Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici, philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis algebraicis, lib. unus

Cardano, Geronimo

Norimbergae [Nürnberg], 1545

XXXVIII. De regula duplici, qua excidunt partes multiplicando ſiduum 16, cuius ℞ 4, adde & minue à 3, dimidio 6, fiunt partes 7, & 1 m: harum quadrata iuncta ſunt 50, & aggregatum eſt 6.

QVÆSTIO V.

Per idem ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 6 duas partes, quarum una in reliquam ducta, producatur m: 40, duc 3, dimidium 6, in ſe, fit 9, adde ad 40, fit 49, huius ℞ quæ eſt 7, adde ad 3, dimidium 6, & minue, habebis 10 p: & 4 m: quæ ducta inuicem, producunt 40 m: & iuncta, faciunt 6, & ita 10, m: & 4 p: producant 40 m: & iuncta, faciunt 6 m: ideo etiam hæc quæſtio, eſt de puro m: & pertinet ad primam regulam.

Cor^{m}. Ex hoc patet, quod ſi quis dicat, fac de 6 duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producatur 40, quæſtio eſt de m: ſophiſtico, & pertinet ad ſecundam regulam. Et ſi dicat, fac de 6 duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem producatur 40 m: uel ex 6 m: fiant duæ partes producentes m: 40, utroq; modo erit quæſtio de m: puro, & pertinebit ad primam regulam, & tales partes erunt quæ dictę ſunt, & ſi dicat, quod ex 6 m: fiant duæ partes, quarum ꝓductum ſit 40 p: quæſtio erit de m: ſophiſtico, & pertinebit ad ſecundam regulam, & erunt partes m: 3 p: ℞ m: 15, & m: 3 m: ℞ m: 15.

REGVLA III.

Poſſumus uero uenari genus m: aliud, quod neq; eſt purum m: neq; ℞ m: ſed res omnino falſa, & cõponitur hæc regula quaſi ex ambobus, & dabo huius unum exemplum, quod eſt hoc.

QVÆSTIO VI.

Inuenias tres numeros proportionales, quorum ℞ primi detracta à primo, faciat ſecundum, & ℞ ſecundi, detracta à ſecundo, faciat tertium. Ponemus igitur primum, 1 quadratũ, & ſecundus erit 1 q̃d. m: 1 poſitione, & tertius erit 1 q̃d. m: 1 poſitione m: ℞ v: 1 quadrati m: 1 poſitione, duc primum in tertium, & ſecundum in ſe, habebis quantitates ipſas, operando ut uides, & productum primi in tertium, eſt m: $\frac{1}{16}$ p: ℞ $\frac{1}{64}$, quod eſt $\frac{1}{8}$ m: $\frac{1}{16}$, & tantum fit ducto ſecundo numero in ſe.

| $\frac{1}{4}$ | m: $\frac{1}{4}$ | m: $\frac{1}{4}$ m: ℞ m: $\frac{1}{4}$ |

Quomodo excidant partes & denominationes multiplicando. Cap. XXXVIII.

REGVLA I.

Etſi hoc & generale ſit, & abunde in libro quarto & quinto demonſtratum, nihilominus denuo ad facilitatem & utilitatem repetendum erit, fit autem hoc duobus modis, totidemq;

tidemq; regulis indigemus, quarum prima particularis est, & inuenta causa capitulorum illorum, quæ postmodum Geometrica ratione, in quatuor denominationibus superius à nobis sunt demonstrata, nũc inuentis illis, eius utilitas magna ex parte extincta est, docebimus tamẽ eam ob artis locupletationem, & ingenij eius admirationem, cum etiam ad alia utilis sit, ad quæ transferri commode potest, quanq; nullo usui generali possit cõuenire. Igitur eius regula hęc est, Vel uis numeros differentes, quorum quadratum unius, cũ cubo alterius faciant iuncti, numerũ, tunc diuides differentiam illam in duas partes, quarum triplum quadrati unius, sit æquale duplo alterius, per positionem, inde inuentis partibus, pones rem, p: parte, cuius sumitur triplum quadrati, pro parte cubanda, & partem quadrandam, rem m: parte, cuius sumitur duplum, inde peracta operatione, peruenies ad cubum, ac quadrata æqualia numero, excidentibus rebus.

Qvæstio I.

