Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici, philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis algebraicis, lib. unus

Cardano, Geronimo

Norimbergae [Nürnberg], 1545

XXV. De capitulis imperfectis & particularibus

urn:nbn:at:at-ubi:2-864

Et similiter dices, de cubo cubi & cubo, nam potest referri ad 8ª.
rē & cubum, ut enim res est ℞ cubica cubi, sic cubus est ℞ cu: cub cubi. Potest & referri ad quadratū, & cubum quadrati, nam ex utraque in suam radicem, producitur compar denominatio, nam ex quadrato in rem, fit cubus, & ex cu' q̃drati in cubum, fit cubus cubi, sed prior modus est facilior.

De capitulis imperfectis & particularibus. Cap. XXV.

REgulæ hæ, dicuntur generales, & hoc duabus de causis, prima, qa modus in se generalis est, quamquam repugnet naturæ æstimationis, ut sit uniuersalis, uelut si quis dicat, omnis numerus productus ex aliquo in se ducto, quadratus est, regula est generalis, nec tamen sequitur, quod per hanc regulam, cognoscam omnem numerum quadratum, quia non licet cognoscere omnem numerum, qui ex alio in se ducto producitur. Dicitur & generalis regula, quia exhaurit æstimationis genus uniuersum, quamquam æstimatio non exhauriat regulam, particulares tamen sunt regulæ, quia non omnem propositam quæstionē per illas soluere posumus.

Cum igitur cubus æqualis est rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum una in alterius radicem, fiat numerus æquationis, tunc adde quartam partem eius partis, cuius sumenda esset radix, alteri parti, & ℞ aggregati, addito dimidio ℞ partis, cuius assumpsisti radicem, est æstimatio rei. 1ª.

Exemplum. Cubus æqualis sit 20 rebus & 32, tunc ex 16 in ℞ 4, fit 32, igitur addo 1 quartam partem 4, ad 16, fit 17, cuius ℞ p: 1, dimidio ℞ 4, est rei æstimatio, quare res est ℞ 17 p: 1.

1 cub. æq̃lis 20 reb⁹ p: 32
16 — 4
℞ 17 p: 1

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, producentes numerum æquationis, quorum unus sit ℞ aggregati, ex altero & numero rerum, ille qui est ℞, est rei æstimatio. 2ª.

Exemplum. Cubus æquatur 24 p: 32 rebus, & sunt duo numeri, producentes 24, qui sunt 6 & 4, quorum 6 est ℞ aggregati, ex 32 numero rerum, & 4 alio producente, nam 6 est ℞ 36, igitur 6 est rei æstimatio.

cub⁹ æq̃lis 24 p: 32 reb⁹
6 — 4 — 32
36
6

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum utraque in alterius radicem mutuo, fiat dimidium numeri æquationis, radices illarum partium, cōstituunt iunctæ, rei æstimationem. 3ª.

 Exem-

Exemplum, Cubus æquetur 10 rebus p:24, & ex 10 fiunt duæ partes, 9 & 1, ex quarum mutua unius in ℞ alterius multiplicatione fiunt 9 & 3, qui iuncti faciunt 12, dimidiũ 24, igitur radices 9 & 1, quæ sunt 3 & 1, iunctæ, constituunt 4, rei æstimationem.

cub⁹ æq̃lis 10 reb⁹ p:24
12
9 — 1
3 ✕ 1
12

4a. Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerũ feceris tres partes proportionales, ex quarum ductu mediæ in aggregatum, radicum primæ & tertiæ, fiat numerus æquationis, seu ex tertia in ℞ primæ, & primæ in ℞ tertiæ, quod idem est, tunc tale aggregatum dictarum radicum, est rei æstimatio.

