

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Encyklopaedie der Naturwissenschaften

Optik

Winkelman, Adolph

1894

Die Bewegung der Strahlen und die von ihr abhängigen Eigenschaften der
optischen Instrumente

prismen geschützt sind, und endlich finden die Brechungen unter geringeren Winkeln statt, als bei einfachen Prismen von etwa 60° , wodurch die Ansprüche an die Ausführung der Flächen entsprechend geringere werden.

Da die Grösse der Dispersion wesentlich von der Differenz der Zerstreuungsvermögen der angewandten Substanz abhängt, manche Flüssigkeiten aber sich durch ausserordentlich hohes Zerstreuungsvermögen auszeichnen, so wendet man mit Vortheil oft mit Flüssigkeiten gefüllte Hohlprismen an. Früher diente hierzu meist der Schwefelkohlenstoff, auf den BREWSTER die Aufmerksamkeit gelenkt hat. Von den vielen anderen Flüssigkeiten, die später vorgeschlagen worden sind, sei nur der von WERNICKE¹⁾ empfohlene Zimmtsäureäthyläther genannt. Mit diesem ist ein Rutherfordsches Prismensystem construierbar, welches etwa dreimal so starke Dispersion besitzt, als ein einfaches Prisma aus schwerem Flint.

S. CZAPSKI.

Die Begrenzung der Strahlen und die von ihr abhängigen Eigenschaften der optischen Instrumente.

Bei einer Abbildung, wie der pag. 40 ff. betrachteten — wo alle von je einem Punkte des Objectes ausgehenden Strahlen wieder in einem Punkte, dem Bildpunkte, vereinigt werden — wäre es völlig gleichgiltig, welche von allen möglichen Strahlen thatsächlich die Abbildung bewirken. Wenigstens würden Lage, Grösse und dioptrische Vollkommenheit des Bildes hierdurch gar nicht berührt. Die Betrachtungen der folgenden Abschnitte jedoch haben gezeigt, dass bei den uns vorzüglich zu Gebote stehenden Verwirklichungsweisen optischer Abbildung es sehr wohl darauf ankommt, an welcher Stelle die spiegelnden und brechenden Flächen von den Strahlenbüscheln getroffen werden, sowie welche Neigungen zur optischen Axe und welche Oeffnungen diese Büschel haben. Der Gültigkeitsbereich einer Abbildung, sowohl als die Möglichkeit und die Mittel zu seiner Erweiterung erwiesen sich als wesentlich durch die genannten Momente mit bedingt.

Für andere bald zu erwähnende Eigenschaften der optischen Bilder würden dieselben aber selbst dann eine Rolle spielen, wenn die Abbildung jene ideal vollkommene eines unendlichen Raumes in einen anderen eben solchen wäre. Wir werden im Folgenden meist stillschweigend die Voraussetzung gelten lassen, dass die Abbildung zwar nicht jene geometrisch aber doch eine dioptrisch vollkommene sei, welche den Bedingungen und Einschränkungen unterliegt, die wir in dem betreffenden Abschnitt dieser Darstellung statuirt haben; also wenn sie mittels weiter Büschel erfolgt, dass in diesen die sphärischen und chromatischen Aberrationen aufgehoben und das Sinusgesetz erfüllt sei; wenn mittelst enger Büschel, dass diese frei von Astigmatismus seien, und dass ihre Axen im Objekt- und Bildraum constantes Tangentenverhältniss besitzen; dass ebenen Objecten ebene Bilder entsprechen u. s. w. Die Einschränkungen, welche die unter diesen Voraussetzungen abgeleiteten Beziehungen durch die in Wirklichkeit stets vorhandenen Unvollkommenheiten der Abbildung erfahren, sind — für die Praxis zwar oft wichtig genug — doch zu specieller Natur, um sie in dieser allgemeinen Uebersicht näher zu berücksichtigen.

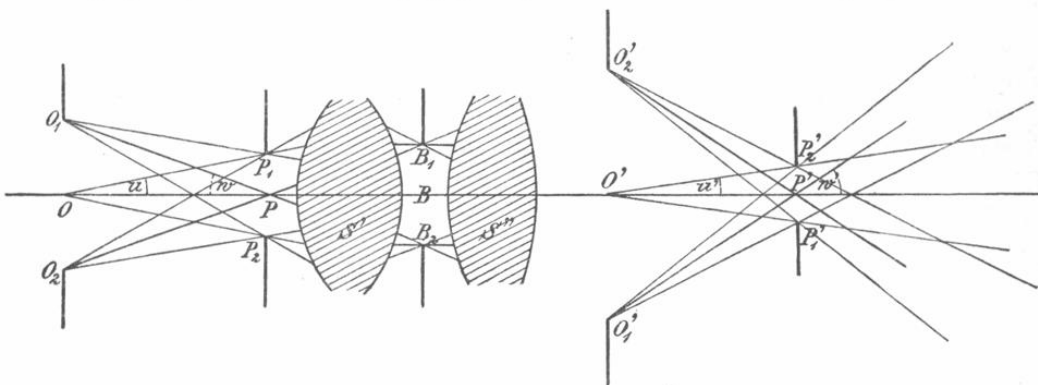
¹⁾ Zeitschr. f. Instrkde. I, pag. 353. 1881. S. auch ZENGER, *ibid.*, pag. 263. THOLLON, *Compt. rend.* 86, pag. 329, 395. 1878. *Journ. de phys.* 8, pag. 73. 1879.

In Wirklichkeit ist nun der Raum, innerhalb dessen ein optisches Instrument von Strahlen durchsetzt werden kann, immer beschränkt. Schon die Oeffnungen der Linsen sind selbstverständlich stets begrenzte, endliche, und bei den zu subjektivem Gebrauche bestimmten Instrumenten wird oft durch die Pupille des Beobachters eine weitere Begrenzung eingeführt. Statt dieser, sozusagen natürlichen Begrenzungen werden aber meistens — mit Rücksicht auf die oben erwähnten und die unten näher zu beschreibenden Wirkungen derselben — noch andere eigens vorgesehen, um die Leistung des Instrumentes nach dieser oder jener Richtung zu beeinflussen. Wir wollen vor der Hand diese Begrenzungen (Blenden, Diaphragmen) als kreisförmig und concentrisch zur Axe des Instrumentes annehmen.

Der nächste und unmittelbare Effekt aller Blendungen ist der doppelte, erstens die Oeffnungen der abbildenden Büschel und zweitens die Ausdehnung des zur Abbildung gelangenden Objekttheils einzuschränken. Die Art und das Maass dieser Beschränkungen hängen von der Anordnung und Grösse der Blenden und von der Beschaffenheit des optischen Apparates ab.

Feststellung der wirksamen Blenden.

Begrenzung der Oeffnung. Oeffnungswinkel. Sei ein Objekt $O_1 O O_2$ (Fig. 342) in bestimmter Lage gegeben, so findet man zunächst diejenige von den



(Ph. 342.)

vorhandenen Blenden, welche die Oeffnung der abbildenden Büschel am meisten einschränkt, folgendermaassen: Die Blenden B mögen irgendwo zwischen den Linsen des Systems S liegen, im speciellen Falle auch ganz vor oder ganz hinter dem System; der irgend einer von ihnen nach dem Objekte zu vorangehende Theil des Systems sei S' , der ihr nach dem Bilde hin folgende S'' . Ich denke mir nun jede vorhandene Blende durch das ihr zugehörige S' nach der Objektseite hin abgebildet — was sowohl theoretisch als experimentell ohne weiteres ausführbar ist — nach $P_1 P P_2$. Dann ist die für die Oeffnung der abbildenden Büschel bzw. des Systems maassgebende Blende diejenige¹⁾, deren Bild $P_1 P_2$ von O aus unter dem

¹⁾ Da das vom Objektpunkt O ausgehende Büschel in den Medien bis zum Bildraum im Allgemeinen mit sphärischer Aberration behaftet ist, so kann auch der Fall eintreten, dass ein in einem solchen Medium gelegenes Diaphragma Strahlen von einer gewissen Convergenz abblendet, ohne zugleich die stärker geneigten auszuschliessen. Man betrachte daraufhin z. B. Fig. 304, pag. 32. Das Büschel wird durch ein solches Diaphragma gewissermaassen zerklüftet, indem dann eine oder mehrere Zonen in ihm fehlen. Die Oeffnung des Büschels wollen wir jedoch auch in solchen Fällen bis zu derjenigen Zone rechnen, von welcher aus alle stärker geneigten abgeblendet sind und wollen das für sie maassgebende Diaphragma entsprechend bestimmen.

kleinsten Schwinkel erscheint. Dieser Winkel selbst $= 2u$ heisst der Oeffnungswinkel des Systems. (Wenn das Objekt im Unendlichen liegt, so tritt an die Stelle der angularen Oeffnung des Systems dessen lineare.) Denn durch aplanatische Brechung bzw. Bilderzeugung wird niemals das Nebeneinander, die Reihenfolge der Strahlen eines Büschels geändert; also ist derjenige Strahl OP_1 , welcher im Objektraum nach dem Rande des Bildes irgend einer Blende hinzielt derselbe, welcher den Rand B_1 der Blende selbst passirt. Das Bild der nämlichen Blende B , durch den ihr nachfolgenden Theil S' des Systems in den Bildraum projicirt, nach $P_1'P_2'$, erscheint dann aus demselben Grunde von dem centralen Bildpunkte O' aus ebenfalls unter kleinerem Schwinkel als jede andere.

Offenbar ist $P_1'P_2''$ nach Lage und Grösse gleich dem Bild, welches das ganze System S von einem mit P_1P_2 identischen Objekt entwerfen würde. Wegen des eindeutigen Zusammenhanges zwischen den Punkten eines Objektes und seines Bildes muss jeder Strahl, der beim Austritt aus dem System durch ein Bild geht, vor der Brechung durch die conjugirte Stelle von dessen Objekt gegangen sein und umgekehrt. In so weit also in dem System S nur regelmässige Brechungen und Spiegelungen in Frage stehen, leistet für die Begrenzung der nach dem Bilde zielenden Büschel eine Blende an der Stelle und von der Grösse P_1P_2 genau dasselbe, wie eine solche von der Grösse und an der Stelle von $P_1'P_2'$ und beide eben soviel als die thatsächliche Blende B_1B_2 .

Die Blende, welche für ein Objekt in einer Stellung auf der Axe wirksam ist, braucht es nicht zugleich für eine andere Lage desselben zu sein; wir denken uns daher stets die Lage des Objectes fixirt oder auf einen so kleinen Spielraum beschränkt, dass die Blenden ihre Functionen behalten — wie es ja für die wichtigsten Instrumente (Mikroskop und Fernrohr) thatsächlich der Fall ist.

Die für den centralen Punkt des Objectes wirksame Blende ferner braucht nicht zugleich für die von dessen seitlichen Punkten ausgehenden Büschel wirksam zu sein. Wir wollen dies aber hier der einfacheren Uebersicht wegen ebenfalls annehmen. Es ist dann P_1P_2 die gemeinsame Basis aller vom Objecte ausgehenden, $P_1'P_2'$ die aller nach dem Bilde hinzielenden Büschel. ABBE¹⁾ hat die nach dem Object bzw. Bildraum projicirten Bilder der wirksamen Blende Oeffnung und Oeffnungsbild und später — nach Analogie der beim Auge geltenden Verhältnisse und Bezeichnungen — die Pupillen des Instrumentes genannt und zwar die erstere Eintritts-, die letztere Austrittspupille. Die physische Blende selbst bezeichnete er später oft als die Iris²⁾.

Bei Objecten, welche nicht von selbst innerhalb des ganzen wie oben bestimmten Oeffnungswinkels des Instrumentes Licht ausstrahlen, sondern von einer anderen begrenzten Lichtquelle beleuchtet werden, kann es vorkommen, dass statt der im Instrumente vorhandenen Blenden die Lage und Grösse jener Lichtquelle maassgebend wird für die Oeffnung der abbildenden Strahlenbüschel. Es ist dies, wie aus dem oben Gesagten hervorgeht, immer dann der Fall, wenn die Lichtquelle bzw. ihr durch ein Beleuchtungssystem und das Object selbst modificirtes Bild vom Object aus unter kleinerem Schwinkel erscheint als die Eintrittspupille. Die Lichtquelle vicarirt dann ihrer Lage und Grösse nach für die Eintrittspupille.

¹⁾ Beiträge zur Theorie des Mikroskops etc. MAX SCHULTZE's Arch. f. mikr. Anat. 9, pag. 419. 1873.

²⁾ Letztere Bezeichnung kann heute leicht zu Missverständnissen Anlass geben, da gegenwärtig in optischen Instrumenten vielfach Blenden von variabler Oeffnung gebraucht und als »Irisblenden« bezeichnet werden.

Begrenzung des Objekts. Gesichtsfeld. Die Ausdehnung des zur Abbildung gelangenden Theiles des Objekts ist im allgemeinen ebenfalls durch irgend welche Blenden begrenzt. Man findet diejenige, welche hierfür wirksam ist, indem man sich wie vorher alle vorhandenen Blenden nach dem Objektraum hin durch den ihnen voranstehenden Theil S' des System projicirt denkt. Diejenige, deren so construirtes Bild von dem Mittelpunkt der Eintrittspupille, P , aus unter dem kleinsten Schwinkel erscheint, ist dann die hier maassgebende. Dieser Schwinkel selbst $= 2w$ heisst der Gesichtsfeldwinkel des Systems. Das Bild derselben Blende, durch den ihr nachfolgenden Theil des Systems nach dem Bildraum hin projicirt, erscheint dann von dem Mittelpunkt der Austrittspupille, P' , aus ebenfalls unter kleinerem Schwinkel, als alle anderen.

Wenn diese Blende in dem Raum, in welchen sie projicirt ist, nicht mit dem in diesem Raum erzeugten Bilde — also im Objektraum mit dem Objecte — zusammenfällt, so erfahren Object bzw. Bild statt einer scharfen eine allmähliche Begrenzung, indem dann ein immer grösserer Theil der von den seitlichen Punkten ausgehenden Büschel abgeblendet wird. Wiewohl dieser Fall in mehreren optischen Instrumenten vorliegt, wollen wir doch hier zunächst den einfacheren betrachten, dass die Begrenzung des Bildes durch eine in ihm selbst oder in der Ebene eines ihm vorangehenden Zwischenbildes (also event. im Object selbst) liegende Blendung stattfindet. Wenn das Object von selbst nur eine geringe Ausdehnung besitzt, so ersetzt es seinerseits die Gesichtsfeldblende im Objektraum.

Man kann nach diesen Festsetzungen die Gesamtheit aller durch das System tretenden Büschel in jedem Raume mit ganz gleichem Rechte auf zwei Arten zusammenfassen (vergl. Fig. 342): ein Mal als solche, welche ihre gemeinsame Basis in einer der Pupillen und ihre Spitzen in der Object- bzw. Bildebene haben, und das andere Mal als solche, welche umgekehrt ihre gemeinsame Basis im Object bzw. Bild (oder irgend einem Zwischenbild) und ihre Spitzen in der zugehörigen Pupille haben. M. a. W.: Für ein nach Lage und Ausdehnung der Eintrittspupille gleiches Object ist — vermöge der im Systeme vorhandenen Blenden — das ursprüngliche Object als Eintrittspupille, dessen Bild als Austrittspupille wirksam. Dieselbe Blende, welche in dem einen Fall die Oeffnungen der wirksamen Büschel begrenzt, ist im anderen Falle für die Ausdehnung des zur Abbildung gelangenden Objectes maassgebend; Oeffnungswinkel und Gesichtsfeldwinkel vertauschen also in den beiden Fällen ihre Functionen.

Durch die gegenseitige Entfernung zweier Paare von conjugirten Ebenen und die Vergrösserung in ihnen ist eine Abbildung vollständig bestimmt. Wenn daher Ein- und Austrittspupille, sowie die Bilder der Gesichtsfeldblende in Object- und Bildraum gegeben sind, so kann durch Rechnung oder Construction zu jedem Strahl der conjugirte gefunden werden, ohne dass man das System selbst weiter zu berücksichtigen hätte.

Hauptstrahlen. Strahlengang.

Die Strahlen, welche von dem Objecte nach dem Mittelpunkte P der Pupille gehen — und deren conjugirte im Bild- und allen Zwischenräumen — sind bei der angenommenen kreisförmigen Gestalt der Blenden, also der Büschelbasis, die Symmetrieaxen der von den betreffenden Objektpunkten ausgehenden Büschel. Sie sind daher sozusagen auch die »optischen Schwerpunktslinien« dieser Büschel und in mehreren Beziehungen die Repräsentanten der Büschel als Ganzes, z. B.

für deren Richtungen. Wir wollen sie als die Hauptstrahlen bezeichnen¹⁾. Die nach einer Bildebene hin convergirenden Büschel werden von jeder ihr parallelen Ebene je in einem Kreise geschnitten, dessen Mittelpunkt auf dem Hauptstrahl liegt und auf der Schnittebene den Ort des — unscharfen oder »Zerstreuungs-« — Bildes vorstellt. Der Verlauf der Hauptstrahlen im Instrument bildet das, was man des näheren als Strahlengang bezeichnet. Der Winkel, den die äussersten Hauptstrahlen mit einander einschliessen, ist also der Gesichtsfeldwinkel, und wir wollen das Gesichtsfeld in gleicher Weise auch in den Fällen bestimmt sein lassen, wo eine allmähliche Abblendung der seitlichen Büschel stattfindet (wie beim GALILÄ'schen Fernrohr, bei den Lupen und dergl.)

