universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Optik

Winkelmann, Adolph

1894

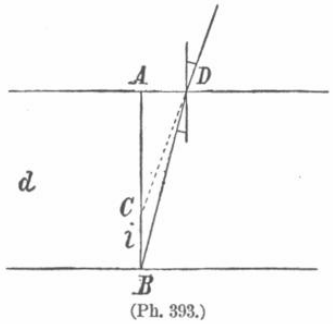
Die dioptrischen Methoden zur Bestimmung von Brechungsindices und deren Ergebnisse

urn:nbn:at:at-ubi:2-7838

Die dioptrischen Methoden zur Bestimmung von Brechungsindices und deren Ergebnisse.

A. Methoden.

Die zur Bestimmung des Brechungsindex[1]) eines Körpers eingeschlagenen Wege — ganz abgesehen von den nicht dioptrischen Bestimmungsmethoden (JAMIN, KETTELER, QUINCKE, WERNICKE, ARONS und RUBENS), bezüglich deren wir auf die betreffenden Artikel weiter unten verweisen — sind sehr zahlreich, da fast jede optische Relation, in welcher der Brechungsindex vorkommt, zum Ausgangspunkt einer neuen Methode genommen werden kann. Eine sehr grosse Verbreitung hat wegen ihrer hohen Leistungsfähigkeit die prismatische Ablenkungsmethode in ihren verschiedenen Abarten erfahren. Ein mindestens ebenbürtiger Platz ihr zur Seite ist durch die Arbeiten der letzten 20 Jahre der Totalreflexionsmethode zuerkannt worden. Zuerst sollen einige der weniger gebräuchlichen Methoden kurz besprochen werden.



(Ph. 393.)

Zur Bestimmung der Brechungsindices von planparallelen Platten hat zuerst DE CHAULNES[2]) eine Methode vorgeschlagen, welche diese Messung mit Hilfe eines Mikroskops auszuführen gestattet. Das Verfahren ist sehr einfach. Das Mikroskop wird zuerst auf eine beliebige, auf dem Objektträger befindliche Marke eingestellt, alsdann wird die Platte zwischen geschoben und nun das Mikroskop von Neuem auf die Marke eingestellt. Beträgt die (mikrometrisch gemessene) Verschiebung des Mikroskops l, die Dicke der Platte d (Fig. 393), so gilt angenähert für den Brechungsindex:

$$n = \frac{d}{d - l}.$$

Die Messung kann auch durch Einstellung des Mikroskops auf die obere und untere Fläche der Platte bewirkt werden. Man erhält dann die Differenz $d - l$ (AC in Fig. 393), die scheinbare Dicke der Platte, unmittelbar und der Brechungsindex ist gleich dem Quotienten aus wirklicher und scheinbarer Dicke.

BERTIN[3]) hat dieselbe Methode in einer etwas anderen Form angewandt, indem er nämlich allein durch Einschieben des Oculars das Mikroskop successive auf die den drei Punkten A, C und B entsprechenden Ebenen einstellte und mit

---

[1]) Ueber die Grundgesetze der Brechung vergl. oben pag. 14—37.

[2]) Duc DE CHAULNES, Mém. de l'Acad. des sc. 1767, pag. 431; Hist. de l'Ac. 1767, pag. 164. — Vergl. ferner: SABLER, POGG. Ann. 65, pag. 80. 1845; QUINCKE, POGG. Ann. 132, pag. 2. 1867; SORBY (grössere Genauigkeit), Fortschritte der Physik 1878, pag. 380; Beckrode (Anwendung auf condensirte Gase, welche in zusammengekittete Glasgefässe mit parallelen Wänden eingeschlossen sind), WIED. Ann. 8, 400; Anwendung auf doppelt brechende Krystallplatten bei STOKES, Proc. Roy. Soc. 26, pag. 386. 1877; HECHT, Neues Jahrb. f. Min. 6. Beil., Bd. 258. 1889.

[3]) BERTIN, Ann. chim. et phys. 26, pag. 288. 1849; vergl. auch FORTHOMME, Nouveau procedé etc. Nancy 1860 (Flüssigkeiten).

Hilfe eines Mikrometers die Vergrösserungen maass Sind diese der Reihe nach G, g und γ, so erhält man:

$$n = \frac{G}{\gamma} \cdot \frac{G-g}{G-\gamma}.$$

Eine andere Art, den Brechungsindex von Platten mit parallelen Planflächen zu bestimmen, ist das von BERNARD[1]) beschriebene Verfahren. Es wird die Grösse der Verschiebung ermittelt, welche ein unter bestimmtem Winkel auf die Platte auffallender Strahl durch dieselbe erleidet. Zur Messung der Verschiebung dient bei dünneren Platten ein Mikroskop mit Ocularmikrometer, bei dickeren ein auf einem Maassstabe verschiebbares Beobachtungsrohr. Die Platte selbst ist drehbar an der Axe eines Theilkreises befestigt. Ein besonderes Interesse gewährt die Methode dadurch, dass man im Stande ist, durch Anwendung eines engen Spaltes bei hinreichend dicker Platte die FRAUNHOFER'schen Linien zu beobachten, d. h. also ohne Zuhilfenahme eines Prismas.

Die folgende Methode, eine Linse zu Messungen zu verwerthen, ist früher verschiedentlich benutzt worden[2]). Gegenwärtig findet dieselbe nur noch vereinzelt und auf Flüssigkeiten Anwendung[3]). Die Grundlage der Methode bildet die Beziehung, welche zwischen dem Brechungsindex und den Krümmungsradien der Linse einerseits und der Brenn- oder Bildweite andererseits besteht. Da man im Stande ist, nach bekannten Formeln die Brennweite aus den Radien und dem Index zu berechnen, so ist es auch umgekehrt möglich, wenn die Radien gegeben sind, durch Messung der Vereinigungsweiten der von einem bestimmten Punkte ausgehenden Strahlen den Brechungsindex zu finden. Die Bestimmung des letzteren kommt also wieder auf eine Längenmessung hinaus. Eigentliche Vortheile gewährt die Methode nicht.

Von besonderem theoretischen Interesse ist das von BILLET[4]) angewandte Verfahren, die Bestimmung der Brechungsindices und deren Veränderungen mit der Temperatur an dünnen Wasserstrahlen vorzunehmen, welche durch Ausfliessen des Wassers aus einem vertical gestellten Röhrchen gebildet werden. Die eigentliche Methode rührt ursprünglich von BABINET[5]) her, welcher dieselbe zum Studium der Regenbogenerscheinung benutzte. Das Beobachtungsverfahren bestand in der Hauptsache in der Anwendung eines schmalen Verticalspaltes, eines getheilten Kreises und eines kleinen Fernrohrs. BILLET suchte nicht nur durch Winkelmessungen am Regenbogen den Brechungsindex direkt zu bestimmen[6]), sondern auch die bei Anwendung kalter und heisser Wasserstrahlen

[1]) BERNARD, Compt. rend. 34 u. 41; POGG. Ann. 79, 145. 1854; Bd. 97, pag. 141 1856; in ähnlicher Art auf Flüssigkeiten angewandt von MONTIGNY, POGG. Ann. 123, pag. 581. 1864; FORTHOMME, l. c. Ferner über eine Verwendung des BERNARD'schen »Refractometers« zum Studium der Gesetze der Doppelbrechung vergl. BILLET, Compt. rend. 61, pag. 514; POGG. Ann. 97, pag. 148. 1856; ferner PICHOT, Compt. rend. 52, pag. 316. 1861.

[2]) Vergl. BREWSTER, Treatise on philos. Instrum., Edinb. 1814; BARLOW, Rules and Principles Philos. Trans. 1827; FORTHOMME l. c. 1860.

[3]) Eins der neueren Instrumente dieser Art findet sich bei PILTSCHIKOFF, Journal de Phys. élement. 1889, 4, pag. 193. (Ztschr. für Instrkde. 1889, pag. 488).

[4]) BILLET, Mêm.. sur les dix neuf premiers arcs-en-ciel de l'eau, Ann. de l'Écol. Norm. V., pag. 67, 1868; vergl. ferner MILLER, POGG. Ann. 53, pag. 214. 1841; 56, pag. 358. 1842.

[5]) BATINET, POGG. Ann. 41. 1837, pag. 139.

[6]) Ueber Versuche, durch Zerstäuben von anderen Flüssigkeiten als Wasser die Abhängigkeit der Winkelgrössen von dem Brechungsindex der betreffenden Flüssigkeit experimentell zu prüfen, siehe HAMMERL, Wien. Ber. 86, 2. 1883, pag. 206; ferner TYNDALL, Phil. Mag. 9. 1884 u. 17. 1889, pag. 148.

hervorgerufenen Winkeländerungen zur Ermittlung der Temperaturvariationen der Brechungsindices zu verwerthen. Jedoch ist hierzu zu bemerken, dass schon für eine Messung am 1. Regenbogen die Auffindung des Brechungsindex an die Auflösung einer Gleichung dritten Grades geknüpft ist und dass sich die Rechnungen für die Regenbogen höherer Ordnung noch weiter verwickeln. Auch verlangt die richtige Lösung der Aufgabe eine vollständige Berücksichtigung der AIRY'schen Regenbogentheorie[1]).

Eine ebenfalls an die Regenbogentheorie anknüpfende Methode, den Brechungsindex von Flüssigkeiten zu bestimmen, welche in Glasröhren eingeschlossen sind, und deren Anwendung auf condensirte Gase hat DECHANT beschrieben[2]).

Ein sehr sinnreiches und nützliches Verfahren ist das von S. EXNER[3]) zur Untersuchung kleiner Körper, Pulver, Niederschläge etc. angegebene. Wenn man nämlich die betreffenden Objekte in Flüssigkeiten von nahezu gleichem Brechungsvermögen einbettet und für eine geeignete, im Wesentlichen der TOEPLER'schen Schlierenmethode[4]) entnommene Beleuchtung Sorge trägt, so heben sich die Objekte selbst bei den minimalsten Unterschieden im Brechungsvermögen deutlich von ihrer Umgebung ab. Dabei macht es einen Unterschied für das Aussehen der Contouren, ob der Brechungsindex der Flüssigkeit grösser oder kleiner als der des Objektes ist. Indem man also das Objekt successive in Flüssigkeiten einbettet, deren Brechungsindices bekannt sind, und dann die Grenzen, zwischen denen der Brechungsindex eingeschlossen ist, immer enger zieht, erhält man schliesslich den Brechungsindex des betreffenden Körpers. Die Genauigkeit dieser Methode kann beliebig weit getrieben werden, sie richtet sich ganz nach der Genauigkeit, mit welcher die Brechungsindices der Einbettungsflüssigkeiten gemessen werden[5]). Eine Methode, die Brechungsindices pulverisirter Glaskörper mit Hilfe der Totalreflexionsmethode zu bestimmen, hat vor kurzem M. LE BLANC[6]) beschrieben.

Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens mit Hülfe eines Prismas.

1) Vorbemerkungen. Die Messung des Brechungsindex gründet sich auf die Bestimmung des »brechenden Winkels« des Prismas und des »Ablenkungswinkels«, um den ein im Hauptschnitt verlaufender Strahl nach seinem Austritt aus dem Prisma aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt ist.

Die Ausführung der Messung geschieht im allgemeinen mit Hülfe von Fernrohr und Theilkreis[7]). Zur Beleuchtung dient bei den drei nachstehend zuerst

---

[1]) Ueber neuere, zur Prüfung der Regenbogentheorie und für bestimmte FRAUNHOFER'sche Linien (spectrale Zerlegung des Regenbogens) ausgeführte Messungen siehe PULFRICH, WIED. Ann. 33, pag. 194. 1888.

[2]) DECHANT, Wien Ber. 90. pag. 539. 1881.

[3]) S. EXNER, Ueber ein Mikrorefractometer, Repert. der Physik 21. pag. 555. 1885. (Z. f. Instrumentenkunde 1886, pag. 139.)

[4]) TÖPLER, WIED. Ann. 27, pag. 556.

[5]) Die eigenthümlichen Erscheinungen, welche eintreten, wenn Pulver von sehr grosser Feinheit in Flüssigkeiten von derselben Lichtbrechung eingebettet sind, sind von CHRISTIANSEN beobachtet und WIED. Ann. 23, pag. 298, 439. 1885 beschrieben worden.

[6]) LE BLANC, Zeitschr. f. physik. Chemie X, 1892, pag. 433.

[7]) Ein auf nahezu gleichseitige Prismen beschränktes Verfahren, die Bestimmung der Winkel und Brechungsindices von Prismen mit Hülfe von Fernrohr und Scala vorzunehmen, ist von W. FEUSSNER, Sitz.-Ber. Marburg 1888, pag. 65, veröffentlicht worden.

beschriebenen Methoden ein feststehendes Collimatorrohr mit Spalt und Collimatorlinse. Die Strahlen passiren das Prisma als parallele Strahlenbündel und vereinigen sich im Ocularfeld des auf unendlich eingestellten Beobachtungsrohres zu einem Bilde des Spaltes, auf welches die daselbst befestigte Marke (Fadenkreuz) eingestellt wird. Die unter 5 stehende Methode bedarf des Collimators nicht.

Der gefundene Brechungsindex ist stets der relative, bezogen auf den Brechungsindex der umgebenden Luft gleich Eins. Behufs Reduction auf den leeren Raum ist der Index noch mit dem Brechungsindex der Luft — bei gewöhnlicher Temperatur mit 1·000294 — zu multipliciren.

Mit Hülfe der prismatischen Ablenkungsmethode ist die überwiegende Mehrzahl der bis jetzt bekannten Brechungsindices fester, flüssiger und zum Theil auch gasförmiger Körper (die beiden letzteren in Hohlprismen) von zahlreichen Forschern (FRAUNHOFER, BADEN-POWELL, DUTIROU, LANDOLT, MASCART, VAN DER WILLIGEN, DALE und GLADSTONE, RÜHLMANN, WÜLLNER u. A.) bestimmt worden.

Eine sehr umfangreiche Zusammenstellung von Brechungsindices der verschiedenen Körper und ein ziemlich vollständiges Literaturverzeichniss findet sich in den LANDOLT'schen Tabellen).

Die Untersuchung von Gasen (BIOT und ARAGO, DULONG, LE ROUX) ist natürlich mit erheblich grösseren Schwierigkeiten verbunden als diejenige fester oder flüssiger Körper, sie verlangt insbesondere eine äusserst sorgfältige Berücksichtigung der Druck- und Temperaturverhältnisse des Gases im Hohlprisma und der umgebenden Luft. An Genauigkeit stehen die mittelst der Ablenkungsmethode gefundenen Resultate für die Gase den nach Interferenzialmethoden gefundenen (KETTELER, JAMIN) erheblich nach. — Im ultravioletten Theile des Spectrums haben ESSELBACH, MASCART, SORET, SARASIN u. A. für eine Anzahl fester Körper Messungen angestellt. Auch im ultrarothen Theile ist die Kenntniss der Brechungsindices für mehrere durchsichtige Körper durch MOUTON, LANGLEY und RUBENS gefördert worden[1]). In methodischer Hinsicht erwähnenswerth an dieser Stelle ist bei den letztgenannten Untersuchungen der Ersatz des Fadenkreuzes durch ein Linearbolometer und die Verwendung des Princips, die Intensität einer Strahlung aus der Widerstandsänderung zu messen, welche der bestrahlte Leiter, das Bolometer, erleidet. — Ein hervorragendes theoretisches und practisches Interesse gewähren ferner die von KUNDT[2]) nach dem prismatischen Ablenkungsverfahren vorgenommenen Messungen der Brechungsindices verschiedener Metalle. Ist die Messung wie bei KUNDT auf Prismen von sehr kleinem brechenden Winkel — die Prismen wurden elektrolytisch als Doppelprismen auf platinirtem Glas niedergeschlagen — und auf kleine, wenig von Null verschiedene Einfallswinkel beschränkt, so erfolgt die Brechung in Metallprismen nach denselben Formeln wie bei durchsichtigen Körpern. Für grosse Einfallswinkel treten Complicationen ein, bezüglich deren auf die Arbeiten von VOIGT[3]), DRUDE[4]) und DU BOIS und RUBENS[5]) verwiesen wird.

2) Methode der minimalen Ablenkung (FRAUNHOFER). Das zuerst von

---

[1]) Ueber die von ARONS und RUBENS (WIED. Ann. 42, pag. 581. 1891) auf elektrische Wellen ausgedehnte Bestimmungsmethode von Brechungsindices von festen und flüssigen Isolatoren vergl. einen späteren Artikel.

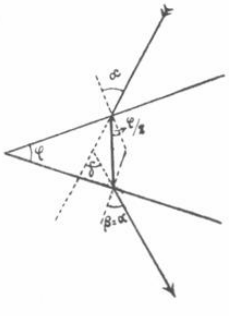
[2]) KUNDT, Sitz.-Ber. d. Berl. Acad. 1888. II. pag. 255 u. 1387.

[3]) VOIGT, WIED. Ann. 24, pag. 144. 1885.

[4]) DRUDE, WIED. Ann. 42, pag. 666. 1891.

[5]) DU BOIS und RUBENS, WIED. Ann. 41, pag. 507. 1891.

FRAUNHOFER gelehrte Verfahren[1]), den Brechungsindex einer Substanz zu bestimmen, welches seither fast ausschliesslich zu exacten Messungen benutzt worden ist, besteht darin, dass man dem Prisma diejenige Lage giebt, in welcher die Ablenkung der Strahlen ein Minimum ist (Fig. 394), Einfalls- und Austrittswinkel sind einander gleich, $\alpha = \beta$)[2]). Für die Genauigkeit der Messung ist diese Lage von grosser Wichtigkeit, sofern nur in der Minimalstellung des Prismas das Bild des durch das Prisma gesehenen Spaltes diesem vollkommen ähnlich ist. Ferner gestaltet sich auch die Berechnung des Brechungsindex wesentlich einfacher. Unter δ die Ablenkung eines bestimmten homogenen Strahlenbündels und unter φ den brechenden Winkel verstanden, ergiebt sich der Brechungsindex für die betreffende Lichtart zu:

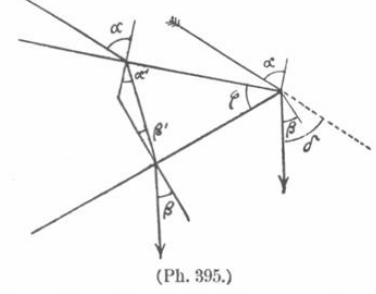


(Ph. 394.)

$$N = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \varphi)}{\sin \frac{1}{2}\varphi}.$$

Die Formel leitet sich in einfachster Weise aus dem Brechungsgesetz ab, sofern man berücksichtigt, dass der Strahl im Innern des Prismas mit der Normalen zur brechenden Fläche den Winkel $\varphi/2$ bildet und $\delta = 2\,(\alpha - \varphi/2)$ gesetzt werden kann.

Die Messungen, welche von FRAUNHOFER selbst an verschiedenen Gläsern und Flüssigkeiten vorgenommen wurden, besitzen, obschon sie mit einem etwas schwerfälligen Apparat ausgeführt wurden, bereits einen sehr hohen Grad der Genauigkeit und geben den ersten genaueren Aufschluss über die Grösse und den Verlauf der Dispersion in jenen Körpern. Gegenwärtig ist die Anwendung der Methode durch weit bequemer zu handhabende Instrumente — Spectrometer nach MEYERSTEIN, STEINHEIL, BABINET, V. v. LANG u. A. — erheblich erleichtert worden. Alle diese Apparate besitzen ausser dem Collimatorrohr ein um eine verticale Axe drehbares Fernrohr und einen mit Nonien oder Mikroskopen versehenen Theilkreis, in dessen Mitte auf einem besonderen Tischchen das Prisma seine Aufstellung findet. Um den Ablenkungswinkel zu messen, wird das Beobachtungsrohr zuerst auf den direkt gesehenen Spalt des Collimatorrohres (»gerade Durchsicht«) eingestellt und dann auf den durch das Prisma gesehenen. Die Bestimmung des Prismenwinkels erfolgt nach bestimmten goniometrischen Grundsätzen (nach zwei Methoden: Prisma fest und Fernrohr beweglich, oder Fernrohr fest und Prisma beweglich).



(Ph. 395.)

Es ist vielleicht noch erwähnenswerth, dass die Methode der minimalen Ablenkung als Specialfall der folgenden allgemeinen Methode betrachtet werden darf, die darin besteht, dass man für eine beliebig von der Minimalstellung abweichende Lage des Prismas

[1]) FRAUNHOFER, Denkschriften, München V., pag. 193. 1817. (Gesammelte Schriften, herausgegeben von LOMMEL 1888).

[2]) Eine Verallgemeinerung dieser Methode — der eintretende Strahl wird nach mehrfachen inneren Reflexionen so zum Austritt gebracht, dass seine ganze Ablenkung ein Minimum oder ein Maximum wird — hat SELLA, Rend. R. Acc. dei Linc. Roma 7, pag. 300. 1891; WIED. Beibl. 1892, pag. 423 (Anwendung auf Diamant), beschrieben.

die Ablenkung misst und nun das Prisma um eine parallel zur brechenden Kante gelegene Axe soweit dreht, bis die Ablenkung wieder die gleiche geworden ist. Der Erfolg ist derselbe, als wenn man bei festgehaltenem Prisma Einfalls- und Austrittswinkel mit einander vertauscht hätte. Bezeichnet man (Fig. 395) die Ablenkung mit δ' ($> \delta$), den Drehungswinkel mit ρ, so führt eine etwas umständliche Ableitung zu der folgenden Formel für den Brechungsindex

$$N = \frac{sin\frac{1}{2}(\delta' + \varphi)}{sin\frac{1}{2}\varphi} \cdot \frac{cos\frac{1}{2}\varphi}{cos\frac{1}{2}(\alpha' - \beta')},$$

worin $\alpha' - \beta'$ bestimmt ist durch

$$tang\frac{1}{2}(\alpha' - \beta') = \frac{tang\frac{1}{2}\rho}{tang\frac{1}{2}(\delta' + \varphi)} \cdot tang\frac{1}{2}\varphi.$$

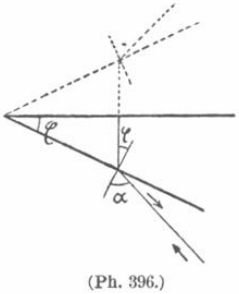
Wenn man in diesen Formeln $\rho = 0$, d. h. $\alpha' = \beta'$ setzt, so reduciren sich dieselben ohne Weiteres auf den früheren Ausdruck. Einen praktischen Vortheil gewährt die allgemeine Methode nicht.