Exemplum. Cubus ęquatur 19 rebus p:30, & ex 19 fiunt tres partes proportionales, 9, 6, 4, ex quarum secunda, quæ est 6 in 5 aggregatum radicum primæ & tertię, fit 30, ideo 5 aggregatum radicum, est rei æstimatio.

cub⁹ æq̃lis 19 reb⁹ p:30
4 — 6 — 9
2 3
12 — — 18 — 30

5a. Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, quorum aggregatum, ductum in productum unius in alterum, producat tertiam partem numeri æquationis, & quadrata illorũ æqualia fuerint aggregato ex numero rerum, & producto unius in alterum, tunc aggregatum illorum numerorum, est rei æstimatio.

Exemplum. Cubus æquetur 7 rebus p:90, & 3 & 2 ducti inuicem producunt 6, qui ductus in 5, aggregatum, producit 30, tertiam partem 90, differentia uero 13, aggregati quadratorum, ab ipso 6, producto unius in alterum, est 7, numerus rerum, ideo 5, aggregatum illorum, est rei æstimatio.

cub⁹ æq̃lis 7 reb⁹ p:90
9 3
4 2 6 — 7 — 13
13 5 / 30

6a. Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inuentus fuerit numerus cubicus, cuius ℞ cubica, ducta in numerum rerum, producat aggregatum ex numero cubico inuento, & numero æquationis, seu illorum differentiam, tunc res p: eadem ℞ cubica, erit communis diuisor cubi, p: eodem numero cubico, & numeri rerum cum numero aggregato, ex numero æquationis, & numero cubo, uel res m: ℞ cubica eadem, erit communis diuisor, cubi m: numero cubo inuento, & numeri rerum m: differentia numeri ęquationis, & numeri cubi inuenti, inde peruenies ad rei æstimationem.

Exemplum. Cubus æquatur 16 rebus p: 21, tunc quia addito

27 numero cubo, ad 21 fit 48, qui producitur ex 3 ℞ cubica 27, in 16 numerum rerũ, ideo dico, quod res p: 3, erit cõmunis diuisor, addito 27 utriq; parti, scilicet cubo & 16 rebus p: 21, inde facta diuisione, habebis quadratum m: 3 rebus p: 9,

cub⁹ æq̃lis	16 reb⁹ p: 21
3	27
48	48
1 res p: 3	
cub⁹ p: 27	16 res p: 48

æqualia 16, quare q̃dratum æq̃bitur 3 rebus p: 7, & res erit ℞ 9 $\frac{1}{4}$, p: 1 $\frac{1}{2}$, Et similiter, si dicamus, cubus ęquat 4 rebus p: 15, hic abiecto 15 ex 27 numero cubo, differentia quæ est 12, continet 4, numerum rerum, in 3, radice cubica 27, ideo dico, quod abiecto communi 27, ex utraq; parte, fiet cubus m: 27, æqualis 4 rebus m: 12, inde diuisis ambobus per rem m: 3, communem diuisorem, fiet quad. p: 3 rebus p: 9, æquale 4, quare æquatio nulla sequetur, quamuis per ueneris ad modum æquandi, in detractione, nisi forsitan aliquando per m: syncerum.

cubus æq̃lis 4	reb⁹ p: 15
3	27
12	12
1 res p: 3	
cub⁹ m: 27	4 res m: 12

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum auferatur $\frac{3}{4}$ quadrati rei, & ℞ residui addatur, aut minuatur, ex dimidio rei, aggregatum ductum in quadratum residui, & residuum ductum in quadratum aggregati, producunt numerum æquationis. 7ª.

Exemplum. Cubus æquatur 14 rebus p: 8, & rei æstimatio est 4, cuius q̃dratum est 16, huius $\frac{3}{4}$ sunt 12, abijce ex 14 numero rerum fit 2 residuũ, cuius radicem adde, & minue ex 2, dimidio 4, æstimationis rei, fiunt 2 p: ℞ 2, & 2 m: ℞ 2, dico igiť quod ex uno in quadratum alterius mutuo fiunt 8 scilicet numerus æquationis.

cubus æqualis 14 rebus p: 8		
res 4 quadratum 16		
$\frac{3}{4}$ q̃drati 12	14	2
2 p: ℞ 2		6 p: ℞ 32
2 m: ℞ 2		6 m: ℞ 32
	8	

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & diuiseris dimidium numeri æquationis, per rei æstimationem, addiderisq; prouentum numero rerũ, & ab aggregato detraxeris $\frac{3}{4}$ quadrati ipsius rei, ℞ residui, addita & detracta, à dimidio æstimationis, ostendit partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius mutuo, producitur dimidium numeri æstimationis. 8ª.

