

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Optik

Winkelman, Adolph

1894

Interferenz des Lichts

Interferenz des Lichts.

Die Bezeichnung »Interferenzerscheinung« wird in einem weiteren und einem engeren Sinne gebraucht. Im weiteren Sinne versteht man darunter alle die Erscheinungen, bei welchen durch das Zusammenwirken zweier oder mehrerer Lichtstrahlen eine gesetzmässige Aenderung der Lichtstärke bewirkt wird, mögen nun diese Strahlen solche im gewöhnlichen Sinne sein, wo sie einander entsprechende Punkte der Wellenflächen verbinden, oder mögen sie sogenannte Elementarstrahlen sein, wie wir sie uns dem HUYGHENS'schen Principe gemäss von jedem Punkt einer Wellenfläche nach allen Richtungen ausgehend zu denken haben. Diejenigen Erscheinungen, welche durch Strahlen der letzteren Art — gebeugtes Licht — gebildet werden, pflegt man auch unter dem Namen »Beugungerscheinungen« zusammengefasst von den übrigen zu trennen und unter »Interferenzerscheinungen« dann im engeren Sinne nur die zu verstehen, welche durch gerade, ungebeugt fortgepflanztes Licht erzeugt werden. Diese Unterscheidung wollen wir auch hier machen und zugleich von unserer jetzigen Betrachtung auch die Vorgänge ausschliessen, welche durch die Doppelbrechung der Krystalle veranlasst werden; diese sollen einer besondern Behandlung vorbehalten bleiben. Das so begrenzte Feld umfasst also die Erscheinungen des Zusammenwirkens ungebeugter Lichtstrahlen, die auf ihrer Bahn nur regelmässige Reflexionen und einfache Brechungen erlitten haben. Die Strahlen müssen nahe zusammenfallen, ihre Bewegung kann aber entweder nach derselben Seite gerichtet sein oder nach entgegengesetzten. Die Erscheinungen der letzteren Art sind erst kürzlich entdeckt und bilden die besondere Gruppe der stehenden Lichtschwingungen.

Die Interferenzerscheinungen der ersten Art, die viel häufiger und leichter zu beobachten sind als die letzteren, kann man zweckmässig in zwei Abtheilungen bringen, je nachdem die zusammentreffenden Strahlenbündel von vorn herein getrennt von der Lichtquelle ausgehen oder durch Zerlegung eines und desselben Bündels gewonnen werden. Wenn auch diese Eintheilung nicht in einer wesentlichen, sondern nur in einer gradweisen Verschiedenheit im Gang der interferirenden Strahlen begründet ist (auch bei der zweiten Abtheilung gehen in der Regel die einzelnen schliesslich zusammenwirkenden Strahlen von vorn herein in verschiedenen Richtungen von der Lichtquelle aus, nur liegen sich diese viel näher als bei der ersten), so zeigen die Erscheinungen der beiden Gruppen doch sehr charakteristische Unterschiede. Während bei der ersten eine punktförmige oder geradlinige Lichtquelle oder wenigstens ein Durchgehen sämmtlicher Strahlen durch ein und dieselbe feine Oeffnung oder Spalt erforderlich ist, können bei der zweiten ausgedehnte Lichtquellen ohne weitere Vorkehrung angewandt werden, ja die Streifen niedrigster Ordnung entstehen schon im allseitig einfallenden zerstreuten Tageslicht. Bei der ersten Gruppe werden die interferirenden Bündel durch nebeneinanderliegende meist scharfkantig aneinander stossende Apparaththeile abgelenkt und zum Zusammenfallen gebracht, liegen deshalb auch schon von vorn herein räumlich nebeneinander, während sie bei der zweiten Gruppe aus einem und demselben einfallenden Strahlenbündel durch eine Trennungsfläche zweier Mittel als das zurückgeworfene und das gebrochene Bündel entstehen, welche durch weitere Reflexionen oder Brechungen wieder zusammengebracht werden. Die geringe Ausdehnung der Lichtquelle und die durch die nebeneinanderliegenden Apparaththeile bewirkte Sonderung der Strahlen in ver-

schiedene getrennte Bündel bewirken, dass die Erscheinungen der ersten Gruppe mit Beugungserscheinungen verbunden sind, und man nur in bestimmten räumlichen Grenzen von der Beugung ungestörte Interferenzen der direkten Strahlen allein erhalten kann, wozu man noch die Versuchsanordnung mit Sorgfalt treffen muss. Dagegen fehlen wegen der breiten Lichtquelle und dem Zusammenfallen der wirksamen Strahlenbündel bei der zweiten Gruppe die Beugungserscheinungen entweder ganz oder tragen einen von den Interferenzstreifen der direkten Strahlen so verschiedenen Charakter, dass eine Verwechslung und Störung ausgeschlossen ist.

Zur ersten Gruppe gehören die Erscheinungen der FRESNEL'schen Spiegel, des FRESNEL'schen Doppelprismas, der geneigten Platten, der BILLET'schen Halblinsen, MICHELSON's Interferenzversuch, FRESNEL's Drei-Spiegel-Versuch, LLOYD's Versuch, die Erscheinungen »gemischter Platten« endlich die die kaustischen Linien begleitenden Interferenzstreifen. Die zweite Gruppe wird gebildet von den Interferenzerscheinungen dünner Blättchen — mit den speciellen Fällen der NEWTON'schen Ringe, der HERSCHEL'schen und der HAIDINGERSchen (MASCART-LUMMER'schen) Streifen, des MICHELSON'schen Versuchs — und den Erscheinungen mehrfacher Platten, wohin der BREWSTER'sche und der JAMIN'sche Versuch mit ihren verschiedenen Abänderungen sowie die LUMMER'sche Anordnung gehören und welchen die in verschiedenen Fällen z. B. bei den NEWTON'schen Ringen auftretenden Nebenerscheinungen zuzuzählen sind.

Eine Uebersicht der geschichtlichen Entwicklung dieses Theiles der Optik mag hier folgen; näher werden wir auf dieselbe und die Literatur bei der Behandlung der einzelnen Erscheinungen einzugehen haben. — Die Farben dünner Blättchen haben zuerst unter diesen Interferenzerscheinungen die Aufmerksamkeit der Beobachter erregt. ROBERT BOYLE beschrieb dieselben in seinem 1663 erschienenen Werk *Experiments and observations upon colours . . .*, er hatte sie an Blasen von verschiedenen Flüssigkeiten, sowie an dünnen Glasplättchen beobachtet und bemerkte, dass sie wesentlich von der Dicke des betreffenden Körpers und nicht von seiner chemischen Beschaffenheit abhängig seien. Zwei Jahre später behandelte R. HOOKE in seiner *Micrographia* denselben Gegenstand; er zeigte, dass die Farbe von Glimmerblättchen von ihrer Dicke abhängig sei, und wandte zuerst zur Erzeugung dieser Erscheinungen zwei aufeinander gelegte Objective an. Er schrieb die Entstehung der Farben der Zusammenwirkung des an der Vorderfläche und des an der Hinterfläche reflektirten Lichtes zu, doch war seine Vorstellung von der Natur des Vorgangs noch sehr unklar; Messungen hat er nicht angestellt.

Um diese Zeit begann NEWTON sich mit optischen Untersuchungen zu beschäftigen; seine ersten Veröffentlichungen hat er 1672 der Londoner Royal Society mitgetheilt, systematisch zusammengefasst und bereichert giebt dieselben seine 1704 zuerst erschienene Optik. Das zweite Buch dieses berühmten Werkes enthält in seinem ersten bis dritten Theil die hierher gehörigen Beobachtungen NEWTON's nebst seinen Bemerkungen und Erklärungen derselben. In einer musterhaften Experimental-Untersuchung erforscht er die Gesetze der Erscheinung, indem er sich besonders der schon von HOOKE benutzten Anordnung bedient, dass ein Objektivglas von grossem Krümmungshalbmesser auf ein anderes mit ebener Vorderfläche aufgelegt wird. Es entsteht dann um den Berührungspunkt der beiden Gläser eine Aufeinanderfolge verschieden gefärbter kreisförmiger Ringe, das später mit dem Namen der »NEWTON'schen Ringe« belegte, allgemein bekannte Phänomen. Die Anordnung hat den Vor-

theil, dass man aus dem bekannten Radius der Linse mit grosser Schärfe die Dicke der dünnen Zwischenschicht, die die Farben erzeugt, an jedem Punkt bestimmen kann. Dies benutzt NEWTON zur Ableitung der Gesetze über die Abhängigkeit der Ringe von der Dicke der Schicht, von dem Einfallswinkel des Lichts, von der Natur des zwischen den Gläsern enthaltenen Körpers und von der Farbe des einfallenden Lichts. In letzterer Beziehung zeigt er, dass die Ringe bei Beleuchtung des Apparats mit einfarbigem Licht verschiedene Durchmesser haben je nach der Farbe, und dass die Erscheinung im weissen Licht lediglich aus einer Uebereinanderlagerung der Ringsysteme der einzelnen einfachen Farben besteht. Es schliesst sich daran die Beobachtung, dass man im weissen Licht eine sehr viel grössere Anzahl von Ringen bei Betrachtung derselben durch ein Prisma unterscheiden kann als mit freiem Auge. NEWTON'S Theorie stützt sich auf die von ihm angenommenen »Anwandlungen« der Lichttheilchen, wonach dieselben in periodisch wechselnden Zuständen sich befinden sollen, sodass sie beim Auftreffen auf eine Grenzschicht zweier Körper in einen Zustand leichter zurückgeworfen, im andern leichter durchgelassen werden. Und es gelingt ihm in der That dadurch, mittelst einiger Hilfsannahmen eine Erklärung der Erscheinung in ihren Hauptzügen zu geben. Wie eine etwas genauere Betrachtung die Unhaltbarkeit dieser Erklärung zeigt, werden wir weiter unten sehen.

Das ganze achtzehnte Jahrhundert hat nichts Wesentliches hinzugefügt. Die Versuche NEWTON'S wurden mit geringen Abänderungen von Verschiedenen (MARIOTTE, MAZEAS, DUTOUR) wiederholt, seine Theorie nahm man unverändert an. Nur EULER äusserte eine abweichende Meinung, indem er in einer in den Abhandlungen der Berliner Akademie von 1752 erschienenen Arbeit die Annahme aufstellte, dass das auffallende Licht die oberste Körperschicht in Schwingungen versetze, deren Häufigkeit dann von ihrer Dicke abhinge, ebenso wie die Dauer von Luftschwingungen in einer Röhre von der Länge derselben abhängt. Dadurch sollten nun wieder Schwingungen des Aethers von gleicher Periode erregt werden und diese vermöge ihrer verschiedenen Dauer in unserem Auge die Empfindung der verschiedenen Farben erzeugen.

Einen grossen Fortschritt machte die Theorie unserer Erscheinungen erst im Anfange dieses Jahrhunderts durch die Arbeiten von THOMAS YOUNG, namentlich durch die in den Londoner Philosophical Transactions von 1802 (pag. 12 ff) erschienene Abhandlung »On the theory of light and colours«. Der grosse Schritt, den YOUNG that, und durch welchen der wahre Grund für die Erklärung dieser Erscheinungen gelegt wurde, ist die Aufstellung und Anwendung eines Principis der Interferenz von Schwingungsbewegungen. Schon zwei Jahre früher hatte er dieses Princip auf akustische Untersuchungen angewandt; in der angezogenen Abhandlung spricht er dasselbe (pag. 34) in folgender Form aus: »Wenn zwei Schwingungen von verschiedenem Ursprung mit einander vollständig oder nahezu in der Richtung zusammenfallen, ist ihre gemeinsame Wirkung eine Zusammensetzung (*combination*) der Bewegungen, welche jeder einzelnen zukommen.« Die zweite Anwendung, die er hier davon giebt, ist die Erklärung der Farben dünner Blättchen; er schreibt die in reflectirtem Licht gesehenen Farben der Interferenz der an der Vorderfläche und der an der Hinterfläche zurückgeworfenen Strahlen zu und zeigt, wie aus dieser das Verhältniss der Dicken, welche bei verschiedenen Einfallswinkeln dieselbe Farbe erzeugen, gerade so folgt, wie es die Beobachtungen NEWTON'S ergaben. Auch macht er hier auf die Verschiedenheit der Reflexionen an dünneren und an dichteren Mitteln aufmerksam und folgert, dass die durch-

gelassenen und zurückgeworfenen Farben mit einander vertauscht werden müssen, wenn das Blättchen, statt zwischen zwei dichteren oder dünneren Mitteln zu liegen, auf der einen Seite von einem dünneren, auf der andern von einem dichteren begrenzt wird. In einer noch in demselben Band der Philos. Trans. von 1802 veröffentlichten Abhandlung »An account of some cases of the production of colours not hitherto described« konnte er schon den experimentellen Beweis der Richtigkeit dieser Folgerung führen. In derselben Abhandlung definiert er (pag. 393) die Wirkung der Reflexion in einem dünneren Medium genauer dahin, dass ein solcher Strahl als um eine halbe Wellenlänge verzögert vorausgesetzt werden müsse und spricht (pag. 387) das Interferenzprincip in einer gegen die erste Fassung bemerkenswerth geänderten Weise so aus: »Wenn zwei Theile desselben Lichts auf verschiedenen Wegen genau oder sehr nahe in derselben Richtung in das Auge gelangen, so wird die Helligkeit am grössten, wenn der Wegunterschied irgend ein Vielfaches einer bestimmten Länge ist, und am geringsten in dem zwischenliegenden Verhältniss der interferirenden Theile; und diese Länge ist verschieden für Licht von verschiedenen Farben.«

Auch eine neue hierher gehörige Interferenzerscheinung beschreibt und erklärt YOUNG in derselben Abhandlung. Es sind das die sogen. Farben gemischter Blättchen (colours of mixed plates), welche erscheinen, wenn man durch zwei Glasplatten, zwischen welchen sich nicht mischbare Flüssigkeiten in feiner Vertheilung oder eine Flüssigkeit mit Luft gemischt befinden, nach einer Flamme blickt, und welche durch die Interferenz der durch die nebeneinanderliegenden verschiedenen Körper hindurchgegangenen Strahlen entstehen.

YOUNG's Arbeiten fanden nicht sofort die Anerkennung, welche sie verdienten, und blieben zunächst ohne wesentlichen Einfluss auf die gleichzeitigen Physiker. So haben wir bis zum Auftreten FRESNEL's auch nur drei weniger hervorragende Abhandlungen zu erwähnen. HERSCHEL wiederholte mit einigen Abänderungen die früheren Versuche und machte dabei die Entdeckung der nach ihm benannten Streifen. Dieselben entstehen, wenn man ein totalreflektirendes Prisma mit der reflektirenden Seite auf eine andere ebene Fläche legt. Die Grenze der Totalreflexion wird dann auf der concaven Seite von einer Reihe von Interferenzbanden begleitet, das sind die HERSCHEL'schen Streifen.

Eine andere Interferenzerscheinung wurde in den Phil. Tr. von 1815 von J. KNOX beschrieben, nämlich die Streifen, welche bei schräger Betrachtung der NEWTON'schen Gläsercombination sich zeigen und senkrecht zur Einfallsebene verlaufen. Später hat VAN DER WILLIGEN dieselben genauer untersucht und gezeigt, dass die dabei interferirenden Strahlen eine Reflexion an der vorderen Fläche der Linse erlitten haben (POGG. Ann. 123, pag. 558. 1864; s. auch die Arbeiten von STEFAN, Wien. Sitzb. 50 (2), pag. 135 u. 394; POGG. Ann. 123, pag. 650. 1864, u. MACH., Wien. Sitzb. 67 (2), pag. 371; POGG. Ann. 150, pag. 625. 1873).

Die Entdeckung der Polarisation des Lichts durch Reflexion von MALUS im Jahre 1808 regte zu Versuchen in dieser Richtung an und so beschäftigte sich auch ARAGO in einer im Jahre 1811 der franz. Akademie vorgelegten Abhandlung (gedruckt erst 1817 in den Mém. d'Arcueil) mit dem Einfluss der Polarisation auf die Erscheinung der NEWTON'schen Ringe, sowohl wenn dieselben durch die Luftschicht zwischen zwei Glasflächen als auch zwischen einer Glas- und einer Metallfläche erzeugt wurden. Es mag gleich hier bemerkt werden, dass dieser Einfluss später (1832) von AIRY genauer untersucht und theoretisch erklärt wurde.

Ohne anfangs die Arbeiten THOMAS YOUNG's zu kennen, war FRESNEL im

Jahre 1815 zu der gleichen Erklärung der NEWTON'schen Ringe gelangt (s. Oeuv. compl. I, pag. 32, 51 ff.). Zwar blieb ihm auf diesem Gebiet kein so fundamentaler Schritt zu thun übrig wie in der Theorie der Beugung, allein es waren seine Arbeiten doch nicht nur durch ihre sorgfältigere Behandlung und ihr genaueres Eingehen auf die Einzelheiten der Erscheinung von grosser Bedeutung für die allmähliche Anerkennung der Richtigkeit von YOUNG's Erklärung, sie fügten auch manches Neue hinzu und legten namentlich durch die (gemeinschaftlich mit ARAGO ausgeführte) Untersuchung des Einflusses polarisirter Strahlen aufeinander und die Aufstellung der Reflexionsformeln für polarisirtes Licht den Grund zu einer wesentlichen Vervollständigung der Theorie.

Einen Punkt in der Erklärung der Interferenzen dünner Blättchen hob POISSON (1823) hervor, indem er bemerkte, dass zur Erklärung der tiefen Schwärze der dunkeln Streifen die Berücksichtigung der mehrmals im Innern der Platte reflektirten Strahlen erforderlich sei, und FRESNEL zeigte bald darauf, dass die Entwicklung POISSON's einfacher und allgemeiner geführt werden könne (Oeuv. compl. II, pag. 247).

Das Bestreben, Versuchsarrangements aufzufinden, welche noch unwider-sprechlicher als die Beugungserscheinungen und die Farben dünner Blättchen die gegenseitige Einwirkung der Lichtstrahlen, wie sie in dem Interferenzprincip ausgesprochen ist, beweisen, führte FRESNEL zu seinem berühmten Spiegelversuch. Angekündigt wurde derselbe zuerst von ARAGO 1816 im Märzheft der Annales de chimie et de physique und von FRESNEL genauer beschrieben in einer im Juli desselben Jahres der Akademie eingereichten Abhandlung (Oeuv. compl. I, pag. 150). Später kommt FRESNEL noch einmal in seiner Preisschrift über die Diffraction vom Jahre 1819 darauf zurück, fügt den ähnlichen Versuch mit dem Doppelpisma hinzu und benutzt die Messungen an beiden Apparaten zur Bestätigung der durch Beugungsversuche erhaltenen Wellenlängenbestimmungen. (Mém. de l'Acad. des sc. T. V. pag. 416, Oeuv. compl. I. pag. 327 ff.). Ein Interferenzversuch mit drei Spiegeln ist endlich hier noch zu erwähnen, durch welchen der Verlust einer halben Wellenlänge bei der Reflexion an Glas in Luft für beliebige Einfallswinkel nachgewiesen wird (Ann. de chim. et de phys. 15, pag. 382. 1820; Mém. de l'Acad. des sc. T. XX, pag. 209; Oeuv. compl. I, pag. 687 u. 702).

Nachdem wir die Arbeiten aus der Zeit der Begründung der Lehre von der Interferenz des Lichtes eingehender besprochen haben, können wir uns weiterhin kürzer fassen, zumal wir Vieles bei der Behandlung der einzelnen Erscheinungen genauer zu erörtern haben.

Neue Interferenzerscheinungen sind in der Folge nur in verhältnissmässig kleiner Zahl beschrieben worden. In die erste FRESNEL'sche Zeit gehört noch die von BREWSTER 1817 entdeckte, welche durch zwei gleiche ein wenig gegen einander geneigte planparallele Platten erzeugt wird. JAMIN hat sich später damit beschäftigt und seinen Interferentialrefractor darauf gegründet; er hat auch mehrere Modifikationen des Versuchs angegeben, bei welchen unter Zurückführung der Strahlen dieselbe Platte zweimal benutzt wird, und MASCART und LUMMER haben diese Fälle eingehender behandelt. — Im Jahre 1837 hat LLOYD seinen Versuch ausgeführt, bei welchem direkt von der Lichtquelle kommende Strahlen mit solchen interferiren, welche einmal an einem Spiegel unter fast streifendem Einfall reflektirt sind. — HADINGER hat 1849 den interessanten Specialfall der Interferenzen dünner Blättchen, wobei die dünne Schicht durch parallele Flächen begrenzt wird und auf unendliche Entfernung accommodirt werden muss, um die Streifen deutlich zu sehen, bei Glimmerblättchen entdeckt

und beschrieben, ohne die Erklärung desselben geben zu können. — Im Jahre 1858 hat BILLET die Anwendung der Halblinsen und JAMIN in seinem Cours de physique die häufig nach FIZEAU benannten gleichen gegen einander geneigten Glasplatten zur Erzeugung von Interferenzerscheinungen angegeben, welche denen der FRESNEL'schen Spiegel ähnlich sind. — Von A. A. MICHELSON rührt die Angabe mehrerer neuer Erscheinungen her. Er hat 1881 einen Versuch beschrieben, bei welchem die durch Reflexion und Durchgang in einer Glasplatte getrennten Strahlenbündel von senkrecht gegen sie gestellten Spiegeln zurückgeworfen und zum Zusammenwirken gebracht werden. Bei einem andern 1886 in Gemeinschaft mit MORLEY angewandten Verfahren werden die Spiegel nicht senkrecht gegen die auffallenden Strahlenbündel, sondern so gestellt, dass diese nach der Reflexion parallel zu einander verlaufen; ein Reflexionsprisma lenkt dann jedes auf die Bahn des andern hinüber, sodass die beiden Bündel von der Trennung bis zur Wiedervereinigung denselben Weg in entgegengesetzter Richtung durchlaufen. Auch eine Modifikation des FRESNEL'schen Spiegelversuchs hat MICHELSON 1890 angegeben, bei welcher die Spiegel nahe senkrecht zu einander aufgestellt werden. — Eine der BREWSTER'schen Interferenzerscheinung nahe verwandte, bei welcher die beiden Platten einen beliebigen Winkel bilden können, aber die Halbierungsebene desselben durch die von der einen zur andern Platte gehenden Strahlen nahe senkrecht getroffen werden muss, hat O. LUMMER 1885 behandelt. — In der letzten Zeit endlich (1890) ist durch O. WIENER eine ganz neue, von den bisher bekannten wesentlich verschiedene Klasse von Interferenzerscheinungen aufgefunden worden, die nicht wie die bisherigen von nahe in der gleichen Richtung sich bewegenden Strahlen, sondern von gerade entgegengesetzten erzeugt werden, und die man als stehende Lichtschwingungen bezeichnen kann.

Von Bearbeitungen früher entdeckter Erscheinungen sind ausser den bereits angeführten noch die folgenden zu nennen. TALBOT hat 1836 die HERSCHEL'schen Streifen, BREWSTER 1838 die Interferenzen gemischter Blättchen untersucht; DE LA PROVOSTAYE und DESAINS haben 1849 die Verbreiterung der NEWTON'schen Ringe mit Vergrößerung des Einfallswinkels gemessen, QUINCKE hat 1867 den JAMIN'schen Interferentialrefractor und 1871 FRESNEL's Drei-Spiegel-Versuch und den LLOYD'schen Versuch bearbeitet, MASCART hat 1871 eine zusammenfassende Abhandlung veröffentlicht, darin u. A. auch die HÄDINGER'schen Ringe behandelt, die LUMMER 1884 nochmals eingehender bearbeitet hat. L. SOHNCKE hat 1881 eine sorgfältige Experimentaluntersuchung über die NEWTON'schen Ringe, 1883 eine solche über die Streifen keilförmiger Blättchen erscheinen lassen.

In der theoretischen Erklärung unserer Erscheinungen hat man sich lange mit dem Grad der Annäherung an die Wirklichkeit begnügt, welchen die ersten Begründer der Interferenztheorie, YOUNG und FRESNEL, inne gehalten hatten. Da es aber dann nicht möglich ist, manche selbst bei einer oberflächlichen Beobachtung in die Augen fallenden Eigenthümlichkeiten der Erscheinungen abzuleiten, so hatte man gewisse vermeintliche »experimentelle Thatsachen« aus den Beobachtungen als weitere Grundlagen für die Erklärungen entnommen oder auch wohl plausibel erscheinende Annahmen über den Verlauf der zusammenwirkenden Strahlen ohne nähere Begründung gemacht. Dabei hatte man aber fehlgegriffen, indem man Wahrnehmungen, die nur in besonderen Fällen richtig waren, verallgemeinerte, und so ein unrichtiges in sich widerspruchsvolles Bild geschaffen, das einen genaueren Vergleich mit der Natur nicht ertragen konnte. Manche so erhaltene Vorstellung, z. B. die, dass der Ort der Streifen dünner

Blättchen die vordere Fläche dieser selbst sei, hatte sich so festgesetzt und schien sich zur Vereinfachung der Betrachtungen so sehr zu empfehlen, dass dadurch der erste Versuch (WANGERIN 1867), in der Erklärung der NEWTON'schen Ringe einen weiteren Schritt zu thun, vereitelt wurde. — Die theoretische Ableitung unserer Erscheinungen ist ausser auf die Sätze über das Zusammenwirken der Strahlen nur zu gründen auf die Sätze der geradlinigen Fortpflanzung, der Brechung und der Reflexion des Lichts nebst den Sätzen über die Phasenänderung hierbei und auf den Grundsatz der Interferenzlehre, dass nur Strahlen interferiren können, die von einem und demselben Punkt der Lichtquelle ausgegangen sind. Dazu kommen in jedem einzelnen Fall die physikalischen und geometrischen Bestimmungsstücke der Apparate und ihrer gegenseitigen Lage. In dieser Weise habe ich 1880 zuerst (mit mehreren Fortsetzungen in 1881, 82 u. 88) die Interferenzerscheinungen dünner Blättchen behandelt, indem ich den Gangunterschied zweier interferirender Strahlen genauer berechnete, als es bisher geschehen war, und daraus die Hauptgesetze über den Ort, die Richtung und Breite der Streifen ableitete. Daran schlossen sich 1881 und 83 Arbeiten von SOHNCKE und WANGERIN, 1882 von MICHELSON, 1889 u. 90 von MACÉ DE LÉPINAY und FABRY an. — Einen besonderen Punkt der Theorie, die Farblosigkeit der Streifen, haben CORNU (1881, 82), HURION (1882), MASCART (1889), Lord RAYLEIGH (1889) und MACÉ DE LÉPINAY und PEROT (1890) bearbeitet.

Die experimentellen Hilfsmittel zum Studium der Interferenzerscheinungen sind im Laufe der Zeit allmählich vervollkommenet worden. Die Erwähnung von besonderen Apparaten gehört nicht hierher, aber über die Methoden zur Herstellung einfarbigen Lichts, das bei sehr vielen Interferenzversuchen erforderlich ist, mögen einige Angaben gemacht werden. Das am allgemeinsten benutzte Mittel, die gelbe Natriumflamme, ist von BREWSTER 1824 angegeben worden (Edinb. phil. Journ. I, pag. 20); um dieselbe für hohe Interferenzen möglichst rein zu erhalten, empfahl FIZEAU 1862 (Ann. de chim. et de phys. (3) 66, pag. 436), die Flamme einer Mischung von 4 Thln. Holzgeist (Methylalkohol) mit einem Theil absoluten Alkohols, MASCART 1872 (Ann. de l'éc. norm. (2), I, pag. 193) phosphorsaures Natron; ein sehr helles Licht liefert nach E. FLEISCHL v. WARXOW (WIED. Ann. 38, pag. 675. 1889) Bromnatrium. Andersfarbige Flammen werden hauptsächlich durch Lithium- und Thalliumsalze erzeugt, doch stehen sie der Natriumflamme erheblich nach. CORNU gab 1869 an (Compt. rend. 69, pag. 335), dass zum Photographiren der Interferenzcurven der Funke zwischen Magnesiumelektroden eingut monochromatisches Licht liefere ($\lambda = 0.000383 \text{ mm}$). E. WIEDEMANN empfahl 1878 (WIED. Ann. 5, pag. 517) die Entladungen in einer Quecksilberdämpfe enthaltenden GEISSLER'schen Röhre als eine sehr geeignete Quelle für einfarbiges grünes Licht. GOUY beschrieb 1879 (Ann. de chim. et de phys. (5) 18, pag. 23) ein Verfahren, einfarbige Flammen durch Zufuhr zerstäubter Salzlösungen herzustellen. In neuerer Zeit benutzt man auch zu genauen Messungen das spectral zerlegte Licht GEISLER'scher Röhren; so hat eine derartige Beleuchtungseinrichtung bei dem ABBE'schen Dilatometer Anwendung gefunden (Katalog über optische Messinstrumente von CARL ZEISS in Jena, pag. 29 ff. 1893).

Zur richtigen Beurtheilung des Aussehens einer Interferenzerscheinung und zur Vergleichung der Rechnungsergebnisse mit der Beobachtung ist es häufig erforderlich, zu wissen, welche Helligkeitsunterschiede unser Auge an den verschiedenen Stellen des Spectrums wahrzunehmen vermag. Eine hierauf bezügliche Untersuchung hat DOBROWOLSKI 1872 (GRÄFE's Archiv für Ophthalmologie 18, I, pag. 74) ausgeführt.

Um die Interferenzerscheinungen erklären zu können, müssen wir zunächst die Gleichungen aufstellen, welche die Bewegung der Aethertheilchen in einem Lichtstrahl analytisch ausdrücken. Die Undulationstheorie nimmt an, dass die Bewegungen in dem Lichtäther nach einer Störung des Gleichgewichtszustandes in derselben Weise erfolgen, wie in einem elastischen festen Körper¹⁾, und leitet daraus ab, dass jedes Aethertheilchen periodische Bewegungen ausführt, die als zusammengesetzt aus einer mehr oder weniger grossen Zahl einfacher Schwingungen angesehen werden können. Unter »einfacher Schwingung« wird dabei ein Bewegungszustand verstanden, für welchen die Entfernung (ξ) des Aethertheilchens von seiner Ruhelage immer in derselben Geraden liegt und proportional dem Cosinus oder Sinus einer linearen Function der Zeit ist, also etwa

$$\xi = A \cos(at + b). \quad (1)$$

Die physikalische Bedeutung der in dieser Gleichung enthaltenen Constanten ist leicht anzugeben. Da der Werth des Cosinus zwischen -1 und $+1$ schwankt, so ist der grösste Ausschlag unseres Theilchens nach der einen oder anderen Seite gleich A , und dieses heisst die Amplitude der Schwingung. Da ferner die Werthe des Cosinus immer wieder dieselben werden, wenn sich das Argument desselben durch das Wachsen von t um 2π geändert hat, so können wir die ganze Bewegung in aufeinanderfolgende, genau gleiche Theile zerlegen. Einen solchen Theil nennen wir eine Schwingung des Aethertheilchens; die Dauer T derselben bestimmt sich daraus, dass das Argument des Cosinus um 2π wachsen muss, wenn t um T wächst, also muss sein

$$T = \frac{2\pi}{a} \quad \text{oder} \quad a = \frac{2\pi}{T}.$$

Um die Bedeutung von b zu zeigen, müssen wir die Verbreitung der Lichtbewegung im Raum betrachten. Den Ausgangspunkt derselben bilden immer schwingende Körpertheilchen, sie setzen die sie unmittelbar umgebenden Aethertheilchen in Schwingung und von diesen verbreitet sich die Bewegung nach allen Seiten in dem Aether des betreffenden Mittels, indem die folgenden Theilchen immer von den vorhergehenden zu genau ähnlichen und im allgemeinen gleichgerichteten Schwingungen angeregt werden. Ist das Mittel homogen, so geschieht die Fortpflanzung geradlinig; und die gesammte in der von dem leuchtenden Punkt nach einer beliebigen Stelle gezogenen Geraden fortschreitende Bewegung bildet den dahin gehenden Lichtstrahl. Ist das Mittel auch nach allen Seiten hin gleichbeschaffen, isotrop, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen nach allen Richtungen dieselbe; verschieden jedoch im Allgemeinen nach verschiedenen Richtungen, wenn das Mittel anisotrop ist, wie bei Krystallen. Aber auch im letzteren Fall ist in einer bestimmten Richtung die Fortpflanzungsgeschwindigkeit immer dieselbe, so lange das Mittel homogen bleibt. Nennen wir in einer beliebig gewählten Richtung die Fortpflanzungsgeschwindigkeit V und betrachten einen in ihr um x von dem Ursprung der Bewegung entfernten Punkt, so wird derselbe eine ähnliche

¹⁾ Damit ist indessen keineswegs gesagt, dass der Aether sich auch im Uebrigen wie ein fester Körper verhalte. Man kann sehr wohl annehmen, dass seine Theilchen eine äusserst leichte Beweglichkeit gegen einander besitzen nach Art der Flüssigkeiten, ja dass sie sich fortwährend so bewegen. Das Wesentliche ist nur, dass in der Wirkungssphäre eines Theilchens sehr viele andere sich befinden und dass während der äusserst kurzen Zeit des Durchgangs einer Lichtbewegung durch die Wirkungssphäre sich die Gleichgewichtslagen der darin enthaltenen Theilchen nicht merklich ändern.

Schwingung ausführen, wie der leuchtende Punkt selbst und sich an den entsprechenden Punkten der Bahn um die Zeit $\frac{x}{V}$ später befinden, welche die Bewegung braucht, um die Strecke x zurückzulegen. Nennen wir also Ausschlag und Amplitude für den leuchtenden Punkt ξ_0 und A_0 , für den betrachteten im Abstand x dagegen ξ und A und schreiben die Gleichung für die Schwingungen des leuchtenden Punkts

$$\xi_0 = A_0 \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

was wir durch eine passende Wahl des Zeitanfangs, so dass b verschwindet, immer thun können, so erhalten wir für die Gleichung der Bewegung des Punktes x

$$\xi = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{VT} \right). \quad (2)$$

Lassen wir x wachsen oder abnehmen bei gleichbleibendem t , so ändert sich auch der Cosinus und wir erhalten immer wieder dieselben Werthe, wenn das Argument des Cosinus um 2π sich geändert hat. Wie wir also die Bewegung desselben Punktes in zeitlich aufeinander folgende gleiche Stücke von der Zeitdauer T zerlegen konnten, so können wir auch jetzt für einen und denselben Zeitpunkt den in einem Lichtstrahl vorhandenen Bewegungszustand in gleichlange, räumlich aufeinanderfolgende Stücke theilen, in welchen, wenn wir von der möglichen Veränderlichkeit der Amplitude absehen, die Ausschläge in genau derselben Art und Grösse sich wiederholen. Diese Stücke des Strahls nennen wir Wellen und bezeichnen ihre Länge durch λ . Nach dem Gesagten ergibt sich alsdann, da ξ immer denselben Werth erhalten muss, wenn x in $x +$ oder allgemein in $x + n\lambda$, worin n eine beliebige positive oder negative ganze Zahl bedeutet, übergeht, aus Gleichung (2)

$$\lambda = VT, \quad (3)$$

d. h. λ ist die Strecke, um welche sich die Lichtbewegung in der Zeit einer Schwingung fortpflanzt, was auch leicht direkt einzusehen ist. Damit wird Gleichung (2)

$$\xi = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (4)$$

Die Amplitude A nimmt im Allgemeinen ab mit Zunahme der Entfernung vom leuchtenden Punkt; wenn man indessen nur Wegunterschiede betrachtet, die gegen den Abstand von der Lichtquelle verschwinden, so darf man diese Aenderung vernachlässigen. Bei den Interferenzerscheinungen ist das immer der Fall, wir werden sie daher im Folgenden nicht berücksichtigen. Aus (4) ergibt sich für die Geschwindigkeit $u = \frac{d\xi}{dt}$ eines Aethertheilchens in seiner Bahn

$$u = -\frac{2\pi A}{T} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (5)$$

Wenn ein Lichtstrahl auf seinem Wege von dem leuchtenden zu dem betrachteten Punkt verschiedene Mittel durchläuft und seine Wellenlänge und Geschwindigkeit im ersten x_1 und V_1 , im zweiten x_2 und V_2 u. s. w. sind, so ist die Zeit, um welche der betrachtete Punkt in seinen Schwingungen gegen den Ausgangspunkt zurück ist, $\frac{x_1}{V_1} + \frac{x_2}{V_2} \dots$, daher tritt an die Stelle der Gleichung (2) die folgende

$$\xi = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{V_1 T} - \frac{x_2}{V_2 T} - \dots \right). \quad (2a)$$

und wenn wir die Wellenlängen in den aufeinander folgenden Mitteln durch λ_1 , λ_2 . . . bezeichnen

$$\xi = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda_1} - \frac{x_2}{\lambda_2} - \dots \right). \quad (4a)$$

Die Gleichungen (4) und (4 a) zeigen die Bedeutung der Constante b in Gleichung (1).

Die Beobachtungen lehren, dass die Ausschläge der Aethertheilchen senkrecht auf dem Strahl stehen, die Schwingungen transversale sind. In krystallinischen Mitteln ergeben sich im allgemeinen für jeden Strahl nur zwei auf einander senkrechte transversale Schwingungsrichtungen als möglich, deren Lage von der Struktur des Mittels abhängt und welche sich durch die verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit der in ihnen schwingenden Strahlen unterscheiden. In einem solchen Mittel geschehen also die Ausschläge der Theilchen eines Strahles in einer bestimmten durch denselben gehenden Ebene, sie haben eine feste Richtung im Raum. Derartige Strahlen nennt man polarisirt, und zwar, da die Schwingungen geradlinig sind, geradlinig polarisirt. Bei isotropen Mitteln ist eine jede auf dem Strahl senkrechte Richtung als Schwingungsrichtung möglich, und die natürlichen Lichtstrahlen, wie sie von den leuchtenden Körpern ausgehen, enthalten auch alle diese Richtungen in sich, doch kann ihnen durch bestimmte Behandlungsweisen dieselbe Seitlichkeit gegeben werden, wie sie die Strahlen in anisotropen Mitteln haben; sie können polarisirt werden. Ueber die Beschaffenheit des natürlichen Lichtes und die Art des Vorkommens der verschiedenen Schwingungsrichtungen in demselben macht man sich die Vorstellung, dass nicht etwa in benachbarten Punkten eines Strahles die Ausschläge ganz verschieden gerichtet seien, sondern dass eine Zeitlang von jedem leuchtenden Punkt merklich gleichgerichtete, polarisirte Schwingungen ausgegeben werden und in diesen dann plötzlich oder allmählich eine Richtungsänderung eintrete. Gewisse Beobachtungen über Interferenzen bei hohen Gangunterschieden scheinen zu beweisen, dass viele tausend Schwingungen regelmässig und gleichgerichtet einander folgen können, ehe eine Aenderung eintritt. Ueber die Natur der Aenderungen im Schwingungszustand der leuchtenden Punkte wissen wir noch nichts Näheres. Dieser Vorstellung gemäss haben wir uns das Zusammenwirken zweier von demselben Punkt ausgegangener Strahlen natürlichen Lichts, wenn dieselben keine zu grossen Wegunterschiede besitzen, nicht anders als das zweier gleichgerichteter polarisirter Strahlen zu denken, keineswegs aber gilt dies für von verschiedenen Punkten ausgegangene Strahlen. Denn zwei in merklicher Entfernung von einander gelegene Punkte einer Lichtquelle denken wir uns als gänzlich von einander unabhängige Schwingungsmittelpunkte, sodass die Schwingungsrichtungen zweier von denselben ausgegangener Strahlen in dem einen Augenblick einen anderen Winkel mit einander bilden als im folgenden Augenblick, dass dies in ganz regelloser Weise wechselt. Da keine Richtung vor der anderen bevorzugt ist, so ist die Wirkung dieselbe, als ob die Strahlen in kurzen Zeitabschnitten alle möglichen Stellungen gegen einander und gegen eine feste Richtung gleichmässig durchliefen.

Ausser den im Vorstehenden besprochenen geradlinig polarisirten Strahlen unterscheidet man noch elliptisch und kreisförmig polarisirte, bei welchen die aufeinander folgenden Aethertheilchen gleiche und gleichgelegene elliptische resp. kreisförmige Bahnen beschreiben, und sich in solcher Lage aneinanderreihen, dass ihre Projection auf eine dem Strahl parallele Ebene einen linear polarisirten Strahl darstellen würde. Wir werden gleich sehen, dass diese Strahlen sich aus zwei geradlinig polarisirten zusammensetzen lassen.

Die Intensität des Lichts kann man definiren als die mittlere lebendige Kraft der in der Raumeinheit enthaltenen Aethermasse. Ist m die Masse eines Aethertheilchens, so ist $\frac{1}{2} m u^2$, worin u die Geschwindigkeit bedeutet, seine lebendige Kraft. Sie ist veränderlich mit dem in u enthaltenen Sinus; für die Wirkungen des Lichts in einer Zeit \mathfrak{Z} , die wir als sehr gross gegen die Schwingungsdauer T annehmen, kommt es aber auf den Mittelwerth der lebendigen Kraft in dieser Zeit an. Wenn wir $\mathfrak{Z} = nT + \tau$ setzen, worin n eine sehr grosse ganze Zahl und τ einen Bruchtheil von T bedeutet, so ist dieser Mittelwerth gleich

$$\frac{\frac{1}{2} m}{nT + \tau} \cdot \int_0^{nT + \tau} u^2 dt.$$

Wir wollen ihn zunächst für geradlinig polarisirte Strahlen bestimmen. Wie aus der durch Gleichung (5) gegebenen Bedeutung von u leicht folgt, ist

$$\int_0^{nT + \tau} u^2 dt = n \int_0^T u^2 dt + \int_0^{\tau} u^2 dt.$$

Hierin ist das zweite Glied auf der rechten Seite sehr klein gegen das erste; vernachlässigen wir es und ebenso τ gegen nT , so erhalten wir für den Mittelwerth der lebendigen Kraft eines Aethertheilchens im geradlinig polarisirten durch die Gleichung (4) dargestellten Strahl

$$\frac{1}{2} \frac{m}{T} \int_0^T u^2 dt = \frac{2m}{T} \left(\frac{\pi A}{T} \right)^2 \int_0^T \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) dt = m \left(\frac{\pi A}{T} \right)^2.$$

Der Ausdruck für die Intensität wird daher nach der gegebenen Definition, wenn M die Masse des Aethers in der Raumeinheit bedeutet $M \left(\frac{\pi A}{T} \right)^2$.

