universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Optik

Winkelmann, Adolph

1894

Rotationspolarisation

urn:nbn:at:at-ubi:2-7838

Rotationspolarisation.

Für einige einaxige Krystalle, wie z. B. Quarz, gelten nicht die FRESNEL-schen Gesetze der Lichtfortpflanzung, und auch eine Anzahl regulärer Krystalle[1]) zeigen in ihrem optischen Verhalten Abweichungen gegenüber dem der isotropen oder amorphen Körper. Diese bestehen hauptsächlich darin, dass die Polarisationsebene linear polarisirten Lichtes, welches eine planparallele Platte jener Substanzen senkrecht zu ihren Begrenzungsflächen durchsetzt, nach dem Austritt aus derselben gegen ihre ursprüngliche Lage gedreht erscheint.

Das Gemeinsame dieser Art Krystalle ist, dass sie sogen. »gewendete« sind[2]), d. h. keine Deckoperationen besitzen, welche aus der Verbindung von Drehungen mit Spiegelungen hervorgehen.

Die Erscheinung der genannten Art ist zuerst von ARAGO[3]) im Jahre 1811 am Quarz entdeckt. Bald darauf fand BIOT[4]) dieselbe auch am Terpentinöl, und man hat seitdem eine grosse Zahl von Flüssigkeiten und Lösungen krystallinischer Körper kennen gelernt, welche ebenfalls das genannte optische Drehungsvermögen besitzen. Wir wollen diese Medien im Folgenden kurz mit »optisch aktiv« bezeichnen. Diese Flüssigkeiten und Lösungen haben nun nach der Entdeckung PASTEUR's[5]) mit den »optisch aktiven« Krystallen ebenfalls die Eigenschaft gemeinsam, dass sie als »gewendete« Medien anzusehen sind, d. h. nach der früheren Bezeichnung (cf. pag. 662) sind diese Flüssigkeiten nicht als vollkommen isotrope, sondern nur als dissymmetrisch-isotrope Körper anzusehen. Der Unterschied der Flüssigkeiten gegenüber den festen Körpern besteht nur darin, dass in ersteren die Dissymmetrie nicht in der Anordnung ihrer Moleküle begründet sein kann, wie bei letzteren, da man bei einer Flüssigkeit die Moleküle als völlig regellos angeordnet annimmt, sondern dass die Anordnung der Atome im Molekül die Dissymmetrie hervorbringt[6]).

Nachdem von HOPPE-SEYLER[7]) und E. MULDER[8]) auf Grund der Erscheinung, dass das Drehungsvermögen natürlicher organischer Substanzen sich bis zu einem gewissen Grade in ihre Derivate fortpflanzt, die Ansicht geäussert war, dass die optische Aktivität nicht von der Gruppirung sämmtlicher Atome im Molekül,

---

[1]) Die Krystalle, an welchen die erwähnten Eigenschaften bisher entdeckt sind, sind mit den betreffenden Literaturnachweisen in TH. LIEBISCH, Physikal. Krystallogr., pag. 518, aufgeführt.

[2]) Diese Bezeichnung rührt von H. MARBACH (Ueber »Hemiédrie non superposale« oder »gewendete Krystallformen«, Programm, Breslau, 1861) her. Vergl. auch B. MINNIGERODE, N. Jahrb. f. Mineral., Beil., Bd. 5, pag. 149. 1887. Das typische Beispiel einer »gewendeten« Form ist eine Schraubenlinie.

[3]) F. ARAGO, Mém. de la Cl. des scienc. math. et. phys. de l'inst. imp. de France, Année 1811, 12, pag. 93. 1812. — Oeuvr. compl. 10, pag. 36. — GILBERT, Ann. d. Physik, 40, pag. 145. 1812.

[4]) J. B. BIOT, Bullet. de la Soc. Philomath. 1815, pag. 190.

[5]) PASTEUR, Recherches sur la dissymmetrie moléculaire des produits organiques naturels. Lécons de chimie, professées en 1860. Paris 1861. — Compt. rend. 26, pag. 535. 1847; 28, pag. 477. 1848; 31, pag. 480. 1850; 33, pag. 217. 1851; 35, pag. 176. 1852. — Ann. de chim. et de phys. (3) 24, pag. 442. 1848; 28, pag. 56. 1850; 31, pag. 67. 1851; 34, pag. 30. 1852; 38, pag. 437. 1853.

[6]) Hierfür spricht auch die von BIOT im Jahre 1818 und von GERNEZ (Compt. rend. 62, pag. 1277. 1866. — Ann. de l'école norm. 1. 1864) beobachtete Aktivität des Terpentinöl-Dampfes.

[7]) HOPPE-SEYLER, Journ. f. prak. Chem. 89. — Zeitschr. f. Chem. 1867.

[8]) E. MULDER, Zeitschr. f. Chem. 11. 1868.

sondern nur von einer bestimmten Anzahl derselben herrühre, haben LE BEL[3]) und VAN'T HOFF[4]) eine Hypothese aufgestellt, welche das Drehungsvermögen direkt mit der Constitutionsformel in Verbindung setzt. Wenn ein Kohlenstoffatom mit vier unter sich verschiedenen Radikalen verbunden ist, soll ein Molekül von asymmetrischer Form entstehen und als solches Drehungsvermögen zeigen. In der That besitzen optisch aktive Flüssigkeiten oder Lösungen stets ein oder mehrere asymmetrische Kohlenstoffatome[5]), und die Aktivität in den Derivaten einer Substanz hört auf, falls diese asymmetrischen Kohlenstoffatome nicht mehr vorhanden sind[6]).

Allgemein kann man also sagen, dass die Erscheinungen der Rotationspolarisation an das Auftreten gewendeter oder dissymmetrischer Formen oder Moleküle geknüpft sei; das Auftreten derselben zieht aber nicht immer mit Notwendigkeit auch Rotationspolarisation nach sich (wie z. B. bei Salmiak und Sylvin).

I. Theorie.

Für eine mathematische Darstellung der Lichtbewegung in einem aktiven Körper müssen die Hauptgleichungen die Bedingung der Dissymmetrie erfüllen, welche das Auftreten von Symmetrieebenen ausschliesst.

Analytisch drückt sich dies so aus, dass es nie möglich sein darf, das Coordinatensystem so zu wählen, dass die Hauptgleichungen unverändert bestehen bleiben, wenn man den positiven Sinn einer Coordinatenaxe in die entgegengesetzte Richtung verlegt. Durch welche specielle Anordnung der Körpermoleküle (der Atome) oder durch welche Molekular-Kraftgesetze jene Dissymmetrie hervorgerufen werden kann, werden wir hier ebensowenig erörtern, wie wir die Differentialgleichungen der optisch inaktiven Körper auf specielle Vorstellungen über Molekularkraftgesetze begründet haben, da dieser Weg vorläufig noch nicht in befriedigender Weise[7]) zum Ziel führt.

---

[3]) LE BEL, Bull. soc. chim. (2) 22. 1874.

[4]) J. H. VAN'T HOFF, ibid. (2) 23. 1875; Naturf. 9, pag. 177. 1876; Ber. d. chem. Ges. 10, pag. 1620. 1877.

[5]) Ausführlicheres über die Constitution flüssiger aktiver Substanzen, die Abhängigkeit der optischen Aktivität von der chemischen Constitution, die künstliche Darstellung aktiver Substanzen und das optische Verhalten der Derivate aktiver Körper findet man in: H. LANDOLT, das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen etc. Braunschweig, 1879.

[6]) Vergl. z. B. das Verhalten der Traubensäure. (PASTEUR, Ann. de chim. et de phys. (3) 28, pag. 56. 1850. POGG. Ann. 80.)

[7]) Theorien des optischen Drehungsvermögens, welche auf einer speciellen Vorstellung vom Bau der optisch aktiven Körper beruhen, gab L. SOHNCKE (Math. Ann. 9, pag. 504. 1876; POGG. Ann. Ergzbd., Bd. 8, pag. 16. 1878. — Entwickelung einer Theorie der Krystallstruktur. Leipzig 1879, pag. 241; Zeitschr. f. Kryst. 13, pag. 229. 1888). — E. MALLARD (Ann. des mines (7) 19, pag. 256. 1881; Compt. rend. 92, pag. 1155. 1881; Journ. de phys. (1) 10, pag. 479. 1881. — Traité de crist. pag. 262 u. 305. 1884). G. WYROUBOFF (Bull. Soc. Trans. Min. 13, pag. 215. 1890). — A. FOCK (Chem. Ber. 24, pag. 101. 1891). — Diesen Theorien liegt die von E. REUSCH (Berl. Ber. 1869, pag. 530; POGG. Ann. 138, pag. 628. 1869) entdeckte Thatsache zu Grunde, dass man die Erscheinungen, welche senkrecht zur optischen Axe geschnittene Quarzplatten, sowohl im senkrecht einfallenden wie im convergenten Lichte zeigen, künstlich durch eine Combination von übereinander geschichteten Glimmerplatten nachahmen kann, bei welcher die Ebene der optischen Axen jeder Platte denselben im bestimmten Sinne gerechneten Winkel mit der Ebene der optischen Axen der darunterliegenden Platte einschliesst. Betrefts der Wirkung solcher Combinationen vergl. auch VERDET, Wellentheorie des Lichtes. Deutsch von K. EXNER. Braunschweig 1884. 2. Bd., pag. 275—286.

Zur Erklärung der Rotationspolarisation sind verschiedene Formen von Hauptgleichungen angegeben. Die Bedingung ihrer Dissymmetrie erfordert, dass zu den gewöhnlichen, die Doppelbrechung erklärenden Termen ungerade Differentialquotienten des Lichtvectors nach den Coordinaten, nicht nach der Zeit, hinzutreten müssen. Letztere ergeben für entgegengesetzt gerichtete Wellen gleiche, nicht entgegengesetzte Drehungen der Polarisationsebene, wie es bei optisch aktiven Substanzen nach der Beobachtung der Fall ist[1]). Die Theorien von LOMMEL[2]), KETTELER[3]), VOIGT[4]) und BASSET[5]) enthalten nun nur Terme der letzteren Gattung, sie sind daher wohl zur Erklärung der magnetischen[6]), aber nicht zu der Erklärung der natürlichen Drehung der Polarisationsebene geeignet[7]).

Dagegen enthalten andere mechanische Lichttheorien Terme der verlangten Form.

So sind die Hauptgleichungen der BOUSSINESQ'schen Theorie[8]) für active Krystalle nach pag. 662

$$\begin{aligned} a\frac{\partial^2 u}{t^2} &= \Delta u + k\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \\ b\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \Delta v + k\frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \varepsilon\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}, \\ c\frac{\partial^2 w}{t^2} &= \Delta w + k\frac{\partial \vartheta}{\partial z} + \varepsilon\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\vartheta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\xi = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \tag{1'}$$

Lässt man in der Angabe der Form der dissymetrischen Terme die (geraden) Differentiatienten nach t fort, so ist nach CAUCHY[9]) für isotrope Medien

---

[1]) Man vergl. CH. SORET, Arch. des sc. phys. et. natur. Lausanne (3) 11, pag. 330 u. 412. 1884; Arch. de Genève, 11, pag. 412. 1884; 24, pag. 591. 1890.

[2]) E. LOMMEL, WIED. Ann. 15, pag. 378. 1882.

[3]) E. KETTELER, WIED. Ann. 16, pag. 86. 1882.

[4]) W. VOIGT, WIED. Ann. 19, pag. 873. 1883. Um entgegengesetzte Drehungen für entgegengesetzte Fortpflanzungsrichtungen zu erhalten, hat VOIGT die Coëfficienten der die Rotationspolarisation erklärenden Terme als von der Richtung der Wellennormalen abhängig angenommen. Dies hat aber weitere Schwierigkeiten zur Folge, falls mehrere in verschiedenen Richtungen fortpflanzende Wellen existiren (cf. W. VOIGT, WIED. Ann. 30, pag. 191. 1887).

[5]) A. B. BASSET, Phil. Mag. (5) 30, pag. 152. 1890.