Bei der Betrachtung der Abbildungsfehler war stillschweigend stets eine gewisse Begrenzung, sowohl der Apertur, als des Gesichtsfeldes vorausgesetzt und von dem Maasse dieser Begrenzung zeigten sich die Bildfehler stets abhängig. So die Aberrationen in der Axe von der Apertur (dem Öffnungswinkel) allein, die Aberrationen für seitliche Punkte — Astigmatismus, Coma, — sowie Distortion, und Wölbung auch vom Gesichtsfeldwinkel und dem Orte der Pupillen.

Die von der Pupillenlage und dem Strahlengang abhängigen Eigenschaften der Instrumente.

1) Bei Instrumenten, welche zur subjektiven Beobachtung dienen, ist die Lage der Pupillen maassgebend für den Umfang der Sichtbarkeit des Bildes. Die Pupille des Auges muss zusammenfallen mit der Austrittspupille des Instrumentes, damit das ganze von dem Instrumente entworfene Bild auf ein Mal übersehen werde, und sie muss jener an Grösse mindestens gleich sein, damit alle von den Bildpunkten ausgehenden Strahlen ins Auge gelangen können. Nur wenn die Pupille des Auges sich an dieser Stelle befindet, wirkt dieselbe sicher nicht ihrerseits als Gesichtsfeldblende. Hingegen hängt es dann immer noch von ihrer Grösse ab, ob sie nicht als Aperturblende maassgebend wird. Da letzteres, wie wir sehen werden, niemals schadet, so bleibt allein der erstere Moment zu berücksichtigen. Die Austrittspupille wird daher auch oft als Augenkreis, ihr Mittelpunkt als Augenort bezeichnet. (Daneben sind noch die Benennungen RAMSDEN'scher und BIOT'scher Kreis in Gebrauch.)

2) Die Pupillen sind ferner die Centren der Perspective, unter welcher Objekt und Bild dem Instrument dargeboten bzw. von ihm abgebildet werden. Denn Punkte des Objektraumes, welche auf einer durch die Mitte der Eintrittspupille gehenden Geraden, d. h. auf einem Hauptstrahl des Objektraumes liegen, werden im Bilde dargestellt als Punkte, die auf dem conjugirten Hauptstrahl des Bildraumes liegen, erscheinen also von der Austrittspupille aus aufeinanderliegend. Sie erscheinen ebenso auch bei objektiver Darstellung der Bilder durch Projection auf einen Schirm. Denn dieser letztere kann zwar immer nur einer zur Axe senkrechten Ebene des Objektraumes conjugirt sein; Punkte, die in anderen Ebenen liegen, erscheinen daher als Zerstreuungskreise. Aber wegen der oben erwähnten Eigenschaft der Hauptstrahlen als optische Schwerpunktslinien der Büschel liegen die Mitten jener Zerstreuungskreise, welche in solchem Falle als Bildorte aufgefasst werden, immer auf diesen Hauptstrahlen.

Aus diesem Grunde müssen die Pupillen die orthoskopischen Punkte

¹⁾ Als Hauptstrahlen werden manchmal auch solche bezeichnet, welche nach bzw. von den Hauptpunkten gehen. Diese haben aber natürlich eine Bedeutung nur für graphisch-construktive Behandlung optischer Probleme — was angesichts häufiger Missverständnisse dieses Sachverhalts hervorgehoben zu werden verdient.

des Systems sein, wenn das Bild dem Objecte ähnlich, unverzerrt, sich darstellen soll.

Der Gegensatz zwischen den orthoskopischen und den früher betrachteten aplanatischen Punkten eines Linsensystems, sowie die Bedeutung des Strahlenganges überhaupt, das Verhältniss der Pupillen zu dem Object und Bild, für welches sie wirksam sind und die oben ausgesprochene Reciprocität dieses Verhältnisses treten ganz besonders auffallend in Erscheinung bei dem früher (pag. 119) erwähnten Experiment, mittelst dessen ABBE¹⁾ das charakteristische Convergenzverhältniss der Strahlen in aplanatischen Punkten beobachtet und die Allgemeinheit seines Bestandes in allen Systemen grösserer Apertur constatirt hat. Da nämlich die aplanatischen Punkte kraft der Bedingung des Aplanatismus (constantes Sinusverhältniss der in ihnen sich kreuzenden Bündelstrahlen) dem specifischen Merkmal orthoskopischer Punkte (constantes Tangentenverhältniss der in ihnen sich kreuzenden Hauptstrahlen) widersprechen, so muss ein aplanatisches System eine, diesem ihm eigenthümlichen Convergenzverhältniss gemäss vorauszu bestimmende, Verzerrung des Bildes ergeben, sobald es eine von dem aplanatischen Punkte entfernte Ebene durch Strahlenkegel abbildet, deren Hauptstrahlen sich in diesem aplanatischen Punkte kreuzen.

Die spezifische Art dieser Verzerrung lässt sich genügend kennzeichnen, indem man die Umgestaltung bestimmt, die ein System paralleler Gerader bei einer derartigen Abbildung erleidet, oder indem man umgekehrt die Gestalt derjenigen Curven aufsucht, welche sich im Bilde als parallele Gerade darstellen. Eine leicht auszuführende Rechnung, auf die hier vorliegenden Voraussetzungen angewandt, ergibt das Resultat: Irgend eine Schaar paralleler Geraden in einer zur optischen Axe senkrechten Ebene bildet sich durch ein aplanatisches System als eine Schaar von Ellipsen über derselben Hauptaxe, aber mit verschiedenen Nebenaxen ab (die unendlich entfernte Gerade als einschliessender Halbkreis) und eine bestimmte Schaar von Hyperbeln mit gleichem Mittelpunkt und gleichen Nebenaxen, aber verschiedenen grosser Hauptaxe wird im Bild als ein System von parallelen Geraden wiedergegeben. Hierbei ist der Vereinfachung wegen angenommen, dass der Convergenzwinkel der Strahlen im aplanatischen Punkte auf der Bildseite als verschwindend klein angesehen, hier also der Sinus der Tangente gleichgesetzt werden könne. Die für das Gesetz des Aplanatismus am meisten charakteristische Erscheinung erhält man, wenn als Objectfiguren zwei Schaaren von Hyperbeln mit gemeinsamen Mittelpunkten und senkrecht sich schneidenden Hauptaxen genommen werden, beide entworfen nach der Gleichung

$$y = \frac{e}{a} \cdot \sqrt{x^2 - a^2},$$

wo e — die gemeinsame Nebenaxe in beiden Schaaren — den Abstand der Objectebene von dem betreffenden aplanatischen Focus darstellt, und wenn zugleich die Werthe von a in beiden Schaaren nach der Formel

$$a = \frac{e \cdot u}{\sqrt{l - u^2}}$$

gleichen Zunahmen des u entsprechend — z. B. für die Beträge $u = 0; 0.2; 0.4; 0.6; 0.8$ etc. gewählt werden. Diese Figur (siehe Fig. 343 auf Taf. I.) ergibt, nachdem der gemeinsame Mittelpunkt aller Curven in die Axe, die Ebene der Zeichnung senkrecht zur Axe und in den richtigen Abstand e vom aplanatischen Focus gebracht ist, als Bild 2 Schaaren von äquidistanten Parallelen, die sich rechtwinklig schneiden. Die krummlinig begrenzten, nach aussen hin immer weiter sich ausdehnenden und immer stärker deformirten Felder der Objectfigur stellen sich im Bild sämmtlich als congruente quadratische Felder dar; die Kreuzung der Hyperbeln, die nach aussen hin unter immer spitzer bzw. stumpfer werdenden Winkeln erfolgt, wird allenthalben als eine rechtwinklige Kreuzung wiedergegeben, und auch die entfernteren Curven beider Hyperbelsysteme, deren Aeste in der Figur überhaupt keinen Durchschnitt ergeben, vielmehr sichtlich divergent verlaufen (z. B. die beiden für $u = 0.8$) erscheinen im Bild unter rechtwinkliger Kreuzung, ihre Durchschnittspunkte aber freilich — entsprechend dem mathematischen Imaginären — in einem Abstand von der Mitte des Bildes, zu welchem kein vom Luftraum ausgehender Lichtstrahl mehr gelangen kann.

¹⁾ CARLS, Repert. 16, pag. 303. 1881.

Die Beobachtung dieser Erscheinung kann mit Mikroskop-Objektiven von nicht allzu kurzer Brennweite — bis zu etwa 3 mm — herab und genügender Apertur hinreichend deutlich mit blossem Auge erfolgen, indem man die Figur gut geebnet (auf ein Brettchen geklebt) auf den Tisch des Mikroskops legt, den Mittelpunkt der Curven in die Axe rückt und den Tubus mit dem zu erprobenden Objektiv so weit hebt, dass der Einstellungspunkt des letzteren den richtigen Abstand e von der Zeichnung erhält (beistehende Figur ist für einen Abstand $e = 12.5$ mm entworfen). Damit dann noch der wesentlichen Bedingung genügt werde, dass die aplanatischen Punkte für die Abbildung der Zeichnung Pupillenmittelpunkte werden, ist nichts weiter nöthig, als dass die Pupille des Auges, mit welchem die Erscheinung beobachtet wird, annähernd an die Stelle des aplanatischen Bildpunktes gebracht werde. Dies ist genügend nahe der Fall, wenn man nach Entfernung des Oculars aus dem Tubus des Mikroskops vom offenen Ende desselben her mit blossem Auge auf das dann über dem Objektiv schwebend erscheinende Luftbildchen der Zeichnung herabsieht. Bei Objektiven mit sehr kurzer Brennweite, welche dieses Bildchen zu klein werden lassen, muss man zur Beobachtung ein schwach vergrösserndes Hilfsmikroskop benützen, welches in den Haupttubus eingeschoben und auf das Bild eingestellt wird. Es muss dann allerdings besonders darauf Bedacht genommen werden, dass eine den Strahlengang begrenzende Blende in diesem Hilfsmikroskop wenigstens annähernd an einer solchen Stelle sich befindet, an welcher ihr Ort dem aplanatischen Focus des zu beobachtenden Objektivs conjugirt ist.

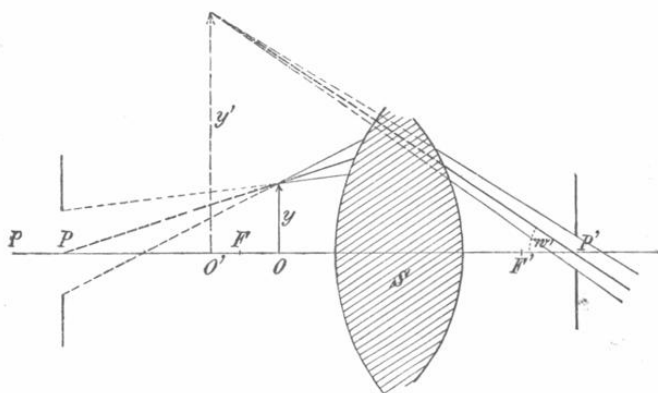
3) Der Oeffnungswinkel oder die angulare Apertur im Objekt- und ebenso im Bildraum hängt nach dem oben gesagten nur von dem Gesichtswinkel ab, unter welchem die Ein- bzw. Austrittspupille vom Objekt bzw. Bild aus erscheint. Wenn aber in einem Instrument die Möglichkeit vorliegt, dass das Objekt eine variable Lage auf der Axe einnehme, — und diese Möglichkeit ist natürlich niemals ganz ausgeschlossen — so ist die Lage der Pupillen auf der Axe maassgebend dafür, ob, in welchem Maasse und in welchem Sinne sich dabei die Oeffnungen der abbildenden Büschel verändern. Denn da die Pupille nach Lage und Grösse die Basis der Strahlenbüschel in dem betreffenden Raume ist so wird offenbar bei einer gewissen Annäherung, z. B. des Objectes an die Eintrittspupille, der Oeffnungswinkel unter sonst gleichen Umständen desto stärker sich ändern, je näher bereits die Pupille am Objekt liegt. Da ausserdem die Pupille im Sinne des Lichteinfalls sowohl vor als hinter dem Objekt liegen kann — dies hängt ganz von der Lage der Aperturblende und des Objectes zu dem Vordertheil S' des Systems ab — so kann einer Bewegung der Objectes im Sinne des Lichteinfall es ebensowohl eine Vergrösserung als eine Verminderung der Büschelöffnungen entsprechen.

4) Vergrösserungskraft. An und für sich kann, wie wir früher (pag. 47) gesehen haben, jedes optische System, jede Vergrösserung β (und jeden Werth des Convergenzverhältnisses γ) in conjugirten Punkten hervorbringen. Nur die Lage der physischen Bestandtheile des Systems könnte hierin eine Beschränkung verursachen, indem sie etwa die Annäherung des Objectes an den vorderen Brennpunkt verhinderte. Diese durch das Verhältniss der wirklichen Bild- und Objektdimensionen definirte aktuelle oder objektive Vergrösserung spielt unmittelbar überall da eine Rolle, wo das Bild auf einen Schirm projicirt wird (Photographische Objektive, Projectionsmikroskop etc.), oder wo die linearen Dimensionen des in Luft projicirten Bildes eines endlich entfernten Gegenstandes einer Ausmessung unterworfen werden sollen (das vom Objektiv allein entworfene Bild bei allen optischen Messinstrumenten, Mikrometernmikroskop, mit Messeinrichtung versehenes Fernrohr etc.).

In den zur Unterstützung des Sehens bei subjektiver Beobachtung bestimmten Instrumenten jedoch bildet den Maassstab für die Leistung eines Instrumentes

in Bezug auf vergrößernde Wirkung offenbar nicht die lineare Grösse des Bildes selbst, sondern seine Grösse auf der Netzhaut des beobachtenden Auges oder was auf dasselbe hinauskommt, der Sehwinkel, unter dem es von der *A.-P.*¹⁾ des Instrumentes — und der mit dieser in Coincidenz zu bringenden *E.-P.* des Auges — aus erscheint. Insofern ist also der Strahlengang im Instrument — mag er durch die zu diesem gehörigen Blenden oder, wie bei der einfachen Lupe durch die Stellung des Auges selbst bestimmt sein — mit maassgebend für die (subjektive) Vergrößerung, die dasselbe leistet.

Der Sehwinkel w' , unter welchem das Objekt y von der *A.-P.* des Instrumentes aus erscheint, lässt sich aus der Lage der Pupillen und Bilder gegen einander ohne weiteres berechnen. Sind die Entfernungen des Objektes von der *E.-P.* $PO = \xi$, die des Bildes von der *A.-P.* $P'O' = \xi'$, die derselben von den Brennpunkten der entsprechenden Räume $FO = x$, $F'O' = x'$, endlich die Abstände der Pupillen von denselben Brennpunkten $FP = X$, $F'P' = X'$, so ist (Fig. 344)



(Ph. 344.)

$$\tan w' = \frac{y'}{\xi'} \quad \text{und} \quad \tan w = \frac{y}{\xi},$$

daher

$$\frac{y'}{y} = \frac{\xi'}{\xi} \cdot \frac{\tan w'}{\tan w} = \frac{\xi'}{\xi} \cdot \Gamma. \quad (1)$$

Wenn das System in Bezug auf die Pupillen orthoskopisch ist, so ist Γ eine Constante und gleich dem Werth, den es für paraxiale Strahlen hat, d. i.

$$\Gamma_0 = -\frac{X}{f'};$$

daher

$$\tan w' = \frac{y'}{\xi'} = \frac{y}{\xi} \Gamma = -\frac{y}{\xi} \frac{X}{f'}. \quad (2)$$

Nun ist $\xi = x - X$; tragen wir diesen Werth ein und berücksichtigen wir, dass $x \cdot x' = f \cdot f' = X \cdot X'$ ist, also

$$\frac{x}{X} = \frac{X'}{x'},$$

so wird

$$\frac{\tan w'}{y} = \frac{1}{f'} \frac{1}{1 - \frac{X'}{x'}} \quad (3)$$

und weiter, wenn X' klein ist gegen x'

$$\frac{\tan w'}{y} = \frac{1}{f'} \left(1 + \frac{X'}{x'} \right). \quad (3a)$$

¹⁾ Wir schreiben im folgenden der Kürze wegen die sehr häufig vorkommenden Worte »Eintrittspupille« mit *E.-P.* und »Austrittspupille« mit *A.-P.*

Das Verhältniss des Schwinkels, unter welchem ein Objekt von der *A.-P.* aus durch das Instrument erscheint, zur Grösse dieses Objektes ist nach ABBE¹⁾ das richtige Maass für dessen Vergrößerungswirkung. Diese Vergrößerung stellt sich hier dar als bestimmt durch ein Hauptglied, die reciproke hintere Brennweite des Systems, welche wir früher bereits als die »Stärke« des Systems ($1/f' = \varphi'$) bezeichneten. In zweiter Linie sind auf die Vergrößerung von Einfluss der Abstand der *A.-P.* vom hinteren Brennpunkt, und die Entfernung des Bildes von demselben. Mit Ausnahme einiger besonderer Fälle wird ersterer Abstand stets sehr klein oder ganz Null sein. Letztere Entfernung ist dann identisch mit der Entfernung des Bildes vom Auge, hängt also von dem Accommodationszustande (der Sehweite) dieses ab. Diese Sehweite aber ist gegenüber der Entfernung $F'P' = X'$ stets sehr beträchtlich; daher ist das Correctionsglied $\frac{X'}{x'}$ in den meisten Fällen ein sehr kleiner echter Bruch. Die reciproke Brennweite des Systems allein bildet also im Wesentlichen das Maass für den Schwinkel, unter welchem die Längeneinheit durch das System hindurch erscheint, d. h. für das Vergrößerungsvermögen V des Systems. Sie bildet denjenigen Theil des Vergrößerungsvermögens, welcher von den rein zufälligen Umständen — Lage der *A.-P.* zur hinteren Brennebene, Sehweite des Beobachters — unabhängig ist. Wenn die *A.-P.* des Systems in dessen hinterer Brennebene liegt, so ist für jede Sehweite bzw. Bildentfernung die Grösse $\varphi' = 1/f'$ das genaue Maass der Vergrößerung; ebenso ist es dies bei jeder Lage der *A.-P.* gegen F' für einen weitsichtigen Beobachter. In jedem Falle aber ist der Einfluss dieser beiden Faktoren ein sehr kleiner. Der Winkel, unter welchem ein Instrument die Längeneinheit erscheinen lässt, hängt daher im wesentlichen nur von dem Instrument und nicht von dem Beobachter ab.