Für elliptisch polarisirte Strahlen sind, wie wir sehen werden, die einfachsten Gleichungen, wenn ξ und η die Ausschläge der Aethertheilchen nach zwei auf einander und der Richtung des Strahls senkrechten Axen bedeuten,

$$\xi = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad \eta = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right);$$

darin sind A und B die Halbachsen der elliptischen Bahnen, welche die Theilchen beschreiben. Da das Quadrat der Geschwindigkeit gleich $\left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2$ ist, so hat man

$$u^2 = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \left[A^2 \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + B^2 \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right].$$

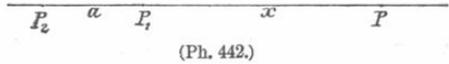
Führt man die Rechnung ganz wie oben und beachtet, dass

$$\int_0^T \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) dt = \int_0^T \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) dt = \frac{T}{2},$$

so erhält man als Ausdruck für die Intensität $M \frac{\pi^2 (A^2 + B^2)}{T^2}$. Dieselbe ist also für geradlinig polarisirtes Licht dem Quadrat der Amplitude, für elliptisch polarisirtes der Summe der Quadrate der Halbachsen proportional.

Mittelst der im Vorigen aufgestellten Formeln können wir nun auch das Zusammenwirken von zwei und mehr Strahlen untersuchen. Die Grundlage dafür ist das Princip der Coexistenz kleiner Bewegungen, welches ausspricht, dass, wenn ein Punkt gleichzeitig mehrere Bewegungen auszuführen hat, die

resultierende Verrückung immer erhalten wird, wenn man die für den betreffenden Augenblick den einzelnen Bewegungen zukommenden Ausschläge nach dem Gesetz vom Parallelogramm der Verschiebungen zusammensetzt oder mit anderen Worten, dass die nach beliebiger Richtung genommenen Componenten der Bewegungen sich einfach addiren. Wir wollen zuerst den einfachsten Fall behandeln, zwei zusammenfallende geradlinig polarisirte Strahlen, deren Schwingungen dieselbe Richtung und Dauer besitzen. Es seien (Fig. 442) P_1 und P_2 zwei um a von einander abstehende leuchtende



(Ph. 442.)

Punkte und es soll die Bewegung des um x von P_1 entfernten Punktes P untersucht werden. Die Zeit werde gerechnet von einem Augenblick an, wo P_1 seinen grössten positiven Ausschlag besitzt, dann ist nach Gleichung (4) der Ausschlag ξ_1 , welchen P_1 im Punkte P hervorruft

$$\xi_1 = A_1 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \tag{6a}$$

Ein von P_2 ausgehender Impuls braucht die Zeit $\frac{a+x}{V}$ um nach P zu gelangen; ist nun, wie wir annehmen wollen, die Schwingungsbewegung von P_2 um τ gegen die von P_1 zurück, so ist die von P_2 in P erregte Bewegung um $\tau + \frac{a+x}{V}$ gegen P_1 zurück, d. h. die Phase, welche in Folge dieser Bewegung

P zur Zeit t hat, hat P_1 zur Zeit $t - \frac{x+a+V\tau}{V}$ gehabt. Nennen wir also ξ_2 den Ausschlag von P durch diese Bewegung und setzen $a + V\tau = \delta$, so besteht die Gleichung

$$\xi_2 = A_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda} \right). \tag{6b}$$

Schwingen die Punkte mit gleicher Phase, ist also $\tau = 0$, so ist δ gleich der Wegdifferenz (a) der beiden Strahlen.

Die Ausschläge ξ_1 und ξ_2 sind gleichgerichtet, daher ist der resultierende Ausschlag ξ ihre Summe

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A_1 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda} \right).$$

Dies kann folgendermaassen vereinfacht werden. Es ist

$$\xi = \left(A_1 + A_2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right) \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A_2 \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

föhren wir nun zwei neue Constante ein mittelst der Gleichungen

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} &= A \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} \\ A_2 \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} &= A \sin 2\pi \frac{D}{\lambda}, \end{aligned} \tag{7}$$

so wird

$$\xi = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+D}{\lambda} \right). \tag{8}$$

Daraus ergibt sich, dass das Resultat des Zusammenwirkens der beiden linear polarisirten Strahlen (6a) und (6b) wieder ein linear polarisirter Strahl mit derselben Schwingungsdauer ist, der von einem um D von P_1 aus rückwärts gelegenen Punkt ausgehend betrachtet werden kann und eine Amplitude A besitzt, für welche sich aus (7) die Gleichung

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \tag{9}$$

ableiten lässt. In dem besonderen Fall, dass die beiden Amplituden A_1 und A_2 einander gleich sind, ergibt sich:

$$A^2 = 4A_1^2 \cos^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}. \quad (9a)$$

Ist die Phasendifferenz $2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ der ursprünglichen Strahlen ein gerades Vielfaches von π , also δ ein gerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$, so erhält nach der letzten Gleichung die Amplitude A ihren grössten Werth, nämlich $A_1 + A_2$, ist δ ein ungerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$, so wird die Amplitude des resultirenden Strahls ein Minimum $A^2 = (A_1 - A_2)^2$; ist δ ein ungerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{4}$, so wird die trigonometrische Function in Gleichung (6b) $\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ und da dann $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ ist, die Gesamtintensität gleich der Summe der Einzelintensitäten. Waren die Amplituden A_1 und A_2 der beiden Strahlen einander gleich, so erhält für $\delta = 2m \cdot \frac{\lambda}{2}$ die Amplitude des resultirenden Strahls den doppelten, die Intensität also nach dem oben Gesagten den vierfachen Werth wie bei den ursprünglichen Strahlen, für $\delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ aber wird Amplitude und Intensität Null. Die Strahlen heben sich vollständig auf.

Leuchtende Punkte von den Eigenschaften, wie wir sie für P_1 und P_2 vorausgesetzt haben, können freilich in Wirklichkeit nicht existiren; wenn auch einmal die Schwingungen zweier Punkte nach derselben Richtung vor sich gehen, so müssen doch die fortwährend eintretenden Aenderungen im Schwingungszustand, welche bei von einander unabhängigen Punkten verschieden sein werden, bewirken, dass das im nächsten Augenblick nicht mehr der Fall ist. Aber wir können dadurch, dass wir von einem und demselben leuchtenden Punkt zwei reelle oder virtuelle Bilder entwerfen, künstlich Punkte von den verlangten Eigenschaften erzeugen. In der That wird jede Aenderung in den Bildern gleichzeitig und in gleicher Weise eintreten, und so werden unsere Voraussetzungen immer erfüllt sein. Wir werden in der Folge eine Reihe von Beispielen hierfür kennen lernen.

Dass die beiden Strahlen, wie wir angenommen hatten, zusammenfallen, ist nicht nothwendig; nur dürfen sie keinen zu erheblichen Winkel mit einander bilden. Schneiden sich nämlich zwei interferirende Strahlen unter grossem Winkel, so werden sie im allgemeinen auch in beträchtlich verschiedener Richtung vom leuchtenden Punkt ausgegangen sein, solche Strahlen aber scheinen nicht mehr den gleichen Schwingungszustand zu besitzen. Doch liegen zu einem sicheren Urtheil hierüber noch nicht genügende Beobachtungen vor. Ferner aber werden wir sehen, dass in diesem Fall die abwechselnden Stellen von Helligkeit und Dunkelheit so nahe zusammenrücken, dass sie nicht mehr einzeln unterschieden werden können, womit die Möglichkeit aufhört, die abgeleiteten Gesetze zu prüfen.

Ebenso wie wir die Wirkung zweier Strahlen von gleicher Schwingungsrichtung und Schwingungsdauer bestimmt haben, können wir die von beliebig vielen solcher Strahlen finden. Es seien $P_0, P_1, P_2, P_3 \dots$ Punkte, von denen Schwingungen der gedachten Art ausgehen, deren Wirkung auf einen von allen in nahe derselben Richtung gelegenen Punkt P untersucht werden soll.

Die Ausschläge, welche die leuchtenden Punkte einzeln erzeugen, seien entsprechend $\xi_0, \xi_1, \xi_2 \dots$, dann haben wir, wenn die Entfernung $P_0 P$ gleich x ist, in leicht verständlicher Bezeichnungsweise den Gleichungen (6) entsprechend

$$\begin{aligned} \xi_0 &= A_0 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ \xi_1 &= A_1 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + \delta_1}{\lambda} \right) \\ \xi_2 &= A_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + \delta_2}{\lambda} \right) \end{aligned} \tag{10}$$

und daraus folgt der Gesamtausschlag in P

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_0 + \xi_1 + \xi_2 + \dots = \left(A_0 + A_1 \cos 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + A_2 \cos 2\pi \frac{\delta_2}{\lambda} + \dots \right) \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ &+ \left(A_1 \sin 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + A_2 \sin 2\pi \frac{\delta_2}{\lambda} + \dots \right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \end{aligned}$$

Wenn wir

$$\begin{aligned} A_0 + A_1 \cos 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + A_2 \cos 2\pi \frac{\delta_2}{\lambda} + \dots &= A \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} \\ A_1 \sin 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + A_2 \sin 2\pi \frac{\delta_2}{\lambda} + \dots &= A \sin 2\pi \frac{D}{\lambda} \end{aligned} \tag{11}$$

setzen, erhalten wir wieder

$$\xi = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\pi + D}{\lambda} \right), \tag{12}$$

eine Schwingung, deren Phase und Amplitude sich aus den Gleichungen (11) ergibt. Letztere wird

$$\begin{aligned} A^2 &= \left(A_0 + A_1 \cos 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + A_2 \cos 2\pi \frac{\delta_2}{\lambda} + \dots \right)^2 \\ &+ \left(A_1 \sin 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + A_2 \sin 2\pi \frac{\delta_2}{\lambda} + \dots \right)^2. \end{aligned} \tag{13}$$

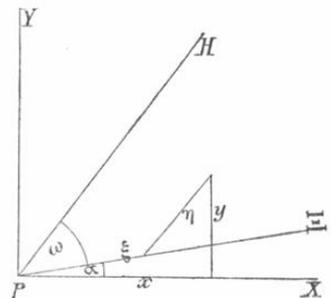
Wir wollen nun zwei zusammenfallende linear polarisirte Strahlen von gleicher Schwingungsdauer betrachten, deren Schwingungsrichtungen einen beliebigen Winkel ω mit einander bilden. Die Ausschläge des einen nennen wir ξ , die des andern η ; die Gleichungen derselben können wir schreiben

$$\begin{aligned} \xi &= a \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ \eta &= b \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + \delta}{\lambda} \right). \end{aligned} \tag{14}$$

wenn wir die Entfernung auf der Strahlrichtung von einem festen Punkt aus hiermit x bezeichnen.

Durch Elimination von t aus denselben bekommen wir die Bahn, welche die Aethertheilchen beschreiben, bezogen auf das schiefwinklige Coordinatensystem der ξ und η mit dem Axenwinkel ω :

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} - \frac{2\xi\eta}{ab} \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \sin^2 2\pi \frac{\delta}{\lambda}. \tag{15}$$



(Ph. 443.)

Es ist das die Gleichung einer Ellipse; wir wollen sie auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem transformiren. Zu dem Ende denken wir uns eine Ebene senkrecht zum Strahl durch den Punkt P , welcher der Abscisse x entspricht, hindurchgelegt, es sei das die Ebene der Fig. 443. $P\Xi$ sei die Richtung der Vibrationen des einen Strahls, PH des andern. Wir führen nun ein vorläufig

beliebig gerichtetes rechtwinkliges Coordinatensystem mit dem Anfangspunkt P ein; der Winkel, welchen die Richtung $P\xi$ mit der X -Axe bildet, werde α genannt, dann gelten die Transformationsgleichungen

$$\begin{aligned}\xi \sin \omega &= x \sin (\omega + \alpha) - y \cos (\omega + \alpha) \\ \eta \sin \omega &= -x \sin \alpha + y \cos \alpha.\end{aligned}$$

Setzen wir diese Werthe von ξ und η in (15) ein, so bekommen wir die Gleichung der Ellipse auf das rechtwinklige Coordinatensystem bezogen. Wir wollen nun α so bestimmen, dass die Coordinatenachsen mit den Hauptachsen der Ellipse zusammenfallen. Dazu haben wir den Coëfficienten von xy gleich Null zu setzen, was die Gleichung

$$\frac{\sin (\omega + \alpha) \cos (\omega + \alpha)}{a^2} + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{b^2} + \frac{\sin (\omega + 2\alpha)}{ab} \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 0 \quad (16)$$

oder

$$A \cos 2\alpha + B \sin 2\alpha = 0$$

gibt, worin

$$\begin{aligned}A &= 2 \frac{\sin \omega}{a} \left(\frac{\cos \omega}{a} + \frac{\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{b} \right) \\ B &= 2 \frac{\cos \omega}{a} \left(\frac{\cos \omega}{a} + \frac{\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{b} \right) + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\end{aligned} \quad (17)$$

gesetzt ist, und welche, wenn man noch bestimmt, dass die X -Axe mit der grossen Axe der Ellipse zusammenfallen soll, sich genauer durch die zwei Gleichungen

$$\sin 2\alpha = -\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \cos 2\alpha = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (16a)$$

ersetzen lässt. Mittelst dieser Werthe geht nach einigen leichten Umformungen, wenn man noch zur Abkürzung

$$C = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2 \cos \omega \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{ab} \quad (18)$$

setzt, die Gleichung (15) in die folgende über

$$(C - \sqrt{A^2 + B^2})x^2 + (C + \sqrt{A^2 + B^2})y^2 = 2 \sin^2 \omega \sin^2 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

und da

$$C^2 - (A^2 + B^2) = \frac{4 \sin^2 \omega \sin^2 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{a^2 b^2}$$

ist, so ergibt sich

$$\frac{x^2}{C + \sqrt{A^2 + B^2}} + \frac{y^2}{C - \sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{a^2 b^2}{2}. \quad (19)$$

Die Quadrate der grossen und der kleinen Axe sind demnach

$$\frac{a^2 b^2}{2} (C + \sqrt{A^2 + B^2}) \quad \text{und} \quad \frac{a^2 b^2}{2} (C - \sqrt{A^2 + B^2}). \quad (20)$$

Durch diese Gleichungen und (16a) sind Gestalt und Lage der Bahnellipse der Aethertheilchen gegen die ursprünglich gegebenen Strahlen vollständig und eindeutig bestimmt.

Die Bewegungsrichtung der Aethertheilchen ergibt sich am einfachsten aus Gleichung (14). Dieselben werden sich von der positiven Ξ -Axe nach der positiven H -Axe hin oder umgekehrt bewegen je nachdem η wächst oder abnimmt, wenn $\xi = a$ ist. Nun ist nach Gleichung (14)

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{2\pi b}{T} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + \delta}{\lambda} \right)$$

und für $\xi = a$ wird dies

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{2\pi b}{T} \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

Es wächst also η oder nimmt ab, und damit ist eine Bewegung gegen die Uhrzeiger oder mit denselben (von einem in der Fortpflanzungsrichtung des Strahls gelegenen Punkt aus gesehen) vorhanden, je nachdem

$$2m \cdot \frac{\lambda}{2} < \delta < (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{oder} \quad (2m - 1) \frac{\lambda}{2} < \delta < 2m \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

Soll der resultirende Strahl wieder geradlinig polarisirt sein, so muss die kleine Axe der Ellipse verschwinden. Dies tritt dem zweiten der Ausdrücke (20) gemäss, abgesehen von dem selbstverständlichen Fall $\sin \omega = 0$, nur dann ein, wenn $\sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ Null, d. h. die Phasendifferenz der beiden Strahlen ein Vielfaches von π oder $\delta = m \frac{\lambda}{2}$ ist. Die Gleichung (15) zeigt, dass der entstehende geradlinig polarisirte Strahl in dem Winkel ω oder ausserhalb desselben liegt, je nachdem m eine gerade oder eine ungerade Zahl ist, denn im ersten Fall geht dieselbe über in

$$\frac{\xi}{a} - \frac{\eta}{b} = 0,$$

im letzteren in

$$\frac{\xi}{a} + \frac{\eta}{b} = 0.$$

Die Bahnellipse geht in einen Kreis über, der Strahl wird kreisförmig polarisirt, wenn die beiden Halbaxen einander gleich werden, dazu muss nach den Ausdrücken (20) $A = 0$ und $B = 0$ sein; das erfordert aber nach den Gleichungen (17):

$$a = b \quad \text{und} \quad \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = -\cos \omega \quad \text{oder} \quad \delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \pm \frac{\omega}{2\pi} \lambda,$$

die ursprünglichen Strahlen müssen also gleiche Amplitude und den angegebenen Gangunterschied besitzen. Sind die Strahlen senkrecht aufeinander, so muss letzterer $(4m \pm 1) \frac{\lambda}{4}$ sein. Die Rotationsrichtung bestimmt sich aus der oben gemachten allgemeinen Bemerkung und ist danach der Bewegung der Uhrzeiger entgegen oder gleich gerichtet, je nachdem das obere oder untere Vorzeichen gilt.

Wird $a = b$ genommen, während die Phasendifferenz willkürlich bleibt, so ergibt sich aus den Gleichungen (17) und (16a), dass die grosse Axe der entstehenden Ellipse in der Halbirungslinie des Winkels ω liegt oder senkrecht dazu, je nachdem $\cos \omega + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ positiv oder negativ ist. —

Wenn man jeden der Strahlen (14) in zwei Componenten nach der X - und Y -Axe zerlegt und die gleichgerichteten zusammensetzt, so erhält man zwei Strahlen, für welche nach (9) die Quadrate der Amplituden sind

$$\mathfrak{A}^2 = \frac{a^2 b^2}{2} (C + \sqrt{A^2 + B^2}) \quad \text{und} \quad \mathfrak{B}^2 = \frac{a^2 b^2}{2} (C - \sqrt{A^2 + B^2}).$$

Für ihre Phasendifferenzen gegen den ersten Strahl (14) ergeben sich nach (7) die Gleichungen

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\mathfrak{D}}{\lambda} = \frac{b \cos(\omega + \alpha) \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{a \cos \alpha + b \cos(\omega + \alpha) \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}$$

und

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\mathfrak{D}'}{\lambda} = \frac{b \sin(\omega + \alpha) \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{a \sin \alpha + b \sin(\omega + \alpha) \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}};$$

da nach (16) das Produkt dieser beiden Ausdrücke gleich -1 ist, so folgt

$$2\pi \frac{\mathfrak{D}}{\lambda} - 2\pi \frac{\mathfrak{D}'}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{D} - \mathfrak{D}' = \frac{\lambda}{4}$$

und man erkennt, dass die Gleichungen für die nach den Axenrichtungen schwingenden Strahlencomponenten auf die einfache Form

$$x = \mathfrak{A} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + \mathfrak{D}}{\lambda} \right), \quad y = \mathfrak{B} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + \mathfrak{D}}{\lambda} \right)$$

gebracht werden können, von welcher wir oben (pag. 519) Gebrauch gemacht haben.

Nach dem ebenda gegebenen Ausdruck ist die Intensität elliptisch polarisirter Strahlen gleich der Summe der Quadrate der Halbaxen multiplicirt mit $\pi^2 \frac{M}{T^2}$, wobei M die in der Raumeinheit enthaltene Aethermasse und T die Schwingungsdauer bedeutet. Unter Anwendung der Ausdrücke (20) finden wir also die Intensität eines elliptisch polarisirten Strahls, der aus zwei linearpolarisirten mit den Amplituden a und b , der Phasendifferenz $2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ und dem Winkel ω zwischen der Polarisationsebene entstanden ist, gleich

$$\pi^2 \frac{MC^2 a^2 b^2}{T^2} = \pi^2 \frac{M}{T^2} \left(a^2 + b^2 + 2ab \cos \omega \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right). \quad (21)$$

Wir haben oben (pag. 515) bemerkt, dass die Wirkung zweier zusammenfallender, von verschiedenen leuchtenden Punkten ausgegangener Strahlen natürlichen Lichtes auf einander dieselbe sei, als ob zwei linear polarisirte Strahlen von gleicher Amplitude alle möglichen Stellungen ihrer Schwingungsebenen gegen einander in kurzen Zeiten gleichmässig durchliefen. Die Intensität, welche zwei solche Strahlen natürlichen Lichts mit den Amplituden a und b erzeugen, wird daher auch erhalten, wenn wir zwei linear polarisirte Strahlen von gleichen Amplituden sich gleichmässig mit verschiedenen Geschwindigkeiten drehen lassen und die mittlere von ihnen hervorgerufene Intensität berechnen. Nennen wir die Winkelgeschwindigkeit des einen Strahls v_1 , die (grössere) des andern v_2 und rechnen die Zeit von einem Zusammenfallen der Schwingungsebenen an, so ist der Winkel ω , welchen sie zur Zeit t miteinander bilden, gleich $(v_2 - v_1)t$. Bezeichnen wir die Zeit, in welcher sie zur Anfangsstellung gegen einander zurückkehren, mit \mathfrak{Z} , so ist dies gleich $\frac{2\pi}{v_2 - v_1}$, und die mittlere Intensität für jede grössere Zeit ist sehr nahe gleich der für \mathfrak{Z} . Diese ist aber nach der Formel (21) proportional dem Ausdruck

$$\frac{1}{\mathfrak{Z}} \int_0^{\mathfrak{Z}} \left[a^2 + b^2 + 2ab \cos(v_2 - v_1)t \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right] dt = a^2 + b^2 + \frac{2ab}{\mathfrak{Z}} \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \int_0^{\mathfrak{Z}} \cos(v_2 - v_1)t dt.$$

Das rechts noch vorkommende Integral hat aber den Werth Null, sodass die mittlere Intensität wird

$$M \frac{\pi^2 (a^2 + b^2)}{T^2},$$

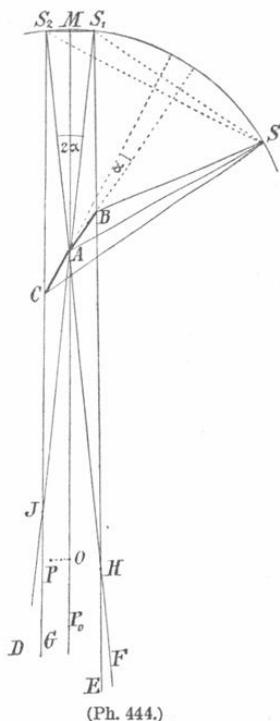
worin wie früher M die in der Raumeinheit enthaltene Aethermasse, T die Schwingungsdauer der Strahlen bedeutet. Es ist demnach die Intensität zweier zusammenfallender Strahlen natürlichen Lichts gleich der Summe der Intensitäten der Einzelstrahlen.

Wir gehen jetzt zur Besprechung der einzelnen Interferenzerscheinungen über und behandeln in der oben angegebenen Reihenfolge zunächst die experimentelle Erzeugung und die Theorie derselben.

1. FRESNEL'sche Spiegel.

Den Spiegelversuch hat FRESNEL im Jahre 1816 erdacht, um zu beweisen, dass Lichtstrahlen je nach den Umständen ihres Zusammentreffens sich bald verstärken, bald schwächen, und dass diese Wirkung nicht die Folge irgend einer besondern Modifikation ist, die sie bei der Beugung oder dem Durchgang durch dünne Blättchen, wo man Aehnliches schon früher beobachtet hatte, etwa erlangen könnten.

In der That sind hier möglichst einfache Verhältnisse für das Zusammenwirken der Strahlen hergestellt und alles Fremdartige, dem man etwa einen Einfluss auf den Erfolg zuschreiben könnte, möglichst vermieden. FRESNEL ist deshalb mehrmals darauf als auf einen Grundversuch zurückgekommen¹⁾, und mit Recht hat man ihn als solchen in der Lichtlehre allgemein angenommen. Die Versuchsanordnung ist nun die folgende. Zwei ebene Metall- oder Glasspiegel (letztere auf der Rückseite geschwärzt) werden mit einer geraden Kante genau aneinandergesetzt, sodass sie einen Winkel von nahe 180° bilden. Man fängt dann die von einem leuchtenden Punkt ausgehenden Strahlen mit denselben auf und untersucht die Erscheinung in dem Theil des Raumes, wo die beiden reflektirten Bündel übereinanderfallen. In Fig. 444, welche die durch den leuchtenden Punkt senkrecht auf den Durchschnitt beider Spiegel gelegte Ebene darstellt, bedeuten AB und AC die Spiegel, welche in B und C ebenfalls durch zwei auf der Ebene der Zeichnung senkrechte Gerade begrenzt gedacht werden mögen, S den leuchtenden Punkt, S_1 das Bild desselben in dem Spiegel AB , S_2 das im Spiegel AC . Das vom Spiegel AB zurückgeworfene Strahlenbündel wird begrenzt von zwei Ebenen, welche bestimmt sind durch je eine der Kanten des



(Ph. 444.)

¹⁾ Die Stellen, an denen FRESNEL den Versuch behandelt, sind die folgenden: Supplém. au mém. sur la diffraction de la lumière, près à l'Ac. des sc. 15. juill. 1816. Oeuv. compl. I, 150. — Note sur les franges prod. par deux miroirs. Oeuvr. compl. I, pag. 186. — Mém. sur la diffraction de la lumière. Mém. de l'Ac. des sc. T. V, pag. 414 ff. 1826. Oeuvr. compl. I, pag. 325 ff. (POGG. Ann. 30, pag. 183 ff.) — Système de chimie par TH. THOMSON trad. p. RIFFAULT, Supplém. 1822; Oeuvr. compl. II, pag. 17 ff., 52 ff. — (POGG. Ann. 3, pag. 104; 5, pag. 224.)

Spiegels in A und B und den Punkt S_1 , ihre Spur in unserer Zeichnung bilden die Linien AD und BE ; ebenso wird das von AC zurückgeworfene Bündel begrenzt von den zwei jedesmal durch die Kanten dieses Spiegels in A und C und den Punkt S_2 gehenden Ebenen, deren Spuren AF und CG sind. Die beiden Bündel durchdringen sich gegenseitig innerhalb des Raums, der von den in AD und AF auf der Figur senkrechten Ebenen begrenzt wird. Durch einen jeden Punkt dieses Raumes gehen zwei Strahlen, von welchen der eine von S_1 , der andere von S_2 herkommt; daher kann hier und nur hier Interferenz stattfinden. Da die Spiegel jedoch auch in B und C begrenzt sind, so würden bei einigermaßen grösserer Entfernung des leuchtenden Punktes von den Spiegeln nicht nach jedem Punkt des genannten Raums zwei Strahlen gelangen können. Die auf BE und CG senkrechten Ebenen werden in ihn einschneiden, in der Figur sind die betreffenden Stellen durch H und J bezeichnet, und der Durchschnitt des Raums, in welchem Interferenz stattfinden kann, wir wollen ihn kurz den »Interferenzraum« nennen, wird sein $GJAH E$. Gewöhnlich werden die Ebenen BE und CG in der Richtung der fortschreitenden Strahlen divergiren, doch kann bei schmalen, verhältnissmässig stark gegen einander geneigten Spiegeln und sehr schrägem Einfall des Lichts der Fall eintreten, dass sie convergiren, dann läuft der Interferenzraum nach dem Durchschnitt derselben hin keilförmig zu, ist also allseitig begrenzt, und darüber hinaus treten keine Interferenzen regelmässig reflectirten Lichts sondern nur Beugungserscheinungen noch auf.

Die Bildpunkte S_1 und S_2 liegen mit dem leuchtenden Punkt auf einem Kreis, dessen Mittelpunkt sich in A befindet, der Winkel S_1AS_2 ist gleich 2α , wenn der Winkel der Spiegel selbst α ist. Da nun jeder von S auf einen Punkt des Spiegels AB treffende Strahl ebensolang ist, wie die von S_1 nach seinem Auffallpunkt gezogenen Geraden und dasselbe bezüglich des Spiegels AC und des Punktes S_2 gilt, so können alle reflectirte Strahlen auch bezüglich der von der Lichtquelle an zurückgelegten Weglänge angesehen werden als von den Punkten S_1 beziehungsweise S_2 ausgehend, wobei diese immer als unter einander (und mit S) in gleichem Schwingungszustand befindlich zu denken sind. Man kann daher bei der Bestimmung der Phasendifferenz der zusammentreffenden Strahlen diese von den Punkten S_1 und S_2 ausgehend betrachten, und die Phasenänderungen, welche bei der Reflexion an den Spiegeln eingetreten sein können, üben keinen Einfluss, da sie bei der geringen Neigung der Spiegel gegen einander bei allen Strahlen merklich die gleichen sind, in der Differenz sich also aufheben. — Man erkennt nun sofort, dass immer die zwei in einem Punkte der in M , der Mitte von S_1S_2 , auf dieser Linie senkrecht gezogenen Geraden MAP_0 zusammentreffenden Strahlen gleiche Weglängen zurückgelegt haben, also die Phasendifferenz Null besitzen, und zwar gilt dies für Strahlen jeder Farbe. Betrachten wir weiter im Interferenzraum einen beliebigen, in der Ebene $S_1S_2P_0$ gelegenen Punkt P und bezeichnen seine Entfernung PO von der Geraden MP_0 durch x , die Länge OM durch b , $MS_1 = MS_2$ durch a , so erhalten wir die Länge $S_1P = \sqrt{b^2 + (a+x)^2}$ und die Länge $S_2P = \sqrt{b^2 + (a-x)^2}$, also den Wegunterschied der beiden Strahlen

$$\delta = \sqrt{b^2 + (a+x)^2} - \sqrt{b^2 + (a-x)^2}.$$

Beachten wir nun, dass a und x gegen b sehr klein sind — bei den Versuchen FRESNEL's betrug a etwa 6 bis 7, x höchstens 2 mm, während b ungefähr 7 m lang war — und entwickeln die beiden Wurzeln nach dem binomischen Lehrsatz, indem wir $b^2 + a^2 + x^2$ als den einen Summand des

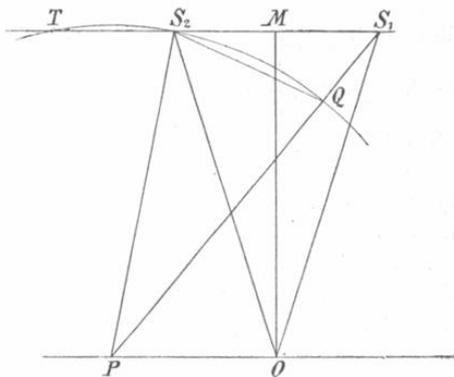
Binoms und $\pm 2ax$ als den anderen ansehen, so erhalten wir, wenn wir bei den beiden ersten Gliedern stehen bleiben, zunächst

$$\delta = \frac{2ax}{\sqrt{b^2 + a^2 + x^2}},$$

also sehr nahe

$$\delta = \frac{2ax}{b}. \tag{22}$$

Man hat diese Beziehung auch aus verschiedenengeometrischen Betrachtungen abgeleitet¹⁾, aber theils sind dieselben ungenau, theils lassen sie den Grad der Annäherung schwer übersehen. Wir geben deshalb den folgenden einfachen Beweis, welcher zugleich zeigt, in welchem Verhältniss der wirkliche Werth von δ zu dem durch die Formel ausgedrückten steht. In Fig. 445 haben die Buchstaben S_1, S_2, M, O, P dieselbe Bedeutung wie bisher, es ist also $MS_1 = MS_2 = a, MO = b, OP = x$.



(Ph. 445.)

Wir schlagen nun aus dem Punkt P mit dem Halbmesser PS_2 einen Kreis, derselbe schneide die Linie PS_1 in Q und die Linie S_1S_2 in T , dann ist nach einem bekannten Satz der Kreislehre

$$S_1Q \cdot (S_1P + S_2P) = S_1S_2 \cdot S_1T.$$

Da aber $S_1Q = \delta$ und, wie man leicht findet, $S_1T = 2OP = 2x$ ist, so hat man die vollkommen strenge Gleichung

$$\delta = \frac{4ax}{S_1P + PS_2}.$$

Für kleine a und x sind aber sowohl S_1P als S_2P nur wenig von b verschieden, daher erhält man näherungsweise

$$\delta = \frac{2ax}{b}.$$

wie oben in Gleichung (22); der so bestimmte Werth verhält sich zu dem wirklichen wie das arithmetische Mittel der Strahlen zu b .

Die Phasendifferenz der beiden Strahlen in P ist $\frac{2\pi\delta}{\lambda}$ und da ihre Amplitude die gleiche (A) ist, so ist nach Gleichung (9) die Intensität proportional dem Ausdruck

$$2A^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right) = 4A^2 \cos^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}. \tag{23}$$

An den Orten grösster Helligkeit, wo δ ein gerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$ ist, wird die Intensität die vierfache wie bei einfacher Bestrahlung durch einen der Punkte S_1 oder S_2 , an den zwischenliegenden Stellen, wo $\delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ ist, heben sich die Strahlen vollständig auf.

¹⁾ FRESNEL, Oeuvres compl. II, pag. 55; BILLET, traité d'optique physique I, pag. 39; MÜLLER-PFAUNDLER, Lehrbuch der Physik II, 1 (8. Aufl.), pag. 410; vergl. auch BRANLY, Journ. de phys. (2) 7, pag. 69, 1888.

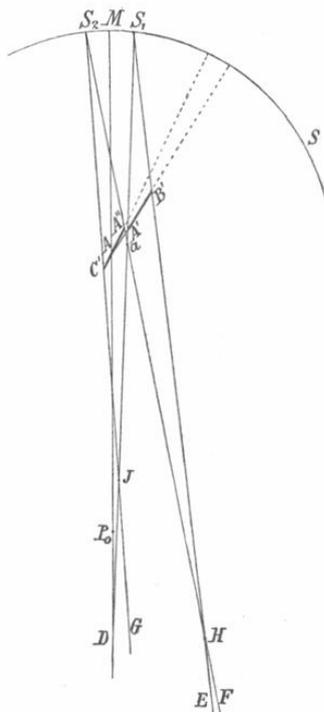
Die Vertheilung der Stellen vollkommener Dunkelheit im Raume können wir ohne jede Rechnung leicht angeben. Bekanntlich besitzt die Hyperbel die Eigenschaft, dass der Unterschied der von ihren beiden Brennpunkten nach den einzelnen Curvenpunkten gezogenen Radienvectoren einen constanten Werth gleich ihrer reellen Hauptaxe hat. Legen wir also durch einen Punkt in Fig. 444 oder 445, in welchem Dunkelheit herrscht, eine Hyperbel mit den Brennpunkten in S_1 und S_2 , so haben die Strahlen, welche sich in den übrigen Curvenpunkten treffen, denselben Gangunterschied und heben sich gleichfalls auf, so dass die ganze Hyperbel eine dunkle Linie wird. Wir erkennen leicht, dass dies in gleicher Weise für jede der confocalen Hyperbeln gilt, deren Hauptaxe durch den Ausdruck $(2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ gegeben ist; die dazwischenliegenden mit den Hauptaxenlängen $2m \frac{\lambda}{2}$ verbinden die Punkte grösster Helligkeit. Wenn wir weiter das System confocaler Hyperbeln um eine durch die Brennpunkte S_1 und S_2 gehende Axe rotiren lassen, so entstehen zweischalige confocale Rotationshyperboloide, von denen offenbar dasselbe gilt, wie von der sie erzeugenden Curvenschaar. So wird der ganze Interferenzraum von diesen abwechselnd hellen und dunkeln Flächen durchzogen, die aber für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen, da, wie wir gesehen haben, die Längen der Hauptaxen den Wellenlängen proportional sind; nur die Mittelflächen, bei denen Gangunterschied und Hauptaxenlänge Null werden, in denen also das Hyperboloid in eine Ebene, die durch MAO gehende, übergeht, sind für alle Farben dieselben. Bringen wir einen Schirm in den Interferenzraum, so wird sein Durchschneiden der beschriebenen Flächen eine Reihe paralleler farbiger Streifen erzeugen, die einen weissen Mittelstreifen einschliessen. Wir wollen annehmen, der Schirm stehe auf der Mittelebene senkrecht, dann ist nach der oben in Gleichung (22) gegebenen Formel die Streifenbreite leicht zu bestimmen. Denn da der Gangunterschied (δ) der Strahlen für dunkle Streifen $(2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ beträgt, so ist die Entfernung (x) eines solchen von der Mitte $(2m + 1) \frac{b}{2a} \cdot \frac{\lambda}{2}$, die Entfernung eines hellen Streifens $2m \frac{b}{2a} \cdot \frac{\lambda}{2}$; also der Abstand zweier benachbarter Streifen gleicher Art von einander, die Streifenbreite, gleich

$$\frac{b\lambda}{2a}. \quad (24)$$

Die entwickelte Theorie ist nicht bloss für die FRESNEL'schen Spiegel gültig, sondern kann allgemein auf alle die Fälle angewandt werden, wo die interferirenden Strahlen als von zwei reellen oder virtuellen Bildpunkten eines und desselben leuchtenden Punktes ausgehend angesehen werden können. Wir betrachten weiter unten noch mehrere derartige Fälle.

Es mag gleich hier eine ebenfalls auf alle ähnlichen Fälle anwendbare kurze Betrachtung des Einflusses ausgeführt werden, welche eine allen Strahlen des einen Bündels ertheilte Verzögerung auf die Erscheinung ausübt. Diese Verzögerung werde durch die Einschubung einer planparallelen Platte in das eine Bündel erzeugt; da die Wirkung, welche eine solche Platte auf einen Strahl ausübt, durch eine parallele Verschiebung nicht geändert wird, so ist es gleichgültig, an welcher Stelle des Bündels sie eingeschoben wird. Am leichtesten ausführbar ist der Versuch bei solchen Anordnungen, wo reelle Bildpunkte ent-

In derselben ist die Lage des leuchtenden Punktes (S), des Durchschnitts der Spiegel (A) und der Spiegelebenen gerade so wie in Fig. 444 angenommen, es sind dann auch die Bildpunkte S_1 und S_2 dieselben und die Gangunterschiede der in einem beliebigen Punkte P zusammentreffenden Strahlen gerade so gross wie dort, besonders ist auch hier MAP_0 die Linie, in welcher die interferierenden Strahlen den Gangunterschied Null haben, wo also der weisse Mittelstreifen der Erscheinung liegt. Geändert ist die Lage der Spiegel in ihren Ebenen, indem dieselben um gleichviel verschoben sind, der Spiegel AB nach $A'B'$, der CA nach $C'A'$. Bezeichnen wir die Grösse der Verschiebung AA' durch σ , so kommt dadurch ein Vorstehen des Spiegels $A'B'$ vor $C'A'$ um $\alpha\sigma$ zu Stande. Geändert ist dadurch auch die Lage des Interferenzraumes, der in unserer Figur durch $GJaHE$ bezeichnet ist. Der weisse Mittelstreifen kann hier gar nicht zu Stande kommen, da bei den gewählten Verhältnissen die Linie MAP_0 schon ganz ausserhalb des Interferenzraumes fällt. Im weissen Licht sind aber überhaupt nur wenige Streifen sichtbar, die nahe bei dem mittleren liegen, es ist daher begreiflich, wie schon bei einem geringen Vorstehen die Erscheinung ganz verschwinden kann. Näherungsweise ist die Grösse des Vorstehens $\alpha\sigma$ leicht zu berechnen, für welches der Mittelstreifen gerade den Interferenzraum verlässt, unter der Voraussetzung, dass letzterer an dem Beobachtungsort von den Geraden aD und aF begrenzt werde. Bezeichnen wir den Winkel MAA''



(Ph. 447)

durch β , so ist der Winkel AMa gleich $\frac{\sigma \sin \beta}{s}$ und des Abstandes des weissen Streifens von der Mitte des Interferenzraumes $\frac{b \sigma \sin \beta}{s}$ in der Entfernung b von M ; die halbe Breite des Interferenzraumes an derselben Stelle ist aber $(b - s) \alpha$. Durch Gleichsetzen beider Ausdrücke erhält man unter Beachtung von $\alpha = \frac{a}{s}$ die Gleichung

$$\alpha \sigma = \frac{(b - s) a^2}{b s \cdot \sin \beta}.$$

Bei den FRESNEL'schen Beobachtungen war a etwa 6 mm , b 7 m und s 2.3 m , über β ist keine Angabe gemacht, nehmen wir es zu etwa 30° an, so giebt die abgeleitete Formel für $\alpha\sigma$ ungefähr 0.02 mm . Springt also der eine Spiegel vor dem andern um diesen geringen Betrag vor, so ist unter den angenommenen Verhältnissen der Mittelstreifen schon an die Grenze des Interferenzraumes gerückt.