[6]) Man vergl. auch AIRY, Phil. Mag. (3) 28, pag. 469.

[7]) Die magnetische Drehung ist nämlich die gleiche für entgegengesetzte Fortpflanzungsrichtungen der Wellen. Der Unterschied zwischen der natürlichen und magnetischen Rotationspolarisation macht sich eklatant bemerklich, falls eine linearpolarisirte Lichtwelle durch eine planparallele Platte der zu untersuchenden Substanz geht und an der Hinterfläche reflektirt wird. Die Polarisationsebene der aus der Vorderfläche wieder ausgetretenen Welle erweist sich gegenüber der ursprünglichen Lage als gedreht, falls die Platte aus einer magneto-aktiven Substanz besteht, dagegen als ungedreht, falls sie natürlich aktiv ist.

[8]) BOUSSINESQ, Liouv. Journ. (2) 13, pag. 330. 1868.

[9]) A. CAUCHY, Compt. rend, 15, pag. 916. 1842.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a\Delta u + a'\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \varepsilon\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{\partial z}\right) \text{ etc.,} \tag{2}$$

nach v. LANG[1]) für Krystalle

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= a\Delta u - \frac{\partial}{\partial x}\left(a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial v}{\partial y} + c\frac{\partial w}{\partial z}\right) + \varepsilon\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right),\\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= b\Delta v - \frac{\partial}{\partial y}\left(a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial v}{\partial y} + c\frac{\partial w}{\partial z}\right) + \varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right),\\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= c\Delta w - \frac{\partial}{\partial z}\left(a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial v}{\partial y} + c\frac{\partial w}{\partial z}\right) + \varepsilon\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right).
\end{aligned} \tag{3}$$

Die BRIOT'schen[2]) Gleichungen für einaxige Krystalle kann man aus dem Ansatz ableiten

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= a\Delta u + \frac{\partial}{\partial x}\left(f\vartheta + f_1\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \varepsilon_1\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right),\\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= b\Delta v + \frac{\partial}{\partial y}\left(f\vartheta + f_1\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \varepsilon_1\frac{\partial u}{\partial z} - \varepsilon_2\frac{\partial w}{\partial x},\\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= b\Delta w + \frac{\partial}{\partial z}\left(f\vartheta + f_2\frac{\partial n}{\partial x}\right) + \varepsilon_2\frac{\partial v}{\partial x} - \varepsilon_1\frac{\partial u}{\partial y},
\end{aligned} \tag{4}$$

wobei die x-Axe zur optischen Axe gewählt ist, die SARRAU'schen[3]) Gleichungen für einaxige Krystalle (x-Axe = optische Axe) sind abzuleiten aus

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= a\left(\Delta u - \frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) + \varepsilon_1\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right),\\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= b\left(\Delta v - \frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right) + \varepsilon_2\frac{\partial u}{\partial z} - \varepsilon_3\frac{\partial w}{\partial x},\\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= b\left(\Delta w - \frac{\partial \vartheta}{\partial z}\right) + \varepsilon_3\frac{\partial v}{\partial x} - \varepsilon_2\frac{\partial u}{\partial y}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Hierbei sind die a, b, c, ε als Funktionen von τ anzusehen.

Das Gemeinsame der Gleichungen dieser Theorien besteht darin, dass die dissymmetrischen Terme erste Differentialquotienten des Lichtvectors nach den Coordinaten sind. — Von dieser Form weichen die Differentialgleichungen von MAC CULLAGH[4]) ab, welche die ersten waren, die zur Erklärung der Rotationspolarisation aufgestellt sind. Diese Gleichungen enthalten dritte Differentialquotienten von u, v, w nach den Coordinaten.

Zur Vergleichung der Resultate der verschiedenen mechanischen Theorieen ist es wiederum nützlich, gerade wie früher pag. 668 angegeben ist, auch die elektromagnetische Theorie mit heranzuziehen. Gerade wie früher (pag. 684) bei Behandlung der anomalen Dispersion lassen wir die Formeln unverändert bestehen:

---

[1]) V. v. LANG, POGG. Ann. Ergz.-Bd. 8, pag. 608. 1878. — Wien. Ber. (2) 75, pag. 719 1877. Dies ist die zweite der von v. LANG angegebenen Formen der Differentialgleichungen. Die erste in POGG. Ann. 119, pag. 74. 1863 für einaxige Krystalle gegebene Form unterscheidet sich von dieser nur dadurch, dass ε noch als Faktor das Quadrat des Cosinus des Winkels zwischen der optischen Axe und der Wellennormale enthält. Dieser Faktor führt aber gewisse Schwierigkeiten für die Betrachtung der Fälle herbei, in welchen sich mehrere verschieden gerichtete Wellen im Krystall zugleich fortpflanzen.

[2]) CH. BRIOT, Versuche über die mathematische Theorie des Lichtes; übersetzt von W. Klinkerfuss, Leipzig 1867, pag. 123.

[3]) E. SARRAU, Liouv. Journ. (2) 13, pag. 99. 1868.

[4]) MAC CULLAGH, Irish Transact. 17, pars III, pag. 461; Proceed. of Irish Acad. 1, pag. 383. 1837—40.

$$A\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \quad A\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}, \tag{6}$$

wobei die magnetische Polarisation und die magnetische Kraft L als identisch angenommen sind (die Magnetisirungsconstante ist gleich 1 gesetzt), dagegen erweitern wir die Beziehungen zwischen der elektrischen Kraft und der elektrischen Polarisation. — Um Dissymmetrie herbeizuführen ist nothwendig, dass die elektrische Polarisation auch von ungeraden Differentialquotienten der elektrischen Kräfte nach den Coordinaten abhängt[1]). Hält man an der MAXWELL'schen Idee fest, dass nur geschlossene elektrische Ströme existiren, d. h. an der Incompressibilität der Elektricität, so ist die Bedingung dafür

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}\right) = 0.$$

Mit Benutzung derselben folgt, dass die Polarisationen, falls man bei ersten Differentialquotienten der Kräfte nach den Coordinaten stehen bleibt, die Form besitzen müssen

$$\begin{aligned}
\mathfrak{X} &= \varepsilon_{11}X + \varepsilon_{12}Y + \varepsilon_{13}Z + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_{21}X + \rho_{22}Y + \rho_{23}Z) \\
&\qquad - \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{31}X + \rho_{32}Y + \varepsilon_{33}Z), \\
\mathfrak{Y} &= \varepsilon_{21}X + \varepsilon_{22}Y + \varepsilon_{23}Z + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{31}X + \rho_{32}Y + \rho_{33}Z) \\
&\qquad - \frac{\partial}{\partial z}(\rho_{11}X + \rho_{12}Y + \rho_{13}Z), \\
\mathfrak{Z} &= \varepsilon_{31}X + \varepsilon_{32}Y + \varepsilon_{33}Z + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{11}X + \rho_{12}Y + \rho_{13}Z) \\
&\qquad - \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{21}X + \rho_{22}Y + \rho_{23}Z).
\end{aligned} \tag{7}$$

Dabei können die ε und ρ Summen von Quotienten von unendlichen Reihen sein, welche nach reciproken Potenzen der Schwingungsdauer fortschreiten, aus demselben Grunde, wie er früher pag. 685 bei der anomalen Dispersion entwickelt ist. Für vollkommen durchsichtige Medien würden in diesen unendlichen Reihen die ungeraden Potenzen von T fortfallen. — Wie zur Erklärung der Dispersionserscheinungen kann man auch hier annehmen, dass die Zähler in den Summanden von ε und ρ Constanten sind, während die Nenner nur aus 2 (bei nicht völlig durchsichtigen Medien aus 3) Gliedern bestehen. Diese analytische Form ist dann leicht aus der Annahme zu erklären, dass die ponderabeln Moleküle, oder wenigstens ihre Polarisationen, gewisser Eigenschwingungen fähig seien.

Würde man noch dritte Differentialquotienten der elektrischen Kräfte nach den Coordinaten in den Gleichungen (7) zufügen, so würden sich in einem isotropen aktiven Medium mehr als zwei Wellen fortpflanzen können. Dies ist eine unnöthige, von dem Experiment nicht verlangte Complication. — Wir bleiben daher bei den Gleichungen (7) stehen.

---

[1]) Dass die Polarisation auch von den Differentialquotienten der Kräfte nach den Coordinaten abhängt, erklärt sich durch die Annahme, dass auch die Werthe der Kräfte in den benachbarten Raumtheilen von Einfluss auf den Zustand in dem betrachteten Raumpunkte ist. Diese Annahme entspringt direkt aus einer endlichen Grösse der Moleküle, während für ein streng homogenes Medium (freier Aether) kein Anlass zu derartigen Erweiterungen gegeben ist. — Aus dissymmetrischen Molekülformen ergeben sich dann auch die dissymmetrischen Ansätze (7).

Nach den Gleichungen (7) würden die dissymmetrischen Terme in einem aktiven Krystall eine allgemeinere Form besitzen (mehr Constanten enthalten), als in einem aktiven dissymmetrisch-isotropen Medium. Wenn man für einen Krystall die dissymmetrischen Terme in der Gestalt annehmen wollte, wie sie für isotrope Medien auftreten, so würde sich ergeben:

$$\mathfrak{X} = \varepsilon_{11} X + \varepsilon_{12} Y + \varepsilon_{13} Z + \rho \left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} \right) \text{ etc.} \tag{7'}$$

Man erhielte dadurch in den Resultaten Abweichungen von den aus den Gleichungen (7) ableitbaren Resultaten, welche von der Ordnung des Produktes der Constante ρ in die Differenz der Hauptbrechungsindices des Krystalls wären. Da nun ρ für alle in der Natur vorkommenden aktiven Körper sehr klein ist, so ist jene Abweichung unmerkbar. Wir wollen daher die einfacheren Formeln (7') an Stelle von (7) setzen.

Die aufgestellten Gleichungen (6) und (7') sollen auch für inhomogene Medien gelten, d. h. auch in der Grenzschicht zwischen zwei Medien, in welcher die ε und ρ sehr schnell variiren. Aus demselben Grunde, wie er früher pag. 674 angegeben ist, würden daher wiederum die Grenzbedingungen lauten

$$L_1 = L_2, \quad M_1 = M_2, \quad X_1 = X_2, \quad Y_1 = Y_2 \quad \text{für } z = 0, \tag{8}$$

falls die xy-Ebene die Grenze ist. Es lässt sich zeigen[1]), dass diese Grenzbedingungen mit dem Energieprincip im Einklang stehen.

Interpretirt man nun die elektrische Kraft als Lichtvector u, v, w, so erhält man aus (6) und (7')

$$\begin{aligned} A^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon_{11} u + \varepsilon_{21} v + \varepsilon_{31} w - \rho \xi) &= \Delta u - \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \\ A^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon_{21} u + \varepsilon_{22} v + \varepsilon_{23} w - \rho \eta) &= \Delta v - \frac{\partial \vartheta}{\partial y}, \\ A^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon_{31} u + \varepsilon_{32} v + \varepsilon_{33} w - \rho \zeta) &= \Delta w - \frac{\partial \vartheta}{\partial z}, \end{aligned} \tag{9}$$

wobei $\xi, \eta, \zeta, \vartheta$ nach (1') definirt sind. Diese Gleichungen gehen, falls man die Coordinatenaxen in die Hauptaxen des Ellipsoids

$$\varepsilon_{11} x^2 + \varepsilon_{22} y^2 + \varepsilon_{33} z^2 + 2\varepsilon_{23} yz + 2\varepsilon_{31} zx + 2\varepsilon_{12} xy = 1$$

legt, in die Gleichungen (1) der BOUSSINESQ'schen Theorie über, falls man in ihr $k = -1$, d. h. die Geschwindigkeit der Longitudinal-Wellen gleich Null setzt (cf. oben pag. 664). Dies ist ja in der That der CAUCHY'sche Standpunkt, der von BOUSSINESQ acceptirt wird. — Auch hinsichtlich der Grenzbedingungen schliesst sich BOUSSINESQ den CAUCHY'schen Continuitätsbedingungen an, deren analytische Form nach den Erörterungen der pag. 670 lautet, falls man die Longitudinal-Wellen eleminirt

$$u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2, \quad \xi_1 = \xi_2, \quad \eta_1 = \eta_2. \tag{10}$$

Dies sind auch die Grenzbedingungen (8) der elektrischen Theorie, da L proportional zu ξ ist, etc. — Es folgt daher völlige Identität des Erklärungssystemes der elektrischen Theorie und der mechanischen von BOUSSINESQ.