Exemplum. Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 8, & cubus unius, cum alterius q̄drato iunctus, faciat 100, fac p° per positionẽ duas partes, quarũ triplum q̄drati unius, sit ęq̄le duplo alterius, quas inuenies esse, 2 & 6, nam triplum 4, q̄drati 2, est 12, quod est duplum 6 residui, igitur pones partem cubandã positionẽ p: 2, & q̄drandam positionem m: 6, iunge cubũ 1 positionis, p: 2, cum q̄drato 1 positiõis m: 6, habes 1 cub. p: 7 q̄dratis p: 44, æq̄lia 100, igitur 1 cub. p: 7 q̄dratis, æq̄tur 56, & rei æstimatio, erit ℞ v: cubica $15\frac{8}{27}$ p: ℞ $72\frac{16}{27}$ p: ℞ v: cubica $15\frac{8}{27}$ m: ℞ $72\frac{16}{27}$ m: $2\frac{1}{3}$, & quia partes fuerũt, res p: 2, & res m: 6, ideo huic adde 2, & minue 6, habebis partes, ut uides à latere. Est aũt manifestum, quod una illarum est m: purum, & si uoluisses ut essent ambę p: oportuisset ponere, quòd cubus & q̄dratum talium numerorum æquarentur numero maiori, ut puta 1000, loco 100.

pos. p: 2
pos. m: 6
cub. p: 12 pos. p: 6 q̄d. p: 8
m: 12 pos. p: 1 q̄d. p: 36
cub. p: 7 q̄d. p: 44
æqualis 100

℞ v: cub. $15\frac{8}{27}$ p: ℞ $72\frac{16}{27}$ p: ℞ v: cub. $15\frac{8}{27}$ m: ℞ $72\frac{16}{27}$ m: $\frac{1}{3}$
℞ v: cub. $15\frac{8}{27}$ p: ℞ $72\frac{16}{27}$ p: ℞ v: cub. $15\frac{8}{27}$ m: ℞ $72\frac{16}{27}$ m: $8\frac{1}{3}$

Et eodem modo facies, si uolueris, quod numerorum differentiũ in aliquo numero, cubus & quadratum differant in assignato numero, eadem regula inuenies partes differentiæ, quibus inuentis, pones econtra, scilicet positionem m: numero, cuius sumitur triplum q̄drati, & positionem p: numero, cuius sumitur duplum, inde sequeris operationem, ut in exemplo.

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorũ differẽtia sit 8, & differẽtia cubi unius, à q̃drato alterius, sit 100, facies ex 8 duas partes, ut dictũ est, & erũt 2, & 6, pones igitr̃ rem m: 2, & rẽ p: 6, cuba rem m: 2, & q̃drata rem p: 6, & sume differentiam habebis cubũ m: 7 quadratis m: 44, æqualem 100, quare cubus æquabitur 7 quadratis p: 144, & rei æstimatio erit ℞ v: cubica $84\frac{19}{27}$ p: ℞ $7013\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cubica $84\frac{19}{27}$ m: ℞ $7013\frac{1}{3}$ p: $2\frac{1}{3}$, & quia nos posuimus partes, rem m: 2, & rem p: 6, erũt numeri quæsiti, ut uides.

pos. m: 2
pos. p: 6
cub. p: 12 pos. m: 6 q̃d. m: 8
p: 12 pos. p: 1 q̃d. p: 36
cub. m: 7 q̃d. m: 44
æqualis 100

Et similiter, si dicat, duas fac partes ex aliquo numero, quorum quadratum unius, cum cubo alterius iunctum, faciat aliquem numerum, facies enim duas partes ex numero diuidendo, ut supra, quarum uni, scilicet cuius sumitur triplum quadrati, addes rem, alteri cuius sumitur duplum ipsius, detrahes rem, inde perficies operationem, ut in exemplo.

℞ v: cu. $84\frac{19}{27}$ p: ℞ $7013\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cu. $84\frac{19}{27}$ m: ℞ $7013\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{3}$
℞ v: cu. $84\frac{19}{27}$ p: ℞ $7013\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cu. $84\frac{19}{27}$ m: ℞ $7013\frac{1}{3}$ p: $8\frac{1}{3}$

QVÆSTIO III.

Fac ex 8 duas partes, quarum cubus unius, cum quadrato alterius, faciat 400, facies ex 8 duas partes, ut prius, quæ erunt 6 & 2, & pones 2 p: re, & 6 m: re, duces 2 p: 1 positione ad cubum, & 6 m: 1 positione ad quadratum, habebis iungendo 1 cub. p: 7 quadratis p: 44, æqualia 400; igitur 1 cub. p: 7 quadratis, æquatur 356, quare rei æstimatio, est ℞ v: cubica $165\frac{8}{27}$ p: ℞ $27161\frac{13}{27}$ p: ℞ v: cubica $165\frac{8}{27}$ m: ℞ $27161\frac{13}{27}$ m: $2\frac{1}{3}$, quare cum partes sint 2 p: 1 positione, & 6 m: 1 positione, ipsæ erunt quales uides, $8\frac{1}{3}$ m: ℞ v: cubica $165\frac{8}{27}$ p: ℞ $27161\frac{13}{27}$ m: ℞ v: cubica $165\frac{8}{27}$ m: ℞ $27161\frac{13}{27}$ ℞ v: cubica $165\frac{8}{27}$ p: ℞ $27161\frac{13}{27}$ p: ℞ v: cubica $165\frac{8}{27}$ m: ℞ $27161\frac{13}{27}$ m: $\frac{1}{3}$.