Eine dritte Bedingung für das Auftreten unserer Interferenzerscheinung ist, dass die Lichtquelle nur eine sehr geringe Breite besitzt. Wir hatten sie bisher als punktförmig angenommen und wollen nun den Einfluss einer merklichen Ausdehnung derselben untersuchen. Zunächst ist klar, dass wenigstens in dem gewöhnlichen Fall, wo man die Streifen in der Nähe der durch die Lichtquelle und ihre beiden Bilder bestimmten, senkrecht auf dem Durchschnitt der Spiegel

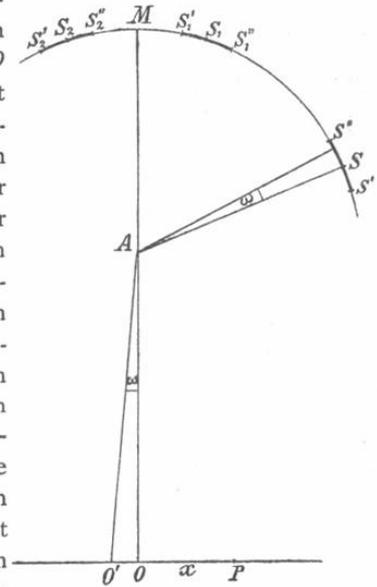
stehenden Ebene beobachtet, eine Ausdehnung der Lichtquelle normal zu dieser Ebene, so dass sie in eine dem Durchschnitt der Spiegel parallele leuchtende Gerade übergeht, der Schärfe der Erscheinung nicht schaden, nur ihre Intensität vermehren wird. Denn die Streifen verschieben sich dann beim Uebergang von einem Punkt der Lichtlinie zu einem andern nur in sich selbst. Anders ist es, wie wir durch eine auf die angenommenen Grundlagen gestützte Rechnung zeigen wollen, wenn die Lichtquelle eine merkliche Ausdehnung in anderer Richtung besitzt. Es sei (Fig. 448) S der bisherige leuchtende Punkt, S_1 und S_2 seine beiden Bilder, MAO die Mittellinie, auf welcher in O der die Streifen auffangende Schirm senkrecht steht; nun werde angenommen, dass die Lichtquelle in der Ebene der Figur zu beiden Seiten von S bis S' und S'' ausgedehnt sei, die Bilder derselben sind dann $S_1'S_1''$ und $S_2'S_2''$. Jeder Punkt der Lichtquelle erzeugt ein Streifensystem auf dem Schirm und die Intensität in einem beliebigen Punkt P wird die Summe der in ihm vermöge der übereinandertreffenden Streifensysteme zusammentreffenden Einzelintensitäten sein. Diese Einzelintensitäten ergeben sich folgendermaassen. Wir nennen $A^2 d\omega$ die Intensität, welche ein Element $d\omega$ der Lichtquelle durch Reflexion an einem der Spiegel auf den Schirm sendet, indem wir die Veränderlichkeit dieser Intensität mit der Entfernung x von dem Punkt O des Schirms vernachlässigen wegen der geringen Ausdehnung des Raumes, auf den sich unsere Betrachtung überhaupt erstreckt. Dann wird durch die Interferenz der Strahlen, welche von dem in S gelegenen Element $d\omega$ ausgehen und an beiden Spiegeln reflektirt werden, in dem um x von O entfernten Punkt P nach unseren Gleichungen (9) und (22) die Intensität

$$2A^2 \left(1 + \cos 4\pi \frac{ax}{b\lambda}\right) d\omega = 4A^2 \cos^2 2\pi \frac{ax}{b\lambda} d\omega$$

erzeugt, wenn wir die früheren Bezeichnungen $MS_1 = a$, $MO = b$ beibehalten. Ein anderes Element $d\omega$, welches die Winkelentfernung ω von dem Strahl AS besitzt, erzeugt ein Streifensystem, dessen Mittellinie, wie man leicht findet, in O' liegt, wenn $AOO' = \omega$ ist, und welches dem von S aus erzeugten ganz gleich ist, wenn man, was gestattet ist, davon absieht, dass der Schirm nicht genau senkrecht auf AO' steht. Die Intensität, welche dieses System im Punkte P hat, ist also gleich der, welche bei dem vorigen in einem Punkt in der Entfernung $O'P = x + (b - s)\omega$ von O vorhanden ist, also gleich

$$4A^2 \cos^2 2\pi \frac{a}{b\lambda} [x + (b - s)\omega] d\omega.$$

Die Gesamtintensität in P bekommen wir, wenn wir diesen Ausdruck von S' bis S'' integrieren. Wir wollen den Gesichtswinkel, unter welchem die Lichtquelle von A aus erscheint, ω_1 nennen, dann entspricht S' der Werth $-\frac{\omega_1}{2}$ von ω und S'' der $+\frac{\omega_1}{2}$ und die Integration ergibt



(Ph. 448.)

$$\begin{aligned}
 & 4A^2 \int_{-\frac{\omega_1}{2}}^{+\frac{\omega_1}{2}} \cos^2 2\pi \frac{a}{b\lambda} [x + (b-s)\omega] d\omega \\
 &= 2A^2 \omega_1 + \frac{A^2 b \lambda}{\pi a (b-s)} \sin 2\pi \frac{a}{b\lambda} (b-s) \omega_1 \cos 4\pi \frac{a}{b\lambda} x.
 \end{aligned}$$

Wenn wir beachten, dass nach (24) $\frac{b\lambda}{2a}$ die Breite der von leuchtenden Punkten erzeugten Streifen ist, welche wir durch f bezeichnen wollen, und dass $\frac{b\lambda}{2a \cdot (b-s)} = \varphi$ der Winkel ist, unter welchem sie vom Punkt A aus erscheinen, so können wir den eben für die Intensität erhaltenen Ausdruck auch schreiben

$$2A^2 \omega_1 \left(1 + \frac{\sin \pi \frac{\omega_1}{\varphi} \cos 2\pi \frac{x}{f}}{\pi \frac{\omega_1}{\varphi}} \right). \quad (27)$$

Wir sehen daraus zunächst, dass die Streifenbreite auch hier dieselbe ist wie bei punktförmigen Lichtquellen, denn wenn sich x um f ändert, bekommen wir immer wieder denselben Werth. Unser Ausdruck zeigt ferner, dass, wenn wir die Lichtquelle allmählich verbreitern, der periodische Theil verschwindet, wenn $\omega_1 = \varphi$ geworden ist, d. h. von A aus gesehen die scheinbare Breite der Lichtquelle gleich der der Streifen von demselben Punkte gesehen ist. Dann ist also das Gesichtsfeld gleichmässig erhellt, jede Spur der Streifen verschwunden. Freilich werden sie unserem Auge schon etwas früher unsichtbar wegen seiner Unfähigkeit sehr kleine Helligkeitsunterschiede wahrzunehmen, bezeichnen wir mit ν das Verhältniss, in welchem die Intensitäten zweier nebeneinander liegender Flächen stehen, wenn sie gerade noch als verschieden erkannt werden können, so ergibt sich die Grösse von ω_1 , bei welcher das Verschwinden der Streifen eintritt, nach (27) aus der Gleichung

$$\sin \pi \frac{\omega_1}{\varphi} = \frac{1 - \nu}{1 + \nu} \pi \frac{\omega_1}{\varphi}.$$

Wächst die Breite der Lichtquelle weiter, so erscheinen die Streifen wieder, aber in geänderter Lage. Während nämlich vorher der Intensitätsausdruck für $x = 0$ ein Maximum wurde, die Mitte also von einer hellen Bande eingenommen war, wird er jetzt, wo ω_1 grösser als φ also $\sin \pi \frac{\omega_1}{\varphi}$ negativ ist, ein Minimum; die Mitte wird durch einen dunkeln Streifen gebildet; und so ist es überall, helle und dunkle Banden haben den Platz gewechselt. Bei weiterem Wachsen der Lichtquelle verschwinden die Streifen immer, wenn ω_1 ein ganzes Vielfaches von φ wird und zugleich findet ein Lagenwechsel derselben statt, so dass immer, wenn ω_1 zuletzt wachsend ein gerades Vielfaches von φ durchschritten hat, ein System mit hellem Mittelstreif, wenn ein ungerades, ein System mit dunklem Mittelstreif gebildet wird. Dabei wird der Unterschied der hellen und dunkeln Banden immer geringer, die ganze Erscheinung muss immer verwaschener werden, bis sie überhaupt aufhört sichtbar zu sein. — Bezüglich des Mittelstreifens ist noch eine Bemerkung von Interesse. Der Intensitätsausdruck wird für denselben

$$2A^2 \omega_1 \left(\frac{1 + \sin \pi \frac{\omega_1}{\varphi}}{\pi \frac{\omega_1}{\varphi}} \right),$$

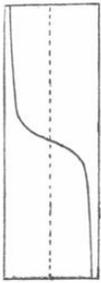
und hierin ist der Bruch in der Klammer bis zu seinem ersten Minimum (welches bei einem 254° nahe entsprechenden Werth von $\pi \frac{\omega_1}{\varphi}$ stattfindet), um so kleiner je grösser $\pi \frac{\omega_1}{\varphi}$, je kleiner also unter sonst gleichen Umständen λ ist, denn φ ist λ proportional. Benutzt man nun weisses Licht, so werden demnach die stärker brechbaren Strahlen eine verhältnissmässig geringere Intensität besitzen als die weniger stark brechbaren und der Mittelstreifen wird etwas röthlich gefärbt erscheinen. Nach Ueberschreiten des dem Minimum zugehörigen Werth von $\pi \frac{\omega_1}{\varphi}$ gewinnen allmählich die brechbaren Strahlen das Uebergewicht u. s. w.

Die besprochenen Bedingungen, welche erfüllt sein müssen, wenn die Erscheinung zu Stande kommen soll, zeigen, dass der Versuch eine sorgfältige Anordnung der Spiegel und der Lichtquelle zu seinem Gelingen erfordert. FRESNEL befestigte die Spiegel mit weichem Wachs auf einer gemeinsamen Unterlage und überzeugte sich durch Fühlen mit der Fingerspitze und genauer durch das Aussehen der Streifen, ob die Ränder sich richtig berührten; durch mehr oder weniger starken Druck der geeigneten Stellen der Spiegel konnte nachgeholfen und die gewünschte Neigung derselben hervorgebracht werden. Es ist das aber ein ziemlich beschwerliches und unsicheres Verfahren. FRESNEL giebt selbst an, dass die Stellung der Spiegel nicht selten während des Versuchs von selbst sich geändert habe. Er fühlte daher bereits das Bedürfniss einer passenden mechanischen Einrichtung für die genaue Richtung und Bewegung der Spiegel und hat auch eine solche geplant, doch scheint sie niemals ausgeführt worden zu sein (Oeuv. compl. I, pag. 186). In der Folge sind verschiedene Apparate zu diesem Zwecke angegeben und ausgeführt worden, häufig haben sie aber den Fehler, dass die Beweglichkeit der Spiegel nicht vielseitig genug ist. Der eine Spiegel wird meist fest angebracht und der andere mittelst einer Schraube um eine Axe drehbar gemacht, welche durch die Berührungslinie der beiden Spiegel gehen soll. Dies ist indessen genau und auf die Dauer ebenso wenig zu erreichen wie ein richtiges Aneinanderpassen der Spiegel an der Berührungsstelle. Es muss deshalb der eine Spiegel wenigstens eine allseitige Beweglichkeit durch drei Stellschrauben besitzen, sodass Correctionen seiner Lage nach jeder Richtung hin ausführbar sind, und er auch erforderlichen Falls parallel mit sich selbst vorwärts oder rückwärts bewegt werden kann. Stehen keine besonderen Apparate zu Gebote, so ist das folgende von QUINCKE mitgetheilte, von NÖRREMBERG herrührende Verfahren empfehlenswerth¹⁾. Ein Streifen gutes Spiegelglas von etwa 100 mm Länge, 25 mm Breite und 3 mm Dicke wird mit dem Diamanten in zwei 50 mm lange Stücke geschnitten. Diese legt man dicht nebeneinander auf vier möglichst gleichgrosse Kügelchen von weissem Wachs, die auf der horizontalen Oberfläche eines grösseren Holzklötzchens aufliegen. Zwei der Wachskugeln kommen unter die Berührungslinie der beiden Spiegel und zwei in die auf der Mitte dieser Linie Senkrechte an die Enden der Spiegel, sodass jeder derselben in drei ein gleichschenkliges Dreieck bildenden Punkten aufliegt. Auf die beiden Spiegel legt man dann eine grössere Platte Spiegelglas von etwa 200 mm Länge, 50 mm Breite und 3 mm Dicke und drückt diese mit dem horizontal gelegten Zeigefinger längs der Berührungslinie schwach an. Die grössere elastische Spiegelglasplatte biegt sich

¹⁾ QUINCKE, POGG. Ann. 132, pag. 41. 1867.

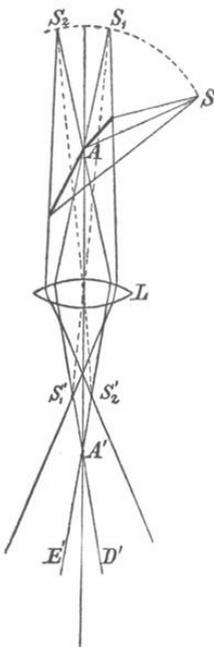
dann in der Mitte durch, die beiden Spiegelflächen sind schwach gegen einander geneigt und die Kanten in möglichst genauer Berührung, wenn man dafür gesorgt hat, dass die aufeinander gelegten Flächen unmittelbar vor dem Auflegen gut gereinigt worden sind, sodass keine Staubtheilchen sich zwischen ihnen befinden. Die Neigung der Flächen gegen einander ist um so grösser, je grösser die Durchbiegung der grösseren Glasplatte war. Sie schwankt gewöhnlich zwischen zwei und sechs Minuten.

Wie schon oben erwähnt, tritt bei diesen Interferenzerscheinungen leicht eine Störung durch Beugung des Lichtes auf. Sämmtliche Begrenzungen der Spiegel können dazu Veranlassung geben, namentlich aber die Kanten, in denen sie sich berühren. FRESNEL hat von vornherein nachdrücklich an verschiedenen der oben angeführten Stellen darauf hingewiesen, dass man, um diesen Einfluss zu vermeiden, eine erhebliche Neigung des einfallenden Lichts gegen die Spiegel (45° zum Beispiel) benutzen und in grösserer Entfernung von denselben beobachten müsse (in den mitgetheilten Beobachtungen beträgt die Entfernung fast 5 m , die der Lichtquelle 2.3 m), so dass die Bilder der Lichtquelle in den Spiegeln soweit vom Rand entfernt erscheinen, dass kein Einfluss desselben stattfinden könne; auch darf der Interferenzraum nicht zu schmal, also die Neigung der Spiegel gegen einander nicht zu klein genommen werden. Häufig werden bei Anstellung der Versuche diese Vorsichtsmaassregeln nicht genügend beachtet; die dann eintretende Modifikation der Erscheinungen haben H. F. WEBER¹⁾ und H. STRUVE²⁾ näher untersucht und



(Ph. 449.)

letzterer hat auch durch eine genaue Experimentaluntersuchung gezeigt, dass diese Wirkungen bei Anwendung sehr feiner Messungsmethoden weit verfolgt werden



(Ph. 450.)

können, selbst unter den Umständen der FRESNEL'schen Experimente sind sie dann noch merklich. Besonders tritt der Einfluss der Beugung auch auf die Gestalt der Streifen hervor, wenn man sich von der die Lichtquelle enthaltenden senkrecht auf der Berührungskante der Spiegel stehenden Ebene beträchtlich entfernt. Es machen dann die Projection der Verbindungslinie der virtuellen Bilder des leuchtenden Punkts und der Durchschnittslinie der Spiegel einen kleinen Winkel mit einander, die Interferenzstreifen scheinen auf letzterer Linie in der Mitte des Gesichtsfeldes fast senkrecht zu stehen, dann krümmen sie sich aber in ihrem weiterem Verlauf S-förmig und nähern sich der Richtung der äusseren Kanten der Spiegel. FRESNEL giebt (Oeuv. compl. I, pag. 153) die nebenstehende Zeichnung der Erscheinung (Fig. 449), dieselbe stellt den Uebergang der durch regelmässig reflektirtes Licht erzeugten Streifen in die des gebeugten Lichtes deutlich dar.

Eine Modifikation des FRESNEL'schen Spiegelversuchs entsteht³⁾, wenn man, wie es Fig. 450 zeigt, das von den Spiegeln zurückgeworfene Strahlenbündel durch eine Linse L hindurchgehen lässt. Diese erzeugt von den virtuellen Bildpunkten S_1 und S_2 der Lichtquelle zwei reelle S_1' und S_2' .

1) H. F. WEBER, WIED. Ann. 8, pag. 407. 1879.

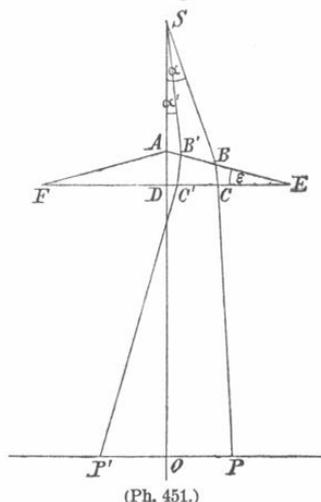
2) HERM. STRUVE, WIED. Ann. 15, pag. 49. 1882.

3) Vergl. MASCART, Traité d'optique T. I, pag. 180. 1889.

In diesen Punkten und ihrer unmittelbaren Nachbarschaft verlaufen die Bündel getrennt neben einander, aber weiterhin von A' an durchdringen sie einander wieder theilweise und in dem Raume $D'A'E'$, wo dies geschieht, treten wieder Interferenzstreifen auf, welche sich gerade so in Beziehung auf S_1' und S_2' verhalten, wie die früher betrachteten zu S_1 und S_2 . Es ist diese Anordnung für manche Zwecke deshalb vortheilhaft, weil jedes der interferirenden Bündel in den reellen Brennpunkten vom andern vollständig getrennt und auf einen sehr kleinen Raum zuzusammengezogen ist, daher auch leichter jedes für sich genau bestimmbaren Aenderungen unterworfen werden kann. Man kann hierbei natürlich auch Spiegel verwenden, die einen erhabenen Winkel mit einander bilden; so lange die von der Berührungslinie derselben aus divergirenden Lichtbündel durch die Linse zum Uebereinanderfallen gebracht werden können, ist die Möglichkeit zum Entstehen der Streifen gegeben.

2. Das FRESNEL'sche Doppelprisma.

Ein zweiter Interferenzapparat ist von FRESNEL noch angegeben worden¹⁾, welcher im ganzen dasselbe leistet wie die Spiegel; das Interferenzprisma. Dasselbe besteht, wie Fig. 451, ein Schnitt senkrecht zu seinen Kanten, zeigt, aus einem sehr stumpfwinkligen Prisma (AEF); in Wirklichkeit ist der Winkel bei A einem gestreckten noch viel näher, als es hier der Deutlichkeit wegen gezeichnet ist. Die beiden Winkel bei E und F sind gleich, so dass das Prisma ein gleichschenkliges ist und durch die Halbierungsebene des Winkels A in zwei congruente spitzwinklige Prismen AED und AFD zerlegt wird; man pflegt es daher auch als ein aus den letzteren zusammengesetztes Doppelprisma zu bezeichnen. Die eine Hälfte AED lenkt die von einem leuchtenden Punkt (S) in der Symmetrieebene auf sie fallenden Strahlen nach der Linken, die andere AFD nach der Rechten ab, daher entsteht in der Mitte ein Raum, wo Strahlen von beiden Seiten zusammentreffen und mit einander interferiren.



(Ph. 451.)

Wir denken uns einen Schirm durch einen Punkt O der Linie SAD und senkrecht zu dieser gelegt. Zur Erklärung der auf ihm entstehenden Erscheinung haben wir den Gangunterschied der in einem beliebigen Punkt desselben, der in der Ebene unserer Zeichnung gelegen sein mag, zusammentreffenden Strahlen zu bestimmen. Es sei α der kleine Winkel, den ein von S ausgehender Strahl mit SA bildet, derselbe treffe AE in B , DE in C , den Schirm in P , der Winkel AED werde ϵ genannt und SA mit a , AD mit e , DO mit b bezeichnet, dann ist unter Vernachlässigung der dritten Potenzen der kleinen Winkel α und ϵ im Punkt B der Einfallswinkel des Strahls $i = \alpha + \epsilon$, der Brechungswinkel $r = \frac{\alpha + \epsilon}{n}$, im Punkt C der Einfallswinkel $r' = r - \epsilon = \frac{1}{n}[\alpha - (n-1)\epsilon]$, der Brechungswinkel $i' = \alpha - (n-1)\epsilon$ und ebenso $DC = a\alpha + er'$, OP , welches wir durch x bezeichnen wollen, gleich $DC + bi'$, also, wenn wir $\frac{e}{n}$ gegen b vernachlässigen

¹⁾ FRESNEL, Mém. del'Ac. des sc. T. V., pag. 419. 1826; Oeuvr. compl. I, pag. 330.

$$x = (a + b)\alpha - (n - 1)b\varepsilon, \quad \alpha = \frac{x + (n - 1)b\varepsilon}{a + b}.$$

Der Ausdruck für x lässt erkennen, dass dieses negativ wird, der Strahl also den Schirm links von O trifft, wenn $\alpha < (n - 1)\frac{b}{a + b}\varepsilon$, und dass die Grenze in dieser Richtung für die auf AE auffallenden Strahlen um $(n - 1)b\varepsilon$ von O entfernt ist. Da für die auf AF fallenden Strahlen ganz Gleiches gilt, so ist die Breite des Interferenzraumes auf dem Schirm $2(n - 1)b\varepsilon$. Derjenige unter den durch AF gehenden Strahlen, welcher nach P gelangt, verläuft nun ganz symmetrisch dem nach $P' = -x$ gelangenden unter den durch AE gehenden. Der gesuchte Wegunterschied ist also auch gleich dem dieser letzteren Strahlen. Bezeichnen wir den Winkel des P' treffenden Strahls mit SA durch α' , seine Durchtrittspunkte durch AE und DE mit B' und C' , so erhalten wir

$$\alpha' = \frac{-x + (n - 1)b\varepsilon}{a + b},$$

ferner vermöge der Gleichungen

$$SB = \frac{a \cos \varepsilon}{\cos(\varepsilon + \alpha)} = a \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^2 + \varepsilon \alpha \right); \quad BC = \varepsilon - a \varepsilon \alpha;$$

$$CP = \frac{b}{\cos \alpha'} = b \left(1 + \frac{1}{2} [\alpha - (n - 1)\varepsilon]^2 \right)$$

und der entsprechenden für $SB', B'C', C'P'$:

$$SB' - SB = a \left(\frac{\alpha' + \alpha}{2} + \varepsilon \right) (\alpha' - \alpha); \quad B'C' - BC = -a \varepsilon (\alpha' - \alpha);$$

$$C'P' - CP = b \left(\frac{\alpha' + \alpha}{2} - (n - 1)\varepsilon \right) (\alpha' - \alpha)$$

und für den Gangunterschied δ , bei dessen Bildung natürlich die in Glas zurückgelegten Strecken BC und $B'C'$ mit dem Brechungsexponenten zu multipliciren sind,

$$\delta = (a + b) \left(\frac{\alpha' + \alpha}{2} - (n - 1)\varepsilon \right) (\alpha' - \alpha) = 2(n - 1) \frac{a}{a + b} \varepsilon x. \quad (28)$$

Die Vergleichung dieser Formel mit der bei der Erklärung des Spiegelversuchs in (22) erhaltenen zeigt, dass beide gleich werden, wenn an die Stelle der Entfernung der beiden virtuellen Bilder des Lichtpunkts dort hier die Grösse $2(n - 1)a\varepsilon$ gesetzt wird; oder mit anderen Worten, die Spiegel werden nahe die gleiche Erscheinung liefern wie das Prisma, wenn ihre Neigung gegen einander gleich $(n - 1)\varepsilon$ ist, d. h. ungefähr ein Viertel des spitzen Winkels, den die Prismenflächen bei A mit einander bilden.

Die gewöhnliche Ableitung der Gleichung (28), wobei man die aus dem Prisma tretenden Strahlen von zwei durch die beiden Hälften desselben gebildeten virtuellen Bildpunkten ausgehend betrachtet und dann die Erscheinung gerade so behandelt wie bei den FRESNEL'schen Spiegeln, ist ungenau aus zwei Gründen. Einmal nämlich liegen die beiden Bildpunkte, welche den nach P gelangenden Strahlen zugehören, zwar in sehr nahe gleicher Entfernung von SA , aber keineswegs in gleicher Höhe, so dass die Stelle, wo die auf der Mitte ihrer Verbindungslinie errichtete Senkrechte den Schirm trifft, bedeutend von O abweicht; und zweitens befinden sich dieselben nicht in gleicher Phase ihrer Schwingung. Die aus der Vernachlässigung beider Umstände hervorgehenden Fehler heben sich nun zwar gegenseitig auf, das ist aber nicht von vornherein klar.

Aus dem gefundenen Wegunterschied der interferirenden Strahlen lässt sich hier ebenso wie bei den FRESNEL'schen Spiegeln die Interferenzerscheinung ab-

leiten, auch können ganz ähnliche Bemerkungen wie dort über den Einfluss der Breite der Lichtquelle und die Beugung sowie die Verbindung einer Linse mit dem Doppelprisma gemacht werden. Wir gehen nicht näher darauf ein.

Gute Interferenzprismen findet man nicht häufig, da es schwer hält, die Flächen in der Nähe der stumpfen Kante genau eben zu schleifen, und durch jede Krümmung an dieser Stelle die Erscheinungen erheblich beeinflusst werden. G. S. OHM hat vorgeschlagen¹⁾, mittelst Durchschneiden einer schwach keilförmigen Spiegelglasplatte in einer zur Keilkante senkrechten Richtung und Zusammenschieben der dickeren Seiten beider Hälften ein Interferenzprisma herzustellen.

Eine verwandte Interferenzerscheinung, auf welche G. S. OHM a. a. O. zuerst aufmerksam gemacht hat und welche noch eine genauere Untersuchung verdient, als sie bisher gefunden hat, mag hier noch anhangsweise erwähnt werden. Die Ränder von Spiegelplatten werden durch den Schleifprocess etwas abgerundet und geben dadurch zu der betreffenden Erscheinung Anlass. Bringt man die Lichtquelle, leuchtenden Punkt oder Spalt, in die durch die Grenze des ebenen und abgerundeten Theils der Platte auf diese gelegte Vertikalebene, so sieht man im durchfallenden Licht mit der Loupe je nach der Beschaffenheit der Platte ein System von 10—20 und mehr sehr schöner scharfer Interferenzstreifen. Dieselben werden durch einen mehr oder weniger breiten, fast vollkommen dunklen Raum von den viel verwascheneren Beugungsstreifen des Plattenrandes getrennt und beginnen mit der hellsten und breitesten nach dem dunklen Raum hin etwas röthlich gesäumten Linie; die folgenden sind zunächst fast achromatisch und durch ganz dunkle Streifen von einander getrennt, weiterhin sind sie gefärbt und der rothe Rand ist der entferntere. Die Zwischenräume sind hier nicht gleich, sondern in grösserer Entfernung von der Platte sind die Abstände der Streifen von dem ersten nahe proportional den Quadratwurzeln aus den natürlichen Zahlen. Die Erscheinung modificirt sich etwas, wenn der Spiegelrand abgeschrägt geschliffen ist, eine Facette besitzt. Die Streifen sind dann in grösserer Zahl vorhanden als sonst und die ersten gefärbt, die rothe Seite nach dem dunklen Raum gekehrt, dann folgt eine Reihe achromatischer Streifen und weiterhin sind sie wieder gefärbt aber in umgekehrter Lage, die rothe Seite abgewandt. Die Entstehung der Erscheinung ist leicht verständlich, es interferiren die durch den ebenen Theil der Platte hindurchgegangenen Strahlen mit den von dem abgerundeten Rand abgelenkten.

3. Die BILLET'schen Halblinsen.

BILLET hat einen Apparat angegeben²⁾, welcher die Vortheile, die oben bei der Besprechung der mit einer Linse verbundenen FRESNEL'schen Spiegel hervorgehoben wurden, auf möglichst einfache Weise erreicht. Eine Sammellinse wird mit dem Diamant in der Mitte durchgeschnitten, jede der beiden Hälften in eine besondere Fassung befestigt und so aneinandergesetzt, dass sie von ihrer ursprünglichen Lage aus durch eine Mikrometerschraube um kleine Strecken seitlich verschoben und die Schnittflächen genau parallel gestellt werden können. Jede Hälfte erzeugt dann ein besonderes reelles Bild des leuchtenden Punktes, die von diesen Bildern ausgehenden Strahlenkegel fallen weiterhin theilweise

¹⁾ G. S. OHM, POGG. Ann. 49, pag. 105. 1840.

²⁾ BILLET, Traité d'optique physique T. I, pag. 67. 1858. — Annales de chim. et de phys. (3) 64, pag. 386. 1862.

sehr kleine Bruchtheile einer Wellenlänge darstellt. Es begründet dies einen wesentlichen Unterschied in der Behandlungsweise unseres Apparats und der FRESNEL'schen Spiegel; während bei diesen, wie wir gesehen haben, die grösste Vorsicht darauf verwendet werden muss, dass kein Spiegel vor dem andern vorsteht, ist eine gleiche Sorgfalt bei den Halbgläsern nicht erforderlich.

Die Bilder S_1 , S_2 sind in Folge der Abweichung wegen der Kugelgestalt niemals punktförmig, wenn man auch die Lichtquelle selbst so verkleinert hat, dass sie als leuchtender Punkt betrachtet werden darf, sondern haben unter Umständen eine ganz erhebliche Ausdehnung¹⁾. Es könnte auf den ersten Blick scheinen, als ob dieser Umstand die Schärfe der Interferenzerscheinung beeinträchtigen müsste, in ähnlicher Weise, wie wir es für Lichtquellen von merklicher Ausdehnung bei den FRESNEL'schen Spiegeln gesehen haben. Es würde das auch der Fall sein, wenn die Bildflächen S_1 und S_2 sich wie kleine selbstleuchtende Flächenstücke von gleicher Ausdehnung verhielten, d. h. wenn alle Punkte derselben nach allen Richtungen hin Strahlen aussendeten. Da aber von jedem Punkt nur ein Strahl ausgeht, so gelangt nach den Punkten des Schirmes auch nur je ein Strahl von jedem Bild, und es ist keine Veranlassung zum Undeutlichwerden der Erscheinung durch Uebereinanderlagerung verschiedener Interferenzen gegeben.

4. Geneigte Glasplatten.

Man giebt häufig FIZEAU als ersten Urheber des Verfahrens an, Interferenzstreifen durch gegeneinander geneigte Glasplatten in Verbindung mit einer Linse hervorzurufen. Allein in den betreffenden Abhandlungen FIZEAU's²⁾, welche sich auf seinen berühmten Versuch über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts in bewegtem Wasser beziehen, ist nur von einer Glasplatte die Rede, welche vor einer der beiden Spalten, durch deren Zusammenwirken die benutzte Beugungserscheinung zu Stande kommt, in geneigter Lage angebracht, den Zwischenraum derselben durch die Brechung in ihr kleiner erscheinen lassen und dadurch die Streifen verbreitern soll. Auch die Anwendung, die ARAGO in seinem zur Bestimmung von Brechungscoefficienten construirten Apparat³⁾ von zwei gegen einander geneigten Glasplatten macht, ist von durchaus anderer Art; sie dienen da zur Compensation des Gangunterschieds, welchen die beiden gebeugten Strahlenbündel, die ebenso wie in der FIZEAU'schen Anordnung benutzt werden, infolge ihres Durchgangs durch verschiedene Medien erhalten haben. Vielleicht ist die Darstellung, die BILLET von dem Verfahren FIZEAU's giebt⁴⁾, die Veranlassung gewesen, diesem die Anwendung unserer Methode zuzuschreiben, indem BILLET zwei geneigte Platten, vor jedem Spalt eine, als zu dem angegebenen Zweck dienend bezeichnet. Indessen, selbst wenn diese Darstellung richtig wäre, wäre das etwas Anderes als das hier zu besprechende Verfahren. Denn es sind da schon Streifen und zwar Beugungsstreifen vorhanden, die durch das Hinzukommen der Platten nur verbreitert werden, hier dagegen soll die Interferenzerscheinung durch die Wirkung der Platten überhaupt erst entstehen, indem diese zwei virtuelle Bilder eines leuchtenden Punktes erzeugen. JAMIN scheint zuerst das hierzu dienliche

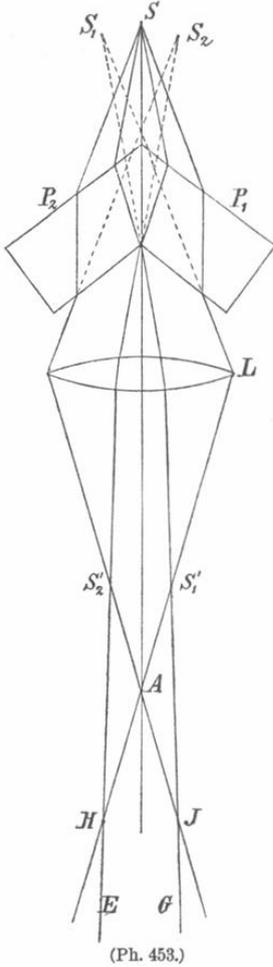
¹⁾ Vergl. z. B. STEINHEIL u. VOIT, Handbuch d. angewandten Optik I, pag. 119.

²⁾ FIZEAU, Compt. rend. 33, pag. 349. 1851. — Ann. de chim. et de phys. (3) 57, pag. 385. 1859.

³⁾ ARAGO, Oeuvres X, pag. 312; Deutsche Ausg. X, pag. 257. 1859.

⁴⁾ BILLET, Traité d'optique physique I, pag. 86. 1858.

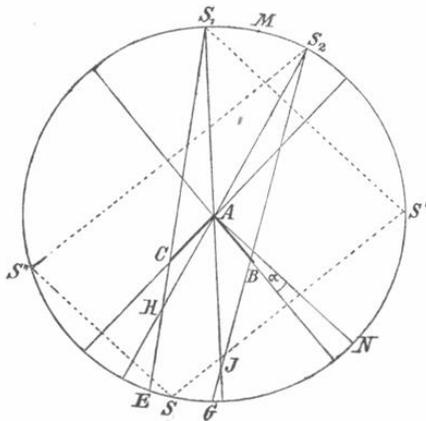
Verfahren angegeben zu haben⁴⁾. Fig. 453 stellt dasselbe dar. Von dem in der Axe der Linse L gelegenen Punkt S gehen die Strahlen aus und durchsetzen, ehe sie auf die Linse fallen, das gegen die Linse gleichgeneigte, in ihrer Axe sich berührende Plattenpaar P_1P_2 . Die aus P_1 tretenden Strahlen können näherungsweise als von einem Punkt S_1 , die aus P_2 tretenden als von S_2 herkommend angesehen werden; von diesen erzeugt die Linse die reellen Bilder $S_1'S_2'$, und von hier divergirend fallen die Strahlen in ihrem weiteren Verlauf theilweise übereinander und bilden den Interferenzraum $EHAJG$. Man erkennt so, dass eine Interferenzerscheinung entstehen muss, auch dass ihr allgemeiner Charakter dem der bisher erörterten Fälle sehr ähnlich sein wird; da aber die virtuellen Bildpunkte S_1 und S_2 von Strahl zu Strahl ihre Lage ändern und nicht mit gleicher Phase schwingen und ausserdem die Linsenwirkung hinzukommt, so erfordert die strenge Erklärung eine genauere Ableitung der Weglängen der interferirenden Strahlen, die uns hier zu weit führen würde.



(Ph. 453.)

5. MICHELSON'S Spiegelversuch.

Neuerdings hat A. A. MICHELSON einen Interferenzversuch angegeben²⁾, welcher dem FRESNEL'Schen Spiegelversuch sehr ähnlich ist, aber einige Vorzüge vor demselben besitzt. Zwei Spiegel werden hier nahe in einem rechten Winkel zu einander angeordnet und die einfallenden Strahlen zwei Mal an denselben reflektiren gelassen. Fig. 454 stellt die durch die punktförmige Lichtquelle S senkrecht auf den Durchschnitt der Spiegel gelegte Ebene dar, AB und AC sind die Spiegel, der Winkel CAB ist um den kleinen Betrag α kleiner als ein Rechter. Der Spiegel AB erzeugt von der punktförmigen Lichtquelle S das virtuelle Bild S' , der Spiegel AC von diesem das S_1 , so dass die zwei Mal, zuerst an AB dann an AC reflectirten Strahlen von S_1 herzukommen scheinen, und auch ihre Weglänge dieselbe ist, wie sie von da ausgegangene Strahlen besitzen würden. Dasselbe gilt bezüglich der zuerst an AC , dann an AB reflectirten Strahlen und dem Punkt S_2 . Man findet leicht, dass der Winkel $S_1AS_2 = 4\alpha$ ist, und S in der Halbierungslinie dieses Winkels liegt; denn bezeichnen wir den beliebigen Winkel BAS durch φ , so ist



(Ph. 454.)

¹⁾ JAMIN, Cours de physique III, pag. 524. 1866.

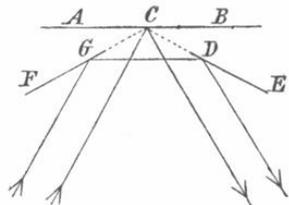
²⁾ A. A. MICHELSON, Amer. Journ. of science (3) 39, pag. 216. 1890.

$SAS' = 2\varphi$ und $S'AS_1 = 2(90^\circ - \varphi + \alpha)$, also die Summe beider Winkel $180^\circ + 2\alpha$, ebenso ist $SAS'' = 2(90^\circ - \varphi - \alpha)$ und $S''AS_2 = 2(\varphi + 2\alpha)$, also die Summe wieder $180^\circ + 2\alpha$. Die virtuellen Bildpunkte S_1 und S_2 spielen nun hier ganz die Rolle wie die gleichbenannten Punkte bei dem FRESNEL'schen Versuch; die Strahlenkegel, die ihre Scheitel in ihnen haben, bilden im Uebereinanderfallen den Interferenzraum $EHAJG$ und die in demselben zu Stande kommende Interferenzerscheinung besteht wie dort aus abwechselnd hellen und dunkeln zweischaligen Rotationshyperboloiden um S_1S_2 als Axe und S_1 und S_2 als Brennpunkten. Die Streifenbreite ist in der Entfernung b von S_1S_2 nach (24) $\frac{b\lambda}{4s\alpha}$, wenn SA durch s bezeichnet wird. Ist die Lichtquelle sehr weit entfernt und der Schirm den Spiegeln nahe, so ist dieser Ausdruck wenig von $\frac{\lambda}{4\alpha}$ verschieden, beobachtet man in gleicher Entfernung mit der Lichtquelle, so ist er $\frac{\lambda}{2\alpha}$. Da, wie wir gesehen haben, die Lichtquelle hier in dem Interferenzraum und zwar in der Halbierungslinie des Winkels HAF liegt, die auch den Mittelstreifen der Interferenzerscheinung enthält, so muss man den Schirm oder die FRESNEL'sche Loupe natürlich etwas seitlich von der durch die Lichtquelle gehenden Normalebene auf die Spiegel aufstellen, oder die auf die Spiegel fallenden oder von dort zurückkehrenden Strahlen durch eine unbelegte Glasplatte oder dergl. in geeigneter Weise ablenken.

Der Vortheil des MICHELSON'schen Verfahrens besteht wesentlich darin, dass keine besondere Justirung, wie sie die Benutzung des FRESNEL'schen Spiegelapparats so häufig erschwert, erforderlich ist. Es ist nur nöthig, dass der Winkel der beiden Spiegel sehr wenig kleiner ist als ein Rechter. Als Lichtquelle benutzt MICHELSON eine etwa 100 m entfernte Bogenlampe und beobachtet die Streifen in ungefähr 1 m Entfernung von den Spiegeln.

6. FRESNEL's Drei-Spiegel-Versuch.

Bei den bisher besprochenen Erscheinungen wurden die beiden interferirenden Lichtbündel im Wesentlichen gleich behandelt. Wir haben nun noch einige Versuchsanordnungen zu betrachten, wo das nicht der Fall ist. Eine derselben rührt von FRESNEL her¹⁾. Dabei wird das eine Lichtbündel einer einmaligen, das andere einer zweimaligen Reflexion an ebenen Spiegeln unterworfen. Fig. 455 zeigt die von FRESNEL benutzte Anordnung. AB , DE und FG sind drei Spiegel, von denen die letzteren nahe gleich geneigt gegen den ersten und so, dass ihre Verlängerungen in der Mitte C desselben sich scheiden, aufgestellt werden; man erkennt dann leicht, dass die von einer weit entfernten Lichtquelle unter einer Neigung gegen AB , die doppelt so gross als die der Spiegel ist, einfallenden Strahlen verlaufen werden, wie es die Zeichnung darstellt, und bei ihrem Zusammentreffen in grosser Entfernung nahe gleiche Wege zurückgelegt haben werden und zu einer Interferenzerscheinung Veranlassung geben müssen. Da aber das eine Bündel einmal, das andere zweimal reflectirt worden ist, so werden die Strahlen von gleicher



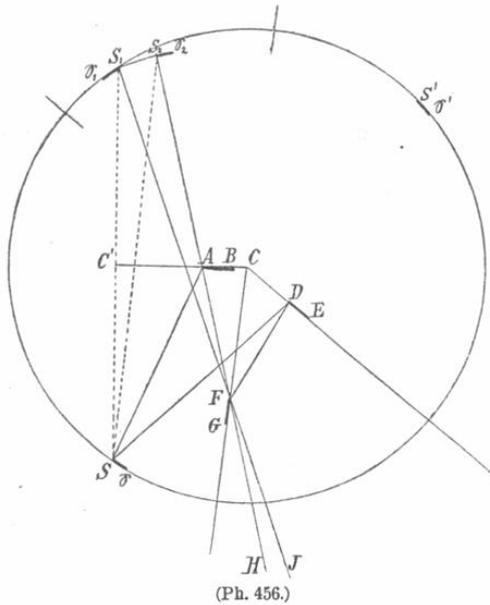
(Ph. 455.)

¹⁾ FRESNEL, Ann. de chim. et de phys. 15, pag. 379. 1819. Mém. de l'Ac. des sc. 20, pag. 209; Oeuvr. compl. I, pag. 687 u. 703.

Weglänge eine Phasendifferenz zeigen müssen, wenn die Reflexion mit einer solchen verbunden ist und allgemein wird für eine beliebige Stelle des Streifen-systems sich diese Phasendifferenz zu der aus dem Wegunterschied entstehenden hinzuaddiren. In der That beobachtete FRESNEL bei den verschiedensten Neigungswinkeln der Spiegel gegen einander stets eine Interferenzerscheinung mit schwarzem Mittelstreifen und schloss daraus, wie es schon THOM. YOUNG zur Erklärung des schwarzen Mittelpunkts der NEWTON'schen Ringe gethan hatte, auf den Verlust einer halben Wellenlänge bei der Reflexion an Glas.