Für Prismen von sehr kleinen brechenden Winkeln ist praktisch das Aufsuchen der Minimalstellung des Prismas werthlos, da die Ablenkung für kleine Einfallswinkel unabhängig von diesen ist. Für solche Prismen lässt sich einfacher schreiben

$$N = \frac{\delta + \varphi}{\varphi},$$

wobei die Grössen δ und φ in beliebigem Winkelmaass gemessen werden können (KUNDT, Brechungsindices der Metalle, l. c.)[1].

3) Methode des in sich zurückkehrenden Strahles (ABBE). Sehr nahe verwandt mit der Methode der minimalen Ablenkung ist das in seiner Grundlage von LITTROW[2] erdachte und von ABBE weiter ausgebildete Verfahren[3]: die in das Prisma eintretenden Strahlen an der hinteren Fläche so reflectiren zu lassen, dass der austretende Strahl seiner Richtung und Lage nach mit dem eintretenden zusammenfällt, d. h. in sich zurückkehrt (Fig. 396)[4]. Collimator und Beobachtungsrohr sind hierbei in ein einziges feststehendes Fernrohr verschmolzen, was dadurch erreicht ist, dass der lichtgebende Spalt in der einen Hälfte des Ocularfeldes sich befindet, während die andere Hälfte für die Beobachtung frei bleibt. Da nur das Prisma beweglich ist, so fällt das umständliche Aufsuchen des Minimums der Ablenkung hier ganz fort und es ist jedesmal nur eine einfache Einstellung des Spaltbildes vorzunehmen. Im Uebrigen entspricht der Strahlengang, wie aus der Figur zu ersehen ist, vollständig demjenigen in der Minimalstellung



(Ph. 396.)

[1]) Ueber den Einfluss der Fehler, denen die prismatische Ablenkungsmethode unterworfen ist (Krümmung der Prismenflächen etc.) vergl. W. VOIGT, Zeitschr. f. Kryst. 1880; A. und E. WEISS, Wien. Ber. 33, pag. 589. 1858; SIEBEN, Verh. d. Oberhess. Ges. f. Nat. u. Heilk. 29, pag. 149. 1884; WIED. Ann. 23, pag. 316. 1884.

[2]) LITTROW, Wien. Ber. 47, 2, pag. 26.

[3]) ABBE, Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper, Jena 1874; vergl. ferner CZAPSKI, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1890, pag. 361 und PULFRICH, WIED. Ann. 45, pag. 609. 1892.

[4]) Denselben Strahlengang findet man bei der von DE WAHA (Journ. de Phys. VI. 186. 1877) zur Untersuchung von Flüssigkeiten in Vorschlag gebrachten Methode (Verwendung eines in die Flüssigkeit eintauchenden, drehbaren Spiegels, veränderlicher Prismenwinkel). Man vergleiche ferner PULFRICH »Totalreflectometer etc.« Leipzig 1890, pag. 136 (Verwendung der freien Oberfläche als brechende Fläche).

eines Prismas von genau dem doppelten brechenden Winkel, so dass also die Genauigkeit der Abbildung in beiden Fällen die gleiche ist. Die ABBE'sche Methode darf also den oben genannten Vorzug der FRAUNHOFER'schen Methode auch für sich in Anspruch nehmen, ohne aber an den Nachtheilen und Umständlichkeiten zu leiden, die jener noch anhaften.

Man erhält den Brechungsindex aus drei Einstellungen zu:

$$N = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}.$$

Ein weiterer Vorzug des Verfahrens besteht darin, dass es möglich ist, die Dispersionsbestimmung auf mikrometrischem Wege durch Differenzmessung und daher erheblich genauer auszuführen, als durch Ermittelung der Brechungsindices für einzelne Spectrallinien. Den Betrag β, um welchen sich die Einfallswinkel der einzelnen — an der Hinterfläche normal reflectirten — verschieden gefärbten Strahlenbündel von einander unterscheiden, erhält man hier ohne weiteres durch Drehung des Prismas und durch successives Einstellen der verschiedenen Spectrallinien, ablesbar an der Trommel einer Mikrometerschraube. Bezeichnet man den direct gefundenen Index für Natriumlicht mit N_0, so ergiebt sich die gesuchte Dispersion (Unterschied der Brechungsindices) zu:

$$N - N_0 = \frac{1}{\sin \varphi} \cos(\alpha_0 + \beta/2) \sin \beta.$$

Die numerische Berechnung gestaltet sich so wesentlich einfacher, als bei directer Bestimmung der verschiedenen Brechungsindices, sofern zur Ausrechnung der Differenz $N - N_0$ bis auf Einheiten der 5. Decimale von N genau meist schon eine vierstellige Logarithmentafel ausreicht[1]).

Auch bezüglich der Ermittlung des Temperatureinflusses auf Brechung und Dispersion[1]) verzichtet die Methode von vornherein darauf, die Brechungsindices für die verschiedenen Temperaturen einzeln zu messen; das Verfahren gestattet vielmehr die dem Einfluss der Temperatur unterworfenen Winkelgrössen in ihren Differenzen von einer Beobachtung zur anderen selbständig durch mikrometrische Messung zu bestimmen. Dieses Ziel ist dadurch erreichbar, dass das zu untersuchende Prisma mit einer Hilfsfläche versehen wird, die so gelegen ist, dass ihre Normale mit der Richtung des Beobachtungsrohres nahezu zusammenfällt. Bei festen Körpern wird die Hilfsfläche an das Prisma direkt angeschliffen, bei Flüssigkeiten an die vordere dem Fernrohr zugewandte Planparallelplatte. Es entsteht dann im Gesichtsfeld des Beobachtungsrohrs ausser dem Spectrum noch ein von dem Temperaturwechsel in seiner Lage nicht beeinflusstes Spaltbild. Die Lagenänderungen der Spectrallinien zu dieser unveränderlichen Marke sind mikrometrisch messbar und gleich den zugehörigen Variationen, denen die Einfallswinkel der an der Rückfläche normal reflectirten Strahlen unterworfen sind. Man erhält die Temperaturvariation des Brechungsindex dirket zu:

$$N_2 - N_1 = \frac{1}{\sin \varphi} \cos(\alpha_0 + \beta + \beta'/2) \cdot \sin \beta',$$

unter β' die beobachtete Variation des Winkels α und unter N_2 und N_1 die den beiden Temperaturen t_2 und t_1 zugehörigen Indices verstanden, letztere bezogen auf Luft von derselben Temperatur wie das Prisma. Die Aenderung des relativen Index pro 1° C. Temperatur ist dann

$$\Delta N = \frac{N_2 - N_1}{t_2 - t_1}.$$

[1]) ABBE, l. c., und PULFRICH, Einfluss der Temperatur auf Lichtbrechung des Glases, WIED. Ann. 45, pag. 609. 1892.

Die Kenntniss dieses Ausdruckes ist überall da von Interesse, wo, wie es in der Praxis meist der Fall ist, die Luft an den Temperaturvariationen des Körpers theilnimmt (Veränderung der Brennweite eines Objectivs etc.) Die wahre Aenderung des Brechungsindex wird indess durch eine andere Grösse dargestellt, die man erhält, wenn man die obigen relativen Indices N auf Luft von constanter Temperatur oder auf den leeren Raum reducirt. Man erhält dann, unter N den absoluten Index der Substanz und unter n denjenigen der Luft verstanden, wegen $\mathfrak{N} = N \cdot n$, für die Aenderung des absoluten Brechungsindex pro 1° C. den Ausdruck[1]):

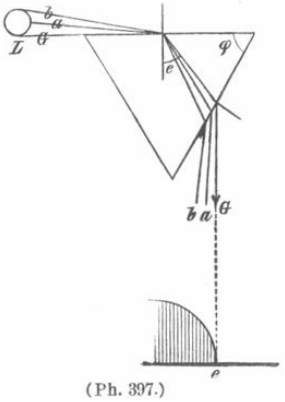
$$\Delta \mathfrak{N} = \Delta N + N \Delta n,$$

wo Δn die als bekannt vorausgesetzte Variation des Brechungsindex der Luft bedeutet (vergl. darüber weiter unten und l. c.).

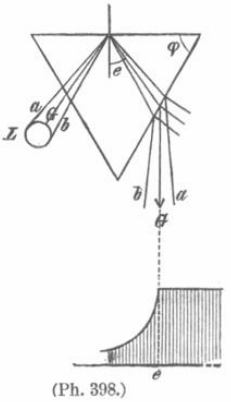
4) Die Methode des normal austretenden Strahles ist von geringem practischen Interesse. Sie beruht auf dem von MEYERSTEIN angegebenen Verfahren, das Prisma so zu placiren — in fester Verbindung mit dem Beobachtungsrohr und mit diesem um eine verticale Axe drehbar —, dass die vom Collimator kommenden Strahlen das Prisma normal zur Austrittsfläche verlassen. Bezeichnet man wieder mit δ die beobachtete Ablenkung, so wird

$$N = \frac{sin(\delta + \varphi)}{sin\, \varphi}.$$

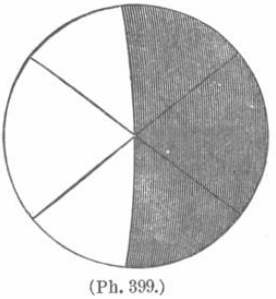
5) Methode des streifenden Eintritts und der Totalreflexion. Dem zu untersuchenden Prisma lässt sich endlich noch eine vierte Specialstellung geben durch Anwendung der von F. KOHLRAUSCH[2]) in Vorschlag gebrachten Methode des streifenden Eintritts (Einfallswinkel 90°). Der Name rührt daher, dass die Beleuchtung durch eine in der Verlängerung der einen Prismenfläche aufgestellte Flamme bewirkt wird (Fig. 397). Das frühere Collimatorrohr mit Spalt kommt hierbei ganz in Fortfall. Um die Unbequemlichkeit, welche durch die Nähe der Flamme entsteht, zu vermeiden, kann man letztere auch in grössere Entfernung bringen und die Strahlen mittelst einer Sammellinse convergirend auf die Prismenfläche senden. Sofern die Beleuchtung mit homogenem Lichte (Natriumflamme) geschieht, erscheint im Gesichtsfeld des auf unendlich eingerichteten Beobachtungsrohres ein breites Lichtband, welches auf der einen Seite wie mit dem Messer scharf abgeschnitten ist (Fig. 399). In der Trennungslinie zwischen hell und dunkel vereinigen sich alle diejenigen Strahlen, welche



(Ph. 397.)



(Ph. 398.)

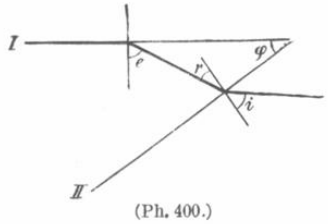

(Ph. 399.)

[1]) Bezüglich des von FIZEAU angewandten Verfahrens, die Veränderungen der absoluten Brechungsindices fester Körper durch Beobachtung der Lagenänderung von Interferenzstreifen zu bestimmen, sei auf einen späteren Artikel verwiesen.

[2]) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 16, pag. 603. 1882.

unter genau 90° auf die Prismenfläche fallen und unter dem Grenzwinkel (e) der Totalreflexion in das Prisma eintreten. Dieselbe Trennungslinie erhält man, wenn man die Hinterfläche des Prismas im reflectirten Lichte betrachtet (Fig. 398). Sofern sie hier die Gebiete der totalreflectirten und partiell reflectirten Strahlen von einander scheidet, wird sie allgemein als die Grenzlinie der Totalreflexion bezeichnet, gleichviel ob sie durch streifend eintretende oder reflectirte Strahlen erzeugt worden ist. Die Lage ist in beiden Fällen die gleiche, die Vertheilung der Helligkeiten zu beiden Seiten der Grenzlinie (in den obigen Figuren durch die beiden Curven graphisch veranschaulicht) ist aber für die reflectirten Strahlen eine ganz andere als für die gebrochenen Strahlen. Für den Ungeübten ist das Aufsuchen der Grenzlinie im reflectirten Licht meist mit grossen Schwierigkeiten verbunden, während bei Anwendung streifenden Eintritts die Grenzlinie wegen gänzlichen Lichtmangels in der einen Hälfte des Gesichtsfeldes eclatant zu Tage tritt.

Die Bestimmung des Brechungsindex nach diesem Verfahren verlangt ausser der Kenntniss des Prismenwinkels φ noch die Messung des Winkels i (Fig. 400) welchen der Grenzstrahl mit der Normale zur Austrittsfläche bildet. Um letzteren zu finden, kann man in doppelter Weise vorgehen, entweder direkt mit Hülfe eines Fernrohrs mit sogen. Gauss'schen Ocular, welches gestattet das Beobachtungsrohr senkrecht auf die Prismenfläche einzustellen, oder dadurch, dass man die Prismenflächen I und II nacheinander streifend beleuchtet und jedesmal das Fernrohr auf den an der gegenüber liegenden Fläche austretenden Grenzstrahl einstellt. Sei δ der gefundene Drehungswinkel des Fernrohrs, so folgt:



(Ph. 400.)

$$i = \pm\,[\tfrac{1}{2}(\delta + \varphi) - 90°].$$

Der Ausdruck hat zwei Vorzeichen, weil der Grenzstrahl je nach der Grösse des Winkels φ der brechenden Kante zu oder von ihr abgewandt ist: $e = \varphi \pm r$. Endlich führen die beiden Bedingungsgleichungen

$$N \cdot \sin e = 1 \quad \text{und} \quad N \cdot \sin r = \sin i$$

durch Elimination von e und r zu dem Ausdruck

$$\sqrt{N^2 - 1} = \frac{\cos\varphi \mp \sin i}{\sin\varphi}.$$

Vorstehend sind nur diejenigen Methoden zur Sprache gebracht, welche sich auf die Ermittelung des Brechungsindex mit Hülfe eines einzigen Prismas beziehen. Es sollen hier noch kurz einige der verschiedenen Prismencombinationen, welche zu Zwecken der refractometrischen Messung Verwendung gefunden haben, erwähnt werden: Ein Eintauchen des zu untersuchenden Prismas in ein von planparallelen Glasplatten geschlossenes Gefäss, oder was principiell dasselbe bedeutet, die Verbindung des Prismas mit einem anderen von entgegengesetzter Lage der brechenden Kante und annähernd gleicher Ablenkung, wodurch die Ablenkung des ersten Prismas entsprechend dem Brechungsindex der Umhüllungsflüssigkeit bezw. des zweiten Prismas mehr oder weniger aufgehoben wird, findet sich bei Kundt, l. c. (Brechungsindices der Metalle), Soret, Arch. des soc. phys. et nat. 1871, Pogg. Ann. Bd. 143 (anomale Dispersion von Farbstofflösungen); auf demselben Princip beruhen ferner die speciellen technischen Zwecken dienenden Refractometer: das Identimeter von Trannin, Doumer, Journ. de Phys. 9, pag. 191. 1890. (Beibl. 1890, pag. 586), das Oelrefractometer von Amagat u. Jean, Wied. Beibl. 1891, pag. 33, das Liquoskop von Sondén (Beibl. 1891, pag. 418, Zeitschr. f. Instr.-Kunde 1891, pag. 297), das Differenzrefractometer von Abbe, (Zeitschr. f. Instrkde. 1891, pag. 267). Die Verbindung des zu untersuchenden Flüssigkeitsprismas mit einem Glasprisma von gleichem brechendem Winkel hat Dupré zur Construction eines besonderen Refractometers (Pellin, Journ. de Phys. 8,

pag. 411. 1889; Beibl. 1890, pag. 35; Zeitschr. f. Instr.-Kunde 1890, pag. 908) verwandt. Die Beobachtung geschieht bei normalem Eintritt bezw. normalem Austritt, die Rechnung selbst ist nicht so einfach wie bei der FRAUNHOFER'schen Methode. Erheblich einfacher ist das von CHAPPUIS, Compt. rend. 114, pag. 286. 1889 (Beibl. 16, pag. 273) zur Untersuchung der Lichtbrechung verflüssigter Gase angewandte Verfahren, welches ebenfalls auf der Verbindung des Flüssigkeitsprismas mit einem Glasprisma beruht, vor dem sich ein sogen. Diasporameter befindet. Letzteres bildet mit dem Glasprisma zusammen ein Prisma von veränderlichem brechendem Winkel und es lässt sich demselben eine solche Lage geben, dass der normal in das Flüssigkeitsprisma (brechender Winkel A_1, Brechungsindex n_1) eintretende Strahl normal wieder das zweite Prisma verlässt. Bezeichnet man für das letztere den bekannten Brechungsindex des Glases mit n_2, den beobachteten Prismenwinkel mit A_2, so erhält man n_1 zu

$$n_1 = n_2 \frac{\sin A_2}{\sin A_1}.$$

Schliesslich mag noch erwähnt werden die von V. v. LANG zum Studium der Abhängigkeit der Brechungsindices der Luft von der Temperatur benützte Methode [Wien. Ber. 69 (2), 1874, pag. 451]. V. v. LANG stellt das Prisma so innerhalb des von planparallelen Glasplatten geschlossenen Luftraumes auf, dass beide Prismenflächen von dem parallelen Strahlenbündel getroffen werden, und beobachtet die beim Austritt aus dem Gefäss stattfindenden Richtungsänderungen der beiderseits reflectirten Strahlen.

Methoden der Totalreflexion zur Bestimmung der Lichtbrechung von Substanzen, welche mit einem stärker brechenden Mittel von bekanntem Brechungsindex in direkte Berührung gebracht werden.

1) Die WOLLASTON'sche Methode. In der oben (pag. 310) beschriebenen Form bietet die Methode der Totalreflxeion keinen bemerkenswerthen Vorzug vor anderen Methoden. Sie gestattet aber eine Nutzanwendung, die in neuerer Zeit eine hervorragend praktische Bedeutung angenommen hat, und welche für mancherlei Zwecke, namentlich für das Studium der Lichtbrechung in Krystallen, ein geradezu unersetzliches Hülfsmittel der Forschung geworden ist. Im Princip beruht das Verfahren auf der im Anfang dieses Jahrhunderts von LAPLACE[1]) vorgeschlagenen und später von WOLLASTON[2]) angewandten Methode, welche darin besteht, dass man die zu untersuchende Substanz (n) mit einem Prisma, dessen Brechungsindex N grösser sein muss als n und als bekannt vorausgesetzt wird, in direkte Berührung bringt und nun durch das Prisma den Eintritt der Totalreflexion beobachtet, den die an der Trennungsfläche reflectirten Strahlen erleiden. Zur Untersuchung von festen Körpern ist nur erforderlich, dieselben mit einer planen Fläche zu versehen und einen Flüssigkeitstropfen zwischen den Körper und das Prisma zu bringen. Die Flüssigkeitsschicht hat, sofern die beiden einschliessenden Flächen parallel zu einander gelegen sind, keinen Einfluss auf die Richtung der Strahlen, nur muss die Auswahl der Flüssigkeit so getroffen werden, dass der Brechungsindex derselben etwas grösser ist als derjenige des zu untersuchenden Objektes.

WOLLASTON bediente sich bei der Ausführung dieser Methode eines 90 grad. Prismas (Würfel), dessen untere Seite mit der zu untersuchenden Substanz in Berührung gebracht wurde. Später ist das Verfahren von MALUS[3]) auch auf Prismen mit beliebigem brechenden Winkel ausgedehnt worden[4]). Zur Berechnung des Brechungsindex dienen folgende Formeln

[1]) LAPLACE, Méc. cel. IV, pag. 241. 1800.

[2]) WOLLASTON, Phil. Trans. 1802, pag. 365—381; GILB. Ann. 31, pag. 252 u. 398. 1834.

[3]) MALUS, GILB. Ann. 225. 1834.

[4]) HECHT, Neues Jahrbuch f. Min. 1886. (2), pag. 186 (geeignete Form der Prismen).

$$N \cdot \sin e = n, \quad e = \varphi \pm r, \quad N \cdot \sin r = \sin i,$$

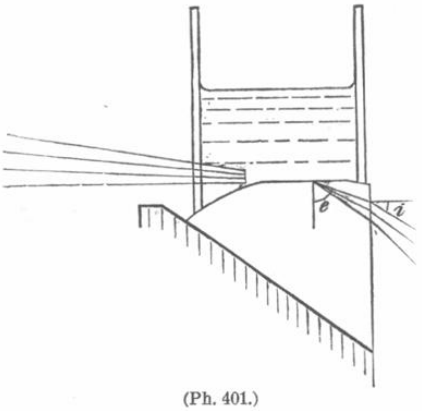
woraus sich für n ableitet:

$$n = \sin\varphi \sqrt{N^2 - \sin^2 i} \mp \cos\varphi \cdot \sin i.$$

Bezüglich des $\pm$ gilt wieder das oben Gesagte; für ein 90 grad. Prisma reducirt sich die Formel auf

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i}.$$

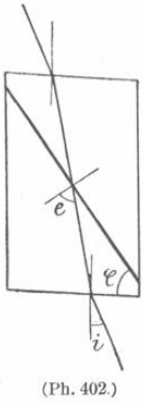
Um die Methode auch für streifenden Eintritt verwendbar zu machen[1]), ist nur nöthig die zu untersuchende Substanz so vorzurichten, dass der ungehinderte Eintritt des Lichtes erfolgen kann. Feste Körper werden zu dem Ende seitlich mit einer Eintrittsfläche versehen, die einigermaassen normal zur brechenden Fläche gelegen ist und mit jener in einer scharfen Kante zusammenstösst. Ist letzteres nicht der Fall, so ist die Erscheinung durch dunkle Schatten gestört und keine scharfe Grenzlinie sichtbar. Es gilt dies indessen nur für den direkten Uebergang der Strahlen aus Luft in das Objekt. Bettet man dagegen das Objekt in eine Flüssigkeit von nur wenig verschiedener Lichtbrechung ein, so können auch unregelmässig begrenzte Flächen zur Verwendung gelangen. Es empfiehlt sich zu dem Ende die Prismenfläche ringsum mit einer Facette und einer aufgekitteten Glasröhre zur Aufnahme der Flüssigkeit zu versehen. Die Figur 401 zeigt die vom Referenten zur Construction des Refractometers für Chemiker[2]) in Anwendung gebrachte Anordnung. Das hauptsächlich zur Untersuchung von Flüssigkeiten bestimmte Instrument bedient sich eines genau 90 gradigen Prismas. Im Interesse einer bequemen Handhabung ist diejenige Fläche des Prismas, mit der die Flüssigkeit in Berührung kommt, horizontal und nach oben gelegt. Auch vollzieht sich der streifende Eintritt über die Kittstelle der Glasröhre hinweg.