2 p: 1 pos.
6 m: 1 pos.
8 p: 6 q̃d. p: 12 pos. p: 1 cub.
36 p: 1 q̃d. m: 12 pos.
44 p: 7 q̃d. p: 1 cub.
æqualia 400
1 cub. p: 7 q̃d. æqual. 356

Et si dicat de diuisione numeri assignati, in duas partes, quarum differentia cubi unius à quadrato alterius, sit numero dato æqualis, tunc semper pones $\frac{1}{3}$ p: 1 positione, pro parte quæ cubari debet, & residuum numeri diuidendi, detracto $\frac{1}{3}$ m: 1 positione, pro numero in

se

ſe ducendo, inde facta detractione, habebis cubum & res æquales numero, quare erit cognita utraq; pars confeſtim.

Quæstio IIII.

Exemplum, Diuide 8 in duas partes, quarum cubus unius, excedat quadratum alterius, in 10. Ponemus itaq; partem primam $\frac{1}{3}$, & ſecundam $7\frac{2}{3}$, & addemus ad $\frac{1}{3}$, rem, & fiet $\frac{1}{3}$ p: 1 poſitione, & minuemus rem ex $7\frac{2}{3}$, & fiet $7\frac{2}{3}$ m: re, inde ſequemur operationem, & habebimus pro cubo, $\frac{1}{3}$ p: 1 poſitione, hoc, 1 cubo p: 1 quadrato p: $\frac{1}{3}$ poſitionis p: $\frac{1}{27}$, & pro quadrato, 1 quad. m: $15\frac{1}{3}$ poſitionibus p: $58\frac{7}{9}$, horum differentia erit 1 cubus p: $15\frac{2}{3}$ poſitionib9 m: $58\frac{20}{27}$ & hoc æquatur 10, igitur cubus & $15\frac{2}{3}$ poſitiones, æquatur $68\frac{20}{27}$, & rei æſtimatio cognita eſt, cui addemus $\frac{1}{3}$ pro prima parte, & minuemus eam à $7\frac{2}{3}$, pro ſecunda parte, & ſi uoluiſſemus, quod quadratum ſuperaſſet cubum, detraxiſſemus 10 numerum æquationis, ex $58\frac{20}{27}$, & haberemus 1 cubū p: $15\frac{2}{3}$ poſitionibus, ęqualem $48\frac{20}{27}$, & modi huius primę regulę ſunt innumerabiles, & ſunt quaſi pars regulæ de modo.

$\frac{1}{3}$ p: 1 poſ.
$7\frac{2}{3}$ m: 1 poſ.
$\frac{1}{27}$ p: $\frac{1}{3}$ poſ. p: 1 q̃d. p: 1 cu.
$58\frac{7}{9}$ m: $15\frac{1}{3}$ poſ. p: 1 q̃d.
$58\frac{20}{27}$ | $15\frac{2}{3}$ poſ. p: 1 cub.

Regula II.

Verum alia regula quæ multum apud nos in uſu eſt, & facilior, talis eſt, & etiam exemplis ut reliquæ facilius explicabitur.

Quæstio V.

Fac igitur ex 8 duas partes, quarum aſſumptis quadratis ſimul, item cubis ſimul, ductoq; uno aggregato per alterum, fiat numerus perfectus, poſſem dicere, quod faceret etiam numerum terminatum, ut 10000, uel alium, datur etiam maximus quem poteſt producere, & eſt 32768, & producitur ex cubo totius, in quadratum totius, datur etiam minimus quo minorem producere non poteſt, & eſt 4096. Videndum eſt igitur primo, an inter hos duos numeros, cadat numerus perfectus, & eſt 8128, qui ſi non caderet, eſſet quæſtio impoſsibilis, pone igitur unam partem 4 m: 1 poſitione, aliam 4 p: 1 poſitione, & fient quadrata, 16 p: 8 poſitionibus p: 1 quadrato, & 16 m: 8 poſitionibus p: 1 quadrato, quę iuncta erunt 32 p: 2 quadratis, excidentibus rebus, cubi etiam erunt, 64 p: 12 quadratis p: 48 poſitionibus p: 1 cubo, & 64 p: 12 q̃dratis m: 48 poſitionibus m: 1 cubo, qui iuncti, ſunt 128 p: 24 quadratis, quare ducemus 32 p: 2 quadratis, in 128 p: 24 quadratis, & fient 4096 p: 1024 quadratis p: 48 q̃d'q̃dratis, & hæc ſunt æqualia 8128, igitur habebimus, facta detractione & diuiſione,

1 q̃d'q̃d^{m}

1 q̃d'q̃dratum p: 21 $\frac{1}{3}$ q̃dratis, æqualia 84, quare res est R̸ v: R̸ 197 $\frac{7}{9}$ m: 10 $\frac{2}{3}$, partes igitur sunt 4 p: dicta radice & 4 m: dicta radice.

QVÆSTIO VI.