QUINCKE¹⁾ und MASCART²⁾ haben die FRESNEL'schen Versuche wiederholt und durch Anwendung polarisirten Lichtes modificirt; MASCART hat einen besonderen Apparat construiren lassen, der die Führung der Spiegel erleichtert.

Uebrigens ist die symmetrische Lage der Spiegel, wie sie die genannten Physiker gewählt haben, nicht gerade erforderlich; die Stellung zweier Spiegel



(Ph. 456.)

ist in weiten Grenzen beliebig. Die Fig. 456 zeigt, wie dann der dritte Spiegel und die Lichtquelle anzuordnen sind, um die Erscheinung zu erhalten. DE und FG sind die beiden Spiegel, deren Stellung beliebig angenommen sein möge; in einer zwischen ihnen gezogenen Linie, z. B. DF , muss ein Strahl verlaufen, also in dem an D oder F reflektirten die Lichtquelle sich befinden. Wir wollen sie in S annehmen. Dann schlagen wir um C , den Durchschnittspunkt von DE und FG , einen durch S gehenden Kreis; dieser enthält S' , den Bildpunkt von S in DE , und S_1 , den Bildpunkt von S' in FG . Legt man nun den Spiegel AB in die von C auf SS_1 gefällte Senkrechte CC' , so ist S_1 auch der Bild-

punkt von S in AB , und sowohl die von FG als die von AB reflektirten Strahlen kommen von demselben Punkte S_1 her; auch ihre Weglänge ist dementsprechend. Dreht und verschiebt man nun den Spiegel AB in geeigneter Weise um einen kleinen Betrag, so kann man leicht die von FG und AB reflektirten Strahlenbündel zu einem theilweisen Uebereinanderfallen bringen und die Interferenzerscheinung hervorrufen. In der Figur ist der Fall dargestellt, dass der Beginn des Interferenzraumes in den Punkt F fällt. Dazu muss S_2 , der Bildpunkt von S in AB , von F ebensoweit entfernt sein als S_1 ; schlägt man also von F aus mit dem Halbmesser FS_1 den kleinen Kreisbogen S_1S_2 , zieht die Linie SS_2 und errichtet in ihrer Mitte die Normale, so muss in dieser der Spiegel liegen. Man kann, wie es FRESNEL und QUINCKE für die symmetrische Lage gethan haben, die richtige Stellung der Spiegel zunächst durch eine genaue Zeichnung und dann durch einiges Probiren bestimmen, oder auch das MASCART'sche In-

¹⁾ QUINCKE, POGG. Ann. 142, pag. 228. 1871.

²⁾ MASCART, Compt. rend. 105, pag. 967. 1887. Journ. de phys. (2) 7, pag. 183. 1888. Traité d'optique I, pag. 186. 1889.

strument mit einer kleinen Abänderung zur Ausführung der erforderlichen Anordnung geeignet machen.

Die Fig. 456 zeigt noch eine bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit des Dreispiegelversuchs. Wenn die Lichtquelle eine merkliche Ausdehnung $S\mathfrak{S}$ besitzt und wir ihre Bilder durch $S'\mathfrak{S}'$, $S_1\mathfrak{S}_1$ und $S_2\mathfrak{S}_2$ bezeichnen, so sieht man, dass die beiden letzteren, von denen die Interferenzerscheinung herrührt, symmetrisch zur Mittellinie des Interferenzraumes liegen. Infolgedessen fallen die Mittelstreifen der von allen leuchtenden Punkten hervorgerufenen Bandensysteme in einer und derselben Linie übereinander, was wesentlich zur Schärfe der Erscheinung beiträgt und in den früheren Fällen nicht stattfand.

FRESNEL macht noch die Bemerkung, dass man die Spiegel einander nähern müsse in dem Maasse, als man den Einfall des Lichts steiler nehme, und schreibt das dem Umstande zu, dass nur solche Strahlen als im Einklang schwingend angesehen werden könnten, welche unter sehr kleinem Winkel gegen einander von der Lichtquelle ausgegangen seien. Wir wissen hierüber noch nichts Bestimmtes, und es wäre denkbar, dass bei weiter entfernten Spiegeln das Ausbleiben der Interferenzerscheinung in den FRESNEL'schen Versuchen von einer zu weit ausserhalb des Interferenzraumes befindlichen Lage der Mittellinie hergerührt hätte, was dann natürlich viel leichter eintreten kann als bei näherstehenden Spiegeln.

7. Der LLOYD'sche Spiegelversuch.

Einen dem vorigen in einiger Beziehung ähnlichen Versuch hat LLOYD¹⁾ angegeben. Bei demselben fallen die vom leuchtenden Punkt ausgehenden Strahlen zum Theil auf einen nicht zu kleinen Spiegel beinahe streifend auf und interferiren nach der Reflexion mit den direkten Strahlen. Man hat also als Ausgangspunkt des einen Strahlenbündels die Lichtquelle selbst, als den des andern ihr virtuelles Bild in dem Spiegel, und die Interferenzerscheinung ergibt sich ganz in derselben Weise wie bei den FRESNEL'schen Spiegeln, nur dass hier durch die Reflexion bloß bei einem Bündel eine Phasenänderung eintritt, also zwischen beiden Bündeln eine entsprechende Phasendifferenz und ein dem gewöhnlichen complementäres Streifensystem entstehen muss. Ein weiterer Unterschied ist der, dass hier nur höchstens die eine Hälfte des Streifensystems gebildet werden kann, indem der Spiegel selbst in der Normalebene auf die Mitte der Verbindungslinie der beiden Strahlungspunkte liegt, also der Interferenzraum nur längs des Spiegels an diese Mittelebene, die auch den Mittelstreifen enthält, heranreicht, weiterhin sich aber immer mehr seitlich davon entfernt. Man muss aus diesem Grunde auch, um die Erscheinung in möglichster Breite zu übersehen, die FRESNEL'sche Loupe auf die von der Lichtquelle abgewandte Kante des Spiegels einstellen.

QUINCKE hat die Versuche LLOYD's wiederholt und erweitert²⁾. Er befestigte an der horizontalen Axe eines Goniometers eine rechteckige Glasplatte von 106 mm Länge und 40 mm Höhe, deren schmale Flächen von 5.5 mm Breite polirt und planparallel waren; ein horizontales Mikroskop von 10 facher Vergrößerung wurde auf den Rand der spiegelnden Fläche eingestellt. »Beim Drehen des Spiegels mittelst der Goniometeraxe nähert sich das erste Minimum der zuerst sichtbaren sogen. äusseren Interferenzstreifen, wie sie am Rande eines undurchsichtigen Schirms auftreten, dem Spiegelrande, bleibt dann stehen und verwandelt

¹⁾ LLOYD, R. Irish Trans. 17, pag. 174. 1837. Pogg. Ann. 45, pag. 95. 1838.

²⁾ QUINCKE, Pogg. Ann. 142, pag. 222. 1871.

sich in einen tief schwarzen Streifen. Gleichzeitig wird der Abstand der einzelnen Minima von einander gleich gross, an Stelle der äusseren schwach gefärbten Interferenzstreifen ist ein helles System gewöhnlicher, lebhaft gefärbter Interferenzstreifen getreten, wie sie FRESNEL'sche Spiegel zeigen . . . In beiden Fällen (Reflexion in Luft an Glas und Reflexion in Glas an Luft) war, sobald die lebhaft gefärbten Interferenzstreifen aufgetreten waren, der erste dunkle Streifen um eine ganze Fransenbreite von dem scharfen Rande der Glasplatte entfernt, auf welchen das Beobachtungs-Mikroskop eingestellt war. Auf der dem Rande der spiegelnden Fläche zugewandten Seite grenzte dieser dunkle Streifen an eine braune Zone, auf welche eine rein weisse bis zum Rande der Glasplatte folgte. Da nur ein halbes Interferenzstreifensystem wahrgenommen wird, so müssten in dem vollständigen System zu beiden Seiten der Mitte zwei weisse Zonen liegen, durch einen schwarzen, dunklen Interferenzstreifen getrennt. Dieser hätte an dem der Streifenmitte entsprechenden vorderen Rande der spiegelnden Fläche liegen müssen, doch habe ich ihn niemals deutlich wahrnehmen können.«

QUINCKE beobachtete so die Streifen bei Reflexion in Luft auf Silber, Gold, Nickel, Stahl, Flintglas, Kronglas, Quarz, Kalkspath, Wasser, bei Reflexion in Kronglas auf Silber, Luft, Wasser, bei Reflexion in Wasser auf Silber, Gold, Stahl, Flintglas, Kronglas, Quarz und nahm überall die Erscheinungen so wahr wie beschrieben.

Man kann¹⁾ das Streifensystem so verschieben, dass seine Mitte in den Interferenzraum fällt, indem man den direkten Strahlen eine geeignete Verzögerung erteilt. Am besten verfährt man so, dass man die beiden Strahlenbündel hinter dem Spiegel durch eine passende Linse auffängt und so zwei reelle Bilder der Strahlungspunkte erzeugt. Diese geben Anlass zu einer Interferenzerscheinung, welche ebenso wie die ursprüngliche nur aus einem halben Streifensystem b e steht. Wenn man aber nun die direkten Strahlen in der Nähe ihres reellen Bildpunkts durch ein dünnes Blättchen hindurchgehen lässt, so wird, wie wir oben (pag. 33) gesehen haben, die ganze Interferenzerscheinung nach der Seite hin verschoben, auf der die Einführung des Blättchens erfolgt, hier also in den Interferenzraum hinein, und dann erkennt man deutlich, dass die Mitte von einem schwarzen Streifen eingenommen wird.

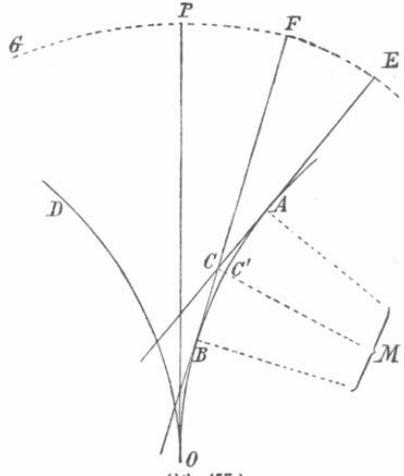
Da aber bei dem streifenden Einfall auch ein ziemlich grosser Spiegel auf die reflektirten Strahlen wie eine enge Oeffnung, auf die direkten wie ein Schirm wirkt, so ist bei diesem Versuch der Einfluss der Beugung nicht ausser Acht zu lassen.

8. Interferenzstreifen längs Brennlinien.

Wenn die von einem leuchtenden Punkt ausgehenden Strahlen durch irgend ein optisches System wieder convergent gemacht werden, so bilden sie ein Strahlenbündel, dessen Querschnitt bis zu einer gewissen Stelle immer kleiner wird. Als einfachsten Fall pflegt man gewöhnlich den zu betrachten, dass die gebrochenen Strahlen sich wieder in einem Punkte schneiden; die das Bündel einhüllende Fläche würde dann ein Kegel sein. Allein bekanntlich ist es nur für einzelne Punkte, und wenn wir uns auf die Anwendung kugelförmiger (und ebener) Flächen bei unsern Linsen und Spiegeln beschränken, wie wir aus praktischen Gründen thun müssen, überhaupt nicht möglich, eine solche Wiedervereinigung in Strenge zu bewirken. Die Strahlen werden niemals von Kegeln, sondern von verwickelteren Oberflächen eingehüllt, welche Brennflächen oder

¹⁾ Vergl. MASCART, traité d'optique I, pag. 184. 1889.

kaustische Flächen heissen. Wir wollen einen einfachen Fall betrachten, die Verhältnisse sind aber in allen Fällen ähnlich. Der leuchtende Punkt liege auf der Axe einer Sammellinse, sodass die durch dieselben gegangenen Strahlen convergiren, die kaustische Fläche ist dann natürlich ebenso wie die Wellenflächen eine Rotationsfläche um die Linsenaxe und die Strahlen liegen sämtlich in durch die Axe gehenden Ebenen. In Fig. 457 sei PO die Axe der oberhalb P zu denkenden



Linse, $ABOD$ ein Meridianschnitt durch die Brennfläche, eine Brennlinie (kaustische Linie). Dieselbe wird von allen in der Ebene der Figur verlaufenden Strahlen berührt und zugleich stehen diese senkrecht auf den Wellenflächen, von denen eine durch $EFPG$ angedeutet ist. Daraus folgt, dass die Brennlinie der Ort der Krümmungsmittelpunkte des Meridianschnitts der Wellenflächen ist, denn zwei unendlich benachbarte Tangenten einer Curve schneiden sich auf dieser und zwei unendlich benachbarte Normalen im Krümmungsmittelpunkt. Es folgt weiter, dass, wenn wir eine Tangente, z. B. EA , sich von der Brennlinie abwickeln lassen (d. h. sie so in der Ebene der Figur drehen, dass sie beständig die Brennlinie berührt ohne auf ihr zu gleiten), ihre Punkte die Meridianschnitte der Wellenflächen beschreiben, denn dabei stehen in jedem Augenblick die erzeugten Kurven senkrecht auf der sich drehenden Geraden, und dasselbe gilt bezüglich der Wellenflächen, also müssen jene in diesen liegen. Bei diesem Abwickeln aber wird das abgewickelte Stück der Tangente gleich dem Bogen, von welchem es abgewickelt worden ist; also wenn wir zwei Tangenten wie EA und FB ins Auge fassen, ist FB gleich der Summe von EA und dem Bogen AB . Die beiden Tangenten schneiden sich in C , und es werde AC mit t_1 , BC mit t_2 , AE mit a und der Bogen AB mit s bezeichnet, dann ist $FC = a + s - t_2$ und $EC = a + t_1$, also $EC - FC = t_1 + t_2 - s$. Das ist aber auch der Gangunterschied für die beiden in C sich schneidenden Strahlen vom leuchtenden Punkt bis dahin, weil nach dem MALUS-DUPIN'schen Satze die Weglänge vom Ausgangspunkt bis zu irgend einer Wellenfläche für alle Strahlen gleich ist. Sehen wir den Bogen AB als Kreisbogen an, was bei einer kleinen Länge desselben gestattet ist, so können wir also leicht die Entfernung des Punktes C von der Brennlinie für einen gegebenen Gangunterschied der Strahlen finden. Nennen wir R den Radius dieses Kreises, α den Winkel BMC , so ist

$$t_1 = t_2 = R \tan \alpha = R \left(\frac{s}{2R} + \frac{s^3}{24R^3} \right),$$

also die Wegdifferenz

$$t_1 + t_2 - s = \frac{s^3}{12R^2}.$$

Suchen wir nun z. B. die Stellen, wo die Strahlen sich aufheben, so ist dieser Ausdruck gleich einem ungraden Vielfachen von $\frac{\lambda}{2}$ zu setzen, und wir bekommen

$$s = [6(2n + 1)\lambda]^{\frac{1}{3}} R^{\frac{2}{3}};$$

da weiter

$$CC' = R \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) = \frac{1}{2} R \alpha^2 = \frac{s^2}{8R},$$

so kommt für die Entfernungen der dunkeln Stellen von der Brennnlinie für Licht von der Wellenlänge λ der Ausdruck

$$\frac{1}{8} [6(2n+1)\lambda]^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}.$$

Durch die Aneinanderreihung aller der Punkte, welche dem gleichen Gangunterschied entsprechen, erhalten wir daher dunkle Linien, welche der Brennnlinie nahezu parallel in den berechneten Entfernungen verlaufen, die sich zu einander verhalten wie die ungraden Zahlen auf der Potenz $\frac{2}{3}$. Betrachten wir die Erscheinung in einer zu OP senkrechten Ebene durch eine Lupe, so haben wir natürlich helle und dunkle Ringe, und der Abstand der letzteren ergibt sich dem gefundenen Ausdruck gemäss.

Diese Streifen sind zuerst von TH. YOUNG¹⁾ und G. B. AIRY²⁾ behandelt worden mit besonderer Rücksicht auf die Theorie des Regenbogens, später haben sie H. SCHRÖDER³⁾ und JAMIN⁴⁾ nochmals beschrieben, sich jedoch mit einer allgemeinen Erklärung ihrer Entstehungsweise und ihres Verlaufs begnügend.

Die oben gegebene Ableitung ist nur eine angenäherte. Strenger müssen die Streifen als Beugungserscheinung berechnet werden. AIRY hat sie so behandelt und auch gezeigt, um wieviel die genäherte Rechnung von der strengeren abweicht. So gefasst begreift die Erscheinung auch die scheibenartige Erweiterung der Fixsternbilder und die von HERSCHEL zuerst beobachteten, von AIRY, SCHWERD, KNOCHENHAUER u. A. behandelten Ringe um dieselben in sich, die in stark vergrößernden Fernrohren sich zeigen.

9. Gemischte Blättchen.

Die Interferenzerscheinung der sogen. »gemischten Blättchen« wurde von THOMAS YOUNG⁵⁾ entdeckt, als er durch zwei aufeinandergelegte, etwas befeuchtete Glasplatten eine Flamme betrachtete. Er beobachtete dabei farbige Streifen, ähnlich den gewöhnlichen Farben dünner Blättchen, aber mehrmals breiter. Infolge der Bemerkung, dass überall da, wo sie erschienen, das Wasser mit kleinen Luftbläschen untermischt war, macht er zu ihrer Erklärung nach Zurückweisung des Gedankens, dass sie etwa nach Art der Höfe durch Beugung entstehen könnten, die Annahme, dass das Zusammenwirken der durch das Wasser und der durch die Luft gegangenen Strahlen die Ursache sei, indem dieselben in den verschiedenen Mitteln verschieden stark verzögert würden. Er zieht daraus die Folgerung, dass entsprechend dem Brechungsexponent des Wassers die Dicke der Schicht, wo hier eine bestimmte Farbe erscheine, sechsmal so gross sein müsse als bei den NEWTON'schen Ringen in Luft, und bestätigt dieselbe durch den Versuch unter Anwendung einer ebenen Glasplatte und einer Convex-

1) TH. YOUNG, Philos. Trans. 1804, pag. 8.

2) G. B. AIRY, Cambr. Trans. VI, pag. 379. 1836; POGG. Ann. Erg. Bd. I, pag. 232. 1842.

3) H. SCHRÖDER, POGG. Ann. 113, pag. 503. 1861.

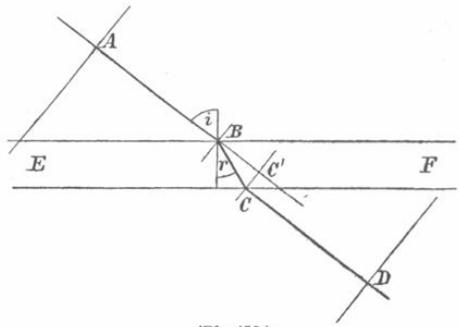
4) JAMIN, Compt. rend. 67, pag. 938. 1868.

5) TH. YOUNG, Phil. Tr. 1802, pag. 390. Lect. on nat. phil. Ausg. von KELLAND, 369. BREWSTER sagt (Phil. Tr. 1838, pag. 73) ohne nähere Quellenangabe, dass dieselbe von MAZEAS entdeckt sei, und dass DUTOUR die Beobachtungen wiederholt und vermehrt habe. Es gründet sich das wohl auf die Abhandl. von MAZEAS, Mém. pres. II, pag. 26. 1755 und von DUTOUR, Mém. pr. IV. pag. 285. 1763. In der That enthält die erste Arbeit pag. 36 u. 37 eine Beobachtung, welche wahrscheinlich hierhergehört, ohne dass jedoch MAZEAS dieselbe verstanden oder ihren Unterschied von den Farben dünner Blättchen, mit denen er sich sonst beschäftigt, klar erkannt hätte. Die DUTOUR'sche Abhandlung scheint sich nur auf dünne Blättchen zu beziehen.

linse. Auch bei Anwendung von Butter oder Talg statt Wasser erhält man die Ringe leicht, sie sind dann aber schmaler entsprechend dem grösseren Brechungs-
exponenten dieser Körper, aber wenn die Zwischenräume mit Wasser statt Luft
ausgefüllt werden, sind sie viel breiter. Neigt man die Platte, so ziehen sie sich
zusammen entgegengesetzt dem Verhalten der NEWTON'schen Ringe. Die Ringe
sind auch auf dem dunkeln Hintergrund neben der Flamme sichtbar und zwar
reiner aber den direkt gesehenen complementär gefärbt. YOUNG leitet sie dann
aus Strahlen ab, die an den Trennungsf lächen der verschiedenen Mittel theils
gebrochen theils reflektirt sind. — BREWSTER¹⁾ hat es schwierig gefunden auf die
von TH. YOUNG angegebene Weise die Erscheinung befriedigend herzustellen.
Die besten Resultate hat ihm zu Schaum geschlagenes Eiweiss gegeben, — indem
er ein wenig davon zwischen die Gläser brachte, das Ueberflüssige abstrich, dann
die Gläser auseinandernahm, einige Augenblicke über einer Flamme erwärmte
und schliesslich wieder zusammenlegte.

YOUNG hat keine Berechnung der Erscheinung mitgetheilt, das hat zuerst
VERDET²⁾ gethan; wir geben im Folgenden seine Entwicklung in etwas vereinfach-
ter Gestalt. Wir sehen dabei die

wirksame Schicht als von parallelen
Ebenen begrenzt an und beschränken
uns auf die von den direkt durchgehen-
den Strahlen erzeugten Streifen. Wir
nehmen ferner die Lichtquelle sehr
entfernt an, so dass die interferirenden
Strahlen untereinander parallel sind.
Bedeutet nun in Fig. 458 *EF* eine plan-
parallele Platte mit dem Brechungs-
exponenten *n*, *ABCD* einen durch
dieselbe gehenden Lichtstrahl, nennen



(Ph. 458.)

wir *a* die Entfernung der Wellenebenen in *A* und *D* von einander, *e* die Dicke
der Platte, *i* den Einfallswinkel, *r* den Brechungswinkel des Strahls, so ist die auf
Luft bezogene Weglänge desselben von *A* bis *D*

$$a - BC' + nBC = a - \frac{e}{\cos r} \cos(i - r) + n \frac{e}{\cos r} \\ = a + e(n \cos r - \cos i).$$

Besteht wie in unserem Fall die Platte aus zwei verschiedenen mosaikartig
miteinander gemischten Stoffen und sind ihre Brechungs-
exponenten n_1 und n_2 , die Brechungswinkel r_1 und r_2 für den Einfallswinkel *i*, so erhalten die durch
die verschiedenen Stoffe gegangenen Strahlen dem eben abgeleiteten Ausdruck
gemäss Wegdifferenzen von der Grösse

$$e(n_1 \cos r_1 - n_2 \cos r_2).$$

Bei senkrechtem Einfall wird daraus $e(n_1 - n_2)$, und wenn wir eine Platte
von veränderlicher Dicke anwenden, z. B. unsere Mischung zwischen eine ebene
Glasfläche und eine Linse bringen, so sind die Stellen der dunkeln Ringe durch
die Gleichung

$$e = \frac{2m + 1}{n_1 - n_2} \cdot \frac{\lambda}{2},$$

die der hellen durch

$$e = \frac{2m}{n_1 - n_2} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

¹⁾ BREWSTER, Philos. Trans. 1838, pag. 73.

²⁾ VERDET, Oeuvres V, pag. 155. 1869.

gegeben. Nehmen wir eine Mischung von Wasser und Luft, so ist $n_1 - n_2$ etwa gleich $\frac{1}{3}$, also die Dicken, bei welchen die dunkeln Ringe gebildet werden $\frac{3}{2}(2m+1)\lambda$, während sie bei den NEWTON'schen Ringen für Luft im durchgehenden Licht $\frac{2m+1}{4}\lambda$ sind; sie ergeben sich also dort in der That sechsmal so gross als hier für die gleiche Ordnungszahl. — Man kann auch ohne Schwierigkeit die Einfallswinkel bestimmen, unter welchen sich bei einer planparallelen Platte die aufeinanderfolgenden Ringe bilden; dieselben stimmen überein mit den Gesichtswinkeln, unter welchen sie gegen die Mitte des Systems erscheinen. Wir erhalten aus dem obigen Ausdruck für die Wegdifferenzen, wenn i_m der Einfallswinkel für die Stelle des m ten Ringes ist, wo die Strahlen den gleichen Phasenunterschied wie im Mittelpunkt besitzen,

$$\sqrt{n_1^2 - \sin^2 i_m} - \sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_m} = \frac{m\lambda}{e} + n_1 - n_2$$

und nach einer leichten Umformung, wenn wir

$$\frac{m\lambda}{e} = 2\mu \text{ setzen}$$

$$\sin^2 i_m = 4 \frac{\mu(n_1 + \mu)(n_2 - \mu)(n_1 - n_2 + \mu)}{(2\mu + n_1 - n_2)^2}.$$

10. Die Interferenzerscheinungen dünner Blättchen.

Die bisher behandelten Fälle gehörten sämtlich zu der ersten der beiden anfangs unterschiedenen Gruppen, wo die mit einander interferirenden Strahlenbündel von vornherein getrennt, wenn auch sehr nahe nebeneinander von der Lichtquelle ausgehen. Bei der zweiten Gruppe werden sie aus einem und demselben Bündel gewonnen, welches an einer Trennungsfläche zweier Mittel in ein zurückgeworfenes und ein durchgelassenes gespalten wird, die dann durch weitere Reflexionen und Brechungen wieder in nahe die gleiche Richtung und zur Interferenz gebracht werden. — Zunächst haben wir die Interferenzerscheinungen »dünner Blättchen« zu betrachten. Diese Erscheinungen sind von besonderer Wichtigkeit und erfordern deshalb eine eingehende Behandlung; sie haben eine wesentliche Rolle in der Entwicklung unserer Anschauungen von der Natur des Lichtes gespielt, man hat auf sie in mannigfaltiger Weise genaue Messungen sonst schwer zugänglicher Grössen gegründet und sucht ihre Anwendung in dieser Richtung immer weiter auszudehnen und zu vervollkommen und man kann bei ihnen wegen der grossen Einfachheit der experimentellen Verhältnisse, höhere Gangunterschiede als bei andern Interferenzerscheinungen anwenden, sie sind daher zum Studium der »hohen Interferenzen« besonders geeignet und versprechen so noch wichtige Aufklärungen über die Natur des Lichtes zu liefern.

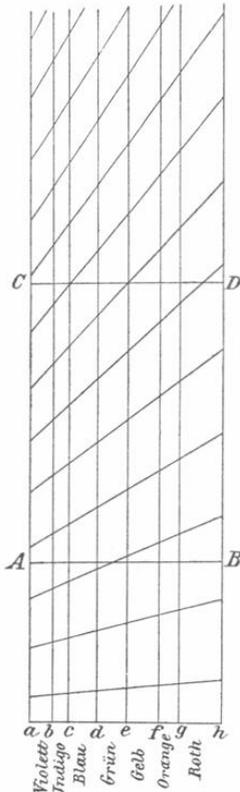
Oben sind schon bei der geschichtlichen Uebersicht die hauptsächlichsten Erklärungen der Erscheinung angeführt. Wir wollen sie nun im Einzelnen etwas näher betrachten. Die hierhergehörige Stelle aus R. HOOKE's im Jahre 1665 erschienener *Micrographia* (pag. 65 u. f.), wie sie TH. YOUNG in den *Philos. Trans.* 1802, pag. 39, anführt, lautet folgendermaassen: »Es ist ganz klar, dass die Reflexion von der unteren oder hinteren Seite die hauptsächlichliche Ursache der Entstehung dieser Farben ist. — Man lasse einen Strahl schief auf das dünne Blättchen fallen, dann wird ein Theil wieder von der ersten Oberfläche zurückgeworfen, ein Theil wird nach der zweiten Oberfläche hin gebrochen, wo er nochmals zurückgeworfen und gebrochen wird, so dass nach zwei Brechungen und

einer Zurückwerfung eine Art von schwächerem Strahl fortgepflanzt wird, und wegen der auf den Hin- und Rückgang (in dem Blättchen) verwandten Zeit kommt diese schwächere Schwingung nach der zuerst reflektirten Schwingung, sodass hierbei (da die Oberflächen einander so nahe sind, dass das Auge sie nicht von einander trennen kann) diese vermischte oder verdoppelte Schwingung, deren stärkerer Theil vorangeht während der schwächere folgt, auf der Retina die Empfindung von Gelb hervorrufft¹⁾. Wenn diese Oberflächen weiter von einander entfernt sind, wird die schwächere Schwingung zusammenfallen mit der zweiten oder nächstfolgenden von der ersten Oberfläche reflektirten Schwingung, dann auch hinter dieser zurückbleiben und mit der dritten, vierten, fünften, sechsten, siebenten oder achten zusammenfallen; sodass, wenn wir einen dünnen, durchsichtigen Körper haben, der von der grössten zur Erzeugung von Farben geeigneten Dünne allmählich zur grössten Dicke wächst, die Farben sich so oft wiederholen werden, als die schwächere Schwingung um Stufen hinter ihrer ursprünglichen oder ersten Schwingung zurückbleibt und mit einer nachfolgenden zusammentfällt. Und wie dies mit der ersten von mir über die Farben aufgestellten Hypothese in Uebereinstimmung ist, oder aus ihr folgt, so habe ich es auch in einer Menge von Fällen durch das Experiment bestätigt gefunden.« Wir sehen aus dieser, wie TH. YOUNG hervorhebt, sieben Jahre vor den ersten Beobachtungen NEWTON's gedruckten Stelle, dass R. HOOKE sehr richtig erkannt hatte, dass zur Entstehung der Erscheinung ein Zusammenwirken der an der Vorderfläche und der an der Hinterfläche reflektirten Strahlen erforderlich sei, und dass jedesmal wieder eine ähnliche Wirkung entstehe, wenn der Wegunterschied der beiden Strahlen um denselben bestimmten Betrag zunehme. Ueber die Art und Weise jedoch, wie aus dem gegenseitigen Einfluss der beiden Strahlenbündel die Farben entstehen, konnte sich HOOKE zu jener Zeit, wo die Zerlegung des weissen Lichtes in seine einfachen Bestandtheile noch nicht ausgeführt war, keine einigermaassen zutreffende Vorstellung bilden. Dies klarzulegen blieb NEWTON vorbehalten. Dieser hatte im Jahre 1672 der Londoner Royal Society seine epochemachende Entdeckung über die prismatische Zerlegung des Sonnenlichtes mitgetheilt und liess drei Jahre später zwei Abhandlungen folgen, die sich zum grossen Theil mit unserem Gegenstand beschäftigen und in den Sitzungen der Gesellschaft vom 9. December 1675 bis zum 10. Februar des folgenden Jahres gelesen wurden²⁾. Die eine derselben (l. c. pag. 272 ff.) ist vollständig mit nur wenigen Aenderungen und Zusätzen von NEWTON in seine Optik aufgenommen worden; sie bildet den ersten, zweiten und dritten Theil (bis Propos. 9) des zweiten Buches von diesem Werke und enthält im Wesentlichen die Beobachtungen über die Farbenringe und Betrachtungen darüber. Die andere bezieht sich hauptsächlich auf Hypothesen über die Natur des Lichtes und entwickelt zuerst die Emissionstheorie in anderer Darstellungsweise freilich als später die Optik, aber von demselben Grundgedanken aus. Beide Abhandlungen geben nun eine Erklärung der Farben (BIRCH, Hist. III, pag. 264 ff., 277, und 286, NEWTON, Optice lib. II, p. I, obs. 12 ff., lib. II, p. II.) NEWTON geht dabei von der Erscheinung aus, welche die Combination eines ebenen und eines

¹⁾ R. HOOKE hat unmittelbar vorher (pag. 64) auseinandergesetzt, dass die Empfindung des Blau durch eine Schwingungsbewegung hervorgebracht werde, bei welcher einem vorausgehenden schwächeren Ausschlag ein stärkerer folge, die Empfindung des Roth und verwandter Farben dagegen durch einen vorausgehenden stärkeren mit nachfolgendem schwächeren Ausschlag.

²⁾ Vergl. BIRCH, THOM., History of the Royal Society of London. Vol. III, pag. 247 bis 305.

darauf gelegten convexen Glases zeigt, wenn man sie mit dem durch prismatische Zerlegung des Sonnenlichtes erhaltenen farbigen Lichte beleuchtet. Es erscheint dann eine Aufeinanderfolge von dunkeln und hellen Ringen von der Farbe des auffallenden Lichtes; der Mittelpunkt, wo die Gläser sich berühren, ist im reflektirten Licht dunkel und die hellen Ringe liegen an Stellen, wo die Abstände der Gläser sich der Reihe nach verhalten wie 1 zu 3 zu 5 zu 7 u. s. w. Lässt man nun durch eine Drehung des Prismas die auffallende Farbe sich ändern, so ändern sich auch die Durchmesser der Ringe, indem sie aber die angegebene Proportionalität immer beibehalten; sie sind am grössten für Roth und



(Ph. 459.)

werden immer kleiner bis zum Violett. Diese Beobachtung lieferte NEWTON den Schlüssel zur Erklärung der farbigen Ringe bei Einfall weissen Lichtes, denn da er von diesem wusste, dass es aus verschiedenartigen Strahlen zusammengesetzt ist, so lag der Schluss nahe, dass die Erscheinung, die es hervorruft, die Uebereinanderlagerung der Erscheinungen sein müsse, welche die einzelnen farbigen Strahlen erzeugen; von diesen aber hatte er gefunden, dass sie Ringe von verschiedenem Durchmesser bilden, welche bei der Uebereinanderlagerung sich also nicht decken können, sondern theilweise nebeneinander fallen, der rothe am weitesten nach aussen, der violette am weitesten nach innen. Die Zusammensetzung der Farben an den einzelnen Stellen erläuterte er noch näher durch die beistehende Fig. 459. In den Punkten *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* und *h* sind Senkrechte auf der Linie *ah* errichtet und jede nach dem Verhältniss der Zahlen 1, 3, 5, 7 . . . getheilt, in der Weise, dass sich die entsprechenden Abschnitte der aufeinanderfolgenden Geraden zu einander verhalten wie die Dicken der Luftschichten, welche den hellen Ringen gleicher Ordnung zugehören, die von den Grenzstrahlen der Farben Violett, Indigo, Blau, Grün, Gelb, Orange, Roth gebildet werden. Man hat demnach die Abschnitte bei allen Linien in der Figur mit einem und demselben Faktor zu multipliciren, um die wahre Luftdicke des zugehörigen hellen Ringes zu erhalten, und überhaupt liefert die Multiplikation einer beliebigen, auf

einer der Linien abgetragenen Länge mit diesem Faktor die ihr entsprechende wahre Dicke. Sind die Längen der Linien *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef*, *fg*, *gh* ferner so gewählt, dass sie den Unterschieden der Abschnitte auf den in ihren Endpunkten errichteten Senkrechten (d. h. den Unterschieden der Luftdicken für die von den Grenzfarben gebildeten hellen Ringe gleicher Ordnung) proportional sind, so fallen, wie man leicht erkennt, die Theilpunkte derselben Ordnung jedesmal in eine gerade Linie und alle diese Geraden convergiren nach einem auf der Verlängerung von *ah* gelegenen Punkt. Man sieht auch leicht ein, dass dieselben Geraden ebenfalls für jede zwischenliegende Farbe, wenn an der ihr auf der Linie *ah* zukommenden Stelle eine Senkrechte errichtet wird, durch ihre Durchschnitte mit dieser die Lage der hellen Ringe angeben. Um nun die Farbenzusammensetzung für einen beliebigen Punkt zu erhalten, brauchen wir nur in der der betreffenden Luftdicke entsprechenden Entfernung eine Parallele zu der Linie *ah* zu ziehen, diese giebt für alle einzelnen Farben die

Stelle des Ringsystems an, welche an den fraglichen Punkt fällt. So haben wir z. B. bei einer aa entsprechenden Dicke, wie die Linie AB zeigt, gar kein äusserstes Roth, denn der Punkt B fällt in die Mitte zwischen den zweiten und dritten hellen Ring dieser Farbe, auch das übrige Roth ist nur schwach vertreten, allmählich zunehmend Orange und Gelb und in grösster Stärke das mittlere Grün, im Blau nimmt die Lichtstärke wieder rasch ab, sodass die Grenze zwischen Indigo und Violett ganz fehlt, das äusserste Violett endlich ist wieder schwach vertreten. An der Stelle des sechsten hellen Ringes des mittleren Roth haben wir, wie die Linie CD zeigt, in voller Stärke ausser dem mittleren Roth noch die Grenze zwischen Gelb und Grün, die zwischen Blau und Indigo sowie das äusserste Violett, dazwischen fehlen die Grenzbezirke zwischen Orange und Gelb und zwischen Grün und Blau sowie der Anfang des Violett. Welchen Eindruck auf unser Auge die so sich ergebenden Farbenmischungen machen, ist keine physikalische, sondern eine physiologische Frage, doch haben schon NEWTON und in neuerer Zeit mehrere Forscher des praktischen Interesses wegen Untersuchungen darüber angestellt¹⁾.

Ausser der Erklärung für die Entstehung der Farbenringe hat die NEWTON'sche Behandlung unseres Gegenstandes noch eine Reihe von Ergebnissen geliefert, von denen wir die hauptsächlichsten noch anzuführen haben. Dazu gehört vor Allem die Bestimmung der Luftdicke für die verschiedenen Ringe. Zu diesem Zweck namentlich hatte NEWTON die Erscheinung durch die Combination einer ebenen und einer sie berührenden kugelförmigen Fläche erzeugt, denn mittelst der Kenntniss des Halbmessers der letzteren war es leicht, die Dicke der Zwischenschicht für jede Entfernung vom Berührungspunkt zu bestimmen.

Als Resultat seiner Messungen giebt NEWTON an, dass sich die Luftdicken der Ringe gleicher Ordnung für die Grenzen der Spectralfarben Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett zu einander verhielten wie die Kubikwurzeln aus den Quadraten der Saitenlängen der Töne einer Octave, für welche er die folgende, mit den gewöhnlichen Annahmen nicht ganz übereinstimmende Reihe anführt: $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$. Aber es werden auch auf diese Weise die Farben nicht gut begrenzt, wie die folgende Zusammenstellung zeigt, worin die zweite Spalte die hieraus und aus NEWTON's absoluter Grössenangabe für die Grenze von Orange und Gelb berechneten Wellenlängen für die in der ersten Spalte bezeichneten Spectralbezirke in Milliontel mm enthält, während die letzte Spalte die ungefähren wahren Werthe derselben giebt.

	Wellenlänge	
	nach NEWTON berechnet	ungef. richtiger Werth
Äusserstes Roth	645	760
Grenze von Roth und Orange	596	647
„ „ Orange und Gelb	571	587
„ „ Gelb und Grün	532	536
„ „ Grün und Blau	492	492
„ „ Blau und Indigo	459	454
„ „ Indigo und Violett	439	426
Äusserstes Violett	406	393

¹⁾ NEWTON, *Optice lib. II. pars 2.* — BRÜCKE, *POGG. Ann.* 74, pag. 582. 1848. — WERTHEIM, *Ann. de chim. et de phys.* 40, pag. 180. 1854. — QUINCKE, *POGG. Ann.* 129, pag. 180. 1866. — ROLLETT, *Wien. Sitzber.* 77 (3), pag. 177. 1878.

Namentlich im Roth ist die Abweichung beträchtlich; immerhin geben die Messungen NEWTON's zum Theil richtige Werthe und wurden mehr als hundert Jahre lang durch keine genaueren ersetzt, selbst FRESNEL berechnet nach ihnen die Wellenlängen (Oeuvr. compl. T. II, pag. 24), wenn er auch die Vermuthung ausspricht, dass die Resultate NEWTON's für das Roth ein wenig zu klein seien (Oeuvr. compl. T. I, pag. 327).

In der siebenten Beobachtung des ersten Theils vom zweiten Buch beschreibt NEWTON weiter die Verbreiterung der Ringe bei schiefer Betrachtung derselben. Er schliesst daraus, dass die Luftdicke eines und desselben Ringes umgekehrt proportional dem Cosinus eines Winkels (u) sei, dessen Sinus »die erste von 106 mittleren Proportionalen zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und des Brechungswinkels, von dem grösseren aus gerechnet« sei, das heisst, wenn i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel bezeichnet,

$$\sin u = \sin r - \frac{1}{106} (\sin r - \sin i) = \frac{105 + n}{106} \sin r$$

unter n den Brechungsexponent für den Uebergang aus Glas in Luft verstanden. Wir wissen, dass die fragliche Luftdicke umgekehrt proportional dem Cosinus des Brechungswinkels (r) ist, dass NEWTON's Messungen also ein etwas zu kleines Resultat ergeben haben. NEWTON beschreibt seine Beobachtung nicht genau genug, dass man beurtheilen könnte, woran das liegt; vielleicht hängt es mit der Beobachtungsweise zusammen. N. hat einer früheren Stelle (Beob. 6) zufolge die Durchmesser der Ringe mit dem Zirkel gemessen, dabei befindet sich das Auge in der durch den Mittelpunkt derselben gehenden Vertikalebene, nimmt man nun als Einfallswinkel den Winkel, welchen die vom Mittelpunkt nach dem Auge gezogene Gerade mit der Verticalen macht, und als Entfernung des Auges die von NEWTON bei einer kurz vorhergehenden Beobachtung angegebene von ungefähr 8 Zoll an, so erhält man in der That Zahlen, die von den seinigen nicht sehr weit abweichen.

Die zehnte Beobachtung beschreibt die Wirkung eines zwischen die Gläser gebrachten Wassertropfens. Die Ringe ziehen sich im Bereich desselben zusammen ungefähr in dem Verhältniss von 8 zu 7. Die Dicken einer Luft- und einer Wasserschicht, welche einen Ring derselben Ordnung erzeugen, verhalten sich also nahe wie 4 zu 3. NEWTON schliesst, dass vielleicht allgemein für ein beliebiges Mittel der Brechungsexponent aus ihm in Luft das Dickenverhältniss von Schichten dieses Mittels und von Luft angebe, welche die gleichen Ringe erzeugen.

