

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

**Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici,
philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis
algebraicis, lib. unus**

Cardano, Geronimo

Norimbergae [Nürnberg], 1545

XVII. De cubo & positionibus aequalibus numero generaliter

[urn:nbn:at:at-ubi:2-864](#)

gregatum A B & E F. Rursus, quod fit ex A B & A D, in A B & E F, æ quale est ei quod fit ex E F & E G, in aggregatum A B & E F, quia ex supposito E F, & E G, æquantur A B, & A D & A B & E F manent idem, quod autem fit ex A D in A B & E F, ex probatis, æ quale est quadrato E F, igitur quod fit ex A B in A B & E F, cum quadrato E F, æ quale est ei quod fit ex E F & E G in E F & A B, abiesto igitur communi quadrato E F, erit quod fit ex A B in aggregatum A B & E F, æ quale producto A B & E F in E G, cum eo quod fit ex E F in A B, detracto igitur communi item producto, A B in E F, relinquetur quadratum A B, æ quale produc^tto ex A B & E F in E G, quare A B media inter E G & aggregatum A B & E F, fuerat uero, ut dictum est, E F media, inter A D & aggregatum A B & E F, sunt igitur tres quantitates proportionales, in duobus ordinibus, quarum prima in utroque ordine eadem est,

A B & E F	A B	E F
uidelicet aggregatum A B & E F, igitur ex 34 ² 5 ¹	A B	E F
nostrum super Euclidem, E G ad A D, ut A B ad E F duplificata, quare ex 17 ² 6 ¹ elementorum, E G ad A D, ut A C ad quadratum E F, igitur ex 34 ² 11 ¹ elementorum, corpus quod ex A D in A C, æquale est corpori ex E G in quadratum E F, sed A B fuit estimatio rei igitur corpus quod ex A D in A C æquale est numero æquationis posito aggregato A D & A B numero quadratorum, per demonstrationem habitam in capitulo 8°, igitur productum ex E G in quadratum E F, est æquale numero æquationis, cum igitur E F & E G, sint æquales numero quadratorum, quia aggregato A B & A D, & ex G E in quadratum E F, fiat numerus æquationis, erit per 8 ^m capitulum, E F rei estimatio, quod erat probandum.	E G	A D

REGVL A.

Regula igitur est, minue primam estimationem à numero quadratorum, & residuum duc in aggregatum ex prima estimatione, & quarta parte eiusdem residui, & producti accipe radicem, cui adde dimidium eiusdem residui, aggregatum est estimatio rei quaesita. Exemplum, sit cubus cum 24 æqualis 8 quadratis, & estimatio cognita 2, abiecio 2 ex 8, numero quadratorum relinquitur 6, hoc duc in 3 $\frac{1}{2}$, quod constat ex 2, prima estimatione, & 1 $\frac{1}{2}$ quarta parte 6 residui, fit 21, cuius radici adde dimidium primæ estimationis, quod est 1, fit 22 p: 1, estimatio quaesita.

De cubo, quadratis & positionibus æqualibus
numero. Cap. XVII.

DEMONSTRATIO.

Sit gratia exempli cubus $A B$, & 6 quadrata, & 20 positiones æqualia 100, & addam $B C$ ad $A B$, quæ sit 2, tertia pars numeri quadratorum, & describitur cubus universalis $A C$, secundum quod componitur ex suis octo partibus, erit igitur cubus $A B$, 6D superficies cum sua altitudine, & cubus $B C$ 8, quia $B C$ est 2, & $A D$ corpora, 6 quadratis $A B$, æqualia, & corpora de 12 $A B$ seu duodecuplo $A B$ ex sexto capitulo huius libri, quia igitur cubus $A B$ & 6 quadrata & 20 positiones, æquantur 100, addantur 8 positiones, quæ sunt reliquum ad 20 positiones, cubo $A C$, qui iam equebatur cubo $A B$, & 6 quadratis, & 12 positionibus, & cubo $B C$, erit cubus $A C$ cum 8 positionibus, æquals 108, nam cubus $A C$ excedit tria corpora $D A, D E, D F$, in cubo $C D$, qui est 8, at quia 8 positiones $A B$ deficiunt $A B$, 8 positionibus $A C$ cubi maioris, in 8 $B C$ seu octuplo $B C$, quæ est 2, addemus igitur octuplum $B C$ utriq[ue] parti, & fiet cubus p: 8 rebus, æqualis 124 nota igitur ex capitulo suo $A C$, auferemus $B C$, relinquimus $A B$. Sit rursus cubus $A B$, & 6 quadrata & 12 res, æqualia 100, igitur addito communis cubo $B C$, erit cubus $A C$ æqualis 108, & $A C$ R₂ cubicæ 108, & $A B$ 2 m: quam $A C$ cognita, sit denuo cubus & 6 quadrata $A B$ & 2 positiones æqualia 100, additis igitur 10 positionibus residuis, ad comprehendendum corpora $D E$, & addito cubo $B C$, fiet cubus $A C$ æqualis 10 positionibus superadditis, & 108, sed 10 positiones $A B$ deficiunt à 10 positionibus $A C$ in 10 $B C$, addemus igitur 10 $B C$ utriq[ue] parti, fiet cubus $A C$ p: 20, æqualis 10 positionibus p: 108, abijce 20 ex utraq[ue] parte, relinquetur cubus $A C$ æqualis 10 positionibus p: 88, inuenta $A C$, misue $B C$ & relinquetur $A B$ necessario cognita.