Im Allgemeinen ist es üblich, die Vergrößerung eines Instrumentes anders zu bestimmen, und zwar in einer Art, bei welcher die Sehweite des Beobachters wesentlicher Faktor ihres Maasses wird. Wir geben von den verschiedenen, hierfür vorgeschlagenen — und im Endresultat auf dasselbe hinauskommenden Definitionen diejenige, welche dem Sinne des Wortes »Vergrößerung« am getreuesten ist. Danach ist die Vergrößerung eines — nach Art der Mikroskope wirkenden — Instrumentes zu bemessen nach dem Verhältniss der Schwinkel (bzw. deren trigonometrischer Tangenten), unter welchen ein Mal das Bild des Gegenstandes im Instrument, und dann der Gegenstand selbst dem unbewaffneten Auge erscheint, wenn beide sich in der gleichen Entfernung l vom Auge befinden, oder was dasselbe ist, nach dem Verhältniss der Netzhautbilder in beiden Fällen. Bezeichnen wir die so definirte Vergrößerung mit N , so ist

$$N = \frac{y'}{l} : \frac{y}{l} = \left(\frac{y'}{y} \right)_l = (\beta)_{\xi=l} \quad (4)$$

Hiernach ist diese Vergrößerung auch das Grössenverhältniss des in der Entfernung l von der *A.-P.* liegenden (oder auf diese Entfernung projicirten) Bildes zu dem Objekte, also ein Sonderfall der linearen (objektiven) Vergrößerung.

Um vergleichbare Werthe zu erhalten, musste man eine gewisse gemeinsame Normalentfernung l annehmen, wofür man die sogen. »Weite des deutlichen Sehens« $l = 250 \text{ mm}$ gewählt hat. Es ist das diejenige Entfernung vom Auge, in welche etwa Normalsichtige kleine Gegenstände zu bringen pflegen, wenn sie

¹⁾ Note on the proper definition of the amplifying power of a lens or lens system. Journ. R. Micr. Soc. (2) 4, pag. 348. 1884.

dieselben längere Zeit zu betrachten haben; eine Entfernung, in welcher solche Gegenstände unter einem nicht allzu kleinen Sehwinkel erscheinen, auf welche aber von einem normalen Auge längere Zeit ohne erhebliche Anstrengung accommodirt werden kann.

Diese Definition, welche auch noch auf verschiedene andere Ausdrucksweisen gebracht werden kann, hat zweifellos den Vorzug grosser Anschaulichkeit für sich. Da Jeder eine Vorstellung davon hat, in welcher Grösse ihm z. B. 1 mm in der Entfernung von 250 mm erscheint, so gewinnen auch die so bemessenen Vergrößerungsziffern, 100, 200, 1000, sofort eine anschauliche Bedeutung. Obwohl daher für den praktischen Gebrauch mit Vortheil an dieser Bestimmungsweise festgehalten werden kann, so verdient vom wissenschaftlichen Standpunkte aus doch jedenfalls die von ABBE den Vorzug. Da nämlich, wie wir eben gesehen haben, der Sehwinkel, unter welchem das Bild im Instrument erscheint, von der Accomodationsweite so gut wie unabhängig ist, so kann man N auch bezeichnen als das Verhältniss dieses constanten Sehwinkels zu demjenigen, unter welchem das Objekt aus der Entfernung l erscheint. Also ist

$$N = \frac{tg\ w'}{y/l} = \frac{tg\ w'}{y} \cdot l = \frac{l}{f'} = lV. \quad (5)$$

Nach der üblichen Definition ist also die Vergrößerung das l -fache der nach ABBE bestimmten. Insofern die Sehweite verschiedener Beobachter (Kurz- und Weitsichtiger) verschieden ist, der Werth von l also im gleichen Maasse variirt, bringt die übliche Definition die Thatsache zum Ausdruck, dass der subjektive Nutzen, den ein Vergrößerungsinstrument einem Beobachter gewährt, proportional ist der Mindestentfernung, auf welche er accommodiren kann — für Weitsichtige also grösser ist als für Kurzsichtige. In der ABBE'schen Definition hingegen ist unter Vergrößerung nur derjenige Theil der Wirkung ausgedrückt, welcher von dem Instrument als solchem abhängt. Es verhalten sich daher beide Bestimmungsweisen zu einander wie die nach dem conventionellen und die nach dem absoluten Maasssystem geschehenden in anderen Gebieten der Physik.

Beide Definitionen fallen zusammen, wenn das Objekt sich in unendlicher Entfernung befindet. Alsdann kann die Grösse des Objectes nicht anders bemessen werden, als nach dem Sehwinkel, unter welchem es erscheint, und zwar von der $E.-P.$ aus, falls diese nicht etwa selbst im Unendlichen liegt. Die (angulare) Vergrößerung von Teleskopen ist, wie wir früher bereits hervorgehoben haben, identisch mit dem Convergenzverhältniss des Systems in den Pupillen $= \Gamma$.

Das eigentliche Gegenstück zu dem was man als Vergrößerung auffasst in den nach Art eines Mikroskops wirkenden Apparaten bildet die Vergrößerung, in welcher Projectionssysteme sehr entfernte Gegenstände abbilden, z. B. das Objectiv eines Fernrohrs, dieses für sich betrachtet. Hier ist von Interesse das Verhältniss der linearen Bildgrösse zu dem Sehwinkel, unter welchem von der $E.-P.$ des Instrumentes aus das Objekt erscheint, also das Verhältniss $y'/tg\ w$.

Bei den früheren Bezeichnungen ist

$$\frac{y'}{tg\ w} = f \left(1 - \frac{x'}{X'} \right) = f \left(1 - \frac{X}{x} \right). \quad (6)$$

Liegt die $E.-P.$ in der vorderen Brennebene, so wird $X = 0$, also $\frac{y'}{tg\ w} = f$; ebenso, wenn das Objekt sehr entfernt wird, in welchem Falle die Bildebene

sich ja mehr und mehr der hinteren Brennebene nähert, und obige Beziehung mit der Definition der vorderen Brennweite zusammenfällt.

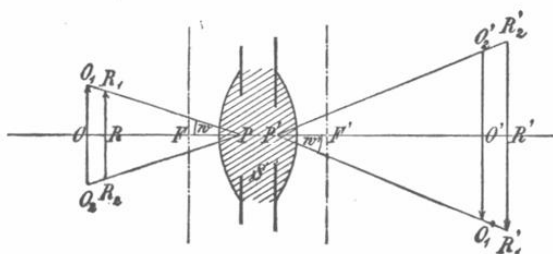
Bei geodätischen Messungen will man oft aus der Grösse des Bildes eines bekannten Gegenstandes (Messlatte) auf die Entfernung des letzteren einen Schluss ziehen. Diese Entfernung ξ , gemessen von der Eintrittspupille des Systems, ist

$$\xi = \frac{y}{tg w}.$$

In solchen Fällen ist es vorteilhaft, zur Bestimmung von $tg w$ sich der einfacheren Formel $tg w = y'/f$ bedienen zu können; zu diesem Zwecke muss man also die *E.-P.* des Instruments in dessen vorderen Brennpunkt verlegen.

5) Der Strahlengang ist endlich von grosser Wichtigkeit in den zahlreichen Fällen, in denen optische Instrumente dazu dienen, um aus den Grössen der Bilder, die sie entwerfen, die Grösse von deren Objekten zu ermitteln, also zu

Messungen. Da die Bilder niemals wirklich dioptrisch vollkommen sind, da ferner das Auge des Beobachters die Fähigkeit der Accommodation für verschiedene Entfernungen besitzt, und da dasselbe endlich eine beschränkte Sehschärfe hat, so wird die Einstellung auf das Bild immer einer gewissen Unsicherheit unterliegen. Mit anderen Worten es wird im Allgemeinen die Ebene, welche der Netzhaut des beobachtenden Auges bei dessen momentanem Accommodationszustand conjugirt ist, die Pointirungsebene, mehr oder minder weit entfernt sein von der Ebene, in welcher das schärfste Bild des anvisirten Objectes liegt,



(Ph. 345.)

der Bildebene. Der Messung — mag dieselbe mittelst körperlicher Marken (Fäden oder dergl.) oder mittelst der Bilder selbst (Heliometer) erfolgen — wird daher im Allgemeinen nicht das wahre, sondern das Zerstreuungsbild des gemessenen Gegenstandes in der Pointirungsebene unterworfen. Die Grösse des-

selben ist nach dem oben Ausgeführten bestimmt durch den Gang der Hauptstrahlen. Denn da auf diesen die Mitten der Zerstreuungskreise unscharfer Bildpunkte liegen, so bestimmen die Durchstossungspunkte der Hauptstrahlen mit der Pointirungsebene unmittelbar die Bildgrösse. In der Pointirungsebene $O_1'O_2'$ (Fig. 345) wird O_1' als Bild jedes Punktes O_1, R_1 aufgefasst, welcher auf dem zu $O_1'P'$ im Objektraum conjugirten Hauptstrahle liegt, somit $O_1'O_2'$ als Bild von O_1O_2 oder auch von R_1R_2 . Umgekehrt wird das Bild desselben Punktes O_1 in O_1' oder R_1' und das Bild von O_1O_2 in $O_1'O_2'$ oder $R_1'R_2'$ aufgefasst, je nachdem die Pointirungsebene sich in O' oder R' befindet.

Nun ist (Fig. 345)

$$y' = \xi' \cdot tg w'; \quad y = \xi \cdot tg w,$$

wenn y die Ordinate des Objectes, ξ sein Abstand von der Eintrittspupille F und w die Neigung des Hauptstrahles gegen die Axe ist; analog y' die in der Pointirungsebene aufgefasste Bildgrösse, ξ' der Abstand der Pointirungsebene von der Austrittspupille P' und w' der zu w conjugirte Winkel. Daher wird die in der Pointirungsebene gemessene Vergrösserung

$$[\beta] = \frac{y'}{y} = \frac{\xi'}{\xi} \cdot \frac{tg w'}{tg w}. \quad (1)$$

Nehmen wir das Tangentenverhältniss in den Pupillen als constant, d. h.

orthoskopische Abbildung an, so ist $tg w' / tg w = \Gamma$ auch das Convergenzverhältniss der Paraxialstrahlen in P und P' und dies $\Gamma_0 = \frac{n}{n'} \frac{1}{B}$. Also

$$[\beta] = \frac{\xi'}{\xi} \cdot \Gamma = \frac{n}{n'} \frac{\xi'}{\xi} \cdot \frac{1}{B}. \quad (2)$$

Diese Formel zeigt, dass und wie die beobachtete Vergrößerung abhängt von der Lage der Pupillen zu Objekt- und Messungsebene, sowie von der Vergrößerung in ersteren — und nur von diesen Faktoren.

Es können nun in der Praxis zwei Fälle vorkommen: erstens der, dass die Entfernung der Pointirungsebene von der Austrittspupille — bzw. dem abbildenden System überhaupt — fixirt ist; alsdann sind Schwankungen der Objektentfernung möglich, welche auf die Bestimmung von β einwirken. Dies ist z. B. beim Mikrometernikroskop der Fall. Oder umgekehrt, die Entfernung des Objektes vom System ist als unveränderlich anzusehen, die der Pointirungsebene aber ist Variationen unterworfen (z. B. beim Fernrohr durch den Einfluss der Temperaturschwankungen auf das Objektiv und Tubusrohr, durch veränderte Oculareinstellung u. dergl.). Je nachdem der eine oder der andere dieser beiden Fälle vorliegt, wird man suchen, die Einrichtung des Instruments so zu treffen, dass die Entfernung des Objektes von der Eintritts- oder die der Pointirungsebene von der Austrittspupille ihren Einfluss auf die Messung von β verliert. Und dies ist, wie ABBE¹⁾ gezeigt hat, in der That möglich.

Führen wir noch die Entfernungen der Pupillen und Objekt- bzw. Bildebenen von den Brennebenen der betreffenden Räume ein, X, X' und x, x' , so haben wir

$$\xi' = x' - X'; \quad \xi = x - X$$

und nach den Fundamentalformeln

$$\bar{\Gamma} = -\frac{f}{X'} = -\frac{X}{f};$$

daher

$$[\beta] = \frac{x' - X'}{x - X} \Gamma = -\frac{(x' - X')}{f' \left(\frac{x}{X} - 1 \right)} = -\frac{\frac{x'}{X'} - 1}{x - X} f. \quad (3)$$

Je nachdem also die Eintritts- oder die Austrittspupille in unendliche Entfernung verlegt, d. h. X oder $X' = \infty$ — je nachdem das System nach der Bezeichnung ABBE's nach der Objekt- oder Bildseite »telecentrisch« gemacht — wird, ist

$$[\beta] = \frac{\xi'}{f'} \quad (4a)$$

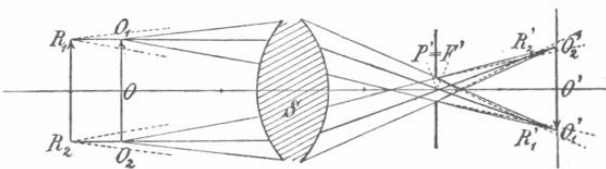
unabhängig von der Objektentfernung, oder

$$[\beta] = \frac{f}{\xi} \quad (4b)$$

unabhängig von der Lage der Pointirungsebene.

Dies ergibt sich auch, wie ein Blick auf die vorstehende Figur (Fig. 346) zeigt, unmittelbar daraus, dass die Hauptstrahlen im ersteren Falle im Objektraum, im letzteren im Bildraum parallel zur Axe verlaufen.

Bei der gewöhnlichen Einrichtung der zu Messungen dienenden optischen Instrumente liegen die Pupillen nahe deren Hauptebenen oder Knotenebenen.



(Ph. 346.)

¹⁾ Ueber mikrometrische Messung mittelst optischer Bilder. Sitzber. Jen. Ges. f. Med. u. Naturw. 1878.

Alsdann ist Γ oder $B = 1$ und $[\beta] = \frac{\xi'}{\xi}$. Bei der hier betrachteten singulären Art von Strahlenbegrenzung wird $\Gamma = \infty$ bezw. $= 0$; β wird ganz unabhängig von Γ bezw. B und tritt dafür in unmittelbare Abhängigkeit von der Brennweite des abbildenden Systems.

Verwirklicht aber wird diese Art des Strahlenganges einfach dadurch, dass die Aperturblende im ersteren Falle in die hintere, im letzteren Falle in die vordere Brennebene gesetzt wird, oder wenn zwischen die Linsen des Systems dann an eine Stelle, die jenen Ebenen conjugirt ist in Bezug auf den zwischen beiden befindlichen Theil des Systems. Wie dies in den einzelnen Arten optischer Instrumente am zweckmässigsten einzurichten ist, kann erst erörtert werden, wenn wir die Construction derselben des näheren besprochen haben.

Metrische Beziehungen zwischen Pupillen und Bildern.

Die pag. 57 entwickelten Abbildungsgleichungen, bezogen auf conjugirte Punkte, enthalten alle hier in Frage kommenden Beziehungen im Keime. Insbesondere geben die Gleichung II* die Beziehungen zwischen der Vergrößerung β_0 , welche in dem einen Paar von conjugirten Punkten, z. B. in den Pupillen, besteht und den Abscissen, der Vergrößerung und dem Convergenzverhältniss in dem anderen Paare, also in Objekt- und Bildpunkt. Aus diesen Gleichungen folgt u. a. eine direkte Beziehung zwischen der linearen Vergrößerung β in Objekt- und Bildpunkt, derjenigen B in den Pupillen und den Abscissen der ersteren bezogen auf die letzteren ξ, ξ' , nämlich

$$\frac{\xi_0'}{\xi_0} = \frac{n'}{n} \cdot \beta_0 B_0. \quad (1)$$

Diese Gleichung bezieht sich zunächst nur auf die für paraxiale Strahlen geltenden Bildorte und Bildgrößen, was durch die Indices angedeutet ist. Es kann nun entweder, wie wir gesehen haben (pag. 116 ff.), das Bild ausgedehnt und die Pupillen — wenigstens im Verhältniss zu ihren Abständen ξ, ξ' — klein sein oder umgekehrt letztere erhebliche Grösse haben und Bild und Objekt entsprechend kleiner sein.