Von dem Formelsystem (9) unterscheidet sich das System (5) der SARRAU'schen Theorie nur durch die allgemeinere (krystallinische) Form der dissymmetrischen Terme. Wegen der Kleinheit der Constanten ρ und ε müssen aber aus dem vorhin angeführten Grunde beide Formelsysteme zu sehr nahe identischen Resultaten führen.

Der bisher benützte Lichtvector (elektrische Kraft) pflanzt sich in quasi-

---

[1]) Vergl. P. DRUDE, Gött. Nachr. No. 11, pag. 403. 1892.

transversalen Wellen fort. Will man streng transversale Wellen erhalten, so muss man als Lichtvector entweder die elektrische Polarisation oder die magnetische Kraft einführen. — Erstere Annahme führt zu Gleichungen, welche eine Verallgemeinerung der von MAC CULLAGH für isotrope Medien aufgestellten sind. — Führt man aber nur einen Theil der elektrischen Polarisation als Lichtvector ein, setzt man nämlich

$$\varepsilon_{11} X + \varepsilon_{12} Y + \varepsilon_{13} Z = u, \text{ etc.}$$

so erhält man, wenn man wiederum Formelsysteme, welche sich nur in ihren dissymmetrischen Termen unterscheiden, als gleich ansieht, das System (3) von v. LANG, d. h. auch das System (4) von BRIOT, wenn man dort die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinal-Wellen Null setzt. Beide Formelsysteme würden daher die Ausdehnung der FRESNEL'schen Theorie (mit transversalen Wellen und annähernd der FRESNEL'schen Definition der Polarisationsebene) auf aktive Krystalle sein.

Die Ausdehnung der NEUMANN'schen Theorie (mit annähernd NEUMANN's Definition der Polarisationsebenen und streng transversalen Wellen) auf diese Fälle erhält man, indem man die magnetische Kraft als Lichtvector einführt, d. h. setzt

$$L = u, \quad M = v, \quad N = w.$$

Mit Zugrundelegung der auf pag. 788 definirten Coordinatenaxen erhält man dann aus (6) und (7') die Form[1])

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= b \frac{\partial \eta}{\partial z} - c \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \varepsilon \xi, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= c \frac{\partial \zeta}{\partial x} - a \frac{\partial \xi}{\partial z} + \varepsilon \eta, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= a \frac{\partial \xi}{\partial y} - b \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon \zeta, \end{aligned} \tag{11}$$

Aus dem Erörterten folgt, dass alle hier genannten Theorieen zu gleichen beobachtbaren Resultaten führen müssen[2]), wenn man noch die Grenzbedingungen consequent aus den Gleichungen (8) ableitet. Wir wollen uns auf letztere nicht näher einlassen, da für alle in der Natur vorkommende Körper ε so klein ist, dass der Einfluss der Activität auf die Amplitudengesetze der Reflexion und Brechung verschwindet[3]).

Aus den Gleichungen (11) ergiebt sich, dass für den Vector, dessen Componenten ξ, η, ζ sind, Differentialgleichungen der Form (3) gelten. Wenn man daher die Formeln (11) für die Rechnung benützt, welche in gewissem Sinne das NEUMANN'sche System repräsentiren, so kann man aus den sich ergebenden Resultaten sofort die Gesetze für den Lichtvector des FRESNEL'schen Systems ableiten, wenn man als dessen Componenten die Grössen ξ, η, ζ auffasst. Das Umgekehrte findet ebenfalls statt.

Als Integrale der Differentialgleichungen verwenden wir die für ebene Wellen constanter Amplitude gültige Form:

$$\begin{aligned} u &= M \cos \rho - M' \sin \rho, \\ v &= N \cos \rho - N' \sin \rho, \\ w &= P \cos \rho - P' \sin \rho, \end{aligned} \tag{12}$$

---

[1]) In diesen Formeln hängen die a, b, c von den ε_{hk} ab. ε ist eine von ρ und ε_{hk} abhängende Constante.

[2]) In der That zeigen dies die Berechnungen von B. HECHT (WIED. Ann. 30, pag. 274. 1887) am Quarz.

[3]) Dies gilt selbst für Zinnober (Vergl. P. DRUDE, Gött. Nachr. 11, pag. 406. 1892), für welches ε den grössten bisher beobachteten Werth besitzt.

$$\rho = \frac{1}{\tau}\left(t - \frac{mx + ny + pz}{\omega}\right), \qquad \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{T}, \qquad m^2 + n^2 + p^2 = 1.$$

In diesen Gleichungen bedeuten m, n, p die Richtungscosinus der Wellennormalen, ω ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit, T die Schwingungsdauer. Wie wir früher (pag. 636) ableiteten, beschreibt der Endpunkt des Vectors (u, v, w) eine ebene Ellipse. Wir wollen sehen, was der Uebergang von den u, v, w zu den ξ, η, ζ für eine Bedeutung hat, d. h. welche Bahn der Endpunkt des Vectors ξ, η, ζ beschreibt. Beide Vectoren pflanzen sich in transversalen Wellen fort, d. h. sie liegen senkrecht zur Wellennormale. Wählt man diese zur xy-Ebene, so ist zu setzen

$$m = n = 0, \qquad p = 1.$$

In Folge dieser Verfügung folgt aus (12), da $P = P' = 0$ zu setzen ist

$$u = M \cos\rho - M' \sin\rho, \qquad v = N \cos\rho - N' \sin\rho, \qquad w = 0,$$

und aus (1') folgt

$$\xi = N' \cos\rho - N \sin\rho, \qquad \eta = -M' \cos\rho + M \sin\rho, \qquad \zeta = 0.$$

Setzt man nun

$$M = A \cos p, \qquad M' = A \sin p, \qquad N = B \cos q, \qquad N' = B \sin q,$$

so werden die beiden letzten Gleichungssysteme zu

$$u = A \cos(\rho + p), \qquad v = B \cos(\rho + q),$$

$$\xi = B \cos\left(\rho + \frac{\pi}{2} - q\right), \qquad \eta = A \cos\left(\rho - \frac{\pi}{2} - p\right).$$

Nach den Gleichungen (8) des Capitels »Natur der Lichtbewegung« (pag. 634) folgt, dass die Endpunkte des Vectors u, v und des Vectors ξ, η zwei gleiche Ellipsen beschreiben, deren Hauptaxen in inverser Lage auf einander fallen, d. h. die grosse Axe der einen Ellipse auf die kleine der anderen und umgekehrt. Ferner ist der Durchlaufungssinn in beiden Ellipsen der entgegengesetzte.

Wenn man also anstatt des NEUMANN'schen Vectors den FRESNEL'schen einführt, so hat das zur Folge, dass die elliptischen Bahnen des Endpunktes der Vectoren jene durch den vorigen Satz ausgedrückte gegenseitige Lage besitzen[1]). Durch das Zusammenwirken beider Umstände, nämlich der Inversion der Lage der Hauptaxen der Ellipsen und des Durchlaufungssinnes, folgen nach beiden Anschauungen (der FRESNEL'schen und NEUMANN'schen) dieselben Resultate für die beobachtbaren Erscheinungen (z. B. Drehung der Polarisationsebene bei Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Platte aktiver Substanz), wie später zum Theil ausführlicher erörtert werden soll.

Das Coordinatensystem mag nun wieder, wie früher, gelegt werden, nämlich in die optischen Symmetrieaxen, welche der Krystall besitzen würde, falls die dissymmetrischen Terme fehlten. Wir benutzen daher wiederum die Gleichungen (12).

Durch passende Wahl des Nullpunktes der Zeit t kann man es stets erreichen, dass

$$MM' + NN' + PP' = 0 \tag{13}$$

ist. Unter dieser Bedingung haben M, N, P und M', N', P' einfache Bedeutungen. Für $\rho = 0$ befindet sich nämlich, falls man u, v, w als Elongationen auffasst, ein Aethertheilchen in einem Punkte, dessen Coordinaten M, N, P sind, dessen Entfernung r vom Coordinatenanfang also gegeben ist durch

$$r^2 = M^2 + N^2 + P^2. \tag{14}$$

---

[1]) Zu diesem Satze ist schon A. CLEBSCH in CRELLE's Journ. 57, pag. 319. 1860 gelangt.

Nach einem unendlich kleinen Zuwachs dt der Zeit beträgt diese Entfernung $r + dr$, und zwar folgt aus (12) durch Differentiation

$$(r + dr)^2 = \left(M - M' \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dt\right)^2 + \left(N - N' \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dt\right)^2 + \left(P - P' \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dt\right)^2.$$

Falls die Gleichung (13) besteht, ist daher dr zweiter Ordnung unendlich klein, falls dt unendlich klein erster Ordnung ist, d. h. r ist eine Hauptaxe der von den Aethertheilchen durchlaufenen Ellipse. Die andere Hauptaxe derselben r' ist gegeben durch

$$r'^2 = M'^2 + N'^2 + P'^2, \tag{14'}$$

ihre Richtungscosinus sind M'/r', N'/r', P'/r'.

Die Integrale (12) lassen sich in die Form bringen

$$u = \Re\,[\mathrm{M} e^{i\rho}], \quad v = \Re\,[\mathrm{N} e^{i\rho}], \quad w = \Re\,[\Pi e^{i\rho}], \tag{15}$$

wobei

$$\mathrm{M} = M + iM' \quad \mathrm{N} = N + iN', \quad \Pi = P + iP'$$

bedeutet, $i^2 = -1$ gesetzt ist, und das vorgesetzte $\Re$ andeuten soll, dass der reelle Theil der nachfolgenden Grösse zu nehmen ist.

Da alle Differentialgleichungen linear sind, so kann man auch u, v, w den complexen Ausdrücken in (15) selber gleich setzen. Jede sich dann ergebende Gleichung, welche complexe Grössen enthält, ist stets zwei Gleichungen äquivalent, welche erhalten werden, wenn man in der ursprünglichen Gleichung die reellen von den imaginären Bestandtheilen trennt.

Aus den Gleichungen (3), d. h. für den FRESNEL'schen Vector, folgt, wenn man zur Abkürzung setzt

$$\varepsilon\tau\omega = \sigma, \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
(\omega^2 - a)\,\mathrm{M} &= -\,m\,(am\mathrm{M} + bn\mathrm{N} + cp\Pi) + i\sigma\,(\Pi n - \mathrm{N} p),\\
(\omega^2 - b)\,\mathrm{N} &= -\,n\,(am\mathrm{M} + bn\mathrm{N} + cp\Pi) + i\sigma\,(\mathrm{M} p - \Pi m),\\
(\omega^2 - c)\,\Pi &= -\,p\,(am\mathrm{M} + bn\mathrm{N} + cp\Pi) + i\sigma\,(\mathrm{N} m - \mathrm{M} n).
\end{aligned} \tag{17}$$

Wegen der Transversalität der Wellen ist ferner

$$m\mathrm{M} + n\mathrm{N} + p\Pi = 0. \tag{18}$$

Die Gleichungen (17) und (18) sind linear in den vier Grössen M, N, Π und $am\mathrm{M} + bn\mathrm{N} + cp\Pi$. Durch Elimination derselben erhält man

$$\begin{vmatrix}
\omega^2 - a, & i\sigma p, & -i\sigma n, & m\\
-i\sigma p, & \omega^2 - b, & i\sigma m, & n\\
i\sigma n, & -i\sigma m, & \omega^2 - c, & p\\
-m, & -n, & -p, & 0
\end{vmatrix} = 0$$

Durch Auflösung der Determinante folgt:

$$m^2(\omega^2 - b)(\omega^2 - c) + n^2(\omega^2 - c)(\omega^2 - a) + p^2(\omega^2 - a)(\omega^2 - b) = \sigma^2. \tag{19}$$

Da das Produkt von ε in die Differenz der Hauptbrechungsindices des Krystalls schon bei Ableitung der Hauptgleichungen vernachlässigt ist, so ist σ als eine von der Richtung der Wellennormale unabhängige Constante anzusehen. Die Formel (19) giebt daher in einfacher Weise die Modifikation des FRESNEL'schen Gesetzes der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes für aktive Krystalle an[1]).