Exemplum. Cubus æquatur 14 rebus p: 8, & æstimatio est 4, diuide 4 dimidium 8, per 4, æstimationem exit 1, adde ad 14 fit 15, abijce 12, qui sunt $\frac{3}{4}$ quadrati æstimationis, relinquitur 3, cuius radicẽ adde ac minue, ex 2 dimidio æstimatiõis, habebis 2 p: ℞ 3, & 2 m:

℞ 3, ex quorum ductu unius, in quadratum alterius mutuo, fit 4 dimidium numeri æquationis.

cubus æqlis 14 rebus p: 8
1 — 4 — 4
15 — 12 — 3
2 p: ℞ 3 | 2 m: ℞ 3
7 m: ℞ 48 | 7 p: ℞ 48
2 | 2

9ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & inueneris numerum, qui ductus in ℞ aggregati, ex ipso & numero rerũ, producat numerum æquationis, tunc dimidia eius ℞, addita uel detracta radici differentiæ numeri æquationis, & $\frac{3}{4}$ eiusdem aggregati, constituit rei æstimationem.

Exemplum. Cubus p: 12 æquatur 34 rebus, tunc quia addendo 2 ad 34, productum ex ipso 2, in 6 ℞ 36 aggregati 2, & 34 est 12 numerus æquatiõis, ideo dico, quod si ad 3, dimidiũ radicis 36 addatur uel minuatur ℞ 7 differentiæ 34 numeri æquationis & 27, quod est $\frac{3}{4}$ q̃drati 6, seu talis aggregati, quod consurget rei æstimatio, 3 p: ℞ 7, uel 3 m: ℞ 7.

cub⁹ & 12 æqlis 34 rebus
2
36
12 — 2 — 6
34 3
27
7

10ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & subtraxeris talem numerum ex numero æquationis, ita quod ℞ cuba differentiæ, ducta in numerum rerum, producat numerum detractum, tunc res m: ℞ cubica differentiæ, erit communis diuisor, facta detractione, & hæc regula similis est sextæ, sicut præcedens secundæ.

Exemplum. 16 res æquantur cubo & 21, detracto 48, relinquitur 27, cuius ℞ cubica 3, ducta in 16 numerum rerũ, producit 48, igitur detracto 48, ex utraque parte, fient cubus m: 27, & 16 res m: 48, inde diuisor communis erit res m: 3, & prouenient quadratum & 3 res & 9, æqualia 16, quare quadratum & 3 res, æquabuntur 7, & rei æstimatio erit, ℞ $9\frac{1}{4}$ m: $1\frac{1}{2}$.

cubus & 21 æq̃lis 16 reb⁹
48
27 — 3
48
res m: 3
cub⁹ m: 27 | 16 res m: 48

11ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & ex numero rerum feceris tres partes proportionales, ex quarum secunda, ducta in differentiam radicum primæ & tertiæ, seu ex ductu primæ in ℞ tertiæ, & tertiæ in ℞ primæ, differentia æqualis fuerit tertiæ parti numeri ęquationis, erit differentia illarum radicum rei æstimatio, & est similis 4ᵉ.