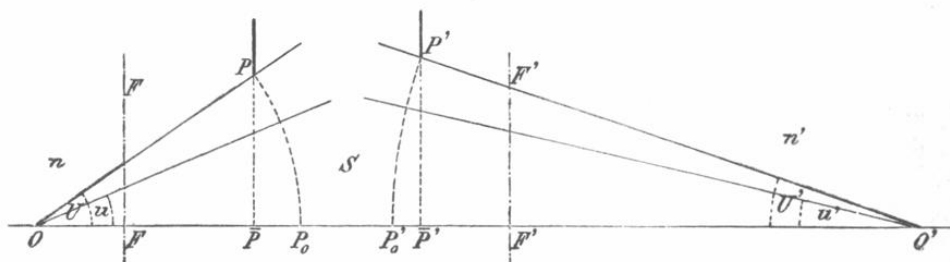
Im ersteren Falle wird bei einem möglichst vollkommen wirkenden System das Bild eines ebenen Objectes selber eben, d. h. $\xi' = \xi_0'$, und die Vergrößerung in Objekt und Bild $\beta = y'/y$ constant, also auch $= \beta_0$ sein. In den Pupillen kommt dann aber von selbst nur der Grenzwert von B oder doch ein ihm sehr nahe liegender in Betracht. Die Gleichung (1) bleibt daher hier ohne weiteres in der Form bestehen

$$\frac{\xi'}{\xi} = \frac{n'}{n} \beta \cdot B. \quad (1a)$$

In dem anderen Falle — Abbildung kleiner Objektflächen durch weitgeöffnete Büschel — kann man nicht ebenso einfach aus der Grösse der vorliegenden endlichen Maassstücke auf die in Gleichung (1) eintretenden Grenzwerte oder auf ihre gegenseitigen Beziehungen einen Schluss ziehen. In Objekt und Bild zwar wird bei sehr geringer Ausdehnung derselben eine erhebliche Verzerrung und Krümmung kaum eintreten können. In den Pupillen aber besteht erstere gerade vermöge der Bedingung des Aplanatismus (s. oben pag. 175) in beträchtlichem Maasse und eine starke Krümmung ist erfahrungsmässig ebenfalls stets vorhanden. In Folge dessen variiren ξ', ξ und B mit dem Divergenzwinkel u der vom Objekt ausgehenden Büschel. In dem allgemeinsten Fall, dass $E.-P.$ und $A.-P.$ beides Bilder einer zwischen den Bestandtheilen des Systems gelegenen physischen Blende sind, sind beide als gekrümmte (Rotations-) Flächen anzunehmen, für deren Gestalt keinerlei An-

haltungspunkte vorhanden sind. Ihre Orte und Grössen sind also nur durch die Grenzwerthe, d. h. die Ränder defnirt.

Bezeichnen wir mit p, p' die sich allein der Messung unmittelbar darbietenden Halbmesser der ganzen $E-P.$ und $A-P.$, mit B ihr Verhältniss p'/p , mit $\xi_U, \xi_{U'}$ die Länge der von Objekt- und Bildpunkt nach den Rändern der



(Ph. 347.)

Pupillen gezogenen Strahlen, mit $[\xi_0], [\xi_0']$ aber die (messbaren) Entfernungen der durch die Pupillenränder gehenden Ebenen von Objekt und Bild, so haben wir (Fig. 347)

$$\xi_U = p / \sin U; \quad \xi_{U'} = p' / \sin U',$$

also

$$\frac{\xi_{U'}}{\xi_U} = \frac{p'}{p} \cdot \frac{\sin U}{\sin U'}.$$

Wenn O und O' aplanatische Punkte sind, so ist das Verhältniss der Grenzwinkelsinus — wie das der Sinus irgend welcher anderen einander conjugirten Winkel —

$$\frac{\sin U}{\sin U'} = \frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{n'}{n} \beta.$$

Also wird

$$\frac{\xi_{U'}}{\xi_U} = \frac{n'}{n} \beta B_U = \frac{n' y' p'}{n y p} \quad (2)$$

für die Entfernungen der Pupillenränder von Objekt und Bild.

Wenn die Pupillen als Kugelflächen angenommen werden, so würde dieselbe Beziehung innerhalb der ganzen Ausdehnung derselben, d. h. für jedes u und p gelten. Messen wir aber in den durch die Pupillenränder definirten Ebenen, deren Entfernungen von Objekt und Bild bezw.

$$[\xi_0] = p / \tan U \quad \text{und} \quad [\xi_0'] = p' / \tan U'$$

sind, so wird das Verhältniss dieser

$$\frac{[\xi_0']}{[\xi_0]} = \frac{p' \tan U}{p \tan U'}$$

und dies vermöge des Sinussatzes

$$\frac{[\xi_0']}{[\xi_0]} = \frac{n' p' \beta}{n p \beta} \frac{\cos U'}{\cos U} = \frac{n'}{n} \beta B_U \frac{\cos U'}{\cos U}. \quad (3)$$

Dieselbe Beziehung gilt *mutatis mutandis*, wenn man statt der Gesamtgrössen der Pupillen in den durch ihre Ränder definirten Ebenen die Axenentfernungen entsprechender, d. h. auf conjugirten Strahlen liegender Punkte misst, p_u, p'_u ; nämlich

$$\frac{[\xi_0']}{[\xi_0]} = \frac{n' p'_u}{n p_u} \beta \frac{\cos u'}{\cos u} = \frac{n'}{n} \beta [B_u] \frac{\cos u'}{\cos u}. \quad (3a)$$

Für den Grenzwert $[B_0]$ endlich von $[B_u]$ bestimmt sich das Verhältniss der Cosinus als $= 1$ und es wird

$$\frac{[\xi_0']}{[\xi_0]} = \frac{n'}{n} \beta [B_0],$$

d. h. dieselbe Gleichung, welche auch in jeder anderen Schirm- oder Pointirungsebene gilt (vergl. pag. 181).

Wir untersuchen noch die Verhältnisse in einigen besonderen Fällen.

Teleskopische Systeme. Hier ist für paraxiale Strahlen die lineare sowohl als die angulare Vergrößerung dieselbe für alle Stellen der Axe; also $\beta_0 = B_0 = \text{const}$ und $\gamma_0 = \Gamma_0 = \text{const}$. Wenn ein solches teleskopisches System aplanatisch ist für die unendlich fernen Punkte, so wird der Ausdruck der Sinusbedingung bei ihm der, dass

$$\frac{h'}{h} = \text{const}$$

sein muss, wo h' die Höhe über der Axe ist, in welcher ein Strahl aus dem System austritt, dessen conjugirter in der Höhe h in das System eintrat. Diese parallel der Axe ein- und austretenden Strahlen sind die Hauptstrahlen für die Abbildung der Pupillen; sonach ist

$$\frac{h'}{h} = \frac{p'}{p} = B$$

ebenfalls constant, d. h. unabhängig von dem Werthe von p innerhalb der ganzen aplanatisch abbildenden Oeffnung des Systems. Bei unendlich fernen Objekten ist, wie oben ausgeführt, die Vergrößerung identisch mit dem Convergenzverhältniss der Hauptstrahlen in den Pupillen, Γ . Diese wird somit aus dem linearen Vergrößerungsverhältniss in den Pupillen, B , gemäss dem HELMHOLTZ-LAGRANGE'schen Satze berechnet zu

$$\Gamma = \frac{n}{n'} \frac{1}{B} = \frac{n}{n'} \frac{p}{p'} {}^1), \quad (4)$$

wo für p und p' beliebige zusammengehörige Werthe genommen werden können, die Messung von p und p' aber bei telecentrischem Strahlengange ausgeführt werden muss.

Systeme mit endlicher Brennweite. Bei diesen sind von Interesse die beiden besonderen Fälle, dass entweder die bildformirenden Büschel eng und die vom Objekt divergirenden relativ weit sind (Mikroskop) oder umgekehrt die ersteren weit und die letzteren eng (lichtstärkere photographische Objektive). Es ist oft wünschenswerth, im ersten Falle die numerische Apertur der vom Objekt ausgehenden Büschel aus der Lage und Grösse der $A.-P.$, im anderen Falle die der bildformirenden aus der Lage und Grösse der $E.-P.$ zu ermitteln, da beim Gebrauche dieser Systeme das eine Mal die $A.-P.$, das andere Mal die $E.-P.$ bequem zugänglich ist. Nehmen wir in dem beim Mikroskop verwirklichten Falle die Convergenz der bildseitigen Büschel als so gering an, dass die Sinus für die Tangenten gesetzt werden können, so ist (Fig. 347)

$$p' = [\xi_0'] \sin U' = [\xi_0'] \frac{n \sin U}{n'} \frac{1}{\beta} = [\xi_0'] \frac{\alpha}{n'} \frac{1}{\beta}.$$

Ist nun die Ebene der $A.-P.$ von der hinteren Brennebene des Systems um X' entfernt, d. h. $F'P' = X'$, der Bildpunkt O' von derselben um x' , $F'O' = x'$, also $[\xi_0'] = x' - X'$, so wird unter Berücksichtigung, dass $\beta = \frac{x'}{f'}$,

¹⁾ Diese Beziehung wurde für paraxiale Strahlen schon von LAGRANGE aufgestellt und ihre Benutzung zu dem hier erwähnten Zwecke empfohlen. Mém. Acad. Berlin 1803, pag. 3.

$$p' = \frac{x' - X'}{x'} \frac{a}{n'} f' = a \cdot \frac{f'}{n'} \left(1 - \frac{X'}{x'}\right),$$

folglich, wenn n' , wie es fast stets der Fall ist, $= 1$ angenommen wird

$$a = \frac{p'}{f'} \frac{1}{1 - \frac{X'}{x'}}. \quad (5)$$

Wenn x' gross ist gegen X' , insbesondere wenn die $A.P.$ geradezu in der hinteren Brennebene liegt, also $X' = 0$ ist, wird einfach

$$a = \frac{p'}{f'}. \quad (5a)$$

Dies gilt natürlich ebenso in Bezug auf das ganze Mikroskop, wie für das Objektiv eines solchen allein, wofern nur die Divergenzwinkel nach dem Bilde zu klein genug sind, um deren Sinus für die Tangenten setzen zu können.

Für den anderen Fall, wo die Projection des Bildes wie bei photographischen Objektiven stattfindet, hat man ganz entsprechend bei analoger Bezeichnung

$$p = [\xi_0] \frac{n' \sin U'}{n} \beta = \frac{[\xi_0]}{x} \frac{f}{n} a' = \left(1 - \frac{X}{x}\right) \frac{f}{n} a',$$

also

$$a' = \frac{n}{1 - \frac{X}{x}} \frac{p}{f}. \quad (6)$$

Hier ist n stets $= 1$ und wenn nun wieder X sehr klein ist gegen x , so wird einfach

$$a' = \frac{p}{f}. \quad (6a)$$

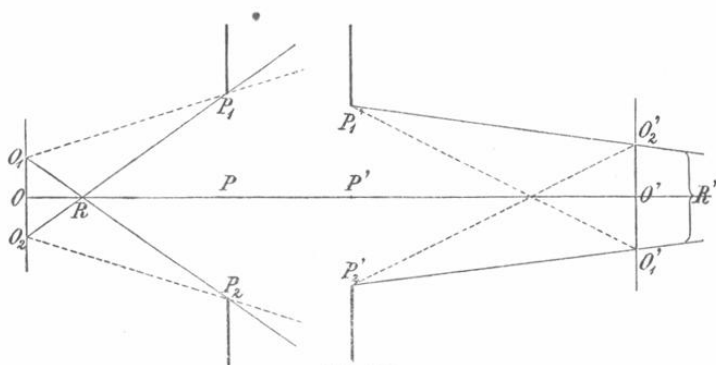
Die von der Apertur der Systeme abhängigen Eigenschaften.

1) Penetrationsvermögen. Tiefe der Bilder.

Wir haben bei demselben die beiden Fälle zu unterscheiden, dass das Bild auf einen physischen Schirm — z. B. einer photographischen Platte — entworfen und auf diesem betrachtet wird, oder ob das Instrument subjektiver Beobachtung dient. Im letzteren Falle spielt die Accommodationsfähigkeit des Auges mit eine Rolle, im ersteren kommen nur die geometrischen und dioptrischen Verhältnisse in Betracht. Den von ihnen abhängigen Theil des Penetrationsvermögens bezeichnet man als Focustiefe. Wir betrachten zuerst diese.

Focustiefe. Auf dem Schirm S kann nur eine Ebene des Objectes möglichst scharf — wir wollen hier annehmen durch wirklich monocentrische Büschel — abgebildet sein.

Den in anderen Ebenen des Objektraums gelegenen Punkten R (Fig. 348) entsprechen, wie wir früher gesehen haben, bei einem aplanatischen System grösserer Oeffnung überhaupt keine Bild-



(Ph. 348.)

punkte mehr, sondern die von ihnen ausgehenden Büschel sind im Bildraum mit sphärischer Aberration behaftet und zwar die vom vorderen Brennpunkt des

Systems entfernteren mit Unter-, die näheren mit Uebercorrection. Trotzdem ist auch in den extremsten Fällen — bei beliebig grosser Apertur der einfallenden Büschel — der Zerstreuungskreis, in welchem das Büschel die Bildebene schneidet, völlig bestimmt.

Ist nämlich $z = O_1 O_2$ die — ganz gleich ob reelle oder virtuelle — Projection der $E.-P.$, $P_1 P_2$, auf die Objektebene von R aus, so ist der dem Punkte R entsprechende Zerstreuungskreis in der Bildebene, $O_1' O_2' = z'$ das Bild von z , welches gemäss der in den Ebenen O' und O bestehenden Vergrösserung zu berechnen ist, also $z' = \beta \cdot z$. Denn laut Annahme werden die Punkte der Ebene O durch Büschel welche innerhalb der gegebenen Apertur liegen in Punkte der Ebene O' abgebildet. Die von R nach der $E.-P.$ zielenden Strahlen sind zugleich Strahlen dieser von Punkten der Ebene O ausgehenden weitgeöffneten Büschel; wir können sie als Axen von unendlich dünnen Büscheln gelten lassen, welche ihre Spitzen in den betreffenden Punkten von O haben. Die Spitzen der conjugirten Büschel, d. h. die Durchstossungspunkte der conjugirten Strahlen mit der Ebene O' sind daher identisch mit den nach den Abbildungsgesetzen den Punkten des Kreises $O_1 O_2$ entsprechenden Bildpunkten. Es folgt hieraus u. a., dass, wie auch der Charakter und Grad der sphärischen Ueber- oder Unter correction in den Büscheln des Bildraums in der Nachbarschaft aplanatischer Stellen sein mag, doch jedenfalls die Durchstossungspunkte der von je einem Punkte R ausgehenden Strahlen mit der Objekt- und Bildebene in diesen dieselbe Reihenfolge und sogar proportionale Abstände von einander haben.

Nun ist, wenn wir wie früher $PO = \xi$, $P'O' = \xi'$, den Winkel $P_1 O P = u$ setzen und OR , die Focusdifferenz im Objektraum, mit $\Delta\xi$ bezeichnen

$$OO_1 = \frac{1}{2} z = \Delta\xi \cdot \operatorname{tg} P_1 R P = \Delta\xi \cdot \frac{\xi}{\xi + \Delta\xi} \operatorname{tg} u. \quad (1)$$

Für einen in demselben Abstand $\Delta\xi$ auf der anderen Seite der Objektebene gelegenen Punkt haben wir ganz entsprechend

$$\frac{1}{2} z = \Delta\xi \frac{\xi}{\xi - \Delta\xi} \cdot \operatorname{tg} u \quad (2)$$

— abgesehen von dem hier nicht in Betracht kommenden Vorzeichen.