Durch Auflösung von (19) folgt:

$$2\omega^2 = m^2(b + c) + n^2(c + a) + p^2(a + b) \pm \sqrt{(A + B - C)^2 - 4AB + 4\sigma^2}, \tag{20}$$

wo A, B, C Abkürzungen sind für:

$$A = m^2(b - c), \quad B = n^2(c - a), \quad C = p^2(a - b). \tag{21}$$

---

[1]) A. CLEBSCH (CRELLE's Journ. 57, pag. 319. 1860) hat obige Formel aus den CAUCHY-schen Gleichungen abgeleitet.

Von diesen drei Grössen ist A und C positiv, B negativ, falls $a > b > c$ ist, was wir annehmen wollen. Daher stehen unter dem Wurzelzeichen in der Gleichung (20) nur positive Grössen, d. h. es giebt zu jeder Richtung m, n, p der Wellennormalen zwei Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Dieselben sind stets von einander verschieden, d. h. die Normalenfläche in optisch aktiven Krystallen besteht aus zwei in keinem Punkte zusammenhängenden Schalen. Bezeichnet man die beiden verschiedenen Wurzeln von ω^2 durch o^2 und e^2, so folgt aus (20), dass, falls σ^2 klein ist gegen die Werthe von a, b, c, was stets der Fall ist, die Differenz $o^2 - e^2$ ein Minimum erreicht, falls

$$A + B - C = 0, \qquad AB = 0 \tag{22}$$

ist. Durch diese Gleichungen sind aber, wie wir früher (pag. 691) sahen, die Richtungen der optischen Axen des inaktiven Krystalls definirt. Wir wollen sie im Folgenden auch beim aktiven Krystall die optischen Axen nennen, obgleich sie hier nicht dieselben physikalischen Eigenschaften, wie beim inaktiven Krystall, besitzen.

In den Richtungen der optischen Axen, welche, wie früher [pag. 691, Gleichung (13)] durch die Formeln definirt sind:

$$m^2 = \frac{a-b}{a-c}, \qquad n = 0, \qquad p^2 = \frac{b-c}{a-c} \tag{22'}$$

sind die Werthe von ω^2:

$$\omega^2 = b \pm \sigma, \quad \text{d. h.} \quad \omega = \sqrt{b}\left(1 \pm \frac{\sigma}{2b}\right). \tag{22''}$$

Die 9 Grössen M/r, N/r, P/r; M'/r', N'/r', P'/r'; m, n, p sind die Richtungscosinus von drei zu einander rechtwinkligen Linien. Rechnet man dieselben positiv in einem solchen Sinne, dass durch Drehung diese drei (positiven) Linien mit den positiven Coordinatenaxen zur Deckung gebracht werden können, so bestehen die Relationen:

$$\frac{M'}{r'} = \frac{Pn - Np}{r}, \qquad \frac{M}{r} = -\frac{P'n - N'p}{r'} \text{ etc.}$$

Unter ihrer Berücksichtigung erhält man aus den Gleichungen (17), wenn man in ihnen die reellen von den imaginären Bestandtheilen trennt:

$$\begin{aligned}
\left(\omega^2 - a - \sigma\frac{r'}{r}\right) M &= -m(amM + bnN + cpP),\\
\left(\omega^2 - b - \sigma\frac{r'}{r}\right) N &= -n(amM + bnN + cpP),\\
\left(\omega^2 - c - \sigma\frac{r'}{r}\right) P &= -p(amM + bnN + cpP),
\end{aligned} \tag{23'}$$

$$\begin{aligned}
\left(\omega^2 - a - \sigma\frac{r}{r'}\right) M' &= -m(amM' + bnN' + cpP'),\\
\left(\omega^2 - b - \sigma\frac{r}{r'}\right) N' &= -n(amM' + bnN' + cpP'),\\
\left(\omega^2 - c - \sigma\frac{r}{r'}\right) P' &= -p(amM' + bnN' + cpP').
\end{aligned} \tag{23'}$$

Aus (23) ergiebt sich durch Zusammenfassung mit den Faktoren M, N, P:

$$\omega^2 - \left(a\frac{M^2}{r^2} + b\frac{N^2}{r^2} + c\frac{P^2}{r^2}\right) = \sigma\frac{r'}{r},$$

ebenso aus (23') durch Zusammenfassung mit den Faktoren M', N', P':

$$\omega^2 - \left(a\frac{M'^2}{r'^2} + b\frac{N'^2}{r'^2} + c\frac{P'^2}{r'^2}\right) = \sigma\frac{r}{r'}.$$

Durch Addition der beiden letzten Gleichungen folgt, da $M^2/r^2 + M'^2/r'^2 = 1 - m^2 = n^2 + p^2$ ist, etc.

$$2\omega^2 - a(n^2 + p^2) - b(p^2 + m^2) - c(m^2 + n^2) = \sigma\left(\frac{r}{r'} + \frac{r'}{r}\right). \tag{24}$$

Bezeichnet man daher die Axenverhältnisse r/r' mit k_o resp. k_e, je nachdem sie der Welle, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit o resp. e ist, angehören, so folgt aus (24), da nach (20) $a(n^2 + p^2) + b(p^2 + m^2) + c(m^2 + n^2) = (o^2 + e^2)$ ist:

$$\sigma\left(k_o + \frac{1}{k_o}\right) = o^2 - e^2, \qquad \sigma\left(k_e + \frac{1}{k_e}\right) = e^2 - o^2. \tag{25}$$

Durch Addition dieser beiden Gleichungen folgt leicht

$$(k_o + k_e)(1 + k_o k_e) = 0.$$

Es muss also entweder sein $k_o = -k_e$, oder $k_o = -1/k_e$. Dies spricht aus, dass die Schwingungsellipsen der Aethertheilchen in beiden Wellen (o und e) identisch seien, und entweder auf einanderfallen, oder dass sie in inverser Lage zu einander liegen. Wegen der Continuität mit dem Verhalten der inaktiven Krystalle kann nur letzteres eintreten. Da ferner k in beiden Wellen entgegengesetztes Vorzeichen besitzt, so werden die Ellipsen in beiden Wellen in entgegengesetztem Sinne durchlaufen. Aus den Gleichungen (12) folgt, dass, falls die Fortpflanzungsrichtung der Wellennormale in die positive z-Axe fällt, bei positivem k die Ellipse in demselben Sinne durchlaufen wird, in welchem man die positive y-Axe drehen muss, um sie mit der positiven x-Axe zur Deckung zu bringen.

Nach den Erörterungen der pag. 789, 790 folgt daher, dass man aus den Gesetzen, welche hier für den FRESNEL'schen Vector abgeleitet werden, die für den NEUMANN'schen gültigen erhält, wenn man für den Vector, dessen Index o ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit e annimmt, und umgekehrt.

Da nach (22″) für die Richtung der optischen Axen $o^2 - e^2 = \pm 2\sigma$ ist, so folgt aus (25), dass in diesem Falle

$$k_o = \pm 1, \qquad k_e = \mp 1.$$

In der Richtung der optischen Axen findet also Circularpolarisation statt.

Die Richtung der Hauptaxen der Schwingungsellipsen ergiebt sich aus den Gleichungen (23) und (23′). Man erhält aus ihnen das Resultat, dass sie in denjenigen Richtungen liegen, in welchen bei Fehlen von Rotationspolarisation die geradlinigen Lichtschwingungen liegen. Sie werden also durch die Formeln (10) der pag. 689 bestimmt.

Führt man die Winkel g und g' ein, welche die Wellennormale mit den optischen Axen bildet, so wird:

$$\begin{aligned} 2o^2 &= a + c + (a - c)\cos g \cos g' + \sqrt{(a - c)^2 \sin^2 g \sin^2 g' + 4\sigma^2}, \\ 2e^2 &= a + c + (a - c)\cos g \cos g' - \sqrt{(a - c)^2 \sin^2 g \sin^2 g' + 4\sigma^2}, \\ 2\sigma k_o &= -\frac{2\sigma}{k_e} = (a - c)\sin g \sin g' + \sqrt{(a - c)^2 \sin^2 g \sin^2 g' + 4\sigma^2}. \end{aligned} \tag{26}$$

Durch diese Gleichungen ist das Verhalten der beiden im Krystall fortgepflanzten Wellen völlig gegeben. — Aus (26) geht hervor, dass das arithmetische Mittel aus den Quadraten der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten beider Wellen, und in der hier stets benutzten Näherung auch das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten selber, denselben Werth besitzt, als ob σ gleich Null wäre, d. h. der Krystall kein Drehungsvermögen besässe[1]).

[1]) Vergl. dazu A. CORNU, Compt. rend. 92, pag. 1365. 1881. — Journ. de phys. (2) 1, pag. 157. 1882. — K. EXNER, Wien. Ber. (II) 91, pag. 218. 1885. — WIED. Ann. 25 pag. 141. 1885.

In einigen der Beobachtung besonders leicht zugänglichen Fällen kann man nicht die beiden Lichtwellen gesondert untersuchen, sondern nur die Wirkung der Superposition beider Wellen. Es ist dies der Fall, wenn ebene Lichtwellen eine planparallele Platte des Krystalls durchsetzen. Wir wollen annehmen, dass linearpolarisirtes Licht senkrecht auf eine solche Platte auffalle, und zwar sei φ das Azimuth der Lichtschwingungen des einfallenden Lichtes gegen diejenige Ebene E, in welcher die grosse Axe der Schwingungsellipse der mit der Geschwindigkeit o sich fortpflanzenden Welle liegt. Nimmt man an, dass die durch Reflexion an den Begrenzungsflächen der Platte herbeigeführte Schwächung des einfallenden Lichtes unabhängig von φ sei, d. h. sieht man bei dieser Wirkung von der Doppelbrechung ab, so ergeben sich folgende Beziehungen[1]):

Nennt man Δ die relative Phasendifferenz der parallel der Ebene E schwingenden Componente des austretenden Lichtes zu der senkrecht zu E schwingenden Componente, sowie φ' das Azimuth der Schwingungen des austretenden Lichtes, falls dasselbe linear polarisirt wäre (d. h. wenn Δ durch Compensation mit Hilfe des BABINET'schen Compensators zu Null gemacht ist), so ist:

$$\begin{aligned} \cos 2\varphi' &= \cos^2 2\chi \cos 2\varphi + \sin^2 2\chi \cos 2\varphi \cos\delta + \sin 2\chi \sin 2\varphi \sin\delta, \\ \sin 2\varphi' \sin\Delta &= -\sin 2\chi \cos 2\chi \cos 2\varphi (1 - \cos\delta) + \cos 2\chi \sin 2\varphi \sin\delta, \\ \sin 2\varphi' \cos\Delta &= \sin 2\varphi \cos\delta - \sin 2\chi \cos 2\varphi \sin\delta. \end{aligned} \tag{27}$$

Hierin ist gesetzt

$$\delta = \frac{d}{\tau}\left(\frac{1}{e} - \frac{1}{o}\right),$$

wobei d die Dicke der Krystallplatte bedeutet und o und e durch die Formeln (26) gegeben sind; ferner ist gesetzt:

$$\tan\chi = \frac{1}{k_o}.$$

Die Formeln (27) sind zu benutzen, wenn man das aus der Platte austretende elliptisch polarisirte Licht mit Hilfe eines BABINET'schen Compensators und eines Nicols untersucht, da dann φ' und Δ direkt durch die Beobachtung ermittelt werden.

