

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

**Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici,
philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis
algebraicis, lib. unus**

Cardano, Geronimo

Norimbergae [Nürnberg], 1545

X. De secunda quantitate incognita multiplicata

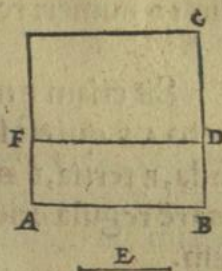
De secunda quantitate incognita multiplicata. Cap. X.



Vm uero duæ quantitates incognitæ multiplicantur, aut in se ducantur, quatuor fient modi, quorum maior pars tria habet membra.

DEMONSTRATIO.

Primus est, cum quadratum unius, & quantitates ipsæ comparantur. Sit igitur primo quadratum AC , cuius latus AB , æquale duplo AB & quintuplo E , gratia exempli, igitur posita BD æquali numero rerum, scilicet 2, erit AD æquale duplo AB , igitur CF æquatur quintuplo E , quare ex 15^a sexti elementorum, AB ad E , ut 5 ad CD , est autem AB positio, & CD positio $m:2$, & 5 numerus cognitus, quare regula est.



REGULA.

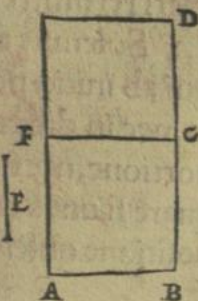
Posita re quantalibet, duc eam in se, detracto numero rerum, & quod exit, diuide per numerum ignote quantitatis, exhibit æstimatio ignote quantitatis. Exemplum, ponatur res 7, ducatur in 2 m : se, quia positum fuit, ut æquaretur duabus rebus, & quinque quantitatibus, fiet 35, diuide 35, per 5 numerum quantitatum, exit quan: etiam 7, & si ponatur res 10, ducemus eam in 2 m : id est in 8, & fiet 80, unde diuiso 80 per 5, exit 16, quantitas 2^a. Quod si quantitas 2^a ponatur cognita, multiplicabimus eam per suum numerum, & producto addemus quadratum dimidij ipsius numeri rerum, & radix totius, addito dimidio numeri rerum, est æstimatio rei. Exemplum, sit 2^a quantitas 16, ducemus in 5 fit 80, adde 1, quadratum dimidij numeri rerum, fit 81, huius $\sqrt{}$ est 9, cui addito dimidio numeri rerum fit 10, quantitas ipsius rei.

DEMONSTRATIO.

Rursus, sit decuplum AB , æquale quadrato AB & septuplo E , gratia exempli, & sit quadratum AB superficies AC & BD sit 10, igitur septuplū E æquale est FD superfici, & ut in precedenti, AB ad E , sic 7 ad CD , quare regula est, cum res æquantur quadrato rei & quantitatibus.

REGULA.

Positam rem quantamcunque libuerit, minuemus ex numero rerum, & ducemus eam in residuum, productum diuidemus cum numero quantitatum, quod exit est quantita



F 3 tis

tis æstimatio. Exemplum, ponatur hoc in casu res 8, minue ex 10 numero rerum, relinquuntur 2, quos duc in 8, fit 16, diuide per 7 numerum quantitatum, exit $2\frac{2}{7}$ æstimatio quantitatis, quod si secunda quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum suum, & quod producitur, à quadrato dimidij numeri rerum minuemus, & radix residui, addita uel detracta, à numeri rerum dimidio, ostendit æstimationem rei. Exemplum, ponatur quantitas secunda $2\frac{2}{7}$, ducatur in 7 numerum quantitatum, fit 16, abijce hunc numerum ex 25, quadrato dimidij 10 numeri rerum, & relinquitur 9, cuius radix addita uel detracta à 5, dimidio 10 numeri rerum, ostendit 8 uel 2, æstimationes ipsius rei.

DEMONSTRATIO.