Daher ist

$$z' = 2\beta \cdot \Delta\xi \frac{\xi}{\xi \pm \Delta\xi} \cdot \operatorname{tg} u, \quad (3)$$

der einem Objekt Abstand $\pm \Delta\xi$ entsprechende Zerstreuungskreis im Bildraum.¹⁾

Wenn $\Delta\xi$ gegen ξ nicht zu vernachlässigen ist, so hängt die Grösse des Zerstreuungskreises nicht nur von dem Oeffnungswinkel, d. h. der scheinbaren Grösse der $E.-P.$ gesehen vom Objekt aus ab, sondern auch von ihrer Lage. Je nachdem dann die $E.-P.$ hinter oder vor dem Objekte liegt ist der Zerstreuungskreis eines seinerseits in gewisser Entfernung $\Delta\xi$ hinter der Objektebene ge-

¹⁾ Diese Formel weicht von derjenigen, die von ABBE (s. z. B. Beschreibung eines neuen stereoskop. Oculars. Carl's Repert. 17, pag. 220. 1880) angegeben und nach ihm von den meisten anderen Schriftstellern über diesen Gegenstand wiederholt worden ist darin ab, dass hier die trigonometrische Tangente auftritt, wo in jenen der Sinus. Die Differenz erklärt sich aus einer strengeren Rücksichtnahme auf die Voraussetzung des Aplanatismus für die scharf eingestellte Ebene. Macht man diese Voraussetzung nicht, so lässt sich über den Zerstreuungskreis überhaupt nichts mehr feststellen — ausser wenn der Winkel u so klein ist, dass $\sin$ und tang nahezu gleich gross sind.

gelegenen Punktes im Bilde grösser oder kleiner als der eines ebenso weit vor dem Objekt liegenden — entsprechend der Zu- oder Abnahme der wirksamen Apertur, die dann bei Annäherung oder Entfernung des Objektpunktes vom System eintritt. Unter sonst gleichen Umständen, z. B. bei zwei Systemen gleicher Constructionsart (diese nur in Bezug auf die relative Lage der Blenden nöthig), welche mit gleichen Oeffnungswinkeln ein Objekt in gleicher Vergrösserung abbilden, aber verschiedene Brennweite, — d. h. verschiedenes ξ — besitzen, ist jener Einfluss des Blendenortes grösser bei dem Systeme kleinerer Dimension (von kürzerem ξ). Bei einem solchen wächst also die Unschärfe der von der scharf eingestellten Ebene aus nach vorn gelegenen Objekte schneller als die der nach rückwärts gelegenen, (vorn und hinten immer im Vergleich zur Richtung des einfallenden Lichts zu verstehen).

Während die lineare Grösse des Zerstreuungskreises das Maass für die absolute Unschärfe im Bilde ist, kann man als Maass der durch ihn hervorgerufenen Verundeutlichung des Bildes (Unlesbarmachung einer Schrift oder dergl.) sein Verhältniss zu der Vergrösserung ansehen, in welcher die betreffende Objektebene auf die wahre Bildebene projectirt wird. Die Bildgrösse ist hierbei natürlich von Mitte zu Mitte entsprechender Zerstreuungskreise zu rechnen. Da diese Mitten auf den Hauptstrahlen liegen, so entspricht zwei Punkten die auf demselben durch P gehenden Hauptstrahl liegen derselbe Bildpunkt in der Ebene O' . Hieraus folgt, dass die Vergrösserung, mit der die durch R gehende Ebene in O' unscharf abgebildet wird, $[\beta]$, sich zu der von O , β , umgekehrt verhält, wie die Abstände der Punkte R und O von der Pupille, also

$$\frac{[\beta]}{\beta} = \frac{\xi}{\xi \pm \Delta\xi} \quad (4)$$

und

$$\frac{z'}{[\beta]} = 2\Delta\xi \cdot \tan u. \quad (5)$$

Die durch Focusdifferenz bewirkte Verundeutlichung des Bildes hängt also weder von der Vergrösserung noch von der Lage der $E.-P.$ noch endlich von dem Sinne der objektseitigen Focusdifferenz ab, sondern nur von der absoluten Grösse der letzteren und von dem Oeffnungswinkel des abbildenden Systems.

Wenn die Focusdifferenz klein ist gegen die Entfernung der $E.-P.$ vom Objekte so wird einfacher

$$z' = 2\beta \cdot \Delta\xi \cdot \tan u \quad (6)$$

Wenn das betreffende System nicht zur Darstellung objektiver Bilder (auf einem Schirm) benützt wird, sondern als Hilfsmittel des Sehens, subjektiv, so ist auch nicht mehr die absolute lineare Grösse des Zerstreuungskreises maassgebend für die Unschärfe im Bilde, sondern sein scheinbarer, angularer Werth. Dieser ist $\varepsilon' = z'/\xi'$, wenn ξ' die Entfernung des Bildes von der $A.-P.$ ist. Da β die auf die gleiche Entfernung bezogene lineare Vergrösserung ist, so ist $\xi/\beta = V = tg w'/y$ die Vergrösserung des Systems im subjektiven Gebrauch, somit wird

$$\varepsilon' = \frac{z'}{\xi'} = 2V \cdot \Delta\xi \cdot \tan u \quad (7)$$

und die Tiefe im Objekt, welcher ein Zerstreuungskreis von der maximalen Grösse ε' im Bilde entspricht, d. h. die Focustiefe ist

$$2\Delta\xi_z = \frac{\varepsilon}{V \cdot \tan u} \quad (8)$$

oder $= \Delta\xi_z$ beiderseits von der scharf eingestellten Objektebene.

Die Tiefe hängt also wesentlich mit von ε' ab, d. h. davon, welche Zerstreuungskreise das Auge des Beobachters verträgt, oder wie gross diese sein dürfen, ehe das Auge den Eindruck der Unschärfe erhält. Diese Sehschärfe ist

individuell verschieden und hängt von mehreren Momenten physikalischer und physiologischer Natur ab (Intensität des Bildes, Farbe, Erregungszustand, Stelle der Netzhaut etc.), auch von der Beschaffenheit des beobachteten Bildes, seiner Struktur, Intensitätsdifferenzen u. s. w. Mittleren Verhältnissen entsprechen Sehschärfen von 1' bis 5'. Im übrigen aber hängt die Focustiefe nur ab von seinem Vergrößerungsvermögen (Brennweite) und Oeffnungswinkel. Der Constructionstypus, die Zusammensetzung des Systems aus Objectiv und Ocular und die Vertheilung der Functionen auf diese sind völlig ohne Einfluss auf sie.

Das Reciproke der Focustiefe ist das Maass für die Einstellungs-genauigkeit (Focussirungsempfindlichkeit) eines Systems. Denn offenbar ist man desto besser im Stande, die richtige Lage eines Systems gegen Object und Bild zu finden (d. h. diejenige Lage, bei welcher es ein gegebenes Object an bestimmter Stelle abbildet) je grösser der Zerstreuungskreis ist, welcher bei einer bestimmten Verschiebung des Objects gegen das System — oder umgekehrt — entsteht.

Accommodationstiefe. Bei den zu subjektiver Beobachtung benutzten Instrumenten, in welchen das Bild nicht auf einem physischen Schirm sondern in der Luft schwebend beobachtet wird kommt bei der Betrachtung dieses Bildes, ebenso wie bei der eines körperlichen Objectes, die Accommodation des Auges der Auffassung der Tiefe noch zu Hilfe. An den Bereich, welcher vermöge der Accommodation scharf übersehen werden kann, gliedert sich dann beiderseits derjenige, in welchem trotz der Focusdifferenz die Zerstreuungskreise noch unter der Grenze der Sichtbarkeit bleiben. Die gesammte Sehtiefe ist also die Summe der Accommodations- und der Focustiefe.

Bei Systemen grösserer Apertur wird jedoch, wie wir wiederholt hervorgehoben haben, streng genommen überhaupt nur eine einzige Ebene scharf abgebildet, d. h. mit wachsender Apertur beschränkt sich der Bildraum in Folge der ausserhalb der aplanatischen Punkte von selbst nothwendig eintretenden Aberrationen immer mehr, so dass im Bilde immer weniger Spielraum für die Accommodation bleibt. Durch diesen Umstand wird die Accommodationstiefe — welche ohnehin mit wachsender Vergrößerung in immer geringerem Maasse zur Tiefenwahrnehmung beiträgt — in noch höherem Grade als es die betreffenden Formeln ausdrücken, verringert¹⁾.

Wir können nun diejenige Tiefe des Objektraums berechnen, welche durch Accommodation bei ungeänderter Einstellung sichtbar gemacht würde, wenn den Punkten jenes Objektraumtheils scharfe Bildpunkte entsprächen. Ist diese Tiefe geringer als diejenige, innerhalb welcher die Zerstreuungskreise durch Aberration das zulässige Maass erreichen, so ist sie in der oben angegebenen Weise als wirksam anzusehen; ist sie aber grösser als jene, so ist die Gesammttiefe derjenige Raum, innerhalb dessen die Summe der durch Aberration und Focusdifferenz herbeigeführten Zerstreuungskreise den festgesetzten Grenzwert erreicht.

Ist ξ_N' die Entfernung des sogen. »Nahepunkts« vom Auge, d. h. die kleinste Entfernung, auf welche dieses scharf accommodiren kann, ξ_μ' der Abstand des

¹⁾ Auf diesen Umstand und nicht auf einen solchen physiologischer oder psychischer Natur ist wohl auch die neuerdings von NELSON statuirte »Paralysirung der Accommodation« zurückzuführen. S. Journ. R. Soc. (2), pag. 331. 1892.

Fernpunkts von demselben, so ist nach DONDERS das rationelle Maass für das Accommodationsvermögen¹⁾ des Auges die Grösse

$$A = \frac{1}{\xi_{N'}} - \frac{1}{\xi_{F'}}. \quad (9)$$

Folglich ist der Spielraum der Accommodation im Bildraum

$$\xi_{F'} - \xi_{N'} = \Delta \xi_A' = A \cdot \xi_{N'} \cdot \xi_{F'}. \quad (10)$$

Insoweit die Bilder der paraxialen Strahlen mit denen der stärker geneigten zusammenfallen, entspricht der Entfernung $\Delta \xi'$ zweier Bilder der Abstand $\Delta \xi$ ihrer Objekte gemäss

$$\frac{\Delta \xi'}{\Delta \xi} = \frac{n'}{n} \beta_N \cdot \beta_F, \quad (11)$$

wo β_N , β_F die linearen Vergrösserungen sind, welche in den Entfernungen $\xi_{F'}$, $\xi_{N'}$ bestehen. Daher ist die objektseitige Accommodationstiefe

$$\Delta \xi_A = \frac{n}{n'} A \cdot \frac{\xi_{N'}}{\beta_N} \cdot \frac{\xi_{F'}}{\beta_F}. \quad (12)$$

Wenn β_N und β_F nicht viel von einander unterschieden sind, so kann man für jedes von ihnen einen Mittelwerth β_M setzen, der genau genommen $= \sqrt{\beta_N \cdot \beta_F}$ ist und ebenso für $\xi_{N'}$ und $\xi_{F'}$ den Mittelwerth ξ_M' , der genau genommen $= \sqrt{\xi_{N'} \cdot \xi_{F'}}$ ist, so dass

$$\Delta \xi_A = \frac{n}{n'} A \left(\frac{\xi'}{\beta} \right)_M^2. \quad (13)$$

Bei Instrumenten, deren $A \cdot P$. sehr nahe am hinteren Brennpunkt liegt, ist auch sehr nahe $\xi' = x'$, daher $\xi'/\beta = \frac{1}{V} = f'$ und es wird

$$\Delta \xi = \frac{n}{n'} A \cdot f'^2 = \frac{n}{n'} \frac{A}{V^2}. \quad (14)$$

Bei Instrumenten für subjektive Beobachtung ist also die gesammte Sehtiefe, auch das Penetrationsvermögen des Systems genannt, gleich der Summe der Focustiefe $\Delta \xi_e$ und der Accommodationstiefe $\Delta \xi_A$. In welchem Maasse diese beiden Momente zur Wahrnehmung der Tiefendimensionen beitragen, wird am besten durch eine tabellarische Uebersicht erläutert²⁾, in welcher für ein System (Mikroskop) von der numerischen Apertur $n \sin u = 0.5$ und trocken liegendes Objekt d. h. für einen Oeffnungswinkel von 100° in Luft die Werthe von $\Delta \xi_e$, $\Delta \xi_A$, die Grösse des auf einmal übersehbaren Objektfeldes $2y$ und das Verhältniss dieses zu $\Delta \xi_e$ und $\Delta \xi_A$ aufgeführt sind bei verschiedenen Vergrösserungen und unter den Annahmen, dass $\varepsilon = 5'$, $A = \frac{1}{300}$, $\xi_M = 250 \text{ mm}$ ($\xi_N = 166$; $\xi_F = 375$) und dass das angulare Sehfeld im Bilde $tg w' = 0.5$ ist

β	$2 \Delta \xi_e = \frac{1}{\tan u} \frac{\xi'}{\beta} \cdot \xi$	$\Delta \xi_A = \frac{n}{n'} A \left(\frac{\xi'}{\beta} \right)^2$	$y = 2 \frac{\xi'}{\beta} tg w'$	$\frac{\Delta \xi_e}{y}$	$\frac{\Delta \xi_A}{y}$
10	0.0617	2.08	25 mm	} $\frac{1}{4.5}$	$\frac{1}{12}$
30	0.0206	0.231	8.3 "		$\frac{1}{12}$
100	0.0062	0.021	2.5 "		$\frac{1}{120}$
300	0.0021	0.0023	0.83 "		$\frac{1}{360}$
1000	0.00062	0.00021	0.25 "		$\frac{1}{1200}$
3000	0.00021	0.00002	0.083 "		$\frac{1}{3600}$

¹⁾ S. die Lehrbücher der physiologischen Optik, z. B. v. HELMHOLTZ, pag. 121.

²⁾ ABBE, Beschreibung eines neuen stereoskopischen Oculars. CARL's Rep. f. Exper. Physik 17, pag. 216. 1880.

Bei den Vergrößerungen unter 100 würde allerdings die Pupille des Auges einen Theil der *A.-P.* abblenden und damit die wirksame Apertur des Systems verringern, seine Focustiefe im subjektiven Gebrauch also für diesen Fall entsprechend erhöhen. Die betreffenden Zahlen haben daher nur schematischen Werth.

»Die der optischen Abbildung inhärente Ueervergrößerung der Tiefendimension bringt also ein mit wachsender Vergrößerung immer ungünstiger werdendes Verhältniss zwischen Tiefe und Breite des der Accommodation zugänglichen Objektraums hervor; während dieser bei 10facher Vergrößerung ungefähr die Verhältnisse eines ziemlich dicken Buches zeigt, gleicht es schon bei 500facher Vergrößerung nur noch dem einzelnen Blatt aus diesem Buch. — Der andere Bestandtheil der Sehtiefe zeigt hingegen ein wesentlich abweichendes Verhalten, weil in Bezug auf ihn der Effekt der Ueervergrößerung gerade compensirt wird durch die der Vergrößerung des Mikroskopes proportional gehende Verengerung der Strahlenkegel, welche aus dem Ocular zum Auge gelangen. Für die Grenzen des vollkommen scharfen Sehens, durch wechselnde Accommodation, ist es offenbar gleichgültig, ob die Pupille enge oder breite Strahlenbüschel empfängt; das Anwachsen der Zerstreuungskreise beim Ueberschreiten des Nahpunktes oder Fernpunktes erfolgt aber proportional dem Durchmesser der abbildenden Strahlenbüschel. In Folge dieses Umstandes bewahrt, trotz der Ueervergrößerung der Tiefendimension, der kraft Focustiefe erkennbare Körperraum ein ganz constantes Verhältniss zwischen Breite und Dicke, so lange derselbe Oeffnungswinkel in Betracht ist und so lange eine bestimmte Grenze der zulässigen Undeutlichkeitskreise festgehalten wird. — Aus dem angeführten Beispiel ist ersichtlich, dass bei den geringen Vergrößerungen die Focustiefe auf alle Fälle sehr zurücktritt gegenüber der Accommodationstiefe; während umgekehrt unter sehr hohen Vergrößerungen die Wirksamkeit der Accommodation mehr und mehr zurückbleibt hinter dem zwar kleinen aber sich constant erhaltenden Effekt der Focustiefe.«

2) Die Helligkeit der Bilder in optischen Instrumenten.

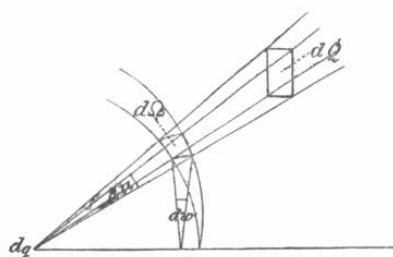
Alle bisherigen Betrachtungen bezogen sich nur auf die geometrischen Eigenschaften des Strahlenverlaufs in den optischen Instrumenten. Wir wollen nunmehr die Intensitätsverhältnisse der Wirkungen, welche optische Apparate vermitteln, ins Auge fassen. Wir erinnern zu diesem Zwecke an die Grundbegriffe, welche in der Lehre von der Intensität der Lichtwirkungen, der Photometrie, überhaupt in Geltung stehen.

Photometrische Grundbegriffe.