Untersucht man das austretende Licht mit Hilfe eines SENARMONT'schen Compensators (cf. pag. 721) und eines Nicols, so beobachtet man das Azimuth ϑ der Lage der Hauptaxen der austretenden Schwingungsellipse und das Verhältniss $\tan i$ der Hauptaxen derselben. Zwischen diesen Grössen und den durch (27) gegebenen bestehen die Relationen [cf. pag. 634, Formel (8)]

$$\tan 2\vartheta = \frac{\sin 2\varphi' \cos\Delta}{\cos 2\varphi'}, \qquad \sin 2i = \sin 2\varphi' \sin\Delta,$$

d. h. ϑ und i sind ebenfalls, vermöge der Gleichungen (27) durch φ, χ, δ ausgedrückt.

Für $\varphi = 0$ oder $\frac{\pi}{2}$, d. h. wenn das einfallende Licht parallel oder senkrecht zu den Hauptschwingungsebenen der Krystallplatte polarisirt ist, werden die Formeln besonders einfach. Es folgt dann:

$$\begin{aligned} \tan\Delta &= \cos 2\chi \tan\tfrac{1}{2}\delta, \\ \left.\begin{aligned} \sin\varphi' &= \\ \cos\varphi' &= \end{aligned}\right\} & \sin 2\chi \sin\tfrac{1}{2}\delta, \end{aligned} \tag{27'}$$

[1]) Es ist bei der Aufstellung derselben nicht Rücksicht auf die wiederholten Reflexionen im Innern der Platte genommen. Dass diese auf die durch eine Platte von circularpolarisirender Substanz herbeigeführte Drehung $\varphi' - \varphi$ (cf. unten) der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes keinen Einfluss haben, ist von W. VOIGT (WIED. Ann. 22, pag. 237. 1884) gezeigt.

Bei beliebigem φ ist für $tang\chi = +1$, d. h. bei Circularpolarisation im Innern der Krystallplatte:

$$\Delta = 0, \qquad \varphi' = \varphi - \tfrac{1}{2}\delta, \tag{28}$$

d. h. das austretende Licht ist linear polarisirt. Die Polarisationsebene des austretenden Lichtes ist um den Winkel $\delta/2$ in dem Sinne gedreht, in welchem man von der positiven y-Axe zur positiven x-Axe gelangt.

Nach dem oben Erörterten tritt Circularpolarisation nur in den Richtungen der optischen Axen ein. Für diese ist

$$\delta = \frac{d}{\tau} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{b^3}},$$

daher der Betrag der Drehung der Polarisationsebene im Sinne der Drehung der $+y$-Axe zur $+x$-Axe:

$$\varphi - \varphi' = \frac{d}{2\tau} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{b^3}} = \pi \cdot \frac{d}{\lambda_0} \cdot \frac{n\sigma}{b}. \tag{29}$$

n bedeutet den mittleren Brechungsexponenten $\omega_0/\sqrt{b}$ des Krystalls, λ_0 die Wellenlänge des einfallenden Lichtes in Luft.

II. Experimente.

a) Zweiaxige Krystalle.

Natürliche zweiaxige aktive Krystalle sind bisher nicht beobachtet. Es liegt dies wahrscheinlich daran, dass, wie aus den Formeln des vorigen Abschnittes hervorgeht, die Wirkung der Rotationspolarisation bei einigermaassen grossem Betrage der Doppelbrechung $(a - c)$ nur falls die Wellennormale nahe mit einer der optischen Axen zusammenfällt, zu beobachten ist. Dass die zahlreichen Substanzen, welche im gelösten Zustande aktiv sind, diese Eigenschaft verlieren, falls man sie auskrystallisiren lässt, wird daher erklärlich, da sie zweiaxige Krystalle werden. Werden sie in die feste, amorphe Form übergeführt, so behalten sie ihre Aktivität[1]). Ebenso besitzen Strychninsulfat[2]) und Amylamin-Alaun[3]) sowohl im gelösten, als im krystallisirten Zustande Aktivität, letzteres deshalb, weil ihre Krystallform dem quadratischen, resp. regulären System angehört.

Wie oben (pag. 739) erwähnt ist, besitzen wir in elastisch deformirtem Quarz ein Beispiel eines zweiaxigen aktiven Krystalls. Versuche an demselben sind von Beaulard[4]) und Monnory[5]) angestellt, welche senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatten benutzten und dieselben einem einseitigen, senkrecht zur Axe wirkenden Druck aussetzten. Es wurde das Axenverhältniss und die Lage der Hauptaxen der Schwingungsellipse des aus der Platte austretenden Lichtes bestimmt, falls die Polarisationsebene des linear polarisirten einfallenden Lichtes parallel oder senkrecht zur Druckrichtung (d. h. einer Hauptschwingungsrichtung) lag. Es ergaben sich je nach der Dicke der angewandten Quarzplatte verschiedene Resultate für den Einfluss wechselnder Drucke, wie auch die Discussion der Formeln (27′) zeigt.

Beaulard und Monnory haben ihre Resultate in Uebereinstimmung mit der

---

[1]) Biot, Mém. de l'Acad. 13, pag. 126. 1832. — Ann. de chim. et de phys. (3) 10, pag. 175. 1844; 28, pag. 351. 1849.

[2]) Des Cloizeaux, Pogg. Ann. 102, pag. 474. 1857.

[3]) Le Bel, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 5, pag. 391.

[4]) F. Beaulard, Compt. rend. 111, pag. 173. 1890; 112, pag. 1503. 1891.

[5]) Monnory, Compt. rend. 112, pag. 428. 1891.

von Gouy[1]) gegebenen Theorie gefunden, welcher das Zusammenwirken von Doppelbrechung und Circularpolarisation unter der Annahme berechnete, dass die Bewegung der Aethertheilchen die Resultante der Einzelbewegungen sei, wie sie einerseits nur in Folge der Doppelbrechung, und andererseits nur in Folge der Circularpolarisation stattfinden würden. Bei der Kleinheit der beiden Eigenschaften (es ist $a - c$, und ebenso σ klein gegen $a + c$) führt dies zu demselben Resultate, als wenn man, wie es hier aus der »Theorie« interpretirt werden kann, die aus beiden Eigenschaften resultirenden Kräfte addirt.

b) Einaxige Krystalle.

Wir betrachten zunächst die Fälle, in welchen die beiden im Krystall fortgepflanzten Strahlen räumlich getrennt erscheinen. Es ist hierzu nur nöthig, dass das Licht unter einem schiefen Winkel auf den Krystall auffällt oder unter einem solchen aus demselben austritt, wie es z. B. der Fall ist, wenn das Licht ein Prisma eines aktiven einaxigen Krystalls durchsetzt. Da in keiner Richtung die beiden in ihnen fortgepflanzten Wellen dieselbe Geschwindigkeit besitzen, so müssen aus dem Prisma stets zwei verschieden gerichtete Wellen austreten, auch wenn dieselben im Krystall die Richtung der optischen Axe besitzen sollten.

Dieses Verhalten ist in der That an einem Prisma, dessen brechende Kante senkrecht zur optischen Axe lag und dessen Flächen gegen dieselbe nahezu gleich geneigt waren, von V. von Lang[2]) constatirt. Derselbe konnte die Brechungsexponenten ω_o/o und ω_o/e (wo ω_0 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Luft bedeutet) bis auf die siebente Decimale bestimmen und erhielt eine befriedigende Uebereinstimmung der Beobachtungen mit den theoretischen Formeln. Speciell erwies sich der Brechungsexponent der ordinären Welle, falls ihre Normale im Krystall der optischen Axe benachbart war, nicht constant. Für Fortpflanzungsrichtungen, welche einen grösseren Winkel als 25° mit der optischen Axe einschliessen, liess sich eine Abweichung vom Huygens'schen Gesetze nicht mehr nachweisen. Es liegt dies daran, dass in den Formeln (26), in welchen $g = g'$ zu setzen ist, $4\sigma^2$ gegen $(a - c)^2 \sin^4 g$ in diesen Fällen verschwindend klein wird. Die Differenz der Brechungsexponenten für die beiden in Richtung der optischen Axe fortgepflanzten Wellen betrug für Natriumlicht:

$$\omega_0 \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{o}\right) = 0{\cdot}0000718.$$

Dieser Werth lässt eine Prüfung zu vermittelst der beobachteten Drehung der Polarisationsebene beim Durchgang des Lichtes durch eine planparallele senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte. Es ist nämlich nach (28) diese Drehung gegeben durch:

$$\varphi - \varphi' = \tfrac{1}{2}\delta = d \cdot \frac{\pi}{T}\left(\frac{1}{e} - \frac{1}{o}\right) = \pi \frac{d}{\lambda_0}\omega_0 \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{o}\right),$$

d. h.

$$\omega_0 \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{o}\right) = \frac{(\varphi - \varphi')}{180} \cdot \frac{\lambda_0}{d},$$

wobei $(\varphi - \varphi')$ in Graden ausgedrückt ist.

---

[1]) Gouy, Journ. de Phys. (2) 4, pag. 149. 1885; P. Lefebvre, Journ. de Phys. (3) 1, pag. 121. 1892. Zu gleichen Resultaten wie Gouy ist O. Wiener (Wied. Ann. 35, pag. 1. 1888), auf rein geometrischem Wege gelangt. Die Resultate sind experimentell von W. Wedding (Wied. Ann. 35, pag. 25. 1888) verificirt.

[2]) V. von Lang, Wien. Ber. (2) 60, pag. 767. 1869; Pogg. Ann. 140, pag. 460. 1870. Man vergl. auch A. Cornu, Compt. rend. 92, pag. 1365. 1881.

Nun ist für $d = 1\ mm = \frac{\lambda_0}{0{\cdot}0005892}$ nach STEFAN[1]) $\varphi - \varphi' = 21{\cdot}67°$, daraus berechnet sich

$$\omega_0 \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{o}\right) = 0{\cdot}0000713,$$

d. h. es besteht genügende Uebereinstimmung mit dem v. LANG'schen Resultate.

Man erhält eine grössere Divergenz der austretenden Strahlen, wenn man mehrere Prismen combinirt, welche abwechselnd aus rechts- und linksdrehendem Quarz bestehen. Wie nämlich fast bei allen optisch aktiven Substanzen, so werden auch beim Quarz zwei verschiedene Modifikationen beobachtet, die sich nur durch das Vorzeichen der Constante ε von einander unterscheiden, von denen also die eine Modifikation die Polarisationsebene beim Durchgang durch eine planparallele, senkrecht zur optischen Axe geschnittene Platte um ebensoviel nach rechts dreht, wie die andere Modifikation nach links. Man kann die rechtsdrehende Modifikation des Quarzes von der linksdrehenden schon an der äusseren Krystallform unterscheiden, wie HERSCHEL[2]) entdeckt hat.

Mit Hilfe einer derartigen Combination von drei Prismen konnte FRESNEL[3]) zum ersten Male die Existenz der Doppelbrechung in Richtung der optischen Axe nachweisen. Durch Untersuchung der austretenden Strahlen mit Hilfe eines Analysators und $\frac{1}{4}\lambda$-Glimmerblättchens constatirt man, dass dieselben in entgegengesetztem Sinne circular polarisirt sind.

Um die Existenz der elliptischen Doppelbrechung in Fortpflanzungsrichtungen, welche der Axe benachbart sind, bequem nachzuweisen, hat CROULLEBOIS[4]) drei verschiedene Combinationen von je zwei Quarzprismen angegeben.

Wir betrachten jetzt den Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Platte von Quarz.

Ist dieselbe senkrecht zur Axe geschnitten, so ist das austretende Licht linear polarisirt, falls es das einfallende war, jedoch erscheint die Polarisationsebene gegen die ursprüngliche Lage gedreht. Experimentell wurden die Gesetze dieser Erscheinung zuerst von BIOT[5]) ermittelt. Derselbe constatirte, dass die Drehung α der Polarisationsebene umgekehrt proportional dem Quadrat der Wellenlänge des einfallenden Lichtes war.