(Ph. 401.)

Auf die weitere Entwickelung, welche das Wollaston'sche Verfahren in der Anwendung auf doppeltbrechende Körper genommen hat, kommen wir später noch näher zurück.

2) Methoden durch Beobachtung der Grenzlinie der Totalreflexion im durchfallenden Lichte (Abbe, Christiansen, Wiedemann-Trannin-Ketteler und Quincke)[3]). Die Bestimmung des Brechungsindex einer Substanz lässt sich auch in der Weise ausführen, dass man dieselbe als sehr dünne Schicht zwischen zwei Prismen aus stärker brechendem Glase einschliesst und die Grenzlinie der Totalreflexion an durchfallenden Strahlen beobachtet (Fig. 402). Die Methode hat vorzugsweise durch Abbe eine praktische Verwerthung gefunden.



(Ph. 402.)

Die Beobachtung kann in doppelter Weise ausgeführt werden: erstens dadurch, dass man das Verschwinden eines im Brennpunkt eines Objectivs befind-

[1]) Pulfrich, Wied. Ann. 30, pag. 193. 1887.

[2]) Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1888. pag. 47.

[3]) Abbe, l. c. Dieselbe Methode von Christiansen in anderer Art angewandt, Pogg. Ann. 143, pag. 258. 1871.

lichen Spaltes beobachtet — Collimator und Fernrohr stehen einander in unveränderlicher Lage gegenüber, während das Doppelprisma zwischen beiden um eine verticale Axe gedreht wird; — zweitens bei Anwendung diffuser Beleuchtung durch Einstellung der Grenzlinie der Totalreflexion auf das Fadenkreuz eines feststehenden Fernrohrs, vor dem das Doppelprisma drehbar angebracht ist. Zum Unterschiede von der WOLLASTON'schen Methode, bei welcher jedesmal das austretende Strahlenbündel eine andere Richtung als das eintretende hat, ist dasselbe hier keiner Richtungsänderung unterworfen. Im Uebrigen ist die Berechnung von n aus φ und i dieselbe wie oben.

Die Methode hat den grossen Vortheil, dass eine sichere Bestimmung des Brechungsindex schon mit einigen Tropfen der betreffenden Flüssigkeit ausgeführt werden kann. Auch die Handhabung der verschiedenen auf diesem Princip beruhenden Apparate ABBE'scher Construction ist eine ausserordentlich einfache, weshalb diese sogen. »Refractometer« eine vielseitige Anwendung für technische und wissenschaftliche Zwecke gefunden haben[1]).

Auf demselben Princip beruhen ferner die von E. WIEDEMANN[2]), TERQUEM und TRANNIN[3]) construirten Instrumente, ebenso das KETTELER'sche Refractometer[4]). Bei allen diesen Apparaten kommt eine zwischen zwei planparallelen Glasplatten befindliche dünne Luftschicht zur Verwendung. Das Plattenpaar ist um eine vertikale Axe drehbar und wird in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht, welch' letztere in einem Gefäss enthalten ist, das an zwei einander gegenüberliegenden Stellen mit planparallelen Glasplatten geschlossen ist. Das Ganze wirkt wie ein ABBE'sches Doppelprisma mit veränderlichem brechenden Winkel und normal austretendem Strahl. Aus zwei Einstellungen ergiebt sich sofort der Grenzwinkel ε, und daraus der Index der Flüssigkeit mittelst $N \cdot \sin \varepsilon = 1$. Die die Luftschicht einschliessenden Glasplatten üben auf die Richtung der Strahlen keinen Einfluss aus.

Das Verfahren, die Substanz als dünne Lamelle zwischen zwei Prismen einzuschliessen, ist später von QUINCKE[5]) auch auf feste Körper (Krystalle) ausgedehnt worden.

Gegen die sämmtlichen vorgenannten Methoden lässt sich der principielle Einwand erheben, dass streng genommen der Grenzstrahl der Totalreflexion bei dem Durchgang durch die dünne planparallele Schicht nur bei unendlich ausgedehnten Platten zur Beobachtung gelangen kann, sofern der Grenzstrahl parallel der Trennungsfläche verläuft und somit gar nicht aus der Flüssigkeit herauskommt. Nun aber liegen die Strahlen, welche wirklich zur Beobachtung gelangen, dem Grenzstrahl sehr nahe und es lässt sich der Einfluss dieser Fehlerquelle auf das Resultat practisch dadurch beseitigen, dass man die Dicke der Schicht möglichst klein macht (0·05 bis 0·1 *mm*).

Noch ein zweiter Umstand ist hierbei erwähnenswerth. In unmittelbarer Nähe der Grenzlinie ist nämlich die eine Hälfte des Gesichtsfeldes, infolge des Einflusses, welchen die dünne Lamelle auf die durchgehenden Strahlen ausübt, von einer grossen Anzahl von Interferenzstreifen durchzogen, die sämmtlich

[1]) Die Verwendung des ABBE'schen Refractometers für feste Körper (CARL's Repertorium d. Phys. 15, pag. 643. 1874) geschieht in der Weise, dass man das eine, lose, der beiden Prismen entfernt und dasselbe durch die zu untersuchende Objektplatte ersetzt.

[2]) E. WIEDEMANN, POGG. Ann. 158, pag. 375. 1876.

[3]) TERQUEM u. TRANNIN, POGG. Ann. 157, pag. 302. 1876.

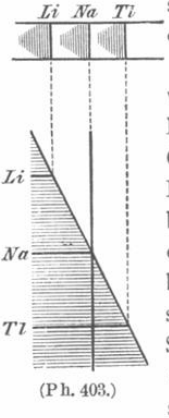
[4]) KETTELER, WIED. Ann. 33, pag. 360. 1888.

[5]) QUINCKE, Zeitschr. f. Kryst. 1, pag. 540. 1879.

parallel zur Grenzlinie gelegen sind. Je nach der Dicke der Schicht ist der Abstand der Interferenzstreifen von einander und von der Grenzlinie verschieden und man kann, wenn die Dicke der Schicht bekannt ist, statt der Grenzlinie auch die Interferenzstreifen selbst zur Einstellung verwenden. So ist KETTELER bei seinen Beobachtungen vorgegangen, auch findet sich bei ihm (l. c.) eine eingehende theoretische Behandlung der Erscheinung. Dieselbe Interferenzerscheinung macht sich im reflectirten Lichte bemerkbar. Auch diese Beobachtungsweise lässt sich zur Bestimmung der Lichtbrechung von Flüssigkeiten verwenden, wie v. LANG in einem dem KETTELER'schen Verfahren analogen gethan hat[1]).

3) Anwendung weissen Lichtes (spectrale Zerlegung und Compensation des Farbenstreifens). Bei den vorstehenden Erörterungen wurde vorausgesetzt, dass zur Beleuchtung nur monochromatische Flammen verwandt werden, weil nur dann, wenn die Lichtstrahlen homogen sind, eine scharfe Grenzlinie zu sehen ist. Wird die Beleuchtung mit weissem Lichte ausgeführt, so erscheint ein unbestimmter, mehr oder weniger breiter Farbenstreifen, auf welchen oder auf bestimmte Farben desselben eine genaue Einstellung nicht gut möglich ist. Das Auftreten dieses Farbenbandes erklärt sich dadurch, dass infolge der Verschiedenheit der Dispersion von Prisma und Substanz der Grenzwinkel der Totalreflexion für jede einzelne Strahlengattung ein anderer ist. Die Grenzlinien lagern sich successive nebeneinander, infolgedessen jede einzelne der Wahrnehmung entzogen ist. Der Farbenstreifen hat entweder eine vorwiegend blaue (NEWTON'scher blauer Bogen) oder eine vorwiegend rothe Färbung, je nachdem das blaue oder rothe Ende des Spectrums am wenigsten durch Uebereinanderlagerung der sichtbaren Strahlen betroffen worden ist. Dieser Unterschied kommt daher, dass die Dispersion der Substanz grösser oder kleiner sein kann als die des Prismas; je nachdem folgen die Grenzlinien in der einen oder anderen Richtung aufeinander.

Man kann die sämmtlichen Grenzlinien wieder sichtbar und damit der Messung wieder zugänglich machen, wenn man an die Stelle des Fadenkreuzes im Ocularfeld des Beobachtungsrohres den Spalt eines geradsichtigen Spectroskopes bringt. Es enthält dann das Spectrum immer nur diejenigen Strahlen, die im Spalte vorhanden sind. Liegt der Spalt genau parallel zu den Grenzlinien, so erscheint das Spectrum einseitig parallel zu den Spectrallinien abgeschnitten. Behufs Einstellung auf eine bestimmte Farbe lässt man die Grenzlinie mit der betreffenden Spectrallinie zusammenfallen.



(Ph. 403.)

Der Spalt kann auch senkrecht zu den Grenzlinien gelegt werden (Princip der gekreuzten Spectren, FRAUNHOFER, KUNDT). Durch das Spectroskop gesehen, erscheinen dann sämmtliche Grenzlinien als eine einzige das Spectrum schräg abschneidende Linie (Fig. 403). Als Einstellungsmarke dient ein vor dem Spalt befestigter Querfaden. Derselbe erscheint im Spectrum als eine dunkle, senkrecht zu den Spectrallinien gelegene Gerade, die man, behufs Einstellung auf eine bestimmte Farbe, mit dem Durchschnittspunkt von Spectrallinie und Grenzlinie zusammenbringt. Statt des Querfadens ist mit grossem Vortheil auch ein zweiter, senkrecht zum ersten gelegener Spalt zu verwenden (Kreuz-Russspalt). Es ist hierbei nothwendig, um die Grenzlinie an jeder einzelnen Stelle des Spectrums scharf hervortreten zu lassen, gleichzeitig noch weisses Licht zu verwenden. Bei Anwendung von Sonnenlicht dienen die einzelnen FRAUNHOFER'schen Linien zur Einstellung.

[1]) V. v. LANG, Wien. Ber. 84, II, pag. 361. 1881.

Während WOLLASTON noch mit dem von einer hellen Wolke reflectirten und unzerlegten Sonnenlichte arbeitete, hat die beschriebene spectrale Zerlegung in letzter Zeit vielfache Verwendung gefunden[1]).

Statt den Farbenstreifen zu zerlegen, lässt sich derselbe auch compensiren. Das Verfahren ist von ABBE angegeben und bei der Construction der oben erwähnten Refractometer verwerthet worden. Wenn man nämlich die aus den Refractometerprismen austretenden Strahlen, bevor dieselben auf das Objektiv des Beobachtungsrohres fallen, durch ein oder zwei geradsichtige Spectroskope (sogen. AMICI'sche Prismen) gehen lässt, welche um die optische Axe des Beobachtungsrohres drehbar gemacht sind, so lässt sich denselben eine bestimmte Stellung geben, in welcher die durch Totalreflexion entstandene Dispersion gerade compensirt ist durch die in entgegengesetzter Richtung wirkende prismatische Dispersion der AMICI-Prismen. Sämmtliche Strahlenbündel gehen dann in gleicher Richtung weiter und erzeugen im Beobachtungsrohr eine scharfe und völlig farblose Grenzlinie, auf die mit derselben Sicherheit eingestellt werden kann, wie bei Verwendung monochromatischer Flammen. Die Messung gilt natürlich nur für diejenige Lichtart (*D*-Linie), für welche das AMICI-Prisma geradsichtig ist. Ausser der grossen Bequemlichkeit, welche die Benutzbarkeit des gewöhnlichen Tages- oder Lampenlichtes gewährt, erlaubt dieses Verfahren auch eine Bestimmung der mittleren Dispersion, sofern die an einer Trommel abgelesene Stellung des Compensators in einer hier nicht näher zu besprechenden Weise dazu benutzt wird, die Differenz der Brechungsindices für die beiden Spectrallinien *C* und *F* zu bestimmen.

Die Achromasie der Grenzlinie der Totalreflexion lässt sich in der Anwendung des ABBE'schen Refractometers auf bestimmte Substanzen auch ohne einen besonderen Compensator, durch die Refractometerprismen selbst herbeiführen, indem nämlich die Farbenzerstreuung bei der totalen Reflexion zwischen Glas und der betreffenden Substanz gerade compensirt wird durch die Farbenzerstreuung an der Austrittsfläche des Doppelprismas nach der Seite des Beobachtungsrohres. Ein unter diesem Gesichtspunkte speciell für die Zwecke der refractometrischen Butterprüfung ausgeführtes Refractometer ABBE'scher Construction ist kürzlich von der Firma CARL ZEISS in Jena in den Handel gebracht worden. Die Unterscheidung gründet sich sowohl auf die Verschiedenheit der Lage (anderer Index) als auch auf die Verschiedenheit im Aussehen (andere Dispersion) der für Naturbutter völlig farblos gemachten Grenzlinie.

4) Die Grenzcurven der Totalreflexion für einfach und doppeltbrechende Körper; Messung der Hauptbrechungsindices. Die Grenzlinie der Totalreflexion besitzt im Allgemeinen eine bereits im Gesichtsfeld des Beobachtungsrohres deutlich erkennbare Krümmung. Lässt man das Fernrohr fort und betrachtet die Grenzlinie mit blossem weitsichtigen Auge, so ist die Krümmung deutlicher erkennbar, und wenn man das Auge möglichst nahe an die Prismenfläche heranbringt, so überblickt dasselbe sogar die Grenzlinie in einer Ausdehnung von nahezu 180°. Wäre man im Stande das Auge ganz in das Prisma hineinzutauchen, so würde dasselbe den ganzen Verlauf der Grenzlinie ringsum überschauen können.

Diese sogen. Grenzcurve der Totalreflexion besitzt nicht für alle Körper

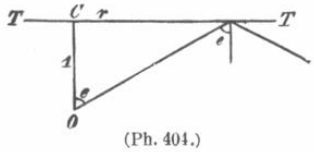
[1]) ABBE, l. c., MACH u. ARBES, Rep. d. Phys. 22, pag. 31. 1886; PULFRICH, WIED. Ann. 30, pag. 487. 1887; NORRENBERG, Inaug.-Diss. Bonn. WIED. Ann. 34, pag. 843. 1888; MÜHLHEIMS, Inaug.-Diss. Bonn. Zeitschr. f. Krystallogr. XIV. 1888.

gleiche Form. Für isotrope Körper ist dieselbe stets eine vollkommene Kreislinie, weil der Grenzwinkel der Totalreflexion nach allen Richtungen immer der gleiche ist. Nur der Durchmesser des Kreises variirt mit dem Brechungsindex der Substanz. Er wird um so grösser, je mehr der Index (n) der Substanz dem Index (N) des stärker brechenden Mittels näher kommt und wird für $n = N$ unendlich gross.

Für doppeltbrechende Körper sind die Grenzcurven natürlich nicht mehr so einfacher Natur. Im Allgemeinen treten hier zwei Curven auf, die sich gegenseitig umschliessen oder durchschneiden, und deren Form und gegenseitige Lage von der Art der Doppelbrechung der Krystalle, von der Lage der untersuchten Fläche zu den optischen Symmetrieaxen und endlich von dem Brechungsindex (N) des die Krystallfläche bedeckenden Mittels abhängen.

Im Einzelnen ist die Form der Grenzcurven für alle hauptsächlich in Betracht kommenden Fälle von DE SÉNARMONT[1]) bereits im Jahre 1856 in geometrischer Form aus den Gesetzen der Doppelbrechung abgeleitet worden. Ihm selbst erschienen die Schwierigkeiten einer experimentellen Behandlung noch als unüberwindlich, und erst in jüngster Zeit, nachdem das Beobachtungsverfahren eine wesentliche Vereinfachung und Vervollkommnung erfahren hatte, ist es möglich gewesen, die DE SÉNARMONT'schen Constructionen und die inzwischen besonders durch LIEBISCH[2]) geförderte Theorie aller hierher gehörigen Erscheinungen der Totalreflexion an Krystallen durch das Experiment zu prüfen[3]).

Die Art, wie die complicirten Vorgänge der Lichtbewegung in Krystallen durch die Grenzcurven der Totalreflexion zum Ausdruck gelangen, ist eine ausserordentlich einfache und übersichtliche. Sieht man von den Modificationen[4]) ab, denen die Grenzcurven durch die Modification des Brechungsindex N unterworfen sind, und nimmt man letzteren hinreichend gross, d. h. grösser als den grössten Brechungsindex des Krystalls, so besitzen die Grenzcurven eine sehr nahe Verwandtschaft mit den Schnittcurven durch die sogen. FRESNEL'sche Wellenfläche (vergl. unter Doppelbrechung).



(Ph. 404.)

Um diesen Zusammenhang einigermaassen überschauen zu können, setzen wir voraus, dass das beobachtende Auge (in O der Figur 404) von der Krystallfläche TT den constanten Abstand 1 habe. Unter Grenzcurve sei alsdann die Schnittlinie verstanden, welche der Strahlenkegel aller in O zusammentreffenden Grenzstrahlen mit der Krystallfläche bildet. Es ist dann der Radiusvector der Grenzcurve durch die einfache Beziehung definirt:

$$r = tang\, e.$$

Andererseits ist die Lichtgeschwindigkeit v der in den Schnittgeraden von Einfallsebene und Krystallfläche, d. h. in der Richtung des Radiusvector sich fortpflanzenden Wellenebene für alle isotropen Körper und auch für die optischen

[1]) DE SÉNARMONT, Compt. rend. 42, pag. 65. 1856. (POGG. Ann. 97, pag. 605. 1856); Journ. de Math. 1, pag. 305.

[2]) LIEBISCH, N. Jahrb. f. Min. 1, pag. 246. 1885; 2, pag. 203; N. Jahrb. f. Min. 2, pag. 52. 1886. — Eine zusammenhängende Darstellung des Gegenstandes findet sich in dessen Physik. Krystallographie, pag. 404–427. 1891.

[3]) W. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 6, pag. 86. 1879; WIED. Ann. 7, pag. 427. 1879; DANKER, N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. 4, pag. 265. 1885; PULFRICH, N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. 5, pag. 182. 1887; NORRENBERG, Inaug.-Dissert. Bonn 1888 (WIED. Ann. 34, pag. 843. 1888.

[4]) DE SÉNARMONT, l. c. PULFRICH, l. c. NORRENBERG, l. c.

Symmetrieebenen doppeltbrechender Körper mit dem Grenzwinkel e durch die Beziehung

$$v = \frac{1}{n} = \frac{1}{N \cdot \sin e}$$

verbunden. Bei beliebiger Lage der Schnittfläche durch den Krystall hat diese Beziehung nur noch für bestimmte Einfallsebenen strenge Gültigkeit. Wohl lässt sich auch für die übrigen Einfallsebenen ein Ausdruck von der Form $\frac{1}{N \cdot \sin e}$ aufstellen, doch ist derselbe dann nicht mehr einer Lichtgeschwindigkeit gleich wie vorher, sondern die Beziehungen zwischen N, e und den Hauptlichtgeschwindigkeiten sind weit verwickelterer Natur.

Mit dieser Einschränkung leitet sich aus den beiden Gleichungen ab:

$$1 = r \cdot \sqrt{N^2 v^2 - 1} \quad \text{oder} \quad r = \frac{n}{\sqrt{N^2 - n^2}}.$$

Sofern in dieser Gleichung N nur immer grösser bleibt als jedes vorkommende n, bleibt der Radiusvector r der Grenzcurve dem Brechungsindex n angenähert proportional. Ersetzt man allgemein die Geschwindigkeiten v durch ihre Reciprokalwerthe n, wodurch sich die sogen. Wellenfläche in eine Indexfläche verwandelt, so kann man sagen, dass die Grenzcurven der Totalreflexion mit sehr grosser Annäherung einen der Schnittcurve durch die Indexfläche proportionalen Verlauf haben. Ganz genau ist diese Proportionalität nicht, weil der Nenner der obigen Gleichung sich ja auch ändert, infolgedessen die einzelnen Theile der Grenzcurve in ihrer relativen Lage zu einander etwas weiter auseinander gerückt sind, als es bei den Schnittcurven der Index- oder Wellenfläche der Fall ist. Im Uebrigen aber besitzt jedesmal dann, wenn der Brechungsindex ein Maximum oder ein Minimum erreicht, auch der zugehörige Radiusvector der Grenzcurve ein Maximum oder ein Minimum, so dass also der Verlauf der beiderseitigen Curven im Wesentlichen derselbe bleibt.

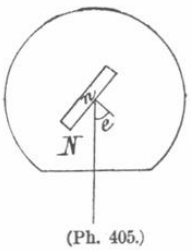
Aus der Beobachtung der Maximal- bezw. Minimal-Werthe für den Grenzwinkel ergeben sich nun ohne Weiteres die Hauptbrechungsindices des doppeltbrechenden Krystalls. Für einaxige Krystalle besteht die Grenzcurve ausser dem Kreise für den ordentlichen Strahl noch aus einer Ellipse für den ausserordentlichen (veränderlichen) Strahl. Die eine der beiden Halbaxen der Ellipse ist für alle durch den Krystall gelegte Ebenen constant und liefert den ausserordentlichen Brechungsindex, die andere ist von Fläche zu Fläche verschieden und kann zur Ermittelung der Lage der Fläche zur optischen Axe benutzt werden.