Fac de 10 duas partes, quarum radices quadratæ cubicatæ faciãt 26, pone quod tales R̸ sint 1 positio, fac ex 1 positione duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10, eo quòd radices talium partium debent aggregare 1 positionem, ex regulis igitur sexti libri, uel ex Euclide, habebis partes, ut uides, id est, $\frac{1}{2}$ positionem p: R̸ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ positionis m: R̸ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ quadrati, istæ reducendæ sunt ad cubum, & quia in cubando Binomium, oportet ducere

$\frac{1}{2}$ pos. p: R̸ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ q̃d.
$\frac{1}{2}$ pos. m: R̸ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ q̃d.

quamlibet partium in se, & triplare, & addere quadrato alterius partis, & productum ducere in illam alteram partem, ideo cum talia producta assimilentur, & sint æqualia, & unum sit p: aliud m: quando duceremus triplum quadrati primæ partis cum quadrato secundæ in secundam, ideo sufficiet ducere, triplum quadrati secundæ partis, quod est 15 m: $\frac{3}{4}$ quadrati cum quadrato primæ partis, quod est $\frac{1}{4}$ quadrati, & fiet totum 15 m: $\frac{1}{2}$ quadrati, in primam partem quę est $\frac{1}{2}$ positio, sed quia hæc operatio geminanda est, propter duas partes, habebimus multiplicationem 15 m: $\frac{1}{2}$ quadrati, in 1 positionem, quæ est duplum $\frac{1}{2}$ positionis primæ partis, igitur tandem producentur 15 positiones m: $\frac{1}{2}$ cubi, æqualis 26, quare 1 cubus p: 52, æquabitur 30 positionibus, & rei æstimatio erit ex capitulo suo, R̸ 27 m: 1, inde habebis partes, ut uides, & in uerificatione operationis, multo magis hac regula indiges ad facilitatem, uerum de hoc diximus in tertio libro suo loco.

R̸ 6 $\frac{3}{4}$ m: $\frac{1}{2}$ p: R̸ v: R̸ 6 $\frac{3}{4}$ m: 2
R̸ 6 $\frac{3}{4}$ m: $\frac{1}{2}$ m: R̸ v: R̸ 6 $\frac{3}{4}$ m: 2

QVÆSTIO VII.

Et ad hanc reducitur quæstio illa, quidam emit Croci lib. 1. Cinamoni lib. 2. Piperis lib. 5, precijs proportionalibus, sic, ut se habuit precium totius piperis, ad precium cinamomi, sic precium cinamomi, ad precium croci, ita quòd precium croci fuit minimum, & piperis maximum, & cinamomi medium, & hæc tria precia, iuncta simul, fuerunt 6 aurei. Denuo sub eisdem precijs emit croci lib. 30, cinamomi lib. 50, piperis lib. 40, aureis 100, quæritur singulorum precia. Hæc quęstio, à fratre Luca posita est, sed in numeris ꝓportionalibus, nam sic existimat eam admodum difficilem, sed non est, nam cum precia hæc, 5 librarum piperis, & 2 cinamomi, & 1 croci sint proportionalia, ipsa manebunt etiam proportionalia, in suis aggregatis, diuidemus

mus igitur 30 lib. croci per 1, & est secunda quantitas per primam, & ita 50 cinamomi per 2, & 40 piperis per 5, & exibunt numeri in margine, id

Crocus	Cinamomũ	Piper	Aurei
30	50	40	100
1	2	5	6
30	25	8	100

est 30, pro croco, 25 pro cinamomo, & 8 pro pipere, manifestum est igitur quod hi sunt numeri trium quantitatum ꝓportionalium, quæ sunt precia 1 lib. croci, 2 cinamomi, & 5 piperis, & quod prima quantitas seu precium, sumptum 30 uicibus, & secundum 25 uicibus, & tertium 8 uicibus, faciunt 100 aureos, at uero istæ quantitates, ut dictũ est, sunt 6 aurei, simpliciter sumptæ, fac igitur ex 6 tres quantitates proportionales, quarum prima ducta per 30, secunda per 25, tertia per 8, faciant 100. Ponemus igitur, mediam 2 positiones, relinquentur reliquæ, 3 m: 1 positione p: ℞ v: 9 m: 3 quadratis m: 6 positionibus, & 3 m: 1 positione m: ℞ v: 9 m: 3 quadratis m: 6 positionibus, ducendæ igitur sunt singulæ per suos numeros, quia igitur primę partes Binomiorum sunt æquales, & ambæ p: tantum erit ducere eas per 30, & per 8, quantum per 38, & similiter, quia radicũ uniuersalium una est m: ducenda per 30, alia p: ducenda per 8, tantum erit, cum sint æquales, quantum, si ducant̃ per 22, differentiam 30 & 8, & producentur partes,

3 m: 1 pos. p: ℞ v: 9 m: 3 q̄d. m: 6 pos.
8

3 m: 1 pos. m: ℞ v: 9 m: 3 q̄d. m: 6 pos.
30

2 pos. —— 25 —— 50 pos.

p: 3 m: 1 pos. | m: ℞ v: 9 m: 3 q̄d m: 6 pos.
38 | 22

114 m: 38 pos. | m: ℞ v: 4356 m: ℞ 1452 quad. m: 2904 pos.