Spätere Versuche von BROCH[6]), STEFAN[7]), V. VON LANG[8]), SORET und SARASIN[9]), DESAINS[10]) zeigten, dass man mit diesem einfachen Dispersionsgesetz für α nicht die Beobachtungen befriedigend darstellen könne, sondern dass α

---

[1]) J. STEFAN, Wien. Ber. (2) 50, pag. 88. 1864. — POGG. Ann. 122, pag. 631. 1864.

[2]) J. HERSCHEL, Trans. Cambr. Phil. Soc. 1, pag. 43. 1821; Edinb. Phil. Journ. 4, pag. 371. 1821; 6, pag. 379. 1822; POGG. Ann. 21, pag. 288. 1831. Vergl. auch H. W. DOVE, POGG. Ann. 40, pag. 607. 1837. — Farbenlehre 1853, pag. 247. — G. ROSE, Berl. Ber. 1844, pag. 144; Abhandl. d. Berl. Acad. 1846.

[3]) A. FEESNEL, POGG. Ann. 21, pag. 276. 1831.

[4]) CROULLEBOIS, Ann. de chim. et de phys. (4) 28, pag. 433. 1873.

[5]) J. B. BIOT, Mém. de la cl. des sc. math. et phys. de l'inst. Année 1812, 13, pag. 218. 1814; Mém. de l'acad. roy. des sc. de l'inst. Année 1817, 2, pag. 41. 1819.

[6]) BROCH, DOVE's Repert. d. Phys. 7, pag. 91 u. 113. 1846; Ann. de chim. et de phys. (3) 34, pag. 119. 1852.

[7]) J. STEFAN, Wien. Ber. (2) 50, pag. 88. 1864; POGG. Ann. 122, pag. 631. 1864.

[8]) V. v. LANG, Wien. Ber. (2) 74, pag. 209. 1876.

[9]) J. L. SORET et ED. SARASIN, Arch. sc. phys. et nat. (2) 54, pag. 253. 1875; (3) 8, pag. 5, 97 u. 201. 1882.

[10]) P. DESAINS, POGG. Ann. 128, pag. 487. 1866; Compt rend. 84, pag. 1056. 1877.

gleich sei einer nach fallenden Potenzen von λ^2 fortschreitenden Reihe, wie es von BOLTZMANN[1]) aus theoretischen Gründen abgeleitet war. Nach den Erörterungen der pag. 680 kann man eine derartige Dispersionsformel erhalten, wenn die Eigenschwingungen des Quarzes im Ultravioletten liegen. — Die angenäherte Dispersionsformel, dass nämlich α umgekehrt proportional zu T sei, folgt aus den Gleichungen (1) der BOUSSINESQ'schen Theorie [da nämlich das später auf pag. 786 eingeführte ε identisch ist mit dem ε/τ^2 der Formeln (1)], sowie aus den elektromagnetischen Gleichungen (7'), wenn man in ihnen ρ als von T unabhängig annimmt.

Die Beobachtungen von DESAINS beziehen sich auf ultrarothe Wärmestrahlen[2]), die von SORET und SARASIN auf die sichtbaren und ultravioletten Strahlen. Infolge dessen kennt man die Drehungswinkel α innerhalb eines sehr grossen Bereichs verschiedener Wellenlängen. Innerhalb desselben lassen sich die beobachteten Werthe von α befriedigend durch die Formel darstellen

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\lambda_0^2} + \frac{\alpha_2}{\lambda_0^4} + \frac{\alpha^3}{\lambda_0^6} + \frac{\alpha_4}{\lambda_0^8}, \tag{30}$$

wo die α_k Constanten sind, λ_0 die Wellenlänge des einfallenden Lichtes in Luft bedeutet.

Nach den Beobachtungen von SORET und SARASIN genügt innerhalb der Grenzen des Sonnenspectrums die zweiconstantige Dispersionsformel, d. h. es ist $\alpha_3 = \alpha_4 = 0$ zu setzen[3]).

Die Beobachtungsmethode, nach welcher von den erwähnten Physikern verfahren ist, ist im wesentlichen die von BROCH angegebene, nach welcher eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte zwischen Collimator und Fernrohr eines Spectroskops eingeschaltet wurde. Collimator und Fernrohr sind mit drehbaren NICOL'schen Prismen versehen. Es erscheint im Spectrum ein schwarzer Streifen an der Stelle derjenigen Farbe, für welche die Quarzplatte die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes gerade senkrecht zu der des analysirenden Nicols gedreht hat. Durch Drehung des letzteren wandert daher der schwarze Streifen im Spectrum, und durch Einstellen desselben auf einzelne FRAUNHOFER'sche Linien kann man die Drehung α für jede besondere Wellenlänge λ bestimmen.

Falls die Dicke der Platte beträchtlicher ist, sodass die Differenz der α für verschiedene Spectralfarben den Betrag von 180° überschreitet, treten mehrere schwarze Streifen auf. Diese theilweise Auslöschung von gewissen Lichtsorten hat zur Folge, dass eine Quarzplatte zwischen zwei Nicols in einfallendem weissen Lichte gefärbt erscheint, falls sie nicht zu dick oder zu dünn ist. Die Färbung wechselt, falls man den analysirenden Nicol dreht. Bei einer rechtsdrehenden Quarzplatte erscheinen bei Drehung des Analysators im Sinne des Uhrzeigers die Farben in der Reihenfolge ihrer Brechbarkeit; umgekehrt ist es bei einer linksdrehenden Quarzplatte.

---

[1]) BOLTZMANN, POGG. Ann., Jubelbd., pag. 128. 1874. — Andere Dispersionsformeln sind von CARVALLO (Compt. rend. 113, pag. 846. 1891; 114, pag. 288. 1892; Ann. de Chim. et de Phys. (6) 26, pag. 113. 1892) und WASASTJERNA (Oefvers. Finska Vet. Soc. Förhdl. 31, pag. 167. 1888—89) geprüft.

[2]) Die Drehung für ultrarothe Strahlen ist nach der phosphorographischen Methode E. LOMMEL's (WIED. Ann. 40, pag. 681. 1890) neuerdings von A. HUSSELL (WIED. Ann. 43, pag. 498. 1891) gemessen.

[3]) Betreffs der Abhängigkeit des α von der Temperatur vergl. V. v. LANG (Wien. Ber. (2) 71, pag. 707. 1875), L. SOHNKE (WIED. Ann. 3, pag. 516. 1878), SORET et SARASIN (Compt. rend. 95. 1882) und CHATELIER (Compt. rend. 109, pag. 264. 1889).

Für besondere Dicken der Platte und besondere Stellungen des Nicols vollzieht sich die Farbenänderung bei Drehen eines derselben besonders schnell, es ist dies der Fall, wenn für die hellsten gelben Strahlen der Drehung α 90° oder 180° beträgt (die dementsprechende Dicke der Quarzplatte beträgt 3·75 oder 7·50 *mm*), und das analysirende Nicol diesen Strahlen den Durchgang nicht gestattet. Die Platte erscheint dann violett, und diese Färbung (empfindliche Farbe, *teinte sensible* oder *teinte de passage*) schlägt bei einer kleinen Drehung des Analysators in roth oder blau um. Vereinigt man nach dem Vorschlag von SOLEIL eine derartige rechtsdrehende Quarzplatte mit einer gleich dicken linksdrehenden, so hat man ein emfindliches Mittel, zwei polarisirende Vorrichtungen in parallele oder gekreuzte Lage zu bringen, da diese erkannt werden durch die homogene Färbung der Doppelquarzplatte. — Ebenso kann man dieselbe zur Ermittelung der Schwingungsrichtungen in einer Krystallplatte benützen (cf. pag. 716).

Eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte zeigt im convergenten polarisirten Licht andere Interferenzfiguren, als inaktive einaxige Krystalle. Speciell ist das bei gekreuzten Nicols auftretende schwarze Kreuz der Hauptisogyren in der Nähe der optischen Axe nicht mehr vorhanden und auch das Gesetz der Ringdurchmesser der Isochromaten ist durch die Rotationspolarisation beeinflusst[1]). Bei einfallendem circularpolarisirten Licht traten spiralförmige Interferenzfiguren auf, ebenso zeigen sich verschlungene Spiralen in zwei übereinandergelegten Quarzplatten, von denen die eine rechtsdrehend, die andere linksdrehend ist. Diese sogenannten AIRY'schen[2]) Spiralen ändern ihren Drehungssinn, wenn man die Reihenfolge der beiden Quarzplatten vertauscht, indem derselbe jedesmal dem Drehungsvermögen der unteren Quarzplatte entspricht. — Mit Hilfe eines von NÖRRENBERG angegebenen Polarisationsapparates kann man die AIRY'schen Spiralen schon an einer einzigen Quarzplatte beobachten und erhält dadurch zugleich eine wichtige Methode, um zu prüfen, ob eine Quarzplatte senkrecht zur optischen Axe geschnitten ist[3]) (vergl. pag. 730, Anm. 2, die Methode zur Prüfung, ob sie parallel zur Axe geschnitten ist).

Die Untersuchung des eine planparallele Quarzplatte in Richtungen, welche der optischen Axe benachbart sind, durchsetzenden linear polarisirten Lichtes mit

---

[1]) cf. J. C. MAC CONNELL, Proc. Cambr. Phil. Soc. 5, pag. 53. 1883; Proc. Lond. Roy. Soc. 39, pag. 409. 1885; Trans. Phil. Soc. 177, pag. 299. 1887.

[2]) Die von AIRY zuerst beobachteten Interferenzerscheinungen hat derselbe erklärt in Cambr. Phil. Trans. 4, pag. 79 u. 198. 1831; POGG. Ann. 23, pag. 204. 1831, vermöge einiger von ihm willkürlich angenommener Hypothesen, welche zu dem Zweck erfunden waren, um die Continuität der Eigenschaften des Quarzes für Fortpflanzungsrichtungen der Lichtwellen senkrecht und parallel zur optischen Axe herzustellen, indem sich derselbe im ersteren Falle wesentlich wie ein gewöhnlicher einaxiger Krystall verhält, dagegen in letzterem, wie FRESNEL nachgewiesen hatte, zwei entgegengesetzt circularpolarisirte Strahlen mit verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten existiren. — AIRY nahm an, dass im Allgemeinen zwei elliptisch polarisirte Wellen existiren mit inverser Lage der Hauptaxen und gleichem Axenverhältniss. Dasselbe solle bei Uebergang der Wellennormale von der zur optischen Axe parallelen Lage in die dazu senkrechte continuirlich von 1 zu 0 abnehmen. — Diese Hypothesen weichen daher nicht von den hier theoretisch abgeleiteten Resultaten ab. Das Axenverhältniss ist allerdings in letzterem Falle, wie Formel (26) für k auf pag. 793 lehrt, nicht streng Null, aber sehr klein. — Betreffs der analytischen Ableitung der Interferenzerscheinungen aus den AIRY'schen Hypothesen vergl. F. NEUMANN, Vorlesungen über theoretische Optik, herausgegeben von E. DORN, pag. 251, Leipzig 1885.

[3]) Vergl. TH. LIEBISCH, physikal. Krystallogr., pag. 513, Anm. — Vergl. ebendaselbst die Eigenschaften der Ergänzungszwillinge des Quarzes.

Hilfe des BABINET'schen Compensators und eines analysirenden NICOL'schen Prismas ist von JAMIN[1]) und nachher in noch verbesserter Anordnung von HECHT[2]) vorgenommen. Es zeigte sich befriedigende Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und den nach den Theorien von CAUCHY etc. berechneten Werthen des φ' und Δ (vergl. pag. 794), welche, wie oben pag. 789 erwähnt, untereinander nicht wesentlich abweichen. — Nach einer von der vorigen etwas differenten Methode hat CROULLEBOIS[3]) die Abhängigkeit des Δ von der Fortpflanzungsrichtung beobachtet.

