universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Optik

Winkelmann, Adolph

1894

Die Gesetze der Lichtbewegung für absorbirende Medien

urn:nbn:at:at-ubi:2-7838

Die Gesetze der Lichtbewegung für absorbirende Medien.

Absorbirende Medien werden diejenigen genannt, welche der Intensität des durch sie hindurchgegangenen Lichtes eine Schwächung ertheilen, die mit der Grösse des von den Lichtstrahlen im absorbirenden Medium zurückgelegten Weges stark zunimmt. Es ist daraus zu schliessen, dass die Lichtbewegung im Innern eines solchen Mediums eine solche mit variabler Amplitude ist (nach der Bezeichnung der pag. 742).

In hervorragendem Maasse gehören die Metalle zu den absorbirenden Medien, indem bei dieser die Absorption eine solche Grösse erreicht, dass nur mit grossen Schwierigkeiten überhaupt hinreichend dünne Metallschichten, welche durchsichtig sind, hergestellt werden können. Dagegen bietet die Beobachtung des an den Metallen reflektirten Lichtes keinerlei Schwierigkeiten. Dasselbe befolgt andere Gesetze, als wir sie bei durchsichtigen Medien kennen gelernt haben. Dies hat zuerst ARAGO[1]) bei der Betrachtung der zwischen einer Glaslinse und einem Metallspiegel erzeugten NEWTON'schen Ringe im polarisirten Lichte erkannt, welche sich von der gewöhnlichen Erscheinung der Ringe zwischen zwei Glasflächen unterscheiden, dagegen in gewisser Weise analog den von AIRY auf Diamant beobachteten Ringen sind (cf. oben pag. 761). — Im Jahre 1815 entdeckte BREWSTER[2]), dass die Reflexion von Metallflächen linear polarisirtem Lichte dieselben Eigenschaften ertheilt, wie der Durchgang durch eine dünne Gypsplatte. Man muss daraus schliessen, dass das reflektirte Licht elliptisch polarisirt ist.

Einige Zeit darauf veröffentlichte BREWSTER[3]) eine grössere Abhandlung, in der die Erscheinungen der elliptischen Polarisation des Lichtes durch Metallreflexion näher und ausführlicher auseinandergesetzt wurden. U. a. fand er, dass durch mehrfache Reflexion unter demselben Einfallswinkel das reflektirte Licht zu linear polarisirtem werden kann.

F. NEUMANN[4]) zeigte, dass die vielen von BREWSTER beobachteten complicirten Erscheinungen sich aus zwei Grundsätzen erklären liessen, welche lauten:

1) Die Intensität (oder die Amplitude) eines von einer Metallfläche reflektirten Lichtstrahles ist bei demselben Einfallswinkel verschieden, je nachdem seine Polarisationsebene parallel oder senkrecht zur Einfallsebene liegt. Ist der Einfallswinkel 0° oder 90°, so ist das Verhältniss der Intensitäten gleich 1; für eine gewisse Grösse des Einfallswinkels (für den sogen. Haupteinfallswinkel) ist das Verhältniss ein Minimum, doch stets von Null verschieden.

2) Zwei von einer Metallfläche unter demselben Einfallswinkel reflektirte Lichtstrahlen, von denen der eine parallel, der andere senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist, verhalten sich so, dass der erstere dem anderen um einen Bruchtheil einer Wellenlänge voraus ist. Dieser Bruchtheil hat den Werth $\frac{1}{4}$ beim Haupteinfallswinkel, von diesem Werthe aus ändert er sich stetig bis zu 0 resp. $\frac{1}{2}$, welche Beträge er bei streifender, resp. senkrechter Incidenz annimmt.

---

[1]) ARAGO, Mém. de soc. d'Arc. 3, pag. 323. 1817. — ARAGO's Werke, deutsch v. HANKEL, Bd. 10, pag. 12. Die Versuche sind schon im Jahre 1811 angestellt.

[2]) BIOT, Traité de phys. 4, pag. 580—599. 1816. — Lettre of Dr. BREWSTER to Dr. TH. YOUNG, Works of Dr. YOUNG by PEACOCK 1, pag. 359.

[3]) D. BREWSTER, Phil. Trans. 1830, 2, pag. 287. — POGG. Ann. 21, pag. 219. 1831.

[4]) F. NEUMANN, POGG. Ann. 26, pag. 89. 1832.

Die nächste Aufgabe zur numerischen Berechnung der Erscheinungen war daher jetzt, die Werthe des Intensitätsverhältnisses und des Gangunterschiedes als Function des Einfallswinkels zu ermitteln. NEUMANN stellte Formeln hierfür auf, welche jedoch nicht von einer strengeren theoretischen Grundlage aus, sondern nach Analogie der Formeln für Totalreflexion, welche ja der Metallreflexion in mancher Hinsicht ähnlich ist, gebildet waren. Die NEUMANN'schen Formeln[1]) sind daher mehr als Interpolationsformeln anzusehen, die allerdings die Beobachtungen mit einer gewissen Annäherung darstellten, jedoch nicht einen Schluss auf andere optische Vorgänge, z. B. auf die Lichtbewegung im Innern des Metalls und damit auf seine optische Natur, d. h. seine Constanten, gestatteten.

In ähnlicher Weise stellte MAC CULLAGH[2]), von der Analogie zwischen Metallreflexion und Totalreflexion geleitet, Interpolationsformeln auf. Auch diese sind zum grossen Theil als im Einklang mit der Erfahrung stehend, anzusehen, da sie sich theilweise in die von CAUCHY gegebenen Formeln überführen lassen, und letztere an der Hand des Experimentes zahlreich bestätigt worden sind. Wir werden auf die CAUCHY'sche Theorie nun ausführlicher eingehen.

I. Theorie.

CAUCHY hat nur für isotrope Körper, also z. B. die Metalle, eine Theorie gegeben[3]). Er hat dieselbe nicht ausführlich mitgetheilt, sondern nur die Resultate der Rechnung und die Hypothesen, von welchen er ausgegangen ist. Später sind von BEER[4]), EISENLOHR[5]) und STRUTT[6]) Ableitungen der CAUCHY-schen Formeln aus den Hypothesen der Theorie gegeben, indess sind diese Ableitungen nicht frei von jeder willkürlichen Annahme[7]).

Die Hypothesen CAUCHY's beziehen sich hauptsächlich auf die Grenzbedingungen, welche in derselben Form (als Continuitätsbedingungen der Geschwindigkeiten des Aethers und der ersten Differentialquotienten derselben nach den Coordinaten) angewandt werden, wie bei durchsichtigen Medien (vergl. oben pag. 650); für die Lichtbewegung im Innern des Metalls wird von vornherein angenommen, dass sie eine solche variabler Amplitude sei. Wie oben pag. 742 auseinandergesetzt, ist für diese mindestens eine der in den Formeln (3) auftretenden Grössen μ, ν, π complex. Bei isotropen durchsichtigen Medien haben nach pag. 749, Formel (21) die μ, ν, π der Gleichung

$$\mu^2 + \nu^2 + \pi^2 = \frac{1}{a} \cdot \qquad (1^*)$$

zu genügen, wo a das Quadrat der Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit in dem durchsichtigen Medium bedeutet. Um complexe Werthe eines der μ, ν, π zu erhalten, kann man nun annehmen, dass diese Grössen bei absorbirenden Medien einer Gleichung von derselben Form wie (1*) genügen, dass aber nun die rechte Seite jener Gleichung, welche durch die optische Natur des Mediums bestimmt ist, eine complexe Grösse bezeichnet. Durch diese ist dann nicht

[1]) Sie sind durch WILD, POGG. Ann. 99, pag. 235. 1856, mitgetheilt.

[2]) MAC CULLAGH, Trans. of Irish Acad. 28, part 1, 1837.

[3]) A. CAUCHY, Compt. rend. 2, pag. 427. 1836; 8, pag. 553, 658, 1839; 9, pag. 727. 1839; 26, pag. 86. 1847. — Liouvill. Journ. (1) 7, pag. 338. 1839.

[4]) A. BEER, POGG. Ann. 92, pag. 402. 1854.

[5]) F. EISENLOHR, POGG. Ann. 104, pag. 346. 1858.

[6]) STRUTT, Phil. Mag. (4) 43, pag. 321. 1872.

[7]) Vergl. P. DRUDE, WIED. Ann. 35, pag. 508. 1889.

nur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in dem betrachteten Medium, sondern auch zugleich seine Absorption bestimmt.

Die CAUCHY'schen Formeln sind nun in der That so gebildet, dass sie diese Annahme machen. Im Uebrigen sind sie den FRESNEL'schen Formeln für die Reflexion an durchsichtigen Körpern analog, d. h. es treten für die Amplituden des reflektirten Lichtes dieselben trigonometrischen Functionen des Einfallswinkels und Brechungswinkels auf, nur ist letzterer keine reelle, sondern eine complexe Grösse, indem der Brechungsexponent des Metalls als complex angenommen wird. Durch Trennung der reellen von den imaginären Bestandtheilen in den Formeln für die complexen Amplituden ergeben sich auf dem pag. 778 eingeschlagenen Wege die durch Reflexion (und Brechung) hervorgerufenen Intensitäts- und Phasenänderungen.

Die CAUCHY'schen Formeln genügen insofern dem praktischen Bedürfniss, als sie nicht nur die Natur des reflektirten Lichtes für jeden beliebigen Einfallswinkel zu berechnen erlauben, wenn dieselbe bei einem Einfallswinkel beobachtet ist, sondern auch aus den Reflexionsbeobachtungen in richtiger Weise Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Absorption des im Metall fortgepflanzten Lichtes, d. h. die optische Natur des Metalls, zu ermitteln gestatten.

Die Einführung eines complexen Brechungsexponenten genügt aber nicht den theoretischen Anforderungen, wenn nicht dieselbe aus den Hauptgleichungen des Lichtvectors gerechtfertigt wird. Diese sind bei CAUCHY nicht aufgestellt.

Wie aus dem bei der »Theorie der anomalen Dispersion« [oben pag. 675, Formel (2)] Erörterten hervorgeht, wird man zu complexen Brechungsexponenten, d. h. zu Absorption, geführt, wenn man die Bewegung der ponderabeln Moleküle als mit Reibung behaftet annimmt [δ von Null verschieden in der dortigen Formel (2)]. In ähnlicher Weise sind die Hauptgleichungen und Grenzbedingungen für absorbirende Medien von KETTELER[1]) aufgestellt, und zwar für den FRESNEL'schen Lichtvector. Es ergiebt sich Uebereinstimmung mit den CAUCHY'schen Formeln[2]).

In anderer Weise hat VOIGT[3]) für den NEUMANN'schen Lichtvector die Form der Gleichungen in absorbirenden Medien bestimmt.

VOIGT nimmt nicht ein Mitschwingen der ponderabeln Moleküle an und geht demgemäss nur von einem System von Hauptgleichungen aus. Er sucht die Form derselben unter der Bedingung, dass ausser Energie erhaltenden Termen auch solche auftreten, welche die Energie des Aethers für jede Art von Bewegung (nicht nur für periodische Bewegungen) vermindern. Unter der Berücksichtigung der Incompressibilitätsbedingung ergeben sich dann für absorbirende Medien Hauptgleichungen, deren rechte Seiten dieselben Differentialquotienten der Componenten u, v, w des Lichtvectors nach den Coordinaten enthalten, wie in durchsichtigen Medien. Nur treten ausser beliebig hohen geraden Differentialquotienten der u, v, w nach der Zeit t, welche in letzteren Medien allein vorkommen, noch beliebig[4]) hohe ungerade nach t in absorbirenden Medien auf.

---

[1]) E. KETTETER, Verh. des naturhist. Ver. für Rheinl. Westph. Jahrg. 32 (4) 2, pag. 70. 1875. — Jahrg. 33 (4) 2, pag. 36. 1876. — CARL's Repert. 12, pag. 354. — POGG. Ann. 160, pag. 468. 1877. — WIED. Ann. 1, pag. 229. 1877; 7, pag. 119. 1879 etc. — Theoret. Optik, pag. 198 u. ff.

[2]) Vergl. E. KETTELER, WIED. Ann. 3, pag. 95, 284. 1878; 22, pag. 11. 1884.

[3]) W. VOIGT, WIED. Ann. 23, pag. 104, 554, 577. 1884; 31, pag. 233. 1887; 43, pag. 410. 1891.

[4]) Diese Erweiterung des VOIGT'schen Ansatzes ist von P. DRUDE in den Gött. Nachr. 1892, No. 10, pag. 384 gegeben.

Da nun für periodische Bewegungen ist

$$\frac{\partial^{(2n+1)} u}{\partial t^{(2n+1)}} = \frac{i}{\tau} \cdot \frac{\partial^{(2n)} u}{\partial t^{(2n)}} \text{ etc.},$$

falls man setzt $u = e^{\frac{i}{\tau} t} \cdots$, so ergiebt sich hieraus, dass die optischen Hauptgleichungen für absorbirende Medien nur dadurch verschieden sind von den für durchsichtige Medien gültigen, dass die Coëfficienten der Differentialquotienten von u, v, w nach den Coordinaten complexe Werthe annehmen. — Wie es oben pag. 667 in der »Theorie der durchsichtigen Medien« erwähnt ist, erhält daher VOIGT auch hier die Superposition zweier Kräftesysteme, die man das FRESNEL'sche und das NEUMANN'sche nennen kann. Letzteres wird aber allein beibehalten, weil sich sonst keine linearen Grenzbedingungen ergeben (cf. oben pag. 668).

Zu ihrer Ableitung wird wiederum die Continuität des Lichtvectors zu beiden Seiten der Grenze und das Energieprincip verwandt, letzteres in der Weise, dass der Uebergang des Lichtes über die Grenze zweier absorbirender Medien ohne Energieverlust stattfinden soll. Es ergeben sich dadurch die Grenzbedingungen[1]) in derselben Form, wie bei durchsichtigen Medien, nur sind die optischen Constanten complex. — Aus dem Erörterten ist ohne Weiteres klar, dass man für isotrope absorbirende Medien, d. h. z. B. Metalle, die früher abgeleiteten NEUMANN'schen Reflexionsformeln erhält, falls man den Brechungsexponenten complex annimmt, und damit ergiebt sich die Identität der aus VOIGT's Theorie fliessenden Resultate mit denen der CAUCHY'schen Formeln[2]).

Die elektromagnetische Theorie, deren Ansatz für Metalle oben pag. 686 in der Theorie der anomalen Dispersion gegeben ist, liefert wiederum sowohl für den FRESNEL'schen, als für den NEUMANN'schen Standpunkt Erklärungssysteme, und zwar für ersteren, wenn man die elektrische Polarisation oder die elektrische Kraft (quasi-transversale Wellen), für letzteren, wenn man die magnetische Kraft als Lichtvector einführt. Die sich dadurch ergebenden Erklärungssysteme sind mit dem KETTELER'schen resp. VOIGT'schen identisch[3]). Daraus folgt die Identität der Resultate der genannten Theorieen auch für krystallinische Medien. — In welcher Weise die elektromagnetische Theorie eine Abhängigkeit der optisch-elektrischen Constanten von der Schwingungsdauer liefert, soll weiter unten bei der Besprechung der optischen Eigenschaften der Metalle erörtert werden. Vorläufig wollen wir diese Constanten als unbekannte Functionen von T ansehen.

Nach dem Erörterten können wir hier von den früher pag. 669 bis 671 für durchsichtige Krystalle gegebenen Erklärungssystemen ausgehen, wenn wir die dort auftretenden Constanten a_{hk}, oder ε_{hk} als complex annehmen. Wählen wir z. B. die früheren Gleichungen (20) und (21) (pag. 671) des FRESNEL'schen Vectors als Ausgangspunkt, so ergiebt sich hier:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta \frac{\partial H}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial H}{\partial v} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial H}{\partial w}\right), \tag{1}$$

. . . . . .

$$H = H_1 + iH_2,$$

$$2H_1 = a_{11}u^2 + a_{22}v^2 + a_{33}w^2 + 2a_{23}vw + 2a_{31}wu + 2a_{12}uv, \tag{2}$$

$$2H_2 = a_{11}'u^2 + a_{22}'v^2 + a_{33}'w^2 + 2a_{23}'vw + 2a_{31}'wu + 2a_{12}'uv. \tag{2'}$$

[1]) Für Krystalle sind sie nach VOIGT's Theorie zuerst von P. DRUDE in WIED. Ann. 32, pag. 584. 1887 aufgestellt.

[2]) Dies ist ausführlicher behandelt von P. DRUDE (WIED. Ann. 35, pag. 508. 1888).

[3]) Vergl. P. DRUDE, Gött. Nachr. 1892, No. 11, pag. 398.

Ein absorbirender (nicht aktiver) Krystall kann demnach 12 optische Constanten (die noch von der Farbe abhängen) besitzen. — Für durchsichtige Krystalle verschwinden die Coëfficienten a_{hk}'.

Durch Transformation des Coordinatensystems kann man entweder H_1 auf die Form bringen:

$$2H_1 = au^2 + bv^2 + cw^2, \tag{3}$$

oder H_2 auf die Form

$$2H_2 = a'u^2 + b'v^2 + c'w^2. \tag{3'}$$

Nennt man die ersteren Richtungen des Coordinatensystems optische Elasticitätsaxen (s_1, s_2, s_3), die letzteren Richtungen Absorptionsaxen (s_1', s_2', s_3'), so kann man als die charakteristischen optischen Constanten eines absorbirenden Krystalls auch die 6 Grössen a, b, c, a', b', c', sowie die Orientirung der beiden genannten Axensysteme gegen die krystallographischen Axen ansehen. Legt man aber ein für allemal das Coordinatensystem in die optischen Elasticitätsaxen, so besitzt ein Krystall im allgemeinsten Falle (triklines System) noch 9 optische Constanten, ein monokliner Krystall besitzt deren 7, da eine der Absorptionsaxen mit einer der Elasticitätsaxen zusammenfallen muss; in einem rhombischen Krystall müssen beide Axensysteme zusammenfallen, daher bleiben nur noch 6 optische Constanten übrig, die sich auf 4 reduciren für die Krystalle noch höherer Symmetrie, d. h. die tetragonalen und hexagonalen, und schliesslich auf 2 für reguläre Krystalle und isotrope Körper.

Bei verschwindender Absorption, d. h. für $a' = b' = c' = 0$ haben die a, b, c nach pag. 689 die Bedeutung der Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten, sie sind also positive Grössen. Diese Bedeutung haben dieselben bei stark absorbirenden Krystallen nicht mehr, wie unten näher ausgeführt werden soll; ja es kann vorkommen — und bei sämmtlichen Metallen ist dies der Fall —, dass die a, b, c negative Werthe besitzen. Auf die Erklärung dieser Thatsache, welche aus einfachen Vorstellungen über Molekularkräfte von einerlei Art wohl nicht zu geben ist, soll weiter unten eingegangen werden.