114 m: 38 pos.
50 pos.
m: ℞ v: 4356 m: 1452 q̄d. m: 2904 pos. æqualia 100

quas uides à latere, & ipsæ erunt æquales 100, iunge & detrahe similia, habebis 14 p: 12 positionibus, æqualia ℞ v: illi, quæ est m: & ideo quadratum quadrato, id est 196 p: 336 positionibus p: 144 quadratis, æqualia 4356 m: 1452 quadratis m: 2904 positionibus, æq̄lia partes, habebis 4160 æqualia 1596 quadratis p: 3240 positionibus, quare 1 q̄d. p: $2\frac{4}{133}$, æq̄tur $2\frac{242}{399}$, est igit̃ rei æstimatio ℞ $3\frac{4494602}{7057911}$ m: $1\frac{2}{133}$, precium igitur unius libræ croci, est aurei $4\frac{2}{133}$ m: ℞ $3\frac{4494602}{7057911}$, & precium duarũ librarum cinamomi, est ℞ $14\frac{3862586}{7057911}$ m: $2\frac{4}{133}$, & precium quinq; librarũ piperis, est ℞ $3\frac{4494602}{7057911}$ p: $1\frac{131}{133}$, ſi igitur diuiſeris hæc precia proportionalia, per ſuarum librarum numerum, referendo ſingula ſingulis, primum per 1, ſecundum per 2, tertium per 5, habebis precia librarum ſingularum, uniuſcuiuſq; generis, & ſi duxeris ea per duos numeros, in ſecunda emptione, precium croci per 30, cinamomi per 50, piperis per 40, habebis quãtum pecuniarum ſingulis impenderit.

QVÆSTIO VIII.

Eodem modo ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 14 tres partes proportionales, quarum maior ducta per 2, media per 3, minor per 4, producta hæc iuncta, faciant 36, peruenies enim per modum ſuperioris, ad 1 q̄dratum p: $9\frac{1}{3}$ poſitionibus, æqualia $53\frac{1}{3}$, quare res eſt ℞ $75\frac{1}{9}$ m: $4\frac{2}{3}$, & eſt 4, media quantitas, poſita media quantitate 1 poſitione, non ut in priore, 2 poſitionibus.

QVÆSTIO IX.

Diuide 14 in tres partes proportionales, ut ducta prima per 2, ſecunda per 3, talia producta æquētur tertiæ multiplicatæ per 7. Pones ſecundam, eſſe 2 poſitiones, reliquæ erunt ut uides, ducta ſecunda per 3, fiunt 6 poſitiones, modo prima habet multiplicari p 2, & tertia per 7, & habent detrahi,

2^a	2 poſ.
p^a	7 m: 1 poſ. p: ℞ v: 49 m: 14 poſ. m: 3 q̄d.
3^a	7 m: 1 poſ. m: ℞ v: 49 m: 14 poſ. m: 3 q̄d.

igitur cum ambæ partes ſint ſimiles, & prima in ambabus ſit p: & ſecunda in prima ſit p: in tertia m: ideo primam partem ſufficit multiplicare p differentiam 7 & 2, quæ eſt 5, & producentur pro tertia parte, 35 m: 5 poſitionibus, quibus demptis 6 poſitionibus producto ſecundæ partis, habebimus 35 m: 11 poſitionibus, pro differentia tertij & ſecundi producti, primum autem producetur, ducto 9 aggregato primi & tertij, in radicem uniuerſalem, & fit ℞ v: 3969 m: 1134 poſitionibus m: 243 quadratis, hæc igitur æquatur 35 m: 11 poſitionibus, quare quadratum quadrato, igitur 1225 m: 770 poſitionibus p: 121 quadratis, æquantur 3969 m: 1134 poſitionibus m: 243 quadratis, æqua partes, habebis 2744 ęqualia 364 poſitionibus p: 364 quadratis, quare 1 q̄d. p: una poſitione æquantur $7\frac{7}{13}$, quare rei æſtimatio eſt cognita, et eius duplum eſt pars ſecunda, ſcilicet ℞ $31\frac{2}{3}$ m: 1.

QVÆSTIO X.

