# Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici, philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis algebraicis, lib. unus

Cardano, Geronimo

Norimbergae [Nürnberg], 1545

XXXII. De regula aequalis positionis

urn:nbn:at:at-ubi:2-864

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |

B C, ad A B, ex ſuppoſito quæſtionis, & B C ad A B, ut C ad B, ex 12ª quinti elementorum, erit A B C, ad B C, ut B ad C ex 11ª eiuſdem, ſed ex proportione in B fit C, igitur ex proportione in B C, fit, A B C, ſit igitur, ut ex proportione in C fiat D, cum igitur ex proportione in B fiat C, & ex eadem in C fiat D, igitur ex proportione in B C fit C D, & ex eadem in B C fiebat etiam A B C, igitur A B C, æquatur C D, abiecto autem C relinquetur A B, æqualis D, eſt autem D quarta quantitas proportionalis, igitur oportebit inuenire quatuor quantitates, continue proportionales, quarum quarta ſit æqualis duabus primis, poſita igitur pª 1, 2ª 1 re, 3ª 1 quadratũ, 4ª 1 cub. erit cubus æqualis 1 rei p: 1, & nota eſt ex capitulo, quantitas rei, quę eſt proportio, diuides igitur 8 in quatuor quantitates ſub ea proportione continuatas, ut in ſexto libro docetur, ſoluimus & aliter hanc quæſtionem in quarto libro.

## QVÆSTIO X.

Fac ex 8 duas partes, quarum ſeptuplum maioris, proportionale ſit inter cubum minoris, & productum maioris in minorem. Sit A minor, eius cubus C B autem maior, & productum B in A ſit E, & ſeptuplum B ſit D, quia igitur ex B in A, fit E, & ex B in 7 fit D, erit A ad 7, ut E ad D, quare A ad 7, ut D ad C, igitur ex A in C, fit ſeptuplum D, ſed D eſt ſeptuplum B, igitur 49 B, æqualia ſunt quadrato quadrati A, igitur B eſt æquale $\frac{1}{49}$ q̄d'q̄drati A, quia igitur A cum B eſt 8, & B eſt $\frac{1}{49}$ q̄d'q̄drati A, igitur A cum $\frac{1}{49}$ q̄d'q̄drati ſui, æquatur 8, quare res & $\frac{1}{49}$ q̄d'q̄drati æquatur 8, igitur q̄d'q̄dratum p: 49 rebus, æquatur 392, & quamuis huius non ſit capitulum generale, pulchrum tamen fuerit hucuſqꝫ perduxiſſe quæſtionem.

| | | |
|---|---|---|
| | 8 | |
| A | B | 7 |
| C | D | E |

2 Deprehenditur & quandoqꝫ impoſſibilitas eodem modo propoſitarum quæſtionum, ut facile eſt uidere.

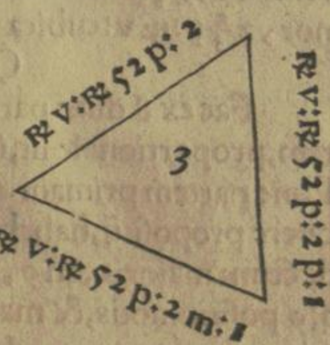
## De regula æqualis poſitionis. Cap. XXXII.

1 HÆc regula, eſt utilior poſitione ſimplici, in omnibus quæſtionibus, ubi partes æqualiter multiplicantur, ſecus ubi inæqualiter, nam in his ſimplex facilior eſt, ut ſi dicam, diuide 8 in duas partes, quarum una ducta in quadratum alterius, uel in cubum, fiat 20, per ſimplicem poſitionem peruenies ad 8 quadrata m: 1 cubo, æqualia 20, uel ad 8 cub. m: 1 q̄d'q̄drato, æqualia 20 in ſecunda quæſtione, ſed ponendo 4 p: 1 poſitione, & 4 m: 1 poſitio-

positione, peruenies ad 16 pos: p: 44, æquales 1 cubo p: 4 quadratis, & in secunda quæstione, ad 128 positiones p: 236, ęqualia 1 q̄d'q̄drato p: 8 cubis, manifestum est igitur, quàm hęc sint prioribus difficiliores. In positione etiam simplici, inuenimus prima operatione, rei æstimationem in æquali differentiam, quæ addita dimidio diuidendi, & detracta, ostendit numeros quæsitos, qui uere sunt æstimatio rei, quanquam posuerimus rem esse differentiam, uoco autẽ positionem simplicem, cum dico, diuide 10 in duas partes, producentes 20, tunc ponimus partem unam rem, aliam 10 m: re, sed ęqualem, cum pono partem unam 5 p: re, & aliam, 5 m: re, ideo cum simplex iam per se nota sit, de æquali per quæstiones & exempla dicendum erit, cum certe frequentissimus sit eius usus ac utiles.