Auch für zweiaxige Krystalle genügt eine einzige, beliebig[1]) durch den Krystall gelegte Schnittebene zur Bestimmung der drei Hauptbrechungsindices. Die Grenzcurven sind hier im Allgemeinen zwei Curven von elliptischer Gestalt, mit je einem Maximum und Minimum für den Grenzwinkel e. Von den 4 Werthen für das Maximum und Minimum, die sich für bestimmte Schnitte (Hauptschnitte) auf drei reduciren, gehören jedesmal drei den Hauptbrechungsindices an. Der vierte Werth ist mit der Lage der Fläche veränderlich. Kennt man die Orientirung der Fläche zu den Symmetrieaxen des Krystalls, so genügt eine einfache

[1]) In dieser Allgemeinheit erst vor kurzem erwiesen; vergl.: Ch. Soret, Arch. des sciences phys. et nat. 20, pag. 263. 1888 (Compt. rend. 107, pag. 176 u. 479. 1888); Groth's Zeitschritt für Kryst. XV., pag. 45. 1889; Pulfrich, Wied. Ann. 36, pag. 561. 1889; Perrot, Arch. des sc. phys. et nat. 21, pag. 113. 1889.

Ueberlegung, um die Entscheidung zwischen den beiden intermediären Werthen (denn nur diese beiden kommen in Betracht) zu treffen. Im anderen Falle kann eine zweite ebenfalls beliebig gelegene Fläche des Krystalls verwandt werden.

5) Die Vervollkommnung der WOLLASTON'schen Methode. Nachdem bis Ende der siebenziger Jahre das WOLLASTON'sche Verfahren zur Bestimmung der Brechungsverhältnisse von Krystallen so gut wie gar keine praktische Verwerthung gefunden hatte[1]), machte die Sache den ersten wesentlichen Fortschritt, als F. KOHLRAUSCH im Jahre 1878 das nach ihm benannte Totalreflectometer construirte[2]). Bei diesem Apparate ist die zu untersuchende Objektplatte, um eine vertikale Axe drehbar, in eine stärker brechende Flüssigkeit aufgehängt. Die Grenzstrahlen der Totalreflexion treten ohne Richtungsänderung (Fig. 405) aus dem mit einer planen Glasplatte versehenen Flüssigkeitsgefäss in das feststehende Beobachtungsrohr. Aus zwei Einstellungen (rechts und links) ergiebt sich sofort der Grenzwinkel e. Die später von W. KOHLRAUSCH dem Apparate beigefügte Vorrichtung, welche die Krystallfläche in ihrer Ebene um eine horizontale Axe zu drehen gestattet, ist von C. KLEIN[3]) und GROTH[4]) im einzelnen noch verbessert worden. Mit diesem Apparat hat nicht allein der Erfinder selbst eine grosse Anzahl von Messungen ausgeführt, auch später ist der Apparat wiederholt zur Bestimmung der Hauptbrechungsindices von Krystallen und zur Ausmessung von Grenzcurven verwandt worden.



(Ph. 405.)

Die Methode hat indess einige Nachtheile. Erstens bedarf sie stets grösserer Mengen der stark brechenden Flüssigkeit zur Füllung des Gefässes. Ferner ist wegen der beträchtlichen Schwankungen, denen der Brechungsindex der Flüssigkeit infolge von chemischen Veränderungen oder auch nur von Temperaturschwankungen unterworfen ist, die jedesmalige Neubestimmung des Brechungsindex der Flüssigkeit unerlässlich[5]). Endlich sind auch die Dimensionen des Azimutalkreises durch die Gefässwände erheblich eingeengt, infolge dessen die Ansprüche an die Genauigkeit der Messung in dieser Hinsicht keine allzu grossen sein dürfen.

Das eigentliche WOLLASTON'sche Verfahren (mit Prisma) hat zuerst K. FEUSSNER[6]) zur Untersuchung doppeltbrechender Krystalle verwendbar gemacht und zwar durch Anbringung einer Vorrichtung, welche gestattet, die mit dem Prisma in Berührung gebrachte Krystallplatte in ihrer eigenen Ebene messbar zu drehen. Einen vollkommeneren Apparat zu demselben Zweck hat FUESS nach Angaben von LIEBISCH[7]) construirt, wodurch die Genauigkeit der Messung erheblich ge-

---

[1]) Die Bestimmung der Hauptbrechungsindices doppeltbrechender Krystalle geschah meist nach dem prismatischen Ablenkungsverfahren, obschon dasselbe auch nicht angenähert so einfache Verhältnisse darbietet, wie die Totalreflexionsmethode und zur Bestimmung der Haupt-Brechungsindices ein oder mehrere (bei zweiaxigen Krystallen) genau orientirte Prismen verlangt. Im einzelnen sei dieserhalb auf TH. LIEBISCH, Physikalische Krystallographie, pag. 376—404. 1891, verwiesen.

[2]) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 4, pag. 1. 1878.

[3]) Neues Jahrb. f. Min., pag. 880. 1879.

[4]) GROTH, Physik. Krystallogr.

[5]) Um sich von diesen Schwankungen frei zu machen, brachte CH. SORET (Compt. rend. 95, pag. 517. 1882) in die Flüssigkeit ein Glasprisma von bekanntem Index, und beobachtete nun die Lage der Grenzlinie abwechselnd an dem Objekt und an dem Prisma.

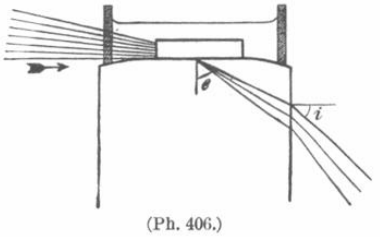
[6]) K. FEUSSNER, Diss. Marburg 1882.

[7]) LIEBISCH, Zeitschr. f. Instrumentenkunde pag. 185. 1884; pag. 13, 1885.

steigert wurde. Der Apparat ist in dieser Form namentlich von DANKER (l. c.) zu genauen Messungen verwendet worden. Den Dimensionen des Azimutalkreises sind zwar jetzt keine Grenzen gesetzt, aber dem Verfahren haftet noch der Nachtheil an, dass die zu untersuchende Objektplatte jedesmal an die Drehvorrichtung befestigt werden muss und dass sehr leicht, wenn die Drehung nicht mit der nöthigen Vorsicht geschieht, Beschädigungen der Prismenfläche oder des Objektes eintreten können.

Im Jahre 1886 ist es mir gelungen[1]), die vorstehend bezeichneten Uebelstände mit denen die einzelnen Methoden und Apparate behaftet sind, dadurch zu beseitigen, dass ich das Prisma der WOLLASTON'schen Methode durch einen um seine Längsaxe rotirenden Glascylinder mit polirter Mantelfläche ersetzte. Der Cylinder steht aufrecht und ist oben senkrecht zur Axe mit einer planpolirten Fläche versehen, auf welche die zu untersuchende Krystallplatte einfach aufgelegt wird (s. Fig. 406). Im Uebrigen ist die Wirkungsweise des Cylinders die gleiche wie die eines 90 grad. Prismas und die Berechnung des Brechungsindex erfolgt nach der oben erwähnten Formel $n = \sqrt{N^2 - sin^2 i}$.

Die Vortheile, die durch die Anwendung eines solchen, die Drehung der Krystallplatte vermittelnden Grundkörpers für die Totalreflexionsmethode herbeigeführt werden, sind folgende: Nicht nur legt sich die Krystallfläche an die ein für allemal justirte Planfläche des Cylinders ohne Weiteres an, auch ist die Möglichkeit einer Beschädigung des Objektes oder einer Verrückung desselben durch die Drehung des Cylinders jetzt von vornherein ausgeschlossen. Ob die beiden Flächen einander parallel gerichtet sind, ergiebt sich sofort bei der Drehung des Cylinders aus der Beobachtung der Grenzlinie selbst. Durch Ablesung in den beiden um 180° auseinander liegenden Azimuten lässt sich die Messung von einer etwa vorhandenen schiefen Lage der Objektfläche befreien. Endlich können die Grenzcurven der Totalreflexion in ihrer ganzen Ausdehnung und in ihrem Verlauf unmittelbar am Auge vorübergeführt werden[2]), was mit dieser Einfachheit und Sicherheit bei keiner anderen der bisherigen Untersuchungsmethoden möglich war. Man kann wohl behaupten, dass erst durch die Einführung des rotirenden Grundkörpers die Totalreflexionsmethode diejenige praktische Bedeutung erlangt hat, die ihr vom principiellen Standpunkte schon längst zuerkannt worden war[3]).



(Ph. 406.)

Was insbesondere die Wirkungsweise des Apparates anbetrifft, so ist der Einfluss, den die Mantelfläche des Cylinders auf die Deutlichkeit der Grenzlinien ausübt, nicht für alle Grenzcurven die gleiche. Vollkommen scharf erscheinen zunächst alle genau kreisförmigen Grenzcurven einfach und doppelt

[1]) WIED. Ann. 30, pag. 193, 317, 487; 31, pag. 724. 1887; 34, pag. 326. 1888; 36, pag. 561. 1889. Eine zusammenhängende Darstellung des Gegenstandes habe ich in der Schrift »Der Totalreflectometer« etc. Leipzig 1890, zu geben versucht.

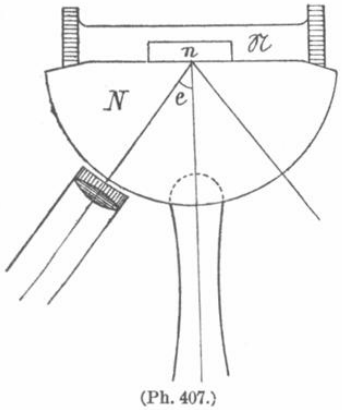
[2]) Ueber die Einrichtung des Apparates zu Demonstrationszwecken vergl. die angeführte Schrift pag. 22.

[3]) Bezüglich der Genauigkeit der Messungen, welche den sorgfältigsten spectrometrischen Messungen nur wenig nachstehen, vergl. insbesondere MÜLHEIMS (Inaug.-Diss. Bonn 1888) welcher den Apparat zu direkten Bestimmungen des Axenwinkels zweiaxiger Krystalle nach der Totalreflexionsmethode verwendet hat, und DUFET, Scéances de la Soc. franc. de Phys. pag. 143. 1890 (WIED. Beibl., pag. 283. 1891).

brechender Körper. Für die von der Kreisform abweichenden Grenzcurven (Ellipse, Gerade und Hyperbel) doppeltbrechender Körper haben nur noch die den Maximal- und Minimalwerthen des Grenzwinkels zugehörigen Theile der Grenzcurve (vergl. oben) die gleiche ungeminderte Schärfe. Alle dazwischen gelegenen Theile erscheinen verschwommen und zwar um so mehr in denjenigen Theilen der Curve, welche die grösste Neigung gegen die Horizontale besitzen.

Für die Ermittelung der Hauptbrechungsindices der Krystalle ist diese Wirkungsweise des Cylindermantels insofern von Nutzen, weil dadurch das Aufsuchen der für die Hauptbrechungsindices allein in Betracht kommenden Umkehrlagen, zwischen denen die Grenzlinie bei einer Drehung des Cylinders auf- und abwandert, erheblich erleichtert wird. Wenn es dagegen darauf ankommt, den Verlauf der Grenzcurven in ihrer ganzen Ausdehnung messend zu verfolgen, so erleidet die Genauigkeit durch die Trübung der mittleren Curventheile eine beträchtliche Einbusse. Man ist zwar im Stande, durch Anwendung eines vor dem Objektiv des Beobachtungsrohres angebrachten Vertikalspaltes, der von der ganzen Mantelfläche nur einen schmalen Streifen zur Geltung kommen lässt, auch für die schräg gelegenen Theile der Grenzcurve — falls die Doppelbrechung keine zu grosse ist — die Schärfe der Grenzlinie, freilich auf Kosten der Helligkeit, soweit wieder herzustellen, dass eine einigermaassen genaue Einstellung erfolgen kann. Weit vollkommener gelingt die Wiederherstellung der Schärfe der Grenzlinien, durch Vorsetzen einer planconcaven Cylinderlinse von gleicher Krümmung wie der Glascylinder, deren Herstellung aber erhebliche technische Schwierigkeiten entgegenstehen.

Der Cylinder ist später von ABBE durch eine Halbkugel mit plan geschliffener Kreisfläche ersetzt worden [1]). Die Vortheile einer solchen um die Normale zur Kreisfläche rotirenden Halbkugel für die Totalreflexionsmethode sind natürlich dieselben, wie die oben genannten für den Cylinder. Ohne weiteres ist eine Kugel als Grundkörper der WOLLASTON'schen Methode nicht zu verwenden, weil die Kugeloberfläche so auf den Strahlengang einwirkt, dass ein auf parallele Strahlen eingerichtetes Fernrohr nicht mehr benutzt werden kann [2]). Diese Wirkung der Halbkugeloberfläche hat nun ABBE dadurch wieder unschädlich gemacht, dass er die vordere Linse des Fernrohrobjektivs, welche aus demselben Glase besteht wie die Halbkugel, mit einer concaven Fläche ersieht, welche nahezu die gleiche Krümmung wie die Kugeloberfläche besitzt, und das so eingerichtete Fernrohrobjektiv der Halbkugel möglichst nahe bringt (Fig. 407). Ist dann die Halbkugel so justirt, dass die zwischen Objektiv und Halbkugel befindliche dünne Luftschicht in allen Lagen des Fernrohrs und bei der Drehung der Halbkugel um die Vertikale unver-



(Ph. 407.)

[1]) Beschreibung von CZAPSKI, Zeitschrift f. Instrumentenkunde, pag. 246 u. 269. 1890.

[2]) Die aus der Halbkugel austretenden Grenzstrahlen vereinigen sich auf einer der Kugeloberfläche concentrisch gelegenen Fläche in dem Abstand der Brennweite zu einem Bilde der Grenzcurve, welches dann mit Hilfe einer Lupe oder eines Mikroskops direkt beobachtet werden kann. Das Verfahren zur Messung zu verwenden, erscheint deshalb nicht rathsam, weil die Schärfe der Grenzlinie infolge der starken sphärischen Aberration und der beträchtlichen Focusdifferenz für die verschiedenen Farben nur eine unvollkommene ist.

ändert bleibt, so wirkt der Apparat wie ein Prisma mit veränderlichem brechendem Winkel, dessen Austrittsfläche stets senkrecht zur Fernrohraxe sich befindet, und die Messung ergiebt direkt den Grenzwinkel der Totalreflexion. Für die Deutlichkeit der Grenzlinie macht es natürlich hier keinen Unterschied, ob dieselbe geneigt oder horizontal gelegen ist. Die Grenzcurve erscheint in allen Theilen gleich scharf. Die Anwendbarkeit der Halbkugel erstreckt sich auf sämmtliche Brechungsindices kleiner als der Brechungsindex der Halbkugel. Im Uebrigen ist der Aufbau und die Handhabung des Apparates die gleiche wie bei dem Cylinderapparat.

Noch zu erwähnen ist schliesslich ein kleines von BERTRAND[1]) construirtes Krystallrefractometer. Bei demselben kommt das Objekt ebenfalls auf die Planfläche einer Halbkugel zu liegen, doch ist letztere mit dem Beobachtungsrohr in fester, unveränderlicher Lage verbunden. In der Focalebene der Halbkugel, wo ein Bild der Grenzlinie entsteht, ist eine empirisch getheilte Mikrometertheilung angebracht, und auf diese eine Lupe eingestellt. Im Princip haben wir also dieselbe Wirkungsweise des Apparates, wie auf voriger Seite Anm. 2 angegeben. Die Genauigkeit der Messung ist aber eine geringe (dieselbe wird auf 2 Decimalen von n angegeben) gegenüber der Ablesung an einem Gradbogen und vor allem entbehrt das Verfahren alle jene Vortheile, welche durch die Einführung des drehbaren Grundkörpers für die ganze Totalreflexionsmethode herbeigeführt sind.

B. Resultate.

1. Abhängigkeit des Brechungsvermögens eines Körpers von der Wellenlänge (Dispersion).

Es ist nicht der Zweck dieses Artikels für die zahlreichen Körper, deren Brechungs- und Dispersionsvermögen bestimmt sind, die bezüglichen Werthe zahlenmässig hier anzugeben. Es muss dieserhalb auf die Originalarbeiten der zum grossen Theil weiter unten namhaft gemachten Autoren, sowie auf die ziemlich umfangreiche Zusammenstellung von LANDOLT und BÖRNSTEIN[2]) verwiesen werden. Wir beschränken uns hier darauf, das Verhalten der durchsichtigen festen, flüssigen und gasförmigen Körper in Bezug auf Brechung und Dispersion durch einige Beispiele zu illustriren und an diesen die Gesetzmässigkeiten, auf welche wir im Folgenden näher eingehen werden, zu besprechen. Auf das Verhalten der halbdurchsichtigen und undurchsichtigen Körper kann hier nur kurz eingegangen werden, sofern eine ausführliche Darlegung dieser Dinge einem späteren Aufsatz vorbehalten ist. Ebenso findet die Besprechung der Erscheinungen der Doppelbrechung an anderer Stelle ihre Erledigung.

Wir beginnen mit den beiden hauptsächlichsten Constanten, Brechungsindex und mittlere (relative) Dispersion. In der nachstehenden Tabelle bezeichnet n_D den Index der betreffenden Substanz für das gelbe Licht der Natriumflamme. Die mittlere Dispersion ist durch die Differenz der Indices für die beiden FRAUNHOFER'schen Linien C und F gekennzeichnet, das Intervall umfasst den mittleren lichtstarken Theil des Spectrums. Ferner stellt der Quotient $(n_F - n_C)/(n - 1) = 1/\nu$ die sogenannte relative Dispersion dar. Der Uebersichtlichkeit halber sind in der Tabelle die reciproken Werthe dieser Grösse angeführt. In jeder

[1]) BERTRAND, Bull. de la Soc. min. de France VIII., pag. 375; Journ. de Phys. (2) V., pag. 223. 1886.

[2]) LANDOLT-BÖRNSTEIN, Physikalisch-Chemische Tabellen, Berlin 1883, vergl. auch die in vorstehendem Theil B. angeführten Untersuchungen.

Gruppe sind die Substanzen in ihrer Reihenfolge so angeordnet, dass diejenigen mit kleinerer relativer Dispersion (grösserem ν) denjenigen mit grösserer relativer Dispersion (kleinerem ν) vorangehen.

Brechungsindex (n_D) und Dispersion ($1/\nu$) für einige gasförmige, flüssige und feste Körper.

Substanz	n_D	$n_F - n_C$	$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$
Atmosphärische Luft (0° 760 *mm*) . .	1·00024289	0·00000295	99·0
Kohlensäure	1·00044922	0·00000460	97·6
Wasserstoff	1·00014294	0·00000195	73·3
Cyangas	1·00078440	0·00001430	54·8
Schweflige Säure	1·00068601	0·00001314	52·2
Aether (Zimmertemperatur)	1·3566	0·0052	68·5
Schwefelsäure	1·4367	0·0073	59·9
Alkohol	1·3597	0·0062	57·2
Wasser	1·3330	0·0060	55·5
Aethylenbromid	1·5246	0·0135	38·9
Benzol	1·5014	0·0167	30·0
Phenol	1·5503	0·0191	28·8
Anilin	1·5863	0·0248	23·7
Monobromnaphtalin	1·6582	0·0325	20·3
Schwefelkohlenstoff	1·6303	0·0345	18·3
Zimmtöl	1·6188	0·0431	14·4
Kaliumquecksilberjodid	1·7167	0·0607	11·9
Bariumquecksilberjodid	1·7928	0·0736	10·8
Flussspath	1·4339	0·00452	96·1
Quarz, ordinärer Strahl	1·5442	0·00777	70·1
Diamant[1]) (WALTHER)	2·4173	0·0254	56·5
Kalkspath, ordinärer Strahl	1·6585	0·0135	48·9
Steinsalz	1·5440	0·01267	42·9
Chlorsilber (WERNICKE)	2·0611	0·0496	21·4
Phosphor (SCHRAUF)	2·0741	0·0634	16·8
Zinkblende	2·3684	0·0882	15·5
Bromsilber (WERNICKE)	2·2533	0·0809	15·4
Jodsilber WERNICKE)	2·1816	0·1256	9·6
Jenaer Gläser:			
Lelchtes Phosphat-Crown (O. 225) . .	1·5160	0·00734	70·3
Leichtes Borat-Crown (S. 205) . . .	1·5075	0·00838	60·6
Gewöhnliches Silicat-Crown (O. 1022) .	1·5173	0·00860	60·2
Schweres Barium Silicat-Crown (O. 211)	1·5727	0·00988	58·0
Baryt-Leichtflint (O. 527)	1·5718	0·01130	50·6
Leichtes Silicatflint (O. 154)	1·5710	0·01324	43·1
Schweres Silicatflint (O. 165)	1·7545	0·02738	27·6
Sehr schweres Silicatflint (S. 57) . . .	1·9625	0·04877	19·7

Es ist zunächst bemerkenswerth, dass die Gase trotz des ausserordentlich viel kleineren Brechungsvermögens doch ein ν besitzen, welches von gleicher Grössenordnung wie bei den festen und flüssigen Körpern ist. Im Einzelnen

[1]) RUSS hat den gleichen Brechungsindex wie Diamant, s. ROSICKY, Wien. Ber. 78, Bd. 1, pag. 417.

sind die Werthe ν erheblich von einander verschieden. Von den in der Tabelle aufgezählten Substanzen besitzen eine verhältnissmässig geringe relative Dispersion Flussspath, Luft und Kohlensäure. Die Flüssigkeiten zeigen in der Regel bei gleichem Brechungsindex eine etwas grössere relative Dispersion als die festen Körper (vergl. Kalkspath und Monobromnaphtalin). Körper mit sehr hoher relativer Dispersion sind Zimmtöl, die Quecksilberverbindungen, die stark bleihaltigen Gläser (z. B. S. 57), ferner Phosphor, Jodsilber etc. Der stark brechende Diamant hat im Vergleich zu anderen gleichbrechenden Substanzen nur ein kleines Dispersionsvermögen.

Des Weiteren zeigen die angeführten Zahlen der Tabelle, dass die Erhöhung der Dispersion nur angenähert mit der Erhöhung des Brechungsindex Hand in Hand geht. Die Tabelle enthält verschiedene Substanzen, die in ihrem Brechungsindex fast genau übereinstimmen, aber in Bezug auf den Werth ν zum Theil ganz beträchtliche Unterschiede erkennen lassen, und zwar nicht allein, wenn man flüssige und feste Körper mit einander vergleicht; auch für ein und denselben Aggregatzustand treten diese Unterschiede auf, ja innerhalb einer bestimmten Gruppen von Substanzen, z. B. den Gläsern. Unter den der Productionsliste des Glastechnischen Laboratoriums Schott u. Gen. in Jena entnommenen Angaben für einige Gläser finden sich für drei Gläser (O. 211, O. 527 und O. 154), nahezu übereinstimmende Werthe für den Brechungsindex während die Grösse ν ganz erhebliche Unterschiede zu erkennen giebt.