Fac de 8 tres partes proportionales, ut aggregatum quadratorū primæ & ſecundæ, triplum ſit quadrato ſecundæ, pones quantitatem mediam 2 poſitiones, eius quadratum eſt 4 quadrata, cuius triplum eſt aggregatum quadratorum primæ & tertiæ, eſt autem prima 4 m: 1 poſi-

1 positione p: R v: 16 m: 8 positionibus m: 3 quadratis, & tertia est 4 m: 1 positione m: R v: 16 m: 8 positionibus m: 3 quadratis, deducendo igitur hæc ad quadrata, uides quod oportet multiplicare R v: in se semel, & partẽ primã in se semel, & omnia sunt p: quare sufficiet talia producta duplicare, deinde oporteret ducere R v: in primã partem bis, quare cum in una ꝑducatur p: in alia m: suppositis, partibus æqualibus, nihil producet, igitur habebimus aggregatum quadratorum 64 m: 32 positionibus m: 4 q̃dratis, & hoc est ęquale 12 quadratis, triplo quadrati secundæ, igitur 1 q̃dratum p: 2 positionibus ęquatur 4, & res est R 5 m: 1, & duplum eius, est quantitas media scilicet R 20 m: 2, & reliquæ, ut uides, quadratum secundæ est 24 m: R 320, quadrata autem primæ & tertiæ, 72 m: R 2880 probata est. Sed si diceret, quod quadrata primæ & tertiæ, tripla essent quadratis secundæ & tertiæ, tunc difficulter per hanc regulam soluitur, uerum facilius longe, per primam regulam 39[a] capituli, ponendo quantitates 1, 1 positio, & 1 quadratum, habebis 1 q̃d' q̃dratum p: triplum de 1 quadrato p: 1, quare res nota est.

4 m: 1 pos.	p: R v: 16 m: 8 pos. m: 3 q̃d.
4 m: 1 pos.	p: R v: 16 m: 8 pos. m: 3 q̃d.
4 m: 1 pos.	m: R v: 16 m: 8 pos. m: 3 q̃d.
4 m: 1 pos.	m: R v: 16 m: 8 pos. m: 3 q̃d.
32 m: 16 pos. p: 2 q̃d.	p: 32 m: 16 pos. m: 6 q̃d.

p[a]	5 m: R 5 p: R v: 6 m: R 20
3[a]	5 m: R 5 m: R v: 6 m: R 20

Quæstio xi.

Si dicas, fac ex 8 duas partes, quæ uicissim diuisæ per alterius quadratum, producant iuncta prouenientia 10, pones partes 4 p: 1 positione & 4 m: 1 positione, & per hanc regulam, peruenies ad capitulum deriuatiuum, q̃d' q̃drati & q̃drati & numeri, & est facilis.

Quæstio xii.

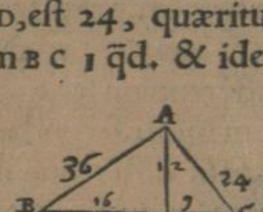
Inuenias quatuor numeros continue proportionales, quorum aggregatum, primi secundi & quarti, sit 15, & aggregatum primi & tertij & quarti sit 17, tunc dices, igitur cum hęc aggregata differant, per differentiam secundæ & tertiæ, igitur tertia est 2 p: quàm secunda, ponam igitur secundam, 1 positionem m: 1, & tertiam 1 positionem p: 1 nam sic differentia illarum erit 2, relinquetur igitur aggregatum primæ & quartæ 16 m: 1 positione, duc secundam in tertiam, fit 1 q̃d. m: 1, fac ex 16 m: 1 positione duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producantur 1 quadratũ m: 1, & erunt partes ut uides, quia igitur ꝓportio quartæ ad tertiam, est ut secundæ ad primam, ex constituo, quia ꝓductum secundæ in tertiã, æquale est pro

8 m: $\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: 65 m: 8 pos. m: $\frac{3}{4}$ q̄d.	4ª
8 m: $\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: 65 m: 8 pos. m: $\frac{3}{4}$ q̄d.	pª
1 pos. p: 1	3ª
1 pos. m: 1	2ª
2 cub. p: 6 pos.	

ducto primæ in quartam, sufficiet ad demonstrandum, quòd sint continue proportionales, quod cubi secundæ & tertiæ iuncti æquales sint, productis quantitatum quartæ & primæ, in sua quadrata mutuo, at tales cubi, fiunt solum ex multiplicatione tripli quadrati secundæ partis, cum quadrato primæ, in ipsam primam, eo quod reliqua multiplicatio tripli quadrati primæ partis, cum quadrato secundæ in ipsam secundam, excidit, eo quod in una est p: in alia m: igitur habemus cubos iunctos, 2 cub. p: 6 positionibus, & tantum debet fieri ex multiplicatione quadratorum primæ & quartæ quantitatis, in ipsas quantitates uicissim, hoc aũt ut demonstratum est, æquale est ductui unius quantitatis in alteram, multiplicato in aggregatum ipsarum quantitatum, ex dictis in sexto libro, duc igitur quantitates inuicem, & quia ℞ v: sunt similes, multiplicatio in crucem nulla erit, quare sufficiet quadrare utramq; partem, & minuere unam ab altera, quia m: in p: facit m: producentur igitur à partibus similibus 1 q̄d. m: 1, aggregatum etiam radicum est 16 m: 1 positio, eo quod ℞ v: excidunt, igitur productum erit 16 q̄drata m: 1 cubo p: 1 positione m: 16, & hoc æquatur 2 cubis p: 6 positionibus, igitur 3 cubi p: 5 positionibus p: 16, æquantur 16 quadratis, quare res est in capitulo, uides autem quoniam inextricabilis quæstio ad magnam reducitur facilitatem, & posset reduci ad regulam de modo, nam ubi differentia est 2, semper 3 cubi p: 5 positionibus, p: numero medio inter duo aggregata per æquidistantiam, ęquantur totidem quadratis, quotus est numerus.