Exemplum. 19 res æquales sunt cubo & 18, cum ex 19 factæ fuerint tres partes proportionales 4, 6, 9, ex quarum media 6 ducta

in

in differentiam radicum 9 & 4, quæ est 1, fiat 6, tertia pars 18 numeri æquationis, ideo dico quòd 1 differentia talium radicum est rei æstimatio.

cub⁹ & 18 æq̄les 19 reb⁹
9 6 4
3 1 2
6 — 3 — 18

Cum fuerint res equales cubo & numero, & cum ℞ cubica numeri æquationis, diuiseris numerum rerum, & de eo quod exit, feceris duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc quantitas proportionalis, inter ℞ rubicam numeri æquationis, & partem, quam ducis in q̄dratum alterius, ut fiat æquationis numerus, est rei æstimatio. 12ª.

Exemplum. 18 res æquantur cubo p: 8, diuiso 18 per 2 ℞ cubam 8, exit 9, ex quo fiunt due partes 8 & 1, ex quarum una quæ est 8, in quadratum alterius quod est 1, fit 8, numerus equationis, ideo 4 numerus proportionalis inter 8, partē 9, quam duxisti in quadratum 1, alterius partis, & 2 ℞ cubam 8 numeri æquationis, est rei æstimatio.

18 res æquales cubo p: 8
2 — 2
9 — 1 — 8
1 8 4

Cum fuerit cubus & numerus æqualis rebus, & ex tertia parte numeri rerum, feceris duas partes, quæ ductæ in suas radices, producant duos numeros, qui iuncti, æquales sint dimidio numeri æquationis, aggregatum illarum radicum, est rei æstimatio, & est similis tertiæ regulæ. 13ª.

Exemplum. 15 res, æquantur cubo & 18, capio 5, tertiam partem 15, ex quo facio duas partes, 4 & 1, quæ ductæ in suas radices, 2 & 1, producunt 8 & 1, quorum aggregatum 9, est dimidium 18 numeri æquationis, ideo dico, quod 3, aggregatum talium radicum, est rei æstimatio. Et iam scis, etiam ex regula generali, quòd quotiens ex numero rerum possunt fieri duæ partes, quarum una ducta in alterius radicem, producatur numerus æquationis, quòd talis ℞ est rei æstimatio, & quòd hoc potest esse duobus modis, & quomodo cadat in Binomio uel reciso & integris, ideo quamuis essent similes primæ regulę, quia tamen ex capitulo generali, quasi uiolenter in eam rapimur, satis fuerit admonuisse hic.

15 res equales cubo p: 18
5
1 — 4
1 — 2 — res 3
1 — 8 — 9 — 9

Cum fuerit numerus æq̄lis cubo & quadratis, & sciueris ex numero quadratorum facere duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum 14ª.

dratum

dratum alterius, fiat numerus ęquationis, tunc duces partem quę non in se ducitur, in aggregatum eius quæ in se ducitur, & quartæ partis eius, quæ non in se ducitur, producti ℞, detracto dimidio partis, quæ non in se ducitur, est rei æstimatio.

Exemplum. Cubus & 20 quadrata, æquantur 72, ex 20 fiunt duæ partes, 18 & 2, & ex una in quadratū alterius fit 72, nam ex 18 in 4 fit 72, dico, quòd si 18, ducatur in 6 $\frac{1}{2}$ aggregatū ex 2 reliqua parte, & 4 $\frac{1}{2}$, quarta parte ipsius 18, fiet 117, cuius ℞, detracto 9, dimidio 18, ostendit æstimationem rei ℞ 117 m: 9.

cub⁹ & 20 q̄drata æq̄lia 72
2 18
4 $\frac{1}{2}$
2
6 $\frac{1}{2}$ — 18 _ 117
℞ 117 m: 9

15ª. Cum fuerint quadrata æqualia cubo & numero, & inueneris numerum non minorem quarta parte numeri quadratorum, nec maiorem tertia parte, cum quo diuiso numero æquationis, proueniat numerus quadratus, cuius radicis dimidium additum numero quadratorum, faciat quadruplum ipsius diuisoris, tunc æstimatio rei est duplum numeri diuisoris, p: uel m: radice producti, ex quadruplo diuisoris, in differentiam numeri rerum, & tripli ipsius diuisoris.