- 3 Sit etiam E numerus, æqualis quadrato AB, quod est AC, & numero AB qui est superficies FD, posita igitur AB prima, numero E secunda, E tertia, BD quarta, erit proportio AB ad E, ut numeri E ad BD, quare regula erit, cum quantitates æquantur rebus & quadrato rerum.

REGULA.

Posita rem quantamcunque libuerit, ducemus in aggregatum ex ipsa & suo numero, & productum diuidemus per numerum quantitatum, & quod exit est æstimatio quantitatis. Exemplum, 5 quantitates æquatur 7 rebus, & quadrato rei, & res est 3, dicemus igitur, duc 3 in 10, aggregatum 3 æstimationis rei & 7 numeri rerum, fit 30, diuide per 5, numerum quantitatum, exit 6, æstimatio quantitatis. Quod si quantitas secunda sit cognita, ducemus eam in suum numerum, & producto addemus quadratum dimidij numeri rerum, & radix totius, detracto dimidio numeri rerum, est æstimatio rei. Exemplum, ponatur 6, quantitatis æstimatio, quando 5 quantitates æquales sunt 7 rebus, & quadrato rei, duc igitur 6 æstimationem quantitatum in 5, numerum quantitatum, fit 30, adde his quadratum $3\frac{1}{2}$ dimidij 7 numeri rerum, scilicet $42\frac{1}{4}$, ab huius radice, quæ est $6\frac{1}{2}$, si auferas $3\frac{1}{2}$, dimidium numeri rerum, relinquetur 3 æstimatio rei.

Not^m. Solemus autem his uti positionibus, cum duorum numerorum, qui ab initio ponuntur, nulla exprimitur comparatio, nec in aggregato, nec in differentia, nec in multiplicatione, nec in diuisione, seu proportionem, nec in radice, his enim quinque modis comparantur numeri, quare si unus consistat, nulla est secundæ quantitatis utilitas, sed una positione quæstio soluitur.

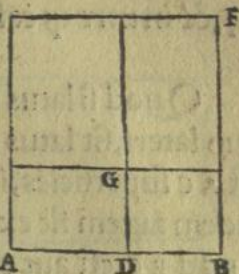
DEMONSTRATIO.

- 4 Quod si productum, ex re in quantitatem, quantitibus & rebus comparetur, consurgent duo modi tantum, aut enim tale productum, quan-

quantitatibus & rebus æquabitur, aut res æquabuntur producto & quantitatibus, sit & res A B, quantitas A C, numerus quantitatū A D, numerus rerum A E, erunt igitur ex supposito, duæ superficies D C, & B E, æquales A F, est autem A F equalis quatuor superficiebus, G A, G B, G C, G F, igitur hæ quatuor superficies, æquales sunt superficiebus D C & B E, detractis itaq; æqualiter tribus superficiebus G A, G B, G C, relinquetur altera G A, æqualis G F, quare ex 15^a sexti elementorum, A D ad D B, ut C B ut E A, proportio igitur numeri quantitatū, ad residuum ex re, ut residui quantitatis, ablato numero rerum, ad numerum rerum, secundum hoc erit regula.

REGULA.