Endlich behandelt NEWTON (24. Beobachtung und Schluss des zweiten Theils vom zweiten Buch) die Erscheinungen, welche sich bei Betrachtung der Ringe durch ein Prisma zeigen. Man sieht dann auf der einen Seite des Mittelpunkts eine sehr viel grössere Anzahl von Ringen als vorher, während sie auf der andern verschwinden. NEWTON erklärt dies ganz richtig durch die verschieden starke Verschiebung, welche die verschiedenfarbigen Ringe durch die Brechung im Prisma erfahren. Unter den Ringen derselben Ordnung, welche die verschiedenen Farben bilden, sind die äusseren roth, die inneren violett, da aber Roth weniger stark gebrochen wird als Violett, so werden auch jene Ringe weniger stark verschoben als diese und das bewirkt auf der in der Richtung der Verschiebung gelegenen Seite eine Annäherung, auf der entgegengesetzten eine Entfernung. An einer bestimmten Stelle des Ringsystems wird die Annäherung zu einem Zusammenfallen des rothen und violetten Ringes führen und da die zwischenliegenden Farben ebenfalls mit den äusseren zusammenfallen, wird hier ein weisser

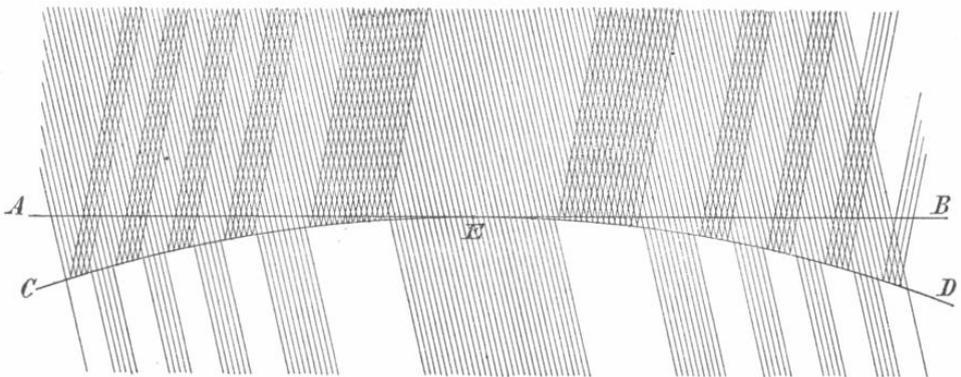
Streifen entstehen. Bei den Ringen der zunächst benachbarten Ordnungen wird merklich das Gleiche stattfinden, sie werden weisse Streifen bilden, die von dem ersten durch schwarze Zwischenräume getrennt sind. Je weiter nach aussen, um so mehr werden die Streifen wieder gefärbt erscheinen, denn die Ringe höherer Ordnung sind breiter und die Verschiebung der violetten Ringe ist nicht mehr so viel grösser als die der rothen, dass sie dieselben erreichten, wir werden also aussen roth, innen blau gefärbte Streifen haben. Dagegen ist es bei den weiter innen gelegenen Ringen umgekehrt, die violetten und blauen Ringe werden über die rothen, sie schneidend, hinaus verschoben, so dass der innere Saum der Streifen jetzt roth, der äussere blau erscheint. Bei weiterem Fortschreiten nach innen fallen bei passender Entfernung des Prismas von den Gläsern wieder die Farben verschiedener Ordnungen über einander, so dass die Ringe in der Mittellinie sich verwischen und ein gleichförmig weisses Feld entsteht; um die Durchschnittspunkte herum bleiben sie jedoch scharf, jeder Ring giebt also zu zwei getrennten seitlich von der Mitte gelegenen Streifen Veranlassung, deren Enden eine verschiedene Farbenfolge zeigen, indem die einander zugekehrten innen roth und aussen blau, die abgewandten dagegen innen blau und aussen roth gefärbt sind.

Hatte so NEWTON durch eine gut geleitete Experimental-Untersuchung die Kenntniss dieser Erscheinungen mehr gefördert als irgend jemand vor ihm, so blieb er doch in ihrer Erklärung um einen wesentlichen Schritt hinter R. HOOKE zurück. Dieser hatte, wie wir gesehen haben, richtig erkannt, dass zur Entstehung derselben ein Zusammenwirken des an der Vorderfläche und des an der Hinterfläche reflektirten Lichtes erforderlich sei. NEWTON dagegen, der die Vorstellung, dass dies Licht nur in Schwingungen des Aethers bestehe, verwarf¹⁾, hauptsächlich, weil er sie im Widerspruch mit der geradlinigen Fortpflanzung der Lichtstrahlen glaubte, die sich dann in den Schatten hinein verbreiten müssten, wie die Schallschwingungen und Wasserwellen um Hindernisse herumgehen (von der Lichtbeugung glaubte er, dass sie nur vom Schatten weg statffinde), wurde durch seine Annahme materieller Lichtkörperchen fast mit Nothwendigkeit zu der Anschauung geführt, dass diese an bestimmten Stellen der zweiten Fläche der dünnen Schicht, nämlich da, wo im reflektirten Licht die dunklen Ringe erscheinen, durchgelassen, an anderen dagegen, wo man die hellen Ringe sieht, zurückgeworfen würden. Um dies zu erklären, musste er annehmen, dass die Lichttheilchen in zwei verschiedenen Zuständen sich befinden könnten, die er Anwandlungen (*fits, accessus, vices*) nannte, in deren einem sie beim Auftreffen auf die Trennungsfläche zweier Mittel leichter durchgelassen in dem andern leichter zurückgeworfen würden. Die Erscheinungen forderten weiter, dass diese Anwandlungen regelmässig in gleichen Zwischenräumen bei denselben Lichttheilchen wiederkehren, dass sie aber von verschiedener Länge sind bei verschiedenartigen Theilchen und zwar so, dass sie sich bei den Theilchen der verschiedenen Farben zu einander verhalten wie die Dicken der Schichten, welche Ringe gleicher Ordnung darin erzeugen. Bei dem Uebergang in andere Mittel muss eine Aenderung der Länge der Anwandlungen angenommen werden, die nicht nur von der Natur des Mittels, sondern auch von dem Brechungswinkel abhängt, nämlich: wenn Strahlen derselben Art senkrecht in verschiedene Mittel eintreten, so verhalten sich die Längen der Anwandlungen in einem Mittel zu denen in einem zweiten, wie der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des

¹⁾ S. Optice, Quaest. 28.

Brechungswinkels von Strahlen, welche aus dem ersten in das zweite Mittel übergehen (Opt. lib. II, pars III, prop. 17) und: wenn Strahlen derselben Art unter verschiedenen Winkeln in ein und dasselbe Mittel eintreten, so verhalten sich ihre Anwandlungen in demselben zu einander, wie die Produkte aus der Secante des Brechungswinkels und der Secante eines Winkels, dessen Sinus ist $\frac{105 + n}{106} \sin r$, wenn r den Brechungswinkel bezeichnet¹⁾ (Opt. lib. II, pars III, prop. 15). Welchen Zusammenhang NEWTON zwischen den Anwandlungen eines Lichttheilchens vor und nach seinem Uebergang aus einem Mittel in ein anderes annahm, geht aus seinen Aeusserungen nicht klar hervor²⁾.

Nach diesen Annahmen erklärt sich nun die Entstehung der Ringe folgendermaassen. Es werde der Einfachheit wegen angenommen, dass einfarbige Lichtstrahlen auf die erste ebene Fläche AB (Fig. 460) einer dünnen Luftschicht auf fallen, die sich zwischen dieser und einer kugelförmigen Schicht CD befindet,



(Ph. 460)

deren Krümmung in der Figur der Deutlichkeit wegen viel zu gross gezeichnet ist. Die auf AB treffenden Strahlen sind nun theils in der Anwandlung des leichten Zurückgeworfens und theils in der des leichten Durchgehens. Die ersteren, die an allen Stellen der Fläche AB in gleicher Menge nach vorn zurückgeworfen werden, sind in der Figur nicht gezeichnet, nur die durchgehenden sind angegeben. Von diesen gehen die in dem Punkte E , wo die Kugelfläche CD die Ebene AB berührt, und dessen nächster Umgebung auffallenden Strahlen auch durch die Fläche CD hindurch, denn sie befinden sich noch in der Anwandlung des leichten Durchgehens, wenn sie sie treffen, und es geschieht dies auf einer Kreisfläche um E , wo die Dicke der Zwischenschicht noch nicht die Länge einer Anwandlung erreicht hat. Von der Stelle an, wo letzteres der Fall ist, bis zur doppelten Dicke werden auf einem um die eben erwähnte Fläche herumliegenden Kreisring die Strahlen an der Fläche CD reflektirt, da sie dieselbe in der Anwandlung des leichten Zurückgeworfens erreichen. In einem weiteren Kreisring, der die zwischen der doppelten und dreifachen Dicke einer Anwandlung gelegene Stelle der dünnen Schicht einnimmt, werden die Strahlen wieder durchgelassen und so fort. So entsteht an der zweiten Fläche (CD) ein beständiger Wechsel von durchgelassenen und zurückgeworfenen Strahlen, wie es

¹⁾ Nach der oben (pag. 550) gelegentlich der Besprechung der Verbreiterung der Ringe bei schiefer Betrachtung gemachten Bemerkung muss dafür gesetzt werden: sie verhalten sich wie die Quadrate der Secanten der Brechungswinkel.

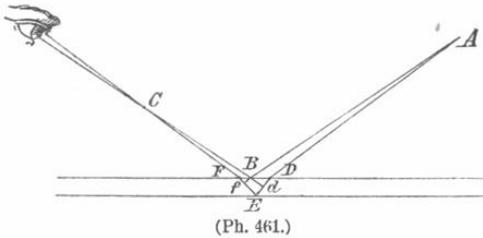
²⁾ Vergl. FEUSSNER, POGG. Ann. 160, pag. 321 ff. 1877.

die Figur im Durchschnitt veranschaulicht, und in der Ansicht von oben ein System von hellen und dunklen Ringen mit dunklem Mittelpunkt in der Durchsicht von unten ein diesem complementäres System, wo die hellen Ringe durch dunkle, und die dunklen durch helle ersetzt sind. Das ist es, was die Beobachtungen im einfarbigen Lichte zeigen. Die Annahme über die verschiedene Länge der Anwandlungen bei den Lichttheilchen der verschiedenen Farben erklärt die Verschiedenheit der Durchmesser der Ringe bei diesen und damit die Erscheinung im weissen Licht. Die Veränderung der Ringdurchmesser bei Einführung von Flüssigkeiten in die Zwischenschicht erklärt sich aus der Annahme über die Abhängigkeit der Länge der Anwandlungen von dem Medium, in dem sich die Theilchen bewegen und die Verbreiterung der Ringe bei schiefer Betrachtung aus der angenommenen Veränderung der Anwandlungen mit dem Brechungswinkel. — Ist es demnach NEWTON in der That möglich, die hauptsächlich von ihm beobachteten Erscheinungen in seiner Theorie zu erklären, so zeigt doch ein etwas tieferes Eingehen, dass dieselbe nicht nur in verschiedener Beziehung auf grosse Schwierigkeiten stösst, sondern es lassen sich auch Versuche angeben, die ihr direkt widersprechen. FRESNEL bespricht an mehreren Stellen¹⁾ die NEWTON'sche Erklärungsweise, er weist darauf hin, wie fast eine jede Beobachtung die Annahme einer neuen Eigenschaft der Lichttheilchen nöthig mache, die von vornherein meist unerwartet und auffallend sei, er zeigt dann, wie die regelmässige Brechung des Lichtes sich schwer mit dem angenommenen Wechsel der Anwandlungen vereinigen lasse, und führt namentlich als im Widerspruch mit den NEWTON'schen Anschauungen stehend die tiefe Schwärze der ersten dunklen Ringe an. Nach NEWTON würde in den ersten dunklen Ringen nur das an der zweiten Fläche reflektirte Licht fehlen, dagegen das an der ersten reflektirte vollständig vorhanden sein; wenn man aber den Versuch so anstellt, dass man das obere Glas etwas über das untere vorstehen und die Ringe sich am Rand des letzteren bilden lässt, so erkennt man leicht, dass die dunklen Ringe erheblich schwärzer sind, als die angrenzenden Stellen des oberen Glases, so dass in ihnen auch das an der ersten Fläche reflektirte Licht fehlen oder wenigstens stark geschwächt sein muss. Andere Betrachtungen hierüber finden sich in meiner schon angeführten Abhandlung (POGG. Ann. Bd. 160). Der einfachste und direkteste Nachweis dafür, dass die Erscheinung keineswegs allein von dem an der zweiten Fläche reflektirten Licht herrührt, sondern dass ein Zusammenwirken der von beiden Flächen herkommenden Bündel erforderlich ist, wird durch einen Versuch geliefert, der freilich zur Zeit NEWTON's und FRESNEL's noch nicht ausgeführt werden konnte, weil man damals noch nicht genügend einfarbige Lichtquellen besass, die eine verhältnissmässig erhebliche Dicke der dünnen Schicht anzuwenden gestatten. Wenn man nämlich die Flächen in eine solche Entfernung bringt, dass ein gespiegelter Gegenstand deutlich doppelt gesehen wird und sie mit einer gut einfarbigen Lichtquelle etwas schief und so beleuchtet, dass, während die Streifen sich zeigen, nach vorn ein Rand der Lichtquelle oder ein dazwischen eingeschobener Schirm gespiegelt erscheint, so steht das von der unteren Fläche reflektirte Bild etwas über das von der oberen Fläche gelieferte vor, und in diesem vorstehenden Rande müssten nach NEWTON die Streifen ebenso vorhanden sein wie in der übrigen beleuchteten Fläche, während der Versuch hier nur eine ganz gleichmässige Helligkeit ergiebt.

¹⁾ FRESNEL, Oeuvres compl. I, pag. 51, 133 u. 252.

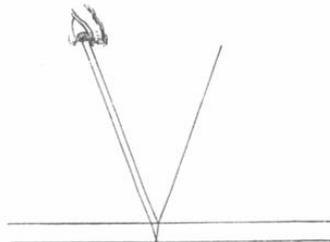
Ich übergehe die Arbeiten von EULER¹⁾, welcher sich die Farben durch die Eigenschwingungen der Moleküle der dünnen Schicht entstanden dachte, die je nach der Dicke der Schicht durch Lichtstrahlen von bestimmter Farbe angeregt werden sollten, ganz ähnlich wie gespannte Saiten durch Schallschwingungen, die mit ihnen im Einklang stehen, zum Tönen gebracht werden können, von MAZEAS²⁾ von DUTOUR³⁾ u. A., um zur Begründung der wahren Theorie unserer Erscheinungen zu kommen.

In seiner berühmten Abhandlung »On the theory of light and colours«⁴⁾ wendet THOMAS YOUNG seinen 8. Lehrsatz, in welchem er das Princip der Interferenzlehre zuerst klar ausgesprochen hat, unter anderem im zweiten Zusatz auf die Erklärung der Farben dünner Blättchen an. Er betrachtet dieselben als von ebenen parallelen Flächen begrenzt, nimmt schief einfallendes Licht an und bestimmt die Verzögerung des an der Hinterfläche reflektirten Strahls gegen den von der Vorderfläche zurückgeworfenen. Die beigegebene Figur zeigt, dass er



(Ph. 461.)

einigen für die Erklärung wesentlichen Punkt, der später häufig nicht genügend beachtet worden ist, wohl im Auge behält, dass nämlich die zusammenwirkenden Strahlen von einem und demselben leuchtenden Punkt ausgegangen sein müssen, dass er aber keine richtige Vorstellung vom Verlauf derselben hat, der auch erst durch eine genauere Analyse bestimmt werden kann. Doch hat das hier keinen Einfluss, denn man überzeugt sich leicht, dass bei planparallelen Platten, wo die beiden Strahlen in einer und derselben, durch den leuchtenden und den vom Auge fixirten Punkt bestimmten Normalebene der Platte verlaufen müssen, das Resultat das gleiche ist, die



(Ph. 462.)

Strahlen mögen im übrigen gegen einander liegen wie sie wollen. Denn wenn man vom Punkte B (Fig. 461) die beiden Senkrechten Bd und Bf auf DE und EF fällt, so ist die Verzögerung des an der unteren Fläche reflektirten Strahls in dem Medium der Platte $dE + Ef$ und dies ist — einerlei, wo der Punkt B liegt — gleich $2D \cos r$, wenn durch D die Dicke der Platte, durch r der Brechungswinkel bezeichnet wird. Ist der Brechungsindex der Platte n , so entspricht dem die Weglänge $2nD \cos r$ in Luft. Eine genauere Untersuchung zeigt, dass bei planparallelen Platten das Auge auf Unendlich accommodiren muss, wenn eine deutliche Interferenzerscheinung wahrgenommen werden soll; der Verlauf ist also wie er in Fig. 462 angegeben ist: es interferiren die aus demselben auffallenden Strahl entstehenden beiden reflektirten Strahlen.

TH. YOUNG fand also für den Gangunterschied der beiden Strahlen den Werth $2D \cos r$, und schloss daraus, dass die Dicke der Blättchen, welche dieselbe Farbe reflektiren, d. h. den Strahlen denselben Gangunterschied ertheilen

1) EULER, Mém. de Berl. 1752, pag. 262.

2) MAZEAS, Mém. prés. II.

3) DUTOUR, Mém. prés. IV, pag. 285. 1763; Journ. de phys I, etc.

4) TH. YOUNG, Philos. Trans. 1802, pag. 12.

sollen, wie die Sekante des Brechungswinkels variiren müsse, was mit NEWTON'S Beobachtungen gut übereinstimme.

Noch einen anderen für unsere Erscheinung wichtigen Punkt behandelt TH. YOUNG in dieser Abhandlung zuerst, die Phasenänderung bei der Reflexion. Um seinen Gedankengang klar zu verstehen, muss man im Auge behalten, dass er sich die Lichtbewegung als Longitudinalschwingung dachte. Er stützt sich auf eine Bemerkung, die er im Anschluss an seinen vierten, auf die Reflexion bezüglichen Lehrsatz gemacht hat und die in einer Vergleichung mit dem Stoss elastischer Körper besteht. »Wenn ein kleinerer elastischer Körper gegen einen grösseren stösst, so wird der kleinere bekanntlich mehr oder weniger kräftig zurückgestossen, entsprechend dem Unterschied ihrer Massen: so entsteht immer eine Reflexion, wenn die Lichtstrahlen von einem optisch dünneren zu einem dichteren Mittel übergehen, und häufig ein Echo, wenn ein Schall gegen eine Wolke stösst. Wenn ein grösserer Körper einen kleineren trifft, stösst er ihn fort ohne alle seine Bewegungen zu verlieren: so übertragen die Theilchen eines dichteren Aethermittels nicht ihre ganze Bewegung auf ein dünneres, aber sie werden in ihrer Vorwärtsbewegung durch die Anziehung der brechenden Substanz mit gleicher Kraft zurückgezogen und so entsteht immer eine Reflexion secundär, wenn die Lichtstrahlen von einem dichteren zu einem dünneren Mittel übergehen.« Zu dieser Stelle, die YOUNG aus seiner Abhandlung Phil. Tr. 1800, pag. 127, citirt, fügt er jetzt hinzu: »Aber es ist nicht durchaus nothwendig, in dem letzteren Fall eine Anziehung vorauszusetzen, weil das Streben nach Vorwärtsbewegung ohnedies rückwärts fortgepflanzt werden wird; dabei wird die Schwingung umgekehrt werden, indem eine Verdünnung an die Stelle einer Verdichtung tritt. Dies wird vielleicht am besten mit den Erscheinungen im Einklang sein.«

TH. YOUNG kommt also durch diese Betrachtung zu dem Schluss, dass bei der Reflexion an einem dünneren Körper eine halbe Wellenlänge verloren werde, indem »eine Verdünnung an die Stelle einer Verdichtung tritt«. Da nun in den gewöhnlichen Fällen die Farben dünner Blättchen entweder in einem dünneren Medium zwischen zwei dichteren oder in einem dichteren zwischen zwei dünneren entstehen, so findet die eine der Reflexionen an einem dünneren Medium statt und es tritt der hierdurch erzeugte Phasenunterschied noch zu dem von der Wegdifferenz herrührenden hinzu, und damit ist erklärt, warum in diesen Fällen die Mitte der NEWTON'Schen Ringe im reflektirten Licht durch einen schwarzen Fleck gebildet wird und die gegenseitige Lage der hellen und dunklen Ringe so ist, wie die Beobachtungen sie ergeben. THOMAS YOUNG sprach aber zugleich aus, dass man dann, wenn die optische Dichte der dünnen Schicht zwischen denen der begrenzenden Mittel liege, eine Umkehrung der Erscheinung, ein Ringsystem mit weissem Mittelpunkt erwarten müsse, und er hatte die Genugthuung, einige Monate später die experimentelle Bestätigung hierfür beibringen zu können¹⁾; als er zwischen ein Prisma aus Flintglas und eine Linse aus Kronglas einen Tropfen Sassafrasöl gebracht hatte, war ein weisser Mittelfleck umgeben von einem dunklen Ring im reflektirten Licht entstanden.

Hatte TH. YOUNG die Erklärung unserer Erscheinungen mehr in grossen Zügen, zum Theil nur andeutungsweise unter Herausgreifung der wesentlichsten Punkte gegeben, so behandelte sie FRESNEL dagegen mit tiefer eindringender

¹⁾ THOM. YOUNG, Philos. Trans. 1802, pag. 393.

Gründlichkeit¹⁾. In seiner ersten Arbeit erklärt er die Ringe aus der Undulations-
theorie und zeigt, wie die Beobachtungen NEWTON's über die den verschiedenen
Farben entsprechenden Luftdicken zu denselben Werthen für die Wellenlängen
führen, wie seine eigenen Beobachtungen über die Beugungserscheinungen.
Ferner leitet er die Formel für die Erweiterung der Ringe bei schiefer Betrachtung
in ähnlicher Weise wie YOUNG ab, indem er gleichfalls eine planparallele Platte
voraussetzt. Die Abweichung der Resultate der Rechnung für grosse Einfalls-
winkel von den Beobachtungen NEWTON's bespricht er ausführlich und schreibt
dieselbe hauptsächlich der Benutzung eines nicht ganz genauen Brechungsexpo-
nenten von Seiten NEWTON's zu. — In der zweiten Arbeit erörtert FRESNEL einen
Umstand, der auf den ersten Blick eine Schwierigkeit für die Erklärung zu ent-
halten scheint. ARAGO hatte durch ein sinnreiches Experiment nachgewiesen,
dass die im reflektirten und im durchgelassenen Licht gesehenen Ringe immer
dieselbe Intensität besitzen und dass, wenn die letzteren viel schwächer scheinen
als jene, dies daher kommt, dass sie gleichsam in eine grosse Menge weissen
Lichtes eingetaucht sind. Wenn nun, sagt FRESNEL, die einzige Ursache der
durchgelassenen Ringe der Einfluss wäre, welchen die zwei Mal in der dünnen
Schicht reflektirten Strahlen auf die direkt durchgegangenen ausüben, so müssten
sie viel schwächer als die reflektirten sein, weil die Strahlen, welche diese bilden,
nur einmal, die einen an der oberen, die andern an der unteren Fläche des
Blättchens, reflektirt sind. Er löst hier die Schwierigkeit nicht, sondern giebt
nur einen wenig befriedigenden Weg an, sie zu umgehen. Auch TH. YOUNG,
mit dem ARAGO den Gegenstand etwa ein halbes Jahr später besprach, fand zu-
nächst die richtige Erklärung nicht, wie sein Brief vom 12. Januar 1817²⁾ beweist;
erst im September desselben Jahres kündigte er ARAGO an³⁾, dieselbe gefunden
zu haben und giebt einige Andeutungen, ohne sie indessen genauer mitzuthellen.
Die Sache verhält sich folgendermassen. ARAGO's Experiment bestand darin,
eine die NEWTON'schen Ringe erzeugende Gläsercombination von vorn und von
hinten in gleicher Weise mit gleich intensivem Licht zu beleuchten. Dann sind
keine Ringe sichtbar. Dies beweist, dass die Summe der Intensität des reflek-
tirten und des durchgehenden Lichtes überall dieselbe ist, oder mit andern
Worten, dass der Unterschied in der Lichtstärke eines hellen und eines dunklen
Streifens im reflektirten Licht ebenso gross ist als im durchgehenden. Nennen
wir nun a_1 die Amplitude des an der Vorderfläche, und a_2 des an der Hinter-
fläche zurückgeworfenen Strahles, so ist nach der oben (pag. 517) abgeleiteten
Formel (9) die Intensität eines hellen Streifens im reflektirten Licht $(a_1 + a_2)^2$
und die eines dunklen $(a_1 - a_2)^2$, also ihr Unterschied $4a_1a_2$, und ebenso sind,
wenn b_1 die Amplitude des direkt durch das Blättchen gehenden Strahls, b_2 die
des nach zweimaliger innerer Reflexion durchgehenden bedeuten, die Intensitäten
eines hellen und eines dunklen Streifens im durchgehenden Licht bezüglich
 $(b_1 + b_2)^2$ und $(b_1 - b_2)^2$, ihr Unterschied also $4b_1b_2$. Die Intensitätsunterschiede,
um die es sich handelt, sind also den Produkten der Amplituden der interferiren-
den Strahlen proportional; und da ist es denn gar nicht mehr auffallend, dass
das Produkt der Amplitude des zweimal mit der des gar nicht reflektirten Strahls
gleich gefunden wird dem Produkt der Amplituden der beiden einmal reflektirten

¹⁾ Die betreffenden Stellen sind die folgenden: Oeuvres compl. I, pag. 51 (Novemb. 1815);
I, pag. 133 (Juli 1816); II, pag. 74. Supplem. zur franz. Uebers. der Chemie von THOMSON
(Juni 1822); II, pag. 247, Ann. de chim. et de phys. 23, pag. 129 (Juni 1823).

²⁾ TH. YOUNG, Miscell. works I, pag. 381. — FRESNEL, Oeuvres compl. II, pag. 742.

³⁾ TH. YOUNG, Miscell. works I, pag. 385. — FRESNEL, Oeuvres compl. II, pag. 745.

Strahlen. Wir werden auf den Gegenstand bei der Betrachtung der vielfachen Reflexionen zurückkommen.

In derselben Arbeit giebt FRESNEL auch eine Ableitung des Verlustes von einer halben Wellenlänge, während er ihn in der früheren einfach als experimentelle Thatsache ohne Erklärung hingenommen hatte. Er macht die Annahme, dass die Reflexion der Lichtstrahlen durch den ganzen Körper hin an seinen kleinsten Theilchen erfolge. Indem er dann den Körper in der Oberfläche parallele Schichten von der Dicke einer Viertelwellenlänge theilt, zeigt er, dass sich die von den innern Schichten kommenden Strahlen durch Interferenz aufheben müssen und nur die halbe Wirkung der beiden Grenzschichten übrig bleibt. Die von diesen ausgehenden Strahlen können als von ihrer Mitte kommend angesehen werden, d. h. von einer um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge unter der Oberfläche liegenden Stelle. Dies ist der Fall, der reflektirende Körper mag sich im leeren Raum oder zwischen andern Körpern befinden, immer geschieht die Reflexion in dem dichteren, stärker reflektirenden Körper. Es wird dann also an jeder Seite des Blättchens, wenn es zwischen gleichartigen Mitteln liegt, eine Viertelwellenlänge gewonnen resp. verloren und das giebt einen Wegunterschied von einer halben Wellenlänge, der zu dem aus der Dicke des Blättchens entstehenden hinzukommt. FRESNEL hat diese Erklärung bald wieder verlassen, die zu Grunde liegende Annahme war in der That zu unwahrscheinlich. In dem um die Mitte des darauf folgenden Jahres (1822) gedruckten Abriss der Lichtlehre, welcher den Anhang der französischen Uebersetzung des Lehrbuchs der Chemie von TH. THOMSON bildet, geht er wieder auf die YOUNG'sche Erklärungsweise zurück. Auffallend ist dabei nur, dass er dieser ganz auf der Vorstellung longitudinaler Schwingungen beruhenden Entwicklung keine modificirende oder erläuternde Bemerkung beifügt, obgleich er den grossen Schritt der Annahme transversaler Lichtschwingungen schon mehr als ein Jahr früher gethan hatte. Seine definitive Stellung zu der Frage, obgleich er nicht ausdrücklich auf sie zurückgekommen ist, erreichte FRESNEL (1823) mit der Aufstellung seiner Formeln für die Reflexion des polarisirten Lichtes¹⁾. Diese fordern die betreffende Phasendifferenz und damit ist die Erklärung derselben auf die Grundlage dieser Formeln zurückgeführt. Das ist aber einmal das Gesetz von der Erhaltung der lebendigen Kraft und zweitens die Annahme, dass die zur Grenzfläche parallelen Verrückungen der Aethertheilchen in zwei aneinander grenzenden Mitteln gleich gross seien. Mit gewissen Modifikationen ist das auch heute noch der Standpunkt von dem wir ausgehen. Eine genauere Erörterung der Reflexionstheorie gehört nicht hierher, wir haben nur zu zeigen, dass aus den FRESNEL'schen Formeln wirklich ein Unterschied von einer halben Wellenlänge hervorgeht, je nachdem die Reflexion an dem dichteren oder an dem dünneren Mittel erfolgt.

Nach diesen Formeln hat ein der Einfallsebene parallel polarisirter Strahl von der Amplitude 1 nach der Reflexion die Amplitude $-\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')}$ und ein senkrecht zur Einfallsebene polarisirter Strahl $-\frac{\tan(i-i')}{\tan(i+i')}$, worin i den Einfallswinkel, i' den Brechungswinkel bedeutet. Bei einem planparallelen Blättchen, das auf beiden Seiten von demselben Mittel umgeben ist, ist aber der Einfallswinkel i_1 der Strahlen auf die zweite Fläche gleich dem Brechungswinkel i'

¹⁾ FRESNEL, Ann. de chim. et de phys. 19, pag. 175. 1823; 46, pag. 225. 1831. Mém. de l'ac. des sc. XI, pag. 393. Oeuvres compl. I, pag. 767. POGG. Ann. 12, pag. 390; 22, pag. 90.

an der ersten, und der Brechungswinkel i_1' an der zweiten gleich dem Einfallswinkel i an der ersten, so dass

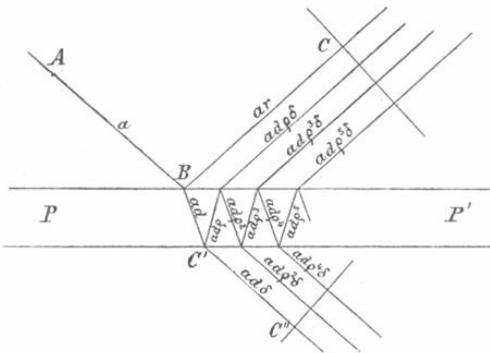
$$-\frac{\sin(i_1 - i_1')}{\sin(i_1 + i_1')} = \frac{\sin(i - i')}{\sin(i + i')} \quad \text{und} \quad -\frac{\tan(i_1 - i_1')}{\tan(i_1 + i_1')} = \frac{\tan(i - i')}{\tan(i + i')}.$$

Es unterscheiden sich daher in beiden Fällen die an der Vorderfläche und der Hinterfläche reflektirten Strahlen, wenn wir hier von der kleinen Intensitätsänderung beim Ein- und Austritt der letzteren absehen, ausser durch den Gangunterschied $2D \cos i'$ noch durch das Vorzeichen der Amplituden; das ist aber gleichbedeutend mit einer Vergrößerung oder Verkleinerung des Gangunterschieds um eine halbe Wellenlänge.

POISSON¹⁾ hat zuerst bemerkt, dass zur vollständigen Erklärung der Farben dünner Blättchen die vielfachen Reflexionen im Innern der dünnen Schicht nicht vernachlässigt werden dürfen, und FRESNEL hat bald darauf eine Vereinfachung und Verallgemeinerung seiner Darstellung gegeben²⁾.

Dieselbe bezog sich indessen nur auf die Intensität der dunklen Ringe, eine allgemeine Formel für die Intensität einer beliebigen Stelle hat zuerst AIRY³⁾, aber auch unter Voraussetzung planparalleler Platten entwickelt. Wir folgen ihm im Nachstehenden theilweise.

In Fig. 463 sei PP' ein planparalleles Blättchen, an welches auf beiden Seiten dasselbe Mittel grenzt. AB sei ein unter dem Winkel i einfallender Strahl von



(Ph. 463.)

der Amplitude a , r sei der Coefficient, mit welchem die Amplitude des einfallenden Strahls multiplicirt werden muss, um die des an der Oberfläche des Blättchens reflektirten Strahls BC zu erhalten, δ ebenso der Coefficient, welcher die Amplitude des eintretenden Strahles giebt und ρ und δ die Coefficienten für die Reflexion im Innern des Blättchens resp. für den Austritt aus dem Innern nach Aussen. Es erhalten dann die einzelnen Strahlen,

in welche der einfallende sich theilt, die in der Figur ihnen beigesetzten Amplituden. Nennen wir x die Weglänge des Strahls ABC und setzen zur Abkürzung $\vartheta = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, ist ferner λ' die Wellenlänge in der Masse, D die Dicke des Blättchens, i' der Brechungswinkel (womit die Zunahme der Weglänge für den einmal im Innern reflektirten Strahl, wie wir oben gesehen haben, gleich $2D \cos i'$ ist) und wird zur Abkürzung gesetzt $\epsilon = 2\pi \frac{2D \cos i'}{\lambda'}$, so sind die Gleichungen der reflektirten Strahlen der Reihe nach

$$\xi_1 = ar \cos \vartheta; \quad \xi_2 = a\delta\rho\delta \cos(\vartheta - \epsilon); \quad \xi_3 = a\delta\rho^3\delta \cos(\vartheta - 2\epsilon); \\ \xi_4 = a\delta\rho^5\delta \cos(\vartheta - 3\epsilon) \dots$$

¹⁾ POISSON, Ann. de chim. et de phys. 22, pag. 337. 1823. Oeuvres compl. de FRESNEL II, pag. 239.

²⁾ FRESNEL, Ann. de chim. et de phys. 23, pag. 129. 1823. Oeuvres compl. II, pag. 247.

³⁾ AIRY, Mathematical tracts. 2. ed. pag. 301. 1831 (4. ed. pag. 295. 1858.) POGG. Ann. 41, pag. 512. 1837.

Denn jeder folgende Strahl hat eine um denselben Betrag $2D \cos i'$ grössere Weglänge als der vorhergehende. Ebenso erhält man, wenn $AB + C' C' = y$

und $\vartheta' = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} - \frac{D}{\lambda' \cos i'} \right)$ gesetzt wird, für die Gleichungen der durchgehenden Strahlen der Reihe nach

$$\xi_1' = ad\delta \cos \vartheta'; \quad \xi_2' = ad\rho^2 \delta (\cos (\vartheta' - \varepsilon)); \quad \xi_3' = ad\rho^4 \delta \cos (\vartheta' - 2\varepsilon) \dots$$

Da diese Strahlen, wie wir schon oben bemerkt haben, jedesmal mit einander zur Interferenz kommen, so ergibt sich für den resultirenden reflektirten Strahl

$$\xi = ar \cos \vartheta + ad\rho \delta [\cos (\vartheta - \varepsilon) + \rho^2 \cos (\vartheta - 2\varepsilon) + \rho^4 \cos (\vartheta - 3\varepsilon) + \dots] \\ = A \cos \vartheta + B \sin \vartheta,$$

worin

$$A = ar + ad\rho \delta (\cos \varepsilon + \rho^2 \cos 2\varepsilon + \rho^4 \cos 3\varepsilon + \dots)$$

$$B = ad\rho \delta (\sin \varepsilon + \rho^2 \sin 2\varepsilon + \rho^4 \sin 3\varepsilon + \dots)$$

und für den resultirenden durchgehenden Strahl

$$\xi' = ad\delta [\cos \vartheta' + \rho^2 \cos (\vartheta' - \varepsilon) + \rho^4 \cos (\vartheta' - 2\varepsilon) + \dots] \\ = A' \cos \vartheta' + B' \sin \vartheta'$$

worin

$$A' = ad\delta (1 + \rho^2 \cos \varepsilon + \rho^4 \cos 2\varepsilon + \dots)$$

$$B' = ad\delta \rho^2 (\sin \varepsilon + \rho^2 \sin 2\varepsilon + \dots),$$

da aber

$$\sin \alpha + x \sin 2\alpha + x^2 \sin 3\alpha + \dots = \frac{\sin \alpha}{1 - 2x \cos \alpha + x^2}$$

und

$$\cos \alpha + x \cos 2\alpha + x^2 \cos 3\alpha + \dots = \frac{\cos \alpha - x}{1 - 2x \cos \alpha + x^2},$$

so ist

$$A = ar + ad\rho \delta \frac{\cos \varepsilon - \rho^2}{1 - 2\rho^2 \cos \varepsilon + \rho^4}; \quad B = ad\rho \delta \frac{\sin \varepsilon}{1 - 2\rho^2 \cos \varepsilon + \rho^4}$$

$$A' = ad\delta \frac{1 - \rho^2 \cos \varepsilon}{1 - 2\rho^2 \cos \varepsilon + \rho^4}; \quad B' = ad\delta \rho^2 \frac{\sin \varepsilon}{1 - 2\rho^2 \cos \varepsilon + \rho^4}.$$

Für die Intensität der reflektirten Strahlen haben wir nun nach unseren früheren Formeln (s. oben, pag. 517), $A^2 + B^2$, für die der durchgehenden $A'^2 + B'^2$. Die durch Einsetzung der abgeleiteten Werthe von A, B, A', B' sich ergebenden Ausdrücke sind zu vereinfachen durch die Beziehungen, die zwischen r, ρ, d und δ bestehen. Diese gehen aus der Theorie der Reflexion und Brechung hervor, lassen sich aber auch mittelst des vorhin besprochenen ARAGO'schen Experimentes aus unseren Interferenzerscheinungen ableiten, und diesen Weg wollen wir hier verfolgen.

Der Versuch ARAGO's zeigte, wie wir gesehen haben, dass ein dünnes Blättchen von vorn und hinten mit gleich intensivem Licht beleuchtet in ganz gleichmässiger Helligkeit erscheint, ohne helle und dunkle Streifen. Sehen wir nun die verschiedenen Stellen eines solchen Blättchens näherungsweise als planparallel an, so können wir die oben abgeleiteten Formeln darauf anwenden und erhalten für die Intensität des von einer solchen Stelle ausgehenden Lichtes den Ausdruck $A^2 + B^2 + A'^2 + B'^2$, wobei natürlich in ε für D die Dicke der betreffenden Stelle zu setzen ist. Da diese beständig wechselt, so ist nothwendige Bedingung für gleichmässige Helligkeit des Blättchens, dass der gefundene Ausdruck von ε frei wird. Wir erhalten nun

$$\frac{1}{a^2} (A^2 + B^2 + A'^2 + B'^2) = r^2 + d\delta \frac{d\delta(1 + \rho^2) - 2r\rho^3 + 2r\rho \cos \varepsilon}{1 + \rho^4 - 2\rho^2 \cos \varepsilon}$$

und darin kann $\cos \varepsilon$ nur dadurch wegfallen, dass



$$\frac{d\delta(1 + \rho^2) - 2r\rho^3}{1 + \rho^4} = -\frac{r}{\rho}$$

ist, woraus

$$d\delta\rho = -r(1 - \rho^2)$$

folgt. Eliminiren wir hierdurch $d\delta$ aus dem Intensitätsausdruck, so wird derselbe

$$A^2 + B^2 + A'^2 + B'^2 = a^2 \frac{r^2}{\rho^2}.$$

ARAGO hat aber weiter auch durch genaue Versuche gefunden¹⁾, dass, wenn ein Lichtstrahl auf eine planparallele Glasplatte fällt, an der Vorderfläche der gleiche Bruchtheil des auffallenden Lichtes reflektirt wird, wie an der Rückfläche. Es muss daher $r^2 = \rho^2$ sein, also

$$A^2 + B^2 + A'^2 + B'^2 = a^2$$

und im Verein mit der eben abgeleiteten Gleichung folgt

$$\rho = -r, \quad d\delta = 1 - r^2.$$

Damit ergibt sich für das reflektirte Licht

$$A^2 + B^2 = \frac{4a^2 r^2 \sin^2 \frac{\epsilon}{2}}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\epsilon}{2}}$$

und für das durchgehende

$$A'^2 + B'^2 = \frac{a^2(1 - r^2)^2}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\epsilon}{2}}$$

worin noch für $\frac{\epsilon}{2}$ sein Werth $2\pi \frac{D \cos i'}{\lambda'}$ einzusetzen ist. Im reflektirten Licht treten also die Minima für Gangunterschiede der interferirenden Strahlen von ganzen Wellenlängen ein und sind unter der gemachten Voraussetzung planparalleler Blättchen und paralleler Strahlen vollkommen schwarz im homogenen Licht.

Wenn die Mittel, welche die dünne Schicht begrenzen, verschieden sind, treten unter Umständen andere Erscheinungen auf. Wenn die optische Dichte des Blättchens zwischen denen der begrenzenden Mittel liegt, so ist an beiden Flächen der Einfallswinkel grösser als der Brechungswinkel, wenn der Lichtstrahl von der Seite des dünnsten Mediums herkommt, und kleiner im entgegengesetzten Fall. Es haben daher die FRESNEL'schen Ausdrücke für die Amplitude des reflektirten Lichts, sowohl für parallel als für senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Strahlen das gleiche Vorzeichen an Vorder- und Hinterfläche. Es tritt also der Verlust der halben Wellenlänge hier nicht ein, und unter solchen Umständen erzeugte NEWTON'sche Ringe müssen ein weisses Centrum besitzen, was schon THOMAS YOUNG, wie wir gesehen haben, gefunden hatte.

AIRY²⁾ hat zuerst darauf hingewiesen, dass den FRESNEL'schen Formeln zufolge ein ähnlicher Wechsel bei senkrecht zur Einfallsebene polarisirtem Licht eintreten muss, wenn man die Strahlen in allmählich geänderter Neigung auf eine dünne Schicht fallen lässt, die zwischen sehr verschiedenen dichten Mitteln liegt, wenn auch beide dichter oder dünner als das Blättchen selbst sind.