Der Grund für die genannten Unterschiede liegt in der Verschiedenheit der chemischen Zusammensetzung. Für die meisten Körper ist der nähere Zusammenhang bis jetzt nur noch wenig erkannt und festgestellt worden. Erst in neuerer Zeit haben die auf die Erzielung einer grösseren Mannichfaltigkeit und Abstufung der optischen Constanten des Glases gerichteten Bestrebungen und ausgedehnten experimentellen Studien von Abbe und Schott[1]) die Kenntniss in dieser Richtung erweitert. Diese Untersuchungen, welche die chemisch-optischen Grundlagen für die Darstellung der verschiedenen Glasarten enthalten und welche fast alle Elemente umfassen, die in irgend einer Form in amorphe Schmelzverbindungen eintreten können, haben die specifische Wirkung der einzelnen Elemente auf Brechung und Dispersion klar zu Tage gefördert, auf Grund deren es in dem genannten Glaswerk jetzt möglich geworden ist, Glasflüsse von bestimmtem Brechungsindex und bestimmter Dispersion innerhalb der überhaupt möglichen Grenzen herzustellen.

Auch in Bezug auf den Gang der Dispersion innerhalb der einzelnen Spectralgebiete treten für die verschiedenen Substanzen Abweichungen auf, die ebenfalls von der verschiedenartigen chemischen Zusammensetzung dieser Körper herrühren. Um zwei Körper bezüglich des Verlaufs ihrer Dispersionscurven mit einander vergleichen zu können, kann man nach dem Vorgange von Abbe und Schott in einfachster Weise so verfahren, wie in den nachstehend beispielweise angeführten Tabellen geschehen ist. Es sind nämlich für die drei Spectralbezirke $A - D$, $D - F$

---

[1]) Man vergl. den Bericht Prof. Abbe's über die optischen Hilfsmittel der Mikroskopie auf der Ausstellung wissenschaftl. Apparate in London 1876 (Bd. V., pag. 383—420); ferner die Vorbemerkungen zu der oben genannten Productionsliste, sowie den ausführlichen Schlussbericht von Czapski, Mittheilungen über das Glastechnische Laboratorium in Jena und die von ihm hergestellten neuen optischen Gläser, Zeitschrift f. Instrumentenkunde 1886, pag. 293 u. 335; und endlich Schott, Vortrag, gehalten im Verein zur Beförderung des Gewerbefleisses zu Berlin 1888.

und $F-G$ bezw. $F-G'$[1]) die Differenzen der den einzelnen Spectrallinien zugehörigen Brechungsindices angegeben und unter diesen stehen mit kleineren Ziffern die Quotienten, gebildet aus diesen Differenzen und dem Betrag der mittleren Dispersion $C-F$, verzeichnet. Diese Art, die Dispersion eines Körpers zu kennzeichnen, gewährt gegenüber der bei den meisten Autoren üblichen Aufzählung der Brechungsindices für eine Anzahl FRAUNHOFER'scher Linien ganz erhebliche praktische Vortheile, da man im Stande ist, sich aus den Zahlen ohne Weiteres d. h. ohne weitläufige Rechnungen über die den Verlauf der Dispersion charakterisirenden Grössen zu orientiren. Sind insbesondere die einem bestimmten Spectralbezirk zugehörigen Quotienten der beiden mit einander verglichenen Körper gleich, so zeigt das eine Proportionalität der bezüglichen relativen Dispersionen an. Sind sie verschieden, so weist der grössere Quotient stets auf eine relative Verlängerung, der kleinere stets auf eine relative Verkürzung des betreffenden Spectralbezirkes hin. Direkte Gegensätze sind in dieser Hinsicht also die nachfolgend angeführten Körper Kalkspath und Monobromnaphtalin, deren Brechungsindices für D fast absolut gleich sind.

Substanz	$A-D$	$D-F$	$F-G'(H_\gamma)$
Monobromnaphtalin . . .	0·01770	0·02375	0·02215
$n_D = 1{\cdot}6582\ \nu = 20{\cdot}3$	0·533	0·732	0·683
Kalkspath, ordinärer Strahl .	0·00833	0·00947	0·00827
$n_D = 1{\cdot}6585\ \nu = 48{\cdot}9$	0·618	0·703	0·614

Kalkspath zeigt zwischen A und D ein relativ viel stärkeres Dispersionsvermögen als Monobromnaphtalin. Im mittleren und blauen Theile des Spectrums kehrt sich das Verhältniss um. Hier besitzt die Flüssigkeit neben der absolut grösseren auch die relativ grössere Dispersion.

Eine bemerkenswerthe Uebereinstimmung der relativen Dispersion in allen drei Theilen des Spectrums zeigen die beiden Körper Steinsalz und Diamant, obschon sie in ihrem Brechungsvermögen ganz enorme Unterschiede zu erkennen geben:

Substanz	$A-D$	$D-F$	$F-G$
Steinsalz	0·00755	0·00900	0·00805
$n_D = 1{\cdot}5440\ \nu = 42{\cdot}9$	0·592	0·710	0·632
Diamant	0·01489	0·01805	0·01602
$n_D = 2{\cdot}4173\ \nu = 56{\cdot}5$	0·589	0·711	0·631

Die folgenden beiden Körper bieten ein Beispiel einer partiellen Uebereinstimmung. Die beiden Jenaer Gläser (S. 40 und S. 52) besitzen gleiche relative (und absolute) Dispersionen nur innerhalb der beiden Spectralbezirke $D-F$ und $F-G'$, während für den Spectralbezirk $A-D$ ein nicht unbeträchtlicher Unterschied sich bemerkbar macht.

Substanz	$A-D$	$D-F$	$F-G'(H_\gamma)$
Mittleres Phosphat Crown .	0·00546	0·00587	0·00466
$n_D = 1{\cdot}5590\ \nu = 66{\cdot}9$	0·654	0·702	0·557
Leichtes Borat-Crown . . .	0·00560	0·00587	0·00466
$n_D = 1{\cdot}5047\ \nu = 60{\cdot}0$	0·667	0·700	0·555

In der folgenden Zusammenstellung, welche die bezüglichen Werthe für

[1]) G' bezeichnet die dritte (violette) nahezu mit G zusammenfallende Spectrallinie des Wasserstoffspectrums.

einige Flüssigkeiten enthält, sei auf die bei der zuletzt angeführten Flüssigkeit auftretende abnorme (relative und absolute) Dehnung des Spectrums im Blau und Verkürzung im Roth besonders hingewiesen.

Substanz	$A-D$	$D-F$	$F-G$
Wasser	0·00409	0·00415	0·00344
$n_D = 1{\cdot}3330$ $\nu = 55{\cdot}5$	0·682	0·691	0·573
Alkohol	0·00406	0·00431	0·00369
$n_D = 1{\cdot}3597$ $\nu = 57{\cdot}2$	0·655	0·695	0·595
Schwefelkohlenstoff . . .	0·01898	0·02485	0·02446
$n_D = 1{\cdot}6303$ $\nu = 18{\cdot}3$	0·551	0·722	0·711
Piperin	0·03208	0·05342	0·07100
$n_D = 1{\cdot}6845$ $\nu = 9{\cdot}8$	0·461	0·768	1·021

Man kann sich fragen, in welcher Weise die Brechungsindices eines Körpers als Function der Wellenlänge sich darstellen lassen. Schon aus der vorstehend gegebenen Beschreibung des Verhaltens der einzelnen Körper muss geschlossen werden, dass zur Darstellung der Dispersion eines Körpers im allgemeinen ein Ausdruck von drei oder gar zwei empirisch zu bestimmenden Constanten nicht ausreicht. In der That findet sich diese Schlussfolgerung[1]) durch die ausgedehnten Berechnungen der Dispersionscurven zahlreicher Körper seitens Ketteler[2]) ihre Bestätigung. Diese Berechnungen haben zu dem Resultat geführt, dass sich die Dispersionscurven der sämmtlichen sogen. durchsichtigen Körper, bei passender Auswahl von Beobachtungspaaren behufs Berechnung der Constanten, durch die vierconstantige Formel

$$n = -k\lambda^2 + a + b/\lambda^2 + c/\lambda^4$$

berechnen lassen, in welcher die vier Werthe k, a, b und c sämmtlich positive Grössen sind. Auch trifft die Gültigkeit dieser Formel mit sehr grosser Annäherung auch dann noch zu, wenn man, wie Ketteler[3]) wiederholt gethan hat, die weit über die Grenzen des sichtbaren Spectrums hinaus ausgedehnten Messungen von Mascart[4]), Soret[5]) Sarasin[6]) im Ultrablauen (bis zur Wellenlänge 0·18 μ) und von Mouton[7]), Langley[8]) und Rubens[9]) im Ultrarothen (bis zur Wellenlänge 5·7 μ) zum Vergleich heranzieht. Zur Darstellung der Dispersionscurven der Gase hat sich die Beschränkung auf die beiden mittleren Glieder (sogen. Cauchy'sche Formel) als praktisch völlig ausreichend erwiesen[10]).

Um von dem Verlauf der durch den obigen Ausdruck für n (oder n^2 nach

---

[1]) Vergl. Czapski, l. c., pag. 341,

[2]) Ketteler, Pogg. Ann. 140, pag. 1. 1870, und Theoretische Optik, Braunschweig 1885, pag. 540, sowie Wied. Ann. 30, pag. 304. 1887. (Zuz Handhabung der Dispersionsformeln.)

[3]) l. c. und Wied. Ann. 31, pag. 322. 1887; Wied. Ann. 46, pag. 572. 1892.

[4]) Mascart, Ann. de l'école 1, pag. 263. 1864; 4, pag. 7. 1867.

[5]) Soret, Ann. de Chim. et de Phys. 11, pag. 72. 1875.

[6]) Sarasin, Arch. des sc. phys. 10, pag. 303. 1883.

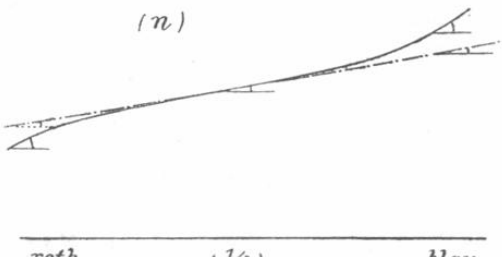
[7]) Mouton, Çompt. rend. 1879, pag. 1078 und 1189.

[8]) Langley, Wied. Ann. 27, pag. 598. 1884; Ann. de chim. et de phys. 9, pag. 433. 1886.

[9]) Rubens, Wied. Ann. 45, pag. 238. 1892. Die Messungen sind neuerdings von Rubens und Snow (Wied. Ann. 46, pag. 525. 1892), für Flussspath, Steinsalz und Sylvin sogar bis 8·3 μ ansgedehnt werden.

[10]) Es unterliegt indessen keinem Zweifel, dass in Bezug auf den Verlauf der Dispersionscurven bei den Gasen dieselben Verhältnisse vorliegen wie bei den festen und flüssigen Körpern. — Die ersten genauen Messungen der Dispersion der Gase hat Ketteler ausgeführt, Farbenzerstreuung der Gase, Bonn 1865; s. auch Lorenz, Wied. Ann. 11, pag. 70. 1880.

KETTELER) dargestellten Dispersionscurve eine klare Vorstellung zu erhalten, kann man den Weg der graphischen Darstellung einschlagen und zwar am besten in der Art, dass man als Abscissen die reciproken Werthe der Quadrate der Wellenlänge (also $1/\lambda^2$) und als Ordinaten die Brechungsindices wählt, wie in Fig. 408 geschehen ist. Es ist dann klar, dass die einfache CAUCHY'sche Formel einen völlig geradlinigen Verlauf der so dargestellten Dispersionscurve verlangt, und dass der Einfluss, den das erste und letzte Glied der oben genannten 4 constantigen Formel ausüben, in der Figur als Abweichungen von der geraden Linie sich zu erkennen geben muss. Insbesondere macht das Glied $-k\lambda^2$ seinen Einfluss vorzugsweise im ultrarothen (grosse Wellenlängen), das Glied c/λ^4 vorzugsweise im ultrablauen Theil des Spectrums geltend.



(Ph. 408.)

Den durch die ausgezogene Linie in der Figur dargestellten Verlauf der Dispersionscurve haben sämmtliche sogen. durchsichtigen Körper. Die Abweichungen der beobachteten Curve von der geraden Linie finden überall in gleichem Sinne, im Roth stets nach der unteren, im Blau stets nach der oberen Seite statt. Die Lage derjenigen Punkte, wo die Abweichungen sich durch die Beobachtung bemerkbar machen, ist natürlich entsprechend der Grösse der bezüglichen Constanten für jeden Körper verschieden, und es giebt Körper, bei denen (z. B. Flussspath) der empirisch nachweisbare Einfluss der beiden Glieder $-k\lambda^2$ und c/λ^4 weit über die Grenzen des sichtbaren Spectrums hinaus zu suchen ist. Die Dispersionscurven solcher Körper lassen sich dann mit sehr grosser Annäherung innerhalb des Bereiches des sichtbaren Spectrums durch die zweiconstantige Dispersionsformel darstellen. Ausserdem macht sich die Verschiedenheit der Dispersionscurven noch durch den mehr oder weniger steilen Anstieg der Curve in ihrer Gesammtheit (die Constante b ist hierbei wie unser obiges $1/\nu$ als Maass der mittleren Dispersion anzusehen) und durch die Verschiedenheit der Werthe für die Constante a (dem sogen. Brechungsindex für unendlich lange Wellen) bemerkbar.

Man kann sich von dem beschriebenen charakteristischen Verlauf der Dispersionscurven auch ohne die in ihrer Anwendung immerhin etwas umständlichen Dispersionsformeln sehr bequem dadurch überzeugen, dass man den Neigungswinkel, welchen die an die einzelnen Theile der Dispersionscurve gelegte Tangente mit der Abscisse macht, etwas näher ins Auge fasst[1]). Denn das Auftreten eines constanten Neigungswinkels deckt sich vollständig mit dem Inhalt der CAUCHY'schen Formel und ebenso werden die Krümmungsverhältnisse der Dispersionscurven völlig ausreichend durch die Grösse und den Verlauf des Neigungswinkels gekennzeichnet. Ein geeignetes Maass für die Grösse des Neigungswinkels ergiebt der leicht zu berechnende Ausdruck

$$tang\ \alpha = \frac{n_2 - n_1}{\frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2}},$$

[1]) In dieser Weise hat zuerst SELLMEYER, POGG. Ann. 143, pag. 272. 1871, den Verlauf der Dispersionscurven durchsichtiger Körper geprüft; man vergl. ferner PULFRICH, WIED. Ann. 45, pag. 647. 1892.

in welchem n_2 und λ_2 auf Strahlen kürzerer, n_1 und λ_1 auf Strahlen grösserer Wellenlänge sich beziehen. Die nachstehenden Zahlen mögen das Verhalten der Neigungstangente an einigen Beispielen illustriren. In der That nimmt, in Uebereinstimmung mit den obigen Angaben, für die angeführten Substanzen wie überhaupt für alle durchsichtigen Körper der Neigungswinkel vom rothen zum blauen Ende des Spectrums anfänglich ab, erreicht ein Minimum, und nimmt

Verlauf der Neigungstangente $10^4 \cdot tang\,\alpha$ für einige Dispersionscurven.

λ	Steinsalz	Flussspath	Schwefel-kohlenstoff	Flintglas (1·58)	Kalkspath, ord. Strahl	Quarz, ord. Strahl	Borat-Crown S. 204	Wasser
5·0	1820	4060	—	—	—	—	—	—
3·5	482	1600	—	—	—	—	—	—
3·0	—	865	—	—	—	—	—	—
2·5	160	362	—	1400	—	—	—	—
2·0	102	175	280	488	—	640	860	—
1·5	74	82	180	195	—	214	265	400
1·0	65	38	156	92	—	70	80	78
0·8	64	28	160	75	83	50	50	46
0·7	65	25	165	72	74	44	39	36
0·6	67	24	176	71	71	41	35	31
0·5	69	24	200	75	70·5	40	33	29
0·45	72	24	—	80	71	40	—	—
0·40	—	24	—	87	73·5	40	—	—
0·35	—	24·5	—	100	74·5	41	—	—
0·30	—	26	—	—	90	44	—	—
0·25	—	28	—	—	113	50	—	—
0·20	—	34	—	—	195	60	—	—
0·185	—	37	—	—	—	—	—	—

dann wieder zu. Es kommt zuweilen vor, wenn man den Verlauf der Neigungstangente nicht weit genug in das Ultrarothe hinein verfolgen kann, dass derselbe von vornherein eine Zunahme zu erkennen giebt, niemals aber tritt der Fall ein, dass eine solche anfängliche Zunahme wieder in eine Abnahme übergeht. Diese Gesetzmässigkeit kann somit auch als ein sehr empfindliches Prüfmittel für die Genauigkeit von Dispersionsbestimmungen verwandt werden. —

Wir haben vorstehend nur das Verhalten der sogen. durchsichtigen Körper zur Sprache gebracht. Die halbdurchsichtigen und undurchsichtigen zeigen ein ganz anderes Verhalten. Eine ausführliche Darlegung der bei diesen Körpern geltenden Gesetze und Beziehungen ist einem späteren Artikel vorbehalten und wir beschränken uns deshalb hier darauf, das Verhalten jener Körper durch einige Zahlen zu illustriren:

Cyanin gelöst in Alkohol:

A	*B*	*C*	*E*	*F*	*G*
1·371	1·376	1·381	1·356	1·364	1·373.

Die Neigungstangente nimmt von beiden Seiten des Spectrums nach der Mitte desselben zu.

Joddampf:

(*C*) 1·0205 (*G*) 1·0190.

Metalle (nach KUNDT):

	Roth	Weiss	Blau		Roth	Weiss	Blau
Silber	—	0·27	—	Eisen	1·81	1·73	1·52
Gold	0·38	0·58	1·00	Nickel	2·17	2·01	1·85
Kupfer	0·45	0·65	0·95	Wismuth	2·61	2·26	2·13
Platin	1·76	1·64	1·44				

Man bezeichnet die Erscheinung, welche diese Gruppe von Körpern hinsichtlich ihres Dispersionsvermögens darbieten, mit dem Namen der anomalen Dispersion und versteht darunter den Einfluss, den die in den Körpern stattfindende Absorption auf die Grösse und den Verlauf der Brechungsindices ausüben (vergl. den Artikel über anomale Dispersion).

Es ist bekannt, dass auch die sogen. durchsichtigen Körper durchaus nicht dieser Absorptionswirkung entbehren. Nur liegen die Absorptionsgebiete ausserhalb des sichtbaren, in zum Theil weit entlegenen Räumen des ultrarothen und ultrablauen Spectrums. Aber in Bezug auf den Einfluss, den diese Absorptionswirkungen auf den Gang der Dispersionscurven ausüben, ist ein principieller Unterschied mit der für gewöhnlich als anomale Dispersion bezeichneten Erscheinung nicht vorhanden. Natürlich kann immer nur ein Theil dieses Einflusses in die Erscheinung treten, nämlich der, welcher sich auf den von der Mitte des Absorptionsgebietes dem sichtbaren Spectrum zugewandten Theil der Refractionscurve erstreckt. Auch kann der Einfluss immer nur in einer Vergrösserung des Dispersionsvermögens (Verlängerung des Spectrums) bestehen, denn die ultrablauen Absorptionen heben die Refractionscurve, die ultrarothen drücken dieselbe herab, und zwar ist für jeden einzelnen Punkt der Refractionscurve die Wirkung um so grösser, je näher das betreffende Curvenstück dem bezüglichen Absorptionsgebiete gelegen ist. Die Wirkung macht sich also vorzugsweise an den Enden bemerkbar und genau in dem Sinne, wie die vorstehenden Erörterungen über den Verlauf der Dispersionscurve bezw. des Neigungswinkels ergeben haben. Sind die Absorptionsgebiete in grosser Entfernung von den Enden des Spectrums gelegen, so gelangen nur die letzten Ausläufer und zwar in einer für alle Theile des Spectrums nahezu gleichen Weise zur Geltung.

In der That steht diese Erklärung im allgemeinen und im einzelnen in vollständiger Uebereinstimmung mit den Erfahrungen, die man auf direkter photometrischer Grundlage über den Grad der Durchlässigkeit der Körper für ultrarothe und ultrablaue Strahlen gewonnen hat. In der obigen Tabelle sind die Substanzen nach dem Grade der Zunahme der Neigungstangente im ultraroth angeordnet, was eine graphische Aufzeichnung der Werthe für *tang a* besonders deutlich zu erkennen giebt. Die gleiche Reihenfolge findet man aber auch, wenn man die Körper nach dem Grade ihres Absorptionsvermögens für strahlende Wärme zusammenstellt. Zu demselben Resultat wurde KETTELER durch Vergleich der für die Constante *k* der obengenannten Dispersionsformel erhaltenen Werthe geführt[1]).

Dass man auch umgekehrt im Stande ist, von der Existenz solcher weit ab gelegenen Absorptionsgebiete allein durch Betrachtung der Dispersionscurve eine sichere Kunde zu erhalten, ist eine Schlussfolgerung, die sich nach Vorstehendem von selbst versteht. Vielleicht ist auch der ganze molekulare Vorgang, dem

[1]) KETTELER, Zur Dispersion des Steinsalzes, WIED. Ann. 31, pag. 327. 1887.

die Dispersion überhaupt ihr Dasein verdankt, nur eine Folge der Absorptionswirkung kurzwelliger Strahlen.