Si nota fuerit res, abijciemus ex ea numerum quantitatū, & cum residuo diuidemus productum, ex numero rerum in numerum quantitatū, quod exit, est addendum numero rerum, & totum est quantitas. Exemplum, sint 10 res & 12 quantitates, æquales producto rei in quantitatē, & sit quantitas 18, tunc abijcies e contra, 10 numerum rerum, ex 18 quantitate, & relinquitur 8, cum quo diuide 120, productum ex 10 rerum numero, in 12 quantitatū numerum, & exit 15, quem adde, ad 12 numerum quantitatū, fit 27, rei æstimatio, unde 10 res, sunt 270, & 12 quantitates sunt 216, quæ iuncta faciunt 486, productum 18 quantitatis in 27 rem, & ita posuimus exemplum, regulæ conuersum, ut intelligas unam & eandem esse rationem. Quod si productum ipsum cognitum sit, diuide ipsum productum per numerum quantitatū, si sit minor numero rerum, aut per numerum rerū, si ille sit minor numero quantitatū, & dimidium exeuntis, duc in se, à quo abijce illud, quod prouenit, diuiso producto ex numero maiore in productum quantitatis, in rem, per numerum minorem, seu numerus rerum sit maior, seu minor, & re residui, addita uel detracta, ab eo quod in se duxeras, ostendit æstimationem quantitatis, aut rei scilicet, quæ minore numero describitur, inde diuiso per eam producto, exit illa, quæ est maiore numero definita. Exemplum 2 res & 6 quantitates, æquales sunt quantitati rei, quæ est, gratia exempli 64, diuido 64 per 2, minorem quàm 6, exit 32, cuius dimidiū 16, in se duco, & fit 256, abijcio ex hoc, 192, qui prouenit, diuiso



res	quan:	productū
2	6	64
	32	
	16	256
	6	64
	384	64
	2	8
	192	

384 producto 6, in 64, per 2, relinquuntur 64, cuius radix est 8, quæ addita uel detracta à 16 numero, quem in se duxisti, ostendit rei æstimationem 8, uel 24, quare si res ualet 8, quantitas etiam erit 8, diuiso enim 64 per 8, exit 8, & si res ualet 24, quantitas est $2\frac{2}{3}$, diuiso 64 per 24, & in utroque casu, 2 res & 6 quantitates, æquantur 64 quantitati rei.

DEMONSTRATIO.

5 Quod si latus unum, æquatur producto unius in alterum, & reliquo lateri, sit latus illud AB, & reliquum AE, numerus uero lateris AB est AC superficies, igitur EF, sit ex supposito, ex AE in suum numerum, eadem autem sit ex AB in EC, proportio igitur AB ad AE, ut numeri AE ad EC, est aut EC residuum AE quantitatis, & AC numeri rerum, quare regula erit.

REGULA.

Cum fuerint res æquales quantitati rei, & quantitatibus, & nota fuerit quantitas, minuemus eam ex numero rerum, deinde ducemus quantitatem in suum numerum, & productum diuidemus per tale residuum, quod exit, est æstimatio rei. Exemplum, 10 res, æquantur quantitati rei, & quatuor quantitatibus, & quantitas ipsa est 8, aufero 8 ex 10, relinquitur 2, duco etiam 8 quantitatem, in 4 numerum ipsius, fit 32, quem diuido per 2, residuum relictum, exit 16, æstimatio rei, & ubi prima detractio nequiret fieri, casus non potest in ueris numeris esse. Si uero non quantitas, sed ipsa res, sit cognita, quia ex AB, in AC, fit, quantum ex AE in aggregatum ex AB et numero AE, diuidemus productum ex numero rerum in æstimationem rei, per aggregatum ex re & numero quantitatibus, quod exit, est quantitatis æstimatio. Exemplum, 10 res æquantur quantitati rei, & 4 quantitatibus, & res est 16, duco 16 rem in 10 numerum rerum, fit 160, diuido per 20 aggregatum ex 4 numero quantitatibus & 16 rei æstimatione, exit 8, æstimatio quantitatis, si uero quantitas rei cognita esset, duces talem quantitatem rei, in numerum quantitatibus, & productum diuides per numerum rerum, cui exeunti, adde quadratum dimidij eius, quod exit, diuisa quantitate rei per numerum rerum, & radix aggregati, addito dimidio, quod prius in se duxeras, est rei æstimatio. Exemplum, sint 4 res æquales 5 quantitatibus, & quantitati rei, quæ sit 45, ducam 45, per 5 numerum quantitatibus, fit 225, diuido per 4 numerum rerum, exit $56\frac{1}{4}$, cui addo $31\frac{21}{64}$ quadratum $5\frac{5}{8}$, dimidij prouentus 45 diuisi per 4, & fit totum $87\frac{57}{64}$, cuius radici quæ est $9\frac{3}{8}$, si addantur $5\frac{5}{8}$ dimidium prouentus diuisionis, fiet 15 res.