II. Gesetze der Lichtbewegung für Wellen, deren Amplitude längs der Wellenebene constant ist.

Macht man wiederum den für ebene Wellen gültigen Ansatz:

$$u = \mathrm{M} \cdot e^{\frac{i}{\tau}\rho}, \quad v = \mathrm{N} \cdot e^{\frac{i}{\tau}\rho}, \quad w = \Pi \cdot e^{\frac{i}{\tau}\rho}, \qquad \rho = t - \mu x - \nu y - \pi z, \tag{4}$$

so erkennt man, dass den Hauptgleichungen (1) nicht genügt werden kann, wenn man in dem Ausdruck für ρ die μ, ν, π als reell annimmt. Da sie complex sind, so entspricht dies einer Wellenbewegung, deren Amplitude längs der Wellennormalen variirt. Untersuchen wir zunächst nur solche Wellenbewegungen, deren Amplitude in der Wellenebene constant ist[1]), so muss man die imaginären Bestandtheile in den μ, ν, π den reellen proportional setzen, d. h. schreiben:

$$\mu = m\frac{1 - i\varkappa}{\omega}, \quad \nu = n\frac{1 - i\varkappa}{\omega}, \quad \pi = p\frac{1 - i\varkappa}{\omega}, \qquad m^2 + n^2 + p^2 = 1. \tag{5}$$

m, n, p sind die Richtungscosinus der Wellennormale, ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle in der Richtung der Normalen, $\varkappa$ bestimmt die Abnahme der Amplitude in jener Richtung, indem das Verhältniss der Amplituden

[1]) Man erhält diese Bewegungen experimentell, wenn das Licht aus einem umgebenden durchsichtigen Medium senkrecht auf die Grenzfläche eines absorbirenden trifft.

in zwei um die Länge 1 von einander abstehenden Wellenebenen gleich $e^{-\frac{\varkappa}{\tau\omega}}$ ist. Es soll $\varkappa/\omega$ der Absorptioncoëfficient, $\varkappa$ der Absorptionsindex genannt werden.

Man kann die Formeln, welche oben pag. 687 u. ff. im Capitel »Doppelbrechung« für durchsichtige Krystalle entwickelt sind, direkt nach hier übertragen, wenn man $2H$ in die canonische Form bringt

$$2H = \alpha u^2 + \beta v^2 + \gamma w^2. \tag{6}$$

Es ist dies nämlich auch möglich durch Transformation des Coordinatensystems, d. h. durch Anwendung der Formeln:

$$\begin{aligned} x' &= \varepsilon_1 x + \eta_1 y + \zeta_1 z, \\ y' &= \varepsilon_2 x + \eta_2 y + \zeta_2 z, \\ z' &= \varepsilon_3 x + \eta_3 y + \zeta_3 z, \end{aligned} \tag{7}$$

wobei die ε, η, ζ denselben analytischen Bedingungen genügen sollen, wie die Richtungscosinus dreier zu einander rechtwinkliger Strecken, d. h. den Bedingungen:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 = \varepsilon_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2 = \varepsilon_3^2 + \eta_3^2 + \zeta_3^2 = 1, \\ &\varepsilon_1\varepsilon_2 + \eta_1\eta_2 + \zeta_1\zeta_2 = \varepsilon_2\varepsilon_3 + \eta_2\eta_3 + \zeta_2\zeta_3 = \varepsilon_3\varepsilon_1 + \eta_3\eta_1 + \zeta_3\zeta_1 = 0, \\ &\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 = \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 = \zeta_1^2 + \zeta_2^2 + \zeta_3^2 = 1, \\ &\varepsilon_1\eta_1 + \varepsilon_2\eta_2 + \varepsilon_3\eta_3 = \eta_1\zeta_1 + \eta_2\zeta_2 + \eta_3\zeta_3 = \zeta_1\varepsilon_1 + \zeta_2\varepsilon_2 + \zeta_3\varepsilon_3 = 0, \end{aligned} \tag{8}$$

nur können im allgemeinen Falle die ε, η, ζ nicht mehr reell sein, d. h. sie besitzen nicht die früher gegebene geometrische Bedeutung von wirklichen Richtungscosinus gewisser Strecken.

Durch welche Gleichungen die ε, η, ζ bestimmt werden, findet man, wenn man den Ausdruck (6) mit denen (2) und (2') vergleicht. Setzt man $\alpha_{hk} = a_{hk} + i a_{hk}'$, so liefert diese Vergleichung:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \alpha\varepsilon_1^2 + \beta\varepsilon_2^2 + \gamma\varepsilon_3^2, \\ \alpha_{22} &= \alpha\eta_1^2 + \beta\eta_2^2 + \gamma\eta_3^2, \\ \alpha_{33} &= \alpha\zeta_1^2 + \beta\zeta_2^2 + \gamma\zeta_3^2, \\ \alpha_{23} &= \alpha_{32} = \alpha\eta_1\zeta_1 + \beta\eta_2\zeta_2 + \gamma\eta_3\zeta_3, \\ \alpha_{31} &= \alpha_{32} = \alpha\zeta_1\varepsilon_1 + \beta\zeta_2\varepsilon_2 + \gamma\zeta_3\varepsilon_3, \\ \alpha_{12} &= \alpha_{21} = \alpha\varepsilon_1\eta_1 + \beta\varepsilon_2\eta_2 + \gamma\varepsilon_3\eta_3. \end{aligned} \tag{9}$$

Aus diesen Gleichungen erhält man sofort unter Rücksicht auf die Relationen (8) drei Systeme von je drei Gleichungen, welche in das Formelsystem zusammengefasst werden können:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_h(\alpha_{11} - \alpha_h) + \eta_h\alpha_{12} + \zeta_h\alpha_{13} = 0, \\ &\varepsilon_h\alpha_{21} + \eta_h(\alpha_{22} - \alpha_h) + \zeta_h\alpha_{23} = 0, \\ &\varepsilon_h\alpha_{31} + \eta_h\alpha_{32} + \zeta_h(\alpha_{33} - \alpha_h) = 0, \\ &h = 1,\ 2,\ 3, \quad \alpha_1 = \alpha, \quad \alpha_2 = \beta, \quad \alpha_3 = \gamma. \end{aligned} \tag{10}$$

Diese Formelsysteme dienen zur Bestimmung der α, β, γ, ε_h, η_h, ζ_h aus den α_{hk}. Man erhält nämlich durch Elimination der ε_h, η_h, ζ_h aus (10) eine kubische Gleichung für α_h, welche in der Form der Determinante zu schreiben ist:

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} - \alpha_h, & \alpha_{12}, & \alpha_{13} \\ \alpha_{21}, & \alpha_{22} - \alpha_h, & \alpha_{23} \\ \alpha_{31}, & \alpha_{32}, & \alpha_{33} - \alpha_h \end{vmatrix} = 0. \tag{11}$$

Die drei Wurzeln dieser kubischen Gleichung ergeben die Werthe von α, β, γ, und durch Einsetzen ihrer Werthe in (10) erhält man unter Rücksicht auf (8) die Werthe der ε_h, η_h, ζ_h.

Wie die Gleichungen (10) lehren, sind in der That die ε, η, ζ complex. Nur falls die Richtungen der Elasticitätsaxen mit denen der Absorptionsaxen zu-

sammenfallen, d. h. für rhombische, tetragonale, hexagonale und reguläre Krystalle werden die ε, η, ζ reell und bezeichnen dann die Richtungscosinus jener Axensysteme.

Gerade wie früher pag. 689 aus den Hauptgleichungen sich die Formel (8) für ω ergab, folgt hier für die Grösse

$$\Omega = \frac{\omega}{1 - i\varkappa}, \tag{12}$$

$$\frac{m'^2}{\alpha - \Omega^2} + \frac{n'^2}{\beta - \Omega^2} + \frac{p'^2}{\gamma - \Omega^2} = 0. \tag{13}$$

Hierin bezeichnen m', n', p' die Richtungscosinus der Wellennormale gegen die (complexen) Richtungen des neu eingeführten Coordinatensystemes x', y', z', d. h. sie sind aus den Richtungscosinus m, n, p der Wellennormale gegen die ursprünglichen (reellen) Coordinatenaxen nach den Formeln zu berechnen:

$$m' = \varepsilon_1 m + \eta_1 n + \zeta_1 p,\quad n' = \varepsilon_2 m + \eta_2 n + \zeta_2 p,\quad p' = \varepsilon_3 m + \eta_3 n + \zeta_3 p. \tag{14}$$

Kennzeichnet man die beiden Werthe Ω^2, welche nach dieser Gleichung zu der Richtung m', n', p gehören, sowie die zugehörigen Werthe der Amplituden M, N, Π, welche sich auf das durch (7) definirte Coordinatensystem beziehen, durch untere Indices o und e, so folgt genau so wie die früheren Formeln (10) der pag. 689 hier

$$\begin{aligned} \mathrm{M}_o : \mathrm{N}_o : \Pi_o &= \frac{m'}{\alpha - \Omega_o^2} : \frac{n'}{\beta - \Omega_o^2} : \frac{p'}{\gamma - \Omega_o^2}, \\ \mathrm{M}_e : \mathrm{N}_e : \Pi_e &= \frac{m'}{\alpha - \Omega_e^2} : \frac{n'}{\beta - \Omega_e^2} : \frac{p'}{\gamma - \Omega_e^2}. \end{aligned} \tag{15}$$

Von diesen für den FRESNEL'schen Vector gültigen Formeln gelangt man zu den für den NEUMANN'chen Vector gültigen, wenn man auf den linken Seiten jener beiden Proportionen (15) die Indices o und e gegenseitig vertauscht (cf. oben pag. 689).

Nach (15) besitzen die M, N, Π complexe Werthe. Es pflanzen sich daher im Krystall zwei elliptisch polarisirte Wellen fort.

Die Ebenen beider Ellipsen liegen senkrecht zur Wellennormale, d. h. in der Wellenebene.

Aus (15) und (13) folgt analog wie früher pag. 689 für durchsichtige Medien abgeleitet ist:

$$\mathrm{M}_o \mathrm{M}_e + \mathrm{N}_o \mathrm{N}_e + \Pi_o \Pi_e = 0. \tag{16}$$

Diese Relation spricht bei reellen M, N, Π (in durchsichtigen Krystallen) aus, dass die beiden zu derselben Wellennormale zugehörigen Lichtschwingungen senkrecht zu einander liegen. Hier, wo die M, N, Π complex hat, hat sie eine andere einfache geometrische Bedeutung.

Setzt man

$$\mathrm{M} = M + iM', \qquad \mathrm{N} = N + iN', \qquad \Pi = P + iP',$$

so kann man durch passende Wahl[1]) des Anfangspunktes der Zeit, wie wir früher pag. 790 sahen, die Gleichung als erfüllt ansehen:

$$MM' + NN' + PP' = 0.$$

Wie dort des Näheren ausgeführt war, ist in diesem Falle

$$\begin{aligned} M &= r\cos\alpha, & N &= r\cos\beta, & P &= r\cos\gamma, \\ M' &= r'\cos\alpha', & N' &= r'\cos\beta', & P' &= r'\cos\gamma, \end{aligned} \tag{17}$$

wobei r und r' die Längen der Hauptaxen der elliptischen Bahnen sind und α, β, γ resp. α', β', γ' die Winkel, welche die Hauptaxen mit den Coordinatenaxen einschliessen.

[1]) Diese Wahl ist für beide Wellen o und e verschieden.

Die Gleichung (16) zerfällt nun in

$$M_o M_e + N_o N_e + P_o P_e - M_o' M_e' - N_o' N_e' - P_o' P_e' = 0,$$
$$M_o M_e' + N_o N_e' + P_o P_e' + M_o' M_e + N_o' N_e + P_o' P_e + 0.$$

Wegen der Gleichungen (17) erhält man hinaus:

$$r_o r_e \cos(r_o r_e) - r_o' r_e' \cos(r_o' r_e') = 0,$$
$$r_o r_e' \cos(r_o r_e') + r_o' r_e \cos(r_o' r_e) = 0.$$

Da nun beide Bahnellipsen in derselben Ebene liegen (der Wellenebene), so ist

$$\cos(r_o r_e) = \cos(r_o' r_e'),$$
$$\cos(r_o r_e') = -\cos(r_o' r_e) = \pm \sin(r_o r_e).$$

Daher

$$(r_o r_e - r_o' r_e') \cos(r_o r_e) = 0,$$
$$(r_o r_e' - r_o' r_e) \sin(r_o r_e) = 0.$$

Hieraus folgt, dass entweder r_o mit r_e zusammenfällt, und dass $r_o : r_o' = r_e' : r_e$, oder dass r_o mit r_e' zusammenfällt, und dass dann $r_o : r_o' = r_e : r_e'$ ist. Aus beiden Fällen folgt das gemeinsame Resultat: die beiden zu derselben Wellennormale gehörigen Schwingungsellipsen sind einander ähnlich und fallen mit ihren Hauptaxen in inverser Lage zusammen.

Die Gleichung (13) zerfällt durch Trennung der reellen von den imaginären Bestandtheilen in zwei simultane Gleichungen für ω und $\varkappa$. Die Abhängigkeit der einen dieser Grössen, z. B. des ω allein, von den Richtungscosinus m, n, p der Wellennormale ist in dem Allgemeinen bisher betrachteten Falle sehr complicirt. Es gelten also nicht mehr die FRESNEL'schen Gesetze der durchsichtigen Krystalle. — Dieselben behalten aber ihre Gültigkeit bei geringem Betrage der Absorption, wenn diese nämlich so klein ist, dass man die Quadrate der Grössen a_{hk}' der Formel (2') gegen die der a_{hk} vernachlässigen kann. Diese Vernachlässigung ist bei allen denjenigen Krystallen, welche man überhaupt noch bequem im durchgehenden Lichte beobachten kann, unbedenklich gestattet, und daher möge jetzt dieser Fall als der alleinige, welcher experimentelles Interesse beansprucht, näher ins Auge gefasst werden.

Wie schon bemerkt, gelten für schwach absorbirende (gefärbte) Krystalle dieselben Gesetze für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wie für völlig durchsichtige Krystalle[1]). Die Grössen a, b, c der Formel (3) ergeben daher die Quadrate der Lichtgeschwindigkeiten in Richtung der optischen Elasticitätsaxen, die sogenannten Hauptlichtgeschwindigkeiten. — In der Nähe der optischen Axen treten die früher pag. 701, 702 beschriebenen Erscheinungen auch hier ein.

Die Abhängigkeit des $\varkappa$ von der Richtung ergiebt sich am einfachsten, wenn man das Produkt $\varkappa\omega^2$ untersucht. Für dieses folgt nämlich (bei Annahme des FRESNEL'schen Lichtvectors):

$$2\varkappa\omega^2 = a' \cos^2 h_1 + b' \cos^2 h_2 + c' \cos^2 h_3, \qquad (18)$$

falls h_1, h_2, h_3 die Winkel der grossen Axe der Schwingungsellipse gegen die Absorptionsaxen bezeichnen. Die Grössen a', b', c' sind durch die Formel (3') definirt.

Der Absorptionscoëfficient $\varkappa : \omega$, auf den es z. B. ankommt, falls man die Abhängigkeit der Durchsichtigkeit einer Krystallplatte von ihrer Orientirung und ihren Dichroismus studiren will, hängt in complicirter Weise von den Richtungsconsinus m, n, p der Wellennormale ab. Stellt man diese Abhängigkeit geometrisch durch eine Fläche dar, indem man auf jeder Richtung der Wellennormalen die

[1]) Betreffs des näheren Nachweises dieses und der folgenden Sätze vergl. P. DRUDE, WIED. Ann. 40, pag. 665. 1890.

zugehörigen Werthe der beiden Absorptionscoëfficienten von einem festen Punkte aus aufträgt, so erhält man eine Fläche mit zwei Schalen, welche eine gewisse Aehnlichkeit mit der Wellennormalenfläche und Strahlenfläche besitzt. Sie unterscheidet sich aber dadurch von den letzteren wesentlich, dass die beiden Schalen nicht in discreten Punkten (Richtungen der optischen — und Strahlen-Axen), sondern längs gewisser Curvenstücke zusammenhängen, die bei monoklinen und triklinen Krystallen unsymmetrisch zu den durch die optischen Elastititätsaxen gelegten Ebenen liegen. Es giebt also unendlich viel Richtungen für die Wellennormalen, in welchen beide Wellen gleichen Absorptionscoëfficienten aufweisen. Eine Platte, welche senkrecht zu einer solchen Richtung geschnitten ist, zeigt daher keine Helligkeitsunterschiede, wenn man sie in senkrecht durchfallendem Lichte durch ein NICOL'sches Prisma betrachtet und dasselbe dreht. Diese Curven gleicher Absorption gehen aber im Allgemeinen nicht durch die optischen Axen, d. h. die Richtungen gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit. In Folge der ungleichen Absorption erweist sich daher eine Welle natürlichen Lichtes, dessen Normale den Krystall in Richtung einer optischen Axe durchsetzt hat, als polarisirt.

Die Richtungen der grössten und kleinsten Absorptionscoëfficienten liegen in triklinen und monoklinen Krystallen nicht rechtwinklig zu einander. Für letztere ist dieses Resultat von LASPEYRES[1]) am Piemontit und RAMSAY[2]) am Epidot constatirt. DRUDE[3]) hat die Beobachtungen RAMSAY's auch quantitativ mit der Theorie in Uebereinstimmung gefunden[4]).

Bei Krystallen des rhombischen Systems haben m', n', p' die Bedeutung der Richtungscosinus der Wellennormale gegen die krystallographischen Axen, welche mit den optischen Elasticitätsaxen und den Absorptionsaxen coincidiren.

Ferner ist hier

$$\alpha = a + ia', \qquad \beta = b + ib', \qquad \gamma = c + ic'.$$

Fällt die Wellennormale successive in eine der drei Symmetrieaxen, so folgt aus (13) und (15):

1) Für $m' = 1$, $n' = p' = 0$:

$$\Omega_o^2 = \beta, \quad M_o = \Pi_o = 0, \quad N_o \gtrless 0,$$
$$\Omega_e^2 = \gamma, \quad M_e = N_e = 0, \quad \Pi_e \gtrless 0.$$

2) Für $n' = 1$, $m' = p' = 0$:

$$\Omega_o^2 = \gamma, \quad M_o = N_o = 0, \quad \Pi_o \gtrless 0,$$
$$\Omega_e^2 = \alpha, \quad N_e = \Pi_e = 0, \quad M_e \gtrless 0.$$

3) Für $p' = 1$, $m' = n' = 0$:

$$\Omega_o^2 = \alpha, \quad N_o = \Pi_o = 0, \quad M_o \gtrless 0,$$
$$\Omega_e^2 = \beta, \quad \Pi_e = M_e = 0, \quad N_e \gtrless 0.$$

Diese Zusammenstellung zeigt, dass für je zwei Hauptrichtungen diejenigen beiden Wellen dieselbe Geschwindigkeit und Absorption besitzen, d. h. auch die gleiche Farbe zeigen, in denen der Lichtvector gleiche Lage hat.