REGULA.

Regula igitur communis est, duc 3rd partem numeri quadratorum (quam hoc signo, τρ̄qd: demonstramus) ad cubum, addeq[ue] numero inde duc numerum quadratorum in sui tertiam partem, & producti differentia à numero rerum, est numerus rerum addendarū cubo, ubi productum fuerit minus numero rerum propositarum uel addendarum numero, ubi productum fuerit maius numero rerū propositarum. Si igitur differentia est nulla, producti & numeri rerum erit

		E
		12 pyp.
	D	
6 quad.		8
A	Res	B Z C

erit cubus æqualis numero iam coaceruato, inde sumpta radice cubica numeri, minue ex ea \sqrt{pqd} : & residuum est rei æstimatio, quod si positiones & cubus, æquentur numero, duces numerum positionum in \sqrt{pqd} : & productum addes numero iam aggregato, & habebis cubū, & res iam inuentas, æquales numero iam aggregato, inde ab æquatione minue \sqrt{pqd} : & residuum est æstimatio Quod si productum fuerit maius numero rerum, duc differentiam, quæ est numerus rerum, in \sqrt{pqd} : & productum minue ex numero, quē habebas, aggregato, & si nihil superest, habebis cubū, eglem rebus iam propositis tantū, quare deducendo ad minorem denominationem habebis \sqrt{d} æquale numero, & res erit \sqrt{d} quadrata numeri rerum, à qua minue \sqrt{pqd} : & residuum erit æstimatio rei. Quod si in detractione producti ex numero rerum in \sqrt{pqd} : à numero aggregato, supersit, numerus ille cum rebus iam propositis, æquatur cubo, inde ab æstimatione minue \sqrt{pqd} : & residuum est æstimatio quæsita. Sed si productum numeri rerum in \sqrt{pqd} : maius esset numero iam aggregato, differentia est numerus, qui cum cubo æquatur rebus iam propositis, inde habita æstimatione minue \sqrt{pqd} : & residuum est æstimatio rei.

Cor^m. Ex hoc patet, quod tale capitulum resoluitur in quinq^z capitula, quæ sunt hæc in margine posita, & non possunt resolui in plura, in aliis quibus autem sequentium resolutio fit in tria postrema tantum, in omnibus autem capitulis quatuor denominationum, cōmune est, cum fuerint resoluta in capitulum trium uel duarum denominationum, ut æstimationi inuenientur addatur aut minuatur \sqrt{pqd} : ut in hoc capitulo semper minuitur, & commune est etiam omni capitulo, ut rerum numerus & numerus ipse constituantur eodem modo, uelut hic numerus rerum, est differentia numeri rerum assumptarum in capitulo quatuor denominationum, & producti ex numero quadratorū in sui tertiam partem, & numerus capituli in quod resoluitur, est differentia producti ex numero rerum iam inuentarū, in \sqrt{pqd} : & aggregati ex cubo \sqrt{pqd} : & numero æquationis primo.

cubus & res æquales numero.
cubus æqualis numero,
cubus æqualis rebus,
cubus æq ^{lis} rebus & numero
cubus & numerus æq ^{les} reb ⁹

Q V A S T I O . 1.

Exemplum. Est corpus quadratum undequaq^z, quod cum superficiebus & lateribus est 22, dices igitur, cubus & 6 quadrata & 12 res æquantur 22, cuba igitur 2, tertiam partem numeri quadratorum, fit 8, adde ad 22 fit 30, deinde duc 6 numerum quadratorū in 2 sui partem

tem tertiam, fit 12, differentia cuius à numero rerum est nihil, nam res etiam fuerāt 12, habemus igitur 1 cubū e qualem 30, & res est 12 cub. 30, ab iace 2 tpqd: fit aestimatio rei, 12 cub. 30 m: 2.

Experientia autem est, ut iungas 1 cub. p: 6 qd: p: 12 reb⁹, & fuit 22.

Sex quadrata 24 p: 12 cub. 194400, m: 12 cub. 414720

cubus 22, m: 12 cub. 194400, p: 12 cub. 51840

Duodecim res 12 cub. 51840 m: 24

Aggregatum 22

Q V A S T I O II.