DEMONSTRATIO.

6 Cum uero quadratum rei, & quantitas rei, & res, inuicem comparantur,

rantur, fiunt modi tres, primus est, cum quadratū rei, æquale est quantitatibus rerum & rebus, & sit AB res, cuius quadratum AC , & sit BF quantitas, & AD quantitates rerum, & erit, ut quoties BF in BD continetur, totus sit numerus quantitatis rei, DC igitur erit rerum numerus, quia igitur BC æqualis est AB , & CD est numerus rerum, erit ut detracto numero rerum ex re, relinquitur BD , productum ex numero quantitatis rei, in quantitatem. unde regula.

REGULA.

Cum quadratum rei æquatur rebus, & quantitatibus rerum, si res est cognita, auferemus ex ea numerum rerum, residuum diuidemus per numerum quantitatis rei, & prodibit quantitas. Exemplum, 10 res cum 4 quantitatibus rerum, æquantur quadrato rei, & res est 30, aufero 10 ex 30, relinquitur 20, quem diuido per 4, numerum quantitatis rei, & exit 5, æstimatio quantitatis. Quod si quantitas nota sit, ducemus eam in numerum quantitatis rei, & producto addemus numerum rerum, & conflabitur rei æstimatio. Exemplū, 10 res & 4 quantitates rei, æquantur quadrato rei, & quantitas est 7, ducemus 7 in 4, numerum quantitatis, & fiet 28, cui addemus 10 numerum rerum, fiet æstimatio rei 38. Si uero productum ex re in quantitatem cognitum fuerit, ducemus ipsum in numerum quantitatum rerum, & ei addemus quadratum dimidij numeri rerum, & radix totius cum dimidio numeri rerum superaddito, est æstimatio rei. Exemplū, qdratū rei æquatur 10 rebus, & quatuor quantitatibus rerum, & quantitas rei est 50, ducemus 50 in 4 numerum suum, id est quantitatū rerū, & fit 200, cui addemus 25, qdratum dimidij 10 numeri rerum, fit 225, cuius radici addo 5, dimidium numeri rerum, & fit 20, rei æstimatio, unde diuiso 50 producto rei, in quantitatem exit $2\frac{1}{2}$, æstimatio quantitatis.

DEMONSTRATIO.

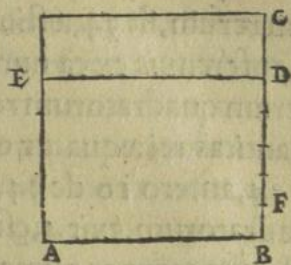
Quod si quantitas rei, æqualis sit quadratis rei & numero rerum, ponemus rem AB , & quantitatem BC , & quantitas rei AC , ea causa necessario erit & DC numerus rerum, & AD erit aggregatum quadratorum, igitur detracta DC ex BC , relinquetur BD , qua diuisa per numerum quadratorum, prodibit BF æqualis AB . regula igitur est.

REGULA.