Würde man die Gesetze für den NEUMANN'schen Lichtvector aufstellen, so erhielte man das Resultat, dass diejenigen beiden Wellen gleiche Farbe zeigen, deren Schwingungen senkrecht zu einander sind.

---

[1]) H. LASPEYRES, Zeitschr. f. Kryst. 4, pag. 454. 1880.

[2]) RAMSAY, Zeitschr. f. Kryst. 13, pag. 97. 1887.

[3]) P. DRUDE, Zeitschr. f. Kryst. 13, pag. 574. 1887.

[4]) Die Beobachtungen von H. BECQUEREL (Compt. rend. 108, pag. 891. 1889. — Vergl. auch E. CARVALLO, Compt. rend. 114, pag. 661. 1892) stimmen mit den RAMSAY'schen Beobachtungen und der Theorie nicht überein. — Die BECQUEREL'schen Resultate sind aber auch von A. POTIER (Compt. rend. 114, pag. 661. 1892) nicht bestätigt.

Dieser Vergleich zwischen den Gesetzen von beiderlei Arten Lichtvectoren ist oft benützt[1]), um zu Gunsten der FRESNEL'schen Theorie gegenüber der NEUMANN'schen zu entscheiden. Diese Entscheidung ist natürlich insofern nicht zwingend, als sie sich auf die Hypothese stützt, dass lediglich die Lage des Lichtvectors das Verhalten der Welle bestimmen soll[2]).

Nach beiden Anschauungen (der NEUMANN'schen und FRESNEL'schen) ergiebt sich das Resultat, dass für diejenigen beiden Wellen, welche sich in zwei Hauptrichtungen fortpflanzen und gleiche Farbe aufweisen, ihre Polarisationsebenen senkrecht zu einander liegen. Dies wird durch die Erfahrung leicht bestätigt, wenn man einen parallel zu den Symmetrieebenen geschnittenen Würfel eines absorbirenden Krystalls mit Hilfe eines drehbaren NICOL'schen Prismas betrachtet. Im Allgemeinen zeigt ein solcher Würfel in denjenigen beiden Stellungen des Nicols, in welchen seine Polarisationsebene einer der Würfelseiten parallel ist, zwei verschiedene Färbungen. Sind die durchgehenden Lichtstrahlen successive parallel einer der Würfelkanten, so sind also sechs Färbungen wahrzunehmen, welche jedoch zu je zweien nach dem obigen Gesetze einander gleich sind. Diese Krystalle werden daher auch trichroitisch genannt.

Besondere Wirkungen der Absorption werden in optisch zweiaxigen Krystallen in der unmittelbaren Umgebung der optischen Axen beobachtet. Liegt die Wellennormale in einer Ebene, welche um den Winkel ψ gegen die Ebene der optischen Axen geneigt ist und schliesst sie einen so kleinen Winkel g mit der einen derselben ein, dass das Quadrat desselben gegen 1 zu vernachlässigen ist, so ist[3]) $\varkappa$ von diesem Winkel g unabhängig und nur eine Function von ψ, nämlich:

$$\begin{aligned} 2b\varkappa_o &= (a'\cos^2\chi + c'\sin^2\chi)\cos^2\frac{\psi}{2} + b'\sin^2\frac{\psi}{2}, \\ 2b\varkappa_e &= (a'\cos^2\chi + c'\sin^2\chi)\sin^2\frac{\psi}{2} + b'\cos^2\frac{\psi}{2}, \end{aligned} \tag{19}$$

wobei χ den Winkel, welchen die optischen Axen mit einander einschliessen, bedeutet.

Diese Formeln zeigen, dass, wenn man aus der Ebene der optischen Axen heraus in einem engen Kreiskegel um eine derselben herumgeht bis wieder in die Ebene der Axen hinein, $\varkappa_o$ sich ebenso ändert, als $\varkappa_e$ beim Gehen in der entgegengesetzten Richtung. — Für die optische Axe selbst werden jene Formeln unbestimmt, weil dort ψ seine Bedeutung verliert. Aus der Gleichung (13) folgt in diesem Falle für die in der Ebene der optischen Axen polarisirte Welle:

$$2b\varkappa_o = b',$$

für die dazu senkrecht polarisirte: (19')

$$2b\varkappa_e = a'\cos^2\chi + c'\sin^2\chi.$$

Betrachtet man eine Platte von der Dicke L senkrecht zu einer optischen

---

[1]) Vergl. HAIDINGER, POGG. Ann. 86, pag. 131. 1852. — Reproducirt von MOUSSON, Physik 2, pag. 630. 1872. — MÜLLER-POUILLET, Physik, 1, pag. 804. 1864. — E. CARVALLO, Journ. de Phys. (2) 9, pag. 257. 1890. — Auch E. LOMMEL (WIED. Ann. 44, pag. 311. 1891) hat aus Fluorescenzerscheinungen ähnlich geschlossen.

[2]) FRESNEL machte in der That in seiner Theorie der Doppelbrechung von dieser Hypothese Gebrauch.

[3]) W. VOIGT, WIED. Ann. 23, pag. 595. 1884. — Die entwickelten Formeln gelten streng nur für rhombische Krystalle. Zur Erklärung der Interferenzerscheinungen im polarisirten Licht in qualitativer Hinsicht können sie aber auch auf monokline und trikline Krystalle angewandt werden.

Axe geschnitten im Polarisationsapparat für convergentes Licht (cf. pag. 722) und ist α der Winkel der Polarisationsebene des Polarisators, β der der Polarisationsebene des Analysators mit der Ebene der optischen Axen, so beobachtet man in der Umgebung der Plattennormale eine Lichtintensität J, welche gegeben ist durch:

$$J = A^2\Big[\sin^2\Big(\alpha-\frac{\psi}{2}\Big)\sin^2\Big(\beta-\frac{\psi}{2}\Big)e^{-2\varkappa_o l_o}+\cos^2\Big(\alpha-\frac{\psi}{2}\Big)\cos^2\Big(\beta-\frac{\psi}{2}\Big)e^{-2\varkappa_e l_e}$$
$$+\,2\sin\Big(\alpha-\frac{\psi}{2}\Big)\sin\Big(\beta-\frac{\psi}{2}\Big)\cos\Big(\alpha-\frac{\psi}{2}\Big)\cos\Big(\beta-\frac{\psi}{2}\Big)\cos\delta\cdot e^{-(\varkappa_o l_o+\varkappa_e l_e)}\Big]. \qquad (20)$$

Hierin ist δ die Phasendifferenz der beiden in der durch g und ψ gegebenen Richtung fortgepflanzten Wellen. Ferner ist gesetzt:

$$l_o = L/\tau o, \qquad l_e = L/\tau e.$$

In der Richtung der optischen Axe selbst aber gilt, da auch da zwei Componenten in verschiedener Intensität, wenn auch mit gleicher Geschwindigkeit fortgepflanzt werden:

$$J = A^2\big(\cos\alpha\cos\beta\, e^{-\varkappa_o l_o}+\sin\alpha\sin\beta\, e^{-\varkappa_e l_e}\big)^2. \qquad (21)$$

Da $\cos\delta$ mit wachsender Entfernung von der optischen Axe periodisch Maxima und Minima erreicht, so erhält man im Allgemeinen helle und dunkle Ringe um die Axen. Der Einfluss der Absorption auf die Erscheinung stellt sich am klarsten heraus, wenn man die Platte so dick nimmt, dass das Ringsystem verschwindet, indem die in $\cos\delta$ multiplicirte Exponentialgrösse in Formel (20) sehr klein wird. Trotzdem sind dann die beiden ersten Glieder der Gleichung (20) beizubehalten, weil ihre Exponenten nach den Relationen (19) für gewisse Richtungen sehr klein werden können; dies tritt dagegen nicht ein für den Exponenten des dritten Gliedes. — Für gekreuzte Nicols ist $\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$ und nach (20)

$$J = \frac{A^2}{4}\sin^2(2\alpha-\psi)\big(e^{-2\varkappa_o l_o}+e^{-2\varkappa_e l_e}\big), \qquad (22)$$

für die optische Axe selber ist nach (21)

$$J = \frac{A^2}{4}\sin 2\alpha\,\big(e^{-2\varkappa_o l_o}+e^{-2\varkappa_e l_e}\big). \qquad (22')$$

Der Faktor $\sin(2\alpha-\psi)=0$ giebt die Lage der dunkeln Hauptisogyren (vergl. oben pag. 728). Es ist der zweite Faktor $e^{-2\varkappa_o l_o}+e^{-2\varkappa_e l_e}$ von J aber ebenfalls mit ψ variabel. Es lässt sich allgemein nachweisen, dass dieser Faktor für $\psi=0$ oder $\psi=\pi$ ein Maximum, für $\psi=\frac{\pi}{2}$ oder $\psi=3\frac{\pi}{2}$ ein Minimum besitzt. Daher zeigt die Krystallplatte ausser den Hauptisogyren dunkle Büschel in der Richtung normal zur Ebene der optischen Axen. Nach der Formel (22') findet in der optischen Axe selbst nur Dunkelheit für $\alpha=0$ oder $\alpha=\frac{\pi}{2}$ d. h. in den Normal-Stellungen der Krystallplatte statt. Für andere Lagen, z. B. $\alpha=\pi/4$ (Diagonalstellung) ist also die Hauptisogyre, welche bei durchsichtigen Krystallen als schwarzer Büschel durch die optischen Axen geht, in der optischen Axe selber durch einen hellen Fleck unterbrochen. Diese hellen Axenbilder sind leicht in absorbirenden Krystallen zu beobachten.

Für parallele Nicols ($\alpha=\beta$) wird die Discussion der Resultate complicirter[1]).

[1]) Betreffs der äusseren Ausführung vergl. W. Voigt, Wied. Ann. 23, pag. 599. 1884.

Man muss verschiedene Krystalltypen unterscheiden je nach dem Grössenverhältniss der a', b', c'.

Betrachtet man eine senkrecht zur Axe geschnittene Krystallplatte ohne Polarisationsapparat im natürlichen Licht, so ist

$$J = \frac{A^2}{4}\left(e^{-2k_o l_o} + e^{-2k_e l_e}\right), \tag{23}$$

für die optische Axe selber dagegen bei merklich verschiedenen Werthen von $\varkappa_o$ und $\varkappa_e$, d. h. merklichem Dichroismus:

$$J = \frac{A^2}{4}. \tag{23'}$$

Nach den Formeln (23) und (23') treten daher in solchen Platten dunkle Büschel normal zur Ebene der optischen Axen mit hellen Axenbildern auf. Diese idiocyclophanen Axenbilder sind bereits von BREWSTER[1]) beobachtet und können z. B. am Andalysit und Epidot leicht wahrgenommen werden.

Für optisch einaxige Krystalle, d. h. Krystalle des tetragonalen und hexagonalen Systems, sind in der Formel (13) zwei der α, β, γ einander als gleich anzunehmen. Es wird dadurch für eine Welle sowohl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω als auch der Absorptionsindex $\varkappa$ von der Richtung der Wellennormale unabhängig. Für diese Welle zeigt daher eine beliebig geschnittene Platte von bestimmter Dicke stets die gleiche Färbung. Eine solche zeigt überhaupt nur zwei wesentlich von einander verschiedene Färbungen, und zwar am ausgeprägtesten, falls die Plattennormale senkrecht zur optischen Axe steht. Die beiden verschiedenen Färbungen sind wahrzunehmen, wenn man die Platte durch ein Nicol betrachtet, dessen Polarisationsebene einmal parallel und einmal senkrecht zur optischen Axe steht. Die einaxigen absorbirenden Krystalle werden wegen dieser Eigenschaften auch dichroitische genannt.

Eine Platte senkrecht zur Axe geschnitten zeigt, durch ein Nicol betrachtet, eine von der Lage des letzteren unabhängige Färbung, da beide in Richtung der Axe fortgepflanzte Wellen gleich stark absorbirt werden. Dies tritt nicht mehr ein für circular polarisirende absorbirende Krystalle, z. B. bei Amethyst, bei welchem DOVE[2]) eine verschiedene Absorption der beiden längs der Axe fortgepflanzten circular polarisirten Strahlen nachweisen konnte. Dieses Resultat ist auch leicht aus dem theoretischen Ansatz zu erhalten, da jene beiden circular polarisirten Strahlen verschiedene Geschwindigkeit besitzen (cf. oben pag. 796).

Ist die s_3-Axe die optische Axe, so ist zu setzen:

$$\alpha = \beta, \quad \text{d. h.} \quad a = b, \qquad a' = b' \text{ (vergl. pag. 814).}$$

Aus (13) folgt daher, wenn man g den Winkel der Wellennormale mit der optischen Axe nennt:

$$\Omega_o^2 = \alpha, \qquad \Omega_e^2 = \alpha \cos^2 g + \gamma \sin^2 g.$$

---

[1]) D. BREWSTER, Phil. Trans. 1, pag. 11. 1819. Diese Erscheinungen sind an mehreren anderen Mineralien von TH. LIEBISCH (Gött. Nachr. 1888, pag. 202) beobachtet. Nach Beobachtungen von BERTIN (Ann. de chim. et de phys. (5) 15, pag. 412. 1878) sind oft auch im natürlichen Licht schwache Ringsysteme um die optischen Axen wahrzunehmen. Diese sind wahrscheinlich durch Interferenz der Wellen, welche in der Krystallplatte mehrere innere Reflexionen erlitten haben, zu erklären. (Vergl. W. VOIGT, l. c., pag. 603.) Künstlich sind diese Erscheinungen in BERTRAND's idiocyclophanen Kalkspathprismen hervorgerufen. (Vergl. H. G. MADAN, Nat. 42, pag. 52. 1890. S. P. THOMPSON, chem. News 61, pag. 155. 1890.)

[2]) DOVE, POGG. Ann. 110, pag. 284. 1860.

Nach der Bedeutung des Ω folgt hieraus bei kleiner Absorption, d. h. Vernachlässigung der Quadrate der a', b', c' gegen die der a, b, c

$$\omega_o^2 = a, \quad \omega_e^2 = a\cos^2 g + c\sin^2 g, \tag{24}$$
$$2a\varkappa_o = a', \quad 2(a\cos^2 g + c\sin^2 g)\varkappa_e = a'\cos^2 g + c'\sin^2 g.$$

Betrachtet man eine Platte der Dicke L im Polarisationsapparat für convergentes Licht und ist α der Winkel der Polarisationsebene des Polarisators, β der dieser Ebene des Analysators mit dem Hauptschnitt der Krystallplatte, d. h. der durch ihre Normale und die optische Axe gelegten Ebene, so ist die beobachtete Lichtintensität:

$$J = A^2\big[\cos^2\alpha\cos^2\beta e^{-2\varkappa_o l_o} + \sin^2\alpha\sin^2\beta e^{-2\varkappa_e l_e} + 2\sin\alpha\sin\beta\cos\alpha\cos\beta\cos\delta e^{-(\varkappa_o l_o + \varkappa_e l_e)}\big], \tag{25}$$

worin δ, l_o und l_e dieselbe Bedeutung haben wie auf pag. 816. Wegen der periodischen Aenderung des $\cos\delta$ bei Wachsen des Winkels g erhält man helle und dunkle Ringe um die optische Axe. Dieselben treten jedoch nicht ein, wenn $\varkappa_e$ mit Entfernung von der Axe derartig wächst, dass das letzte Glied der rechten Seite der Gleichung (25) für grössere Winkel g unmerklich wird.

Dies Verhalten hat LOMMEL[1]) am Magnesiumplatincyanür im blauen Licht beobachtet. Seine Beobachtungen werden durch Discussion der Formel (25) völlig erklärt[2]). — In der Richtung der Axe selber ($g = 0$) ist nämlich, da dort $\delta = 0$, $\varkappa_c = \varkappa_e$ ist, die Formel für die Lichtintensität dieselbe, wie für durchsichtige Medien, d. h. es ergiebt sich zwischen gekreuzten Nicols Dunkelheit, zwischen parallelen Helligkeit. In einiger Entfernung von der optischen Axe ist dagegen:

$$J = A^2\cos^2\alpha\cos^2\beta e^{-2\varkappa_o l_o}, \tag{25'}$$

und diese Formel sagt aus, dass im Gesichtsfelde ein schwarzes Kreuz ohne Interferenzringe auftritt, dessen Balken senkrecht zu den Polarisationsebenen des Polarisators und Analysators verlaufen. Bei parallelen Nicols fallen die beiden Balken des Kreuzes in einen zusammen, welcher von einem hellen Axenbilde unterbrochen ist.

Fällt natürliches Licht ein, welches nach dem Durchgange durch einen Analysator betrachtet wird, so erhält man die beobachtete Lichtintensität als Mittelwerth des Ausdruckes (25'), der über alle möglichen Werthe von α zu nehmen ist. Es folgt so:

$$J = \frac{A^2}{2}\cos^2\beta e^{-2k_o l_e},$$

d. h. es erscheint im Gesichtsfeld ein dunkles, senkrecht zur Polarisationsebene des Analysators verlaufendes Büschel, welches von einem hellen Axenbilde durchbrochen ist.

Lässt man auch den Analysator fort, so bleibt als Erscheinung ein helles Axenbild.

Die Eigenschaften des Magnesiumplatincyanürs folgen sämmtlich daraus, dass $\varkappa_e$ mit g wächst d. h. nach Formel (24), dass $c' > a'$ ist. Tritt das Umgekehrte ein, $c' < a'$, wie es z. B. beim Turmalin der Fall ist, so folgen etwas andere Erscheinungen, speciell sind die Axenbilder dunkel, anstatt, wie im vorigen Falle, hell. Ein dunkles Axenbild ist auch von BERTRAND[3]) am Turmalin beobachtet worden.

---

[1]) E. LOMMEL, WIED. Ann. 9, pag. 108. 1880.

[2]) Vergl. W. VOIGT, l. c., pag. 589.

[3]) BERTRAND, Ztschrft. f. Kryst. 3, pag. 645. 1879.