Exemplum secundi. Inuenias quatuor numeros continue proportionales, quorum primus sit 3, & reliqui tres sint 19, pone 2^m 1 rem, erit tertius $\frac{1}{3}$ qdrati, & quartus erit $\frac{1}{4}$ cubi, igitur 1 positio $\frac{1}{3}$ qdrati, $\frac{1}{9}$ cubi, æquantur 19, duc ad integra habebis cubum & 3 quadrata & 9 res, equalia 171, nam omnia ducuntur per 9, adde igitur cubum tertiae partis numeri quadratorum ad 171, & est 1, fit 172, deinde duc 3 numerum quadratorum in sui tertiam partem fit 3, huius producti, & 9 numeri rerum, differentia est 6, numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, quia productum fuit minus, duc igitur 6 numerum rerū in 1 tpqd: fit 6, adde ad 172, fit 178, igitur cubus & 6 res æquantur 178, & rei aestimatio est 12 v: cubica 12 7929 p: 89 p: 12 v: cubica 12 7929 m: 89, ab hoc minue tpqd: quæ est 1, habebis secundam quantitatem 12 v: cubicam 12 7929 p: 89 m: 12 v: cubica 12 7929 m: 89 m: 1, ex qua habebis reliquias.

Exemplum tertij modi. Cubus & 6 quadrata & 1 positio, æquantur 14, adde cubum 2 tpqd: qui est 8, ad 14, fit 22, deinde duc 6 numerum quadratorum in 2 tertiam sui partem, fit 12, differentia cuius à numero rerum est 11, numerus rerum equalium cubo cum numero, quia numerus productus 12 fuit maior numero rerum, duc igitur 11 in 2 tertiam partem numeri quadratorum, fit 22, differentia cuius & numeri prioris aggregati est nulla, quare habebimus cubum e qualem 11 rebus, igitur quadratum æquatur 11, res igitur est 12 11, à qua minue 2 tpqd: fit rei aestimatio 12 11 m: 2, sumpsitli autem differentiam in numero & non aggregasti, quia res æquabantur cubo, & non cubus cum rebus æquabantur numero, ut in præcedente exemplo.

Q V A S T I O III.

Exemplum quarti modi. Ex oraculo iubet princeps fieri sacram ædem, cuius spacio sit 400 cubitorum, & longitudo latitudine maior sit 6 cubitis, latitudo altitudine 3 cubitis maior, quæritur quantitas. Pone Altitudinem rem, Latitudo erit 3 p: & Longitudo 9 p: duc

inuicem habebis 1 cub. p: 12 quadratis p: 27 positionibus, æqualia 400, adde ad 400, cubum 4 tpqd: qui est 64, fit 464, duc 12 numerū quadratorum in tertiam sui partem, fit 48, cuius differentia à 27, est 21, numerus rerum, quæ æquantur cu-
bo cum numero, quare duc 21 in 4 tpqd: fit 84, sume differentiā à 464,
quæ est 380, & eam adde rebus, quia
aggregatum numerorum primum, fuit maius numero productō se-
cundo, habebis cubum æqualem 21 positionibus p: 380, res igitur ua-
let R₂ v:cubicam 190 p: R₂ 35757, p: R₂ v:cub. 190 m: R₂ 35757, ab
hac minue 4 tpqd: habebis altitudinem, qua habita, addendo 3 & 9
habebis latitudinem & longitudinem, ut uides
Altitudo, R₂ v:cub. 190 p: R₂ 35757 p: R₂ v:cub. 190 m: R₂ 35757 m: 4
Latitudo, R₂ v:cub. 190 p: R₂ 35757 p: R₂ v:cu. 190 m: R₂ 35757 m: 1
Longitudo, R₂ v:cu. 190 p: R₂ 35757 p: R₂ v:cu. 190 m: R₂ 35757 p: 5
Exemplum quinti modi. Cubus & 6 quadrata, & 2 res, æquantur
3, adde 8, cubum tpqd: ad 3 fit 11, deinde duc 6 in suam tertiam par-
tem, fit 12, differentia à 2, numero rerum est 10, numerus rerum, duc
in 2 tpqd: fit 20, cuius differentia ab 11, est 9 numerus, qui cum cu-
bo æquatur 10 rebus, quia productum 2^m maius est numero aggre-
gato, uoco autem productum secundum, quod fit ex numero rerum
iam inuento, in tpqd: æstimatio igitur rei quando cubus & 9 æqualia
sunt 10 rebus est 1, uel R₂ 9 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, abhīce igitur 2 tpqd: fient duæ
æstimationes quæ sitæ, altera R₂ 9 $\frac{1}{4}$ m: $2 \frac{1}{2}$ alia m: 1.

De cubo, & rebus æqualibus quadratis & nu- mero. Cap. XVIII.

DEMONSTRATIO.

Sit in eadem figura, cubus A C cum 33 A C, æqualis 6 qua-
dratis A C p: 100, (gratia exempli) diuidatur cubus A C,
posita B C tpqd: scilicet 2, in suas partes, erit cubus A C, æ-
qualis cubo A B, cubo B C, sex quadratis A B, & 12 positioni-
bus A B, at 33 A C, sunt 33 A B, & 33 B C, quæ sunt 66, quia B C est 2, igitur
cubus A C, & 33 A C, æquantur cubo A B, cubo B C, sex quadratis
A B, & 45 A B positionibus, & 66, hæc eadem igitur æqlia sunt 6 qua-
dratis A C, & 100, at 6 quadrata A C, diuisa A C in B, per 4^m 2ⁱ elemen-
torum, æqualia sunt 6 quadratis A B, & 6 quadratis B C, & 12 superfi-
ciebus