In der That, wenn man z. B. eine Glaslinse (Brechungsexponent etwa 1.53) auf einen Diamant (Brechungsexponent 2.45) legt, wird zunächst von dem Ein-

1) Oeuvres compl. de FRESNEL II, pag. 204 u. 249.

2) AIRY, Cambr. Trans. IV, pag. 219 u. 409. 1831. 32. Phil. Mag. (2) 10, pag. 141; (3) 2, pag. 120. POGG. Ann. 26, pag. 123; 28, pag. 75. — Uebrigens hat ARAGO schon 1811 an den zwischen einer Glaslinse und einem Metallspiegel gebildeten Ringen hierher gehörige Erscheinungen beobachtet. — Mém. d'Arc. 3, pag. 323. ARAGO's Werke. Deutsche Ausg. X, pag. 20.

fallswinkel Null an bis zum Polarisationswinkel im Glas an Luft ($33^{\circ} 10'$) der Ausdrück für die Amplitude der senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen $-\frac{\tan g(i-i')}{\tan g(i+i')}$ an der oberen Fläche der Luftschicht einen positiven, an der unteren einen negativen Werth erhalten, also der gewöhnliche Fall des Ringsystems mit schwarzem Mittelpunkt eintreten. Beim Polarisationswinkel des Glases ist an diesem nach dem BREWSTER'schen Gesetz $i + i' = 90^{\circ}$ und es wird da kein Licht reflektirt sondern nur an dem Diamant, daher verschwinden die Ringe. Wächst der Einfallswinkel weiter, so wird für die obere Fläche $\tan g(i+i')$ und damit die Amplitude selbst negativ, ebenso wie für die untere Fläche. Infolge dessen bekommen wir ein Ringsystem mit weissem Mittelpunkt, und dies bleibt bei zunehmendem Einfallswinkel so, bis der die untere Fläche treffende Strahl den Polarisationswinkel des Diamants ($67^{\circ} 48'$) erreicht hat, indem mit dem Ueberschreiten desselben die Amplitude des unten reflektirten Strahls aus denselben Gründen wie vorhin die des andern ihr Vorzeichen ändert und so wieder eine Phasendifferenz von einer halben Wellenlänge ausser der durch die Verschiedenheit des Wegs bewirkten zwischen den beiden Strahlen entsteht. Dann haben wir also wieder ein Ringsystem mit schwarzem Mittelpunkt.

AIRY hat diesen durch die Theorie vorausgesehenen Wechsel in der Erscheinung der Ringsysteme auch experimentell als thatsächlich stattfindend nachgewiesen, dabei jedoch in der Nähe des Polarisationswinkels des Diamants ein eigenthümliches Verhalten beobachtet, indem die Ringe nicht wie bei dem Polarisationswinkel des Glases verschwanden, sondern aus dem System mit weissem Mittelpunkt in das mit schwarzem dadurch übergangen, dass die Ringe sich zusammenzogen, bis der weisse Mittelfleck verschwunden war und der erste schwarze Ring einen schwarzen Fleck bildete. Er deutete dies Verhalten auch sofort als durch eine allmähliche Aenderung der Phase bewirkt. Die genauere Betrachtung hiervon, die auf eine Modifikation der FRESNEL'schen Reflexionsformeln führt, gehört in die Theorie der Reflexion.

Die Theorie der Interferenzerscheinungen dünner Blättchen, wie wir sie bisher kennen gelernt haben, ist noch in mehrfacher Beziehung unvollkommen. Hauptsächlich liegt das daran, dass die Blättchen als planparallel und die interferirenden Strahlen als parallel angenommen wurden. Wäre dies richtig oder überhaupt nur eine genügende Annäherung an die Wirklichkeit, so würde man bei der Beobachtung der Streifen auf unendliche Entfernung accommodiren müssen, aber selbst die oberflächlichste Betrachtung zeigt, dass dies im Allgemeinen durchaus nicht zutrifft. Aus der Beobachtung der gewöhnlichen Fälle hatte man die Vorstellung gewonnen, dass die Streifen in dem Blättchen selbst lägen und wie Niveaulinien den Stellen gleicher Dicke desselben folgten. Diese Vorstellung, die in ihrem ersten Theil der Theorie geradezu widersprach, stand lange Zeit unvermittelt neben dieser und hat es jedenfalls bewirkt, dass man die Zusammengehörigkeit mancher Erscheinungen (z. B. der Haidinger'schen Streifen) mit den unsern nicht erkannte. Eine etwas genauere Untersuchung musste aber bald zeigen, dass sowohl die Folgerungen der Theorie als auch die aus der Beobachtung entstandenen Vorstellungen nur in ganz speciellen Fällen richtig seien; besonders in die Augen fallend war dabei, dass man häufig, um die Streifen deutlich zu sehen, auf beträchtlich entfernt von dem Blättchen bald diesseits bald jenseits gelegene Stellen accommodiren muss. Derartige Beobachtungen gaben denn auch den Anstoss zu einer genaueren Behandlung der Theorie. Die Grundlage musste dabei der oben erörterte Grundsatz der Interferenzlehre bilden, dass

nur diejenigen Strahlen miteinander interferiren können, welche von einem und demselben leuchtenden Punkt ausgegangen sind. Damit ist aber, wie betont werden muss, das Problem ein vollkommen bestimmtes und es ist kein Raum zu irgend einer weiteren Nebenannahme. Aus der Gestalt und der Lage des dünnen Blättchens gegen die Lichtquelle und den die Interferenzerscheinung auffangenden Apparat (im einfachsten Fall das Auge oder eine Linse mit Schirm) ergibt sich geometrisch die Wegdifferenz der von einem Punkt der Lichtquelle stammenden und in einem Punkt der die Interferenzerscheinung enthaltenden Fläche vereinigten Strahlen und daraus die Intensität, welche sie hier erzeugen. Die Summation der von sämtlichen Punkten der Lichtquelle dahin gesandten Intensitäten liefert die Gesamtintensität an diesem Punkt des Interferenzbildes. Aus den so erhaltenen Formeln sind die Gesetze der Erscheinung abzuleiten. Diesen Weg betrat ich zuerst in einer im Jahre 1880 erschienenen Abhandlung¹⁾. Es wurde darin der einfachste und zugleich wichtigste Fall eines keilförmigen, d. h. eines von zwei nur wenig gegeneinander geneigten Ebenen begrenzten Blättchens behandelt, auf welchen manche complicirtere Fälle zurückgeführt werden können. Nach den gewöhnlichen Vorstellungen würde man ein System von geradlinigen, in dem Blättchen gelegenen Interferenzstreifen zu erwarten gehabt haben von einer der Durchschnittslinie der Oberflächen, der Keilkante, parallelen Richtung und zwischen zwei aufeinander folgenden Streifen eine Dickenzunahme des Blättchens um den Quotienten aus einer halben Wellenlänge durch den Cosinus des Brechungswinkels der interferirenden Strahlen einschliessend. Die genauere Analyse zeigt in Uebereinstimmung mit der Beobachtung, dass keine einzige dieser Vorstellungen begründet ist. Nur bei senkrechter Betrachtung des Blättchens treffen sie näherungsweise zu, bei schiefer dagegen erscheinen die Streifen je nach den Umständen bald vor, bald hinter dem Blättchen in häufig beträchtlicher Entfernung, sie machen alle möglichen Winkel mit der Keilkante und auch ihre Breite ist meist eine ganz andere als erwartet. Die vollständige Rechnung hier mitzuthemen ist nicht möglich, wir müssen uns damit begnügen, den Gang derselben und ihre Resultate anzugeben, aus welchen wir die für unsere Interferenzerscheinung wichtigsten Folgerungen ableiten wollen. Der Gang ist vorhin schon angedeutet; danach handelt es sich zunächst um die Feststellung der gegenseitigen Lage zweier zusammengehöriger Lichtstrahlen, d. h. zweier von demselben Punkt der Lichtquelle ausgehender und in demselben Punkt der die Interferenzerscheinung enthaltenden Fläche wieder zusammentreffender Strahlen; sodann ist der Wegunterschied dieser beiden Strahlen zu bestimmen, die hierfür erhaltene Formel ist die hauptsächlichliche Grundlage für die weitere Erklärung.

Die Interferenzstreifen entstehen entweder auf einem Schirm, auf welchen sie durch eine Linse geworfen werden²⁾, oder auf der Netzhaut des Auges direkt

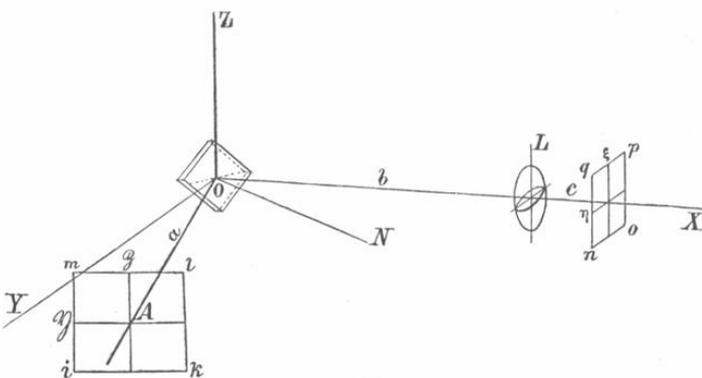
1) FEUSSNER, Sitzungsber. der Ges. z. Beförd. d. ges. Naturw. zu Mörburg. 1880, pag. 1. — Einen Versuch, die Theorie durch Aufgabe der Voraussetzung paralleler interferirender Strahlen weiterzuführen, machte unter Zugrundelegung der unrichtigen Annahme von der Lage der Interferenzerscheinung in der Vorderfläche des Blättchens WANGERIN, POGG. Ann. 131, pag. 497. 1867.

2) Man kann freilich unter geeigneten Umständen auch hier wie bei dem Versuch mit den FRESNEL'schen Spiegeln und verwandten bei direktem Auffangen der Strahlen auf einem Schirm ohne Linse Streifen erzeugen, doch ist es mir auf diese Weise nicht gelungen, die Erscheinung einigermaßen scharf zu erhalten, und das ist nach den weiter folgenden Erläuterungen auch ganz natürlich. Will man die Lichtquelle auf einen leuchtenden Punkt oder einen Spalt von geeigneter Richtung beschränken, so wird man zum Ziele kommen, aber die Streifen werden dadurch auch in anderer Weise wesentlich beeinflusst.

oder nach Zwischenschaltung eines optischen Apparates wie Linse, Fernrohr oder Mikroskop. In dem ersten Fall verhält sich die Erscheinung auf dem Schirm bezüglich ihrer weiteren Abbildung in unserem Auge oder durch ein Fernrohr u. s. w. natürlich ganz wie ein körperliches Objekt und man hat sich seit FRESNEL gewöhnt, dies auf Interferenzerscheinungen überhaupt zu übertragen. FRESNEL berichtet¹⁾, dass er sehr erstaunt gewesen sei, als er die Beugungsstreifen auf einem Schirm aus mattem Glas auffing und von hinten mit einer Loupe betrachtete, zu bemerken, dass sie über den Rand des Glases hinaus in genau der gleichen Weise wie auf diesem selbst erschienen, und erst nachdem er sich durch vielfach abgeänderte Versuche überzeugt hatte, dass dies in seinem Fall immer stattfindet, liess er bei den Beobachtungen das matte Glas weg. Es ist in der Folge kein abweichender Fall bekannt geworden und deshalb wandte man das FRESNEL'sche Verfahren unbedenklich allgemein an. Ich habe indessen schon früher²⁾ darauf hingewiesen, dass das nicht richtig ist, und dass gerade unsere Interferenzerscheinungen das beweisen. Ein einfacher Versuch in dieser Beziehung ist z. B. der folgende. Man stelle eine Glasplatte oder eine Verbindung von Gläsern, welche Streifen von nicht ganz niedriger Ordnung zeigt, so auf, dass dieselben auf den Beobachter zulaufen, also etwa der Einfallsebene des Lichts parallel liegen. Schaltet man dann bei nicht zu kleinem Einfallswinkel zwischen Platte und Auge eine Linse ein, so wird man sehr beträchtliche, von der Brennweite und dem Ort der Linse abhängige Drehungen der Streifen beobachten, die weit über 90° hinaus gehen können³⁾, auch wenn beide Male auf ganz dieselben Punkte accommodirt wird. — Es ist also erforderlich bei der Theorie unserer Erscheinungen, den optischen Apparat, durch welchen sie entworfen werden, zu berücksichtigen. Wir wollen für unsere Betrachtungen den möglichst einfachen Fall annehmen, dass derselbe nur aus einer Linse besteht; darauf lässt sich auch meist die Beobachtung mit freiem Auge zurückführen.

Wir müssen nun die Lage des dünnen Blättchens der Lichtquelle und der

Linse (resp. des Auges) gegen einander geometrisch ausdrücken. Wir beziehen dieselben zu dem Ende auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit den Axen OX , OY , OZ (s. Fig. 464), dessen Anfangspunkt O in die Vorderfläche des Blättchens und



(Ph. 464.)

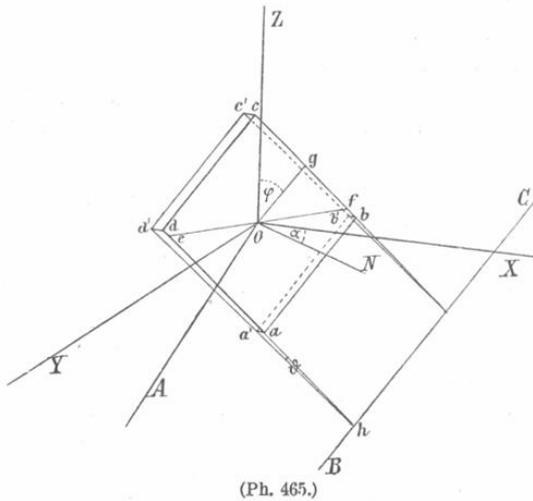
dessen X -Axe in die Axe der Linse, die wir auf das Blättchen gerichtet voraus-

¹⁾ FRESNEL, Ann. de chim. et de phys. I, pag. 241. 1816. Oeuvres compl. I, pag. 90.

²⁾ FEUSSNER, WIEDEM. Ann. 14, pag. 566. 1881.

³⁾ Es mag nur im Vorbeigehen bemerkt werden, dass eine derartige Linsenwirkung vielleicht zur Erklärung für die bekannte Abweichung der Beobachtungen NEWTON's über die Verbreiterung der Ringe von denen Anderer mit herangezogen werden kann. NEWTON hatte eine planconvexe Linse mit der ebenen Fläche auf eine zweite Linse gelegt, dagegen benutzten DE LA PROVESTAYE und DESAINS ein Planglas über einer Linse.

setzen, gelegt ist. Die XY -Ebene ist so gelegt, dass sie die Normale ON der Vorderfläche des Blättchens enthält, sie ist daher auch die Einfallsebene des in der Axe der Linse verlaufenden Strahls (des »Axenstrahls«, wie wir ihn kurz nennen wollen), und die Z -Axe liegt in der Vorderfläche des Blättchens. Ueber die Lichtquelle werde zunächst vorausgesetzt, dass sie so gross sei, dass sämtliche durch die Linse zu den betreffenden Punkten des Schirms gelangenden Strahlenkegel vollständig ausgefüllt seien. Auf ihre Gestalt kommt es dann nicht wesentlich an, wir wollen sie der Einfachheit wegen als eben annehmen und auf



AO , dem Axenstrahl vor seiner Reflexion an dem Blättchen, senkrecht stehend denken; $iklm$ stellt ein Stück derselben dar, ihre Entfernung vom Koordinatenursprung sei gleich a . Die Linse ist in der Figur durch L bezeichnet, ihre Entfernung vom Koordinatenursprung sei b , ihre Brennweite f ; der Schirm $n o p q$, auf welchem die Interferenzerscheinung sich bildet, sei von ihr um c entfernt. Das dünne Blättchen ist in Fig. 465 noch einmal besonders gezeichnet, seine beiden ebenen Grenzflächen $a b c d$ und $a' b' c' d'$

schneiden sich verlängert in der geraden Linie BC , der Keilkante. Dieser parallel ist durch den Koordinatenanfang die Linie Og gezogen, welche mit der, wie schon bemerkt, in der vorderen Fläche des Blättchens liegenden Z -Axe den Winkel φ bildet. Die in der XY -Ebene gelegene Normale ON auf die Vorderfläche bildet mit der X -Axe und der Geraden OA den Winkel α . Die Kanten des Blättchens sind parallel und senkrecht zur Keilkante gezeichnet, sodass da und $d'a'$ den Neigungswinkel ϑ der Flächen einschliessen. Eine vom Koordinatenursprung O auf die zweite Fläche $a' b' c' d'$ gefällte Senkrechte habe die Länge D . Durch diese vier Stücke α , φ , ϑ und D ist die Lage und Gestalt unseres keilförmigen Blättchens, soweit sie hier in Betracht kommt, vollständig bestimmt, der Brechungsindex der Substanz, aus der es besteht, sei n . Nach diesen Festsetzungen ist der Verlauf eines Strahls von der Lichtquelle bis zum Schirm durch die Koordinaten irgend zweier Punkte und die Angabe wieviel mal er das Blättchen von der Vorder- zur Rückfläche und wieder zurück zur Vorderfläche durchsetzt habe, bestimmt. Für die vollständige Erklärung unserer Erscheinungen ist die Berücksichtigung der mehrfachen Reflexionen im Innern des Blättchens erforderlich, hier jedoch, wo es sich mehr um eine Darlegung der Hauptsachen und der wesentlichen Gesichtspunkte handelt, können wir uns im Interesse der Uebersichtlichkeit mit der Betrachtung der an der Vorderfläche und der unter einmaliger Durchlaufung des Blättchens an der Hinterfläche reflektirten Strahlen begnügen¹⁾. Als vorzüglich geeignete Punkte für die Bestimmung des Strahls bieten

¹⁾ Auf eine in den Sitzungsber. der Ges. zur Beförd. d. ges. Naturwiss. zu Marburg 1888, pag. 76, von mir gegebene Darstellung, welche den Verlauf der mehrfach reflektirten Strahlen geometrisch anschaulicher macht, will ich hier nur verweisen.

sich zunächst sein Ausgangspunkt auf der Lichtquelle und sein Endpunkt auf dem Schirm, aber auch die Punkte der Linse eignen sich gut hierfür, oder genauer gesprochen die Punkte einer kreisförmigen Diaphragmaöffnung, welche wir uns mit der zweiten (nach dem Schirm hin gelegenen) Linsenfläche verbunden denken wollen, denn die sämtlichen nach allen den einzelnen Punkten des Schirms gelangenden Strahlenkegel fallen in dieser gemeinschaftlichen Grundfläche zusammen, während sie im übrigen Verlauf nach beiden Seiten auseinandertreten. Wir wollen die Coordinaten der Punkte dieser drei auf der XY -Ebene senkrechten Ebenen, Schirm, Diaphragma und Lichtquelle, besonders bezeichnen, indem wir in ihnen Coordinatensysteme einführen, deren eine Axe jedesmal die Durchschnittslinie mit der XY -Ebene ist und deren andere darauf senkrecht steht. Die Coordinaten der Schirmpunkte seien so η und ζ , die der Diaphragmapunkte η_2 und ζ_2 , die der Punkte der Lichtquelle η und ζ . Zwischen den Coordinaten der Punkte eines und desselben Strahles bestehen nun¹⁾, wenn er an der Vorderfläche des Blättchens reflektirt ist, die Gleichungen

$$\eta + F\eta_2 + G\eta = 0; \quad \zeta + F\zeta_2 + G\zeta = 0 \quad (1)$$

und wenn er an der Hinterfläche reflektirt ist, in welchem Falle wir die Coordinaten mit Strichen versehen wollen,

$$\eta' + F\eta_2' + G\eta' = H; \quad \zeta' + F\zeta_2' + G\zeta' = J, \quad (1a)$$

darin ist gesetzt

$$F = \frac{a+b}{e} - 1 \quad G = \frac{a+b}{c} \quad (2)$$

$$H = \frac{\sin 2\alpha}{w} D + \frac{2wa \cos \varphi}{\cos \alpha} \vartheta; \quad J = 2wa \sin \varphi \cdot \vartheta; \quad w = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha},$$

wobei e die Entfernung des durch die Linse vom Schirm entworfenen Bildes von dieser, oder mit andern Worten die Entfernung des Punktes, auf welchen der optische Apparat (Linse mit Schirm) »eingestellt« ist, von der Linse bedeutet.

Mittelst dieser Gleichungen können wir nun das Zusammenwirken der Strahlen näher verfolgen. Das in einem beliebig gewählten Punkt $\eta\zeta$ des Schirms sich vereinigende Strahlenbündel wird begrenzt von den Strahlen, welche den Rand des Diaphragmas berührt haben, für welche also die Gleichung

$$\eta_2^2 + \zeta_2^2 = r^2 \quad (3)$$

gilt, wenn durch r der Radius des Diaphragmas bezeichnet wird. Der hierdurch bestimmte Kegel setzt sich an dem Blättchen aus Strahlen zusammen, welche an der Vorderfläche reflektirt sind, und aus solchen, welche nach einer Reflexion an der Hinterfläche austreten. Die ersteren rückwärts bis zur Lichtquelle verfolgt, beschreiben auf derselben einen Kreis, dessen Gleichung durch Einsetzen der Werthe von η_2 und ζ_2 aus (1) in (3) wird

$$(\eta + G\eta)^2 + (\zeta + G\zeta)^2 = r^2 F^2; \quad (4a)$$

die letzteren beschreiben in gleicher Weise einen Kreis von der Gleichung

$$(\eta' + G\eta - H)^2 + (\zeta' + G\zeta - J)^2 = r^2 F^2. \quad (4b)$$

Die Radien beider Kreise sind gleich gross, die Mittelpunktscoordinaten des ersten $-G\eta$ und $-G\zeta$, der zweiten $H - G\eta$ und $J - G\zeta$. Die Verbindungslinie der Mittelpunkte hat also die Länge $\sqrt{H^2 + J^2}$ und macht mit der Axe der

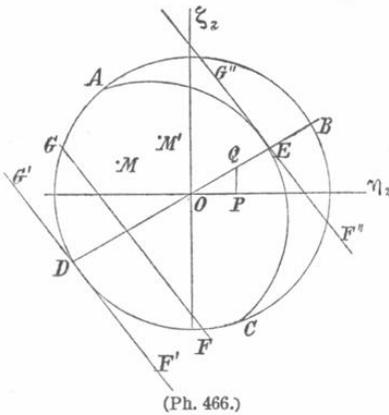
ζ einen Winkel, dessen Tangente $\frac{H}{J}$ ist. Die Kreise fallen im Allgemeinen zum Theil übereinander und da der erste alle diejenigen Punkte umschliesst, welche an der Vorderfläche des Blättchens reflektirte Strahlen nach $\eta\zeta$ senden, der zweite

¹⁾ S. Marburger Sitzber. 1880, pag. 14. WIED. Ann. 14, pag. 551.

alle die, welche an der Hinterfläche zurückgeworfene dahin senden, so enthält die den beiden Kreisen gemeinschaftliche Fläche alle Punkte, von denen zusammengehörige Strahlen zu dem betrachteten Punkt gelangen, die also zur Bildung der Interferenzerscheinung beitragen; die nicht zusammenfallenden Theile der Kreise liefern keine interferirenden Strahlen, sondern bewirken nur eine ihrer Grösse proportionale Helligkeit in $\eta\zeta$. Dasselbe ergibt sich vielleicht noch klarer bei der Betrachtung der Durchtrittspunkte zusammengehöriger Strahlen durch das Diaphragma. Aus (1) und (1a) folgt, da für zusammengehörige Strahlen $\eta' = \eta$, $\eta' = \eta$, $\delta' = \delta$, $\zeta' = \zeta$ ist:

$$\eta_2' - \eta_2 = \frac{H}{F} \quad \zeta_2' - \zeta_2 = \frac{J}{F}. \quad (5)$$

Die Verbindungslinie der Durchtrittspunkte hat also die Länge $\frac{1}{F}\sqrt{H^2 + J^2}$ und macht mit der Axe der ζ_2 einen Winkel, dessen Tangente $\frac{H}{J}$ ist. In Fig. 466



(Ph. 466.)

bedeutet der Kreis $ABCD$ die Öffnung des Diaphragmas, wenn nun $OP = \frac{H}{F}$ und $PQ = \frac{J}{F}$ ist, so erhält man zu dem Durchtrittspunkt M eines beliebigen an der ersten Fläche reflektirten Strahls den Durchtrittspunkt M' des mit ihm zusammengehörigen, an der zweiten Fläche reflektirten Strahls, indem man MM' gleich und parallel OQ macht. Daraus geht hervor, dass zu den in der Fläche $ABCE$ durchtretenden Strahlen des ersten Bündels in dem zweiten keine mit ihnen zusammengehörigen vorhanden sind. Je grösser OQ

wird, um so kleiner wird die Anzahl der interferirenden Strahlen, und wenn es den Durchmesser des Diaphragmas erreicht hat, ist die Fläche $AECD$ verschwunden und es giebt überhaupt keine interferirenden Strahlen mehr. Nun zeigt zwar eine aufmerksame Betrachtung der Gleichungen (2), in Verbindung mit den gleich abzuleitenden Sätzen über den Ort, wo die Streifen gesehen werden, dass dieser Fall unter gewöhnlichen Umständen, auch bei Beobachtung mit freiem Auge, nicht leicht eintreten wird, wohl aber sind die geschilderten Verhältnisse mitbetheiligt an der grösseren Unklarheit und Verschwommenheit der Streifen bei dickeren Blättchen und schiefer Betrachtung, und wenn man etwa durch eine Öffnung von erheblich kleinerem Durchmesser als die Pupille des Auges beobachtet, können sie sehr wohl allein das völlige Verschwinden der Interferenzerscheinung bewirken. — Andererseits ergibt sich aber aus unseren Gleichungen, dass es auch vorkommen kann, dass alle einfallenden Strahlen zur Interferenz gelangen; es wird das eintreten, wenn die beiden an Vorder- und Hinterfläche reflektirten Strahlenbündel vollständig zusammenfallen. Die Bedingung hierfür ist $H = 0$ und $J = 0$; dies ist erfüllt, wenn $\varphi = \pi$, d. h. die Neigungsebene des Blättchens mit der Einfallsebene zusammenfällt und die Keilkante auf der Seite der Lichtquelle liegt, und zugleich ist

$$a = \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha}{w^2} \frac{D}{\vartheta}.$$

Den auf Luft bezogenen Gangunterschied zweier zusammengehöriger Strahlen wollen wir durch Δ bezeichnen. Für denselben ergeben sich, je nachdem wir

die Punkte zur Bestimmung der Strahlen wählen, verschiedene Formen, von denen wir zwei, die wir benutzen werden, angeben wollen¹⁾. Es ist

$$\Delta = 2wD + \left(H_2\eta_2 + J_2\zeta_2 + \frac{H_1}{c}\eta + \frac{J_1}{c}\zeta + K \right) \quad (6)$$

und

$$\Delta = 2wD - \frac{1}{F} \left(H_2\eta + J_2\zeta + \frac{H}{c}\eta + \frac{J}{c}\zeta - KF \right). \quad (6a)$$

Darin ist zur Abkürzung gesetzt

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{\sin 2\alpha}{w} D - \frac{2wb \cos \varphi}{\cos \alpha} \vartheta, & J_1 &= -2wb \sin \varphi \cdot \vartheta \\ H_2 &= \frac{\sin 2\alpha}{w} \frac{D}{e} - \frac{2w \cos \varphi}{\cos \alpha} \left(\frac{b}{e} - 1 \right) \vartheta, & J_2 &= -2w \left(\frac{b}{e} - 1 \right) \sin \varphi \vartheta \\ K &= \frac{1}{2F} (H_2H + J_2J). \end{aligned} \quad (7)$$

Das erste Glied auf der rechten Seite in den Gleichungen (6) und (6a) ist der, wie wir gesehen haben, schon von THOM. YOUNG und FRESNEL angegebene Ausdruck für die Wegdifferenz der Strahlen, welcher allein früher zur Erklärung der Erscheinungen benutzt wurde. Es lag dabei stillschweigend die Vorstellung zu Grunde, als ob dasselbe Bild, wie wir es sehen, oder wie es auf dem Schirm erscheint, auch erhalten werde, wenn man den optischen Apparat mit unveränderter Axenrichtung über das Blättchen hinbewegt und die jedes Mal dem Mittelpunkt des Gesichtsfeldes entsprechenden Intensitäten in gleicher Reihenfolge nebeneinander ordnet. Erst die obigen Gleichungen geben jedoch die Möglichkeit, die Interferenzstreifen, wie sie wirklich erscheinen, ihrer Lage und ihrem Verlauf nach herzuleiten.

Sie enthalten nach dem ersten Glied in der Klammer Glieder von nächst höherer Ordnung; wenn wir also die Dicke des Blättchens als eine kleine Grösse erster Ordnung bezeichnen, werden wir die in der Klammer enthaltenen Ausdrücke klein von zweiter Ordnung nennen. Freilich sind auch sie bei etwas dickeren Blättchen gegen eine Wellenlänge häufig noch gross, so dass wir, um die Intensität an einem bestimmten Punkt angeben zu können, noch die Glieder von der dritten Ordnung würden berücksichtigen müssen. Anders ist es mit den Aenderungen der Intensität. Da die Glieder der dritten Ordnung sehr klein gegen die der zweiten sind, so wird, wenn diese z. B. um eine Wellenlänge zu- oder abgenommen haben, die Aenderung jener nur höchst unbedeutend sein, wir werden daher die Aenderungen des Gangunterschieds von einem Punkt bis zu einem anderen auf unserem Schirme und damit die Aenderung der Intensität zwischen denselben im Allgemeinen aus den angegebenen Gliedern der zweiten Ordnung ableiten können. Nur wenn die Coefficienten der betreffenden Glieder verschwinden, werden wir über den Verlauf der Interferenzstreifen nichts aus ihnen schliessen können und dann solche höherer Ordnung heranziehen müssen.

Fassen wir nun einen bestimmten Punkt P des Schirmes mit den Coordinaten η, ζ ins Auge, so können in dem Ausdruck (6) für den Gangunterschied aller der Paare von zusammengehörigen Strahlen, welche nach P gelangen, nur die beiden Glieder

$$H_2\eta_2 + J_2\zeta_2 \quad (8)$$

¹⁾ S. Marburger Sitz.-Ber. 1880, pag. 18; WIEDEM. Ann. 14, pag. 555. 1881; Marb. Sitz.-Ber. 1882, pag. 4.

noch verschiedene Werthe erhalten. Setzen wir ihre Summe gleich einer Constanten, so wird dadurch eine Gerade in der Ebene des Diaphragmas bestimmt, etwa FG in Fig. 466, und die Strahlenpaare, deren erste Strahlen durch FG gehen, haben in P gleichen Gangunterschied. Die Veränderung dieses Gangunterschieds und damit der Intensität bei anderen Paaren hängt ab von der Veränderung des Ausdrucks (8). Bezeichnen wir durch m den Abstand der beiden Grenzlagen der Linie FG ($F'G'$ und $F''G''$ in der Fig. 466) von einander, so ist nach bekannten Sätzen der analytischen Geometrie die Differenz M der Grenzwerte von (8):

$$M = m \sqrt{H_2^2 + J_2^2}. \quad (9)$$

Je grösser dieser Ausdruck ist, um so wechselnder sind die Intensitäten, die von den nach P gelangenden Strahlenpaaren daselbst erzeugt werden. Da dasselbe auch bei allen benachbarten Punkten des Schirms stattfindet, so kann offenbar bei einer einigermaassen beträchtlichen Grösse von M keine Interferenzerscheinung wahrnehmbar sein, und dieselbe muss am deutlichsten werden, wenn dieser Ausdruck einen möglichst kleinen Werth hat. Seine Grösse ist bei gegebener gegenseitiger Lage von Lichtquelle, Blättchen und Linse abhängig von e , das heisst von dem Ort des Punktes, auf welchen der optische Apparat eingestellt (das Auge accommodirt) ist, und wir müssen den Werth e_0 von e bestimmen, für welchen der Minimalwerth von M und damit die grösste Schärfe der Interferenzerscheinung eintritt. Nun ist zwar m nicht ganz unabhängig von e , aber man findet leicht, dass es fast immer so wenig veränderlich ist, dass wir es hier als constant betrachten können. Dann ergibt sich

$$e_0 = - \frac{1}{2w\vartheta} \frac{H_1^2 + J_1^2}{\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} H_1 + \sin \varphi J_1}$$

und damit für die Entfernung E des eingestellten Punktes vom Blättchen

$$E = b - e_0 = \frac{\sin \alpha}{w^2} \cdot \frac{bw^2 \cos \varphi - \sin \alpha \cos^2 \alpha \frac{D}{\vartheta}}{bw^2(1 + \tan^2 \alpha \cos^2 \varphi) - \sin \alpha \cos \varphi \frac{D}{\vartheta}} \frac{D}{\vartheta} \quad (10)$$

Man sieht hieraus, dass man im Allgemeinen durchaus nicht auf das Blättchen zu accommodiren hat, um die Interferenzerscheinung deutlich zu erhalten. Nur bei senkrechter Betrachtung ist das immer der Fall, da dann mit $\sin \alpha$ zugleich E Null wird; bei schieferem Daraufsehen dagegen wird E häufig sehr gross, was man schon mit geeignet gewählten Deckgläschen im Natriumlicht leicht nachweisen kann. Die Streifen ändern ihren Ort, wenn die Linse in der Richtung ihrer Axe verschoben wird¹⁾. Unsere Gleichung bringt das zum Ausdruck, indem danach die Grösse von E abhängig von b ist. Wenn jedoch die Ebene des Neigungswinkels der beiden Flächen des Blättchens mit der Einfallsebene zusammenfällt, also $\varphi = 0$ oder $= \pi$ ist, so verschwindet b in dem obigen Ausdruck, der dann in

$$\pm \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha \frac{D}{\vartheta}}{w^2} \quad (11)$$

übergeht; in der hierdurch bestimmten Entfernung vom Blättchen erscheinen jetzt unverändert die Streifen, man mag sie aus der Nähe oder aus der Ferne

¹⁾ Da mir neuerdings wiederholt (MACÉ DE LÉPINAY, Compt. rend. 1889, 22. Jul., Journ. de phys. (2) 9, pag. 122 u. 128. 1890) darüber die entgegengesetzte Ansicht zugeschrieben worden ist, bemerke ich, dass ich dies von vorn herein und später noch mehrfach ausdrücklich hervorhoben habe (z. B. WILD. Ann. 14, pag. 562, Anm.).

betrachten, und zwar liegen sie vor dem Blättchen, wenn $\varphi = 0$ ist, d. h. die Keilkante sich auf der Seite des Beobachters befindet, hinter demselben, wenn $\varphi = \pi$ ist, die Keilkante nach der Lichtquelle hin liegt.

Der Ausdruck (11) zeigt, dass der Verlauf der Streifenörter in der Einfallsebene bei wachsendem Einfallswinkel ein wesentlich verschiedener ist, je nachdem die dünne Schicht aus einer Luftschicht zwischen zwei Gläsern (von denen das obere, wenn planparallel und von geringer Dicke gegen E , keinen merklichen Einfluss auf den Ort der Streifen hat) oder aus einem Blättchen von optisch dichterem Stoff besteht. Im ersteren Fall, wo $n = 1$ also $w = \cos \alpha$ ist, wird E einfach gleich $\pm \sin \alpha \cdot \frac{D}{\vartheta}$, die Entfernung der Streifen wächst beständig mit wachsendem Einfallswinkel, für streifenden Einfall liegt die Keilkante selbst in ihrer Ebene, und man erkennt leicht, dass die von ihnen beschriebene Curve ein Kreis ist, dessen im Durchschnitt der Einfallsebene mit der Vorderfläche des dünnen Blättchens gelegener Durchmesser von dem Durchschnittspunkt der Linsenaxe und dem der Keilkante begrenzt wird. Wenn dagegen das Blättchen aus einem dichteren Stoff gebildet ist, so durchlaufen die Streifen eine lemniskenartige Curve. Die Entfernung E erreicht ein Maximum, das für Glasplättchen ungefähr bei einem Einfallswinkel von 40° eintritt und dessen Grösse etwa $0.2 \frac{D}{\vartheta}$ beträgt.

Setzen wir den oben bestimmten Werth e_0 von e in den Ausdruck für M ein, so erhält dieses seinen Minimalwerth M_0 . Man findet dafür

$$M_0 = 2m \frac{\sin 2\alpha \sin \varphi}{\sqrt{H_1^2 + J_1^2}} D \vartheta.$$

Für schief auf das Blättchen fallendes Licht wird M_0 nur gleich Null, wenn $\varphi = 0$ oder $= \pi$ ist; es ist deshalb nur dadurch möglich, volle Gleichheit der von den verschiedenen Paaren zusammengehöriger Strahlen in P erzeugten Intensitäten herzustellen. Daher wird im Allgemeinen die Interferenzerscheinung in diesen Fällen besonders scharf sein.

Wir haben oben (pag. 566) gefunden, dass, wenn die Neigungsebene des Blättchens mit der Einfallsebene zusammenfällt und die Keilkante auf der Seite der Lichtquelle liegt, das an der Vorderfläche und das an der Rückfläche reflektirte Strahlenbündel vollständig ineinanderfallen, sodass mit jedem Strahl des einen ein Strahl des andern zur Interferenz kommt, wenn zugleich die Lichtquelle in der Entfernung $\frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha D}{w^2 \vartheta}$ vom Blättchen aufgestellt wird. Das ist aber nach (11) auch genau die Entfernung, in welcher in diesem Fall die Streifen jenseits des Blättchens erscheinen. Man sieht dann also zu gleicher Zeit scharf das an dem Blättchen reflektirte Bild der Lichtquelle und dasselbe der Keilkante parallel durchziehend die Interferenzstreifen. Da nach der eben gemachten Bemerkung in diesem Fall auch M_0 gleich Null wird, so sind die Umstände, soweit sie von der Anordnung der Apparate abhängen, für die Schärfe der Erscheinung dann die allergünstigsten.

Wie wir so aus der Gleichung (6) für die Wegdifferenz zusammengehöriger Strahlen den Ort der grössten Deutlichkeit der Interferenzerscheinung abgeleitet haben, können wir auch aus derselben die Richtung der Streifen finden. Da nämlich der Theil der Diaphragmaöffnung, durch welchen die an der Interferenz theilnehmenden Strahlen des an der Vorderfläche reflektirten Bündels durchtreten, für alle Punkte des Schirms ein und derselbe ist ($AEC D$ in Fig. 466), so kann

mit einem jeden nach einem Punkte P des Schirms gelangenden Paar zusammengehöriger Strahlen ein nach einem anderen Punkte P_1 gelangendes verglichen werden, das durch dieselben Punkte in der Ebene des Diaphragmas hindurchgegangen ist. Für diese beiden Strahlenpaare haben die beiden ersten Glieder in der viereckigen Klammer denselben Werth, und liegen die Punkte P und P_1 auf dem Schirm so, dass die Summe des dritten und vierten Gliedes für sie auch gleich ist, so ist jedesmal die Wegdifferenz eines Strahlenpaares der des mit ihm verglichenen gleich. Dann sind auch die in den Punkten P und P_1 von den einzelnen Strahlenpaaren erzeugten Intensitäten dieselben, also auch die daselbst bestehenden Gesammtintensitäten gleich. Daraus geht hervor, dass die Punkte des Schirms, welche auf demselben Interferenzstreifen liegen, die Gleichung

$$\frac{H_1}{c} \eta + \frac{J_1}{c} \zeta = \text{const} \quad (12)$$

befriedigen müssen. Die Interferenzerscheinung besteht demnach aus geradlinigen Streifen, die mit der Axe der η (oder der Einfallsebene) einen Winkel ψ einschliessen, dessen Tangente ist

$$\text{tang } \psi = - \frac{H_1}{J_1} = \frac{\sin 2\alpha}{2w^2 b \sin \varphi} \frac{D}{\vartheta} - \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha \sin \varphi}. \quad (13)$$

Das zweite Glied rechts $-\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha \sin \varphi}$ ist hier die Tangente des Winkels, welchen das Bild der Keilkante mit der Einfallsebene macht. Nach der früheren Ansicht müsste dies auch die Richtung der Streifen sein, da man glaubte, dass sie immer den Stellen gleicher Dicke der sie erzeugenden Blättchen folgten. Unsere Gleichung zeigt, dass ihr Verlauf im Allgemeinen ein ganz anderer ist, und was zunächst am meisten auffällt, dass sie eine Drehung erleiden, wenn man sich dem Blättchen nähert oder von ihm entfernt, denn ψ ist danach von b , der Entfernung der Linse vom Blättchen, abhängig. Für im Verhältniss zu $\frac{D}{\vartheta}$, der Entfernung der Keilkante vom Koordinatenursprung, sehr kleine Werthe von b wird $\text{tang } \psi$ bei schief einfallendem Licht sehr gross, die Streifen stehen nahe senkrecht auf der Einfallsebene, das Blättchen mag übrigens liegen, wie es will. Wächst dann b , so nähert sich $\text{tang } \psi$ immer mehr dem Werth $-\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha \sin \varphi}$, und wenn b sehr gross gegen $\frac{D}{\vartheta}$ ist, laufen die Streifen der Keilkante merklich parallel.