Für ein optisch isotropes Medium ist zu setzen

$$\alpha = \beta = \gamma = \Omega^2, \tag{26}$$

$$\text{d. h.} \quad \Omega = \frac{\omega}{1 - i\varkappa} = \sqrt{\alpha} = \sqrt{a + i\,a'}. \tag{27}$$

Bei kleiner Absorption folgt hieraus

$$\omega^2 = a, \qquad 2a\varkappa = a'.$$

Ist es dagegen nicht mehr gestattet, a'^2 neben a^2 zu vernachlässigen, so folgt aus (26)

$$a = \frac{\omega^2(1 - \varkappa^2)}{(1 + \varkappa^2)^2}, \qquad a' = \frac{2\,\omega^2\varkappa}{(1 + \varkappa^2)^2}, \tag{28}$$

und

$$\varkappa = \frac{-a + \sqrt{a^2 + a'^2}}{a'}, \qquad \frac{\omega^2}{\varkappa} = \frac{2(a^2 + a'^2)}{a'}. \tag{29}$$

In den bisher angestellten Rechnungen ist keine Rücksicht auf die durch Reflexion herbeigeführten Intensitätsänderungen genommen. Es ist dies unbedenklich, so lange man die Erscheinungen einer Platte in nahezu senkrecht durchfallendem Lichte nur qualitativ erklären will und die Absorption nicht sehr stark ist. Bei den Metallen erreicht sie indess solche Beträge, dass für diese gerade die durch Reflexion herbeigeführten Intensitätsänderungen ein wesentliches Interesse bieten, während die Erscheinungen im durchgehenden Lichte nicht so bequem zu beobachten sind, weil die Herstellung genügend dünner, durchsichtiger Metallschichten mit Schwierigkeiten verknüpft ist. Wir wenden uns daher jetzt der genannten Klasse von Erscheinungen zu.

III. Reflexion und Brechung an absorbirenden Medien.

Falls Licht aus einem durchsichtigen Medium unter schiefer Incidenz auf ein absorbirendes einfällt, so ist die Lichtbewegung in letzterem nicht mehr eine solche mit in der Wellenebene constanter Amplitude, da man den Grenzbedingungen nicht durch einen Ansatz, wie er in den Formeln (5) dieses Capitels gemacht ist, genügen kann. Falls jedoch die Grenzebene des absorbirenden Mediums zur xy-Ebene gewählt wird, so sind die Coëfficienten μ [vergl. Formelsystem (4)] für sämmtliche Wellen einander gleich. Es sind ferner sämmtliche ν Null zu setzen, falls die y-Axe senkrecht zur Einfallsebene liegt, was wir annehmen wollen. Die Coëfficienten π bestimmen sich für jede Welle aus dem zugehörigen μ durch eine der Gleichung (5) pag. 743 des Capitels »Uebergang des Lichtes etc.« ganz analoge Gleichung, welche erhalten wird, wenn man die dort auftretenden reellen optischen Constanten a_{hk} des durchsichtigen Mediums durch die complexen α_{hk} des absorbirenden ersetzt und φ durch dieselbe Gleichung, wie dort, d. h. durch die dortigen Gleichungen (4) definirt. Es sind nun überhaupt sämmtliche Formeln des obigen Capitels auf diesen Fall zu übertragen, und speciell enthalten die Formeln (5), (10), (15) und (16) der pag. 743—747 die vollständige Lösung des Problems der Reflexion und Brechung an einem absorbirenden Krystall, welcher von einem isotropen Medium umgeben ist[1]).

Die ersten genaueren auf diesen Fall bezüglichen Messungen hat SÉNARMONT[2]) angestellt, welcher fand, dass der Haupteinfallswinkel, d. h. derjenige Einfallswinkel, für den die Phasendifferenz der senkrecht zur Einfallsebene und der

[1]) Betreffs weiterer Ausführung vergl. P. DRUDE, WIED. Ann. 32, pag 584. 1887.

[2]) H. DE SÉNARMONT, POGG. Ann. Ergzbd. 2, pag. 513. 1848.

parallel zu ihr polarisirten Componente des reflektirten Lichtes bei linear polarisirtem einfallenden Lichte $\pi/2$ beträgt, beim Antimonglanz, Quecksilberchlorür und Zinnoxyd merklich mit der Lage der Einfallsebene gegen die krystallographischen Axen der Krystalle variirte. Später hat SCHENK[1]) Beobachtungen über das am Rothgiltigerz und Magnesiumplatincyanür reflektirte Licht angestellt. Diese Beobachtungen lassen aber deshalb keine Prüfung der aufgestellten Theorie zu, weil zum Theil künstlich angeschliffene und polirte Flächen als Spiegel benutzt sind und die auf diesen durch die Politur hervorgerufene künstliche Oberflächenschicht die Resultate stark beeinflusst; dieses zeigten Versuche von P. DRUDE[2]), der frische Spaltflächen von Bleiglanz mit polirten Flächen dieses Materials verglich. Nach diesen Versuchen können die aus Reflexionsbeobachtungen ermittelten optischen Constanten durch eine Polir-Schicht um ihren doppelten Betrag entstellt werden. — Bei frischen Spaltflächen ist man am ehesten frei von dem störenden Einfluss der Oberflächenschichten. Darum unternahm P. DRUDE[3]) an solchen von Antimonglanz erneute Untersuchungen und fand eine vollständige Bestätigung der theoretischen Formeln.

Aus den Beobachtungen an einer Spaltfläche des (rhombischen) Antimonglanzes können nicht seine sämmtlichen (complexen) optischen Constanten α, β, γ mit Genauigkeit berechnet werden, sondern nur zwei von ihnen. Lässt man die optische Symmetrieaxe s_1 (vergl. pag. 810) mit der krystallographischen Verticalaxe, s_2 mit der Brachy-, s_3 mit der Makroaxe zusammenfallen, welch' letztere auf der Spaltfläche senkrecht steht, so ist nur α und β zu berechnen. Es ergab sich, falls die optische Constante der umgebenden Luft gleich a_0 gesetzt wird, für Natriumlicht

$$\alpha/a_0 = 0{\cdot}0364 + i\cdot 0{\cdot}0088, \qquad \beta/a_0 = 0{\cdot}0469 + i\cdot 0{\cdot}0176.$$

Nach den Formeln (29) ergeben sich hiernach für die beiden senkrecht zur Spaltfläche im Antimonglanz sich fortpflanzenden Wellen, von denen die erste (1) parallel s_1, die zweite (2) parallel s_2 polarisirt ist, die Brechungsexponenten n und Absorptionscoëfficienten $n\varkappa$:

$$n_1 = 4{\cdot}49; \qquad n_1\varkappa_1 = 0{\cdot}795;$$
$$n_2 = 5{\cdot}17; \qquad n_2\varkappa_2 = 0{\cdot}740;$$

wobei unter dem Brechungsexponenten n das Verhältniss der Lichtgeschwindigkeit in der Luft zu der im Krystall für den Fall senkrechter Incidenz verstanden ist.

Es zeigte sich, dass die Beobachtungen unmittelbar nach der Spaltung anzustellen waren, da schon nach wenigen Minuten die Spaltfläche sich von selbst durch atmosphärische Einflüsse verunreinigte[4]).

Von anderen stark absorbirenden Krystallen sind die optischen Constanten durch Reflexionsbeobachtungen an Spaltflächen bisher nur am Tellurwismuth[5]) und am Bleiglanz[6]) untersucht. — Für ersteren, welcher optisch einaxig ist, ist für eine parallel zur optischen Axe sich fortpflanzende Welle im Natriumlicht:

---

[1]) E. SCHENK, WIED. Ann. 15, pag. 177. 1882.

[2]) P. DRUDE, WIED. Ann. 36, pag. 532. 1889.

[3]) P. DRUDE, WIED. Ann. 34, pag. 489. 1888.

[4]) Dies ist zu schliessen aus den eigenthümlichen Veränderungen, welche Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth des am Antimonglanz reflektirten Lichtes mit der Zeit erlitten, und welche vollständig durch das allmählige Entstehen einer Oberflächenschicht erklärt werden. Vergl. P. DRUDE, WIED. Ann. 36, pag. 886. 1889.

[5]) P. DRUDE, l. c., pag. 895.

[6]) P. DRUDE, WIED. Ann. 36, pag. 549. 1889.

$$n = 2{\cdot}70; \quad n\varkappa = 4{\cdot}39^{1}),$$

für Bleiglanz, welcher optisch isotrop ist, ist im Natriumlicht:

$$n = 4{\cdot}30; \quad n\varkappa = 1{\cdot}72.$$

Eine qualitative Bestätigung hat die Theorie auch durch die Untersuchung[2]) der optischen Eigenschaften der Platincyanüre erfahren. Wie nämlich weiter unten bei Behandlung der isotropen Medien des Näheren ausgeführt werden soll, zeigt ein Medium ein um so stärkeres Reflexionsvermögen, je stärker das Absorptionsvermögen ist. Dieses Gesetz gilt bei Krystallen auch für jede einzelne der gebrochenen Wellen; wird nur die eine von ihnen beiden in sehr starkem Grade absorbirt, so muss das metallisch glänzende reflektirte Licht polarisirt sein. Diese Verhältnisse treten bei den Platincyanüren wirklich ein. — Wie daher schon HAIDINGER aussprach, ist das von einer Substanz reflektirte Licht und das durch dieselbe hindurchgehende nahezu complementär gefärbt[3]), falls man die Substanz in so geringer Dicke untersucht, dass im durchgehenden Lichte wirklich nur die in sehr starkem Maasse absorbirten Lichtsorten fehlen, deren Absorption wegen ihrer Grösse auf das Reflexionsvermögen von Einfluss ist. Wenn auch, wie wir unten näher sehen werden, die HAIDINGER'sche Vermuthung nur als angenähert richtig sich herausstellt, so wird doch stets einer hellen Partie im reflektirten Spectrum eine dunkle im durchgehenden entsprechen, wie E. WIEDEMANN[4]) auch am übermangansauren Kali constatiren konnte.

Es möge jetzt die Reflexion an isotropen Medien, z. B. an Metallen, näher betrachtet werden. Die früher pag. 750 abgeleiteten Gleichungen (25) und (25') für die reflektirten Amplituden gelten auch hier, falls man den complexen Winkel χ mit dem Einfallswinkel φ durch die Gleichung verbindet:

$$sin\,\varphi : sin\,\chi = \sqrt{a_0} : \sqrt{\alpha}, \tag{30}$$

wobei a_0 die optische Constante des umgebenden isotropen Mediums, d. h. das Quadrat der Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit in ihm, α die complexe optische Constante des Metalls bedeutet.

Schreibt man die complexen Amplituden in der Form der Gleichungen (45) auf pag. 778, so ergeben die genannten Gleichungen (25) für den NEUMANN'schen Lichtvector:

$$\begin{aligned} \frac{R_p}{E_p} &= tang\,\psi_p\, e^{i\Delta_p} = -\frac{sin\,(\varphi-\chi)}{sin\,(\varphi+\chi)}, \\ \frac{R_s}{E_s} &= tang\,\psi_s\, e^{i\Delta_s} = \frac{tang\,(\varphi-\chi)}{tang\,(\varphi+\chi)}, \\ \frac{R_s}{R_p} &= tang\,\psi\, e^{i\Delta} = -\frac{E_s}{E_p}\,\frac{cos\,(\varphi+\chi)}{cos\,(\varphi-\chi)}. \end{aligned} \tag{31}$$

In diesen Gleichungen bedeuten $tang^2\psi_p$ und $tang^2\psi_s$ die Intensitätsverhältnisse der reflektirten zu den einfallenden p- und s-Componenten, Δ_p und Δ_s

[1]) Da das Verhältniss der Amplituden in zwei um die Strecke d von einander entfernten Wellenebenen gleich $e^{-2\pi n\varkappa\frac{d}{\lambda}}$ ist, wo λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft bedeutet, so bedeutet dieser Werth $n\varkappa$ von Tellurwismuth eine sehr starke Absorption, indem die Amplitude einer Welle nach dem Durchlaufen einer Strecke von der Grösse der Wellenlänge des Natriumlichtes, d. h. von 0·0006 *mm* auf $1/10^{12}$ des eigenen Betrages geschwächt wird.

[2]) H. BEHRENS, POGG. Ann. 150, pag. 303. 1873. — W. KÖNIG, WIED. Ann. 19, pag. 491. 1883.

[3]) Dies ist bestätigt von G. G. STOCKES, Phil. Mag. (4) 6, pag. 393. 1353; POGG. Ann. 91, pag. 300. 1854.

[4]) E. WIEDEMANN, POGG. Ann. 151, pag. 1, 625. 1874.

die an der Grundfläche genommenen Phasendifferenzen der reflektirten Componenten gegen die einfallenden, Δ die Phasendifferenz der reflektirten s- und p-Componente, $tang^2\psi$ das Intensitätsverhältniss derselben. Es sollen im Folgenden kurz die Grössen $tang\,\psi_p$, $tang\,\psi_s$, Δ_p, Δ_s als absolute Amplitudenverhältnisse und Phasendifferenzen bezeichnet werden, da sie gegen die Componenten des einfallenden Lichtes genommen sind, dagegen die Grössen $tang\,\psi$ und Δ als relatives Amplitudenverhältniss und relative Phasendifferenz.

Für den FRESNEL'schen Lichtvector müssen auf den linken Seiten der Gleichungen (31) die Indices p und s gegenseitig vertauscht werden.

Indem man in ihnen die trigonometrischen Functionen der Winkelsummen und Winkeldifferenzen in solche der Winkel selbst auflöst und die Gleichung (30) benutzt, erhält man die einfachsten Formeln, wenn man die Quotienten $1 + tang\,\psi e^{i\Delta}/1 - tang\,\psi e^{i\Delta}$ bildet. Es ist nun

$$\frac{1 + tang\,\psi \cdot e^{i\Delta}}{1 - tang\,\psi \cdot e^{i\Delta}} = \frac{cos\,2\psi}{1 - sin\,2\psi\,cos\,\Delta} + i\,\frac{siu\,2\psi\,sin\,\Delta}{1 - sin\,2\psi\,cos\,\Delta}. \tag{32}$$

Setzt man daher für die linke Seite dieser Gleichung einen Ausdruck

$$\frac{1 + tang\,\psi e^{i\Delta}}{1 - tang\,\psi e^{i\Delta}} = \frac{e^{iQ}}{tang\,P}, \tag{33}$$

so bestimmt sich Q und P durch folgende Formeln aus ψ und Δ:

$$\begin{aligned} tang\,Q &= sin\,\Delta\,tang\,2\psi, \\ cos\,2P &= cos\,\Delta\,sin\,2\psi, \end{aligned} \tag{34}$$

dagegen werden ψ und Δ aus P und Q bestimmt nach den Formeln:

$$\begin{aligned} tang\,\Delta &= sin\,Q\,tang\,2P, \\ cos\,2\psi &= cos\,Q\,sin\,2P. \end{aligned} \tag{35}$$

Denkt man sich die den Formeln (32, 33, 34, 35) analogen Formeln für die mit unterem Index p und s behafteten Grössen gebildet, so folgt aus den Formeln (31)

$$\begin{aligned} \frac{e^{iQ_p}}{tang\,P_p} &= \frac{cos\,\varphi\sqrt{\alpha/a_0}}{\sqrt{1 - \alpha/a_0\,sin^2\varphi}}, \\ \frac{e^{iQ_s}}{tang\,P_s} &= \frac{cos\,\varphi}{\sqrt{\alpha/a_0}\sqrt{1 - \alpha/a_0\,sin^2\varphi}}, \end{aligned} \tag{36}$$

und bei linear unter dem Azimuth 45° gegen die Einfallsebene polarisirtem einfallendem Lichte:

$$\frac{e^{iQ}}{tang\,P} = \frac{sin\,\varphi\,tang\,\varphi\sqrt{\alpha/a_0}}{\sqrt{1 - \alpha/a_0\,sin^2\varphi}}. \tag{36'}$$

Die Formeln (36), (36') gestatten sämmtliche Eigenschaften des reflektirten Lichtes aus den optischen Constanten α des Metalls und dem Einfallswinkel φ zu berechnen. Für diese Berechnung müssen die reellen und imaginären Bestandtheile in dem Formelsystem (36') gesondert werden. Dies soll jedoch nicht in völlig strenger Weise[1]), sondern nur mit einer für die wirklich vorkommenden Fälle völlig ausreichenden Näherung geschehen.

Es hat sich nämlich herausgestellt, dass die Grösse α/a_0 für sämmtliche bisher beobachtete stark absorbirende Medien so klein ist (man vergl. z. B. die auf pag. 820 angegebenen Werthe für Antimonglanz), dass man, selbst wenn man die absorbirende Substanz in einem stark brechenden Medium, z. B. Kassiaöl, beobachten sollte, für welches a_0 verhältnissmässig klein ist, das Quadrat des Modulls

[1]) Die strengen Formeln finden sich bei P. DRUDE, WIED. Ann. 35, pag. 520. 1888.

der complexen Grösse α/a_0 unbedenklich gegen 1 vernachlässigen kann[1]). — Unter Benutzung dieser Vernachlässigung ist zu setzen

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \alpha/a_0 \sin^2\varphi}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{\alpha \sin^2\varphi}{a_0}.$$

Führt man nun noch den Brechungsexponenten $n = \omega_0 : \omega$, wo $\omega_0 = \sqrt{a_0}$ die Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit im umgebenden Medium bedeutet, und den Absorptionsindex $\varkappa$ ein, so ist nach den Formeln (27) und (28)

$$\sqrt{\frac{\alpha}{a_0}} = \sqrt{\frac{a + ia'}{a_0}} = \frac{1}{n(1 - i\varkappa)},$$
$$\frac{a}{a_0} = \frac{1 - \varkappa^2}{n^2(1 + \varkappa^2)^2}, \qquad \frac{a'}{a_0} = \frac{2\varkappa}{n^2(1 + \varkappa^2)^2}. \tag{37}$$

Daher ist nach (36)

$$\begin{aligned}
tang\, P_p &= \frac{n\sqrt{1 + \varkappa^2}}{\cos\varphi}\left[1 - \frac{1}{2}\sin^2\varphi\,\frac{1 - \varkappa^2}{n^2(1 + \varkappa^2)^2}\right],\\
tang\, Q_p &= \varkappa\left[1 + \frac{\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right],\\
tang\, P_s &= \frac{1}{\cos\varphi\, n\sqrt{1 + \varkappa^2}}\left[1 - \frac{1}{2}\sin^2\varphi\,\frac{1 - \varkappa^2}{n^2(1 + \varkappa^2)^2}\right],\\
tang\, Q_s &= -\varkappa\left[1 - \frac{\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right],\\
tang\, P &= \frac{n\sqrt{1 + \varkappa^2}}{\sin\varphi\, tang\varphi}\left[1 - \frac{1}{2}\sin^2\varphi\,\frac{1 - \varkappa^2}{n^2(1 + \varkappa^2)^2}\right],\\
tang\, Q &= \varkappa\left[1 + \frac{\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right].
\end{aligned} \tag{38}$$

Diese Formeln lassen zu jedem Einfallswinkel bei bekanntem n und $\varkappa$ die zugehörigen ψ und Δ berechnen mit Hilfe der Formeln (35). In diesen ist ψ beständig als positiv zu nehmen. Δ_p liegt stets, da $n^2(1 + \varkappa^2) > 1$ ist, zwischen $\pi/2$ und π, Δ_s liegt für kleine Einfallswinkel zwischen 0 und $-\frac{\pi}{2}$, für grosse Einfallswinkel zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $-\pi$, Δ liegt bei kleinen Einfallswinkeln zwischen π und $\pi/2$, bei grossen Einfallswinkeln zwischen $\pi/2$ und Null. Es erreicht den Werth $\pi/2$ für den Haupteinfallswinkel $\bar{\varphi} = \varphi$. Da für diesen nach Formel (34) $tang\, P = 1$ sein muss, so ist der Haupteinfallswinkel durch die Gleichung bestimmt

$$\sin\bar{\varphi}\, tang\,\bar{\varphi} = n\sqrt{1 + \varkappa^2}\left[1 - \frac{1}{2}\sin^2\bar{\varphi}\,\frac{1 - \varkappa^2}{n^2(1 + \varkappa^2)^2}\right]. \tag{39}$$

Ein Näherungswerth für $\bar{\varphi}$ ist:

$$\sin\bar{\varphi}\, tang\,\bar{\varphi} = n\sqrt{1 + \varkappa^2}. \tag{40}$$

Setzt man den hieraus folgenden Werth von $\sin\bar{\varphi}$ in die rechte Seite der Gleichung (39) ein, so folgt

$$\sin\bar{\varphi}\, tang\,\bar{\varphi} = n\sqrt{1 + \varkappa^2}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{1 - \varkappa^2}{n^2(1 + \varkappa^2)^2}\right]. \tag{41}$$

[1]) Dagegen ist es für Metalle nicht gestattet a'^2 neben a^2 zu vernachlässigen, wie es im vorigen Capitel bei der Behandlung der gefärbten Krystalle geschehen ist. Diese würden Reflexionsgesetze ergeben, welche hinsichtlich der Intensitäten sich nicht von den für vollkommen durchsichtige Medien unterscheiden würden, nur würden die durch die Reflexion hervorgerufenen Phasenänderungen durch die Absorption modificirt, sodass Gesetze für dieselben bestehen, die den bei durchsichtigen mit Oberflächenschichten behafteten Medien (cf. pag. 765) ähnlich sind; jedoch würde diese Aehnlichkeit keine analytische Identität sein (cf. die Anmerkung 5 weiter unten auf pag. 827).