Nach dem sogen. photometrischen Grundgesetz ist die Lichtmenge dL , welche ein leuchtendes Flächenelement dq einem anderen in der Entfernung r befindlichen dQ in der Zeiteinheit zusendet

$$dL = k \cdot dq \cdot dQ \cdot \frac{\cos \vartheta \cdot \cos \theta}{r^2}, \quad (1)$$

wenn ϑ , θ die Winkel sind, welche die Normalen der Flächenelemente dq , dQ (Fig. 349) mit der Richtung r einschliessen und k ein Faktor, welcher die spezifische Intensität der von dq ausgehenden Lichtwirkung bemisst. Die Definition dieses Faktors ist aus obiger Gleichung (1) oder einer der folgenden ihr äqui-



(Ph. 349.)

valenten zu entnehmen, wenn rechter Hand alle Grössen = 1 gesetzt werden. Man kann in dieser Gleichung die Grössen

$$\frac{dq \cos \vartheta}{r^2} = d\omega \quad \text{oder} \quad \frac{dQ \cos \theta}{r^2} = d\Omega$$

aussondern, welches die Projectionen des Elements dq auf eine mit dem Radius 1 um dQ geschlagene Kugel bezw. die des Elements dQ auf eine um dq geschlagene sind, d. h. die Raumwinkel, unter welchen dq vom Orte von dQ aus bezw. dQ von dq aus erscheinen. Dann wird Gleichung (1)

$$dL = k \cdot dq \cdot \cos \vartheta \cdot d\Omega = k \cdot dQ \cdot \cos \theta \cdot d\omega. \quad (1a)$$

Man sieht also, dass die Gestalt, Lage und Entfernung des leuchtenden Elements dq für die von ihm ausgehende Lichtwirkung nur insofern von Einfluss ist, als dieselbe den Sehwinkel verändert, unter welchem das Element dq von dem Orte der Wirkung aus erscheint, und ebenso ist Gestalt, Lage und Entfernung des beleuchteten Elements nur nach Verhältniss des Sehwinkels, unter dem es vom lichtstrahlenden Elemente aus erscheint, maassgebend für die Strahlungswirkung, die es erfährt.

Von der Beleuchtung, die ein Element dQ von einer ausgedehnten leuchtenden Fläche erfährt, nehmen wir an, dass es die eintache Summe der Lichtwirkungen sei, die jedes Element jener Fläche für sich auf dQ ausüben würde. Aus dieser Annahme und dem photometrischen Grundgesetz können wir den Satz folgern, dass zwei verschiedene Lichtquellen von ungleicher Grösse, Gestalt und Lage an einem Orte O genau dieselbe Wirkung hervorbringen, von dem ausgesehen sie sich so auf einander projiciren, dass jede von O nach ihnen hingezogene Richtungslinie beide in Punkten gleicher Leuchtkraft trifft.

Diese Leuchtkraft k ist nach Gleichung (1a) diejenige Lichtmenge, welche eine gleichförmig leuchtende Fläche von der Grösse Eins auf eine andere von ihr aus sich unter dem körperlichen Sehwinkel Eins darbietende bei senkrechter Incidenz strahlen würde, oder umgekehrt diejenige, welche auf eine Fläche von der Grösse Eins von einer andern sich dieser unter dem Sehwinkel Eins darbietenden gestrahlt würde. Sie hängt von der physischen Beschaffenheit des strahlenden Körpers (Oberflächenbeschaffenheit, Temperatur etc.) ab und, wenn dies ein nur mittelbar lichtstrahlender Körper ist, auch von der Beleuchtung, unter der er selbst sich befindet. Bei glühenden festen Körpern scheint k nahezu eine Constante in Bezug auf ϑ zu sein. Bei anderen aber und namentlich bei den mittelbar — durch diffuse Reflexion, Diffraction oder dergl. — strahlenden wird k im allgemeinen jede beliebige Function des Ausstrahlungswinkels sein können, also sowohl von seiner Grösse, als dem Azimut der Strahlungsrichtung abhängen¹⁾.

Man hat zu unterscheiden zwischen der (objektiven) Beleuchtungsstärke, welche von einer leuchtenden Fläche an einem Orte O hervorgebracht wird, und der (scheinbaren) Helligkeit, mit welcher eine solche Fläche von einem Beobachter gesehen wird. Unter ersterer versteht man die Lichtmenge, welche unter den gegebenen Umständen die Flächeneinheit erhalten würde, wenn bei der Strahlung auf deren verschiedene Theile die Verhältnisse genau dieselben wären wie bei der Bestrahlung des betrachteten Elements dQ ; mit anderen Worten,

¹⁾ Wir haben von dieser Function den Faktor $\cos \vartheta$ getrennt, um die folgende Beweisführung zu erleichtern. Dies ist im gegebenen Falle wohl zu berücksichtigen.

die vom Element dQ im Verhältniss zu seiner Fläche erhaltene Lichtmenge. Die von dq in dQ bewirkte Beleuchtungsstärke ist also einfach

$$dB = k \cdot \cos \theta \cdot d\omega. \quad (2)$$

Die Helligkeit des Lichteindrucks, den ein Beobachter in seinem Auge von einer Fläche erhält denkt man sich, gemäss der allgemeinen angenommenen Ansicht wonach dieser durch die Reizung getrennter und einzeln zu erregender Elemente des Sehnervs vermittelt wird, entsprechend dem Grade der Erregung der percipirenden Elemente. Wir setzen diese Erregung einfach proportional der Lichtmenge, welche je einem derselben durch den optischen Apparat des Auges zugeführt wird, wobei wir die Möglichkeit der thatsächlich bestehenden ungleichen Empfindung der Netzhaut an verschiedenen Stellen und in verschiedenen Zuständen sowie der Diproportionalität zwischen Reizstärke und Empfindungsgrösse überhaupt gänzlich offen lassen, da die Berücksichtigung dieser Momente nur für gegebene individuelle Fälle erfolgen könnte und überdies in das physiologische Gebiet gehört. Bei einem flächenhaft ausgedehnten Bilde des betrachteten Gegenstandes auf der Netzhaut ist hiernach das Maass der Helligkeit, in welcher der Gegenstand dem Beobachter erscheint, die auf der Netzhaut bewirkte Beleuchtungsstärke.

Hieraus folgt u. a., dass eine selbstleuchtende Fläche (deren $k = \text{const}$) in jeder Entfernung gleich hell erscheint, in welcher sie überhaupt noch eine endliche Flächenausdehnung besitzt. Denn da die Grösse des Netzhautbildes proportional ist dem körperlichen Sehwinkel ω , unter welchem der Gegenstand — genau genommen vom vorderen Knotenpunkte des Auges, bei einigermaassen erheblichen Entfernungen aber mit genügender Annäherung von seiner Pupille aus — erscheint, so können wir die Helligkeit H , in der eine Fläche gesehen wird, gleich dem Quotienten aus jenem Sehwinkel in die auf die Pupille gestrahlte gesammte Lichtmenge L setzen, also $H = L/\omega$.

Diese Lichtmenge ist aber nach Gleichung (1a) bei einer in ihren verschiedenen Theilen und in verschiedenen Richtungen gleichmässig leuchtenden Fläche ebensowohl das Produkt aus Flächengrösse und räumlichem Sehwinkel der Pupille von der Fläche aus, als das Produkt aus Pupillengrösse und räumlichem Sehwinkel der Fläche von der Pupille aus — beide Produkte noch mit dem Faktor k multiplicirt. Folglich ist

$$L = k p_0^2 \pi \cdot \omega \text{ und } H = k p_0^2 \pi,$$

wo p_0 der Halbmesser der Augenpupille ist. Also ist H unabhängig von der Entfernung der Fläche.

Bei verschiedener Pupillenöffnung ist die nach der Netzhaut übergeführte Lichtmenge *caet. par.* dieser Oeffnung, also dem Quadrate ihres Durchmessers proportional.

In den verschiedenen Theilen der lichtstrahlenden Fläche kann, damit obige Betrachtung Geltung behält, k beliebig verschiedene Werthe besitzen; nur muss es für jede Stelle der Fläche constanten Werth haben innerhalb derjenigen Sehwinkel, unter denen die Pupille des Beobachters von der Fläche aus in den verschiedenen Entfernungen erscheint. Diese Voraussetzung wird im allgemeinen auch bei nichtleuchtenden Flächen erfüllt sein, so dass obiger Satz eine ziemlich weitgehende Giltigkeit besitzt. Vorausgesetzt ist bei seiner Ableitung ferner, dass die Pupillenöffnung bei Betrachtung der Fläche in der Nähe dieselbe sei, als wenn dieselbe fern ist, und es ist die Absorption des Lichtes durch das zwischen Fläche und Auge befindliche Medium vernachlässigt.

Wenn aber ein Objekt sich dem Auge unter einem Schwinkel darbietet, bei welchem dieses Grösse und Gestalt desselben nicht mehr unterscheiden kann, bei welchem das Objekt also in physiologischer Beziehung einem Punkte gleich ist, so verliert die obige Bestimmungsweise der Helligkeit ihre natürlichen Unterlagen und ihren Sinn. Man nimmt in solchem Falle an, dass nur ein Nerven-element oder die Mindestzahl der getrennt erregbaren gereizt werde. So lange dies Verhältniss gewahrt bleibt, ist der Reiz, d. h. die Helligkeit des Bildes, der gesammten auf die Netzhaut bezw. die Pupille des Auges gelangenden Lichtmenge proportional zu setzen. Die Helligkeit eines unter so kleinem Schwinkel erscheinenden Gegenstandes ist also bei verschiedener Entfernung desselben vom Auge umgekehrt proportional dieser Entfernung und ausserdem natürlich proportional der Pupillenöffnung.

Die scheinbare Helligkeit der Bilder bei subjektiver Beobachtung. Wir können uns nach diesen Vorbemerkungen zur Bestimmung der photometrischen Verhältnisse der von optischen Instrumenten entworfenen Bilder wenden. Dieselben Normen, nach welchen die Intensität der Wirkung realer Körper im Objektraum bemessen wird, sind anzuwenden für die Bestimmung derselben im Bildraum. Hier wie dort wird diese Wirkung — dieselbe mag nun in der Erregung eines Sehorgans oder in der Beleuchtung anderer Objekte bestehen — völlig und in gleicher Weise bestimmt sein durch die geometrischen Bedingungen (Ausdehnung, Lage etc. der strahlenden und bestrahlten Flächen) einerseits und durch die spezifische Intensität der Strahlung andererseits.

Die Aenderung in den geometrischen Verhältnissen, welche bei der Abbildung eintritt, ist in den voranstehenden Abschnitten erschöpfend behandelt. Wenn das Objekt nach seiner Grösse und Lage zum Linsensysteme und der Bereich, innerhalb dessen es Licht aussendet, gegeben ist — letzteres durch Lage und Grösse der *E.-P.* — so ist bei einem gegebenen System auch Lage und Gestalt des Bildes bestimmt, sowie der Bereich, innerhalb dessen dieses seinerseits Licht ausstrahlt oder empfängt — letzteres durch die *A.-P.* nach ihrer Grösse und ihrer Lage zu jenem Bilde.

Um die Lichtwirkung des Bildes in Vergleich zu setzen mit der des Objektes bleibt also nur noch zu untersuchen, welche Modifikation die spezifische Intensität der strahlenden Elemente bei der Abbildung erfährt.

Wir behandeln zuerst den Fall, dass das Bild subjektiv betrachtet wird, dass es also vor der *A.-P.* des Instruments liegt und von dieser aus angesehen wird. Die Intensität der vom Objekt ausgehenden Strahlung nehmen wir für dessen verschiedene Elemente und innerhalb des wirksamen Oeffnungswinkels als bekannt an. (Wie sich dieselbe bestimmt, wenn das Objekt nicht selbstleuchtend ist, sondern von einer anderen Lichtquelle — sei es direkt, sei es mit Hilfe von hierzu dienenden besonderen optischen Vorrichtungen — bestrahlt wird, ergibt sich zum Theil aus dem Nachfolgenden.) Wir setzen ferner voraus, dass das abbildende System aplanatisch sei für die betrachteten conjugirten Flächen in *O* und *O'*.

Sei *dq* (Fig. 349) ein der Axe bei *O* sehr nahes Element des Objectes, *k* die Intensität der von ihm ausgehenden Strahlung in einem beliebigen Azimut *v* und in einer Richtung, welche mit der Axe des Systems den Winkel *u* einschliesst. Die Lichtmenge, welche *dq* nach einem in dieser Richtung gelegenen Element *dQ* der *E.-P.* sendet, ist dann gemäss dem photometrischen Grundgesetz Gleichung 1a)

$$dL = k \cdot dq \cdot \cos u \cdot d\Omega, \quad (3)$$

wo $d\Omega$ der körperliche Schwinkel ist, unter welchem das betreffende Element der Eintrittspupille von dq aus erscheint. Ich begrenze dieses Element nun in der Weise, dass seine Projection auf die um dq geschlagene Kugel vom Radius Eins zwischen zwei unendlich benachbarte Meridiane und zwei benachbarte Breitenkreise fällt — die Axe des optischen Systems hierbei als die Axe jener Kugel gedacht. Dann ist

$$d\Omega = \sin u \cdot du \cdot dv,$$

somit

$$dL = k \cdot dq \cdot \cos u \cdot \sin u \cdot du \cdot dv \dots \quad (4)$$

Von dem zu dq der Lage und Grösse nach conjugirten Bildelemente dq' wird dem entsprechenden Elemente der *A.-P.* eine Lichtmenge dL' zugestrahlt, welche der Form nach durch einen ganz analogen Ausdruck gegeben ist, nämlich

$$dL' = k' \cdot dq' \cdot \cos u' \cdot \sin u' \cdot du' \cdot dv' \dots \quad (5)$$

Hierin ist $dv' = dv$ zu setzen; denn bei allen Brechungen bleiben die Strahlen innerhalb der Meridiane, in welchen sie sich einmal befinden. Der Winkel u' ist bestimmt als der zu u conjugirte; dq' ist das nach Maassgabe der in O und O' bestehenden Linearvergrößerung β entworfene Bild von dq , also

$$dq' = \beta^2 \cdot dq.$$

Um nun dL' in Beziehung zu dL zu setzen, wollen wir zunächst einmal die — von der Wirklichkeit abweichende — Annahme machen, dass die im Systeme zum Bilde mitwirkenden Flächen ausschliesslich diejenige Wirkung ausüben, welche zur Bilderzeugung beiträgt, dass also die durch Spiegelung hierzu beiträgenden nur spiegeln und weder durch Brechung noch durch Absorption einen Theil des Lichts in sich aufnehmen und hierdurch für das Bild verloren gehen lassen. Ebenso dass bei allen mitwirkenden Brechungen keinerlei Lichtverlust durch regelmässige und diffuse Reflexion erfolge und endlich, dass bei dem Durchgange des Lichtes durch die verschiedenen Medien keine Absorptionen stattfinden. Alsdann wird das gesammte von dq zu dem Pupillenelement gestrahlte Licht dL unverändert von dem Bildelement dq' nach der *A.-P.* übergeführt, d. h. es ist dann

$$dL' = dL; \quad (6)$$

somit

$$k \cdot dq \cdot \cos u \cdot \sin u \cdot du \cdot dv = k' \cdot dq' \cdot \cos u' \cdot \sin u' \cdot du' \cdot dv \quad (6a)$$

oder

$$k \cdot dq \cdot d(\sin^2 u) = k' \cdot \beta^2 dq \cdot d(\sin^2 u')$$

Bei einem aplanatischen System ist aber nach Gleichung (4), pag. 118

$$d(\sin^2 u) = \beta^2 \left(\frac{n'}{n} \right)^2 d(\sin^2 u'),$$

worin β dieselbe Constante ist wie oben; folglich bestimmt sich

$$\frac{k'}{k} = \left(\frac{n'}{n} \right)^2. \quad (7)$$

Wie also auch k und k' einzeln innerhalb des gegebenen Oeffnungswinkels variiren mögen, ihr Verhältniss ist in jeder Richtung dasselbe und dieses Verhältniss ist gänzlich unabhängig von allen Momenten, welche für das abbildende System oder das von ihm entworfene Bild sonst bestimmend sind; es hängt vielmehr allein ab von den Brechungsexponenten der Medien, innerhalb welcher sich Object und Bild befinden¹⁾.

¹⁾ In dem obigen ist der Beweis für die Gültigkeit einer Beziehung in dem engeren hier betrachteten Gebiete gegeben, welche von KIRCHHOFF und CLAUSIUS für einen allgemeineren Fall nachgewiesen ist. HELMHOLTZ (POGG. Ann. Jubelbd., pag. 557. 1874) geht davon aus, dass $k' : k = n'^2 : n^2$ sei und beweist hieraus den Sinussatz als Bedingung des Aplanatismus.

Die Intensität der Strahlung irgend eines Bildelementes in irgend einer Richtung ist also überall proportional der Strahlungsintensität des correspondirenden Objektelements in der conjugirten Richtung und zwar stets im Verhältniss des Quadrats des relativen Brechungsexponenten des Bildmediums zum Objektmedium. Da der Bereich, innerhalb dessen eine Strahlung überhaupt stattfindet durch die *A.-P.* bestimmt ist — und zwar durch diese genau ebenso wie die Strahlung einer selbständig leuchtenden Fläche durch ein physisches Diaphragma — so sind nunmehr alle Elemente gegeben, um die Strahlungswirkung des Bildes an irgend einer Stelle zu berechnen.