Dies gilt unter der anfangs gemachten und bisher immer festgehaltenen Voraussetzung, dass die Lichtquelle so breit sei, dass sie alle mit der Spitze auf dem Schirm, mit der Basis in der Diaphragmaöffnung gelegenen und rückwärts verlängerten Strahlenkegel vollständig ausfülle. Andere Fälle lassen sich am bequemsten mittelst der Gleichung (6a) behandeln, worin der Gangunterschied zusammengehöriger Strahlen durch die Coordinaten des Ausgangspunkts auf der Lichtquelle und des Endpunkts auf dem Schirm ausgedrückt ist. Denken wir uns zunächst die Lichtquelle aus nur einem leuchtenden Punkt mit den Coordinaten η und ζ bestehend, wo dann natürlich immer nur ein Paar zusammengehöriger Strahlen nach den einzelnen Punkten des Schirms gelangt und in jeder Stellung von Schirm und Linse eine scharfe Interferenzerscheinung gebildet wird, so ist der einzige veränderliche Bestandtheil des Ausdrucks auf der rechten Seite von (6a) die Summe des dritten und vierten Gliedes in der Klammer. In denjenigen Schirmpunkten, wo diese Summe denselben Werth besitzt, haben die

Strahlen den gleichen Gangunterschied, erzeugen also auch die gleiche Intensität. Daraus folgt, dass die Interferenzerscheinung aus geradlinigen Streifen von der Gleichung

$$\frac{H}{cF} \eta + \frac{J}{cF} \zeta = \text{const} \quad (14)$$

bestehen muss, welche einen Winkel χ mit der η -Axe einschliessen, dessen Tangente ist

$$\text{tang } \chi = -\frac{H}{J} = -\frac{\sin 2\alpha}{2w^2 \cdot a \cdot \sin \varphi} \cdot \frac{D}{\vartheta} - \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha \sin \varphi}. \quad (15)$$

Dieser Ausdruck ist ganz ähnlich gebildet, wie der in dem früheren Fall für $\text{tang } \psi$ erhaltene, nur tritt an die Stelle von b hier a , sodass wir das Verhalten der Streifen in diesen beiden Grenzfällen folgendermassen angeben können: Bei breiter Lichtquelle ist die Richtung der Streifen abhängig von der Entfernung des Beobachtungsinstruments vom Blättchen, sodass eine Drehung eintritt, wenn diese geändert wird, unabhängig aber ist sie von der Entfernung der Lichtquelle; — bei punktförmiger Lichtquelle dagegen ist die Streifenrichtung unabhängig von der Entfernung des Beobachtungsinstruments, aber abhängig von der der Lichtquelle, sodass eine Drehung eintritt, wenn diese dem Blättchen genähert oder von ihm entfernt wird.

Wenn man die beiden Ausdrücke (13) und (15) miteinander vergleicht, sieht man, dass der eine grösser, der andere kleiner als die Tangente des Winkels ist, welchen das Bild der Keilkante mit der η -Axe einschliesst, die Streifen weichen also in den beiden Fällen nach verschiedenen Seiten von dieser Richtung ab. Wenn man nun die Lichtquelle von der punktförmigen Gestalt ausgehend allmählich in passender Weise vergrössert, bis sie die in den optischen Apparat gelangenden Lichtkegel vollständig ausfüllt, so müssen sich die Streifen auch allmählich aus ihrer, der Gleichung (15) entsprechenden Anfangslage in die durch (13) bestimmte Endlage drehen. Dabei durchlaufen sie alle zwischen liegenden Richtungen, darunter auch die der Keilkante; will man also die durch die obigen Gleichungen dargestellten Drehungen aus dieser Lage heraus beobachten, so müssen auch die angegebenen Versuchsbedingungen erfüllt sein. — Man könnte versuchen, die auf die Grenzfälle bezüglichen Gleichungen durch eine allgemeine Formel zu verbinden; diese müsste jedoch von Gestalt, Grösse und Lage der Lichtquelle abhängig sein, würde also keine einfache Form besitzen.

In einem Fall wird bei der Vergrösserung der Lichtquelle von der punktförmigen Gestalt aus keine Drehung der Streifen stattfinden; nämlich dann, wenn für alle neu hinzukommenden Punkte die beiden ersten Glieder in der Klammer der Gleichung (6a) denselben Werth behalten wie für den ersten Punkt, d. h. wenn die Lichtquelle eine gerade Linie von der Gleichung

$$H_2 \eta + J_2 \zeta = \text{const}$$

bildet, denn dann ruft jeder hinzutretende Punkt überall auf dem Schirm dieselbe Intensität hervor wie der erste. Experimentell kann man dem dadurch nahe kommen, dass man vor eine beliebige Lichtquelle einen Spalt von passender Richtung setzt, oder besser, dass man durch eine Projectionslinse ein Bild der Lichtquelle auf diesen Spalt wirft. Auch hier ist bei jeder Stellung von Linse und Schirm eine scharfe Interferenz möglich, aber es muss die Richtung des Spalts den jedesmaligen Werthen von H_2 und J_2 entsprechend gewählt werden; er muss den Gleichungen (7) gemäss einen Winkel mit der Einfallsebene bilden, dessen Tangente ist

$$\frac{\sin 2\alpha}{2w^2(b-c)\sin\varphi} \cdot \frac{D}{\vartheta} - \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha \cdot \sin\varphi}.$$

Die Richtung der Streifen bleibt dabei immer die durch Gleichung (15) bestimmte.

Man kann auch einen Spalt an der Linse (dem Diaphragma) in demselben Winkel gegen die Einfallsebene, wie er eben bei der Lichtquelle bestimmt ist, anbringen und hat dann auch bei jeder Stellung des Schirms gegen die Linse eine deutliche Interferenz, wie aus Gleichung (6) hervorgeht. Die Streifenrichtung ist dabei immer durch (13) bestimmt. Streng genommen würde in diesem Fall ein Doppelspalt erforderlich sein, einer für die an der ersten und einer für die an der zweiten Fläche reflektirten Strahlen; doch bringt auch ein einfacher Spalt von genügender Breite, sodass er beide Strahlen durchtreten lässt, in den meisten Fällen ähnliche Wirkung hervor.

Nimmt im Fall einer breiten Lichtquelle die Constante in Gleichung (12) um die Wellenlänge λ des Lichts zu oder ab, so ändern sich nach Gleichung (6) die Gangunterschiede aller zusammengehörigen Strahlen ebenfalls um eine Wellenlänge, wir erhalten also wieder dieselben Intensitäten wie vorher. Durch die wie angegeben geänderte Gleichung (12) wird aber bekanntlich eine zur ersten im Abstand $\frac{\lambda c}{\sqrt{H_1^2 + J_1^2}}$ parallele Grade dargestellt, wir haben also in diesem Abstand auch die Streifenbreite unserer Interferenzerscheinung, wie sie sich auf dem Schirme bildet. Der Gesichtswinkel, unter dem die Breite erscheint, ist daher

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{H_1^2 + J_1^2}} \quad (16)$$

Wenn b sehr gross gegen $\frac{D}{\vartheta}$ ist, geht das über in

$$\frac{\lambda}{2w b \vartheta \sqrt{\frac{\cos^2\varphi}{\cos^2\alpha} + \sin^2\varphi}}$$

und dies giebt auf das Blättchen selbst projectirt sowohl für $\varphi = 0$ als $= \frac{\pi}{2}$ den Werth

$$\frac{\lambda}{2w\vartheta} = \frac{\lambda}{2\vartheta n \cos i'}$$

wenn i' den Brechungswinkel des Axenstrahls in dem Blättchen bedeutet. In diesem Ausdruck aber ist das bekannte Gesetz für die Abhängigkeit der Streifenbreite von der Schiefe des einfallenden Lichtes, wie es bisher angenommen wurde, enthalten. Wenn die Entfernung der Keilkante vom Koordinatenursprung auf dem Blättchen $\left(\frac{D}{\vartheta}\right)$ nicht gegen die Entfernung der Linse von demselben (b) verschwindet, ist das nicht mehr richtig; es muss dann vielmehr die scheinbare Streifenbreite nach Formel (16) berechnet werden.

Bei den vorstehenden Entwicklungen sind nur die kleinen Grössen von der zweiten Ordnung berücksichtigt. Dabei erhält man das Resultat, wie wir gesehen haben, dass die Interferenzerscheinung keilförmiger Blättchen von geradlinigen Streifen gebildet werde. Indessen ist das nur eine Annäherung an die Wirklichkeit; bei einigermassen dickeren Platten sind die Streifen gekrümmt. Ich habe eine Glasplatte vor mir mit ganz ebenen Flächen, einem Keilwinkel von 57 Secunden und einer Dicke von 1.17 mm in der Mitte, diese zeigt die Krümmung

der Streifen schon sehr stark. Zur Ableitung dieser Erscheinung, sowie zur Beantwortung mancher anderer Fragen ist die Heranziehung der Glieder von der dritten Grössenordnung in dem Ausdruck für den Gangunterschied zusammengehöriger Strahlen erforderlich. Ich habe dieselben deshalb abgeleitet¹⁾; sie sind aber für den allgemeinen Fall naturgemäss etwas complicirt, sodass ich auf ihre vollständige Mittheilung hier verzichten muss. Ich will sie nur für die Erklärung eines besonderen Falles unserer Interferenzerscheinung benutzen, für welchen unsere bisherigen Formeln nicht ausreichen. Es sind das die Erscheinungen bei planparallelen Platten. HAIDINGER hat sie zuerst (mit Glimmerblättchen) beobachtet und beschrieben²⁾, deshalb nennen wir sie auch HAIDINGER'sche Streifen oder HAIDINGER'sche Ringe. Dann hat sich MASCART³⁾ und zuletzt O. LUMMER⁴⁾ damit beschäftigt. Sie entstehen ganz auf dieselbe Weise durch die Interferenz der an der vorderen und der an der hinteren Fläche der Platte reflektirten Strahlen wie die bisher betrachteten Streifen überhaupt und das ihnen Eigenthümliche geht nur aus dem vollständigen Parallelismus der beiden Flächen hervor.

Sehen wir zunächst, was unsere bisherigen Formeln liefern. Da der Keilwinkel (ϑ) Null ist, so zeigt Gleichung (10) oder die ihr vorhergehende für e_0 , welches dadurch unendlich wird, dass wir unser Auge oder den optischen Apparat auf grosse Entfernung einstellen müssen, um die Streifen deutlich zu erhalten. Mit $\vartheta = 0$ und $e = \infty$ wird nun nach Gleichung (2) und (7)

$$F = -1, \quad H_2 = J_2 = J_1 = J = K = 0, \quad H_1 = H = \frac{\sin 2\alpha}{w} D$$

also ergibt sich aus (6) oder (6a) für den Gangunterschied zusammengehöriger Strahlen

$$\Delta = 2wD + \frac{\sin 2\alpha}{w} \frac{D}{c} \eta.$$

Danach sind für die Punkte des Schirms, für welche η constant ist, die Gangunterschiede dieselben, also die Intensität gleich. Die Interferenzerscheinung besteht aus geradlinigen, senkrecht zur Einfallsebene stehenden Streifen, deren gegenseitiger Abstand sich daraus ergibt, dass für zwei aufeinanderfolgende Streifen der Gangunterschied um eine Wellenlänge zunehmen muss. Demnach ist der eben gegebenen Formel gemäss dieser Abstand

$$\frac{w}{\sin 2\alpha} \frac{c\lambda}{D},$$

der Winkel unter dem er erscheint, ergibt sich daraus durch Division mit c . — Diese Folgerungen treffen nun auch sehr nahe für einigermassen erhebliche Einfallswinkel zu.

Wenn aber α Null wird, so wird auch $H_1 = H = 0$, und damit verschwinden sämmtliche Glieder der zweiten Ordnung in den Gleichungen (6) und (6a), die Wegunterschiede werden überall bis auf die kleinen Grössen der dritten Ordnung gleich. Setzen wir nun in die a. a. O. angegebenen Werthe dieser letzteren $\vartheta = 0$ und $e = \infty$ ein, so vereinfachen sie sich bedeutend und wir erhalten für den Gangunterschied

1) FEUSSNER, Sitz.-Ber. d. Gesellsch. z. Beförd. d. gesammt. Naturw. zu Marburg 1882, pag. 6.

2) HAIDINGER, POGG. Ann. 77, pag. 219. 1849.

3) MASCART, Ann. de chim. et de phys. (4), 23, pag. 126. 1871.

4) LUMMER, WIED. Ann. 23, pag. 49. 1884.

$$\Delta = 2wD + \frac{\sin 2\alpha D}{w} \frac{D}{c} \eta - \frac{D}{w c^2} \left[\left(\cos^2 \alpha - \frac{n^2 - 1}{w^2} \sin^2 \alpha \right) \eta^2 + \cos^2 \alpha \cdot \zeta^2 \right] + L,$$

worin L ein von den Constanten der Linse abhängiges Glied bedeutet. Bei senkrechter Betrachtung giebt das

$$\Delta = 2nD - \frac{D}{nc^2} (\eta^2 + \zeta^2).$$

Die Interferenzerscheinung besteht also aus hellen und dunklen Kreisen mit dem Coordinatenursprung als Mittelpunkt. Nennen wir die Radien ρ , so ist für die dunklen Kreise, unter k eine ganze Zahl verstanden

$$\rho^2 = \frac{nc^2}{D} (2nD - k\lambda)$$

und entsprechend für die hellen, wo nur $\frac{2k+1}{2}$ an die Stelle von k tritt. Sind ρ_1 und ρ_2 die Radien zweier aufeinanderfolgender Kreise, so ist die Breite des zwischenliegenden Ringes

$$\frac{nc^2\lambda}{D(\rho_1 + \rho_2)}.$$

Wird die Platte gedreht, so dass α allmählich zunimmt, so wandern die Ringe, wie die allgemeine Gleichung zeigt, im Sinne der Drehung, indem sie anfangs ihre kreisförmige Gestalt nahezu bewahren.

Das von der Linse abhängige Glied hat die Bedeutung

$$L = \frac{n_1 - 1}{n_1} \frac{\sin 2\alpha}{w} \frac{D}{r_1} d \left(\frac{\eta_2}{c_1} - \frac{\eta}{c} - \frac{\sin 2\alpha}{2w c_1} D \right),$$

worin n_1 den Brechungsindex der Linse, d ihre Dicke, r_1 den Krümmungshalbmesser ihrer vordern, nach der Platte zu gelegenen Fläche bezeichnet und $\frac{1}{c_1} = \frac{n_1 - 1}{r_1}$ ist. Da η_2 in dem Ausdruck vorkommt, so entstehen dadurch Ver-

schiedenheiten in den Wegdifferenzen der nach demselben Schirmpunkt gelangenden zusammengehörigen Strahlen, welche bei mittleren Einfallswinkeln ein Undeutlicherwerden der Erscheinung und selbst ihr Verschwinden bewirken können. Diese Wirkung der Linse kann man vermeiden, wenn man ihre vordere Fläche eben nimmt, wodurch L gleich Null wird. Immerhin aber bleiben die oben (pag. 566) besprochenen Gründe für eine Trübung der Erscheinung bestehen.

Ein anderer besonderer Fall unserer Streifen ist von HERSCHEL¹⁾ beobachtet und beschrieben worden. Die Erscheinung, die nach ihm gewöhnlich als »HERSCHEL'sche Streifen« bezeichnet wird, entsteht, wenn man ein totalreflectirendes Prisma mit der reflectirenden Fläche auf eine ebene Glas- oder Metallplatte legt. Es zeigt sich dann auf der concaven Seite des blauen Bogens, der bekanntlich das Gebiet der totalen Reflexion begrenzt, parallel mit ihm verlaufend eine Reihe schön gefärbter Fransen, deren Anzahl und gegenseitige Entfernung von dem Abstand des Prismas von der Platte abhängt. Wird der Abstand verringert, so verbreitern sie sich und nähern sich dem Auge, indem es scheint, als ob sie aus dem blauen Bogen heraus kommen. Eine vollkommene Politur der unteren Oberfläche ist zu ihrer Bildung nicht nöthig; ein mattgeschliffenes Glas, das so rauh ist, dass es bei einem mässigen Einfallswinkel kein regelmässiges Bild giebt, zeigt dieselben sehr deutlich. Die Entstehung der Erscheinung ist leicht verständlich; es ist offenbar die Interferenz der nahe dem Grenzwinkel der totalen

¹⁾ W. HERSCHEL, Philos. Tr. 1809, pag. 274. J. HERSCHEL, On light. art. 641, 642. 1828. TALBOT, Phil. mag. (3) 9, pag. 401. 1836.

Reflexion auf die Prismenfläche auffallenden und sehr schräg die dünne Luftschicht durchlaufenden Strahlen und der an der Prismenfläche reflektirten, welche sie erzeugt. Indessen verdient ihre Theorie eine eingehendere Behandlung als sie bis jetzt gefunden hat.

Im durchgehenden Licht sind ganz entsprechende Streifen vorhanden, sie zeigen sich z. B. in den ABBE'schen Totalrefraktometern als ständige Begleiter der Grenze des dunkeln und hellen Feldes.

Eine sehr interessante Interferenzerscheinung endlich hat A. A. MICHELSON¹⁾ dargestellt und behandelt. Er fängt die von der Lichtquelle kommenden Strahlen mit einer unter 45° gegen sie geneigten Glasplatte auf und lässt sowohl das zurückgeworfene als auch das durchgehende Bündel durch senkrecht zu ihnen in gleicher Entfernung von der Platte aufgestellte Spiegel reflektiren. In der Richtung des vierten Arms des so gebildeten Kreuzes kommen dann die zuerst zurückgeworfenen und dann durchgegangenen mit den zuerst durchgegangenen und dann zurückgeworfenen Strahlen zusammen und bilden die fragliche Erscheinung. MICHELSON zeigt, dass dieselbe als ein besonders einfacher Fall der Interferenzen dünner Blättchen betrachtet werden kann. Man kann in der That das von dem einen der Spiegel kommende Strahlenbündel ohne irgend eine Aenderung im Verlauf und Zusammenwirken der Strahlen (ausser einer Phasenverschiebung von einer halben Wellenlänge) ersetzt denkend durch ein von dem Bild des Spiegels in der Glasplatte ausgehendes Bündel; dann wirkt aber die zwischen diesem Bild und dem andern Spiegel gelegene Schicht als dünnes Blättchen. Die Betrachtungen und Formeln vereinfachen sich hier, da der Einfallswinkel sehr klein und der Brechungs-exponent n gleich Eins zu setzen ist. MICHELSON berechnet auch den Ort und die Gestalt der Streifen, doch sind in beiden Beziehungen Versehen mit untergelaufen. Die Entfernung der Streifen von dem vorderen Spiegel ergibt sich nach unserer Gleichung (10), pag. 568, so lange $b \cos \varphi$ gross gegen $\frac{D\alpha}{\beta}$ ist, zu

$\frac{D\alpha}{\beta} \cos \varphi$. Bezüglich der Gestalt der Streifen, welche MICHELSON je nach den Umständen als Hyperbeln, Parabeln, Ellipsen, Kreise oder gerade Linien findet, ist zu bemerken, dass durch das von ihm ausgeführte Quadriren des Ausdrucks für den Gangunterschied, eine dem Problem fremdartige Lösung mit in die Gleichungen kommt, und dass sich mit Rücksicht darauf ausser den geraden Linien nur Kreise ergeben. Genauer würde der Gegenstand auf Grund der schon oben citirten Ausdrücke für die kleinen Grössen der dritten Ordnung zu behandeln sein, welche ich in dem Sitzungs-Bericht der Naturf. Gesellschaft zu Marburg 1882, pag. 6 gegeben habe, doch soll hier nicht darauf eingegangen werden. Unter Umständen lassen die Streifen eine merkliche Abweichung von der durch die Gleichung geforderten Form erkennen, sie gleichen dann gewissen Curven der dritten Ordnung. Um davon Rechenschaft zu geben, würde man noch die kleinen Grössen von der vierten Ordnung berücksichtigen müssen.

Wir haben unsere Betrachtung der Interferenzen dünner Blättchen hauptsächlich auf reflektirtes Licht bezogen, weil dieses die deutlicheren und zur Beobachtung geeigneteren Erscheinungen liefert. Die im durchgehenden Licht entstehenden sind ihnen in jeder Beziehung analog und die hier abgeleiteten Resultate lediglich mit den besprochenen Modifikationen hinsichtlich der Intensität auf jene übertragbar. Es ist daher nicht nöthig näher darauf einzugehen.

¹⁾ ALBERT A. MICHELSON, Phil. mag. (5) 13, pag. 236. 1882.

Nach meinen Arbeiten, deren wesentliche Ergebnisse mit einigen daran geknüpften Folgerungen im Vorhergehenden dargestellt sind, hat sich auch A. WANGERIN mit der Theorie dieser Erscheinung beschäftigt¹⁾. L. SOHNCKE hatte in Uebereinstimmung mit meinen Beobachtungen und Entwicklungen bei den NEWTON'schen Ringen gefunden, dass die Interferenzerscheinung keineswegs mit der oberen Fläche der dünnen Schicht zusammenfalle und durch eine eingehende experimentale Untersuchung besonders ermittelt, auf welche Punkte das Beobachtungsinstrument eingestellt werden muss, um die Erscheinung deutlich zu zeigen. WANGERIN suchte dies theoretisch auf einem anderen Wege, als ich eingeschlagen hatte, abzuleiten. Ich begnüge mich mit dem Hinweis auf diese Abhandlungen und meine Bemerkungen dazu²⁾.

In neuerer Zeit hat noch J. MACÉ DE LÉPINAY die Theorie bearbeitet und theils allein, theils in Verbindung mit Ch. FABRY eine Reihe von Abhandlungen darüber veröffentlicht³⁾. Er hat namentlich zuerst auf die Verwendung von Spalten, wie wir sie oben im Anschluss an unsere Formeln abgeleitet haben, hingewiesen und die Betrachtungen über den Ort der grössten Deutlichkeit durch Uebertragung auf beliebige Interferenzerscheinungen zu verallgemeinern gesucht. Auch eine Abhandlung von Ch. FABRY⁴⁾ über den Einfluss der Begrenzung der Lichtquelle auf die Interferenzerscheinung ist noch zu erwähnen.

Endlich haben wir noch einige experimentelle Arbeiten kurz nachzutragen.

F. DE LA PROVOSTAYE und P. DESAINS⁵⁾ wiederholten die auf die Verbreiterung der Ringe bei Vergrösserung des Einfallswinkels bezüglichen Versuche NEWTON's, um den Widerspruch, der zwischen dieser und den Forderungen der Theorie bestand, zu lösen. Sie erzeugten die Ringe mittelst eines Planglases, das auf eine Convexlinse gelegt war, und liessen diese horizontal aufgestellte Combination durch eine Mikrometerschraube vor einem in gemessener Neigung gegen die Vertikale aufgestellten Fernrohr vorbeischieben. Sie konnten so die Coincidenzen der aufeinanderfolgenden Ringe mit dem Vertikalfaden des Fernrohrs leicht beobachten und die zugehörigen Verschiebungen an der Schraube ablesen. Bis zu einem Einfallswinkel von etwas über 86° konnten sie so beobachten, darüber hinaus erhielten sie keine Ringe mehr im Fernrohr, aber auch mit blossem Auge glaubten sie nicht bei grösseren Winkeln beobachten zu können. Sie fanden nun überall vollständige Uebereinstimmung mit der Theorie. Doch lässt sich, da ihr Verfahren ein anderes als das NEWTON's war, daraus nicht sofort schliessen, dass dieser falsch gemessen habe. Ich habe schon oben

¹⁾ L. SOHNCKE u. A. WANGERIN, WIED. Ann. 12, pag. 1 u. 201. 1881; 20, pag. 177 u. 391. 1883. Die erste der Abhandlungen fällt zwischen die meinigen. — Eine unter SOHNCKE's Leitung entstandene Arbeit von GÜMLICH (WIED. Ann. 26, pag. 337. 1885) bietet in theoretischer Beziehung nur eine Uebertragung der WANGERIN'schen Arbeit auf durchgehende Strahlen.

²⁾ FEUSSNER, Sitz.-Ber. d. Ges. z. Beförd. d. ges. Naturw. zu Marburg 1881, pag. 1. WIED. Ann. 14, pag. 564. 1881. Ich muss hier, da es mehrfach nicht erkannt worden ist, hinzufügen, dass der von WANGERIN in seiner zweiten Abhandlung versuchte Nachweis von der Berechtigung einer wesentlichen, seiner Theorie zu Grunde gelegten Annahme unrichtig ist. Der Fehler liegt WIED. Ann. 20, pag. 186 unten.

³⁾ MACÉ DE LÉPINAY, Compt. rend. 109, pag. 137; 109, pag. 893. 1889. Journ. de phys. (2) 9, pag. 121 u. 180. 1890. MACÉ DE LÉPINAY et FABRY, Compt. rend. 110, pag. 895; 110, pag. 997. 1890. Journ. de phys. (2) 10, pag. 5. 1891.

⁴⁾ FABRY, Compt. rend. 111, pag. 600 u. 788. 1890.

⁵⁾ F. DE LA PROVOSTAYE et P. DESAINS, Ann. de chim. et de phys. (3) 27, pag. 423. 1849; POGG. Ann. 76, pag. 459. 1849.

(pag. 549) auf einen möglichen Erklärungsgrund der Abweichungen hingewiesen, dann ist auch die verschiedene Stellung des Beobachters bei den Messungen zu berücksichtigen und für die Beobachtungen mit freiem Auge bei grösster Schiefe müssten die Einfallswinkel direkt gemessen werden, statt sie, wie DE LA PROVOSTAYE und DESAINS thaten, aus den Ringdurchmessern abzuleiten. —

Zur Bildung der dünnen Schichten, welche unsere Interferenzerscheinungen erzeugen, sind natürlich die durchsichtigen Körper in erster Linie geeignet. Allein auch viele der in dickeren Schichten undurchsichtigen Körper lassen sich benutzen, und es ist das in verschiedener Beziehung von besonderem Interesse. So hat WERNICKE¹⁾ Kupferoxydul, Bleisuperoxydhydrat, Mangansuperoxydhydrat und ähnliche, SIRKS²⁾ Selen, Jod u. s. w. angewandt. QUINCKE³⁾ hat geglaubt, auch in dünnen Silberschichten Interferenzstreifen beobachtet zu haben, doch hat sich gezeigt⁴⁾, dass die beobachteten Erscheinungen auf Dickenunterschieden der Schichten beruhten. In neuerer Zeit hat B. DESSAU⁵⁾ an durch elektrische Zerstäubung auf Glas gebildeten Spiegeln von Gold, Kupfer, Silber, Platin, Eisen und Nickel bei schiefer Beleuchtung Ringe beobachtet, die er als eine Art NEWTON'scher Ringe auffasst; doch ist die Berechtigung dieser Erklärung noch erheblichen Zweifeln ausgesetzt⁶⁾.

Gewöhnlich benützt man zur Beleuchtung der dünnen Blättchen einfarbiges Licht, doch kann man auch weisses verwenden, wenn man dasselbe spectral zerlegt. Man kann Streifen erhalten, sowohl wenn man das Licht nach der Zerlegung, als auch, wenn man es vor der Zerlegung von dem Blättchen in geeigneter Weise reflektiren oder durch es hindurchgehen lässt. Besonders empfehlenswerth ist in vielen Fällen das Verfahren, das Blättchen direkt vor dem Spalt eines Spectroskopes anzubringen, normal zur Axe des Colimatorrohres, welches mit einer seitlichen Oeffnung versehen ist, so dass mittelst einer unter 45° gegen die Axe geneigten Glasplatte durch den Spalt Licht senkrecht auf das Blättchen geworfen werden kann. Dies wird nach seiner Reflexion im Spectroskop zerlegt und liefert ein von Interferenzstreifen durchzogenes Spectrum. Ausgezeichnete Stellungen des Blättchens sind dabei die, wo die Keilkante dem Spalt parallel, und die, wo sie senkrecht dagegen verläuft. Im ersteren Fall sind bei ebenen Begrenzungsflächen die vor dem Spalt liegenden Theile des Blättchens von gleicher Dicke und wir erhalten Interferenzstreifen, die das Spectrum der Queie nach, den FRAUNHOFER'schen Linien parallel durchziehen und deren gegenseitige Entfernung sich aus den Gleichungen ergibt

$$k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 = 2D,$$

worin D die Dicke des Blättchens, λ_1 und λ_2 die Wellenlängen zweier beliebiger Lichtarten im Blättchen, k_1 und k_2 die Anzahl der auf die doppelte Blättchendicke kommenden Wellenlängen derselben bedeuten. Für zwei benachbarte dunkle Linien sind k_1 und k_2 ganze Zahlen und $k_2 = k_1 + 1$, damit folgt aus den obigen Gleichungen für die Differenz der Wellenlängen

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2D} = \frac{\lambda_1^2}{2D + \lambda_1} = \frac{\lambda_1}{k_1 + 1}.$$

1) WERNICKE, POGG. Ann. 139, pag. 132. 1870.

2) SIRKS, POGG. Ann. 143, pag. 429. 1871.

3) QUINCKE, POGG. Ann. 120, pag. 181. 1863; 129, pag. 177. 1866.

4) Fortschritte der Phys. 27, pag. 419. 1871.

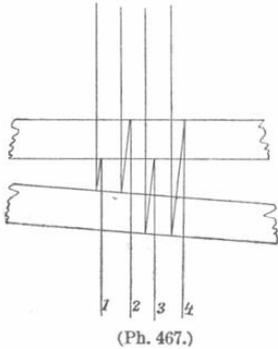
5) DESSAU, WIED. Ann. 29, pag. 364. 1886.

6) Vergl. dazu WERNICKE, WIED. Ann. 30, pag. 469. 1887; VOIGT, WIED. Ann. 35, pag. 95. 1888.

In dem zweiten Fall, wo die Keilkante senkrecht zum Spalt steht, durchziehen die Interferenzstreifen das Spectrum in seiner Längsrichtung, indem ihr Winkelabstand $\frac{\lambda}{2\vartheta}$ beträgt, wenn ϑ den Keilwinkel bedeutet, sie convergiren daher nach dem violetten Ende hin, da λ in dieser Richtung abnimmt.

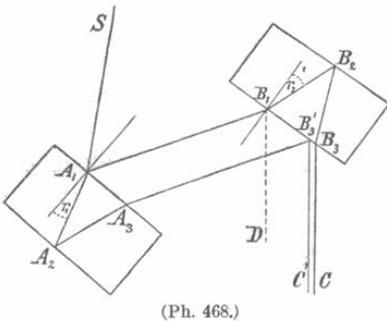
11. Interferenzen mehrerer Platten.

BREWSTER¹⁾ beobachtete zuerst im Jahre 1817 eine Interferenzerscheinung, bei welcher die vier Flächen zweier Glasplatten zur Herstellung der interferirenden Lichtbündel zusammenwirkten. Er beschrieb auch schon eine Reihe von Abänderungen desselben Versuchs; namentlich construirte er ein kleines Instrument, mittelst dessen diese Erscheinungen bequem beobachtet werden sollten. Es bestand dasselbe aus einer Röhre, in welcher zwei genau gleich dicke Glasplatten ein wenig gegen einander geneigt und ungefähr senkrecht zur Axe der Röhre befestigt waren. An der einen Seite trug die letztere eine Platte mit einer seitlichen engen Oeffnung. Diese Seite wird gegen den Himmel oder einen anderen hellen Gegenstand gerichtet; beim Hindurchsehen von der entgegengesetzten Seite der Röhre her sieht man dann ausser der direkt gesehenen Oeffnung seitlich noch mehrere schwächer werdende Bilder derselben, und diese sind von farbigen Interferenzstreifen durchzogen. Zu dem ersten Bild wirken im Allgemeinen vier Strahlenbündel zusammen, deren Verlauf in Fig. 467 angedeutet ist. Die Strahlen der Bündel 2 und 3 haben nahe gleich grosse Wege durchlaufen, sie können interferiren. Der Gangunterschied der beiden anderen Bündel ist dagegen zu abweichend, sie bringen im Bild nur eine allgemeine Helligkeit hervor ohne zur Interferenzerscheinung beizutragen. Wegen dieser



(Ph. 467.)

Beimischung fremden Lichts ist diese Beobachtung der Erscheinung in der Durchsicht nicht so günstig als ein anderer, ebenfalls von BREWSTER beschriebener und von JAMIN²⁾ zur Construction eines wichtigen Instruments, des Interferentialrefractors benutzter Fall. Derselbe ist in Fig. 468 dargestellt. Ein von der Lichtquelle einfallender Strahl SA_1 spaltet sich in A_1 in einen reflektirten A_1B_1 und einen in die erste Platte eindringenden A_1A_2 , welcher letztere in A_2 reflektirt wird, in A_3 aus der Platte austritt und in B_3' die zweite der ersten vollkommen gleiche planparallele Platte trifft, wo er in der Richtung $B_3'C'$ reflektirt wird. Der andere in A_1 reflektirte Strahl verfolgt den Weg $A_1B_1B_2B_3C$ und tritt, wie man leicht sieht, der Planparallelität der Platten wegen dem ersten parallel aus, welchen Winkel die Platten auch mit einander machen mögen. Die andern in A_3, B_1, B_3 reflektirten, in B_3 durchgehenden Strahlen, welche mindestens eine viermalige Reflexion erfahren müssten, ehe sie



(Ph. 468.)

¹⁾ BREWSTER, Edinb. Trans. 7, pag. 435. 1817.

²⁾ JAMIN, Compt. rend. 42, pag. 482. 1856; Annales de chim. et phys. (3) 52, pag. 163, 1858; POGG. Ann. 98, pag. 345. 1856.

die zweite Platte in einer B_3C parallelen Richtung verlassen, lassen wir ausser * Acht, da sie in Fällen, wie wir sie im Auge haben, nämlich bei dicken nahezu parallelen Platten, ausserhalb des von uns betrachteten zweimal reflektirten Strahlenbündels fallen, also zur Erscheinung nichts beitragen. Von allen Punkten der breiten Lichtquelle fallen nun Strahlen auf die erste Platte, die sich ganz analog dem betrachteten verhalten, die die zweite Platte verlassenden werden von einem etwa bei CC' zu denkenden Auge oder Fernrohr aufgefangen und auf der Netzhaut oder in der Bildebene des Fernrohrs zur Interferenz gebracht. Um die entstehende Interferenzerscheinung bestimmen zu können, müssen wir den Gangunterschied zusammengehöriger, d. h. von demselben Punkt der Lichtquelle ausgehender und an denselben Punkt der Bildfläche gelangender Strahlen kennen. Wir müssen also vor allem wissen, wie die zusammengehörigen Strahlen liegen. Man hat bisher, ohne zu beweisen, dass das richtig ist, die aus einem einfallenden Strahl wie SA_1 entstehenden B_3C und $B_3'C'$ als zusammengehörig behandelt, was gleichbedeutend mit der Annahme ist, dass man auf unendlich accommodiren müsse, um die Interferenzerscheinung deutlich zu sehen. Es ist das nun in diesem Falle richtig, aber es kommt nur daher, dass man planparallele Platten hat, und ein Beweis dafür ist durchaus erforderlich. Derselbe ist nicht schwierig. Grösste Schärfe der Interferenzerscheinung findet dann statt, wenn alle in einen Punkt der Bildfläche gelangenden zusammengehörigen Strahlenpaare denselben Gangunterschied besitzen. Wir können zeigen, dass dies hier stattfindet, wenn wir auf unendliche Entfernung accommodiren. Wir wollen den Gang der Strahlen rückwärts verfolgen, wir sprechen also so, als gingen dieselben von den Punkten der Netzhaut oder Bildfläche des Fernrohrs aus und bewegten sich zur Lichtquelle hin. Ist nun das Auge oder Instrument auf unendlich eingestellt, so bildet der von einem Punkt der Bildfläche ausgehende Strahlenkegel, dessen Basis die Pupille oder die Oeffnung des Objectivs ist, nach seinem Austritt einen Cylinder paralleler Strahlen; beim Auftreffen auf die zweite Platte spaltet sich dieser in zwei Cylinder, einen zurückgeworfenen und einen eindringenden und diese durchlaufen ganz entsprechende Wege, wie wir es vorher in der umgekehrten Richtung für den Strahl SA_1 gesehen haben, namentlich müssen sie ebenso wegen der Planparallelität der Platten dieselben parallel verlassen, wie die Strahlen B_3C und $B_3'C'$. Die beiden Strahlencylinder fallen aber, wenn der Winkel, den die beiden Platten mit einander bilden, nicht zu gross ist, nach dem Verlassen der ersten Platte zum Theil zusammen. In diesem zusammenfallenden Theil liegt in jeder zur Cylinderaxe parallelen Geraden ein Strahl des ersten und ein Strahl des zweiten Bündels, die also nun vereinigt zu einem und demselben Punkt der Lichtquelle gelangen. Sie sind daher zusammengehörige Strahlen. Der Gangunterschied dieser zusammengehörigen Strahlen, die wir uns nun wieder von der Lichtquelle ausgehend denken wollen, ist aber gar nicht von der Lage dieser letzteren abhängig, da sie von ihr bis zur ersten Platte zusammenfallen, auch nicht von ihrer Lage im Bündel, da die Strahlen eines jeden Paares beim Verlassen der ersten Platte in derselben Richtung und um denselben Betrag wie alle andern auseinandergetreten sind, also alle Paare zwischen den Platten den gleichen Gangunterschied erhalten, sondern er ist nur abhängig von der Dicke und dem Brechungsindex der Platten, ihrer Neigung gegen einander und den Einfallswinkeln der Strahlen an den Platten. Da wir aber parallele Strahlen haben, so sind diese Grössen für alle Paare dieselben, und alle Paare haben denselben Gangunterschied. Damit ist nachgewiesen, dass für Accommodation auf endliche Entfernung die Erscheinung am schärfsten

* werden muss. Freilich wird dieselbe mit der Vergrößerung des Winkels zwischen den Platten auch dann allmählich undeutlicher werden und verschwinden, da wegen des Auseinandertretens der Strahlencylinder die Anzahl der Paare zusammengehöriger Strahlen immer kleiner wird. — Es ist leicht zu erkennen, dass dieser Beweis unabhängig ist von dem eben betrachteten speciellen Fall, dass vielmehr allgemein immer dann auf Unendlich zu accommodiren ist, wenn Interferenzerscheinungen durch planparallele Platten so erzeugt werden, dass die Theilstrahlen in den interferirenden Bündeln, in welche ein einfallender Strahl zerlegt wird, unter einander parallel sind.

Nachdem nun nachgewiesen ist, dass die aus demselben einfallenden Strahl entstehenden Strahlen zusammengehören, haben wir den Gangunterschied derselben festzustellen. Nennen wir den Brechungswinkel in der ersten Platte r_1 , in der zweiten r_2 , ebenso die Dicke der ersten Platte D_1 , die der zweiten D_2 , die Brechungsindices beider Platten bezüglich n_1 und n_2 , so haben wir bekanntlich (s. oben pag. 545) für die Verzögerung des Strahls A_3B_3' gegen A_1B_1 den Ausdruck $2n_1D_1 \cos r_1$. Derselbe Ausdruck gilt natürlich auch für die Verzögerung des Strahls $B_3'C'$ gegen den punktirten B_1D , den wir hier zu Hilfe nehmen. Gegen diesen letzteren ist aber der Strahl B_3C verzögert um $2n_2D_2 \cos r_2$, folglich ist seine Verzögerung (Δ) gegen den Strahl $B_3'C_3'$.

$$\Delta = 2(n_1D_1 \cos r_1 - n_2D_2 \cos r_2).$$

und wenn wir gleiche Dicke und gleichen Brechungsexponent bei den Platten annehmen

$$\Delta = 2Dn(\cos r_1 - \cos r_2) = 2D(\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \sqrt{n^2 - \sin^2 i_2})$$

Ist der Winkel, welchen die Platten mit einander bilden, klein, nennen wir ihn α , und φ den Flächenwinkel zwischen zwei Ebenen, von denen die eine bestimmt ist durch die beiden Normalen der Platten und die andere durch die Normale der ersten Platte und den zwischen beiden verlaufenden Strahl, so ist allgemein

$$\cos i_2 = \cos i_1 \cos \alpha - \sin i_1 \sin \alpha \cdot \cos \varphi,$$

also bei Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung

$$\cos i_2 = \cos i_1 - \sin i_1 \cos \varphi \cdot \alpha,$$

$$\cos^2 i_2 = \cos^2 i_1 - \sin 2i_1 \cos \varphi \cdot \alpha$$

$$\sqrt{n^2 - \sin^2 i_2} = \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1 - \sin 2i_1 \cos \varphi \cdot \alpha},$$

also

$$\Delta = \frac{\sin 2i_1 \cdot \cos \varphi}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} D \cdot \alpha.$$

Ist $\cos \varphi$ auch sehr klein, was eintritt, wenn die Einfallsebene der Strahlen und die Ebene des Neigungswinkels der Platten nahe senkrecht auf einander stehen, so ist zu setzen

$$\Delta = \frac{\sin 2i_1 \cos \varphi + \cos^2 i_1 \cdot \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} D \cdot \alpha,$$

Aus diesen Formeln für den Gangunterschied können die Interferenzcurven abgeleitet werden. Wir gehen jedoch darauf hier nicht näher ein, sondern verweisen in dieser Beziehung auf die Arbeiten von KETTELER¹⁾, BOBYLEW²⁾, ZEHNDER³⁾,

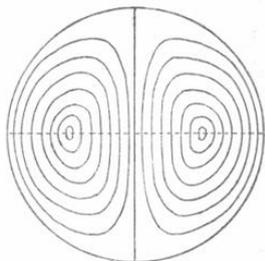
1) KETTELER, Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

2) BOBYLEW, CARL's Repert. II, pag. 213. 1875.

3) ZEHNDER, WIED. Ann. 34, pag. 91. 1888.

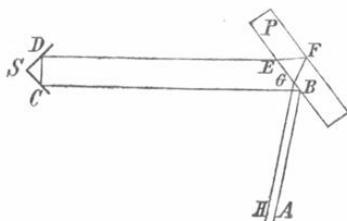
BLASIUS¹⁾ und E. SCHMIDT²⁾). Die Gestalt derselben, wie sie KETTELER beschreibt und abbildet, ist in Fig. 469 wiedergegeben.

Optische Apparate, in welchen parallele Glasplatten von einiger Dicke verwandt werden, geben mitunter Anlass zur Entstehung unserer Streifen. So z. B. der »Analyseur« von DELEZENNE³⁾, wie ihn die Herren Dr. STEEG und REUTER in Homburg v. d. Höhe anfertigten. Dieses Instrument besteht im Wesentlichen aus zwei in der Stellung der Fig. 468 angeordneten Glasplatten, auf welche die Strahlen unter dem Polarisationswinkel auffallen, und die um eine zu diesen Strahlen parallele Axe drehbar sind. Dreht man sie ein wenig aus ihrer genau parallelen Stellung, so erscheinen die Streifen sehr hübsch, allerdings nicht in der Ausdehnung der Fig. 469.