Wie über die ultrarothen Absorptionsgebiete hinaus die Dispersionscurven weiter verlaufen, entzieht sich bis jetzt jeder Beurtheilung; es scheint nicht, als ob auf dem bisher beschrittenen Wege ein erheblich weitergehender Aufschluss in dieser Hinsicht zu erwarten wäre[1]). Dagegen haben neuere, die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektrischer Strahlen betreffende Messungen an einigen festen und flüssigen Isolatoren zu sehr interessanten Ergebnissen[2]) geführt, die nicht allein als eine bemerkenswerthe Bestätigung der von MAXWELL aufgestellten Beziehung, dass der Brechungsindex gleich der Quadratwurzel aus der Dielectricitätsconstante sein müsse, anzusehen sind, sondern auch mit der Vorstellung einer für jene Strahlen zutreffenden »anomalen Dispersion« sich recht wohl vereinigen lassen.

2. Beziehungen des Brechungsindex zur Dichte, zur Temperatur und zum Druck; Satz vom constanten Refractionsvermögen.

Während der letzten 30 Jahre ist wohl kaum eine Frage so oft und von so vielen Seiten zum Ausgangspunkt von experimentellen Studien gemacht worden, wie die Frage nach dem Zusammenhang zwischen dem

---

[1]) In der That schienen bis vor Kurzem alle Versuche, die im Ultraviolett erreichte Grenze $\lambda = 0{\cdot}185\ \mu$ noch weiter vorzurücken, erfolglos zu sein. Neuerdings ist es SCHUMANN (Wien. Ber. vom 10. Novbr. 1892) mit Hilfe eines aus Flussspathlinsen construirten und vollständig luftleer gemachten Spectrographen gelungen, die bisherige Grenze noch um ein ganz beträchtliches Stück (bis $0{\cdot}100\ \mu$) hinauszuschieben und insbesondere für das H-Licht einen ganz ausserordentlichen Strahlenreichthum zwischen 0·185 und 0·100 nachzuweisen. Es ist von ganz besonderem Interesse, dass gerade die Luft auf jenen Strahlencomplex eine ausserordentlich grosse Absorptionswirkung ausübt, und dass hierin der hauptsächliche Grund zu suchen ist, welcher bisher ein weiteres Vorschreiten verhindert hat. — Die von SCHUMANN nachgewiesene Absorptionswirkung der Luft zwischen den Wellenlängen 0·18 und 0·10 muss natürlich auch auf die Dispersionscurve der Luft ihren Einfluss ausüben und zwar muss die Zunahme der Brechungsindices der Luft mit abnehmender Wellenlänge in Wirklichkeit stärker erfolgen als durch den Verlauf der CAUCHY'schen Formel vorgeschrieben ist. Für spectrometrische Untersuchungen von festen Körpern (Flussspath etc.) in den vor der Wellenlänge 0·185 gelegenen Spectralgebieten ist dieser Umstand, worauf ich hier noch besonders aufmerksam machen möchte, wegen der Reduction der Messungen auf den leeren Raum von grosser Bedeutung. So lange keine Messungen über den Brechungsindex der Luft in jenen Spectralräumen vorliegen, ist es nicht gestattet, die aus der CAUCHY'schen Formel durch Extrapolation abgeleiteten Werthe zur Reduction auf den leeren Raum zu verwenden. An dem Verlauf der Dispersionscurven im Ultrablau wird sich aber im wesentlichen nichts ändern, sofern die Brechungsindices bezw. die die Neigungstangenten wohl eine Steigerung aber keine Verminderung in Folge der Reduction erleiden. (Von Interesse wäre gewiss in dieser Hinsicht, auch die Durchlässigkeit der Luft im Ultraroth einer Prüfung zu unterziehen.)

[2]) Für ein Pechprisma erhielt HERTZ (WIED. Ann. 36, pag. 769. 1888) nach dem Ablenkungsverfahren und für Strahlen von ca. 60 *cm* Wellenlänge den Werth 1·69; ELLINGER (WIED. Ann. 46, pag. 514. 1892) ermitteltelte für ein Wasserprisma mit einem brechenden Winkel von wenigen Graden mit Hilfe einer der HERTZ'schen nachgebildeten Anordnung den Brechungsindex des Wassers zu 9, der auch von COHN angegeben wird. Endlich haben noch ARONS und RUBENS (WIED. Ann. 42, pag. 582. 1891; ibid. 44, pag. 206. 1891) mit Hilfe besonderer Methoden den elektrischen Brechungsindex (Wellenlänge 6 *m*) für Paraffin, zwei Gläser und einige Flüssigkeiten bestimmt. Für die untersuchten Gläser ($n_D = 1{\cdot}5$) ergab sich der elektrische Index zu 2·4. Für die übrigen Körper weicht der elektrische Brechungsindex nur sehr wenig von dem optischen ab.

Brechungsindex eines Körpers und seiner Dichte oder genauer ausgedrückt die Frage nach den Beziehungen, welche die Veränderungen des Brechungsindex mit dem durch Druck, Temperatur oder Mischung hervorgerufenen Zustandsänderungen eines Körpers verknüpfen. Auch gegenwärtig ist diese mit grossem Eifer ventilirte Frage bis zu einem gewissen Grade noch immer eine offene, sofern die Ausdrücke und Formeln, welche man für die genannten Beziehungen aufgestellt hat, nur zum Theil eine theoretische Bedeutung besitzen und auch in Bezug auf ihre praktische Verwendbarkeit über den Charakter von Näherungsformeln nicht hinaus gekommen sind. In dem einen Falle entsprechen dieselben der Wahrheit, in dem anderen nicht, ohne dass man im Stande ist, zu sagen weshalb das so ist. Bei dem MARIOTTE'schen Gesetze, dem ja auch keine strenge Gültigkeit zukommt, weiss man, in welcher Weise sich die Abweichungen physikalisch erklären lassen, und dass man zu einer immer vollkommneren Uebereinstimmung der Erfahrung mit dem Gesetz gelangt, je weiter sich das Gas von seinem Condensationspunkt entfernt. Hier dagegen fehlt jeder innere Grund für die vorkommenden Abweichungen und man kann sich des Eindruckes nicht verschliessen, dass die in manchen Fällen beobachtete vollständige Uebereinstimmung mit der Erfahrung mehr Sache des Zufalls als die Folge eines bestimmten Gesetzes ist.

Es kommen hierbei in erster Linie drei Ausdrücke in Betracht, von denen verlangt wird, dass sie für alle durch Druck und Temperatur hervorgerufenen Dichteänderungen eines Körpers constant sein sollen:

$$\frac{n^2-1}{d} = const, \qquad \frac{n-1}{d} = const, \qquad \frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d} = const.$$

Der Inhalt dieser Gleichungen bildet den sogen. Satz vom constanten Brechungsvermögen, und die einzelnen Ausdrücke werden das specifische Brechungsvermögen oder kurz die Refractionsconstante des betreffenden Körpers genannt.

Für den ersten von NEWTON aufgestellten Ausdruck ist der genannte Satz von LAPLACE[1]) aus der Emissionstheorie abgeleitet worden. Die Formel hat aber nur bis zu einem gewissen Grade eine praktische Bedeutung erlangt. Für Gase trifft sie zu, ebenso wenn es sich darum handelt, das Brechungsvermögen von Gasgemischen nach dem gewöhnlichen Mischungsgesetz abzuleiten[2]). Dagegen ist für Flüssigkeiten wiederholt durch die weiter unten citirten Arbeiten von DALE und GLADSTONE, WÜLLNER, LANDOLT, RÜHLMANN und Anderen nachgewiesen worden, dass der Ausdruck $(n^2-1)/d$ keineswegs den Charakter einer Constanten beanspruchen darf[3]), sondern als eine Function der Temperatur bezw. des Druckes zu betrachten ist. Gewöhnlich differiren denn auch die mit Hilfe dieser Formel rückwärts berechneten Brechungsindices von den beobachteten Werthen schon in der dritten Decimale von n, und nicht selten machen sich die Abweichungen schon in der zweiten Decimale bemerkbar. Mit der Anwendung des Ausdrucks auf Flüssigkeiten hat sich in früheren Jahren namentlich SCHRAUF[4])

[1]) LAPLACE, Mécanique céleste 4, libre 10, pag. 237. 1805.

[2]) In dieser Weise von BIOT und ARAGO, Mém. de l'Acad. de France 7, pag. 301. 1806; und DULONG, Ann. de Chim. et de Phys. 31, pag. 154. 1826; POGG. Ann. 6, pag. 393. 1826, angewandt.

[3]) HOEK und OUDEMANS, Recherches sur la quantité d'éther contenue dans les liquides. La Haye 1864.

[4]) SCHRAUFF, POGG. Ann. 116, pag. 193. 1862; 118, pag. 359. 1863; 119, pag. 461, 553. 1863; 126, pag. 179. 1865; 127, pag. 175, 344. 1866; 133, pag. 479. 1868, u. Physikalische Studien, Wien 1867.

beschäftigt. Gegenwärtig ist der Ausdruck ganz verlassen, nachdem ihm schon lange mit dem Preisgeben der Emissionstheorie auch die theoretische Grundlage entzogen war. Vorübergehend hat SCHRAUF die Formel auch vom Standpunkte der Undulationstheorie aus zu stützen gesucht. —

Der zweite Ausdruck $(n - 1)/d$ entbehrt überhaupt jeder theoretischen Grundlage. Derselbe ist von BEER[1]) versuchsweise eingeführt, indem dieser zeigte, dass man bei den Gasen ebenso gut diesen Ausdruck wie den vorerwähnten als constant ansehen könne. Später haben dann DALE und GLADSTONE[2]), LANDOLT[3]), WÜLLNER[4]) und Andere die Prüfung der Formel an einer grossen Anzahl von Flüssigkeiten durchgeführt. Merkwürdiger Weise ergab der Ausdruck, dem später DE KLERCKER[5]) und CHRISTIANSEN[6]) auch eine theoretische Bedeutung beizulegen versucht haben[7]), für die Mehrzahl der Flüssigkeiten eine erheblich grössere Annäherung an die Constanz als der frühere Ausdruck. Zunächst gilt dies für die bei den vorgenannten Arbeiten vorzugsweise in Betracht kommenden Temperaturvariationen der Brechungsindices, ferner aber auch hinsichtlich der durch Druck hervorgerufenen Aenderungen, wie die diesbezüglichen Messungen von QUINCKE, RÖNTGEN und ZEHNDER[8]) dargethan haben.

Der Einfluss des Druckes auf den Brechungsindex einer Flüssigkeit ist natürlich, verglichen mit den Veränderungen, welche die Temperatur hervorzurufen im Stande ist, ausserordentlich klein. Für einen Ueberdruck von 1 Atmosphäre beträgt die Erhöhung des Brechungsindex beispielsweise für Wasser nur 1·5 Einheiten der 5. Decimale von n, während der Temperatureinfluss (pro 1° C.) meist schon die 4. Decimale um mehrere Einheiten abändert. Mit Hilfe besonderer Interferentialmethoden ist es aber möglich gewesen, die Veränderungen der Brechungsindices mit grosser Genauigkeit festzustellen, und über die Gültigkeit der Beziehung $(n - 1)/d = const$ ein Urtheil zu gewinnen. Bezeichnet man mit n_1 und d_1 die einem Ueberdruck von 1 Atmosphäre entsprechenden Werthe für Brechungsindex und Dichte, so lässt sich dem Satz vom constanten Refractionsvermögen folgende Form geben:

$$\frac{d_1}{d} = \frac{n_1 - 1}{n - 1} = 1 + \frac{n_1 - n}{n - 1}.$$

Der Compressibilitäts-Coefficient μ ist durch folgende Relation

$$\frac{d_1}{d} = 1 + \mu \frac{p}{760}$$

definirt, unter p den Ueberdruck in Millimeter Quecksilber verstanden. Der Nachweis der Identität von μ und $\frac{n_1 - n}{n - 1}$ (für einen Ueberdruck von 1 Atm.)

---

[1]) BEER, Einleitung in die höhere Optik, pag. 35. 1853.

[2]) DALE und GLADSTONE, Philos. Trans. 148, pag. 887. 1858.

[3]) LANDOLT, POGG. Ann. 123, pag. 595. 1864.

[4]) WÜLLNER, POGG. Ann. 133, pag. 1. 1868.

[5]) DE KLERCKER, Dispersion prismatique. Stockholm 1882.

[6]) CHRISTIANSEN, WIED. Ann. 23, pag. 298. 1884.

[7]) Desgleichen hat ZEHNDER (WIED. Ann. 34, pag. 117. 1888) für die mit Hilfe des Ausdrucks $n - 1/d$ gebildete Mischungsformel eine theoretische Grundlage zu schaffen gesucht.

[8]) QUINCKE, Ueber die Aenderungen des Volumens und des Brechungsexponenten von Flüssigkeiten durch hydrostatischen Druck, WIED. Ann. 19, pag. 401. 1883; ZEHNDER, Ueber den Einfluss des Druckes auf den Brechungsexponenten des Wassers für Natriumlicht. WIED. Ann. 34, pag. 91. 1888; RÖNTGEN und ZEHNDER, Einfluss des Druckes auf die Brechungsexponenten von Wasser, Schwefelkohlenstoff, Benzol, Aethyläther und einigen Alkoholen. WIED. Ann. 44, pag. 24. 1891.

schliesst somit auch die Gültigkeit der Grundlage der ersteren Gleichung, das ist die Beziehung $(n-1)/d = const$, in sich ein. Bis zu welchem Grade die Uebereinstimmung der beiden Werthe für eine Anzahl der in dieser Richtung untersuchten Flüssigkeiten zutrifft, ist aus der nachstehenden, einer Arbeit von QUINCKE[1]) entnommenen Zusammenstellung ersichtlich. Für Wasser ist die Uebereinstimmung der Werthe eine äusserst vollkommene, dagegen treten für die übrigen Körper noch ziemlich beträchtliche Abweichungen auf, die aber wegen der

Beobachter	Wasser	Schwefelkohlenstoff	Alkohol	Aether	Benzol
	Volumenänderung für 1 Atm. beobachtet $\mu \cdot 10^6$.				
QUINCKE	46·14 (20°)	62·62 (20°)	101·4 (20°)	142·6 (20°)	66·7 (20°)
RÖNTGEN	46·2 (18°)	89·5 (18°)	111·4 (19·3°)	163·8 (8·1°)	91·7 (17·9°)
COLLADON u. STURM	49·5 (10°)	—	96·2 (11·6°)	150 (11·4°)	—
GRASSI	46·1 (18°)	—	90·4 (13·1°)	140 (14°)	—
AMAURY u. DESCAMPS	45·7 (15°)	63·5 (14°)	91·1 (15°)	128 (14°)	—
CAILLETET	45·1 (8°)	98·0 (8°)	97·6 (9°)	144 (10°)	—
AMAGOT	—	87·2 (15·6°)	101 (14°)	190 (25·4°)	—
PAGLIANI u. PALAZZIO	—	—	104 (18·1°)	—	87·1 (15·4°)
G. DE METZ . . .	47·7 (12·6°)	—	—	—	74·7 (14·8°)
	Volumenänderung für 1 Atm. unter Annahme der Constanz der specifischen Brechung aus den beobachteten Werthen $n_1 - n$ berechnet $\mu \cdot 10^6$.				
QUINCKE	46·04 (20·4°)	64·88 (15°)	100·2 (20·2°)	144·83 (18°)	64—81 (16°)
RÖNTGEN	45·7 (17·9°)	103·3 (18°)	110·5 (19·3°)	171·4 (8·1°)	99·4 (17·9°)
MASCART	45·3 (15°)	—	—	—	—
ZEHNDER	45—50(0—23°)	—	—	—	—

Schwierigkeit dieser Untersuchungen wohl hauptsächlich auf Beobachtungsfehler zurückzuführen sind. Eine bessere Uebereinstimmung zeigt sich, wenn man nur die von RÖNTGEN und ZEHNDER auf Grund besonders sorgfältig ausgeführter Beobachtungen erhaltenen Zahlen mit einander vergleicht. Die beiden Beobachter ziehen aus ihren Versuchen den Schluss, dass die noch vorhandenen Abweichungen grösser seien als die möglichen Beobachtungsfehler, dass also für die durch Druck hervorgerufenen Aenderungen der Brechungsindices von Flüssigkeiten der Ausdruck $(n-1)/d$ nur den Charakter einer angenäherten Constante besitze — also im Grossen und Ganzen dasselbe Resultat wie für die durch Temperatur bewirkten Veränderungen der Brechungsindices. RÖNTGEN und ZEHNDER haben ausser dem vorerwähnten Ausdruck auch noch den dritten der drei oben genannten auf dessen Leistungsfähigkeit untersucht. Es ergab sich, dass auch dieser Ausdruck die durch Druck erzeugte Aenderung des Brechungsindex mit einer innerhalb der Fehlergrenze der Versuche liegenden Genauigkeit nicht darstellt. Mit Ausnahme des Wassers liegt der wirkliche Werth zwischen den aus diesen Formeln sich ergebenden Werthen. Die Versuche scheinen in dieser Richtung noch nicht zu einem endgültigen Abschluss gekommen zu sein. Dasselbe gilt von dem Einfluss des Druckes auf die Dispersion. —

Die dritte Beziehung endlich ist von L. LORENZ[2]) in Kopenhagen und von H. A. LORENTZ[3]) in Leyden gleichzeitig aus verschiedenen theoretischen Gesichts-

[1]) QUINCKE, Ueber die Beziehungen zwischen Compressibilität und Brechungsexponenten von Flüssigkeiten. WIED. Ann. 44, pag. 774. 1885.

[2]) L. LORENZ, WIED. Ann. 11, pag. 70. 1880.

[3]) H. A. LORENTZ, WIED. Ann. 9, pag. 641. 1880.

punkten abgeleitet, von dem einen unter Zuhilfenahme gewisser Vorstellungen über die zwischen den Aether- und Körpertheilchen wirksamen Kräfte, von dem anderen aus den Vorstellungen der elektromagnetischen Lichttheorie. Man hat die so eingeführte Formel von vornherein mit grossem Wohlwollen aufgenommen und ihr den Vorzug vor der empirischen Formel gegeben. Gegenwärtig ist der Ausdruck in seiner Anwendung auf die von LANDOLT und BRÜHL entwickelte Theorie der Refractionsäquivalente (vergl. weiter unten) allgemein im Gebrauch.

Was die praktische Leistungsfähigkeit der neuen Formel anbetrifft, so zeigt zunächst die Anwendung der Formel auf die Gase, dass dieselbe ebensogut wie die beiden anderen zur Darstellung der in Betracht kommenden Veränderungen benutzt werden kann. Es kann das nicht auffallen, da wegen des geringen Ueberschusses der Brechungsindices über die Einheit die drei Ausdrücke der Reihe nach durch folgende

$$\frac{2(n-1)}{d}, \quad \frac{n-1}{d} \quad \text{und} \quad \frac{2(n-1)}{3}\,\frac{1}{d}$$

ersetzt werden können[1]), welche sich, wie man sieht, nur durch andere Zahlenfaktoren unterscheiden. Ist also der Nachweis der Constanz für einen der drei Ausdrücke erbracht, so ist er damit praktisch auch für die beiden andern dargethan. Die Gase können somit eine Entscheidung betreffs der grösseren Leistungsfähigkeit der theoretischen Formel nicht geben[2]).

Für die Flüssigkeiten schien nun allerdings nach den ersten von LORENTZ (l. c.), PRYTZ[3]) und BLEEKRODE[4]) vorgenommenen Prüfungen die Ueberlegenheit der neuen Formel über die frühere, empirische offenkundig zu sein. Der Ausdruck schien sogar das zu leisten, was den beiden anderen nicht, wenigstens nicht in dem Maasse, geglückt war, nämlich: beim Uebergang des Körpers aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand noch gültig zu bleiben. In der That ergab sich für eine Reihe von Substanzen eine bemerkenswerthe Uebereinstimmung der aus dem gasförmigen und flüssigen Zustand eines Körpers berechneten Werthe. So wurde erhalten für:

	flüssig		gasförmig
Wasser	0·20615 (10°)	0·20608 (20°)	0·2068
Chloroform . . .	—	0·1791 (20°)	0·1796
Schwefelkohlenstoff	0·28052 (10°)	0·28086 (20°)	0·2898[5]).

[1]) Vergl. KETTELER, WIED. Ann. 30, pag. 287. 1887.

[2]) Dem Satze von constanten Refractionsvermögen lässt sich bei den Gasen die folgende für die Berechnung des einer bestimmten Temperatur und einem bestimmten Drucke zugehörigen Brechungsindex praktisch verwendbare Form geben:

$$n - 1 = (n_0 - 1)\,\frac{b}{(1 + \alpha t)\cdot 760}.$$

Prüfung und Verificirung durch CHAPPUIS und RIVIÈRE, Ann. de Chim. et de phys. XIV. pag. 5. 1888 (Atm. Luft, Kohlensäure und Cyan bei 20 Atmosphären Drucksteigerung); ferner bestätigt BENOIT, Trav. et Mém. du Bureau internat. des poids et mesures, I. 1881 u. VI. 1888 (Journ. de phys. (2) VIII. pag. 451) für Drucke zwischen 0 und 760 *mm* und Temperaturen von 0—80° die Identität des Coefficienten α mit dem Ausdehnungscoefficienten (0·00367) der Luft; MASCART, Ann. de l'Ecole normale (2) VI. pag. 9. 1877 hatte einen anderen Werth gefunden; ältere Versuche über die Abhängigkeit des Brechungsindex der Luft von der Temperatur (Temperaturformel) siehe V. v. LANG, Wien. Ber. 49, II. Bd. pag. 451. 1874 (MASCART, KETTELER).

[3]) PRYTZ, WIED. Ann. 11, pag. 104. 1880.

[4]) BLEEKRODE, Roy. Proc. Lond. pag. 233. 1884; Journ. de phys. 4, pag. 109. 1885 (Untersuchung condensirter Gase).

[5]) Weitere Werthe siehe bei BRÜHL, Z. f. physik. Chemie VII. pag. 4 und pag. 24. 1891.

Die noch vorhandenen Unterschiede der bezüglichen Werthe kommen kaum in Betracht, wenn man bedenkt, mit welch' ungeheuren Dichteänderungen man es hier zu thun hat.