Das zum Haupteinfallswinkel zugehörige Azimuth $\overline{\psi}$ der wiederhergestellten Polarisation des reflektirten Lichtes (das sogen. Hauptazimuth) berechnet sich nach den Formeln (35), da in ihnen $2P = \pi/2$ zu setzen ist, zu

$$cos\, 2\overline{\psi} = cos\, Q, \tag{42}$$

d. h. es ist nach (38):

$$tang\, 2\overline{\psi} = \varkappa\left[1 + \frac{sin^2\overline{\varphi}}{n^2(1+\varkappa^2)}\right]. \tag{43}$$

Ist der Modull der complexen Grösse a/a_0:

$$\frac{\sqrt{a^2 + a'^2}}{a_0} = \frac{1}{n^2(1+\varkappa)^2}$$

so klein, dass man ihn selbst gegen 1 vernachlässigen kann, so kann man nach den Formeln (38) und (40) setzen:

$$tang\, P = \frac{n\sqrt{1+\varkappa^2}}{sin\,\varphi\, tang\,\varphi} = \frac{sin\,\overline{\varphi}\, tang\,\overline{\varphi}}{sin\,\varphi\, tang\,\varphi},$$

und für jeden Einfallswinkel $Q = 2\overline{\psi}$, d. h. nach (35) und (42):

$$\begin{aligned} tang\,\Delta &= sin\, 2\overline{\psi}\cdot tang\left(2\, arctg\,\frac{sin\,\overline{\varphi}\, tang\,\overline{\varphi}}{sin\,\varphi\, tang\,\varphi}\right), \\ cos\, 2\psi &= cos\, 2\overline{\psi}\, sin\left(2\, arctg\,\frac{sin\,\overline{\varphi}\, tang\,\overline{\varphi}}{sin\,\varphi\, tang\,\varphi}\right). \end{aligned} \tag{44}$$

In dieser Form, welche Quincke[1]) den Cauchy'schen Formeln für Metallreflexion gegeben hat, und die er brauchbar zur Berechnung der Beobachtungen befunden hat, sind also die optischen Constanten n und $\varkappa$ ersetzt durch die direkt beobachtbaren Grössen $\overline{\varphi}$ und $\overline{\psi}$. Diese Form ist aber nur in der genannten Annäherung richtig[2]), und würde bei nicht sehr grossem $n^2(1+\varkappa^2)$ nicht mehr zulässig sein, wie es z. B. für Kupfer und Gold eintritt, bei denen jene Grösse, falls das umgebende Medium Luft ist, nur etwa den Betrag 8 besitzt.

Aus den Formeln (31) folgt ferner für das Verhältniss der Intensitäten des reflektirten Lichtes zu denen des einfallenden unter Benutzung der letzten Quincke-schen Annäherung

$$\begin{aligned} tang^2\,\psi_p &= \frac{J_p^r}{J_p^e} = \frac{n^2(1+\varkappa^2) - 2\,n\,sos\,\varphi + cos^2\varphi}{n^2(1+\varkappa^2) + 2\,n\,cos\,\varphi + cos^2\varphi}, \\ tang^2\,\psi_s &= \frac{J_s^r}{J_s^e} = \frac{n^2(1+\varkappa^2)\,cos^2\varphi - 2n\,cos\,\varphi + 1}{n^2(1+\varkappa^2)\,cos^2\varphi + 2n\,cos\,\varphi + 1}. \end{aligned} \tag{45}$$

Diese Formeln gelten bei kleinen Einfallswinkeln auch in strenger Weise für diejenigen Metalle, bei welchen $n^2(1+\varkappa^2)$ nicht sehr gross gegen 1 ist. Es folgt aus ihnen, dass $tang^2\,\psi_s$ stets kleiner als $tang^2\,\psi_p$ ist, d. h. dass einfallendes natürliches Licht partiell in der Einfallsebene polarisirt ist. Die Ausdrücke (45) nehmen die kleinsten Werthe an für $\varphi = 0$, d. h. senkrechte Incidenz. Das Verhältniss des reflektirten zum einfallenden Lichte ist in diesem Falle

$$J = \frac{J^r}{J^e} = \frac{1 + n^2(1+\varkappa^2) - 2n}{1 + n^2(1+\varkappa^2) + 2n}. \tag{45'}$$

Diese Grösse J soll, da sie für das Verhalten eines Metallspiegels charakteristisch ist, sein Reflexionsvermögen genannt werden. Wie die Formel (45')

[1]) G. Quincke, Pogg. Ann. 128, pag. 551. 1866.

[2]) In dieser Annäherung folgt auch, dass Δ_s ebenfalls für den Haupteinfallswinkel den Werth $-\frac{\pi}{2}$ annimmt. Ferner ergiebt sich, dass beim Haupteinfallswinkel ψ ein Minimum erreicht, d. h. dass für ihn der Betrag der partiellen Polarisation des reflektirten Lichtes bei einfallendem natürlichem Licht ein Maximum erreicht.

lehrt, ist dasselbe um so grösser, je kleiner $2n$ im Vergleich zu $1 + n^2(1 + \varkappa^2)$ ist, und hierdurch ist der Metallglanz erklärt, da für Metalle letztere Grösse in der That weit den Betrag von $2n$ überschreitet. Ausserdem lehrt die Formel (45'), dass das Reflexionsvermögen, falls n constant bleibt, mit wachsendem Absorptionscoëfficienten $n\varkappa$ zunimmt. In gewisser Annäherung ist daher die Farbe des reflektirten Lichtes complementär zu der des durch eine sehr dünne Metallschicht hindurchgehenden Lichtes, jedoch nicht streng, da das Reflexionsvermögen ausser von $n\varkappa$ auch von n abhängt.

Aus den Formeln (31) folgt ferner die absolute Verzögerung für senkrechte Incidenz zu

$$tang\,\Delta_p = tang\,\Delta_s = -\frac{2n\varkappa}{n^2(1+\varkappa^2)-1}. \qquad (46)$$

Da für die in der Natur vorkommenden Metalle die rechte Seite (46) bei Reflexion in Luft den Werth 1 nicht überschreitet, so wird also der NEUMANN'sche Lichtvector an Metallen mit einer Phasenverzögerung, die kleiner als $0{\cdot}25\,\pi$ ist, d. h. kleiner als $0{\cdot}12\,\lambda$, bei senkrechter Incidenz reflektirt. — Für den FRESNEL'schen Vector folgt, dass derselbe mit einer Beschleunigung, welche grösser als $0{\cdot}75\,\pi$, d. h. $0{\cdot}38\,\lambda$, aber kleiner als π, d. h. $0{\cdot}5\,\lambda$ ist, reflektirt wird. Bei starkem Reflexionsvermögen bilden sich daher durch Superposition der einfallenden und reflektirten Bewegung stehende Wellen des FRESNEL'schen Vectors, deren Knoten um weniger als $0{\cdot}06\,\lambda$ hinter dem Spiegel liegt. Daher fand WIENER, wie oben pag. 753 erwähnt ist, auch bei Reflexion an Metallspiegeln ein Minimum der photographischen Wirkung am Spiegel selbst. — Die Anwendung von Metallspiegeln empfiehlt sich für diese Versuche mehr, als die Anwendung von Glasspiegeln, weil bei sehr starker Reflexion sich wirkliche stehende Wellen des Lichtvectors ausbilden, d. h. es giebt wirkliche Knotenpunkte im Raum, in welchen der Lichtvector in absoluter Ruhe ist. — Die von LIPPMANN[1]) erfundene Farbenphotographie beruht auf der von WIENER gemachten Entdeckung, dass nur der eine von den beiden verschiedenen, bei Lichtbewegung in Schwingung sich befindenden Vectoren photographisch wirksam ist. Es ist ohne Weiteres klar, dass man möglichst stark reflektirende Metallspiegel benutzen muss, um deutliche Wirkungen zu erzielen.

Die bisherigen Formeln bezogen sich darauf, die Natur des reflektirten Lichtes aus bekannten optischen Constanten des Metalls zu ermitteln.

Die umgekehrte Aufgabe, die optischen Constanten aus Reflexionsbeobachtungen zu bestimmen, gelingt am bequemsten und zugleich am genauesten[2]), wenn ψ und Δ, d. h. das relative Amplitudenverhältniss und die relative Phasendifferenz, für eine Reihe von Einfallswinkeln beobachtet werden, welche dem Haupteinfallswinkel benachbart sind.

Aus der zweitletzten der Formeln (38) folgt, dass in erster Annäherung $tang\,P\sin\varphi\,tang\,\varphi$ eine Constante ist. Bezeichnet man den aus den Beobachtungen [dieselben bestimmen die Grössen P und Q nach den Formeln (34)] sich er-

[1]) G. LIPPMANN, Compt. rend. 112, pag. 274. 1891. — Weiteres über Farbenphotographie findet sich bei E. BECQUEREL, Compt. rend. 112, pag. 275. 1891. — G. LIPPMANN, Compt. rend. 114, pag. 961. 1892; Nature, 46, pag. 12. 1892. — H. W. VOGEL, Verhl. d. phys. Ges. Berl. 10, pag. 33. 1891; Photogr. Mitth. 28, pag. 7. — KRONE, WIED. Ann. 46, pag. 426. 1892. — BUGUET, Photogr. des couleurs. Paris 1891. — MESLIN, Ann. de chim. et de phys. (6) 26, pag. 369. — CH. B. TWOING, Sillim. Journ. 42, pag. 388. 1891. — LABATUT, Compt. rend. pag. 126. 1891.

[2]) Vergl. P. DRUDE, WIED. Ann. 39, pag. 504. 1890.

gebenden Mittelwerth dieser Grösse mit S, so ist dieselbe in erster Annäherung gleich $n\sqrt{(1+\varkappa^2)}$, wie aus (38) folgt. Man erhält nun ferner aus (38) unter Benutzung der stets angewandten Näherung, dass $\frac{1}{n^4(1+\varkappa^2)^2}$ gegen 1 vernachlässigt wird,

$$tang\, P \sin Q = \frac{n\varkappa}{\sin\varphi\, tang\,\varphi}\left[1 + \frac{\sin^2\varphi}{2}\cdot\frac{1}{n^2(1+\varkappa^2)}\right],$$

$$tang\, P \cos Q = \frac{n}{\sin\varphi\, tang\,\varphi}\left[1 - \frac{\sin^2\varphi}{2}\,\frac{1}{n^2(1+\varkappa^2)}\right].$$

In diesen Gleichungen ist in der Klammer für $n^2(1+\varkappa^2)$ sein Näherungswerth S^2 einzuführen. Die optischen Constanten ergeben sich daher aus den Beobachtungen nach den Formeln

$$\left.\begin{aligned} n\varkappa &= \frac{\Sigma \sin\varphi\, tang\,\varphi\, tang\, P \sin Q}{N}\left(1 - \frac{1}{2S^2}\,\frac{\Sigma \sin^2\varphi}{N}\right),\\ n &= \frac{\Sigma \sin\varphi\, tang\,\varphi\, tang\, P\cos Q}{N}\left(1 + \frac{1}{2S^2}\,\frac{\Sigma \sin^2\varphi}{N}\right).\end{aligned}\right\} \quad (47)$$

Jn diesen Formeln bezieht sich das Σ-Zeichen auf die bei den einzelnen Einfallswinkeln erhaltenen Werthe, N bedeutet die Anzahl der Einfallswinkel, bei denen beobachtet ist.

Die hier entwickelten theoretischen Resultate sind vom Experiment mannigfach bestätigt worden. Am einfachsten ist die Untersuchung des Amplitudenverhältnisses $tang\,\psi$ und der relativen Phasenänderung Δ, welche mit Hilfe eines BABINET'schen Compensators und eines drehbaren Nicols nach der auf pag. 721 angegebenen Methode leicht gelingt.. Auf diesem Wege hat QUINCKE[1]) für Silber und Gold, HENNIG[2]) für Stahl gezeigt, dass die beobachtete Abhängigkeit des ψ und Δ vom Einfallswinkel φ durch die hier gegebenen Formeln völlig befriedigend dargestellt wird.

JAMIN[3]) verfuhr nach einer etwas anderen Methode, indem er zwei Spiegel desselben Metalls einander parallel gegenüberstellte. Er bestimmte diejenigen Einfallswinkel, für welche das einfallende linear polarisirte Licht nach 2, 4, 6 etc. Reflexionen wiederum linear polarisirt war. Aus der Lage der Polarisationsebene des reflektirten Lichtes, welche durch ein drehbares NICOL'sches Prisma ermittelt wurde, kann man offenbar $tang\,\psi$ berechnen, dagegen Δ aus der Anzahl der Reflexionen, indem z. B. bei 4 Reflexionen Δ einen der drei Werthe $\frac{1}{4}\pi$, $\frac{2}{4}\pi$, $\frac{3}{4}\pi$ besitzen muss, falls das zuletzt reflektirte Licht linearpolarisirt sein soll. Es tritt dies demnach auch für drei verschiedene Einfallswinkel ein. Auch JAMIN constatirte die Uebereinstimmung zwischen den nach den CAUCHY'schen Formeln berechneten und den beobachteten Werthen.

Durch photometrische Vergleichung der von einem Metallspiegel reflektirten Lichtintensität mit der unter gleichem Einfallswinkel von einer Glasfläche reflektirten, bestimmte JAMIN[4]) ebenfalls die absoluten Amplitudenänderungen $tang\,\psi_p$ und $tang\,\psi_s$. Auch diese Beobachtungen wurden durch die CAUCHY'sche Theorie gut dargestellt. Später hat JAMIN[5]) bei Silber, Kupfer, Zink, Stahl, Messing, Spiegelmetall und Glockenmetall für verschiedene Farben die Haupteinfallswinkel

---

[1]) G. QUINCKE, POGG. Ann. 128, pag. 541. 1866.

[2]) R. HENNIG, Gött. Nachr. 13, pag. 365. 1887.

[3]) J. JAMIN, Ann. de chim. et de phys. (3) 19, pag. 296. 1847.

[4]) J. JAMIN, l. c. pag. 298.

[5]) J. JAMIN, Ann. de chim. et de phys. (3) 22, pag. 311. 1848; POGG. Ann. 74, pag. 528. 1848.

und Hauptazimuthe bestimmt. Aus ihnen wurde das Reflexionsvermögen für jede Farbe berechnet und damit die resultirende Gesammtfarbe bei einfallendem weissen Licht. Dieselbe stimmte mit der beobachteten überein.

Die sonstigen bisher angestellten Messungen[1]) über die absoluten Intensitäten stimmen ebenfalls im Allgemeinen mit den nach den Formeln (45) und (45′) berechneten nahe überein[2]), wenn man in ihnen für n und $\varkappa$ die aus Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth für jedes Metall zu bestimmenden Werte einführt. Speciell werden z. B. das ausserordentlich hohe Reflexionsvermögen des Silbers in Luft, welches für grosse Wellenlängen zu 0·96 beobachtet ist, völlig erklärt durch den kleinen Brechungsexponenten des Silbers, welcher etwa nur 0·2 beträgt, während $n^2(1 + \varkappa^2)$ den Betrag 14 erreicht (cf. weiter unten). Von allen Metallen besitzen Eisen und Stahl das kleinste Reflexionsvermögen (0·56—0·58), in Uebereinstimmung mit der Thatsache, dass für diese n im Verhältniss zu $n^2(1 + \varkappa^2)$ am grössten ist, nämlich ungefähr 2·4 zu 17.

Die Messung der absoluten Phasenänderungen Δ_p und Δ_s, oder vielmehr die Vergleichung[3]) ihrer Werthe mit den bei Reflexionen an durchsichtigen Körpern sich ergebenden, macht erheblichere Schwierigkeiten. Als die einfachste Methode empfiehlt sich zunächst die, die Durchmesser der (NEWTON'schen) Ringe zu messen, welche entstehen, wenn man eine schwach gekrümmte Glaslinse auf einen Metallspiegel legt, da der Ort der Ringe von den absoluten Phasenänderungen abhängt. In der That zeigen auf diese Weise hervorgebrachte Interferenzringe Abweichungen gegenüber den zwischen zwei Glasflächen hervorgebrachten.