## Quæstio I.

Est trigonus, cuius laterum differentia primi ad secundum, est 1, & iterum secundi ad tertium, est etiam 1, & area est 3, pones secundum igitur positionem, & primum erit positio m: 1, & tertium positio p: 1, sequere trigonorũ regulam, datam in libro sequente, & fiet ℞ $\frac{3}{16}$ q̄d'q̄drati m: $\frac{3}{4}$ q̄drati uniuersaliter sumpta, æqualis 3, quare $\frac{3}{16}$ q̄d'q̄d^ti^ æquabitur $\frac{3}{4}$ quadrati p: 9, ideoque 1 q̄d'q̄dratum, æquatur 4 quadratis p: 48, & res erit per capitulum deriuatiuorum, ℞ V: ℞ 52 p: 2, & hoc est latus secundum, adde igitur, & minue 1, habes reliqua latera, ut in figura uides.




## Quæstio II.

Fac de 10 duas partes, quarum cubi cum quadratis iuncti, faciãt 400, pones primã partem 5 p: 1 positione, & secundam partẽ 5 m: 1 positione, sequere problema, reducendo partes ad cubum, & ad quadratum, colliges tandem cadentibus uicissim partibus, 32 quadrata p: 300, æqualia 400, quare quadratum æquabitur $3\frac{1}{8}$, & res quæ est differentia, erit ℞ $3\frac{1}{8}$, igitur partes sunt 5 p: ℞ $3\frac{1}{8}$ & 5 m: $3\frac{1}{8}$.

| | |
|---|---|
| 5 p: 1 pos: | 25 p: 1 q̄d. p: 10 rebus |
| | 125 p: 15 q̄d. p: 75 rebus p: 1 cu. |
| 5 m: 1 pos: | 25 p: 1 q̄d. m: 10 rebus |
| | 125 p: 15 q̄d. m: 75 reb' m: 1 cu. |
| | 300 p: 32 q̄d. æqualia 400 |

Quæ-

## QVÆSTIO III.

Fac ex 6 duas partes, quarum quadratorum aggregatum, sit æquale differentiæ cuborum. Pones maiorem 3 p: 1 positione, & minorem 3 m: 1 positione, sequere quæstionem, habebis aggregatum quadratorum, 2 quadrata p: 18, & differentiam cuborum 2 cubos p: 54 positionibus, &

| | |
|---|---|
| 3 p: 1 pos: | 9 p: 1 q̄d. p: 6 rebus |
| 3 m: 1 pos: | 9 p: 1 q̄d. m: 6 rebus |
| | 18 p: 2 q̄d. aggregatum |
| 3 p: 1 pos: | 27 p: 9 q̄d. p: 27 pos: p: 1 cub. |
| 3 m: 1 pos: | 27 p: 9 q̄d. m: 27 pos: m: 1 cu. |
| | differentia 54 pos: p: 2 cu. |

hæc æquantur inuicem, igitur cubus & 27 positiones æquatur quadrato & 9, sequere capitulum, fiet rei æstimatio, id est differentiæ, ℞ v: cubica ℞ 702 $\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{27}$ m: ℞ v: cubica ℞ 702 $\frac{1}{3}$ m: $\frac{1}{27}$ p: $\frac{1}{3}$, quare partes erunt, 3 $\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cubica ℞ 702 $\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{27}$ m: ℞ v: ℞ 702 $\frac{1}{3}$ m: $\frac{1}{27}$, & minor, 2 $\frac{2}{3}$ p: ℞ v: cubica ℞ 702 $\frac{1}{3}$ m: $\frac{1}{27}$ m: ℞ v: cubica ℞ 702 $\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{27}$.