Die für die Ableitung der Intensitätsbezeichnung gemachte, der Wirklichkeit widersprechende Annahme (6) ist auf das Resultat ohne wesentlichen Einfluss; sie diente nur dazu, die Uebersicht der Verhältnisse zu erleichtern. In Wirklichkeit wird mit jeder zur Bilderzeugung mitwirkenden Reflexion und Brechung, sowie mit jedem Durchtritt der Strahlen durch ein Medium ein Lichtverlust verbunden sein, welcher von der Beschaffenheit der betreffenden Substanzen und den geometrischen Verhältnissen (Einfallswinkel bzw. Länge des vom Strahl in jedem Medium zurückgelegten Weges) abhängt. Dieser Lichtverlust wird also im allgemeinen auch eine Function des Winkels μ sein. Er lässt sich aber nicht allgemein angeben, sondern ist in jedem einzelnen Falle und für jede einzelne Strahlungsrichtung aus den Constructionsdaten des Systems zu berechnen. Denken wir uns diese Function μ , welche denjenigen Bruchtheil des einfallenden Lichtes angiebt, welcher in einem gegebenen System zwischen Objekt und Bild für letzteres verloren gegangen ist, den Verlustfaktor, irgendwie bestimmt, so hat man statt $L' = L$ vielmehr $L' = (1 - \mu) \cdot L$ zu setzen, und hieraus folgt durch dieselben Schlüsse wie oben

$$\frac{k'}{k} = (1 - \mu) \left(\frac{n'}{n} \right)^2. \quad (7a)$$

Man wird bei subjectiver Beobachtung schwerlich einen Fall realisiren können, in welchem $n' > n$ ist, man hat vielmehr meistens $n' = n = 1$ oder in den sogen. Immersionssystemen sogar $n' < n$. Da μ natürlich ein echter Bruch ist, so folgt aus der letzten Gleichung, dass die Intensität der Strahlung im Bilde auch im günstigsten Falle der entsprechenden des Objectes nicht einmal gleich sein könne, sondern auch dann noch durch die sozusagen zufälligen aber unvermeidlichen Lichtverluste beim Durchgange durch das System vermindert ist.

Mit Rücksicht hierauf müsste man sagen, dass durch optische Systeme — welcher Art auch immer — niemals eine Condensation des Lichtes in Bezug auf die spezifische Intensität hervorgebracht wird, sondern im Gegentheil stets eine Verdünnung, Attenuation, desselben.

Für die Berechnung der Helligkeit, in welcher das Bild von der *A.-P.* aus erscheint und ihr Verhältniss zu der Helligkeit, in welcher etwa das Objekt unter den gegebenen Umständen der Beleuchtung etc. dem unbewaffneten Auge erscheinen würde, sind in den oben abgeleiteten Beziehungen alle nöthigen Bestimmungsstücke enthalten. Weitere Folgerungen lassen sich in Bezug auf sie jedoch nur ziehen, wenn gewisse vereinfachende Annahmen gemacht werden.

Wenn die spezifische Intensität k innerhalb des ganzen Oeffnungswinkels μ constant ist — wie bei selbstleuchtenden festen Körpern sehr nahe der Fall — so ist auch k' eine Constante innerhalb des Winkels μ' . Die Helligkeit des Bildes ist dann, wie wir oben gesehen haben, einfach proportional der Fläche der Austrittspupille, mit welcher die Augen-

pupille in Coincidenz gebracht ist — jedoch nur so lange, als letztere grösser ist wie erstere. Wenn hingegen die Augenpupille die kleinere ist, so blendet sie den überschüssenden Theil der *A.-P.* ab und wirkt selbst als *A.-P.* des Instruments.

Bezeichnet also H_0 die Helligkeit, mit welcher das unbewaffnete Auge das Objekt sieht — oder in welcher ihm ein an Leuchtkraft völlig gleiches und nur in allen Theilen proportional vergrössertes Bild erscheinen würde — und H die Helligkeit des durch das Instrument gesehenen Bildes, so ist

$$\frac{H}{H_0} = \frac{p'^2}{p_0^2}, \quad (8)$$

wenn p' den Halbmesser der *A.-P.*, p_0 den der Augenpupille bezeichnet.

Bei den nach Art des Mikroskops wirkenden Systemen fanden wir den Halbmesser der *A.-P.*, p' , sehr nahezu

$$p' = \frac{f'}{n'} a,$$

wo $a = n \cdot \sin u$ die Apertur des in das System eintretenden Büschels bezeichnet. Da wir stets $n' = 1$ setzen können, so haben wir $p' = a \cdot f'$. Also

$$H = H_0 \frac{a^2 \cdot f'^2}{p_0^2} = H_0 \frac{a^2}{V^2 p_0^2} = H_0 \frac{a^2 l^2}{N^2 p_0^2}, \quad (9)$$

wenn V die absolute, N die lineare auf die Entfernung l bezogene Vergrößerung des Systems ist.

Die »Normalvergrößerung« V_0 bezw. N_0 , bei welcher das Bild in gleicher Helligkeit erscheint, wie das Objekt dem blossen Auge (natürlich in Luft) erscheinen würde, ist hiernach

$$V_0 = \frac{a}{p_0} \text{ bezw. } N_0 = \frac{a \cdot l}{p_0}. \quad (10)$$

Bei derselben Apertur a ist unter verschiedener Vergrößerung

$$H : H_0 = V_0^2 : V^2 = N_0^2 : N^2, \quad (11)$$

solange $V > V_0$ bezw. $N > N_0$; hingegen ist

$$H = H_0 \text{ wenn } V \leq V_0 \text{ bezw. } N \leq N_0. \quad (11a)$$

Die Helligkeit des Bildes im Mikroskop ist also höchstens gleich der des Sehens mit blossen Auge, und zwar dann, wenn die Vergrößerung gleich oder kleiner als die Normalvergrößerung ist.

Die Helligkeit des Bildes im Mikroskop ist bei ungeänderter Apertur umgekehrt proportional der Flächenvergrößerung, solange diese grösser als die Normalvergrößerung ist¹⁾.

Bei gegebener Vergrößerung ist die Helligkeit des Bildes proportional dem Quadrate der Apertur der einfallenden Büschel.

Man erhält hiernach folgende zusammengehörige Werthe der Apertur der (conventionellen) Vergrößerung und Helligkeit, wenn man den Radius der Augenpupille $p_0 = 1.5 \text{ mm}$ annimmt

	$H = H_0$	$H = \frac{1}{4} H_0$	$H = \frac{1}{9} H_0$	$H = \frac{1}{16} H_0$
$a = 0.5$	83.3	166.7	250.0	333.3
1.0	166.7	333.3	500.0	666.7
1.5	250.0	500.0	750.0	1000.0

Die Vergrößerungszahlen der zweiten Spalte ($H = \frac{1}{4} H_0$, also $p_0 = 0.75 \text{ mm}$) kann man, wie wir später sehen werden, sehr annähernd als diejenigen der unverminderten Deutlichkeit des Bildes bezeichnen; sie sind beim Mikroskop,

¹⁾ HELMHOLTZ, l. c., pag. 567. ABBÉ, M. SCHULTZE's Arch. f. mikr. Anat. 9, pag. 438. 1873.

wo künstliche Beleuchtung anwendbar ist, von weit grösserer Bedeutung als diejenigen der unverminderten Objekt-Helligkeit.

Bei teleskopischen Systemen fanden wir (pag. 184) die angulare Vergrößerung gleich dem Reciproken der linearen Vergrößerung in den Pupillen

$$\Gamma = \frac{p}{p'} \quad \text{also} \quad p' = \frac{p}{\Gamma}.$$

Daher ist hier

$$H = H_0 \frac{p^2}{p_0^2} \frac{1}{\Gamma^2}, \quad (12)$$

d. h. es spielt hier die lineare Oeffnung genau dieselbe Rolle wie bei mikroskopischen Systemen die numerische Apertur. Die Normalvergrößerung Γ_0 ist $= p/p_0$. Somit kommen bei unverminderter Helligkeit des Bildes auf je 3 mm, behufs Einhaltung normaler Deutlichkeit auf je 1.5 mm Oeffnung eine Vergrößerungsziffer.

Wir können daher das allgemeine Resultat dieser Betrachtung dahin aussprechen: In so weit flächenhaft ausgedehnte Objekte in Frage stehen, ist die Leistung optischer Instrumente — von welcher Construction und welchen Anwendungsgebietes auch dieselben sein mögen — darauf gerichtet und zugleich beschränkt, die Objekte dem Auge im Bilde unter vergrößerem Schwinkel darzubieten, aber in höchstens der gleichen Helligkeit.

Wird aber das System zur Beobachtung von Sternen benützt, welche wegen ihrer grossen Entfernung sich auch bei der von dem Teleskop gelieferten Vergrößerung wie leuchtende Punkte darstellen, so tritt für diese der andere Begriff der Helligkeit in Kraft, wonach dieselbe der gesammten zum Bildpunkte übergeführten Lichtmenge proportional ist. So lange also die Vergrößerung Γ des Teleskops kleiner ist als die Normalvergrößerung Γ_0 — die *A.-P.* grösser als die Augenpupille — reducirt sich die wirksame (Halb-) Oeffnung des Systems auf $\Gamma \cdot p_0$, und die Helligkeit des Sternbildes im Teleskop ist Γ^2 mal grösser als die des direkt gesehenen Sternes. Wenn die Vergrößerung den Werth Γ_0 oder einen grösseren hat, so ist die Helligkeit im Bilde dauernd $(p/p_0)^2$ mal grösser als mit freiem Auge. Man kann also, beide Fälle zusammenfassend, auch sagen, die Helligkeit des Sternbildes ist um so viel grösser als die des direkt gesehenen Sternes, wie die wirksame Oeffnung des Systems die der Augenpupille übertrifft¹⁾.

Da der Himmelsgrund, von welchem sich die beobachteten Sterne abheben, gemäss dem obigen durch das Teleskop höchstens in gleicher Helligkeit erscheinen kann als mit blossen Auge, so wird ausser der absoluten Helligkeit des Sternbildes auch der Helligkeitsunterschied zwischen dem Stern und dem Untergrund mit wachsender Vergrößerung immer grösser. In Folge dessen werden Sterne durch Teleskope proportional dem Quadrate ihrer wirksamen Oeffnung sichtbar gemacht. Da die Helligkeit des Himmelsgrundes bei weiterer (Ueber-) Vergrößerung noch proportional dem Quadrate dieser abnimmt, die des Sternes aber hierbei constant bleibt, so ist bei Ueervergrößerung die Sichtbarkeit des Sternes noch vermehrt. Dies Verhältniss geht aber nicht ins Unbegrenzte weiter, da von einer gewissen Vergrößerung an das Sternbild — theils in Folge

¹⁾ Hierbei ist vernachlässigt, dass sich in Wirklichkeit die Pupille bei Beobachtung des helleren Sternbildes zusammenzieht, beim Sehen mit blossen Auge aber in dunkler Nacht eine viel grössere Oeffnung als 3 mm annimmt.

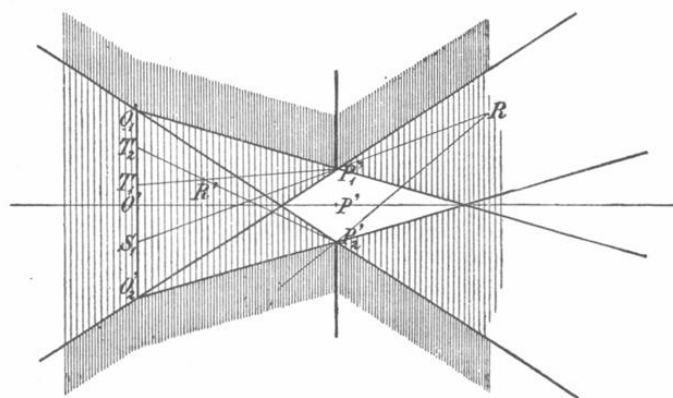
der Aberrationsreste, theils unabhängig von solchen in Folge der Beugung — flächenhaft ausgedehnt wird. —

Wenn die Leuchtkraft des Objectes nicht nach einfachen Regeln bestimmt ist, so lassen sich, wie schon bemerkt, auch keine weiteren Beziehungen als die früher angegebenen zwischen der Helligkeit des direkt gesehenen Objectes bzw. eines bei unveränderter Leuchtkraft bloß in seinen Dimensionen vergrößerten Bildes und der seines durch das Instrument beobachteten Bildes feststellen. Bei einer stetig von der Normalen an abnehmenden Strahlungsintensität des Objectes z. B. wird dieses dem blossen Auge in senkrechter Richtung gesehen heller erscheinen müssen als durch das Instrument bei der Normalvergrößerung; denn im ersteren Falle sind die Strahlen der nach der Pupille gelangenden Büschel durchaus von der maximalen Intensität; in den nach der *A.-P.* des Instrumentes zielenden Büscheln aber ist das gesammte einfallende Büschel sozusagen noch einmal in verkleinertem Maassstabe reproducirt, d. h. es enthält neben den centralen hellen Strahlen auch die peripheren mehr und mehr lichtschwachen. In Folge dessen ist die durch ein solches Büschel ausgestrahlte ins Auge gelangende Lichtmenge, und damit die Helligkeit des Bildes, auch bei der »Normalvergrößerung« kleiner als die des direkt gesehenen Objectes. Verglichen mit der Helligkeit des direkt, aber ganz schräg angesehenen Objectes wiederum würde sie grösser sein, und so kann bei entsprechenden Strahlungsgesetzen und entsprechenden Umständen jedes beliebige Verhältniss zwischen beiden Helligkeiten statt haben.

Beleuchtungswirkung des Bildes im übrigen Bildraum. Durch die Gleichung $k' = k n'/n^2$ in Verbindung mit den Gesetzen der Abbildung und Strahlenbegrenzung ist die Lichtwirkung des Bildes auch an jeder

anderen Stelle als der *A.-P.* bzw. der Netzhaut des beobachtenden Auges völlig bestimmt.

Die Strahlung findet mit der in conjugirten Richtungen gemäss dem Quadrate des relativen Brechungsexponenten modificirten Leuchtkraft vom Bilde aus ganz ebenso statt, wie von



(Ph. 350.)

einem nach entsprechendem Gesetze selbständig strahlenden Objecte und ist räumlich durch die im System stattfindende Strahlenbegrenzung genau ebenso beschränkt, wie die eines solchen Objectes durch eine der *A.-P.* nach Grösse und Lage gleiche Oeffnung in einer physischen für Licht undurchlässigen Wand. Vermöge einer Construction, ganz gleichartig derjenigen, durch welche man Kernschatten, Halbschatten und Lichtraum eines leuchtenden Körpers findet, kann man in allen Fällen den ganzen Raum im Bereiche des letzten Mediums in drei von einander getrennte Abschnitte zerfallen¹⁾ (Fig. 350): erstens in einen

¹⁾ Vergl. E. ABBE, Lichtstärke in optischen Instrumenten. Jen. Zeitschr. f. Naturw. u. Med. 6, pag. 263. 1872.

solchen, in welchem alle Punkte des Bildes strahlend wirken, wozu auf alle Fälle die $A.-P.$ $P_1'P_2'$ selbst gehört; zweitens in einen solchen, für welchen ein Theil des Bildes leuchtet, ein anderer unwirksam ist; endlich in einen dritten, für welchen alle Wirkung ausgeschlossen ist, d. h. das ganze Bild durch die undurchsichtige Wand des Diaphragmas verdeckt sind. (In der Figur sind diese Theile durch verschiedene Schraffirung unterschieden.) Der für irgend einen Punkt R wirksame Theil S_1O_2' des Bildes bestimmt sich, wegen der Geradlinigkeit der Strahlen, stets als die Projection der $A.-P.$ von diesem Punkte auf das Licht ausstrahlende Bild, bezw. als der Theil des Bildes, welcher innerhalb dieser Projection gelegen ist. Hierbei ist es gleichgiltig, ob der Punkt R jenseits der $A.-P.$ oder wie R' zwischen ihr und dem Bilde liegt. Im letzteren Falle ist die Projection T_1T_2 eine virtuelle, durch Rückwärtsverlängerung der Strahlen von der $A.-P.$ nach dem Punkte R' hin auszuführende. Ebenso ist es gleichgiltig, ob die $A.-P.$ im Sinne der Lichtbewegung hinter dem Bilde liegt — wie bei Bestimmung der scheinbaren Helligkeit jedenfalls angenommen werden muss — oder vor demselben. Im letzteren Falle — man denke sich z. B., dass in Fig. 350 $O_1'O_2'$ die $A.-P.$ und $P_1'P_2'$ das Bild sei — geht die Strahlung auf einen vor dem Bilde gelegenen Punkt zwar natürlich nicht von diesem, sondern in Wirklichkeit von der $A.-P.$ aus. Die Art, wie wir die Lichtwirkung auf den Punkt R vorher bestimmten, kann aber trotzdem auch hier unverändert festgehalten werden.

Beleuchtungswirkung am Orte des Bildes. Lichtstärke projecirter Bilder. Man kann in solchen Fällen die Wirkung auch direkt als eine von der $A.-P.$ ausgehende bestimmen, indem man auf den pag. 191 abgeleiteten Satz zurückgreift. Nach diesem ist die Beleuchtungswirkung an der Stelle R' von dem für sie wirksamen Theile T_1T_2 des Bildes aus genau dieselbe, wie eine von der $A.-P.$ ausgehende, wenn man jedem Punkte P_1' der letzteren die gleiche Leuchtkraft beilegt, als der auf dem Vektor $P_1'R'$ gelegene Bildpunkt T_1 in der Richtung des Vektors hat. Man kann daher das Gesetz der Lichtwirkung überhaupt auch in folgender Form aussprechen: Es ist die gesammte Strahlung an irgend einem Orte des letzten Mediums in allen Stücken identisch mit einer Strahlung aus der Fläche des Oeffnungsbildes, wofern man dieser jedesmal Punkt für Punkt eine Leuchtkraft beilegt, gleich oder proportional derjenigen welche die ursprüngliche Lichtquelle in dem Theile, dessen Bild sich von jenem Orte aus auf das Bild der Oeffnung projecirt und zwar in der betreffenden Projectionsrichtung besitzt¹⁾.