Die Erscheinung[4]) ist völlig verwandt dem von AIRY beobachteten Verhalten der zwischen einem Diamant und einer Glaslinse hervorgebrachten Interferenzringe (cf. oben pag. 761), nur erstreckt sich hier die Abweichung von dem Verhalten der gewöhnlichen NEWTON'schen Ringe auf einen grösseren Bereich des Einfallswinkels, als dort[5]).

---

[1]) Solche sind ausgeführt von DE LA PROVOSTAYE und DESAINS (Ann. de chim. et de phys. (3) 30, pag. 276 u. 431. 1850) für Wärmestrahlen (wie für diese Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth aus Beobachtungen gefunden werden kann, hat H. KNOBLAUCH in WIED. Ann. 24, pag. 258. 1885 gezeigt), ferner von CONROY (Proc. Roy. Soc. Lond. 35, pag. 26. 1883; 37, pag. 36. 1884) und RUBENS (WIED. Ann. 37, pag. 267. 1889).

[2]) Vergl. dazu P. DRUDE, WIED. Ann. 39, pag. 547. 1890.

[3]) Sämmtliche hier angeführte Methoden können nur eine Vergleichung bezwecken. Daher ist es gleichgültig, ob wir hier für die Δ_p und Δ_s die Reflexionsformeln des NEUMANN'schen oder die des FRESNEL'schen Vectors verwerthen.

[4]) Man vergl. G. QUINCKE, POGG. Ann. 142, pag. 380. 1871, und G. STOKES, Mondes (2) 41, pag. 562. 1876.

[5]) Jedoch ist es nicht gerechtfertigt, die elliptische Reflexion an durchsichtigen Medien als einen speciellen Fall von Metallreflexion aufzufassen, d. h. von Reflexion an einem sehr schwach absorbirenden Medium, wie es zum Theil geschehen ist. Abgesehen davon, dass der Absorptionscoëfficient, wie er sich aus der Ellipticität des reflektirten Lichtes bei linear polarisirtem einfallendem Licht berechnen würde, falls man die Metallformeln zu Grunde legt, viel zu gross ausfallen würde, als dass er mit der hohen Durchsichtigkeit von z. B. Diamant oder Glas verträglich wäre, sind auch die Gesetze für die Ellipticität des reflektirten Lichtes in beiden Fällen analytisch nicht identisch. Denn für durchsichtige Körper ist (vergl. pag. 765)

$$tang\Delta = 2\,\varepsilon n^2\,\frac{sin\,\varphi\,tang\,\varphi}{tang^2\,\varphi - n^2},$$

während für schwach absorbirende Körper ist:

$$tang\Delta = 2\varkappa n^2\,\frac{sin\,\varphi\,tang\,\varphi}{tang^2\varphi - n^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{n^2 - sin^2\,\varphi}}.$$

Man gelangt zu einer Bestimmung der absoluten Phasendifferenzen aus den NEWTON'schen Ringen nur, wenn der Krümmungsradius der Glaslinse bekannt ist und ihre Entfernung vom Metallspiegel. Letztere nahm nun QUINCKE[1]) gleich Null an, indem er die Linse so fest auf den Spiegel drückte, dass keine Farbenänderung bei weiterem Druck eintrat. Dies hat aber den Uebelstand zur Folge, dass die Linse und der Metallspiegel durch den ausgeübten Druck deformirt werden, so dass man die Dickenvariation der zwischenlagernden Luftschicht nicht mehr kennt, da sich u. A. der Krümmungsradius der Linse in unbekannter Weise geändert hat. Daher stimmten auch die nach der Theorie berechneten Werthe von Δ_p und Δ_s mit den aus diesen Experimenten sich ergebenden nicht überein. — Uebt man auf die Linse keinen starken Druck aus und führt die kürzeste Entfernung der Linse vom Spiegel als weitere Unbekante ein, so addirt sich dieselbe in den Formeln zu den zu berechnenden Phasenänderungen. Daher können letztere wiederum nicht genau ermittelt werden. Wohl aber kann die Dispersion der absoluten Phasenänderungen genau aus den Versuchen berechnet werden, d. h. die Differenz der Phasenänderungen für zwei verschiedene Farben, da die Differenz der Phasenänderungen, wie sie durch das Vorhandensein der Zwischenschicht hervorgerufen werden, aus den Wellenlängen der beiden Farben leicht berechnet werden können.

Auf diese Weise ist es GLAN[2]) gelungen, die Dispersion der absoluten Phasenänderungen bei Fuchsin und Eisenglanz, bei welchen dieselben hohe Beträge erreicht, indem sich diese Substanzen für einige Farben als fast durchsichtig, für andere als stark absorbirend verhalten[3]), aus den NEWTON'schen Ringen zu berechnen und mit den theoretischen Formeln im Einklang zu finden.

Eine andere Methode zur Messung der absoluten Phasenänderungen ist folgende: Es wird die Fläche eines Glases theilweise mit Metall belegt[4]) und man lässt Lichtstrahlen zur Interferenz gelangen, welche einestheils im Glase am Metall reflektirt sind, anderntheils im Glas an Luft eine partielle oder totale Reflexion erlitten haben. Aus dem Ort der entstandenen Interferenzstreifen kann man auf die Differenz der durch Glas-Luft-Reflexion und der durch die Glas-

---

[1]) G. QUINCKE, l. c.

[2]) P. GLAN, POGG. Ann. 155, pag. 1, 258. 1875; 156, pag. 235. 1875. — Betreffs anderer Körper vergl. auch P. GLAN, WIED. Ann. 7, pag. 321. 1879; 47, pag. 252. 1892.

[3]) Die Reflexionsconstanten des Fuchsins sind bestimmt von E. WIEDEMANN (POGG. Ann. 151, pag. 1. 1874), G. LUNDQUIST (POGG. Ann. 152, pag. 571. 1874), P. GLAN (WIED. Ann. 7, pag. 321. 1879), E. SCHENK (WIED. Ann. 15, pag. 177. 1882), J. MERKEL (WIED. Ann. 19, pag. 1. 1883). — Berechnet sind diese Beobachtungen von W. VOIGT (WIED. Ann. 23, pag. 554. 1884). Ein Körper mit ähnlich stark auswählender Absorption ist das Indigo, dessen Reflexionsconstanten von VAN DER WILLIGEN bestimmt sind (POGG. Ann. 117, pag. 464. 1862).

[4]) Eine besonders bequeme Methode dazu ist das von BÖTTCHER angegebene Verfahren zur Versilberung des Glases: 1) Man löst salpetersaures Silber in destillirtem Wasser, versetzt die Lösung mit Ammoniak, bis der entstandene Niederschlag beim Umrühren fast vollständig verschwindet, filtrirt die Lösung und verdünnt sie, so dass 1 *gr* salpetersaures Silber auf 100 *cbcm* der Lösung kommt. 2) 2 *gr* salpetersaures Silber werden in etwas Wasser gelöst und in 1 *l* siedendes Wasser eingegossen. Dazu setzt man 1·66 *gr* Seignettesalz und lässt die Mischung kurze Zeit sieden, bis der entstandene Niederschlag grau aussieht. Die Lösung wird heiss filtrirt. Die gut (mit Salpetersäure, Aetzkali, Alkohol) gereinigte Glasfläche wird in einem Gefäss mit einer einige *mm* hohen Schicht aus gleichen Raumtheilen beider Lösungen bedeckt. Nach einer Stunde ist die Reduction beendigt. Die Operation kann erneuert werden, falls das Silber noch nicht die genügende Dicke besitzt.

Metall-Reflexion hervorgebrachten absoluten Phasenänderungen schliessen, d. h. letztere werden mit ersteren verglichen.

Eine derartige Methode ist von BABINET[1]), DE SÉNARMONT[2]), BILLET[3]), QUINCKE[4]) angewandt. Indess führten die Versuche meist zu keinen zuverlässigen numerischen Werthen.

Die beste, auf dem erwähnten Principe beruhende Versuchsanordnung ist die von W. WERNICKE[5]) gewählte, der die Substanz, welche theilweise metallisch belegt wurde, so dünn wählte, dass sie eine NEWTON'schen Farbe hoher Ordnung zeigte, d. h. bei einfallendem weissen Licht und spectraler Zerlegung eine Reihe von Interferenzfransen aufwies. Aus dem Absetzen derselben an der Grenzlinie, an welcher die Metallbelegung aufhört, kann man die absoluten Phasenänderungen der Metallreflexion mit denen der Reflexion an durchsichtigen Medien vergleichen (cf. oben pag. 761).

Knüpfen wir z. B. an den Fall an, dass die Rückfläche einer sehr dünnen Glasplatte theilweise versilbert ist. Die Phasenänderungen an der Vorderfläche derselben üben keinen Einfluss auf die Erscheinungen, an der Rückfläche der Glasfläche erleidet der FRESNEL'sche Vector an den unbelegten Stellen keine Phasenänderung, an den versilberten Stellen aber eine Beschleunigung, welche nach der Formel (46) zu berechnen ist. Da in dieser Formel n den Brechungsexponenten des Silbers gegen Glas bedeutet, so ist zu setzen $n = n_0 : n'$, falls n_0 den Brechungsexponenten des Silbers gegen Luft, n' den Brechungsexponenten des Glases bedeutet. Man erhält so[6]) für gelbes Licht $tang\, \Delta_s = -0{\cdot}955$, d. h. $\Delta_s = 136{\cdot}3°$. Es ergiebt sich also eine Phasenbeschleunigung um $0{\cdot}378\ \lambda$ d. h. die Interferenzfransen auf den belegten Stellen müssen um 0·378 Fransenbreite verschoben sein gegen die Interferenzfransen auf den unbelegten Stellen und zwar nach dem blauen Ende des Spectrums zu. In der That haben WERNICKE und später WIENER[7]) an theilweise versilberten Glimmerblättchen eine Fransenverschiebung von etwa $\frac{1}{4}\lambda$ im bezeichneten Sinne gefunden. — In etwas anderer Weise ist DRUDE[8]) verfahren, indem er ein sehr dünnes schwach keilförmiges Glashäutchen versilberte. Die Interferenzfransen entstehen schon bei Beleuchtung mit homogenem (Natrium-) Licht durch die verschiedene Dicke des Glases an verschiedenen Stellen. Diese Methode ist frei von störenden Einflüssen, welche bei Anwendung der WERNICKE-schen Methode die Dispersion des Δ_s, d. h. seine Abhängigkeit von der Farbe, ausüben kann. Es ergab sich als Mittel aus mehreren Versuchen, dass die Interferenzfransen auf den belegten Stellen um 0·372 Streifenbreiten gegenüber den Interferenzfransen an den unbelegten verschoben waren, und zwar nach der dickeren Seite der keilförmigen Glasschicht hin. Wie man

---

[1]) BABINET, Compt. rend. 8, pag. 709. 1839.

[2]) DE SÉNARMONT, Ann. de chim. et de phys. (2) 73, pag. 360. 1840; POGG. Ann. Ergzbd. 1, pag. 473. 1842.

[3]) BILLET, Ann. de chim et de phys. (3) 64, pag. 408. 1862.

[4]) G. QUINCKE, POGG. Ann. 132, pag. 561. 1867; 142, pag. 192. 1871. Diese letzteren Versuche haben zu numerischen Resultaten geführt, welche mit der Theorie theilweise im Einklang sind, theilweise jedoch auch nicht.

[5]) W. WERNICKE, Berl. Ber. 1875, pag. 673.

[6]) Es sind dabei die unten mitgetheilten Werthe für n und $n\varkappa$ bei Silber benutzt.

[7]) O. WIENER, WIED. Ann. 31, pag. 629. 1887. — Die gleiche Methode hat A. POTIER (Compt. rend. 108, pag. 995. 1889) beim Fuchsin angewandt.

[8]) P. DRUDE, WIED. Ann. 50. 1893.

sieht, steht dies Resultat in sehr gutem Einklang mit dem theoretisch sich ergebenden Werth. — Aber in anderer Hinsicht zeigt sich eine Abweichung von der Theorie, wenn man nämlich untersucht, in welcher Weise der genannte Fransensprung sich ändert, wenn die Dicke der Belegung der Glas. (oder Glimmer-) Fläche allmählich von Null bis auf grosse Dicken zunimmt. WERNICKE fand, dass dann der Phasensprung continuirlich von Null auf $\frac{1}{4}\lambda$ zunahm, während WIENER nnd DRUDE beobachteten, dass er continuirlich von Null bis auf $\frac{3}{4}\lambda$ resp. $0{\cdot}628\ \lambda$ wuchs und zwar waren die Fransen im entgegengesetzten Sinne, als er vorhin genannt wurde, gegenseitig verschoben. — Die bisher aufgestellten Formeln beziehen sich auf diesen Fall nicht, man kann aber ohne grosse Schwierigkeiten die theoretischen Betrachtungen auch für eine beliebig dünne Metallbelegung durchführen. Es ergiebt sich dann (vergl. DRUDE, l. c.), dass, wenn man die optischen Constanten der Metallbelegung in jeder Dicke von derselben Grösse annimmt, welche massive Metallmassen besitzen, dann das WERNICKE'sche Beobachtungsresultat aus den Formeln folgt. Die entgegenstehenden Beobachtungen von WIENER und DRUDE führen dagegen mit Nothwendigkeit zu der Annahme, dass sehr dünne Silberschichten wesentlich andere optische Constanten besitzen müssen, als massive, indem n (gegen Luft) > 1 und $\varkappa < 1$ sein muss, während für massives Silber $n < 1$, $\varkappa > 1$ ist. — Aus Versuchen (cf. weiter unten) über Reflexion des Lichtes in Luft an Silber erhielt DRUDE ganz dasselbe Resultat, dass nämlich für sehr dünnes Silber (dünner als $0{\cdot}02\,\lambda$) $n > 1$, $\varkappa < 1$ sei. — Bei den an dickeren Silberschichten gemachten Versuchen waren merkbare Störungen durch optisch abweichende Zwischenschichten, zwischen Glas und Silberbelegung nicht zu konstatiren.

Trotzdem kann die Annahme solcher Zwischenschichten von ausserordentlich geringer Dicke ($2{\cdot}10^{-6}$ *mm*) den Widerspruch zwischen Theorie und Beobachtung aufheben, d. h. es veranlassen, dass für Silber bei sehr geringen Dicken $n > 1$, $\varkappa < 1$ erscheint. — Auch erscheint es dann als möglich, dass je nach gewissen Zufälligkeiten sowohl das von WERNICKE beobachtete Verhalten, als das von WIENER und DRUDE beobachtete eintritt. Betreffs näherer Ausführung mag auf die citirte Arbeit von DRUDE verwiesen sein.

Durch andere Versuchsanordnungen kann man auch die absolute Phasenänderung bei der Reflexion Luft-Metall mit der bei der Reflexion Luft-durchsichtige Substanz vergleichen, z. B. wenn man Interferenzfransen durch zwei FRESNEL'sche Spiegel hervorruft, von denen der eine aus Metall, der andere aus Glas besteht. Schon FRESNEL[1]) bemerkt, das bei solchen Spiegeln die Farben nicht mehr symmetrisch zur hellen Mitte liegen, was auf eine Dispersion, (d. h. Abhängigkeit von der Wellenlänge) der absoluten Phasenänderungen der Metallreflexion hinweist.

Die Versuche DE SÉNARMONT's[2]), die absoluten Phasenänderungen nach dieser Methode zu messen, führten zu keinem Resultate wegen der Schwierigkeit, Metallspiegel mit genügender Vollkommenheit herzustellen.

QUINCKE[3]) stellte die Versuche in der Weise an, dass er von zwei FRESNELschen Spiegeln A und B, die aus Glas bestanden, Theile derart mit Silber belegte, dass ein belegter Theil des einen Spiegels A an einen unbelegten

---

[1]) A. FRESNEL, Oeuvr. compl. 1, pag. 703

[2]) H. DE SÉNARMONT, Ann. de chim. et de phys. (2) 73, pag. 360. 1840.

[3]) G. QUINCKE, POGG. Ann. 142, pag. 219. 1871.

des anderen B anstiess, während an einer anderen Stelle ein belegter Theil von B an einen unbelegten von A anstiess. Es ergab sich eine Verschiebung der an beiden Stellen hervorgerufenen Interferenzfransen, welche zum Theil daher rührte, dass die eine Spiegelseite um die Dicke der Metallbelegung über die andere vorstand, und zum Theil von der absoluten Phasenänderung durch die metallische Reflexion herbeigeführt wurde. Letztere war daher zu berechnen, falls die Metalldicke bekannt war. Diese bestimmte QUINCKE[1]) dadurch, dass er die Belegung theilweise fortnahm und eine schwachgekrümmte Glaslinse fest auf das Metall so aufpresste, dass ihr Berührungspunkt auf der Grenzlinie der Metallbelegung lag. Aus der Farbe der zwischen Glaslinse uud Glasfläche befindlichen Luftschicht an der Stelle, wo dieselbe an die Metallschich anstösst, kann dann die Dicke der letzteren leicht berechnet werden, vorausgesetzt, dass die Linse das Metall wirklich berührt. — Die Genauigkeit der aus diesen Versuchen erhaltenen Zahlen ist nicht gross genug, um sie entweder als Stütze oder als Widerspruch gegen die Theorie verwerthen zu können[2]). Der allgemeine Gang der absoluten Phasenänderungen, dass nämlich Δ_p mit Variation des Einfallswinkels nur wenig variirt, Δ_s dagegen von fast o bis $-\pi$, ist allerdings deutlich aus den Versuchen zu erkennen.

Diesen soeben auseinandergesetzten QUINCKE'schen Versuchen in gewisser Weise verwandt sind die von O. WIENER[3]), welcher ebenfalls die absolute Phasenänderung bei Luft-Metall-Reflexion mit der Luft-Glas-Reflexion verglich, wobei die Metallfläche um ihre Dicke der Glasfläche vorstand, nur verwendete WIENER nicht die FRESNEL'schen Spiegel, sondern die von WERNICKE benutzte Messungsmethode (cf. pag. 761), indem er auf eine Glasfläche, welche theilweise metallisch belegt war, ein anderes Glasstück so auflegte, dass eine Luftschicht dazwischen blieb, welche eine NEWTON'sche Farbe hoher Ordnung gab. Aus der gegenseitigen Lage der bei spectraler Zerlegung erhaltenen Interferenzfransen an der Grenzlinie der Metallbelegung kann man die Phasenänderungen der Reflexion berechnen, falls man wiederum die Dicke der Metallbelegung kennt[4]).

Die Dicke einer Silberschicht kann man sehr genau durch ein von FIZEAU[5]) zuerst angegebenes Verfahren bestimmen: Man legt ein Jodkorn auf dieselbe, wodurch das Silber in Jodsilber verwandelt wird, welches eventuell eine NEWTON'sche Farbe dünner Blättchen zeigt. Ist ε die Dicke der Luftschicht,

---

[1]) G. QUINCKE, POGG. Ann. 129, pag. 177. 1866.