## QVÆSTIO IIII.

Fac ex 8 duas partes, quarum productum maioris in minorem, proportionale sit, inter nonuplum maioris, & ipsam minorem. Pone partem primam 4 p: 1 positione, & minorē 4 m: 1 positione, sequere propositū, habebis productum maioris, in 9, esse 36 p: 9 positionibus, & maioris in minorem 16 m: 1 quadrato, & minorem 4 m: 1 positione, & hæc sunt proportionalia, igitur ducto 36 p: 9 positionibus, in

| | | |
|---|---|---|
| 9 | | 4 m: 1 pos: |
| 4 p: 1 pos: | | |
| 36 p: 9 pos: | 16 m: 1 q̄. | 4 m: 1 pos: |
| | 256 p: 1 q̄d'q̄d m: 32 q̄d | |
| | 144 m: 9 q̄d. | |
| | 112 p: 1 q̄d'q̄d. æq̄l. 23 q̄d. | |

4 m: 1 positione, fit quadratū 16 m: 1 quadrato, ducito igitur inuicē 36 p: 9 positionibus, & 4 m: 1 positione, & cadent positiones propter mutuam proportionem, quare producetur, 144 m: 9 quadratis, & hoc est æquale quadrato 16 m: 1 quadrato, quod est, 256 p: 1 q̄d'q̄drato m: 32 quadratis, quare reddendo m: parti aduersæ, 112 p: 1 q̄d'q̄drato, æquabuntur 23 quadratis, habebis æstimationem rei, ℞ v: 11 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 20 $\frac{1}{4}$, id est ℞ 7, quam adde & minue à 4, erunt partes quæsitæ, 4 p: ℞ 7, & 4 m: ℞ 7, & quamuis potuisses soluere per simplicem, ueniens ad capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, fuisset tamen negocium inexplicabilius, sine ulla comparatione, nam plusq̄ decem alijs indiges operationibus, anteq̄ peruenias ad ueram æstimationem, quæ semper est in natura Binomij, uel recisi ueri, non improprij.

## QVÆSTIO V.

Diuide 10 in duas partes, quarum quadrato primæ detracto ex 100, & quadrato secundæ detracto ex 97, residuorum ℞ iunctæ, constituant 17. Si libet ad uitandũ laborem, primo uidebis uia tentatiua, an casus possibilis sit, hoc igitur cognito, pone primum partem 5 p: 1 positione, & reliquam 5 m: 1 positione, duc partes in se, & quadratũ maius detrahe ex 100, & minus ex 97, habebis residua, ut in figura, quorum ℞ iunctæ, debent æquari 17, igitur 17 m: una illarum radicum æquatur reliquæ, quare ducemus in se, 17 m: ℞ v: 75 m: 1 quadrato m: 10 positionibus, & habebimus 364 m: 1 quadrato m: 10 positionibus m: ℞ v: 86700 m: 1156 q̃dratis m: 11560 rebus, æq̃lia quadrato alterius radicis, scilicet 72 m: 1 quadrato p: 10 rebus, abijce similia ex utraq; parte, & radicẽ uniuersalẽ solam ex aduerso omniũ colloca, ut in quarto libro docuimus, ac in quinto habebis 292 m: 20 reb⁹, æqualia ℞ v: 86700 m: 1156 q̃dratis m: 11560 rebus, quare ducendo denuo partes in se, habebis 86700 m: 1156 q̃dratis m: 11560 positionib⁹, æq̃lia 85264 p: 400 q̃dratis m: 11680 rebus, duc ad æquationem reducendo ad 1 q̃dratũ habebis rei æstimationẽ esse ℞ $\frac{139876}{151321}$ p: $\frac{15}{389}$, sed ℞ $\frac{139876}{151321}$, est $\frac{374}{389}$, igitur additis $\frac{15}{389}$ fient $\frac{389}{389}$, igitur res est 1, & partes 4 & 6.

5 p: 1 pos. 5 m: 1 pos.
25 p: 1 q̃d. p: 10 pos. | 100
25 p: 1 q̃d. m: 10 pos. | 97
75 m: 1 q̃d. m: 10 pos. resid.
72 m: 1 q̃d. p: 10 pos. resid.