Exemplum. Cubus p: 48 æquatur 10 quadratis, tunc quia 3, qui non est minor quarta parte 10 numeri quadratorum, nec eius tertia parte maior, diuidēs 48 producit 16, cuius medietas radicis quæ est 2, addita ad 10 numerum quadratorum, constituit 12, quadruplum diuisoris 3, ideo dico, quòd si duplo diuisoris quod est 6, addatur uel detrahatur ℞ producti, ex 12 quadruplo 3 diuisoris, in 1, differentiam 10 numeri rerum, & 9, tripli 3, diuisoris, & est tale productum etiam 12, quod constituemus utramq; æstimationem, 6 p: ℞ 12, uel 6 m: ℞ 12.

10 quad. æql. cubo & 48
3 3
4 4 — 16
12 2 — 10 — 12
6 p: ℞ 12 uel 6 m: ℞ 12

Notᵐ. Et scias, quòd per capitula cognoscuntur regulæ & quæstiones super his formatę cum facilitate, quæ aliàs uix soluerentur, ipsæ uero regulæ sumptæ sunt ex demonstrationibus capituli sexti, & ego non apposui eas, quia intelligenti nostros libros super Euclidem, sunt per se manifestæ, & non intelligens nō curabit illas, nec quæret, quoniam non sunt ei necessariæ.

16ª. Operæprecium fuerit nunc ostendere, quòd hæ regulæ non possunt esse generales, respectu æstimationis, & modus in uno sufficiet

ad

ad oſtendendum in reliquis capitulis. Capiamus igitur capitulũ proximius, & de quo magis poſſet hoc credi, propter multiplicem ęſtimationem, & ſit cubus p: numero, æqualis 7 quadratis, & ſit $2\frac{2}{3}$ numerus poſitus, id eſt numerus, qui primo cognoſcitur in ſexto capitulo, regula ſecũda, erit igitur ex illa regula, rei æſtimatio, ℞ 16 p: $2\frac{2}{3}$, q̃re $6\frac{2}{3}$, quare reſiduũ ad numerum q̃dratorũ eſt $\frac{1}{3}$, quare ex demonſtratione poſita in initio tertij libri, productũ $6\frac{2}{3}$, in q̃dratũ $\frac{1}{3}$, eſt numerus fractus, & eſt $\frac{20}{27}$, & econtra, ducto $\frac{1}{3}$ in q̃dratum $6\frac{2}{3}$, fit fractus numerus etiam, ſcilicet $14\frac{22}{27}$, quare poſito numero quadratorum integro, & æſtimatione fractis numeris conſtituta, numerus æquationis, qui eſt ſuperatio partium, quæ ſunt rationales, quadratorum ad cubum, nunq̃ poterit eſſe numerus integer, ſed talis æquationis numerus producitur ex una parte numeri rerum, in alterius quadratum. Hoc oſtenſo, Capio cubum & numerum æquales 7 quadratis, manifeſtum eſt autem ex demonſtratis in ſeptimo ſuper Euclidem, & ex regulis ſexti libri, deducendo numerum ad quadratum & cubum, quod maxima productio partiũ 7 in quadratum alterius, eſt $50\frac{22}{27}$, igitur poterit diuidi 7, ut producat numeros integros, per multiplicationem unius partis in quadratum alterius, ab 1 uſq; ad 50, & non in fractos, ex demonſtratis igitur in integros, at in integris non poteſt fieri niſi triplex diuiſio, ut patet in figura, nec produci plus quàm 6, 20, 36, 48, 50, igitur reſidui 45 numeri, nullo modo per genus huius æſtimationis exhauriri poterunt, particularis igitur eſt, ac ualde etiam particularis, nec tamen credas, quòd in alijs capitulis, numerus pro Binomij aut reciſi altera parte non poſsit inſeruire, ut ſæpius in exemplis docuimus.

7			
1	6,	36,	6.
2	5,	50,	20.
3	4,	48,	36.