Die verschiedene Geschwindigkeit der beiden parallel der Axe fortgepflanzten circular polarisirten Wellen kann man auch durch Interferenzversuche nachweisen, indem die Lage der Interferenzstreifen, welche durch irgend eine Vorrichtung, z. B. FRESNEL'sche Spiegel, FRESNEL'sches Biprisma, BILLET'sche Halblinsen, zwei Beugungsspalten etc. hervorgerufen werden, bei Einschaltung einer planparallelen Quarzplatte ihre Lage wechseln, je nachdem sie von Wellen gleicher, oder entgegengesetzter Rotationsrichtung herrühren. Es treten daher im Allgemeinen drei Interferenzfransensysteme auf[4]). — Am übersichtlichsten gestalten sich die Verhältnisse bei der einen von STEFAN[5]) angestellten Versuchsanordnung, bei welcher hinter ein FRESNEL'sches Biprisma oder zwei Beugungsspalten eine Doppelplatte aus einem rechts und einem links circular polarisirenden Quarz derart eingeschaltet wird, dass von den beiden zur Interferenz gelangenden Lichtbündeln jedes nur durch die eine Hälfte der Doppelquarzplatte hindurchgeht. Ist das einfallende Licht cirkular polarisirt, so kommt in jeder Hälfte der Platte nur ein Strahl zu Stande, denn es lässt sich aus den Uebergangsbedingungen des Lichtes über die Grenze zweier Medien leicht ableiten, dass, falls in dem einen derselben zwei verschiedene Arten von Lichtwellen sich fortpflanzen können, und falls das einfallende Licht schon von der Art der einen dieser beiden Wellen ist, dann nur die Welle dieser Art allein in dem doppelbrechenden Medium zu Stande kommt. Ist das einfallende Licht z. B. rechts circularpolarisirt, so rühren die Interferenzstreifen von den beiden rechts circular polarisirten Strahlen in den Hälften der Doppelquarzplatte her. Dieselben haben aber in einem rechts und einem links drehenden Quarz verschiedene Geschwindigkeit, daher erscheinen die Interferenzfransen auch bei gleicher Dicke beider Quarzhälften aus ihrer ursprünglichen Lage, wie sie ohne Einschalten der Quarzplatte stattfand, abgelenkt. Eine gleich grosse Ablenkung, jedoch nach der entgegengesetzten Seite, tritt bei Anwendung links circularpolarisirten einfallenden Lichtes auf. Die gemessenen Ablenkungen

---

[1]) J. JAMIN, Ann. de phys. et de chim. (3) 30, pag. 55. 1850.

[2]) B. HECHT, WIED. Ann. 20, pag. 426. 1883; 30, pag. 274. 1887.

[3]) CROULLEBOIS, Ann. de chim. et de phys. (4) 28, pag. 382. 1873. — Ebenfalls hat F. BEAULARD (Compt. rend. 109, pag. 140. 1889; 110, pag. 1063; 111, pag. 173. 1890) die elliptische Doppelbrechung im Quarz gemessen. Die Resultate waren mit der GOUY'schen Theorie (cf. pag. 796) im Einklang.

[4]) Derartige Versuche sind gemacht von BABINET (Compt. rend. 4, pag. 900. 1837; POGG. Ann. 42, pag. 30. 1837), STEFAN (Wien. Ber. (II) 50, pag. 380. 1864; POGG. Ann. 124, pag. 623. 1865), CORNU (Compt. rend. 92, pag. 1369. 1881) und CROULLEBOIS (Compt. rend. 92, pag. 297, 519 u. 1008. 1881). Betreffs der Interpretation dieser Versuche vergl. auch BILLET, Traité d'optique physique, Paris 1859, Bd. 2, pag. 242 und RIGHI, Journ. de Phys. 7, pag. 29. 1878. Ein anderer Fall von Interferenzen, welche durch die beiden im Quarz längs der Axe fortgepflanzten circularpolarisirten Wellen hervorgerufen werden, ist von LOMMEL (WIED. Ann. 36, pag. 733. 1889) an einem Quarzprisma beobachtet worden.

[5]) J. STEFAN, Wien. Ber. (II) 53, pag. 548. 1866.

waren in Uebereinstimmung mit der Drehung α der Polarisationsebene linear polarisirten Lichtes, welche ja nach pag. 796 in einer einfachen Beziehung zur Differenz der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden circular polarisirten Wellen steht.

Die folgende Tabelle enthält die von den verschiedenen Beobachtern erhaltenen Werthe für die Drehung α der Polarisationsebene in einer 1 *mm* dicken Quarzplatte, welche senkrecht zur Axe geschliffen ist. Die erste Colonne bezeichnet die Wellenlänge durch den Buchstaben der auf sie fallenden FRAUNHOFER'schen Linie.

Für Quarz.

	SORET u. SARASIN (20° C.)	BROCH	STEFAN	v. LANG (21° C.)	HUSSEL
λ_{13}	—	—	—	—	7·232°
σ	—	—	—	—	8·467°
Y	—	—	—	—	9·117°
X_1	—	—	—	—	10·167°
Z	—	—	—	—	10·939°
A	12·668°	—	—	—	—
a	14·304°	—	—	—	—
B	15·746°	15·30	15·55	—	—
C	17·318°	17·24	17·22	17·299	—
D_2	21·684°	21·67	21·67	21·727	—
D_1	21·727°				
E	27·543°	27·46	27·46	—	—
F	32·773°	32·50	32·69	32·722	—
G	42·604°	42·20	42·37	—	—
h	47·481°	—	—	—	—
H	51·193°	—	50·98	—	—
K	52·155°	—	—	—	—
L	55·625°	—	—	—	—
M	58·894°	—	—	—	—
Cd 9	63·628°	—	—	—	—
N	64·459°	—	—	—	—
Cd 10	69·454°	—	—	—	—
O	70·587°	—	—	—	—
Cd 11	72·448°	—	—	—	—
P	74·571°	—	—	—	—
Q	78·579°	—	—	—	—
Cd 12	80·459°	—	—	—	—
R	84·972°	—	—	—	—
Cd 17	121·052°	—	—	—	—
Cd 18	143·266°	—	—	—	—
Cd 23	190·426°	—	—	—	—
Cd 24	201·824°	—	—	—	—
Cd 25	220·731°	—	—	—	—
Cd 26	235·972°	—	—	—	—

Der Drehungswinkel α_t bei der Temperatur t° C. bestimmt sich aus dem Drehungswinkel α_0 bei der Temperatur 0° nach den Formeln:

$$\alpha_t = \alpha_0 (1 + 0{\cdot}000141\, t) \quad \text{(v. LANG)},$$
$$\alpha_t = \alpha_0 (1 + 0{\cdot}0000999\, t + 0{\cdot}000000318\, t^2) \quad \text{(SOHNCKE)},$$
$$\alpha_t = \alpha_0 (1 + 0{\cdot}000179\, t) \quad \text{(SORET und SARASIN)}.$$

In der folgenden Tabelle (sie ist der »Physikalischen Krystallographie« von TH. LIEBISCH entnommen) sind für andere aktive Krystalle (auch solche des regulären Systems) die Drehungswinkel angegeben. Die Indices bei den Krystallnamen beziehen sich auf die Beobachter, die letzte Colonne giebt die Farbe an, für welche die Drehung beobachtet ist.

Krystallsystem	Krystall	α	Farbe
Hexagonal, trapezoëdrisch-tetartoëdrisch.	Zinnober [1])	325°	roth
	Kaliumhyposulfat [2])	8·39°	Na
	Calciumhyposulfat [2])	2·09°	grün
	Strontiumhyposulfat [2])	1·64°	grün
	Bleihyposulfat [2])	5·53°	Na
	Benzil [3])	24·84°	Na
	Matico-Campher [4])	2·07°	Na
Hexagonal, ogdoedrisch.	Natriumperjodat [5])	23·3°	Na
Tetragonal, trapezoëdrisch-hemiëdrisch.	Strychninsulfat [1])	10·8°	roth
	Aethylendiaminsulfat [6])	15·5°	Na
	Guanidincarbonat [7])	14·58°	Na
	Diacetylphenolphtaleïn [8])	19·7°	Na
Regulär, tetartoëdrisch.	Natriumchlorat [9])	3·16°	Na
	Natriumbromat [10])	2·8°	Gelb
	Uranylnatriumacetat [10])	1·8°	Gelb

c) Isotrope Körper.

Die Isotropie ist nach den pag. 783 gemachten Erörterungen dissymmetrisch. Es ist in den Formeln (26) $a = c$ zu setzen. Es folgt

$$o^2 = a + \sigma, \quad e^2 = a - \sigma, \quad k_o = -\frac{1}{k_e} = 1.$$

d. h. in jeder Richtung pflanzen sich zwei circularpolarisirte Wellen mit verschiedenen Geschwindigkeiten fort.

Die Existenz derselben in circularpolarisirenden Flüssigkeiten hat v. FLEISCHL [11]) durch eine Combination zahlreicher Prismen, welche abwechselnd mit rechts- und linksdrehenden Flüssigkeiten gefüllt waren, in ähnlicher Weise wie FRESNEL im Quarz nachweisen können.

Von besonderer praktischer Bedeutung ist die Circularpolarisation in Flüssigkeiten und Lösungen einmal deshalb geworden, weil man, wie oben pag. 784

[1]) A. DES CLOIZEAUX, Compt. rend. 44, pag. 876 u. 909. 1857; Ann. des mines (5) 11, pag. 339, 1857; Ann. de chim. et de phys. (3) 51, pag. 361. 1857; POGG. Ann. 102, pag. 471. 1857. — G. TSCHERMAK, Min. petr. Mitth. 7, pag. 361. 1886.

[2]) C. PAPE, POGG. Ann. 139, pag. 224. 1870.

[3]) A. DES CLOIZEAUX, Compt. rend. 68, pag. 308. 1869; POGG. Ann. 137, pag. 629. 1869; 141, pag. 300. 1870. — J. MARTIN, N. Jahrb. f. Mineral., Beil., Bd. 7, pag. 30. 1890.

[4]) C. HINTZE, Min. Mitth., herausgeg. v. TSCHERMAK, 1874, pag. 227.

[5]) P. GROTH, Berl. Ber. 1869, pag. 140; POGG. Ann. 137, pag. 435. 1869.

[6]) V. v. LANG, Wien. Ber. (II) 65, pag. 30. 1872; POGG. Ann. 148, pag. 496. 1873.

[7]) C. BODEWIG, POGG. Ann. 157, pag. 122. 1876. — J. MARTIN, l. c. pag. 26.

[8]) C. BODEWIG, Zeitschr. f. Kryst. 1, pag. 72. 1877.

[9]) L. SOHNCKE, WIED. Ann. 3, pag. 516. 1878. CH. E. GUYE, Compt. rend. 108, pag. 348. 1889; Arch. sc. nat. (3) 22, pag. 130. 1889.

[10]) H. MARBACH, POGG. Ann. 94, pag. 412. 1855; Compt. rend. 40, pag. 793. 1855; Ann. de chim. et de phys. (3) 44, pag. 41. 1855.

[11]) E. v. FLEISCHL, WIED. Ann. 24, pag. 127, 1885.

erwähnt ist, dadurch gewisse Schlüsse auf ihre chemische Constitution ziehen kann, andererseits deshalb, weil man bei den Zuckerarten aus dem Drehungswinkel α die gelöste Menge an aktiver Substanz berechnen kann, sodass dadurch ein Mittel zur quantitativen Analyse geboten ist, welches sehr vielfach angewendet wird.

Bei einigen Substanzen, z. B. dem Rohrzucker, ist der Drehungswinkel α der in der Volumeinheit enthaltenen Menge aktiver Substanz sehr nahe proportional[1]). Man nennt nach BIOT das specifische Drehungsvermögen ρ einer aktiven Flüssigkeit die von einer Schicht der Dicke $d = 1$ *dcm* hervorgerufene Drehung der Polarisationsebene, dividirt durch die Dichte σ der Flüssigkeit:

$$\rho = \frac{\alpha}{d\sigma}.$$

Hat man eine aktive Substanz gelöst in einer inaktiven Flüssigkeit, und ist das Gewicht der aktiven Substanz gleich ε, das der inaktiven Flüssigkeit gleich $1 - \varepsilon$, ferner die Dichte der Lösung gleich σ, so ist offenbar die Dichte der aktiven Substanz in der Lösung $\varepsilon\sigma$. Für eine Lösung ist daher das specifische Drehungsvermögen definirt durch

$$\rho = \frac{\alpha}{d\sigma\varepsilon}.$$

Das sogen. molekulare[2]) Drehungsvermögen ρ_m wird dadurch definirt, dass ρ mit dem Molekulargewicht P der gelösten Substanz multiplicirt und durch 100 dividirt wird, d. h. es ist

$$\rho_m = \frac{P}{100} \cdot \frac{\alpha}{d\sigma\varepsilon}.$$

Bei dem Rohrzucker, ebenso bei Terpentinöl, ist nun die Grösse ρ (und ρ_m) nahezu eine Constante, d. h. bei ersterem von seiner Concentration, bei letzterem von ε, d. h. der Temperatur[3]) unabhängig.