[2]) Ebenso wenig haben sich aus den bei QUINCKE, l. c., pag. 211 u. ff. beschriebenen Beugungsversuchen sichere und mit der Theorie gut in Uebereinstimmung befindliche Werthe von Δ_p und Δ_s ergeben.

[3]) O. WIENER, WIED. Ann. 31, pag. 629. 1887.

[4]) Umgekehrt kann man die Dicke derselben nach dieser Methode berechnen, wenn man den Werth der absoluten Phasenänderungen der Reflexion kennt. Diese Methode, welche WIENER zur Dickenbestimmung dünner Schichten vorschlug, ist in sofern eine Vervollkommnung der analogen soeben angegebenen QUINCKE'schen, als man nicht voraussetzt, dass das aufgelegte Glasstück das Metall wirklich berührt und man die Dicke einer Luftschicht genauer aus der Lage ihrer Interferenzfransen als aus ihrer NEWTON'schen Farbe bestimmen kann. — Diese Methode der Dickenbestimmung ist am besten für durchsichtige Substanzen anwendbar, da man bei ihnen die absoluten Phasenänderungen mit Sicherheit kennt. Ueber die genauere Berechnung der Dicke nach dieser Methode vergl. P. DRUDE, WIED. Ann. 50. 1893.

[5]) FIZEAU, Compt. rend. 52, pag. 274. 1861.

welche dieselbe NEWTON'sche Farbe zeigen würde[1]), wie die Jodsilberschicht und ist ferner

Das Aequivalent des Silbers	Ag	$= 107{\cdot}9$
„ „ „ Jodsilbers	JAg	$= 234{\cdot}9$
Die Dichtigkeit des Silbers	d_1	$= 10{\cdot}55$
„ „ „ Jodsilbers	d_2	$= 5{\cdot}60$
Der Brechungsexponent	n	$= 2{\cdot}15$[2]),

so ist die gesuchte Dicke D der Silberschicht, aus der sich das Jodsilber gebildet hatte:

$$D = \frac{Ag}{JAg} \cdot \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{\varepsilon}{n} = 0{\cdot}114\,\varepsilon.$$

Noch genauer wird die Dicke der Jodsilberschicht durch die WERNICKE'sche oder WIENER'sche Methode der Interferenzfransen gefunden. — Nach letzterer Methode[3]) angestellte Versuche von DRUDE ergaben, dass der FRESNEL'sche Vector bei der Reflexion Luft-Silber für Natriumlicht eine Beschleunigung von $0{\cdot}412\,\lambda$ (d. h. der NEUMANN'sche Vector eine Verzögerung von $-0{\cdot}088\,\lambda$) erleidet, während Formel (46) dafür liefert[4]) $0{\cdot}417\,\lambda$ resp. $-0{\cdot}083\,\lambda$. Es ergiebt sich also eine gute Uebereinstimmung zwischen Experiment und Theorie. — Abweichungen jedoch zeigen sich wiederum, wenn man die Abhängigkeit des Fransensprunges von der Dicke der Silberbelegung untersucht. Die Theorie ergiebt für den Fall, dass das Silber in jeder Dicke die optischen Constanten des massiven Silbers besitzt, dass die Fransen an den belegten und unbelegten Stellen bei sehr dünner Belegung sich in einem anderen Sinne gegenseitig verschieben müssen, als bei dickerer Belegung, während das Experiment hiervon nichts wahrnehmen lässt. Diese Thatsache führt ebenfalls (cf. oben) mit Nothwendigkeit zu der Annahme, dass für sehr dünnes Silber $n > 1$, $\varkappa < 1$ sei. Dann ergiebt sich wiederum Uebereinstimmung mit Experiment und Rechnung.

Ein wichtiges Mittel zur Prüfung der Theorie bietet auch die Beobachtung der Reflexion an demselben Metallspiegel in verschiedenen Flüssigkeiten. Da hierdurch die in den Formeln auftretende Constante $\varkappa$ nicht geändert wird, aber n in dem Verhältniss des Brechungsexponenten des umgebenden Mediums kleiner wird, so zeigt die Formel (40), dass der Haupteinfallswinkel bei Reflexion im stärker brechenden Medium abnimmt, die Formel (43), dass das Hauptazimuth nahezu ungeändert bleibt (es nimmt ein wenig zu), die Formel (45′), dass das Reflexionsvermögen abnimmt, da $n^2(1 + \varkappa^2)$ in stärkerem Maasse abnimmt als n. Diese Gesetze haben sich im Allgemeinen bestätigt gefunden, jedoch ergiebt eine genauere numerische Vergleichung der beobachteten und theoretischen Werthe von ψ und Δ eine gewisse, bei allen Experimenten[5]) in demselben Sinne ausfallende Abweichung[6]). Man kann dieselbe erklären durch

---

[1]) Tabellen hierfür finden sich bei E. BRÜCKE, POGG. Ann. 74, pag. 582. 1848. — G. QUINCKE, POGG. Ann. 129, pag. 180. 1866. — A. ROLLET, Wien. Ber. (II) 77, pag. 117. 1878.

[2]) Durch Beobachtung des Polarisationswinkels fand DRUDE für Natriumlicht $n = 2{\cdot}15$.

[3]) Sie unterschied sich dadurch, dass wiederum nur homogenes Licht verwendet wurde, cf. oben.

[4]) Wenn man wiederum die unten mitgetheilten Constanten n und $n\varkappa$ für Silber benutzt.

[5]) Derartige Experimente sind angestellt von G. QUINCKE (POGG. Ann. 128, pag. 541. 1866), CONROY (PROC. Roy. Soc. 28, pag. 242. 1879; 31, pag. 486. 1881), DES COUDRES (Ueber die Reflexion polarisirten Lichtes an Quecksilber. Inaug.-Diss. Berlin. 1887) und P. DRUDE (WIED. Ann. 39, pag. 544. 1890).

[6]) Vergl. W. VOIGT, WIED. Ann. 23, pag. 137. 1884. — P. DRUDE, WIED. Ann. 39, pag. 545. 1890.

eine dem Metallspiegel in der Flüssigkeit anhaftende Oberflächenschicht von geringerem mittleren Brechungsexponenten, als der der Flüssigkeit beträgt, also z. B. durch eine anhaftende Luftschicht. Die Dicke einer solchen würde sich bei Versuchen, die an Quecksilber in Wasser angestellt sind, zu 0·004 λ berechnen.

Bei den bisher angestellten Versuchen ist noch nicht genügend auf die Entfernung einer anhaftenden Gasschicht geachtet. Aber auch selbst wenn diese fehlte, ist es durchaus wahrscheinlich, dass eine Flüssigkeit bei der Berührung mit einem Metall eine Oberflächenschicht besitzt, da eine solche an der freien Grenze der Flüssigkeit meist vorhanden ist, wie das Auftreten eines merklichen Ellipticitätscoëfficienten (cf. pag. 770) beweist.

Einen störenden Einfluss haben Oberflächenschichten meist auch auf die in Luft beobachtete Metallreflexion, und diesem ist es zum grossen Theil[1]) zuzuschreiben, dass die an denselben Metallen erhaltenen Werthe des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuths sehr oft starke gegenseitige Differenzen aufweisen.

Das Eigenthümliche des Einflusses der Oberflächenschichten[2]) ist, dass die Abhängigkeit des ψ und Δ vom Einfallswinkel, wie sie z. B. durch die Formeln (44) dargestellt wird, nicht modificirt wird, sodass die früher (cf. pag. 826) angestellten Prüfungen der Theorie stets gute Resultate gaben. Auf die absoluten Werthe des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuths haben jedoch die Oberflächenschichten einen erheblichen Einfluss, und zwar äussert sich derselbe in der Weise, dass der Haupteinfallswinkel dadurch stets verkleinert wird. Diejenige Behandlung eines Metallspiegels, nach welcher derselbe den grössten Haupteinfallswinkel besitzt, ist daher als diejenige anzusehen, bei welcher er die geringsten Verunreinigungen erfährt.

Bei Berechnung der optischen Constanten der Metalle aus den Reflexionsbeobachtungen ist daher sorgfältig auf die Behandlungsart des Spiegels zu achten, wenn man richtige Werthe der Constanten erhalten will. Drude[3]) hat Metallspiegel nur mit Anwendung von trockenem, ungebrauchten Schmirgelpapier (oder Feilen) und mit theilweiser Benutzung eines Polirstahls hergestellt. Es ergeben sich so für die verschiedenen Metalle in der That die grössten Haupteinfallswinkel, die bisher beobachtet sind[4]). Da dieselben ausserdem für verschiedene Spiegel desselben Metalls nahe übereinstimmten, so sind die Beobachtungen als nahezu unbeeinflusst durch Oberflächenschichten anzusehen.

Die folgende Tabelle enthält die aus den Drude'schen Reflexionsbeobachtungen von ψ und Δ nach den Formeln (47) ermittelten Werthe der Constanten n und $n\varkappa$ für Natriumlicht. In der 4. und 5. Colonne sind die nach den Formeln (41) und (43) berechneten Werthe des Haupteinfallswinkels $\overline{\varphi}$ und Hauptazimuths $\overline{\psi}$ an-

---

[1]) Zum Theil liegen die Differenzen auch an mangelnder Politur, da Risse in derselben zu Beugungserscheinungen Anlass geben und hauptsächlich $\overline{\psi}$ beeinflussen. Vergl. dazu P. Drude, Wied. Ann. 39, pag. 492. 1890.

[2]) P. Drude, Wied. Ann. 36, pag. 885. 1889.

[3]) P. Drude, Wied. Ann. 39, pag. 481. 1890.

[4]) Beobachtungen über die Reflexionsconstanten ($\overline{\varphi}$ und $\overline{\psi}$) an Metallen sind gemacht von Baden Powell (Phil. Trans. 1845, pag. 296), S. Haughton (Phil. Trans. 1, pag. 87. 1863). J. Jamin (Ann. de chim. et de phys. 22, pag. 311. 1848), Mascart (Compt. rend. 76, pag. 868. 1873), G. Quincke (Pogg. Ann. besonders Jubelbd., pag. 336. 1874), Conroy (Proc. Roy. Soc. 28, pag. 242. 1879; 31, pag. 486. 1881; 35, pag. 26. 1883; 37, pag. 36. 1884), Knoblauch (Wied. Ann. 24, pag. 256. 1885), Hennig (Gött. Nachr. 13, pag. 365. 1887), Sissingh (Inaug.-Diss. Leiden, 1885), des Coudres (Inaug.-Diss. Berlin. 1887).

gegeben, in der letzten Colonne der nach (45′) berechnete Werth des Reflexionsvermögens in Procenten.

	$n\varkappa$	n	$\overline{\varphi}$	$\overline{\Psi}$	$\mathcal{J}$
Wismuth	3·66	1·90	77° 3′	31° 58′	65·2
Blei	3·48	2·01	76° 42′	30° 45′	62·1
Quecksilber	4·96	1·73	79° 34′	35° 43′	78·4
Platin	4·26	2·06	78° 30′	32° 35′	70·1
Gold	2·82	0·37	72° 18′	41° 39′	85·1
Antimon	4·94	3·04	80° 26′	29° 35′	70·1
Zinn	5·25	1·48	79° 57′	37° 24′	82·5
Cadmium	5·01	1·13	79° 22′	38° 53′	84·7
Silber	3·67	0·18	75° 42′	43° 35′	95·3
Zink	5·48	2·12	80° 35′	34° 45′	78·6
Kupfer	2·62	0·64	71° 35′	38° 57′	73·2
Nickel	3·32	1·79	76° 1′	31° 41′	62·0
Kobalt	4·03	2·12	78° 5′	31° 40′	67·5
Stahl	3·40	2·41	77° 3′	27° 49′	58·5
Aluminium	5·23	1·44	79° 55′	37° 34′	82·7
Magnesium	4·42	0·37	77° 57′	42° 42′	92·9
Wood'sche Legirung fest .	4·65	2·03			73·4
„ „ flüssig	4·50	2·10			71·9

Besonders auffallend sind die kleinen Brechungsexponenten von Silber, Gold, Kupfer und Magnesium, da sie kleiner als 1 sind, d. h. die Lichtgeschwindigkeit in diesen Metallen grösser sein muss, als im freien Aether. Durch andere, weiter unten zu besprechende Versuche, sind für die drei ersten der genannten Metalle diese kleinen Werthe ihrer Brechungsexponenten bestätigt.

Durch Beobachtungen im rothen Licht ist constatirt, dass nur Blei, Gold und Kupfer für dasselbe kleinere Brechungsexponenten besitzen, als für gelbes Licht, während dies Verhalten bei allen anderen Metallen umgekehrt ist, d. h. abweichend von dem normalen Verhalten der durchsichtigen Körper.

Als das durchsichtigste Metall erweist sich nach der Tabelle Kupfer, jedoch ist nach der Berechnung der pag. 821, Anm. 1 die Absorption in ihm noch ausserordentlich stark.

Bei einigen Metallen wurde die Abhängigkeit der Constanten von der Temperatur untersucht. Dieselbe erwies sich als sehr gering.

Wie oben pag. 809 hervorgehoben wurde, sind die Formeln, welche zur Ermittelung der optischen Constanten aus den Reflexionsbeobachtungen benutzt sind, in völlig gleicher Weise aus der elektromagnetischen, der Ketteler'schen oder der Voigt'schen Theorie zu erhalten. Fragen wir nun aber, ob die optischen Constanten der Metalle mit den Grundlagen der verschiedenen Theorieen gut zu vereinen sind, so erhalten wir verschiedene Antworten.

Zunächst würden Brechungsexponenten, welche kleiner als 1 sind, mit der Boussinesq'schen Lichttheorie, welche allerdings noch nicht auf absorbirende Medien ausgedehnt ist, nicht zu vereinigen sein, da nach dieser Theorie die Lichtgeschwindigkeit in ponderabeln Medien nie grösser sein kann, als im leeren Raum. — Ferner ergiebt sich für alle Metalle $\varkappa > 1$, d. h. nach Formel (28) die Constante a negativ. Diese Thatsache ist nach mechanischem Standpunkte sowohl[1]), wie nach elektromagnetischem nur durch Eigenschwingungen der pon-

[1]) Vergl. W. Thomson, Lectures on Molecular Dynamics. — Baltimore, 1885.

derabeln Moleküle, deren Periode im Ultrarothen liegt, zu erklären (cf. oben pag. 686). — Verweilen wir etwas länger bei den von der elektromagnetischen Theorie gegebenen Beziehungen, so liefert die oben pag. 686 gegebene Formel (21'), in der π^2 den Werth $1/\alpha$ besitzen muss:

$$\pi^2 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a + ia'} = A^2(\varepsilon - 4\pi\lambda\tau i), \tag{48}$$

wobei ε die Summe von Quotienten ist, deren Nenner die Form $1 + \frac{i}{\tau} a_h - \frac{1}{\tau^2} b_h$ besitzen. Da nun $1/A^2 = a_0$, d. h. gleich dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum ist, so erhält man aus (48) und (37):

$$\varepsilon - 4\pi\lambda\tau i = \frac{a_0}{\alpha} = n^2(1 - \varkappa^2 - 2i\varkappa)^1). \tag{49}$$

Der reelle Theil von ε muss also für Lichtschwingungen einen negativen Werth besitzen[2]), was man, wie schon gesagt ist, durch Eigenschwingungen im Ultrarothen erklären könnte, d. h. durch $b_h > \tau^2$. — Nun ist die elektrostatisch gemessene Leitfähigkeit λ des Silbers: $\lambda = 5{\cdot}6 \cdot 10^{17}\, sec^{-1}$, es würde also mit Vernachlässigung der in ε auftretenden Reibungscoëfficienten a_h für gelbe Lichtschwingungen, für welche ist $2\pi\tau = T = 2 \cdot 10^{-15}\, sec$ folgen:

$$n^2\varkappa = 1120.$$

Dieser Werth ist bei weitem grösser, als die Erfahrung lehrt ($n^2\varkappa = 0{\cdot}7$). Mit Berücksichtigung der Reibungscoëfficienten a_h (welche positiv sein müssen), wird aber $n^2\varkappa$ noch grösser, wie die zweite der oben pag. 686 aufgestellten Formeln (26) lehrt, in welcher $p : A$ identisch ist mit n, $p' : A$ identisch mit $n\varkappa$.

Dieser Widerspruch lässt sich heben, wenn man das früher pag. 684 aufgestellte Formelsystem (17) der elektromagnetischen Theorie erweitert[3]) in

$$A\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \quad A\left(\varepsilon\frac{\partial X}{\partial t} + 4\pi\lambda X\right) = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} + \frac{p}{A}\Delta X. \tag{50}$$

Es ergiebt sich dann[4])

$$n^2(1 - \varkappa^2) = \frac{\varepsilon - 4\pi p\lambda}{1 + \frac{p^2}{\tau^2}}, \quad 2n^2\varkappa = \frac{4\pi\lambda\tau + \frac{\varepsilon p}{\tau}}{1 + \frac{p^2}{\tau^2}}. \tag{51}$$

Durch diese Formeln kann man sogar mit von τ unabhängigem ε bei passender Wahl von p die optischen Constanten der Metalle darstellen. Es ergiebt sich für ε ein grosser, positiver Werth, und dieser würde demnach die Be-

---

[1]) Für langsame, d h. elektrische, Schwingungen müsste ε reell und positiv sein. Dies ergiebt $\varkappa < 1$, daher $n^2 > 2\pi\tau\lambda$, d. h. eine sehr kleine Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen in Metallen. — Die Abnahme ihrer Amplitude bei Fortschreitung im Metall um die Länge 1 ergiebt sich als weit geringer, als die entsprechende Abnahme optischer Wellen (dass aus der Theorie meist das Entgegengesetzte geschlossen wird, liegt daran, dass man n fälschlich als nicht wesentlich von 1 verschieden annimmt), trotzdem ist die Durchlässigkeit auch sehr dünner Metallschirme gegen elektrische Wellen weit geringer, als für optische Wellen, weil, wie Formel (45') lehrt, ihr Reflexionsvermögen durch den grossen Werth von n^2 sehr hoch ist. — Vergl dazu auch L. Boltzmann, Wied. Ann. 48, pag. 63. 1893.

[2]) Vergl. E. Cohn, Wied. Ann. 45, pag. 55. 1892.

[3]) Diese Erweiterung kann man aus einem von H. A. Lorentz (Schlöm. Zeitschr. 23, pag. 209. 1878) gemachten Ansatz ableiten. — Sie ergiebt sich auch ungezwungen aus der Annahme, dass aus dem oben pag. 787, Anm. 1 gesagten Grunde die Polarisation auch von den Differentialquotienten der Kräfte abhängen muss. Wegen der vollkommenen Isotropie müssen dies mindestens die zweiten Differentialquotienten sein.

