. GOLDHAMMER, WIED. Ann. 47, pag. 93. 1892.

[4]) H. v. HELMHOLTZ, Berl. Ber. Dez. 1892.

[5]) H. EBERT, WIED. Ann. 48, pag. 1. 1893.

In der folgenden Darstellung[1]) findet im Ausgangspunkte eine Abweichung von den genannten Theorien statt, jedoch die Erklärungssysteme lassen sich leicht einander überführen.

Man kann in einfacher Weise eine elektromagnetische Theorie der Dispersion erhalten, wenn man an den Gleichungen, welche zwischen der elektrischen bezw. magnetischen Polarisation und den magnetischen bezw. elektrischen Kräften besteht, festhält. Dieselben lauten für Isolatoren:

$$\begin{aligned} A\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial z}, & A\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}, \\ A\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, & A\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z}, \\ A\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}, & A\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}. \end{aligned} \tag{17}$$

Hierin bezeichnen X, Y, Z die Componenten der elektrischen, L, M, N die der magnetischen Kraft, $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ die Componenten der elektrischen, $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ die der magnetischen Polarisation, A das Verhältniss der elektro-magnetischen Einheit der Elektricitätsmenge zu der elektrostatischen.

Dagegen muss man die Beziehungen, welche zwischen den Polarisationen und ihren bezw. Kräften stattfinden, und welche für isotrope Körper bei langsamen Bewegungen lauten:

$$\mathfrak{L} = \mu L, \text{ etc.}, \qquad \mathfrak{X} = \varepsilon \mathrm{X}, \text{ etc.} \tag{18}$$

für schnelle Schwingungen erweitern. Für den leeren Raum ist $X = \mathfrak{X}$, man kann daher die Differenz $X - \mathfrak{X}$ als durch die Wirksamkeit der ponderabeln Moleküle herbeigeführt ansehen, z. B. sie als die Polarisation der Moleküle selbst definiren. Setzt man daher, falls mehrere Molekülararten vorhanden sind

$$\mathfrak{X} = \mathrm{X} + \Sigma \mathfrak{X}_h, \qquad \mathfrak{L} = L + \Sigma \mathfrak{L}_h, \tag{18'}$$

so kann man annehmen, dass die X_h und $\mathfrak{L}_h$ gewisser Eigenschwingungen fähig sein sollen, sei es nun deshalb, weil sie so zu sagen an der ponderabeln Materie haften, sodass ihre Eigenschwingungen mit denen der $\mathfrak{X}_h$ und $\mathfrak{L}_h$ identisch sind, sei es deshalb, weil jeder Körper gewisse Eigenschwingungen seines elektrischen Zustandes besitzt, deren Dauer aus seiner Selbstinduction und Capacität zu berechnen ist. — Nach beiden Anschauungen müssen zwischen den $\mathfrak{X}_h$ und X, $\mathfrak{L}_h$ und L gewisse lineare Differentialgleichungen mit Differentialquotienten nach t bestehen, die in die Form gebracht seien

$$\begin{aligned} \mathfrak{X}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} + b_h \frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2} + \ldots &= \varepsilon_h \mathrm{X} + \alpha_h \frac{\partial \mathrm{X}}{\partial t} + \beta_h \frac{\partial^2 \mathrm{X}}{\partial t^2} + \ldots \\ \mathfrak{L}_h + a_h' \frac{\partial \mathfrak{L}_h}{\partial t} + b_h' \frac{\partial^2 \mathfrak{L}_h}{\partial t^2} + \ldots &= \mu_h L + \alpha_h' \frac{\partial L}{\partial t} + \ldots \end{aligned} \tag{19}$$

Für langsame Bewegungen gehen die Formeln (18′) in (18) über, falls gesetzt wird

$$\varepsilon = 1 + \Sigma \varepsilon_h, \qquad \mu = 1 + \Sigma \mu_h. \tag{20}$$

Für periodische Bewegungen mit der Periode $T = \tau/2\pi$ werden die Formeln (19) zu

$$\mathfrak{X}_h = \mathrm{X} \frac{\varepsilon_h + i\frac{\alpha_h}{\tau} - \frac{\beta_h}{\tau^2} + \ldots}{1 + i\frac{a_h}{\tau} - \frac{b_h}{\tau^2} + \ldots}, \qquad \mathfrak{L}_h = L \frac{\mu_h + i\frac{\alpha_h'}{\tau} + \ldots}{1 + i\frac{a_h'}{\tau} - \frac{b_h'}{\tau^2} + \ldots}$$

oder

$$\mathfrak{X}_h = \mathrm{X}\varepsilon_h(\tau), \qquad \mathfrak{L}_h = L\mu_h(\tau), \tag{19'}$$