17 m: ℞ v: 75 m: 1 q̃d. m: 10 pos.
℞ v: 72 m: 1 q̃d. p: 10 pos.

364 m: 1 q̃d. m: 10 pos. m: ℞ v: 86700 m: 1156 q̃d. m: 11560 pos. 72 m: 1 q̃d. p: 10 pos.

292 m: 20 rebus
℞ v: 86700 m: 1156 q̃d. m: 11560 pos.

86700 m: 1156 q̃d. m: 11560 pos.
85264 p: 400 q̃d. m: 11680 pos.

1436 p: 120 pos. æq̃l. 1556 q̃d.
1556

quad. æq̃l. $\frac{30}{389}$ pos. p: $\frac{359}{389}$

## QVÆSTIO VI.

Est etiam, ubi positio æqualis, non soluit omnino quæstionem, & simplex soluit. Exemplum, fac de 8 duas partes, quarum quadratum maioris, sit proportionale inter productum maioris in minorem, & decuplum totius, ut pote 60, posita itaq; maiore 1 positione, habebis 60 & 1 quadratum & 8 positiones m: 1 quadrato proportionalia, quare ducta media in se ipsam

60 | 1 q̃d. | 8 pos. m: 1 q̃d.
1 q̃d q̃. æq̃. 480 pos. m: 60 quad.

ipsam, habebimus 1 q̄d'q̄dratum, ęquale 480 positionibus m: 60 quadratis, deprime, & fiet cubus & 60 res, æqualia 480, & ideo res nota est, per positionem autem ęqualem, peruenies ad capitulum constans ex quinq; denominationibus, posset autem solui, & per regulam magnam, sed hoc ad rem nihil pertinet.

## De regula inæqualiter ponendi, seu proportionis. Caput XXXIII.

HÆc regula nos docet, ut positis numeris inæqualibus, positiones pariter æquales annectamus, sic ut in multiplicatione, uicissim similes excidãt partes. Docebo autem hoc per exempla, quamuis quæstiones quæ per hãc soluuntur, etiam per regulam retro agendi positionem, de qua in capitulo quinto dictum est, dissolui possint.

### QVÆSTIO I.

Exemplum. Sunt duo numeri, quorum differentia est 4, & quadratum minoris cum quadrato dimidij maioris, & ℞ aggregati ipsorum quadratorum, constituit 110, posses hanc retro agendo dicere, igitur 110 componitur ex aggregato quadratorum, & ℞ aggregati, igitur posito aggregato quadrato, erit 110 æquale quadrato & uni rei, quare res est 10, aggregatum 100, ideo facies ex 100 duas partes, quarũ duplum ℞ unius, excedat aliam ℞ in 4, & solutio clara est, uerum hoc modo nos sic ponemus, sit primus numerus minor 2 positiones, quia pars est $\frac{1}{2}$, erit maior 2 positiones p: 4, inde accipe partem secundi, quę est in se ducenda, & est $\frac{1}{2}$, erit igitur pars multiplicanda 1 positio p: 2, & primus numerus ut dictũ est, 2 positiones, hoc habito, positum est, nõ permutata quæstionis natura, partes numeri ita aptare cum rebus, ut in quadratis res ex toto excidant, sic igitur facies, considera secundum numerum in se ducendum, qualis pars sit primi, ut in exemplo, 1 positio p: 2, quæ pars est 2 positionum, inuenies quod est $\frac{1}{2}$ p: 2, duc igitur denominatorem & numeratorẽ fracti in se, & producta iunge, & habebis 5, pro diuisore, deinde duc numeratorem in se, & productũ in numerum differentiæ, qui est 4, fit etiam 4, pro diuidendo, diuide igitur

2 pos. | 2 pos. p: 4
2 pos. | 1 pos. p: 2

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{4}$ 4 ) $\frac{5}{1}$ $\frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ × $\frac{4}{5}$ | $\frac{8}{5}$

2 pos. m: $\frac{4}{5}$
1 pos. p: $\frac{8}{5}$

4 q̄d. p: $\frac{16}{25}$ m: $\frac{16}{5}$ pos.
1 q̄d. p: 2 $\frac{14}{25}$ p: $\frac{16}{5}$ pos.

5 q̄d. p: 3 $\frac{1}{5}$