[4]) Vergl. P. Drude, Gött. Nachr. 10, pag. 391. 1891.

deutung der wirklichen Dielectricitätsconstante der Metalle besitzen. — Man muss aber vorläufig, so lange man nicht die Dielectricitätsconstante direkt ermittelt hat, dahin gestellt sein lassen, ob nicht doch auch bei Metallen die (elektrischen oder ponderabeln) Eigenschwingungen der Moleküle mit zu berücksichtigen sind, sodass in den Formeln (51) ε von τ als abhängig anzusehen ist.

IV. Durchgang des Lichtes und Reflexion an einer planparallelen Metallplatte.

Es ist möglich, so dünne Metallschichten herzustellen, dass sie durchsichtig sind. Für Gold gelingt dies auf rein mechanischem Wege durch Hämmern, Silber kann man mit Hilfe der auf pag. 828, Anm. 1 beschriebenen Methode in durchsichtiger Schicht auf Glas niederschlagen[1]), und für sämmtliche Metalle gelingt dies meist auf elektrolytischem Wege am besten, indem eine Glasfläche, welche durch Platinirung leitend gemacht ist, als Kathode verwandt wird. Es ist aber auch möglich, als solche eine Metallplatte zu verwenden, welche man vor der Einleitung der Elektrolyse mit einem sehr dünnen Ueberzug einer schlecht leitenden Substanz (Wachs, Fett, Oel, auch Graphit) versieht. In Folge dieser haftet die niedergeschlagene Metallschicht nicht sehr fest an der Metallplatte, und man kann erstere durch Anwendung von Gelatine oder Collodium von letzterer abreissen, so dass sich die Schicht als durchsichtiges Häutchen auf den Klebmitteln befindet. — Auch gelingt es, durch Zerstäuben einer Metallelektrode durch einen kräftigen elektrischen Strom durchsichtige Metallspiegel auf Glas herzustellen. Indess zeigen diese gewisse Anomalien[2]).

Das an einer solchen durchsichtigen Metallschicht reflektirte Licht zeigt andere Eigenschaften, als das an einem massiven Metallspiegel reflektirte, es erweist sich z. B. der Haupteinfallswinkel und das Hauptazimuth von der Dicke der Metallschicht abhängig. Dieses Verhalten hat Quincke[3]) in mehreren Arbeiten beobachtet, ebenso auch die Abhängigkeit der absoluten Phasenänderungen von der Dicke des Metalls[4]).

Das durch eine Metallplatte hindurchgehende Licht zeigt insofern ein eigenthümliches Verhalten, als dasselbe bei schiefer Incidenz eine starke elliptische Polarisation zeigt, wenn es ursprünglich linear polarisirt war. Die elliptische Polarisation des durch Matallplatten hindurchgehenden Lichtes ist von Quincke (in den citirten Arbeiten) und von Meslin[5]) gemessen.

Es macht keinerlei Schwierigkeiten, die Versuche nach der hier entwickelten Theorie zu berechnen; man kann direkt die für eine durchsichtige Platte giltigen Formeln auch hier verwerthen, wenn man den in ihnen auftretenden Brechungs-

---

[1]) Betreffs der Erzeugung durchsichtiger Gold- und Platinschichten auf chemischem Wege vergl. noch Quincke, Pogg. Ann. 129, pag. 177. 1866. — Wernicke, ibid. 133, pag. 183. 1868. — Kundt, Berl. Ber. 1884, Juli.

[2]) Vergl. A. Kundt, Wied. Ann. 27, pag. 59. 1886. — B. Dessau, Wied. Ann. 29, pag. 353. 1886. — O. Wiener, Wied. Ann. 31, pag. 673. 1887.

[3]) G. Quincke, Pogg. Ann. 119, pag. 368. 1863; 120, pag. 599. 1863; 128, pag. 541. 1866; 129, pag. 177. 1866.

[4]) G. Quincke, Pogg. Ann. 132, pag. 561. 1867.

[5]) G. Meslin, Compt. rend. 106, pag. 197. 1888; Ann. de chim. et de phys. (6) 20, pag. 56. 1890; Journ. de phys. (2) 9, pag. 353. 1890. — Ueber eine neue Methode der Messung der Elemente der elliptischen Polarisation, welche den Babinet'schen Compensator und gleichzeitig den Bravais'schen benutzt, vergl. G. Meslin, Journ. de phys. (2) 9, pag. 436. 1890. — Bouasse, Journ. de phys. (2) 10, pag. 61. 1891.

exponenten der Platte durch die complexe optische Constante des Metalls ersetzt. — Auf diese Weise ergiebt sich eine Darstellung[1]) der Beobachtungen, welche bei der grossen Ungenauigkeit, mit welcher dieselben meist noch behaftet sind, befriedigend zu nennen ist.

Eine Abweichung zwischen Theorie und Beobachtung tritt nur hinsichtlich der von QUINCKE[2]) und DESSAU[3]) an Metallschichten variabler Dicke beobachteten Ringe ein, welche diese Physiker als Analogon der NEWTON'schen Ringe betrachteten, während die Theorie[4]) ergiebt, dass diese bei der starken Absorption der Metalle nicht eintreten können.

Die Beobachtung der elliptischen Polarisation des durch eine Metallplatte hindurchgehenden Lichtes lässt eine gute Bestimmung des Absorptionsindex $\varkappa$ des Metalls zu. Ausserdem ist die Verknüpfung von Beobachtungen über das durchgehende Licht mit denen über das bei gleichen Einfallswinkeln reflektirte deshalb von Bedeutung, weil man dadurch die Wirkung von Oberflächenschichten falls sie dünn genug sind, eliminiren kann[5]).

Von besonderer Wichtigkeit wird die beim Durchgang durch eine Metallplatte hervorgerufene Phasenänderung des Lichtes, die man mit einem Interferenzapparat, z. B. dem JAMIN'schen, messen kann, da sie einen Werth für den Brechungsexponenten n liefert. Auf diesem Wege haben QUINCKE[6]), HURION und MERMERET[7]) für Silber und Gold constatiren können, dass sie für Natriumlicht einen Brechungsexponenten besitzen, welcher kleiner als 1 ist.

Die Beobachtung der Intensität des durch eine Metallplatte hindurchgehenden Lichtes liefert die direkteste Bestimmung des Absorptionscoëfficienten $n\varkappa$. Die Intensitätsverluste des durchgehenden Lichtes treten einmal durch die Reflexion an den Grenzflächen der Metallplatte ein und andererseits durch Absorption in ihr. Der Betrag des ersteren Verlustes ist, wie aus dem starken Reflexionsvermögen der Metalle folgt, sehr bedeutend, ausserdem ist er wechselnd je nach der Dicke der Metallplatte, indem er für sehr dünne Platten geringer ist, als für sehr dicke. Nur wenn die Dicke derselben so gross ist, dass Licht, welches die Metallplatte 3mal durchlaufen würde, keine merkliche Intensität mehr besitzt, ist der durch Reflexion herbeigeführte Intensitätsverlust von der Dicke unabhängig. Combinirt man daher zwei Metallplatten verschiedener Dicke, deren dünnste jedoch den soeben erwähnten Betrag an Dicke noch überschreitet, so ergiebt die photometrische Vergleichung der durch beide Metallplatten hindurchgehenden Lichtintensitäten die Wirkung der reinen Absorption, d. h. die Bestimmung von $n\varkappa$, falls die Dickendifferenz der Metallplatten bekannt ist.

Auf diesem Wege hat W. WERNICKE[8]) die Intensitäten des bei senkrechtem Einfall[9]) durch zwei Silberplatten hindurchgehenden Lichtes verglichen, deren

---

[1]) Man vergl. die Rechnungen von JOCHMANN, POGG. Ann. Ergzbd. 5, pag. 620. 1871. — W. VOIGT, WIED. Ann. 25, pag. 95. 1885.

[2]) Q. QUINCKE, POGG. Ann. 129, pag. 177. 1866.

[3]) B. DESSAU, WIED. Ann. 29, pag. 353. 1886.

[4]) Vergl. JOCHMANN, POGG. Ann. Ergzbd. 5, pag. 620. 1871. — W. VOIGT, WIED. Ann. 35, pag. 95. 1888. Hier ist auch eine eventuelle andere Deutung der beobachteten Ringe gegeben.

[5]) Vergl. P. DRUDE, WIED. Ann. 43, pag. 154. 1891.

[6]) G. QUINCKE, POGG. Ann. 142, pag. 177. 1871.

[7]) HURION et MERMERET, Compt. rend. 110, pag. 1187. 1890.

[8]) W. WERNICKE, POGG. Ann. Ergzbd. 8, pag. 75. 1878.

[9]) Durch Beobachtung derselben Grössen bei schiefem Einfall glaubte WERNICKE (POGG. Ann. 155, pag. 87. 1875) auch den Brechungsexponenten des Silbers berechnen zu können. Er

Dicken nach dem auf pag. 832 beschriebenen Jodsilber-Verfahren leicht und genau bestimmt werden können. Es ergab sich für $n\varkappa$ als Mittel aus mehreren Beobachtungen:

$n\varkappa$ für Silber:

Linie	C:	3·49,
„	D:	3·26,
„	E:	2·95,
„	F:	2·71,
„	$(G-H)$:	2·31.

Auf ähnlichem Wege bestimmte W. RATHENAU[1]) die Absorptionscoëfficienten für verschiedene Wellenlängen bei mehreren Metallen. Es ergiebt sich $n\varkappa$ zu

λ in $\mu\mu$	65	60	55	50	45
Gold	2·16	1·84	1·50	1·17	0·82
Silber	1·79	1·61	1·46	1·32	1·18
Platin	2·03	1·84	1·62	1·44	1·43
Eisen	1·78	1·61	1·52	1·39	1·24
Nickel	2·06	1·92	1·81	1·65	1·50

W. WIEN[2]) maass die durch Metallschichten hindurchgelassene Energie einer Bunsenflamme auf bolometrischem Wege. Es wurde der Verlust durch Reflexion direkt durch Beobachtung bestimmt und in Abzug gebracht. Es ergeben sich aus seinen Versuchen, wenn man annimmt, dass die mittlere Wellenlänge der Energie der leuchtenden Bunsenflamme 59 $\mu\mu$ betrage, für die Absorptionscoëfficienten die Werthe:

Gold . . . . $n\varkappa = 3{\cdot}0$,
Silber . . . $n\varkappa = 3{\cdot}1$,
Platin . . . $n\varkappa = 3{\cdot}9$.

Der Grössenordnung nach stimmen die erhaltenen Absorptionscoëfficienten mit den aus den Reflexionsbeobachtungen erhaltenen (cf. oben pag. 834) überein. Dass die Uebereinstimmung keine noch bessere ist, liegt wohl daran, dass es schwierig ist, Metalle in dünner Schicht in so cohärentem Zustande zu erhalten, wie sie ihn als massive Spiegel besitzen.

V. Durchgang des Lichtes durch ein Metallprisma.

A. KUNDT[3]) ist es gelungen, Metallprismen herzustellen, welche ihren brechenden Winkel und die Ablenkung des durch sie hindurchgehenden Lichtstrahls zu messen gestatteten. Wegen der starken Absorption müssen die Prismenwinkel sehr klein sein, damit auf eine messbare Prismenbreite noch merkliche Lichtintensität hindurchdringt. Die Prismenwinkel betrugen stets nur Bruchtheile einer Minute. Da die Ablenkungen von derselben Grössenordnung sind, so sind die Messungen mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden.

---

erhielt auf diese Weise Werthe, welche den Werth 1 überschritten und zwischen 3 und 5 lagen. — Es ist indess der von WERNICKE gemachte Ansatz nicht richtig. Die richtige Berechnung liefert Werthe für n, welche kleiner als 1 sind und mit den sonstigen Beobachtungen stimmen. Vergl. oben pag. 682, Anm. 1 und EISENLOHR, WIED. Ann. 1, pag. 199. 1877. — W. VOIGT, WIED. Ann. 23, pag. 133. 1884.

[1]) W. RATHENAU, die Absorption des Lichtes in Metallen. Inauguraldiss., Berlin 1889.

[2]) W. WIEN, WIED. Ann. 35, pag. 48. 1888.

[3]) A. KUNDT, Berl. Ber. Febr. 1888; WIED. Ann. 34, pag. 469. 1888.

Aus der beobachteten Ablenkung δ und dem Prismenwinkel γ findet man für nahezu senkrechte Incidenz des einfallenden Lichtes den Brechungsexponenten n des Metalls nach derselben Formel[1]), als ob das Prisma aus durchsichtiger Substanz bestünde, nämlich nach

$$n = \frac{\delta + \gamma}{\gamma}, \tag{52}$$

wobei δ als positiv zu nehmen ist, wenn der Lichtstrahl von der Kante des Prismas weggebrochen wird.

Ist der Einfallswinkel φ erheblich von 0 verschieden, so ist[2])

$$n = \frac{\delta + \gamma}{\gamma} \cos\varphi \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right]. \tag{53}$$

In dieser Formel braucht $n^2(1 + \varkappa^2)$ nur näherungsweise, z. B. aus dem Haupteinfallswinkel des Metalls, bekannt zu sein, da diese Grösse einen erheblichen Betrag besitzt und ihr reciproker Werth neben 2 auftritt. Für die meisten Metalle genügt schon die Näherungsformel:

$$n = \frac{\delta + \gamma}{\gamma} \cos\varphi. \tag{53'}$$

Man erhält diese Formeln unabhängig von den besonderen Grenzbedingungen der Theorie nur mit Berücksichtigung des Umstandes, dass an der Grenzfläche zwischen Luft und Metall jedenfalls lineare Beziehungen zwischen den Componenten des Lichtvectors in der Luft und denen im Metall stattfinden müssen[3]).

Die von DU BOIS und RUBENS[4]) angestellten Beobachtungen über den schiefen Durchgang des Lichtes durch Prismen von Eisen, Kobalt und Nickel lassen sich vollständig durch die Formel (53') darstellen[5]).

Aus den erwähnten Prismenbeobachtungen haben sich folgende Werthe für die Brechungsexponenten ergeben. Es bezieht sich in der Tabelle der an die Metallnamen angehängte Index 1 auf die citirte Arbeit KUNDT's, der Index 2 auf eine spätere Arbeit[6]) von KUNDT Berl. Ber. Dec. 1888. — WIED. Ann. 36, pag. 824. 1889), der Index 3 auf die citirte Arbeit von DU BOIS und RUBENS, Index 4 auf die citirte Arbeit von SHEA. Die von ihnen erhaltenen Resultate für durch rothes Glas gegangenes Licht sind unter der Rubrik »roth«, die für die D-Linie unter der Rubrik »weiss«, die für die F-Linie erhaltenen unter der Rubrik »blau« verzeichnet):

---

[1]) Vergl. W. VOIGT, WIED. Ann. 24, pag. 144. 1885.

[2]) Vergl. P. DRUDE, WIED. Ann. 42, pag. 666. 1891.

[3]) Man vergl. dazu auch die Ableitung der angegebenen Formeln von H. A. LORENTZ, WIED. Ann. 46, pag. 244. 1892.

[4]) H. E. J. G. DU BOIS und H. RUBENS, Berl. Ber. Juli 1890. — WIED. Ann. 41, pag. 507. 1890. — Kürzlich sind auch Beobachtungen von D. SHEA (WIED. Ann. 47, pag. 177. 1892) hierüber mitgetheilt.

[5]) Vergl. P. DRUDE, l. c., pag. 673.

[6]) In dieser hat KUNDT eine starke Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Temperatur gefunden, derart, dass der Temperaturcoëfficient desselben gleich dem des elektrischen Leitungsvermögens ist. Dies Verhalten, durch welches sich die Metalle wesentlich von den durchsichtigen Körpern unterscheiden würden, da in ihnen der Brechungsexponent nur sehr wenig mit der Temperatur variirt, ist durch Reflexionsbeobachtungen, welche bei verschiedenen Temperaturen angestellt wurden, nicht bestätigt. Vergl. SISSINGH, Arch. Néerland. 20. — P. DRUDE, WIED. Ann. 39, pag. 538. 1890.

Brechungsexponenten n:

	Roth	Weiss	Blau
Silber [1]	—	0·27	—
Silber [2]	—	0·32	—
Silber [4]	0·35	0·27	0·20
Gold [1]	0·38	0·58	1·00
Gold [2]	0·52	—	1·06
Gold [4]	0·26	0·66	0·82
Kupfer [1]	0·45	0·65	0·95
Kupfer [4]	0·48	0·60	1·12
Platin [1]	1·76	1·64	1·44
Platin [2]	—	1·70	—
Platin [4]	1·99	1·76	1·63
Wismuth [1]	2·61	2·26	2·13
Eisen [1]	1·81	1·73	1·52
Eisen [2]	1·92	—	—
Eisen [3]	3·06	2·72	2·43
Nickel [1]	2·17	2·01	1·85
Nickel [2]	2·20	—	—
Nickel [3]	1·93	1·84	1·71
Nickel [4]	2·01	—	—
Kobalt [3]	3·10	2·76	2·39

Dass die erhaltenen Brechungsexponenten nicht besser übereinstimmen, liegt wohl einmal an der Schwierigkeit der Beobachtung, indem dieselben als Quotienten zweier sehr kleiner Grössen gewonnen werden, und hauptsächlich an dem Umstande, dass bei der ausserordentlichen Feinheit der niedergeschlagenen Schichten ihre Kohärenz oft wechselnd ist. Bei Berücksichtigung dieser Umstände muss die Uebereinstimmung der Werthe von n auch mit den aus den Reflexionsbeobachtungen gewonnenen als eine gute bezeichnet werden, speciell finden sich die dort gefundenen Dispersionsgesetze, dass ausser Gold, Kupfer (und Blei) sämmtliche Metalle anomale Dispersion besitzen, hier bestätigt, und ebenso das auffallende Resultat, dass für gelbes Licht Silber, Gold und Kupfer Brechungsexponenten besitzen, welche kleiner als 1 sind. P. Drude.

Polarisation des gebeugten Lichtes.

Die Fresnel'sche Theorie der Diffraction, nach welcher jeder Punkt der Bengungsöffnung nach dem Huygens'schen Principe als Ausgangspunkt von Elementarwellen angesehen wird, deren Schwingungsweise durch die der primären einfallenden Welle bestimmt ist, ist insofern unvollständig, als sie nicht das Gesetz liefert, nach welchem sich die Lichtintensität in einer Richtung, welche schief zur strahlenden Fläche und zur Schwingungsrichtung liegt, ergiebt, Es hat sich durch Vergleich mit Experimenten herausgestellt, dass der Eresnel'sche