Nun stellte sich aber bald heraus, als man anfing, den Ausdruck auch auf die durch Temperatur, Druck und Mischung hervorgerufenen verhältnissmässig viel geringeren Dichteänderungen anzuwenden[1]), dass derselbe doch nicht so constant war wie man nach den vorstehenden Resultaten erwartet hatte, dass er zwar in manchen Fällen mehr leiste als die empirische Formel, aber in anderen Fällen auch wieder weniger. Neuere Versuche von KETTELER[2]) an Wasser (0°—100°), Alkohol (—8°—76°) Schwefelkohlenstoff (—20°—40°) haben die Unzulänglichkeit der LORENZ'schen Formel über allen Zweifel klargestellt. Die Abweichungen zwischen den beobachteten und berechneten Brechungsindices übersteigen bei weitem alle möglichen Beobachtungsfehler. Zu dem gleichen Ergebniss führten die Untersuchungen von KNOPS[3]) und WEEGMANN[4]). Sehr anschaulich ist folgendes von KETTELER und WEEGMANN angewandtes Verfahren, die Unzulänglichkeit des L.'schen Ausdruckes zu erweisen. Wenn man nämlich die Zahl 2 in dem LORENZ'schen Ausdruck durch eine vorläufig noch unbekannte Grösse x ersetzt und zusieht, welche Zahl für x genommen werden muss, damit den Beobachtungen in aller Strenge Rechnung getragen werde, so erhält man beispielsweise für Schwefelkohlenstoff den Werth $x = 4{\cdot}2$, also eine Zahl, die die L.'sche um mehr als das doppelte übersteigt[5]).

In besonders eclatanter Weise wird die Unzulänglichkeit der vorstehenden Formeln[6]) durch ein Beispiel documentirt, das auch für sich selbst ein gewisses Interesse verlangt, nämlich durch das Verhalten des Wassers in der Nähe seines Gefrierpunktes[7]).

Bekanntlich besitzt das Wasser bei 4° das Maximum seiner Dichte. Die »Proportionalität von Brechungsvermögen und Dichte« vorausgesetzt, müsste auch der Brechungsindex bei 4° ein Maximum zu erkennen geben. Das ist aber durchaus nicht der Fall. Nach den Messungen von RÜHLMANN[8]) nimmt der Brechungsindex von 0° stetig und unbekümmert um das Dichtemaximum

---

[1]) RÖNTGEN und ZEHNDER, vergl. oben. — DAMIEN, Ann. de l'Ecole norm. 10, pag. 233. 1881. — LANDOLT, Berl. Ber. 1892, pag. 64 und LIEB. Ann. 203, pag. 75. 1882. — NASIN und BORNHEIMER, R. Accad. dei Lincei, Mem. 18. 1884. — SCHRAUF, WIED. Ann. 28, pag. 413 1886. — BRÜHL, LIEB. Ann. 235, pag. 1. 1886 und Andere.

[2]) KETTELER, Experimentaluntersuchung über das Refractionsvermögen der Flüssigkeiten zwischen sehr entfernten Temperaturgrenzen. WIED. Ann. 33, pag. 354 u. pag. 506. 1888; 35, pag. 662. 1888.

[3]) KNOPS, Inaug.-Diss., Bonn. — LIEBIG, Ann. 1887.

[4]) WEEGMANN, Inaug.-Diss., Bonn. — Zeitschr. f. physik. Chemie 2, pag. 218. 1888.

[5]) WEEGMANN fand im Mittel für die von ihm untersuchten Substanzen die Zahl 3·5.

[6]) Es ist wiederholt die Frage aufgeworfen worden, welcher Brechungsindex bei der Prüfung der Formel zu verwenden sei, und ob nicht die Dispersion die Abweichungen verschulde (SCHRAUF, BRÜHL etc.) Es ist deshalb lange Zeit der, wie man zu sagen pflegte, »von der Dispersion befreite Index« — die Constante A der CAUCHY'schen Dispersionsformel — zu den Rechnungen benutzt worden, ohne aber damit bessere Resultate erreicht zu haben.

[7]) RÜHLMANN, POGG. Ann. 133, pag. 184. 1867.

[8]) RÜHLMANN, l. c. Mit dem Brechungsvermögen des Wassers haben sich zahlreiche Forscher beschäftigt (dieselben sind zum Theil in LANDOLT's Tabellen namhaft gemacht). In LANDOLT's Tabellen findet man auch die direkten Temperaturformeln nach RÜHLMANN (n als Function von t) mitgetheilt.

mit zunehmender Temperatur ab. Es geht daraus ohne Weiteres hervor, dass bei Temperaturänderungen der Brechungsindex nicht einfach als Function der Dichte angesehen werden kann, dass vielmehr noch andere Kräfte thätig sein müssen, die ebenfalls einen Einfluss auf den Brechungsindex ausüben, deren physikalische Natur in den einzelnen Fällen aber noch nicht erkannt ist. Der Hauptsache nach scheint in der That der Einfluss der Dichte maassgebend zu sein, auch beim Wasser, denn wie meine eigenen Untersuchungen unzweifelhaft ergeben haben, findet auch für den Brechungsindex ein Maximum statt[1]), welches bei $-1\frac{1}{2}^{\circ}$ gelegen ist; auch der steilere Abfall der Curve der Brechungsindices für unterkühltes Wasser entspricht ganz den für die Dichte bekannten Verhältnissen. Worin aber die verschiedene Lage der beiden Maxima begründet ist, vermag man hier ebensowenig wie in anderen Fällen zu sagen.

Das zuletzt Gesagte gilt auch von der von KETTELER entwickelten Theorie der Volum- und Refractionsäquivalente[2]). Der von KETTELER abgeleitete Ausdruck

$$\frac{n^2-1}{d}(1-\beta d)=C$$

oder

$$(n^2-1)(v-\beta)=C,$$

in welchem Ausdruck v das Volumen, welches die ponderable Masseneinheit thatsächlich einnimmt, β das Volumen, welches dieselbe bei continuirlicher Raumerfüllung einnehmen würde, also $(v-\beta)$ das Volumen des intermolekularen Aethers bedeuten, kann ebensowenig wie die früheren Ausdrücke zur Darstellung des Verhaltens des Wassers benutzt werden. KETTELER hat zur Prüfung dieser Beziehung nach einem totalreflektometrischen Verfahren (l. c.) die Brechungsindices von Wasser, Alkohol und Schwefelkohlenstoff zwischen den oben angegebenen Temperaturgrenzen bestimmt und ist zu dem Resultat gekommen, dass auch die Constante C nicht mehr als constant anzusehen, sondern durch

$$M=C(1-\alpha e^{-k\cdot t})$$

zu ersetzen sei, in welchem Ausdruck unter den beiden ursprünglichen Constanten β und C noch zwei weitere a und k vorkommen. Mit Hilfe dieser Formel ist es KETTELER gelungen, den Verlauf des Wassers von 0—100°, sowie die Lichtbrechung des Alkohols über ein Temperaturintervall von 84° und die des Schwefelkohlenstoffs von —20 bis + 40° durch Rechnung in sehr naher Uebereinstimmung wiederzugeben.

Das Verhalten der festen Körper war man bisher gewohnt als ganz ausserhalb des Zusammenhanges mit dem Verhalten der übrigen Körper stehend zu betrachten. Man begnügte sich zu constatiren, dass bei vielen festen Körpern, insbesondere den Gläsern, mit wachsender Temperatur eine Erhöhung des Brechungsindex eintrete[3]), ohne dass es möglich war, eine Erklärung für

---

[1]) PULFRICH, Untersuchung über die Brechungsverhältnisse des Eises und des unterkühlten Wassers. WIED. Ann. 34, pag. 326. 1888. Entgegen den Angaben von DAMIEN, Ann. de l'Ecole norm. sup. II. 10, pag. 275. 1881 (LANDOLT's Tab. pag. 205. 1883).

[2]) KETTELER, Theoretische Optik, Braunschweig 1885, pag. 103; WIED. Ann. 30, pag. 286. 1887; WIED. Ann. 33, pag. 353 u. 35, pag. 662. 1888. Zeitschr. f. physik. Chemie II., pag. 905. 1888.

[3]) In der nachstehenden Literaturzusammenstellung sind die Namen derjenigen Körper, welche eine Zunahme des Brechungsindex mit der Temperatur ergaben, in gesperrtem Druck angeführt. Bei allen anderen angeführten Körpern nimmt der Brechungsindex mit der Temperatur ab:

diese dem Satze der Proportionalität zwischen Brechungsindex und Dichte direkt widersprechende Erscheinung zu geben. Da die beobachteten Temperaturvariationen im Vergleich zu den bei den Flüssigkeiten vorkommenden Werthen nur sehr klein sind, so war man geneigt, dieser Erscheinung nur eine nebensächliche Bedeutung beizulegen.

Ich habe vor kurzem versucht[1]), eine Erklärung für das Verhalten der festen Körper zu geben, die nicht allein den genannten Widerspruch beseitigt, sondern auch die Vermuthung nahe legt, dass bei den Flüssigkeiten die beobachteten Abweichungen von dem Satze der Proportionalität zwischen Brechungsvermögen und Dichte in manchen Fällen vielleicht auf die gleiche physikalische Ursache zurückgeführt werden können wie bei den festen Körpern. Während man bisher immer nur die Veränderungen der Dichte oder des Volumens, welche der Körper unter dem Einfluss der Temperatur erleidet, für die Variationen des Brechungsindex verantwortlich gemacht hat, bin ich von der Anschauung ausgegangen, dass bei der Natur der in Frage kommenden Volumvergrösserung es von vornherein als höchst unwahrscheinlich bezeichnet werden müsse, wenn man annehmen wollte, dass die Volumänderung die einzige Wirkungsäusserung der Temperatur sei. Für die gleiche Volumänderung, wenn dieselbe einmal durch Druck, ein andermal durch Wärme hervorgebracht ist, wird man nicht ohne Weiteres die gleiche optische Wirkung erwarten dürfen. Denn der Einfluss der Wärme besteht sowohl in einer Vergrösserung des Abstandes zwischen den einzelnen Körpermolekülen als auch namentlich in einer Steigerung des Schwingungszustandes der Körpertheilchen, während bei den durch Druck oder Zug bewirkten Volumänderungen nur die Abstände der Moleküle verändert werden.

Für die Erledigung dieser Frage war es von besonderem Interesse, den Einfluss der Temperatur auf den Verlauf der Dispersion kennen zu lernen. Es hat sich nun bei allen von mir untersuchten Substanzen — 10 verschiedene Gläser und mehrere durchsichtige Minerale — das bemerkenswerthe Resultat ergeben, dass die Dispersion mit wachsender Temperatur eine Steigerung erfährt, und zwar sowohl in den Fällen, wo der Brechungsindex zunimmt als auch in den Fällen wo er abnimmt. In nachstehender Tabelle sind für einige Körper die erhaltenen Werthe $\Delta\mathfrak{N}_0$ (vergl. oben pag. 309) zusammengestellt.

Rudberg, Pogg. Ann. 26, pag. 291. 1832 (Kalkspath, Quarz, Aragonit). — Fizeau, Ann. chim. phys. (3) 66, pag. 429. 1862; Pogg. Ann. 119, pag. 87, 297. 1863 (Kalkspath, Flussspath, Zinkglas von Maës, Glas von St. Gobain, Gew. Flintglas); Ann. chim. phys. (4) 2, pag. 143. 1864 (Quarz). — Baille, Dissert. Paris 1867. (Flintgläser, Gew. Crown (±), Zink-Crown (±), Flussspath, Diamant, Blende, Opal, Alaun). — Stefan, Wien. Ber. (II.) 63, pag. 239. 1871 (Steinsalz, Sylvin, Kaliumalaun, Flussspath, Glas). — Hastings, Astr. Nachr. 2501; Ann. Journ. of sc. (3) 15, pag. 269. 1878 (zwei Flint- und zwei Crowngläser). — G. Müller, Publicat. des astroph. Obs. zu Potsdam (16) 4, pag. 151. 1885 (Kalkspath, Quarz, mehrere Flint- und Crowngläser). — E. Vogel, Wied. Ann. 25, pag. 87. 1886 (Kalkspath, schweres Flintglas, weisses Glas). — Offret, Bull. de la soc. franc. de min. 10, pag. 405—697. 1890 (Beryll, Phenacit, Kalkspath, Aragonit, Baryt, Topas de minas geraes, Topas von Schneckenstein, Cordierit, Sanidin, Oligoclas). — Arzruni, Groth's Zeitschr. f. Kryst. 1, pag. 165. 1877 (Schwerspath, Coelestin, Anglesit). — Dufet, Bull. de la soc. min. de France 7, pag. 182; 8, pag. 187, 257 (Quarz, Beryll, Flussspath). — Sella, Wied. Beibl. 16, pag. 424. 1892 (Diamant).

[1]) Pulfrich, Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Lichtbrechung des Glases. Wied. Ann. 45, pag. 609. 1892.

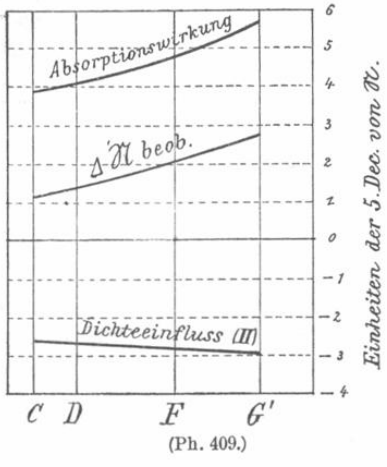
Name	Mittel-Temp.	*C*	*D*	*F*	*G'*	Cub. Ausdehnungscoefficient
		Aender. d. Br.-Index pro 1°C. in Einh. d. 5. Dec.				
Schwerstes Silicatflint S. 57	58·8°	1·204	1·447	2·090	2·810	$10^{-8} \cdot 2804$
Leichtes Silicatflint O. 154	58·4°	0·225	0·261	0·334	0·407	$10^{-8} \cdot 2367$
Baryt-Leichtflint O. 527 .	58·3°	— 0·008	0·014	0·080	0·137	$10^{-8} \cdot 2696$
Phosphat-Crown S. 40 . .	60·3°	— 0·312	— 0·305	— 0·246	— 0·237	$10^{-8} \cdot 2613$
Steinsalz von Stassfurt . .	58·8°	— 3·749	— 3·739	— 3·648	— 3·585	$10^{-8} \cdot 12117$
Quarz, ordinärer Strahl . .	59·6°	— 0·649	— 0·638	— 0·599	— 0·577	$10^{-8} \cdot 3530$
„ extraordinärer Strahl		— 0·761	— 0·754	— 0·715	— 0·694	
Flussspath	60·5°	— 1·220	— 1·206	— 1·170	— 1·142	$10^{-8} \cdot 5734$
Kalkspath, ordinärer Strahl	103°	0·071	0·081	0·091	0·100	$10^{-8} \cdot 1447$
(nach VOGEL) extraord. „		1·012	1·020	1·073	1·090	

Man sieht, in den Fällen, wo der Brechungsindex mit der Temperatur wächst, sind die Temperaturvariationen im Blau grösser als im Roth, und in den Fällen, wo der Brechungsindex mit der Temperatur abnimmt, ist die Abnahme im Blau kleiner als im Roth, d. h. also in allen Fällen wird das Spectrum gedehnt, die Dispersion vergrössert. Dasselbe gilt für das als Specialfall immerhin bemerkenswerthe Verhalten des Glases O. 527, bei dem im Blau positive, im Roth negative Variationen auftreten, und für einen mittleren Theil des Spectrums der Einfluss der Temperatur auf den Brechungsindex ganz verschwindet. Die gleiche Erscheinung der Dispersionssteigerung mit wachsender Temperatur ist auch von OFFRET (l. c.) an einer grossen Anzahl von Krystallen sowie von BAILLE (l. c.) an sämmtlichen von ihm untersuchten Körpern constatirt worden.

Während bei den Flüssigkeiten und Gasen in der Regel eine Abnahme der Dispersion mit wachsender Temperatur eintritt, findet somit hier das Umgekehrte statt, eine Thatsache, die dem Satze vom constanten Refractionsvermögen gegenüber als ebenso auffallend angesehen werden muss, als das Auftreten positiver Temperaturvariationen, die mir aber den Schlüssel zu der gesuchten Erklärung gegeben hat. Die nähere Betrachtung hat nämlich zu dem Resultat geführt, dass die Erklärung für das Verhalten der festen Körper in einer gleichzeitig neben der Dichteänderung herlaufenden Vergrösserung der Absorptionswirkung im blauen und ultrablauen Theile des Spectrums zu suchen sei.

Es ist weiter oben auf den Einfluss hingewiesen worden, den die Absorption auf die Dispersion eines Körpers ausübt, und dabei hervorgehoben, dass man im Stande sei, aus dem Verlauf des Neigungswinkel direkt auf das Vorhandensein von selbst weit entlegenen Absorptionsgebieten zu schliessen. Dasselbe gilt von den Veränderungen des Neigungswinkels und den Veränderungen der Absorptionswirkung mit der Temperatur. Wenn man die Veränderung des Neigungswinkels mit der Temperatur im einzelnen verfolgt, so gelangt man zu dem Schluss, dass dieselbe für eine Anzahl der untersuchten Substanzen nur durch eine Zunahme der Absorption im blauen Theile des Spectrums herbeigeführt werden kann, und dass für die übrigen Körper die gleiche Erscheinung wenigstens nicht unwahrscheinlich gemacht ist. Diese Schlussfolgerung erfährt in doppelter Weise eine Bestätigung, einmal durch das direkte Experiment, sofern bei den Flintgläsern, welche das am meisten abweichende Verhalten zu erkennen geben, die Absorptionszunahme im Blau in augenfälliger Weise (beträchtliche Steigerung der Gelbfärbung) zu Tage tritt; zweitens stehen die Resultate im Einklang mit einer gewissen Eigenthümlichkeit in dem Ver-

halten der durchsichtigen festen Körper zu dem Satze der Proportionalität von Brechungsvermögen und Dichte, die bisher noch keine Beachtung gefunden hat. Wenn man nämlich unter Zuhilfenahme einer der drei obigen Ausdrücke — gleichgültig welchen man dazu verwendet — aus dem bekannten cubischen Ausdehnungscoëfficienten die Veränderung des Brechungsindex berechnet, und diesen berechneten Werth mit dem beobachteten vergleicht, so zeigt sich, dass der Sinn der Abweichungen bei allen untersuchten festen durchsichtigen Körpern immer der gleiche ist. Ueberall bleibt ein positiver Rest übrig, wenn man die aus der Dichteänderung berechneten Aenderungen der Brechungsindices von den beobachteten Werthen subtrahirt. Nachstehendes Beispiel und Fig. 409 dienen zur Illustration des beschriebenen Verhaltens.



(Ph. 409.)

Schwerstes Silicatflint (S. 57). $3\alpha = 10^{-8} \cdot 2804$ (Fig. 409).

Linie	$\mathfrak{N}$	Einfluss der Dichte (Einheiten der 5. Decimale)		
		$\frac{n^2-1}{d} = C$	$\frac{n-1}{d} = C$	$\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d} = C$
C	1·9492	— 2·013	— 2·662	— 3·893
D	1·9625	— 2·037	— 2·699	— 3·973
F	1·9980	— 2·100	— 2·799	— 4·194
G'	2·0303	— 2·156	— 2·889	— 4·400

Linie	$\Delta\mathfrak{N}$ (1°) beobachtet	Restbetrag = Absorptionswirkung		
C	1·204	3·215	3·866	5·095
D	1·449	3·484	4·148	5·420
F	2·090	4·187	4·889	6·281
G'	2·810	4·964	5·699	7·208

Indem wir also den Restbetrag als die von dem Einfluss der Dichteänderung befreite Wirkungsäusserung des gesteigerten Absorptionsvermögens ansehen, erscheint der Temperatureinfluss als eine Differenzwirkung zweier einander entgegengesetzt wirkenden Kräfte, Dichte und Absorptionsvermögen. Die Abnahme der Dichte vermindert den Index, die zunehmende Absorption erhöht denselben wieder. Je nachdem die eine oder die andere der beiden Wirkungen überwiegt, findet eine Abnahme oder Zunahme des Brechungsindex statt; wenn sich die beiden Wirkungen gegenseitig aufheben, so bleibt der Brechungsindex anscheinend ganz befreit von dem Einfluss der Temperatur.

Bei den verhältnissmässig sehr geringen Dichteänderungen der festen Körper sind von vornherein alle drei Fälle möglich und nur dem Umstande, dass die Ausdehnungscoëfficienten des Glases beträchtlich kleiner sind als die der meisten übrigen festen Körper ist es zuzuschreiben, dass bei den Gläsern die positiven Temperaturvariationen der Brechungsindices überwiegen. Auch bei den Krystallen

treten die positiven Temperaturvariationen meist nur da auf, wo auch die kubischen Ausdehnungscoëfficienten sehr klein sind. —

Vielleicht lässt sich unter den genannten Gesichtspunkten auch das Verhalten der Metalle erklären. Nach den Untersuchungen von KUNDT[1]) (l. c.) nimmt der Brechungsindex der Metalle mit der Temperatur ebenfalls zu. Die Zunahme erreicht im Mittel den enormen Betrag von 0·0037 pro 1° C. Von einem etwaigen Zusammenhang zwischen Dichte und Brechungsindex ist natürlich hier gar keine Rede mehr. Es ist mir nicht bekannt, ob direkte Versuche über die Abhängigkeit der Absorptionswirkung der Metalle von der Temperatur ausgeführt sind. Eine Aenderung der Dispersion ist für die Metalle bis jetzt noch nicht constatirt.

Dagegen hat KUNDT auf eine andere Beziehung aufmerksam gemacht, welche den Brechungsindex der Metalle mit dem Leitungsvermögen derselben für Elektricität und Wärme verbindet. Demnach sind diejenigen Metalle, denen der kleinste Brechungsindex, also die grösste Lichtgeschwindigkeit zukommt, zugleich die besten Leiter für Elektricität und Wärme. Die in der früher mitgetheilten Tabelle angeführten Metalle ergeben die gleiche Reihenfolge wie dort, wenn man dieselben nach ihrem Leitungsvermögen für Elektricität und Wärme anordnet. KUNDT hat ferner darauf hingewiesen, dass auch der oben angegebene Temperaturcoëfficient für den Brechungsindex der Metalle sehr nahe mit dem Temperaturcoëfficienten für das galvanische Leitungsvermögen übereinstimme, und dass in einem und demselben Metall bei der Aenderung der Temperatur Lichtgeschwindigkeit und galvanisches Leitungsvermögen einander proportional bleiben.