Bei anderen Substanzen erkannte BIOT[4]) eine Abhängigkeit des specifischen Drehungsvermögens vom Procentgehalt der Lösung oder von der Natur des Lösungsmittels. Nach späteren eingehenden Untersuchungen von OUDEMAN's jun.[5]) und HESSE[6]) findet dies in gewissem Grade bei allen Substanzen statt.

Das Dispersionsvermögen der Flüssigkeiten lässt sich meist wie beim Quarz durch die zweiconstantige BOLTZMANN'sche Formel (pag. 798) darstellen. Gewisse Anomalien hingegen zeigt die in Wasser oder Alkohol gelöste Weinsäure, wie schon BIOT fand, und später von ARNDTSEN[7]) genauer studirt ist.

---

[1]) Ueber das Drehungsvermögen des Zuckers in verdünnter Lösung vergl. R. NASINI und V. VILLAVECCHIA, Rend. R. Acad. dei Lincei (4) 7, 2. Sem. pag. 285, 1891.

[2]) BIOT nannte die Grösse ρ das molekulare Drehungsvermögen. Später ist diese Bezeichnung von WILHELMY (POGG. Ann. 81, pag. 527. 1850), HOPPE-SEYLER (Journ. f. pract. Chem. (1) 89, pag. 273, und KRECKE (ibid. (2) 5, pag. 6) auf die Grösse ρ_m angewandt.

[3]) Dies Verhalten hat BIOT am Terpentinöl im Intervall von $-10°$ bis $+100°$ constatirt. Später fand GERNEZ (l. c.) allerdings eine geringe Abhängigkeit des specifischen Drehungsvermögens des Terpentinöls von der Temperatur. Dagegen fand er für die Dämpfe von Kampfer, Orangenöl, Bigaradenöl, Terpentinöl, dass sie dasselbe specifische Drehungsvermögen, wie im flüssigen Zustande besässen.

[4]) BIOT, Ann. de chim. et de phys. (3) 10, pag. 5, 175, 307 u. 385. 1844; 36, pag. 257. 1852.

[5]) OUDEMANS, POGG. Ann. 148. 1873.

[6]) HESSE, LIEBIG'S Ann. 176. 1875. Man vergl. auch das citirte Werk von LANDOLT, pag. 50 u. ff.

[7]) ARNDTSEN, Ann. de chim. et de phys. (3) 54, pag. 403. Dass durch Mischung zweier Substanzen von entgegengesetzten Drehungsvermögen eine Lösung mit anomaler Rotationsdispersion entstehen kann, ist von G. H. v. WYSS am Terpentinöl gezeigt (WIED. Ann. 33, pag. 554. 1888).

Das specifische Drehungsvermögen ist bei den Lösungen bei weitem geringer, als bei festen Körpern, z. B. Quarz. So beträgt ρ für Rohrzuckerlösungen ungefähr 66° bei gelbem Licht, während sich das specifische Drehungsvermögen des Quarzes zu 830° ergeben würde. Unter den Lösungen[1]) besitzen ein besonders starkes Drehungsvermögen nach NASINI[2]) diejenigen von Santonin (202°), Parasantonid (890°) und Santonid (700° für D).

Wie schon eingangs dieses Capitels erwähnt ist, behält eine aktive Substanz die Fähigkeit bei, die Polarisationsebene zu drehen, wenn sie in Verbindungen eingeht, welche die Dissymmetrie nicht stören. So sind im Allgemeinen die weinsauren Salze drehend. Indess bleibt das Drehungsvermögen dabei im Allgemeinen nicht ungeändert, ja es kann selbst der Fall eintreten, dass die Drehung die entgegengesetzte wird. So geht rechtsdrehender Rohrzucker durch Behandeln mit verdünnten Mineralsäuren durch Aufnahme von ein Atom Wasser in linksdrehenden Invertzucker über.

Um den Drehungswinkel α bequem und genau zu ermitteln, sind besondere Instrumente[3]) construirt, welche man Polaristrobometer nennt, oder Saccharimeter, wenn sie zur quantitativen Zuckerbestimmung dienen sollen.

In dem WILD'schen[4]) Polaristrobometer ist zwischen zwei NICOL'schen Prismen, von denen das vordere (polarisirende) drehbar ist, ein SAVART'sches Polariskop (cf. pag. 736) eingeschaltet. Nachdem zunächst die Stellungen des Analysators ermittelt sind, in welchen die Interferenzfransen des Polariskops verschwinden, wird eine Säule der zu untersuchenden Substanz hinter dem Polarisator und vor die SAVART'sche Platte eingeschaltet. Ist dieselbe aktiv, so erscheinen die Streifen der SAVART'schen Platte wieder, und aus den neuen Lagen des vorderen (polarisirenden) Nicols, in welchen die Streifen verschwinden, erhält man sofort die durch die Substanz bewirkte Drehung der Polarisationsebene. Beträgt die Drehung α mehr als 45°, so muss man zur unzweideutigen Bestimmung derselben zwei verschieden lange Röhren in den Apparat einschalten.

Die einfachsten derartigen Apparate sind die von BIOT[5]) und MITSCHERLICH[6]) beschriebenen, welche aus zwei polarisirenden drehbaren Vorrichtungen (bei MITSCHERLICH zwei NICOL'sche Prismen) bestehen, zwischen welche die zu untersuchende Flüssigkeit in einer durch Plangläser verschlossenen Röhre eingeschaltet werden kann. Es wird auf Dunkelheit eingestellt. Man kann diese Apparate dadurch empfindlicher machen, dass man anstatt dessen auf Farbengleichheit einer zwischen den Nicols noch eingeschalteten SOLEIL'schen Doppelquarzplatte (cf. pag. 799) einstellt[7]). — Dieselbe ist ebenfalls in dem zuerst von SOLEIL[8]) conconstruirten Saccharimeter benutzt, welches später noch von diesem Optiker und DUBOSQ[9]) verbessert ist. In Deutschland erfuhr das Instrument einige Verände-

---

[1]) Betreffs weiterer numerischer Angaben vergl. das oben pag. 784, Anm. 5, citirte Werk von LANDOLT.

[2]) R. NASINI, Atti d. R. Acc. dei Lincei Roma (3) 13. 1883.

[3]) Betreffs ihrer detaillirten Beschreibung und ihrer Abbildungen vergl. LANDOLT, l. c. pag. 91 u. ff.

[4]) WILD, Ueber ein neues Polaristrobometer. Bern 1865.

[5]) BIOT, Ann. d. chim. et de phys. (2) 75, pag. 401. 1840.

[6]) MITSCHERLICH, Lehrb. d. Chemie. 4. Aufl., Bd. 1, pag. 361. 1844.

[7]) cf. LANDOLT, l. c. pag. 91.

[8]) SOLEIL, Compt. rend. 24, pag. 973. 1846; 26, pag. 163. 1847.

[9]) SOLEIL und DUBOSQ, Compt. rend. 31, pag. 248. 1850. — DUBOSQ, Journ. de Phys. (2) 5, pag. 274. 1886.

rungen durch VENTZKE[1]), der eine andere Skala einführte, sowie durch SCHEIBLER[2]), welcher den mechanischen Theil in mehreren Punkten vervollkommnete. Das Charakteristische an dem Apparat ist, dass die durch die zu untersuchende Substanz herbeigeführte Drehung durch ein System von senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatten compensirt wird, von denen die eine aus zwei verschiebbaren keilförmigen Stücken besteht und daher eine Platte von variabler Dicke repräsentirt. — Der Apparat beruht auf der Anwendung weissen Lichtes, ist aber daher nur für solche Substanzen zu verwerthen, welche die gleiche Rotationsdispersion besitzen wie Quarz. Dies ist bei Zuckerlösungen der Fall. Sind dieselben nicht farblos, so würde man nicht die empfindliche Farbe der Doppelquarzplatte erhalten[3]). Zu der Wiederherstellung derselben befindet sich in diesem Falle vor dem Apparat noch eine senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte nebst einem dritten NICOL'schen Prisma[4]).

Aeusserst genaue Messungen gestatten die sogen. Halbschattenapparate, denen das gemeinsam ist, dass zwei polarisirte Lichtbündel einfallen, deren Polarisationsebene einen kleinen Winkel mit einander einschliessen. Liegt die Polarisationsebene des analysirenden Nicols senkrecht zur Halbirungsebene jenes (spitzen) Winkels, so erscheinen beide Theile des Gesichtsfeldes gleich dunkel, während bei einer kleinen Drehung des Analysators diese Helligkeitsgleichheit gestört ist. — Die Apparate unterscheiden sich hinsichtlich der Herstellungsweise der beschriebenen Art des einfallenden Lichtes, indem der Polarisator theils aus zwei polarisirenden Prismen[5]), theils aus nur einem solchen besteht, welches aber zur Hälfte von einer entweder parallel zur Axe geschnittenen Quarzplatte bedeckt ist, welche bei geeigneter Dicke der Polarisationsebene eine von ihrer Lage gegen die Polarisationsrichtung des einfallenden Lichtes abhängige Drehung zu ertheilen vermag[6]), oder von einer senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatte[7]). — Die Empfindlichkeit hängt von dem Winkel ab, welchen die Polarisationsebenen des einfallenden Lichtes mit einander bilden. Bei den meisten derartigen Apparaten ist dieser Winkel regulirbar eingerichtet, da je nach der Intensität des Lichtes die günstigste Grösse desselben etwas variirt[8]). P. DRUDE.

---

[1]) VENTZKE, Erdm. Journ. f. prakt. Chem. 25, pag. 84; 28, pag. 111.

[2]) SCHEIBLER, Zeitschr. d. Verh. f. Rübenzuckerindustrie. Jahrg. 1870, pag. 609.

[3]) Zur Untersuchung stark gefärbter Substanzen, bei welchen man nicht die empfindliche Farbe der Doppelquarzplatte herstellen kann, hat v. FLEISCHL ein »Spectropolarimeter« vorgeschlagen (Rep. d. Phys. 21, pag. 323. 1885). Ueber die Bestimmung des Drehungsvermögens aktiver Substanzen für bestimmte Farben, d. h. ihrer Rotationsdispersion, vergl. ausser den oben pag. 798 erwähnten Methoden auch J. SEYFFART, WIED. Ann. 41, pag. 111. 1890, und P. GLAN, WIED. Ann. 43, pag. 441. 1891.

[4]) Ueber die Wirkungsweise dieser Einrichtung vergl. LANDOLT, l. c. pag. 152.

[5]) Von dieser Art sind die Instrumente von JELETT (Rep. of the Brit. Assoc. 2, pag. 13. 1860), CORNU (Bull. soc. chim. (2) 14, pag. 140); RIGHI, Mém della R. Acc. delle Sc. dell Inst di Bologna (4) 6, pag. 591. 1885) und LIPPICH (cf. Anm. 8).

[6]) Von dieser Construction ist der LAURENT'sche Apparat (DINGL. Polytechn. Journ. 223, pag. 608).

[7]) Diese hat GLAN bei der Construction eines Spectrosaccharimeters benützt. — WIED. Ann. 43, pag. 44. 1891.

[8]) Vergl. F. LIPPICH, Zeitschr. f. Instr.-Kde. 1882, pag. 167; 1892, pag. 333. — Wien. Ber. 85, pag. 268. 1882; 91, pag. 1059. 1885; 99, pag. 695. 1890.