Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici, philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis algebraicis, lib. unus

Cardano, Geronimo

Norimbergae [Nürnberg], 1545

XIII. De cubo & numero equalibus rebus generaliter

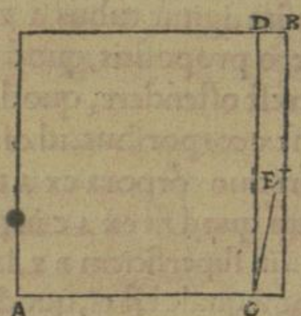
urn:nbn:at:at-ubi:2-864

nem, ℞ v: cubicam 20 p: ℞ 392 p: ℞ v: cubica 20 m: ℞ 392. Aliud, cubus ęquatur 6 rebus p: 6, tertiam partem numeri rerum, quę est 2, ad cubum, ducito, fit 8, detrahe ex 9 quadrato dimidij 6 numeri ęquationis, relinquitur 1, cuius ℞ est 1, hanc adde & minue à 3, dimidio numeri, fiunt partes, 4 & 2, quarum ℞ cubicæ iunctę, faciunt ℞ cubicam 4 p: ℞ cubica 2, æstimationem rei.

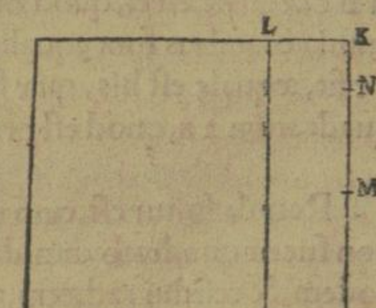
At ubi cubus tertiæ partis numeri rerum, excedat quadratum dimidij numeri, æquationis, quod accidit quandocunq; numerus æquationis est minor $\frac{3}{4}$ cubi illius, uel ubi ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum, producitur in ℞ $\frac{1}{3}$ eiusdem numeri maior numerus numero ęquationis, tunc hoc dissoluitur per quæstionem Alizam, de qua in libro de quæstionibus Geometricis dictum est, sed si libet tantam effugere difficultatem, plerumq; capitulum 25^{m} huius tibi satisfaciet.

De cubo & numero æqualibus rebus. Cap. XIII.

DEMONSTRATIO.



Hoc capitulum ex præcedenti trahitur, sit igitur cubus GH, æqualis rebus AB, quæ describuntur quadrata superficie & numero F, & sit basis cubi GH, quadratū GK, cuius pars quarta sit HL, residuum autem æquale AD superficiei, latus autem, quod Græce tetragonicum uocant, residui CD sit CE, sit uero MK dimidium HK, à qua abscindatur MN, æqualis CE, dico quod tam HN, quā NK, cubi, cum numero F, æquantur rebus AB, ut numerus rerū & ęquationis idem maneat, & primo ostendamus de HN, constat enim cubū HN continere latus suum, HN in quadrato HN, quadratum autem AB (quia GL æqualis est AD, & GL triplum est quadrati HM) æquale est triplo q̄drati HM, & quadrato MN, hæc autem superant, ex 4^{a} 2^{i} elementorum, quadratum HN, in duplo HM in NK, quare in eo quod fit ex HK in NK, quia HK dupla est ad HM, cubus igitur HN, cōtinet latus suum



F .... numerus.

H N in superficie A B minus eo, quod fit ex H K in K N. At uero, quia cubus G K continebat res seu latera H K in quadrato H K, uel in quadrato A B, cum numero F, igitur ex communi animi sententia, F numerus æqualis est producto ex H K in differentiam q̃dratorum A B & G K, at differentia G K & A B est, quanta differentia H L & C B, quia A D est æqualis G L differentia autem H L & C B est, ut quadrati H M & M N, igitur ex differentia quadrati H M, & M N in H K, fit F numerus, at uero ex 4ª 2ⁱ elementorum, differentia quadratorum H M, seu M K, & M N, est duplum M N in N K, cum quadrato N K, & ideo M N & M K in N K, & ideo H N in N K, igitur ex H K in productum H N in N K fit F numerus, addatur igitur F numerus, cubo H N, & ex alia parte productum ex H K in K N ductum in H N producto ex H N in superficiem A B, minus producto H K in K N, fiet cubus H N cum numero æqualis H N ductæ in A B, seu rebus ex A B, quod erat probandum. Similiter, quia differentia G K & A B, quæ est H N in K N, ducta in K H, producit F, differentia etiam A B & quadrati K N (cum A B sit ęqualis quadratis H M & M K & M N, & ductui K M in M H) æqualis est differentiæ dupli K H in H N à quadrato N H, addito ei rectangulo H N in N K, at quod fit ex H N in N K cum quadrato N H, æquale est producto ex KH in H N, per 3am 2ⁱ elementorum, igitur quadratum A B superat quadratum N K in producto K H in H N semel, cum igitur numerus F, contineat N K in producto K H in H N, & cubus K N contineat K N in quadrato K N, erit, ut cubus K N cum numero F, seu cum producto ex K N in rectangulum K H in H N, æqualis producto A B in K N, igitur cubus K N cum eodem numero F, æqualis est A B numero rerum eidem. Ex hac demonstratione patet, quod æquatio cubi æqualis rebus & numero, æqualis est ambabus æquationibus cubi & eiusdem numeri æqualium totidem rebus, simul iunctis, uelut si cubus æqualis sit 10 rebus & 12, & æquatio sit ℞ 7 p: 1, æquationes cubi p: 12, æqualium 10 rebus quæ sunt 2 & ℞ 7 m: 1, simul iunctæ, facient ℞ 7 p: 1.