3. Abhängigkeit des Brechungsvermögens von der bei Mischungen und Lösungen stattfindenden Volumenänderung.

Es ist an früheren Stellen schon bemerkt worden, dass man mit Hilfe der Refractionsconstante im Stande sei, das Brechungsvermögen der Mischung zweier Gase oder zweier Flüssigkeiten aus den Refractionsconstanten der Bestandtheile abzuleiten (BIOT und ARAGO, HOEK, LANDOLT, WÜLLNER u. A.) Bezeichnet man einen der früher erwähnten Ausdrücke für die Refractionsconstante allgemein mit dem Buchstaben R, unterscheidet also die den Bestandtheilen und der Mischung zukommenden Werthe mit R_1, R_2 und R, so schreibt sich die mit dem Namen der BIOT-ARAGO'schen Mischungsformel bezeichnete Beziehung folgendermaassen:

$$R \cdot P = R_1 p_1 + R_2 p_2$$

unter $P = p_1 + p_2$ die Summe der gemischten Bestandtheile nach Gewichten verstanden.

Für Gasgemische genügt die angegebene Formel. Für Flüssigkeiten gewährt sie aber nur in erster Annäherung eine Uebereinstimmung mit der Erfahrung. Berechnete und beobachtete Brechungsindices unterscheiden sich hier oft um den 100fachen Betrag der überhaupt möglichen Beobachtungsfehler. Diese Unzulänglichkeit der Mischungsformel tritt auch bei den ebenfalls zur Berechnung herangezogenen Lösungen fester Körper (Salze etc.) zu Tage, wie auch umgekehrt die aus Lösungen berechnete Refractionsconstante des gelösten Körpers mit der des Körpers im festen Zustande nie vollständig übereinstimmt.

Man kann sich fragen, ob sich nicht die Brechungsindices von Mischungen und Lösungen berechnen lassen, ohne dass man auf einen der Ausdrücke für

[1]) l. c. und KUNDT, Berl. Ber. 1888, pag. 1387.

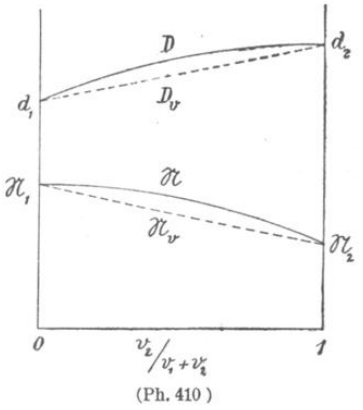
das Refractionsvermögen zurückzugreifen braucht[1]). In der That ist diese Frage wiederholt gestellt worden, wobei man in erster Linie den Einfluss, welchen die beim Mischen eintretende Volumenänderung auf das Brechungsvermögen auszuüben vermag, in Rechnung zu bringen gesucht hat. Indessen haben die früheren Versuche[2]) infolge der wenig rationellen und zum Theil auch unrichtigen Definitionen für die Volumenänderung (Contractionscoëfficient) zu wenig befriedigenden Resultaten geführt. Vor einigen Jahren habe ich versucht[3]), den Nachweis zu führen, dass das Brechungsvermögen von Mischungen und Lösungen in der That in eine einfache Beziehung zu der bei der Mischung und Lösung stattfindenden Volumänderung zu bringen ist, und dass mit Hilfe des dafür aufgestellten Ausdruckes man im Stande ist, das Brechungsvermögen solcher Mischungen und Lösungen in sehr vielen Fällen mit einer erheblich weiter gehenden Annäherung an die Erfahrung abzuleiten, als mit Hilfe der BIOT-ARAGO'schen Formel bisher möglich gewesen ist.

Es werde angenommen, dass v_1 Volumen einer ersten Flüssigkeit von der Dichte $d_1 = p_1/v_1$ mit v_2 Volumen einer zweiten Flüssigkeit von der Dichte $d_2 = p_2/v_2$ gemischt seien und dass die Mischung die Dichte D habe. Würde bei der Mischung gar keine Volumenänderung eintreten, so müsste die Dichte der Mischung den Werth

$$D_v = \frac{p_1 + p_2}{v_1 + v_2} = d_1 + (d_2 - d_1)\frac{v_2}{v_1 + v_2}$$

annehmen, wobei $v_2/v_1 + v_2$ den verhältnissmässigen Volumenantheil der zweiten Flüssigkeit bedeutet. Graphisch durch Ordinaten zum Ausdruck gebracht und bezogen auf die Werthe $v_2/v_1 + v_2$ als Abscissen (s. Fig. 410), stellt dann D_v das Gesetz einer geraden Verbindungslinie zwischen den Werthen d_1 und d_2 dar. Jede Abweichung der beobachteten Werthe D von der geraden Linie bedeutet eine durch die Mischung eingetretene Volumenänderung. Liegt D oberhalb D_v, so hat Contraction, liegt D unterhalb D_v, so hat Dilatation stattgefunden. Der numerische Betrag der Volumenänderung pro Volumeneinheit ergiebt sich zu:

$$c = \frac{D - D_v}{D}.$$



(Ph. 410)

Letzterer Ausdruck gilt für alle in Betracht kommenden Mischungsverhältnisse, einschliesslich den reinen Bestandtheilen. Für die gleichen Abscissen wie

[1]) Eine einfache Beziehung zwischen dem Brechungsindex und dem Procentgehalt einer Salzlösung existirt nicht; BEER und KREMERS, POGG. Ann. 101, 1857; HOFFMANN, POGG. Ann. 133, pag. 605. 1868; BÖRNER, Marburg 1869; Neuere Versuche von WALTER, WIED. Ann. 38. pag. 107. 1889 und DOUMER, Compt. rend. 110, pag. 40, 957. 1890, scheinen dem zu widersprechen. — Die Lichtgeschwindigkeit in verdünnten Lösungen ist vor Kurzem von HALLWACHS, Göttinger Nachr. 1892, Nr. 9, zum Gegenstand einer experimentellen Untersuchung gemacht worden.

[2]) GRAILICH, Wien. Ber. pag. 25. 1857; A. WEISS und E. WEISS, Wien. Ber. pag. 33. 1889; SCHRAUF, POGG. Ann. 116. 1862; WÜLLNER, POGG. Ann. 133. 1868; v. REISS, WIED. Ann. 10, 1880; LÜDEKING, WIED. Ann. 27. 1886; BATTELI u. MARTINETTI, Rend. della Acc. Roma 1886.

[3]) PULFRICH, Z. f. physik. Chemie IV., pag. 561. 1889.

oben graphisch dargestellt gewährt c den Anblick einer Curve, beginnend und endigend mit dem Werth Null, und mit einem Maximum für ein bestimmtes mittleres Mischungsverhältniss.

Unter $\mathfrak{N}$ den um 1 verminderten Brechungsindex verstanden, seien die bezüglichen Werthe für die Bestandtheile und die Mischung mit $\mathfrak{N}_1$, $\mathfrak{N}_2$ und $\mathfrak{N}$ bezeichnet. Man sieht dann sofort, das sich dem Ausdruck D_v ein analoger für das Brechungsvermögen, nämlich:

$$\mathfrak{N}_v = \mathfrak{N}_1 + (\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}_1)\frac{v_2}{v_1 + v_2}$$

gegenüberstellen lässt, dessen graphische Darstellung wiederum das Bild einer geraden Verbindungslinie zwischen den beiden Endwerthen, hier also $\mathfrak{N}_1$ und $\mathfrak{N}_2$, zu erkennen giebt (s. Fig. 410).

Es hat sich nun zunächst durch Vergleich der beobachteten Werthe $\mathfrak{N}$ mit der Grösse $\mathfrak{N}_v$ ergeben, dass sich $\mathfrak{N}$ um so mehr dem $\mathfrak{N}_v$ nähert, je näher das beobachtete D dem D_v gelegen ist. Fälle, wo sich zwei Körper ganz ohne Volumenänderung mischen, scheinen in der Natur nur ausserordentlich selten vorzukommen. Gewöhnlich findet eine Contraction, weniger häufig eine Dilatation statt (letzteres z. B. bei Mischungen von Alkohol und Schwefelkohlenstoff, vergl. unten).

Eine weitere Uebereinstimmung besteht in Bezug auf den Sinn der Abweichungen. Jedesmal, wenn die D-Curve oberhalb D_v gelegen ist, liegt auch die $\mathfrak{N}$-Curve oberhalb $\mathfrak{N}_v$; und ist die $\mathfrak{N}$-Curve unterhalb $\mathfrak{N}_v$ gelegen, so kann man sicher sein, dass auch die D-Curve unterhalb D_v gelegen ist. Eine Ausnahme ist bisher noch nicht bemerkt worden.

Ich habe nun versucht, diesen Beziehungen dadurch Rechnung zu tragen, dass ich den dem Ausdruck für c analog gebildeten Ausdruck $\frac{\mathfrak{N} - \mathfrak{N}_v}{\mathfrak{N}}$ einfach der Grösse c proportional setzte. In der That hat die von mir und BUCHKREMER[1]) an allen bis dahin untersuchten Mischungen und Lösungen vorgenommene numerische Prüfung die Gültigkeit der Beziehung

$$\frac{\mathfrak{N} - \mathfrak{N}_v}{\mathfrak{N}} = \alpha\frac{D - D_v}{D}$$

dargethan. Der Proportionalitätsfactor α erwies sich stets als eine positive Grösse, die für die verschiedenen Körper verschieden war, aber für die sämmtlichen Mischungsverhältnisse zweier bestimmter Körper den Charakter einer angenäherten Constante annahm. Mit Hilfe des für α gefundenen Mittelwerthes liess sich dann die Beziehung dazu verwenden, die den einzelnen Mischungen zugehörigen Brechungsindices zu berechnen.

Dass in der That auf diese Weise eine erheblich weitergehende Annäherung an die Erfahrung erreicht ist, als die Anwendung der BIOT-ARAGO'schen Formel zu geben vermag, zeigt die nachstehend mitgetheilte Tabelle. Man sieht, dass die früheren Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung hier sogar auf weniger als $\frac{1}{10}$ ihres Betrages reducirt sind[2]). Es scheint indessen nicht, dass die genannte Beziehung für alle Fälle und in gleicher Strenge den Thatsachen genüge,

---

[1]) BUCHKREMER, Dissertation Bonn 1890; Z. f. physik. Chemie 1890, pag. 161.

[2]) Der obigen Formel lässt sich durch Umformung auch eine der BIOT-ARAGO'schen Mischungsformel ähnliche Gestalt geben. Die nähere Betrachtung dieser Formel (vergl. l. c.) giebt dann die Bedingungen, unter welchen die frühere BIOT-ARAGO'sche Formel der Erfahrung am nächsten kommt.

es kommen einzelne Fälle vor, wo der Proportionalitätsfaktor nicht mehr als Constante betrachtet werden kann[1]), obschon auch hier der Sinn der Abweichung des $\mathfrak{N}$ von $\mathfrak{N}_v$ derselbe ist wie des D von D_v.

Alkohol und Schwefelkohlenstoff (nach WÜLLNER).

Mischungsverhältniss in Gew.-Thln.	$\frac{v_2}{v_1+v_2}$	D	$^nH_\alpha$	$\frac{D-D_v}{D}$	$\frac{\mathfrak{N}-\mathfrak{N}_0}{\mathfrak{N}}$	α	berech. — beob. für $^nH_\alpha$ in Einheiten d. 5. Dec. jetzt	früher
Alkohol	0	0·79628	1·36065	0	0	—	0	0
1 Alk. + 1·03111 CS_2	0·39386	0·97177	1·45450	— 0·00880	— 0·0169	1·92	+ 30	+ 367
1 „ + 2·12836 „	0·57289	1·05422	1·49996	— 0·00922	— 0·0168	1·82	— 14	+ 375
4 „ + 3·955 „	0·71367	1·12167	1·53771	— 0·00720	— 0·0129	1·79	— 22	+ 304
Schwefelkohlenstoff .	1·00000	1·26354	1·61847	0	0	—	0	0
					Mittel	1·85		

Die Beziehung lässt sich ferner mit sehr grossem Nutzen auch auf die durch Temperaturänderungen hervorgerufenen Dichtigkeitsänderungen einer einzigen Flüssigkeit ausdehnen, sofern man sich eine Flüssigkeit von gegebener Temperatur entstanden denkt durch Mischung eines bestimmten Volumens der Flüssigkeit von höherer Temperatur mit einem bestimmten anderen Volumen derselben Flüssigkeit von niederer Temperatur, und die dabei stattfindende Volumänderung in Rechnung bringt. Wie ich an dem angeführten Orte des Näheren gezeigt habe, ist man auf diese Weise im Stande, selbst bei weit entfernten Temperaturgrenzen (z. B. Wasser zwischen 0 und 100°) eine fast absolute Uebereinstimmung mit der Erfahrung zu erzielen.

4. Molekular- und Atomrefraction.

Der »Satz vom constanten Refractionsvermögen« ist nicht ohne praktischen Nutzen geblieben. In seiner Anwendung auf chemische Verbindungen ist derselbe sogar zum Ausgangspunkt einer jetzt vollständig entwickelten Theorie, der Lehre von den sogen. Refractionsäquivalenten, geworden, die man nach ihren Urhebern und Hauptförderern auch als die LANDOLT-BRÜHL'sche Theorie zu bezeichnen pflegt. Es soll im Folgenden der Inhalt dieser Theorie kurz skizzirt werden.

Der Umstand, dass jeder Körper ein ganz bestimmtes, von den durch Temperatur und Druck bewirkten Zustandsänderungen desselben nahezu unabhängiges specifisches Refractionsvermögen besitzt, und dass insbesondere die Refractionsconstante einer Mischung sich darstellen lässt als die Summe der Refractionsconstanten der Bestandtheile, jede multiplicirt mit dem Gewichtsantheil, mit dem der betreffende Körper in die Mischung eintritt, hat zuerst LANDOLT[2]) zu einer näheren Untersuchung der Frage veranlasst, ob nicht bei chemischen Verbindungen hinsichtlich ihrer atomistischen Zusammensetzung ähnliche additive Beziehungen vorhanden seien. In der That fand LANDOLT diese Vermuthung bestätigt. Bezeichnet man mit P das Moleculargewicht der Verbindung, mit p_1, p_2 etc. die Produkte aus den bezüglichen Atomgewichten m in die Zahl n, mit welcher jedes einzelne Element in der Verbindung auftritt, so lässt sich die oben

[1]) Vergl. BUCHKRAMER l. c. und SCHÜTZ, Z. f. physik. Chemie 1890, pag. 349, und 1892, pag. 349.

[2]) LANDOLT, POGG. Ann. 123, pag. 595. 1864.

genannte Mischungsformel auf den vorliegenden Fall ohne weiteres übertragen und man kann setzen

$$P \cdot R = n_1 m_1 r_1 + n_2 m_2 r_2 + \ldots = \sum n\, m\, r$$

unter R und r die Refractionsconstanten des Moleküls bezw. der Atome verstanden. Die Produkte $P \cdot R$ und $m \cdot r$ werden Molecularrefraction und Atomrefraction genannt und es lässt sich also kurz sagen: Die Molecularrefraction einer Verbindung ist gleich der Summe der Atomrefractionen der Bestandtheile.

Was zunächst den Ausdruck für R und r anbetrifft, so hat LANDOLT bei seinen ersten Rechnungen von der Formel $n - 1/d$ Gebrauch gemacht. Später hat er dieselben auch unter Anwendung der LORENZ'schen Formel $n^2 - 1/n^2 + 2$ durchgeführt[1]), und ist dabei zu dem Schlusse gelangt, dass beide Formeln im wesentlichen zu genau den gleichen Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung und Lichtbrechung führen. Seit der Zeit findet der letztere Ausdruck bei chemischen Untersuchungen fast ausschliessliche Verwendung, wobei als Brechungsindex derjenige für die rothe Wasserstofflinie benutzt wird. In den letzten Jahren ist man dazu übergegangen, die Wasserstofflinie durch das praktisch bequemere Licht der Kochsalzflamme zu ersetzen.

LANDOLT hat die Gültigkeit des obigen Satzes an einer grossen Zahl von organischen Substanzen geprüft. Er fand zunächst, dass gleichen Differenzen in den empirischen chemischen Formeln gesättigter Körper (Zunahme um ein Atom oder eine bestimmte Atomgruppe) constante Unterschiede im Refractionsäquivalent entsprechen. Hieraus ermittelte dann LANDOLT zunächst die Atomrefraction der Elemente *C*, *H*, und *O*[2]) und war damit in der Lage, die Molecularrefraction eines beliebigen, aus diesen Atomen zusammengesetzten Körpers einfach durch Rechnung abzuleiten. Indessen ergaben sich in manchen Fällen noch ziemlich beträchtliche Abweichungen von der beobachteten Molecularrefraction, die weit über die Grenze des Zulässigen hinausgingen.

An der weiteren Ausbildung der Theorie haben sich namentlich GLADSTONE und BRÜHL in sehr zahlreichen Abhandlungen betheiligt[3]). Das Resultat dieser Arbeiten läuft im Wesentlichen darauf hinaus, dass neben der additiven Wirkung der einzelnen zu einer Verbindung zusammentretenden Atome auch noch die Struktur der Verbindung zu berücksichtigen ist, sofern die Art die Atomverkettung ebenfalls einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf der Molecularrefraction ausübt. LANDOLT hatte gefunden, dass bei Substanzen, deren *C*-Atome sämtlich durch eine Valenz vereinigt sind, und welche ferner die *O*-Atome in gleicher Weise gebunden enthalten, die übrige Verschiedenheit in der Atomgruppirung keinen bestimmt nachweisbaren Einfluss auf die Molekularrefraction auszuüben vermag. Ebenso ergaben die Untersuchungen von BRÜHL, dass alle einwerthigen Elemente immer nur die gleiche Atomrefraction ausüben; dass aber für eine Anzahl mehrwerthiger Elemente, insbesondere für den Kohlenstoff und den

---

[1]) LANDOLT, Berl. Berl. pag. 64. 1882; Ann. d. Chemie 213, pag. 75. 1882.

[2]) Eine direkte Berechnung der Werthe für Cl und H liess sich unmittelbar auch aus den Daten der gasförmigen Stoffe vornehmen.

[3]) Die Arbeiten BRÜHL's sind zum Theil in den Annalen der Chemie von LIEBIG Bd. 200, 203, 211, 235, ferner in den Ber. der deutsch.-chem. Ges. 12, 13 etc. bis 24, sowie neuerdings in der Zeitschritt für physik. Chemie (OSTWALD) 1 bis 7 veröffentlicht. Dort findet man auch die Literaturnachweise für andere diesen Gegenstand betreffende Arbeiten ziemlich vollständig zusammengestellt.

Sauerstoff, die Atomrefraction dieser Elemente sich um einen bestimmten Betrag erhöht, wenn mehr als eine Valenz des betreffenden Elements mit einem benachbarten Atom desselben Elements verbunden ist. Nachdem der Einfluss solcher Bindungen erkannt und festgestellt war[1]), hat die Molecularrefraction auch umgekehrt mehrfach zur Erforschung der chemischen Constitution von Substanzen Verwendung gefunden. Indessen muss bemerkt werden, dass gegen die Benutzbarkeit der Molekularrefraction für Constitutionsbestimmungen wiederholt lebhafter Widerspruch laut geworden ist[2]).

Es sei zum Schluss noch auf die Arbeiten von GLADSTONE (Phil. Mag. 1870 und 1885), SORET (Arch. des sc. ph. et nat., Genève 1884 bis 1888) u. Anderen hingewiesen, durch welche auch für die Körper der anorganischen Chemie ein Zusammenhang der Molecularrefraction mit der chemischen Zusammensetzung nachgewiesen ist. PULFRICH.

Dioptrik in Medien mit continuirlich variablem Brechungsindex.

A. Allgemeines.

Das vorliegende Capitel der Lehre vom Licht besitzt im Allgemeinen für Medien mit stetig veränderlichem Brechungsindex dieselbe Aufgabe, wie die vorangehenden Capitel für Medien, deren Indices in einer Reihe aneinandergrenzender Räume in jedem derselben constant, dagegen von Raum zu Raum endlich verschieden sind. Aber mit der Gleichheit der Aufgabe ist nicht die Gleichheit der Grundlagen verbunden. Denn die eine derselben, die Geradlinigkeit der Strahlen im selben Medium, kommt selbstverständlich hier nicht in Betracht, die andere aber, das Brechungsgesetz, ist weder noch kann es der Natur der Sache nach überhaupt direkt experimentell erhärtet sein. Wir müssen also betreffs der Richtungsbeziehung zwischen zwei aneinandergrenzenden Elementen des einen Strahles auf indirektem Wege den Nachweis liefern, dass der analytisch vollziehbare Grenzübergang auch physikalisch zulässig ist, da andernfalls die Anwendungsfähigkeit auf Naturerscheinungen hinwegfiele und das Kapitel in das Gebiet der reinen Mathematik gehören würde. Jener Nachweis ist nun von vornherein in zweifacher Art möglich, nämlich erstens durch Vergleichung der Resultate einer auf jenem hypothetischen Grundgesetz aufgebauten Theorie mit direkten Beobachtungen und zweitens durch Zurückgehen auf unsere als fundamental betrachteten mechanischen Grundbegriffe. Der erste Weg, das »Integralgesetz« der Theorie mit den Beobachtungen zusammenzustellen, und aus dem Zusammenfallen der Zahlenwerthe auf die Giltigkeit des »Differentialgesetzes« einen Rückschluss zu machen, ist hier im Gegensatz zu gewissen bekannten Gebieten zwar principiell möglich, leidet aber an der Schwierigkeit künstlich realisirbarer experimenteller Bestimmungen einerseits und der Complicirtheit der

---

[1]) Bezüglich der den einzelnen Atomrefractionen und Bindungen zukommenden Refractionswerthe sei auf die »Neuberechnung der Atomrefraction« von BRÜHL, Z. f. physik. Chemie 1891, pag. 191, verwiesen. In dieser Arbeit ist auch der Versuch gemacht, die Beziehungen der Dispersion mit der chemischen Zusammensetzung zu erforschen.

[2]) Vergl. insbesondere O. WALLACH, LIEBIG, Ann. 245, pag. 191. 1888.