Cum fuerit quantitas rei, æqualis quadratis rei & numero

G

mero



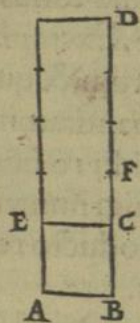
mero rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in numerum quadratorum, & producto addemus numerum rerum, & conflabitur quantitas. Exemplum, quantitas rei æquatur 6 quadratis rei, & 10 rebus, & res est 4, duc 4 in 6 numerum quadratorum, fit 24, adde ei 10, numerum rerum, fit 34, æstimatio quantitat. Quod si quantitas cognita sit, auferemus ex ea numerum rerum, & residuum diuidemus per numerum quadratorum rerum, quod exit, est æstimatio rei. Exemplum, quantitas rei æquatur 6 quadratis rei, & 10 rebus, & quantitas ipsa est 34, aufero 10 de 34, relinquitur 24, quem diuido per 6, numerum quadratorum, exit 4, æstimatio rei. Si uero quantitas rei cognita sit, diuidemus eam per numerum quadratorum, & prodeunti addemus quadratum dimidij eius, quod exit diuiso numero rerum per numerum quadratorum rerum, & radix totius, cum detractum fuerit idem dimidium, erit rei æstimatio. Exemplum. Quantitas rei æquatur 6 quadratis rei, & 60 rebus, & quantitas rei est 1200, diuide 1200 per 6 numerum quadratorum rei, exit 200, cui addo 25, quadratum 5, dimidij prouentus 60 numeri rerum, diuisi per 6 numerum quadratorum, fit 225, à cuius radice, quæ est 15, aufero 5 dimidium ipsius prouentus, & relinquetur 10, rei æstimatio, inde diuiso 1200, qui est quantitas rei, prodit 120 æstimatio quantitat.

DEMONSTRATIO.

8. Quod si numerus rerum, sit æqualis quadrato rei & quantitatibus rerum (etenim ad unum quadratum, uel ad unam quantitatē rei, per cōmunem diuisionē, semper, ut in uniuersis dictū est capitulis, reducere licet) ponemus A B rem, qdratum eius A C, numerū rerū B D, erit igitur E D numerus quantitat. rei, & C D numerus productus ex numero quantitatū in quantitatē, quæ sit C F, quia igitur C D, est residuum A B & B D, erit regula hæc.

REGULA.

Cum fuerit numerus rerum, æqualis quantitatibus rerum, & quadrato rei, & fuerit res cognita, auferemus eam ex suo numero, & residuum diuidemus per quantitatē rei numerum, quod exit, est quantitat. æstimatio. Exemplum, 10 res, æquantur quadrato rei, & tribus quantitatibus rei, & res est 4, auferemus 4 ex 10, relinquantur 6, diuido per 3, numerum quantitat. rei, exit 2, æstimatio quantitat. Si uero quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum quantitat. rei, & productum auferemus ex numero rerum, residuum est rei æstimatio. Exemplum, 10 res æquantur quadrato rei, & producto rei in quantitatē ter, & quantitas est 2, ducere



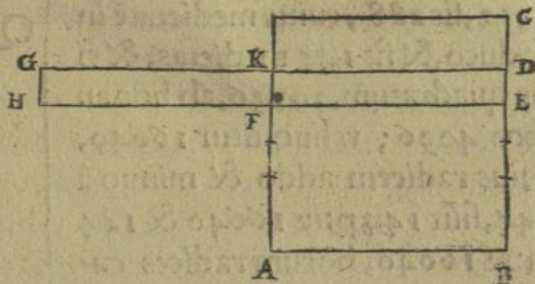
ducemus igitur 2 æstimationem quantitatis, in 3, numerum quantitatis rei, & producitur 6, quem aufero ex 10, numero rerum, relinquitur 4, æstimatio rei. Si uero productum ex re, in quantitatem, cognitum fuerit, ducemus illud in numerum suum, & productum auferemus à quadrato dimidij numeri rerum, & radix residui addita uel detracta, ab ipso dimidio numeri rerum, ostendit æstimationem rei. Exemplum, 10 res, æquantur quadrato rei, & 3 quantitatibus rerum, & quantitas rei est 8, ducam 8 in 3, numerum quantitatis rei, fit 24, hunc abijciemus ex 25, quadrato 5 dimidij 10, relinquitur 1, cuius R, quæ est 1, addita uel detracta ex 5, ostendit 6, uel 4, æstimationes rei, unde diuiso 8 quantitate rei, per 6, uel per 4, exit $1\frac{1}{3}$ uel 2, æstimatio quantitatis.