REGVLA.

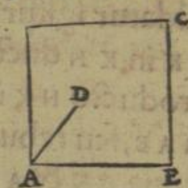
Regula igitur est, cum fuerit cubus & numerus æqualis rebus, inuenies æstimationem cubi æqualis totidem rebus, & eidem numero, cuius dimidium in se ducito & triplicato, hoc abiice ex numero rerũ, & ℞ residui, addita dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, uel detracta, ostendit æstimationem cubi & numeri æqualium rebus. Exemplum, cubus p: 3, æquatur 8 positionibus, tunc inuenio æstimationem cubi æqualis 8 rebus p: 3, ex præcedenti capitulo, & est etiam 3, huius dimidium duco in se, fit $2\frac{1}{4}$, triplica, fit $6\frac{3}{4}$, abiice ex 8

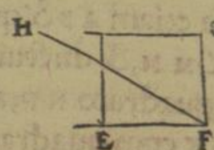
rerum

rerum numero, fit residuum $1\frac{1}{4}$, cuius ℞ addita uel detracta ab $1\frac{1}{2}$ dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, ostendit utrasque æstimationes quæsitas alteram $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{4}$, reliquam $1\frac{1}{2}$ m: ℞ $1\frac{1}{4}$.

DEMONSTRATIO.

Nunc etiam ostendamus, quomodo una æstimatione habita, absque auxilio præcedentis capituli habeatur & reliqua, & sit, ut ex A D in A C quadratum fiat numerus æquationis, ita quod quadrata A D & A C iuncta, faciant numerum rerum, eritque ex 8^{o} capitulo, A D, rei æstimatio, & sit F H linea, cui si adderetur dimidium A D quadratum totius, æquale foret quadrato A C & quadrato dimidij A D, dico F H esse reliquam æstimationem, quando cubus cum numero ex A D in A C æqualis est rebus in quadrato A C, & quadrato A D, fiat quadratum E G, quod cum quadrato F H æquale sit quadratis A C & A D, iunctis, quia igitur quadratum compositę ex F H & dimidio A D, æquale est quadratis C A & dimidij A D, erit ex 4^{a} 2^{i} elementorum abiecto communi quadrato dimidij A D, quadratum A C æquale quadrato F H, & duplo F H in dimidium A D, quare rectangulo ex F H in A D semel cum quadrato F H, quare ex 16^{a} 6^{i} elementorum A B proportionalis inter F H & aggregatum F H & A D, quia uero quadratum E G, additum producto F H in se, & in A D, tantum facit, quantum additum, quadrato A C, E G uero, & F H quadratum, æqualia sunt quadratis A D & A C, ex supposito, erit quadratum A C & quadratum A D & productum F H in A D, æquale quadratis A C & E G, inde abiecto communiter A C quadrato, erit E G quadratum, æquale ei quod fit ex F H in A D cum quadrato A D, ex 16^{a} igitur 6^{i}, E F proportionalis est inter A D & aggregatum ex A D & H F, cumque similiter, ut ostensum est, A B sit proportionalis inter F H & aggregatum F H & A D, erit ex 34^{a} 5^{i} nostri super Euclidem, quia F H & A D iunctæ in utroque ordine sunt prima quantitas, proportio F H, ad A D, ut A B ad E F duplicata, quare ex 17^{a} 6^{i} elementorum, F H ad A D, ut A C ad E G, igitur ex 34^{a} 11^{i} elementorum, corpus quod sub F H & E G continetur, æquale est corpori sub A D & A C, quare & numero æquationis, cumque quadrata E G & H F, æquentur numero rerum, quia quadratis A C & A D, erit ex 8^{o} capitulo huius, H F etiam æstimatio rei, in eodem capitulo. unde regula.





REGVLA.

Duc dimidium primæ æstimationis in se, & triplica, & aufer à numero rerum, & ℞ residui, detracto dimidio prioris æstimationis, est

æquatio