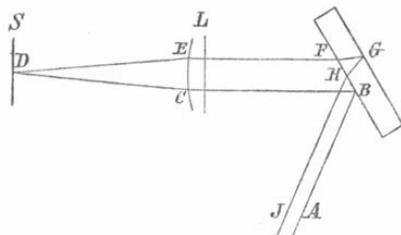


(Ph. 469.)

Eine wesentliche Eigenthümlichkeit des Strahlenverlaufs bei dieser Interferenzerscheinung besteht darin, dass die Anordnung leicht so getroffen werden kann, dass die beiden zur Interferenz kommenden Bündel während eines beträchtlichen Theils ihres Wegs verhältnissmässig weit von einander getrennt sind. Darin beruht ihr Werth für die physikalische Forschung, der, wie angegeben, die auf sie gegründete Construction eines besonderen Instrumentes, des Interferentialrefractors, veranlasst hat. Bei diesem Instrument kann man in den Gang der getrennten Lichtbündel verschiedene Körper einschalten, und wenn man nun dem Zustand des von dem einen Bündel durchsetzten Körpers eine bekannte kleine Aenderung



(Ph. 470.)



(Ph. 471.)

(z. B. des Drucks oder der Temperatur) ertheilt, während man den anderen unverändert lässt, wird man den geänderten Gangunterschied der Bündel an einer Verschiebung der Interferenzstreifen erkennen. Führt man dann die Streifen, indem man in dem einen Bündel eine bekannte Beschleunigung oder Verzögerung bewirkt, wieder auf ihre ursprüngliche Lage zurück, so ist damit der durch die Zustandsänderung des Körpers bewirkte Gangunterschied gemessen und daraus kann man die Aenderung des Brechungsindex bei dem Vorgang ableiten.

JAMIN und MASCART haben noch andere Formen des Versuchs angegeben⁴⁾, bei welchen nur eine planparallele Glasplatte erforderlich ist. Die Fig. 470 und 471 geben eine Vorstellung davon. JAMIN verwendet zwei rechtwinklig mit ein-

¹⁾ BLASIUS, WIED. Ann. 45, pag. 316. 1892. Hier ist auch der Fall ungleicher Dicke der Platten in Betracht gezogen.

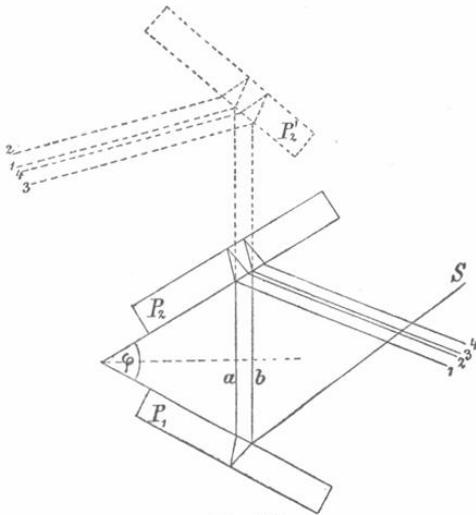
²⁾ E. SCHMIDT, WIED. Ann. 46, pag. 1. 1892.

³⁾ DELEZENNE, Notes sur la polarisation. Extr. des mém. de la soc. r. des sc. de Lille. pag. 22 u. 33. 1835.

⁴⁾ MASCART, Annales de chim. et de phys. (4) 23, pag. 146. 1871.

ander verbundene Planspiegel S , welche den Lichtstrahl BC auf einem um das Stück CD davon entfernten Weg wieder zur Platte P zurücksenden. MASCART benutzt zu dem gleichen Zweck eine Linse mit einem Planspiegel. Auch O. LUMMER¹⁾ hat den letzteren Fall genauer untersucht. Der in den Figuren angedeutete Gang des einen Strahls lässt sofort erkennen, dass in der That ähnliche Erscheinungen auftreten müssen, wie bei der ursprünglichen Form des Experiments. Wir gehen nicht näher auf die Rechnung ein und verweisen bezüglich weiterer Ausführungen auf die angezogenen Arbeiten von MASCART und LUMMER. — Eine Anordnung des ursprünglichen JAMIN'schen Apparats, bei welcher die vier reflektirenden Flächen nicht zu je zweien auf einer Glasplatte vereinigt sind, sondern für jede eine besondere Platte verwandt wird, hat L. ZEHNDER²⁾ beschrieben. Es wird dabei eine noch viel weitere Auseinanderlegung der Lichtbündel erreicht.

Eine mit der BREWSTER'schen Interferenzerscheinung nahe verwandte hat O. LUMMER³⁾ noch behandelt. Man erhält dieselbe, wenn man zwei gleiche plan-



(Ph. 472.)

parallele Platten (Fig. 472) mit einfarbigem Lichte beleuchtet und sich so stellt, dass der Axenstrahl des ins Auge gelangenden Lichtbündels zwischen den Platten (d. h. in seinem mit a, b bezeichneten Theile) ungefähr senkrecht auf der Halbierungslinie des (beliebigen) Winkels φ steht, welchen die Platten mit einander bilden. Ihre Verwandtschaft mit der BREWSTER'schen Erscheinung in der JAMIN'schen Anordnung zeigt ein Blick auf die Figur. Die darin punktiert gezeichnete Platte P_2' ist als eine den andern beiden gleiche zu denken und ist so gelegt, dass ihr Durchschnitt mit P_2 dem dieser Platte mit P_1 parallel verläuft und die Strahlen a, b sie

unter demselben Winkel treffen wie P_2 . Da nun a und b die Halbierungsebene des Winkels φ nahe senkrecht treffen sollen, so folgt, dass P_2' nahe parallel P_1 ist. In dieser Lage würden die Platten also die BREWSTER'sche Erscheinung zeigen und da P_2' von den Strahlen unter demselben Winkel getroffen wird wie P_2 erkennen wir auch, dass die Wegdifferenzen entsprechender Strahlen in beiden Fällen die gleichen sein müssen. Bezeichnen wir nämlich die Dicke der Platten mit D , ihren Brechungsindex mit n , den Brechungswinkel der Strahlen in P_1 mit r_1 , in P_2 und P_2' mit r_2 , so folgt, wenn l_a und l_b die Weglängen von einem beliebigen Punkt des einfallenden Strahls S an bis zu einer auf a und b senkrechten Ebene bedeuten,

$$l_a - l_b = 2nD \cos r_1,$$

und natürlich hat bei analoger Bedeutung von l_1 und l_3 bei den an P_2 und l_1' und l_3' bei den an P_2' reflektirten Strahlen, auch $l_1 - l_3$ und $l_1' - l_3'$ denselben Werth, also:

¹⁾ LUMMER, WIED. Ann. 23, pag. 513. 1884.

²⁾ L. ZEHNDER, Zeitschr. f. Instrumentenkunde II, pag. 275. 1891.

³⁾ LUMMER, WIED. Ann. 24, pag. 417. 1885.

$$l_1 - l_3 = l_1' - l_3' = 2nD \cos r_1,$$

und bei entsprechender Bezeichnungweise

$$l_2 - l_1 = l_4 - l_3 = l_2' - l_1' = l_4' - l_3' = 2nD \cos r_2.$$

Aus diesen Gleichungen folgt aber

$$\begin{aligned} l_2 - l_3 &= l_2' - l_3' = 2nD(\cos r_1 + \cos r_2) \\ l_1 - l_4 &= l_1' - l_4' = 2nD(\cos r_1 - \cos r_2) \end{aligned}$$

Wir sehen also, dass die Gangunterschiede aller entsprechenden Strahlenpaare in beiden Fällen genau die gleichen sind. Ein wesentlicher Unterschied besteht aber in der Lage der zusammengehörigen Strahlen. Während bei der JAMIN'schen Anordnung die Strahlen mit kleiner Wegdifferenz, 1 und 4, nahe zusammen liegen, sind die andern 2 und 3 weit von einander entfernt und können in den Interferentialrefraktoren wegen der grossen Dicke der Platten bei mittlerer Grösse des Einfallswinkels überhaupt nicht zusammen ins Auge gelangen. Umgekehrt liegt die Sache hier: Die Strahlen von der grossen Wegdifferenz liegen nahe zusammen, die andern weit auseinander, sodass mit dicken Platten die von den letzteren abhängige Interferenzerscheinung bei mittleren Einfallswinkeln verschwinden muss.

Von besonderem Interesse sind hier die durch die Strahlen mit grossem Gangunterschied hervorgebrachten Erscheinungen. Dieselben verlaufen nach LUMMER bei allmählich wachsendem Neigungswinkel (φ) der Platten etwa folgendermaassen. Bei kleinem φ erblickt man ein System concentrischer Ringe, deren gemeinsames Centrum auf der optischen Axe des Auges zu liegen scheint. Diese anfangs kaum von Kreisen zu unterscheidenden Ringe gehen allmählich in Ellipsen über, deren grosse Axen horizontal liegen, wenn die Schnittlinie der Platten vertikal ist. Das Verhältniss der Axen ist erst ungefähr bei $\varphi = 90^\circ$ gleich zwei und nimmt von da an sehr schnell zu. Die Kreise resp. Ellipsen ziehen sich nach dem Centrum zusammen, um in demselben zu verschwinden. Bei $\varphi = 98^\circ$ etwa sind die Ellipsen in gerade horizontale Linien übergegangen, diese nehmen bald eine hyperbolische Gestalt an, die um so ausgeprägter ist, je mehr φ wächst. Die Asymptoten der Hyperbelschaar mit senkrechten reellen Axen bilden also einen immer kleineren Winkel miteinander und in dem andern zwischen den Asymptoten gelegenen Winkelraum entwickelt sich eine zweite Schaar concentrischer Hyperbeln. Bei dem Winkel $\varphi = 114^\circ$ ungefähr stehen die Asymptoten auf einander senkrecht und nähern sich von da an immer mehr der Vertikalen. Dabei wandern die Hyperbeln der ersten Schaar nach dem Mittelpunkt hin, die der zweiten von ihm fort. — Die Strahlen mit kleinem Gangunterschied erzeugen schon im weissen Licht sichtbare, der Durchschnittslinie der Platten parallele und zu einer weissen Mittellinie symmetrische Streifen. Der Centralstreifen geht durch den Mittelpunkt der andern Curven.

12. Stehende Lichtwellen.

Eine ganz neue Klasse von Interferenzerscheinungen hat O. WIENER¹⁾ neuerdings nachgewiesen. Während alle bisher bekannten Erscheinungen durch in nahe der gleichen Richtung sich fortpflanzende Strahlen hervorgerufen werden, handelt es sich hier um solche, welche in entgegengesetzter Richtung verlaufende Lichtstrahlen erzeugen. In der Nähe eines Spiegels, auf welchen ein paralleles einfarbiges Lichtbündel senkrecht auffällt, muss in der That nach allem, was wir

¹⁾ WIENER, Tageblatt der 62. Versammlung deutscher Naturforscher u. Aerzte 1889, pag. 209. WIED. Ann. 40, pag. 203. 1890.

von der Natur des Lichtes wissen, ein Schwingungszustand entstehen ganz analog denen, welche man in andern Gebieten der Physik als »stehende Schwingungen« zu bezeichnen pflegt. »In solchen Abständen vom Spiegel, wo der gesammte Gangunterschied (der ankommenden und der reflektirten Welle) das Vielfache einer ganzen Wellenlänge beträgt, haben ihre Schwingungen stets die gleiche Richtung und ihre gegenseitige Verstärkung ist am grössten; hier liegen die Schwingungsbäuche; in solchen Abständen dagegen, wo der Gangunterschied eine halbe Wellenlänge mehr als das Vielfache einer ganzen beträgt, haben die Schwingungen der beiden Wellen stets entgegengesetzte Richtung und ihre gegenseitige Vernichtung ist am stärksten; hier liegen die Schwingungsknoten.«

»Ist der Spiegel eben, so herrscht in einer zu ihm parallelen Ebene überall der gleiche Schwingungszustand und die Schwingungs-Bäuche und -Knoten liegen gleichfalls in dazu parallelen Ebenen und erfüllen so zwei Schaaren paralleler Ebenen. Der Abstand zweier aufeinander folgenden Ebenen derselben Schaar beträgt eine halbe Wellenlänge und wird von einer solchen der andern Schaar halbiert.«

»Dieses System von stehenden Wellen denke man sich nun von einer gegen den Spiegel geneigten Ebene durchsetzt. Auf dieser werden dann die beiden Schaaren von Ebenen mit Schwingungs-Bäuchen und -Knoten zwei Schaaren von parallelen, untereinander gleich weit abstehenden Geraden ausschneiden, bei denen ebenso Gerade mit Schwingungsbäuchen und solche mit Knoten abwechseln.«

»Der Abstand dieser Geraden wird abhängen von der Neigung, welche man der kreuzenden Ebene gegen den Spiegel ertheilt. Wählt man die Neigung schwach genug, so muss es möglich sein, die Geraden mit Schwingungsbäuchen und -Knoten so weit auseinander treten zu lassen, dass sie mit unbewaffnetem Auge getrennt wahrgenommen werden könnten.«

Wäre es nun möglich nachzuweisen, dass an den den verschiedenen Zuständen zukommenden Orten verschiedenartige Wirkungen stattfinden, so wäre damit ihre Existenz dargethan. Dazu benutzte WIENER sehr dünne photographische Platten. Die gebräuchlichen sind ihrer viel zu grossen Dicke wegen nicht anwendbar; denn da die Schwingungs-Knoten und -Bäuche in vertikaler Richtung nur um eine Viertelwellenlänge auseinanderliegen, so würde schon eine Platte von dieser Dicke wegen der Uebereinanderlagerung sehr verschiedener Schwingungszustände an derselben Stelle in ihr nur ein sehr unklares Bild geben. Die gebräuchlichen Platten sind aber noch mehr wie hundertmal so dick. Es handelte sich also zunächst um die Frage, ob es möglich sei, photographische Schichten von einer gegen eine Wellenlänge geringen Dicke herzustellen. Glücklicherweise gelingt dies sehr befriedigend auf mehreren Wegen. Als den geeignetsten hat WIENER die Herstellung von Häutchen aus Chlorsilbercollodium befunden, deren Dicke ohne zu grosse Beeinträchtigung ihrer Lichtempfindlichkeit auf $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{40}$ der Wellenlänge des Natriumlichtes gebracht werden konnte. Ein solches auf einer ebenen Glasplatte hergestelltes Häutchen wurde in passender Neigung einem ebenen Silberspiegel gegenüber angebracht. Die richtige Neigung wurde gefunden, indem die Glasplatte mit der das Häutchen tragenden Seite auf den Spiegel, der aus einer chemisch auf einer ebenen Glasplatte niedergeschlagenen und polirten Silberschicht bestand, aufgelegt und durch geeignetes Pressen der Gläser den in Natriumlicht entstehenden Interferenzstreifen der gewünschte Abstand (gewöhnlich $\frac{1}{2}$ —2 mm) gegeben wurde. Von einem Streifen zum nächstbenachbarten ändert sich dann der Abstand des Häutchens vom Spiegel um eine halbe

Wellenlänge des Natriumlichtes. Da ebensoviel auch der Abstand zweier aufeinanderfolgenden Ebenen mit Schwingungsbäuchen oder -Knoten der stehenden Wellen beträgt, so ist auch die Entfernung der Durchschnitte unseres Häutchens mit diesen Ebenen der der Interferenzstreifen von einander gleich. Zum Beleuchten bei den eigentlichen Versuchen ist Natriumlicht nicht geeignet, da es selbst bei langer Explosionsdauer nicht merklich auf Chlorsilbercollodium einwirkt. WIENER benutzte dazu das Licht einer elektrischen Bogenlampe, welches merkwürdiger Weise schon ohne Weiteres zu diesen Versuchen angewandt werden kann, woraus folgt, dass die darin enthaltenen, photographisch auf die Häutchen wirkenden Strahlen nur einen ziemlich begrenzten Raum einnehmen. Doch sind die so erhaltenen Bilder nicht sehr scharf, es wurde deshalb zu den endgültigen Versuchen nur spectral zerlegtes Licht benutzt. WIENER giebt seiner Abhandlung eine Figurentafel bei, welche die bei nahe senkrechtem Auffall dieses Lichts auf die beschriebenen Doppelplatten erhaltenen Resultate darstellt. Die Tafel ist so entstanden, dass von den Originalnegativen zunächst positive Abdrücke auf photographischem Papier gemacht wurden. Diese wurden auf Carton zusammengestellt und so durch Lichtdruck vervielfältigt. Jede Retouche und sonstige willkürliche Zuthat ist dabei vollständig ausgeschlossen. Die Figuren zeigen nun sämtlich schöne, zum Theil sehr scharfe Interferenzstreifen. Um dieselben aber als Beweis für die stehenden Lichtschwingungen ansprechen zu können, ist noch ein Bedenken zu beseitigen. Wir haben schon bemerkt, dass auch der Zwischenraum zwischen Spiegel und Collodiumhäutchen als dünnes Blättchen wirkt und die an seinen beiden Flächen reflektirten Strahlen Streifen von derselben Breite und demselben Verlauf erzeugen müssen, wie die gedachten stehenden Schwingungen. Der Einwurf liegt also nahe, dass die auf den photographischen Blättchen erhaltenen Curven auf die letztere Art entstanden seien, dass es also die Zusammenwirkung der an dem Silberspiegel reflektirten mit der an der unteren Fläche des Collodiumhäutchens reflektirten nicht mit der einfallenden Schwingung sei, welche sie erzeugt habe. Diesen Einwurf widerlegt WIENER durch verschiedene Versuche. Er weist zunächst darauf hin, dass die Streifen der geringsten Lichteinwirkung sich an Helligkeit nicht merklich von den ausserhalb des Bildes gelegenen Stellen der Platte unterscheiden, auf die gar kein oder höchstens schwach diffuses Licht gefallen war. Diese Beobachtung aber ist mit der Annahme der Entstehung der Streifen durch gewöhnliche Interferenzen allein unverträglich; denn über die Wirkung der Interferenzen musste sich dann die ungeschwächte Wirkung des einfallenden Lichtes legen, auch an den Stellen der Interferenzminima. Auch hier musste man also eine Lichtwirkung beobachten. Dass man keine findet, ist aber ein Beweis dafür, dass die Wirkung des einfallenden Lichtes durch Interferenz mit dem kräftig am Silberspiegel reflektirten vernichtet wurde, d. h. für das Auftreten der stehenden Wellen.

WIENER stellte weiter den folgenden Versuch an. Der reflektirende Spiegel war an einer Stelle von seiner Silberschicht befreit worden und die Platten wurden so dem einfallenden Lichtbündel ausgesetzt, dass dieses zur Hälfte auf die Silber- und zur Hälfte auf die nackte Glasfläche fiel. Die Berechnung der Intensitäten der Maxima und Minima in den Interferenzerscheinungen der reflektirten Strahlen ergibt nun, die Intensität des einfallenden Lichts gleich eins gesetzt, bei der Silberreflexion 0.90 und 0.80, bei der Glasreflexion 0.18 und 0. Ist deshalb eine Interferenz allein zwischen den reflektirten Strahlen vorhanden, so müssten die dunklen Streifen bei Silberreflexion noch heller sein als die hellen bei Glasreflexion. Anders wenn auch die einfallenden Strahlen sich bei

der Interferenz betheiligen. Diese können von den am Silber kräftig reflektirten Strahlen viel vollständiger aufgehoben werden als von den schwächeren, von der Glasoberfläche kommenden. Dann müssen also die dunklen Streifen bei Silberreflexion noch dunkler als die dunklen bei Glasreflexion ausfallen. Die mitgetheilten Bilder zeigen ein Verhalten der letzteren Art.

Ferner überzog WIENER eine Glasplatte zur Hälfte mit einer dickeren Collodiumschicht von etwas über Halbwellenlänge Dicke, zur Hälfte mit einer so dünnen wie sonst. Nach der schon oben gemachten Bemerkung muss man bei der Annahme stehender Schwingungen, wo in der dickeren Schicht an jedem Punkt übereinander die verschiedensten Schwingungszustände fallen müssen, erwarten, dass hier das Bild keine Streifen, sondern nur allgemeine Helligkeit zeigt. Wenn aber die Interferenz nur bei den reflektirten Strahlen stattfindet, wo dann helle Strahlenbündel und dunkle nebeneinander entstehen, kann die Dicke der empfindlichen Schicht keinen wesentlichen Einfluss auf das Aussehen des Bildes ausüben. Der Versuch ergab, dass, während die dünnere Hälfte die Streifen wie früher zeigte, die dickere eine gleichmässige Lichtwirkung aufwies. Endlich wurde zwischen das Collodiumhäutchen und den Spiegel Benzol gebracht, dessen Brechungsexponent für das in den Versuchen verwandte Licht nahe derselbe wie für das Häutchen war. Damit war die Reflexion an der unteren Fläche des Häutchens aufgehoben und nur der einfallende und der an dem Silberspiegel reflektirte Strahl kamen in ihm zur Wirkung. Die Streifen entstanden in derselben Schärfe wie früher.

Wir haben bei unsern Erklärungen der Interferenzerscheinungen fast überall ausdrücklich oder stillschweigend angenommen, dass das einfallende Licht einfarbig sei. Ist es weiss, so werden die Erscheinungen im Allgemeinen unbestimmter und hören bald auf, sichtbar zu sein, indem bei einigermaassen erheblichen Gangunterschieden die in einem Punkt zusammenkommenden verschiedenfarbigen Strahlen die Wechsel von grösster Helligkeit zu tiefster Dunkelheit so viel Mal enthalten, dass die Gesamtwirkung ein Weiss von mittlerer Helligkeit ist und in dem gleichmässig erleuchteten Feld keine Streifen unterschieden werden können. Doch giebt es auch Ausnahmefälle, wo selbst bei grösserem Gangunterschied und weissem Licht Streifen sichtbar sind. Es findet das dann statt, wenn die Streifen derselben Ordnung für die verschiedenen Farben genau oder nahezu an derselben Stelle übereinander fallen. Da das Intensitätsverhältniss der verschiedenen Farben an diesen Stellen dann dasselbe ist wie im einfallenden Licht, so erhalten wir durch dunkle Zwischenräume getrennte weisse Linien. Meist findet ein genaues Zusammenfallen der verschiedenen farbigen Streifen nur in einer bestimmten Linie statt, nur diese ist dann rein weiss und die seitlich sich anschliessenden sind mehr oder weniger farbig gesäumt. Es kann aber auch vorkommen, dass auf verhältnissmässig weite Strecken hin ein so genaues Uebereinanderfallen der Streifen eintritt, dass viele helle und dunkle Linien ohne merkbare Färbung sichtbar sind. — Wir haben bei der Besprechung der Arbeiten NEWTON's gesehen, dass schon dieser eine hierher gehörige Beobachtung bei der Betrachtung der Ringe durch ein Prisma gemacht und sie auch ganz richtig erklärt hat¹⁾. Dann hat AIRY²⁾ eine bezügliche Bemerkung gemacht, TALBOT³⁾

1) Vergl. dazu auch F. PLACE, Pogg. Ann. 114, pag. 504. 1861.

2) AIRY, Phil. mag. (3) 2, pag. 161. 1833; Pogg. Ann. 29, pag. 304 u. 329. 1833.

3) TALBOT, Phil. mag. (3) 9, pag. 401. 1836.

sich mit diesen Erscheinungen beschäftigt und in neuerer Zeit sind sie von verschiedenen Forschern¹⁾ näher untersucht worden.

Wenn auch eine genauere Besprechung der mannigfaltigen Verwendungsweisen der verschiedenen Interferenzerscheinungen zu physikalischen Untersuchungen zu weit führen würde und auch nicht an diesen Ort gehört, so wollen wir doch einen gedrängten Ueberblick darüber geben.

Vielfach sind Interferenzerscheinungen, namentlich die der dünnen Blättchen, zu genauen Längenmessungen und noch mehr zu genauen Bestimmungen von Längenänderungen benutzt worden. Methoden zur direkten Vergleichung von Mikrometerschrauben oder Schlittenverschiebungen mit Wellenlängen (von Natriumlicht), wodurch Längenmessungen auf die Wellenlänge als Einheit zurückgeführt werden können, haben K. R. KOCH²⁾ sowie A. MICHELSON und E. MORLEY³⁾ angegeben und zur Anwendung gebracht. — Für die Dickenbestimmung von Blättchen und Platten in Wellenlängen haben Vorschriften gegeben FIZEAU⁴⁾ (speciell für dünne Silberschichten durch Verwandlung in Jodsilber und Bestimmung von dessen Dicke durch Farben dünner Blättchen), QUINCKE⁵⁾ (durch die Farbe gleichdicker Luftschichten), WERNICKE⁶⁾ (nach dem FIZEAU'schen Verfahren unter Anwendung spectraler Zerlegung), WIENER⁷⁾ (Verbesserung der QUINCKE'schen Methode besonders durch spectrale Zerlegung) MACÉ DE LÉPINAY⁸⁾ (durch TALBOT'sche Linien), und CANTONE⁹⁾ (durch zweifarbiges Beleuchtung). — Als einigermassen verwandt mag hier eine Benutzung der Streifen dünner Blättchen erwähnt werden, die in den verschiedenartigsten experimentellen Anordnungen eine Rolle spielen kann, nämlich die, wo sie zur Bestimmung der genauen gegenseitigen Lage zweier Flächen in gewissen Zeitpunkten des Versuchs dienen. So benutzen sie K. R. KOCH¹⁰⁾ bei Sphärometermessungen, MICHELSON u. MORLEY bei ihrem vorhin erwähnten Verfahren der Theilung von Maassstäben, AUERBACH¹¹⁾ bei seiner Methode der Härtebestimmung.

Die Gestaltsänderung der Oberfläche elastischer Körper untersuchte CORNU¹²⁾ mittelst der Streifen dünner Blättchen. Dieselbe Methode wandte K. R. KOCH¹³⁾ zur Bestimmung des Elasticitätscoefficienten durch Biegung besonders bei Krystallen

1) CORNU, Compt. rend. 93. 1881; Journ. de phys. (2) 1, pag. 293. 1882. — HURION, Journ. de phys. (2) 1, pag. 303. 1882; Compt. rend. 94, pag. 1345; 95, pag. 75. 1882. — MASCART, Compt. rend. 108, pag. 591. 1889; Traité d'opt. I, pag. 429. 1889. — Lord RAYLEIGH, Phil. mag. (5) 28, pag. 77 u. 189. 1889. — MACÉ DE LÉPINAY et PEROT, Journ. de phys. (2) 9, pag. 376. 1890.

2) K. R. KOCH, Berichte der naturf. Ges. zu Freiburg i. B. 8, pag. 123; WIED. Ann. 18, pag. 511. 1883.

3) A. MICHELSON u. E. MORLEY, Sil. Journ. 34, pag. 427. 1887.

4) FIZEAU, Compt. rend. 52, (1), pag. 274. 1861.

5) QUINCKE, POGG. Ann. 129, pag. 178. 1866.

6) WERNICKE, Berl. Monatsber. Febr. 1876; POGG. Ann. Erg.-Bd. 8, pag. 65. 1878.

7) WIENER, WIED. Ann. 31, pag. 632. 1887.

8) MACÉ DE LÉPINAY, Annales de chim. et de phys. (6) 10, pag. 68. 1887.

9) CANTONE, R. Acc. dei Lincei (4) 4, pag. 815. 1888.

10) K. R. KOCH, WIED. Ann. 3, pag. 611. 1878.

11) AUERBACH, WIED. Ann. 43, pag. 61. 1891.

12) CORNU, Compt. rend. 69, pag. 333. 1869.

13) K. R. KOCH, WIED. Ann. 5, pag. 251. 1878; 18, pag. 325. 1883.

an, die Beobachtungen wurden fortgesetzt von BECKENKAMP, VATER und NIEDMANN¹⁾.

Die durch die Wärme bewirkte Ausdehnung der Körper maass schon JERICHAU²⁾ mit seinem »Thermomikrometer« ebenfalls mittelst der Streifen dünner Blättchen; eine genaue Methode zur Bestimmung der Ausdehnungscoefficienten isotroper und anisotroper Körper gründete FIZEAU³⁾ darauf und wandte sie zu vielen Messungen an. In neuerer Zeit hat BENOÎT⁴⁾ die Methode wieder aufgenommen und ABBE ein verbessertes Dilatometer für solche Messungen construiert⁵⁾.

H. SCHRÖDER⁶⁾ gab ein Verfahren an, die Objektivlinsen optischer Instrumente mittelst der in der Nähe ihres Brennpunkts entstehenden Interferenzerscheinungen zu prüfen.

Mittelst der Interferenzstreifen des FRESNEL'schen Doppelp Prismas haben unter Anwendung intermittirenden Lichts TÖPLER und BOLTZMANN⁷⁾ die Schwingungen tönender Luftsäulen untersucht.

Häufig hat man unsere Erscheinungen zur Messung von Brechungsexponenten und zur Bestimmung der Aenderungen derselben benutzt. Dazu warden WERNICKE⁸⁾, SIRKS⁹⁾, RUBENS¹⁰⁾ und SNOW¹¹⁾ die Streifen dünner Blättchen an. Der JAMIN'sche Interferentialrefraktor diente meist zur Messung der Aenderungen. Derartige Versuche hat schon JAMIN¹²⁾ selbst über den Einfluss von Temperatur und Druck auf den Brechungsindex des Wassers, sowie über die verschiedene Brechung von trockener und feuchter Luft ausgeführt. Dann hat QUINCKE¹³⁾ auf diese Weise den Brechungsindex sehr dünner Metallblättchen zu bestimmen gesucht, KETTELER¹⁴⁾ die Dispersion verschiedener Gase, L. LORENZ¹⁵⁾ und K. PRYTZ¹⁶⁾ die Brechung von

1) BECKENKAMP, Zeitschr. f. Krystallogr. 10, pag. 41. 1885; VATER, Zeitschr. f. Krystallogr. 11, pag. 549. 1886; BECKENKAMP, Zeitschr. f. Kryst. 12, pag. 419. 1887; NIEDMANN, Zeitschr. f. Kryst. 13, pag. 362. 1888.

2) JERICHAU, POGG. Ann. 54, pag. 139. 1841.

3) FIZEAU, Ann. de chim. et de phys. (3) 66, pag. 429. 1862; POGG. Ann. 119, pag. 87 u. 297. 1863. — Compt. rend. 58, pag. 923. 1864; Ann. de chim. et de phys. (4) 2, pag. 143. 1864; POGG. Ann. 123, pag. 515. 1864. — Compt. rend. 60, pag. 1161. 1865; POGG. Ann. 126, pag. 611. 1865. — Compt. rend. 62, pag. 1101, 1133. 1866; Ann. de chim. et de phys. (4) 8, pag. 335. 1866; POGG. Ann. 128, pag. 564. 1866. — Compt. rend. 64, pag. 314. 1867; POGG. Ann. 132, pag. 292. 1867. — Compt. rend. 66, pag. 1005 u. 1072. 1868; POGG. Ann. 135, pag. 372. 1868. — Compt. rend. 68, pag. 1125. 1869. — POGG. Ann. 138, pag. 26. 1869.

4) BENOÎT, Trave et mém. du bureau intern. des poids et mes. I, C. I. 1881. — 6, pag. 1, 1888.

5) Beschrieben von G. WEIDMANN, WIED. Ann. 38, pag. 453. 1889 und im Katalog über optische Messinstrumente von CARL ZEISS in Jena, pag. 29. 1893.

6) SCHRÖDER, POGG. Ann. 113, pag. 502. 1861.

7) TÖPLER und BOLTZMANN, POGG. Ann. 141, pag. 321. 1870.

8) WERNICKE, POGG. Ann. 139, pag. 132. 1870.

9) SIRKS, POGG. Ann. 143, pag. 429. 1871.

10) RUBENS, WIED. Ann. 45, pag. 238. 1892.

11) RKBENS u. SNOW, WIED. Ann. 116, pag. 529. 1892.

12) JAMIN, Compt. rend. 42, pag. 482. 1856; 43, pag. 1191. 1856; 45, pag. 892. 1857. Ann. de chim. et de phys. (3) 52, pag. 163, u. 171. 1858. POGG. Ann. 98, pag. 345. 1856; 100, pag. 478. 1857.

13) QUINCKE, POGG. Ann. 119, pag. 368. 1863; 120, pag. 599. 1863.

14) KETTELER, Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865, pag. 29

15) L. LORENZ, Vidensk. Selsk. Skrifter (5) 8, pag. 205. 1869; 10, pag. 485. 1875; WIED. Ann. 11, pag. 70. 1880.

16) K. PRYTZ, Vidensk. Selsk. Skr. 6, pag. 1. 1880; WIED. Ann. 11, pag. 104. 1880.

Flüssigkeiten, Dämpfen und Gasen gemessen. QUINCKE¹⁾ und ZEHNDER²⁾ haben die Versuche JAMIN's über den Einfluss des Drucks auf die Brechung des Wassers wiederholt, RÖNTGEN und ZEHNDER³⁾ dieselben weitergeführt und auch auf Schwefelkohlenstoff ausgedehnt, CHAPPUIS und RIVIÈRE⁴⁾ haben die Brechung einiger Gase bei verschiedenen Drucken, BRACE⁵⁾ den Einfluss magnetischer Kräfte auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit cirkularpolarisierter Strahlen untersucht, SIERTSEMA⁶⁾ hat die Brechungsindices einiger verdünnter Salzlösungen bestimmt. Mittelst TALBOT'scher Streifen hat MASCART⁷⁾ die Refraction der Gase und die Brechung des Wassers unter Druck untersucht.

Wellenlängenbestimmungen mittelst NEWTON'scher Ringe hat schon NEWTON selbst ausgeführt (s. oben, pag. 549), dann FIZEAU⁸⁾ und KETTELER⁹⁾. ESSELBACH¹⁰⁾ hat sich zur Vergleichung der Wellenlängen verschiedener Spectrallinien der TALBOT'schen Streifen bedient.

Von besonderem Interesse sind die auf unsere Interferenzerscheinungen gegründeten Untersuchungen, welche sich direkter auf die Natur des Lichts selbst, sein Verhalten beim Auffallen auf Trennungsflächen verschiedener Körper, die Vorgänge des Leuchtens und die Natur des Aethers beziehen. Zunächst kann man hierher rechnen die Untersuchungen über die Phasenänderung bei der Reflexion, wie sie BABINET¹¹⁾, SENARMONT¹²⁾, BILLET¹³⁾, QUINCKE¹⁴⁾, WERNICKE¹⁵⁾, GLAN¹⁶⁾, WIENER¹⁷⁾, RITTER¹⁸⁾ ausgeführt haben. In engem Zusammenhang damit steht die Frage nach der Schwingungsrichtung des polarisirten Lichts, die auch in einigen der letzten Arbeiten erörtert wird. Namentlich an die letzte Abhandlung von WIENER, worin er die Ergebnisse einiger seiner Versuche mit stehenden Lichtwellen auf diese Gegenstände anzuwenden sucht, hat sich eine Discussion geknüpft¹⁹⁾.

J. J. MÜLLER²⁰⁾ glaubte durch Verschiebungen von Interferenzstreifen, die er

1) QUINCKE, WIED. Ann. 19, pag. 401. 1883.

2) ZEHNDER, WIED. Ann. 34, pag. 91. 1888.

3) RÖNTGEN u. ZEHNDER, Ber. d. Oberh. Ges. f. Nat. u. Heilk. 26, pag. 58. 1888.

4) CHAPPUIS et RIVIÈRE, Compt. rend. 96, pag. 699. 1883; 102, pag. 1461. 1886; 103, pag. 37. 1886; 104, pag. 1433. 1887. Ann. de chim. et de phys. (5) 14, pag. 5. 1888.

5) DE WITT BRISTOL BRACE, WIED. Ann. 26, pag. 587. 1885.

6) SIERTSEMA, DE JAMIN'sche Interferentialrefractor. Groningen 1890 (Inaug.-Diss.).

7) MASCART, Compt. rend. 78, pag. 417 u. 801. 1874. POGG. Ann. 153, pag. 149, 154. 1874.

8) FIZEAU, Ann. de chim. et de phys. (3) 66, pag. 429. 1862; POGG. Ann. 119, pag. 88. 1863.

9) KETTELER, Beob. über d. Farbenzerstr. d. Gase. Bonn 1865, pag. 14.

10) ESSELBACH, POGG. Ann. 98, pag. 527. 1856.

11) BABINET, Compt. rend. 8, pag. 709. 1839.

12) SENARMONT, Ann. de chim. et de phys. (2) 73, pag. 360. 1840. POGG. Ann. Ergz.-Bd. I, pag. 473. 1842.

13) BILLET, Ann. de chim. et de phys. (3) 64, pag. 408. 1862.

14) QUINCKE, POGG. Ann. 142, pag. 192. 1871.

15) WERNICKE, POGG. Ann. 159, pag. 198. 1876. WIED. Ann. 25, pag. 203. 1885. WIED. Ann. 30, pag. 452. 1887.

16) GLAN, WIED. Ann. 7, pag. 630. 1879; 47, pag. 252. 1892.

17) WIENER, WIED. Ann. 31, pag. 647. 1887. WIED. Ann. 40, pag. 203. 1890.

18) RITTER, WIED. Ann. 36, pag. 236. 1889.

19) DRUDE, WIED. Ann. 41, pag. 154. 1890. POINCARÉ, Compt. rend. 112, pag. 325. 1891. CORNU, Compt. rend. 112, pag. 365. 1891. POTIER, Compt. rend. 112, pag. 383. 1891. POINCARÉ, Compt. rend. 112, pag. 456. 1891. POTIER, Journ. de phys. (2) 10, pag. 101. 1891. DRUDE, WIED. Ann. 43, pag. 177. 1891; WIED. Ann. 48, pag. 119. 1893.

20) J. J. MÜLLER, Leipz. Sitzbr. 23, pag. 19. 1871. POGG. Ann. 150, pag. 86. 1873.

bei gewissen Versuchen beobachtet hatte, eine Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts von seiner Intensität nachgewiesen zu haben. Spätere Untersuchungen von LIPPICH¹⁾ und EBERT²⁾ haben jedoch gezeigt, dass dieser Schluss irrtümlich war.

Ueber die Natur der Lichtemission glühender Gase haben E. WIEDEMANN³⁾, EBERT⁴⁾, Lord RAYLEIGH⁵⁾, A. MICHELSON⁶⁾ besonders mittelst der bei hohen Gangunterschieden eintretenden Erscheinungen Aufschluss zu gewinnen gesucht. Den Einfluss der Bewegung des durchstrahlten Mittels auf die Lichtgeschwindigkeit haben FIZEAU⁷⁾ und neuerdings MICHELSON und MORLEY⁸⁾ nachgewiesen; ein ähnliches Verfahren hat ROITI⁹⁾ mit negativem Erfolg auf einen von einem galvanischen Strom durchlaufenen Körper anzuwenden gesucht. FEUSSNER.

Beugung des Lichts.

Beugung des Lichts (oder Diffraction auch Inflexion) nennt man den Vorgang, welcher eintritt, wenn Lichtstrahlen nahe an der Grenze ponderabler Körper oder überhaupt einer optisch discontinuirlichen Stelle vorübergehen, und welchen man gewöhnlich als eine Abweichung der Strahlen von ihrer geradlinigen Bahn zu bezeichnen pflegt.

Wenn auch die erste Erwähnung sich bei LEONARDO DA VINCI findet¹⁰⁾, hat doch hierhergehörige Erscheinungen FRANCISCUS MARIA GRIMALDI zuerst genauer beobachtet, in den zwei ersten Abschnitten seines nachgelassenen Werks (*Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride . . . Bononiae 1665, pag. 1—23*) beschrieben, abgebildet und zu erklären versucht. GRIMALDI beschreibt hauptsächlich zwei Versuche; bei dem ersten wird in den Lichtkegel, welchen die durch eine sehr kleine Oeffnung in ein verdunkeltes Zimmer geleiteten Sonnenstrahlen bilden, ein schmaler Körper gebracht und die sich bildende Beugungsercheinung auf einem dahinter aufgestellten Schirm aufgefangen, bei dem zweiten wird an die Stelle des schmalen Körpers ein Schirm mit einer kleinen Oeffnung gesetzt, so dass nur die durch diese letztere gehenden Strahlen zu dem hinteren Schirm gelangen. Bei dem ersten Versuch war nun der von dem schmalen Körper geworfene Schatten erheblich breiter, als einer geradlinigen Fortpflanzung der Strahlen entsprach, er zeigte sich ferner bei genügend kleiner Eintrittsoffnung der Strahlen von drei Streifen umgeben, deren Mitte weiss und heller war, als diese Stelle bei ungestörter Ausbreitung des Lichts gewesen sein

¹⁾ LIPPICH, Wien. Sitzbr, 72, pag. 335. 1875.

²⁾ EBERT, WIED. Ann. 32, pag. 337. 1887.

³⁾ E. WIEDEMANN, WIED. Ann. 5, pag. 503. 1878.

⁴⁾ EBERT, WIED. Ann. 34, pag. 39. 1888; 36, pag. 466. 1889; 43, pag. 790. 1891.

⁵⁾ Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. (5) 27, pag. 298. 1889.

⁶⁾ A. MICHELSON, Phil. Mag. (5) 31, pag. 338. 1891.

⁷⁾ FIZEAU, Ann. de chim. et de phys. (3) 57, pag. 385. 1859.

⁸⁾ MICHELSON and MORLEY, SILL. Journ. (3) 31, pag. 377. 1886. MICHELSON, SILL. Journ. (3) 21, pag. 120. 1881. MICHELSON and MORLEY, SILL. Journ. (3) 34, pag. 333. 1887.

⁹⁾ ROITI, Nuovo Cim. (2) 9, pag. 148. 1873. POGG. Ann. 150, pag. 164. 1873.

¹⁰⁾ S. Libri, Hist. des sc. math. en Ital. III, pag. 54.