Diese Form des Gesetzes ist zwar im allgemeinen gegenüber der zuerst entwickelten für die Uebersicht der gesammten Wirkungen weniger bequem. Dagegen ist sie allein anwendbar und zugleich auch besonders einfach in dem speciellen Falle, dass die Lichtwirkung gesucht wird für einen Punkt, der in das Bild der Lichtquelle selbst fällt. Dieses Bild muss hierbei, sofern physisch realisirbare Verhältnisse ins Auge gefasst werden, natürlich ein reelles sein. Für diesen Fall — wie er bei jeder Sammellinse für ihren Focus, ebenso bei gewissen Beleuchtungsapparaten, beim Auge, photographischen Objectiv und Projectionsmikroskop sowie jeder anderen Projection des Bildes auf einen Schirm vorliegt — versagt die zuerst aufgestellte Regel ihren Dienst. Denn es würde dann der wirksame Theil des Bildes und zugleich sein Abstand vom Orte der Wirkung

¹⁾ ABBÉ, l. c., pag. 288. Wir folgen dieser Darstellung im nachstehenden zum Theil wörtlich.

gleich Null. Hingegen stellt sich dieser Fall für die zuletzt ausgesprochene Form des Gesetzes als ein einfacher Grenzfall dar. Denn je näher der Punkt R' an $O_1'O_2'$ rückt, desto kleiner wird der Theil T_1T_2 , desto kleiner also auch der correspondirende Theil der Lichtquelle selbst, von welchem die $A.-P.$ ihre Leuchtkraft entlehnt. Rückt R' schliesslich ganz in das Bild $O_1'O_2'$, so reducirt sich der Raum T_1T_2 auf einen einzigen Punkt, dessen Leuchtkraft folglich für alle Theile des Oeffnungsbildes zugleich maassgebend wird. Man erhält daher für den ins Auge gefassten Fall folgenden einfachen Satz:

Die Lichtwirkung, welche irgend ein optischer Apparat in einem beliebigen Punkte des Bildes einer gegebenen Lichtquelle vermittelt, ist stets äquivalent einer Lichtstrahlung aus der Fläche des Oeffnungsbildes, wenn dieser in allen Theilen die Leuchtkraft des zugehörigen Objektpunktes in der entsprechenden Richtung beigelegt wird — oder eine dieser im Verhältniss des Quadrates des Brechungsexponenten proportionale, falls das letzte Medium vom ersten verschieden ist.

Wir konnten dieses letztere Ergebniss auch unmittelbar aus den Grundgleichungen ableiten, indem wir berücksichtigten, dass die Grösse dL in Gl. (1) und (1a) wegen deren symmetrischer Form ebensogut auch als die Lichtmenge aufgefasst werden kann, welche das Element dQ der Pupille auf das Element dq des Objectes strahlt, wenn ersterem diejenige Leuchtkraft k beigelegt wird, welche dq in der betreffenden Richtung hat. Das gleiche Verhältniss gilt dann auch im Bildmedium. Dieselbe Strahlungswirkung, welche von einem Bildelement in irgend einer Richtung ausgeht, würde nach jenen Gleichungen von dem in dieser Richtung gelegenen Element der $A.-P.$ ausgeübt werden, wenn dasselbe die gleiche Leuchtkraft k' besässe — und dies gilt dann ohne weiteres auch für Orte im Bilde selbst.

Besitzt wieder das Object eine innerhalb der wirksamen Apertur vom Strahlungswinkel unabhängige Leuchtkraft, so ist die Beleuchtungsstärke, welche durch Projection seines Bildes auf einen Schirm in diesem hervorgebracht wird, genau dieselbe, als wenn die $A.-P.$ gleichmässig mit der Intensität des Objectes — oder einer ihr im Verhältniss von $(n'/n)^2$ proportionalen — leuchtete. —

Mit dieser Ergänzung vermag die aufgestellte Theorie über alle Fragen Rechenschaft zu geben, welche sich auf dem Boden der ihr zu Grunde liegenden Voraussetzungen darbieten können. Uebrigens erkennt man, dass alle wesentlichen Ergebnisse dieser Betrachtungen, wenigstens als mehr oder minder zutreffende Näherungen oder mit leicht zu überschauenden Correctionen, auch dann noch in Geltung bleiben, wenn eine oder die andere jener Voraussetzungen im einzelnen Falle nicht vollständig erfüllt ist.

Wie der unvermeidlichen Verminderung der Leuchtkraft in Folge von Reflexionen und Absorptionen durch Einführung eines Verlustfaktors Rechnung getragen werden kann wurde oben schon erwähnt. Was ferner die chromatischen und sphärischen Abweichungen anlangt, so stellten erstere von vornherein kein Hinderniss für die Anwendung der entwickelten Sätze dar; denn diese kann auf die verschiedenen farbigen Bestandtheile des Lichtes einzeln erfolgen und liefert alsdann für jeden ein Resultat der gleichen Art, nur dass die geometrischen Bestimmungsstücke darin — Grösse und Lage der maassgebenden Bilder — von einer Farbe zur anderen um ein wenig variiren. Die Gesamtwirkung lässt sich daher bestimmen durch Summation der Strahleneffekte, welche von den verschiedenen farbigen Bildern, jedes für sich genommen, ausgehen.

Das Auftreten sphärischer Aberrationen, und zwar solcher, welche den homocentrischen Verlauf der Strahlen beeinträchtigen, hebt allerdings den Begriff des optischen Bildes und damit auch die darauf gegründeten Schlüsse streng genommen auf. Daher erlauben die Ergebnisse der vorstehenden Untersuchung die Anwendung ohne weiteres nur in dem Falle, dass die Oeffnungswinkel der wirkenden Strahlenkegel verschwindend klein bleiben, oder es muss, wenn sie eine endliche Grösse besitzen, ausdrücklich die Annahme gemacht werden, die wir anfangs eingeführt haben, dass das optische System für die Orte der beiden maassgebenden Bilder aplanatisch sei. Wie man indess, auch wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, bei der Betrachtung der rein geometrischen Beziehungen den einfachen Begriff des optischen Bildes dennoch festhält, indem man die Abweichungen vom Strahlengang durch Einführung kleiner Zerstreuungskreise für die Bildpunkte in Anschlag bringt, so lassen sich in diesem Falle auch die photometrischen Gesetze in der entwickelten einfachen Form aufrecht erhalten, wofern bei ihrer Anwendung im Einzelnen auf diese Zerstreuungskreise in leicht ersichtlicher Art Bedacht genommen wird. — Aberrationen endlich, welche sich in anderer Art äussern, etwa in einer Krümmung der Bilder oder in ungleichförmiger Vergrösserung, sind für die in Rede stehenden Fragen völlig gleichgültig, da über die Gestalt des Bildes keinerlei Voraussetzung gemacht worden ist.

Wir wollen die Resultate der vorstehenden Betrachtungen nur noch auf einen praktisch wichtigen Fall anwenden: die sogen. Beleuchtungssysteme (Condensoren, Collektoren), welche man im Mikroskop oder bei Projectionsapparaten anwendet. Mit Bezug auf diese folgt aus obigen Sätzen: »dass keine noch so kunstreich erdachte Combination optischer Apparate in Hinsicht auf die Stärke des durch eine Lichtquelle in ihrem eigenen Medium zu erzielenden Beleuchtung jemals mehr leisten kann, als auch ohne alle Zwischenmittel erreichbar ist, wenn man entweder der Lichtquelle von gegebener Beschaffenheit (d. h. gegebener Leuchtkraft) eine beliebig grosse Flächenausdehnung zu geben vermag, oder aber die zur Verfügung stehende Lichtquelle dem Orte der Wirkung beliebig zu nähern im Stande ist. Denn die schliessliche Wirkung aller denkbaren Hilfsapparate reducirt sich immer auf die direkte Strahlung einer Fläche, welche zwar vom Orte der Wirkung aus unter Umständen einen sehr viel grösseren Winkelraum als die Lichtquelle selbst erfüllen kann, die jedoch an keiner Stelle eine höhere Leuchtkraft entwickelt als die Lichtquelle selbst, mindestens in einem ihrer Theile, faktisch besitzt — wenigstens insofern die Wirkung in demselben Medium erfolgt. Ist es daher möglich, die Lichtquelle dem Punkte der Wirkung so weit zu nähern, dass ihr am intensivsten leuchtender Theil unter einem eben so grossen Winkelraum erscheint als bei Anwendung des Beleuchtungssystems, so muss auch ihre Lichtwirkung ohne alle Hilfsapparate die gleiche werden wie mit deren Hilfe; in Wahrheit wird erstere sogar überwiegen um den Betrag der unvermeidlichen Lichtverluste, die wiederholte Spiegelungen und Brechungen nach sich ziehen. Alle Vorrichtungen zur Verstärkung einer Beleuchtung, zur sogen. Lichtconcentration, können daher niemals einen anderen Zweck haben — wenigstens niemals einen andern wirklich erfüllen — als den: mit Hilfe einer gegebenen Lichtquelle von beschränkten Dimensionen oder an einem entfernten Orte dennoch eine solche Wirkung zu erzielen, wie sie direkt nur durch eine sonst gleichartige, aber von anderer Ausdehnung oder in anderer Lage erreichbar

wäre¹⁾. Nur in dem Falle, dass das Licht dem Objekte mittelst der Beleuchtungs-
vorrichtung in einem anderen Medium als Luft zugeführt wird — wie dies z. B.
bei den sogen. Immersionscondensoren der Mikroskope der Fall ist — wird die
Beleuchtung des Objektes bei gleicher Winkelausdehnung der Lichtquelle im Ver-
hältniss von $n^2 : 1$ gesteigert.

3) Die Apertur der Systeme ist endlich noch maassgebend für die Beugungs-
erscheinungen, welche die Abbildung begleiten oder vielmehr, vom Stand-
punkte der Undulationstheorie, deren eigentliches Wesen ausmachen.

Wenn das Objekt selbstleuchtend ist, also jeder Punkt desselben, un-
abhängig von den benachbarten, Centrum einer Wellenbewegung ist, so begrenzt
die *E.-P.* bei nahen Objekten die angulare, bei unendlich entfernten die lineare
Ausdehnung der in das System eintretenden, die *A.-P.* ebenso diejenige der zum
Bilde übergeführten Wellenflächen. Die angulare Oeffnung der letzteren aber
bestimmt die Grösse des Beugungsscheibchens, welches in der dem Objekt
dioptrisch conjugirten Ebene nach den Gesetzen der Diffractionstheorie an Stelle
eines Bildpunktes entsteht. Auf diese Weise wird die Apertur, und zwar wie
eine nähere Betrachtung lehrt, in dem von uns stets benutzten Maasse als Pro-
dukt aus Brechungsexponent des Objektmedium und Sinus des halben
Oeffnungswinkels in diesem Medium, bestimmend für die Feinheit
des »Korns«, welches, auch bei der grössten dioptrischen Vollkommenheit des
Systems, im Bilde stets vorhanden ist. Die Schärfe, in der sich die Conturen
grösserer Objekte abbilden und das Auseinandertreten, die sichtbare Scheidung,
sehr nahe benachbarter Objektelemente hängen also in diesem Falle unmittelbar
und allein von der Apertur des Systems ab.

Wenn das Objekt nicht selbstleuchtend ist sondern von einer an-
deren Lichtquelle be- oder durchleuchtet wird, so findet der oben angedeutete
Abbildungsvorgang nur in Bezug auf diese originäre Lichtquelle statt. Die
Strahlen (Elementarwellen), die das Objekt von jedem Punkt der Lichtquelle
erhält, stehen jedoch in diesem Falle mit einander in einer einfachen Phasen-
verknüpfung, die nur von der Neigung des Objekts gegen die Verbindungslinie
mit der Lichtquelle abhängt und das gleiche ist dann, gemäss der physischen Be-
schaffenheit des Objekts (seiner Absorptions- und Verzögerungswirkung) mit den von
diesem ausgehenden reflektirten oder durchgelassenen Elementarwellen der Fall.
Diese sind nach Richtung, Intensität und Phase anzusehen als der Beugungs-
effekt, den das Objekt jedem Punkt der Lichtquelle gegenüber aus-
übt. Die angulare Ausdehnung des Beugungseffektes wie seine ganze innere Be-
schaffenheit hängen hier in erster Linie von der Natur des in Frage stehenden Ob-
jektes ab. Die Apertur, d. h. die *E.-P.* nach Lage, Grösse und Brechungsexponent
des Objektmediums ist dann bestimmend für den Umfang, in welchem
dies am Objekt gebeugte Licht Zugang zum System und Bilde hat.

Eine nähere Analyse des hier in Frage stehenden Vorgangs zeigt, dass die
Lichtvertheilung in der dem Objekt dioptrisch conjugirten Ebene des Bildraums,
das sogenannte Bild des Objektes, ganz und gar bestimmt ist durch die
geometrische wie physische Beschaffenheit des in das System ein-
gelassenen Theils jener Beugungserscheinung. Ueber den Zusammen-

¹⁾ ABBÉ, I. c., s. auch Beiträge zur Theorie etc. MAX SCHULTZE's Arch. f. mikr. Anat. 9,
pag. 438. 1873, und Ueber einen neuen Beleuchtungsapparat am Mikroskop ibid. pag. 469.

hang zwischen dem, was man in solchen Fällen als Bild des Objektes auffasst, mit diesem selbst und den Bestimmungsstücken (Brennweite und Apertur) des Systems lassen sich dann mehrere Sätze von ziemlicher Allgemeinheit aufstellen, welche durch zahlreiche Erfahrungen als im wesentlichen sicher zutreffend erwiesen sind.

Doch wollen wir den physikalischen Charakter beider Arten von Abbildung, der direkten von selbstleuchtenden und der secundären von beleuchteten Objekten, hier nur erwähnt haben und an späterer Stelle eingehend betrachten.

Für eine Theorie der Strahlenbegrenzung in dem oben festgehaltenen Sinne habe ich nur in den früher bereits genannten Werken von BIOT, MOSSOTTI, FERRARIS und in einigen wenigen Specialabhandlungen, z. B. von LUBIMOFF flüchtige Ansätze und spärliche Beiträge gefunden. Ihre eigentliche Begründung und systematische Durchführung dürfte auf ABBE (in seinen oben citirten Abhandlungen und seinen Universitätsvorlesungen) zurückzuführen sein. S. CZAPSKI.

Die Hauptgattungen der optischen Instrumente.

I. Projectionssysteme.

I. Das Auge.

Trotzdem nicht nur die physikalischen, sondern auch die physiologischen Functionen des Auges von grösster Bedeutung sind für das Verständniss und den richtigen Gebrauch aller anderen optischen Instrumente, können wir hier — dem Plane dieser Darstellung gemäss — selbst auf die ersteren nicht näher eingehen und etwas wie eine »Dioptrik des Auges« liefern, sondern müssen uns auf eine allgemeine Charakteristik seiner Einrichtung und Wirkung und auf die blossе Subsumption dieses optischen Instruments unter das Schema der übrigen beschränken. Bezüglich der gesammten Physiologie des Auges verweisen wir auf deren bekannte und z. Th. klassische Darstellungen¹⁾. Die Dioptrik des Auges ist ausser in diesen noch in einer Reihe besonderer Werke behandelt, von denen wir nachstehend die wichtigsten namhaft machen²⁾.

Das optische System im Auge besteht in der Reihenfolge von aussen nach innen aus a) der Hornhaut (*Cornea*) C (Fig. 351; rechtes Auge; Horizontal-schnitt). Dieselbe bildet den vordersten, stärker gewölbten und durchsichtigen Theil der Sehhaut (*Sclerotica*) S, welche den gesammten Augapfel umschliesst. Sie ist ca. 1 Millim. dick, ellipsoidisch, im Scheitel aber sehr nahezu kugelig.

¹⁾ In erster Linie v. HELMHOLTZ, Handb. d. physiol. Optik. 1. Aufl. 1867. 2. Aufl. im Erscheinen begriffen. (Wir citiren im Folgenden stets nach der Paginirung der 1. Aufl.) Kürzer sind: H. AUBERT's Grundzüge d. physiol. Optik. Leipz. 1876.

²⁾ LISTING, Beitrag zur physiol. Optik. Göttingen 1845. Ders. Mathem. Discussion des Ganges der Lichtstrahlen im Auge. WAGNER's Handwörterb. d. Physiol. 4, pag. 451, 1851. v. ZEHENDER, Anleitung z. Stud. d. Dioptrik d. menschl. Auges. Erlangen 1856. WÜLLNER, Einleitg. i. d. Dioptr. d. Auges. Leipz. 1866. STAMMESHAUS, Darst. d. Dioptr. d. norm. menschl. Auges. Leipzig 1877. L. MATTHIESSEN, Grundr. d. Dioptr. geschichteter Linsensysteme. etc. Leipzig 1877. A. FICK, Art. d. Dioptr. d. Auges in HERMANN's Handb. d. Physiologie. Bd. 3.