[1]) Vergl. dazu auch P. Drude, Gött. Nachr. 1893.

wo $\varepsilon_h(\tau)$ und $\mu_h(\tau)$ die Quotienten zweier nach Potenzen von $1/\tau$ fortschreitender Reihen sind. Da die Erfahrung fordert, dass für schnelle Schwingungen μ zu 1, d. h. $\mu_h(\tau)$ zu Null wird, so muss der Nenner von $\mu_h(\tau)$ eine höhere Potenz von $1/\tau$ enthalten, als der Zähler und die Coëfficienten α_h', a_h', b_h' müssen gross sein gegen μ_h.

Durch den hier getroffenen Ansatz (18') und (19), der der Vorstellung elektrisch und magnetisch polarisirbarer Moleküle, welche Eigenschwingungen besitzen, entspricht, werden die Resultate der elektromagnetischen Lichttheorie nur insofern geändert, als an Stelle der von T unabhängigen Grösse ε und μ, die von T abhängigen $1 + \Sigma\varepsilon_h(\tau)$, $1 + \Sigma\mu_h(\tau)$ treten. Dies gilt nicht nur mit gewisser Erweiterung für Krystalle, sondern auch für das Problem der Brechung. Die Grenzbedingungen müssen wiederum nach den oben pag. 674 genannten Ueberlegungen in der Form der Gleichungen (12) der pag. 669 enthalten sein. Dieselben ergeben keinen Energieverlust bei der Brechung, falls man auch jetzt noch an der aus elektrischen Experimenten abgeleiteten Formel festhält, dass die Grösse

$$\tfrac{1}{2}(\mathfrak{X}X + \mathfrak{Y}Y + \mathfrak{Z}Z + \mathfrak{L}L + \mathfrak{M}M + \mathfrak{N}N)$$

mindestens ein Theil der Energie der Volumeinheit ist.

Wendet man die Formeln (17) auf den Fall ebener Wellen an, welche sich nach der z-Axe fortpflanzen, d. h. setzt man [vergl. Formel (3)]

$$\mathrm{X} = e^{\frac{i}{\tau}(t-\pi z)},$$

so erhält man

$$\pi^2 = A^2[1 + \Sigma\varepsilon_h(\tau)][1 + \Sigma\mu_h(\tau)]. \tag{21}$$

Für Lichtschwingungen ist $\mu_h(\tau) = 0$. Um die Erscheinungen der anomalen Dispersion zu erklären, ist daher nothwendig, dass der Nenner wenigstens von einem $\varepsilon_h(\tau)$ die Gestalt $1 + i\frac{a_h}{\tau} - \frac{b_h}{\tau^2}$ besitze, und dass b_h positiv ist. Man würde daher schon mit dem Ansatz auskommen

$$\mathfrak{X}_h + a_h\frac{\partial\mathfrak{X}_h}{\partial t} + b_h\frac{\partial^2\mathfrak{X}_h}{\partial t^2} = \varepsilon_h\mathrm{X}.$$

Ob die Coëfficienten α_h, β_h etc. der Formel (19) thatsächlich Null sind, könnte man experimentell entscheiden, wenn man den Brechungsindex des Körpers für Schwingungen, die weit schneller als die Dauern seiner Eigenschwingungen sind, bestimmen würde.

Für Gebiete, welche weit abliegen von Eigenschwingungen, wird π^2 reell und zwar gleich A^2n^2, falls die Reibung, d. h. die Coëfficienten a_h klein sind. Daher ist nach (21) für kleine τ, wo $\mu_h(\tau) = 0$ ist:

$$n^2 = 1 + \Sigma\varepsilon_h(\tau). \tag{22}$$

Man erhält hieraus wiederum leicht die 4-constantige Dispersionsformel (15) mit positiven Coëfficienten A, B, C, D. Es folgt

$$B = 1 + \Sigma\varepsilon_v, \tag{23}$$

falls $\Sigma\varepsilon_v$ die elektrische Polarisationen (für langsame Zustandsänderungen) derjenigen Molekülarten sind, welche Eigenschwingungen im Ultravioletten besitzen.