Quæstio XIII.

Est trigonus A B C orthogonius, & eius perpendicularis ad basim A D, cuius latus A B, cum B D, est 36, & A C cum C D, est 24, quæritur area, pone B C 1 positionem, erit igitur quadratum B C 1 q̄d. & ideo cum A B & B D, sint 36, & rursus A C & C D, 24, erunt omnia latera trigoni 60, quare A B & B C, erunt 60 m: 1 positione, oportet igitur ex A B & A C, facere duas partes, quarum quadrata iuncta sint æqualia quadrato B C, secundum doctrinam 47ᵉ primi elemen. Euclidis, quare ex regulis sexti libri nostri, diuide 60



de 60 m: 1 positione per æqualia, fit 30 m: $\frac{1}{2}$ positiones, duc in se, fit 900 m: 30 positionibus p: $\frac{1}{4}$ quadrati, detrahe ex dimidio quadrati B C, relinquitur $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, cuius ℞, addita & detracta, à dimidio aggregati A B & A C, ostendit partes, est igitur A B 30 m: $\frac{1}{2}$ positionis p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, & A C 30 m: $\frac{1}{2}$ positionis m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, quare si detrahatur A B ex aggregato A B & B D, relinquetur B D 6 p: $\frac{1}{2}$ positionis m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, & similiter, detracta A C, ex aggregato A C & C D, relinquitur C D, $\frac{1}{2}$ positionis m: 6 p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, est autem manifestum ex demonstratione 47ᵉ, primi elementorum Euclid. quod differentia quadrati A B, à quadrato A C, æqualis est differentiæ quadrati B D, â quadrato C D, differentia autem duarum quantitatum, est semper in partibus dissimilibus, nam quæ similes sunt, nullam producunt differentiam, quare cum quadrata partium constent ex nouem multiplicationibus, quarum tres sunt quadrata partium, erunt illæ tres omnino similes, comparando A B ad A C, & B D ad C D, & similiter multiplicationes duæ 30 in $\frac{1}{2}$ positionis, sunt communes A B & A C, cum utræque producant m: & ita in B D & C D, communes sunt multiplicationes, 6 in ℞ v: nam utrinque prouenit idem m: differentia igitur A B & A C, ex parte A B, est multiplicatio 30 in ℞ v: & ex parte A C, multiplicatio $\frac{1}{2}$ positionis in ℞ v: quare differentia quadratorum A B, & A C, est illud quorum ℞ v: 225 quadratorũ p: 27000 positionibus m: 810000, excedit ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d'q̄drati p: 7 $\frac{1}{2}$ cubis m: 225 quadratis, eadem est ratione differentia B D & C D quadratorum, est qua 3 positiones excedunt ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d'q̄drati p: 7 $\frac{1}{2}$ cubis m: 225 quadratis, oportuisset aũt com-

A B 30 m: $\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
A C 30 m: $\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
B D $\frac{1}{2}$ pos. p: 6 m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
C D $\frac{1}{2}$ pos. m: 6 p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900

pars q̄d. A B dissim. ℞ v: 225 q̄d. p: 27000 pos. m: 810000
pars q̄d. A C dissim. ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d'q̄d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̄d.
pars q̄d. B D 3 pos. 0
pars q̄d. C D ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d'q̄d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̄d.

plendo operationem, omnia quadruplicare, sed hoc uitauimus, quia si q̄druplum est æquale q̄druplo, igitur & simplum simplo, hæ igitur differentiæ ęquales supponuntur, & radices v: etiam sunt idẽ, igi-

igitur ex cõmuni ſententia, 3 poſitiones æquantur illi ℞ v: primæ, id eſt, ℞ v: 225 quadratorum p: 27000 poſitionibus m: 810000, igitur 216 quadrata p: 27000 poſitionibus æquantur 810000, & 1 q̃d. p: 125 poſitionibus, æquabit 3750, & res erit ℞ 7656 $\frac{1}{4}$ m: 62 $\frac{1}{2}$, quod eſt 25, & tanta fuit B C, unde habes alias.

QVÆSTIO XIIII.