Cum fuerit cubus ac numerus æqualis rebus, & ex ℞ numeri rerum feceris duas partes, ex quarum ductu primæ in duplum quadrati ſecundæ, & ſecundæ in quadratum primæ, fiat numerus æquationis, tunc ſecunda pars erit rei æſtimatio. 17ª.

Exemplum. Cubus & 48, ęquantur 25 rebus, tunc quia ex 5, ℞ 25, fiunt partes 3 & 2, ex quarum ductu 2 in 18 duplum quadrati 3, & ex 3 in 4 quadratum 2, fit 48, ideo dico, quod 3 pars, cuius quadratum duplicatur, eſt rei æſtimatio.

cub⁹ & 48 æqualis 25 reb⁹

2 — 3 — 5

4 — 18

12 —— 36

48

Cum fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, & duo numeri differentes in numero æquationis, ducti inuicem, produxerint tan- 18ª.

N tum,

tum, quantum ex cubo ꝛp q̄d. in cubum differentiæ ℞ cubicarum talium numerorum, tunc differentia talium ℞ cubicarum, eſt rei æſtimatio, ut in exemplo à latere patet, res enim facilis eſt.

cubus & $22\frac{1}{2}$ q̄d. æq̄l. 98
3375 —— 125 —— 27
98
$7\frac{1}{2}$ 5 —— 3
2
$421\frac{7}{8}$ —— 8
3375

Oſtendit regulas maiores, quæ ſunt omnino ſingulares. Caput XXVI.

Pª. QVando quadratum quadrati & res, æquantur quadratis & numero, & diuiſo numero rerum ac numero æquationis, per numerum quadratorum, dimidium exeuntis ex numero rerum, fuerit radix prouentus numeri æquationis iam diuiſi, tunc accipe ℞ numeri primi ęquationis, & ei adde quartam partem numeri quadratorum, & totius accipe radicem uniuerſalem, à qua minue ℞ eiuſdem quartæ partis numeri quadratorum, reſiduum eſt rei æſtimatio.

Queſt. Exemplum. Quatuor iniere ſocietatem. Primus poſuit quantitatem. Secundus poſuit quadratū quadrati decimæ partis primi. Tertius poſuit quintuplum quadrati decimæ partis primi. Quartus poſuit quinq;, & tantum poſuit primus cum ſecundo, quantum tertius cum quarto, Quæritur quantū quiſq; poſuerit? Pone quòd primus poſuerit 10 res, ſecundus poſuit igitur quadratum quadrati, tertius 5 quadrata, quartus autem ut dictum eſt, poſuit 5. Igitur quadratum quadrati, & 10 res, æquantur 5 quadratis & 5, diuidendo igitur numerum rerum per numerum quadratorum, exiret 2, cuius dimidium eſſet ℞ 1, qui prouenit diuiſo 5 numero æquationis, per 5 numerum quadratorum, igitur accipe ℞ 5 numeri æquationis, cui adde quartam partem numeri quadratorum, & fiet ℞ 5 p: $1\frac{1}{4}$, cuius accipe ℞ v: quæ eſt ℞ v: ℞: 5 p: $1\frac{1}{4}$, & ab ea minue quartam partem numeri quadratorum, habebis rei æſtimationem ℞ v: ℞ 5 p: $1\frac{1}{4}$ m: ℞ $1\frac{1}{4}$, & habebunt ut uides.

pˢ ℞ v: ℞ 50000 p: 125 m: ℞ 125
2ˢ $17\frac{1}{2}$ p: ℞ 500 m: ℞ v: ℞ 612500 p: $781\frac{1}{4}$
3ˢ $12\frac{1}{2}$ p: ℞ 125 m: ℞ v: 78125 p: $156\frac{1}{4}$
4ˢ 5

2ª. Eodē modo, ubi q̄dˢ q̄dᵐ, æquetur eiſdem conditionibus q̄dratis rebus & numero, regula tenebit ſimilis, & in æſtimatione erit idem modus, niſi quòd in fine addemus ℞ quartæ partis numeri qua-