Falls ε_r die elektrische Polarisation einer Molekülart bezeichnet, deren Eigenschwingungen im Ultrarothen liegt, ist daher nach (20):

$$\varepsilon - B = \Sigma\varepsilon_r, \tag{24}$$

d. h. die Differenz zwischen der Dielektricitätsconstante und dem Quadrat des optischen Brechungsindex [genauer dem von τ^2 unabhängigen Gliede von n^2 in der Formel (15)] ist gleich der Summe der Polarisationen der Molekülarten, deren Eigenschwingungen im Ultrarothen liegen. —

Für Wasser muss man also derartige annehmen und zwar mit bedeutenden Polarisationen für langsam veränderliche elektrische Kräfte.

Man sieht, dass man die Resultate der mechanischen Theorie in die der elektro-magnetischen überführen kann, wenn man das dort auftretende Massenverhältniss $M_h : m_0$ als Polarisation ε_h der bestimmten Molekülart definirt. Auch geht dadurch der Werth von n_∞^2 nach (12′) in die Dielectricitätsconstante ε [Formel (20)] über, falls man noch $m = m_0$ annimmt[1]) und die Körpermoleküle als unmagnetisirbar. Ebenso wird dadurch die Dispersionsformel (14″) in die aus (22) sich ergebende übergeführt.

Da für $\tau = \infty$ die Absorbtion für jeden endlichen Werth der Coëfficienten a_h unendlich klein wird, so muss der bisherige Ansatz noch vervollständigt werden, wenn auch die Eigenschaften der Metalle mit in den Kreis der Betrachtungen gezogen werden sollen.

Ausgehend von der Vorstellung, dass für sehr langsame Bewegungen ($\tau = \infty$) die elektrische Polarisation (d. h. eventuell der Aether selbst) keine Gleichgewichtslage annimmt, sondern der elektrischen Kraft unbegrenzt folgen kann, sodass ein Strömen der Polarisation (des Aethers) stattfindet, würde man statt (18′) erhalten:

$$\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} = 4\pi\lambda X + \frac{\partial}{\partial t}(X + \Sigma \mathfrak{X}_h).$$

λ ist die specifische elektrostatisch gemessene Leitungsfähigkeit des Körpers. Man würde dann anstatt (21) erhalten:

$$\pi^2 = A^2 [-i 4\pi\lambda\tau + 1 + \Sigma \varepsilon_h(\tau)] [1 + \Sigma \mu_h(\tau)], \tag{21'}$$

d. h. für sehr langsame Schwingungen:

$$(p^2 - p'^2) = A^2 \varepsilon\mu, \qquad 2pp' = A^2 \cdot 4\pi\lambda\tau, \tag{25}$$

wo ε und μ nach (20) als Dielektricitäts- resp. Magnetisirungsconstante des Metalls definirt sind. Für sehr schnelle Schwingungen dagegen würde (21′) ergeben, falls man $\varepsilon_h(\tau)$ in der einfachsten Form:

$$\frac{\varepsilon_h}{1 + i\frac{a_h}{\tau} - \frac{b_h}{\tau^2}}$$

annimmt

$$\begin{aligned} p^2 - p^{2\prime} &= A^2 \left[1 + \Sigma \varepsilon_h \frac{1 - \frac{b_h}{\tau^2}}{\left(1 - \frac{b_h}{\tau^2}\right)^2 + \frac{a_h^2}{\tau^2}} \right] \\ 2pp' &= A^2 \left[4\pi\lambda\tau + \Sigma \frac{\varepsilon_h a_h/\tau}{\left(1 - \frac{b_h}{\tau^2}\right)^2 + \frac{a_h}{\tau^2}} \right] \end{aligned} \tag{26}$$

Man erkennt, dass, falls $p^2 < p'^2$ ist, dann die Schwingungsdauer τ kleiner sein muss als mindestens eine Eigenschwingungsdauer $\tau_1 = \sqrt{b_h}$ des Metalls. Da in der That für Lichtschwingungen in Metallen p^2 stets kleiner als p'^2 gefunden ist (cf. weiter unten, Abschnitt: Absorbirende Medien), so muss man nach dieser Theorie[2]) annehmen, dass die Metalle Eigenschwingungen im Ultrarothen besitzen.

P. Drude.

---

[1]) Der Anschauung, dass m_0 von m verschieden ist, würde hier entsprechen, dass die Dielectricitätsconstante ε_0 des Aethers innerhalb eines Körpers von der des freien Aethers verschieden ist. Man würde dann statt (18′) setzen $\mathfrak{X} = \varepsilon_0 X + \Sigma \mathfrak{X}_h$.

[2]) Weiter unten wird auch noch ein anderer Ansatz besprochen werden, welcher die optischen Eigenschaften der Metalle nach der elektromagnetischen Theorie zu erklären bezweckt.