Rurſus diſponatur trigonus A B C, orthogonius, cum perpendiculari A D, & ſint A B cum C D 29, & A C cum B D 31, quęritur area, ponemus B C poſitionem, & erunt rurſus A B & A C eadem, ut in ſuperiore quæſtione, ſed caue, ne maius latus ponas ex parte maioris numeri, ut in priori, detrahe igitur A B ex 29, & A C, ex 31, & habebis quantitates, ut uides, differentia igitur quadratorum A B & A C, æqualis eſt differentiæ quadratorum B D & C D, eſt autem differentia quadratorum A B & A C, ut prius, at differentia quadratorum B D & C D, eſt ut uides, ſumpta eodem modo ut in priori quæſtione, ſed eſt ſuperatio abſoluta, non autem mutua, ut in priori quæſtione, quia igitur quadratum A B, excedit quadratum A C in differentia quadrati B D, ad quadratum C D, erit differentia quadratorum B D & C D, addita quadrato A C conſtituens quadratum A B, quare ℞ v: 225 quadratorum p: 27000 poſitionibus m: 810000, æquabitur $\frac{1}{2}$ poſitionis p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̃d' q̃drati p: 30 cubis m: 900 quadratis, nam hæc ℞ v: eſt aggregatũ ex ℞ v: differentiæ q̃dratorum B D & C D, & partis quadrati A C, in qua ſuperat quadratum A B, quare ducendo partes in ſe, habebimus 675 $\frac{1}{4}$ quadrata p: 27000 poſitionibus m: $\frac{1}{4}$ q̃d' q̃drati m: 30 cubis m: 810000, æqualia ℞ v: 225 q̃d' q̃dratorum p: 27000 cubis m: 810000 quadratis, & cum duxeris partes in ſe, peruenies ad rem, quę non ha-

A B 30 m: $\frac{1}{2}$ poſ. p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̃d. p: 30 poſ. m: 900
A C 30 m: $\frac{1}{2}$ poſ. m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̃d. p: 30 poſ. m: 900
B D $\frac{1}{2}$ poſ. p: 1 p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̃d. p: 30 poſ. m: 900
C D $\frac{1}{2}$ poſ. m: 1 m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̃d. p: 30 poſ. m: 900

pars q̃d. A B diſsim. ℞ v: 225 q̃d. p: 27000 poſ. m: 810000
pars q̃d. A C diſsim. ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d' q̃d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̃d.
pars q̃d. B D qua ſuperat quadratum C D eſt $\frac{1}{2}$ poſ. p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̃d' q̃d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̃d.

bent æſtimationem, & ideo ſoluenda eſt regula particulari. Volui tamen, ut intelligeres facilitatem operandi in hoc, & quæſtionem ualde difficilem, niſi Geometrico auxilio diſſoluatur, manifeſtum eſt enim

quòd

quòd B C est 25, ut in priore quæstione, uerum generalis debet esse solutio, latera igitur trigoni B C 25, A B 20, A C 15, A D 12, B D 16, C D 9, area igitur eius est 150.

De regula qua pluribus positionibus inuenimus ignotam quantitatem. Caput XXXIX.

REGVLA I.

HÆc regula similis est regulæ de medio, est autem talis, Cōstitue quantitates totidem in denominationibus liberis, quotus est numerus quęrendarum, inde inuenies proportionem, qua inuenta, denuo pones res sub numero quantitatum inuentarū, utq́ propositum est, perfice operationem, & habebis æquationem, qua habita, habebis rei æstimationem.

QVÆSTIO I.

Exemplum. Inuenias tres numeros proportionales, quorum quadratum primi sit æquale secundo & tertio, & quadratum tertij sit æquale quadratis primi & secundi, quia igitur quadratum tertij æquale est quadratis secundi & primi, ipsum sit 1 q̄d q̄dratum, æquale 1 q̄drato p: 1, quare res, seu proportio, est ℞ v ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, igitur ponemus res 1, & ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, quadratum igitur primæ quantitatis, quod est 1 quadratum, æquatur secundæ & tertiæ, scilicet totidem rebus, igitur rei æstimatio, est aggregatum ex secunda & tertia, quia diuidere aliquid per unitatem, qui est numerus quadratorum, est non diuidere, igitur rei æstimatio est, ℞ $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ p: ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & secunda quantitas, est quod producitur ex hac, in ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & tertia habebitur, ducendo rem quam habes in ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{2}{2}$.

1	1 pos.	1 q̄d.
1	1 q̄d.	1 q̄d q̄d.

QVÆSTIO II.

Inuenias tres numeros proportionales, quorum tertius sit æqualis secūdo & primo, & quadratū primi, sit æquale aggregato secundi & tertij, pones primum quadratū, secundum rem, tertium unitatem, & quia tertius, æqualis est secundo & primo, igitur 1 quadratum, æquatur 1 rei p: 1, & proportio erit ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, partes igitur erunt, 1 positio, & positiones ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & positiones $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{4}$, & quia quadratū primi æquale est aggregato secundi & tertij, igitur 1 quadratum æquatur positionibus ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ p: $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{4}$, quare rei æstimatio erit ℞ 5 p: 2, & partes ut uides.

℞ 5 p: 2
$3\frac{1}{2}$ p: ℞ $11\frac{1}{4}$
℞ $31\frac{1}{4}$ p: $5\frac{1}{2}$

QVÆS-