DEMONSTRATIO.

Quod si quadratum rei, & quantitas rei, & quantitas, inuicem 9 comparentur, consurgunt tres alij modi, fit igitur primo quadratum rei, æquale quantitatibus rerum, & numero quantitatum, & ponatur AB res ipsa, cuius quadratum AC, æquale sit quantitatibus rerum (quæ sint AD, ita ut DE, sit quantitas) & numero quantitatum DE, qui sit FH, eritq; superficies GF, æq; lis ex supposito, superficiem CK, quare ex 15^a 6^o elemento rum AB, ad DE, uelut HF, ad DC, est aut AB res, DE quantitas, HF numerus quantitatum, CD residuum rei, & producti ex numero quantitatis rei, in ipsum quantitatem, quare regula est.

REGULA.

Cum quadratum rei, æquale fuerit productis, ex quantitate in rem & in numerum, fueritq; res ipsa cognita, ducemus rem in numerum quantitatum rerum, & producto addemus numerum quantitatum, & cum aggregato diuidemus quadratum rei, prouentus est æstimatio quantitatis. Exemplum, quadratum rei, æquale sit sex quantitatibus rerum, & 20 quantitatibus, & ipsa res sit 12, duco 12, in 6 numerum quantitatis rei, fit 72, cui addo 20 numerum quantitatum, fit 92, cum hoc diuido 144 quadratum rei, exit $1\frac{13}{3}$, quantitas ipsa, si uero quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum suum, & seruabimus productum, deinde ducemus eandem in numerum quantitatis rerum, huiusq; producti dimidium, in se ductum, addemus priori producto & radici, ipsius aggregati, adijciemus dimidium quod in se duxeramus,



mus, & totum est æstimatio rei. Exemplum, Quadratum rei, æquale sit 12 quantitibus, & 5 quantitibus rei, & quantitas ipsa est 2, ducam 2 quantitatem, in 12 numerum suum, fit 24, deinde ducam eandem quantitatem 2, in 5 numerum quantitatis rei, & fit 10, huius dimidium quod est 5, duco in se, fit 25, addo ad 24, iam seruatur, fit 49, huius radici quæ est 7, addo idem dimidium quod est 5, fit 12, æstimatio rei. Vbi autem nota esset quantitas rei (& est in figura superficies E K) ducemus eam in suum numerum, & producti tertiam partem, ad cubum reducemus, ducemus & quantitatem rei in numerum quantitatum, & dimidium producti in se multiplicabimus, & ab hoc auferemus partem, quam ad cubum duxeramus, id est cubum ipsum, tertiæ partis, primi producti, quem seruasti, & radicem huius residui, addemus & minuemus, à dimidio secundi producti, & radices cubicæ aggregati, & residui simul iunctæ, sunt æstimatio rei. Exemplum. Quadratum rei, æquale est 12 quantitibus, & 2 quantitibus rei, & quantitas rei est 24, ducam 2, in 24, fit 48, huius tertiam partem, quæ est 16, ducam ad cubum, fit 4096, ducam etiam 24 in 12, fit 288, cuius medietatē in se duco, & fit 144 medietas, & eius quadratum, 20736, ab hoc aufero 4096, relinquitur 16640, cuius radicem addo & minuo à 144, fiūt 144 p: R 16640 & 144 m: R 16640, horum radices cubicæ iunctæ, sunt rei æstimatio.

Quad. rei.	Quan:	Quan: rei
	12	2
Quan: rei		24
	288	48
	144	16
	20736 —	4096
	16640	
	144 p: R	16640
	144 m: R	16640

Quòd si ex numero, per æqualia diuidendo, sumpta medietas, nō producat quadratum æquale, aut maius cubo tertiæ partis primi producti, operaberis per residuum regulæ capituli, cubi æqualis rebus & numero, nam facta multiplicatiōe per productum, ut in exemplo per 24, qui numerus est quantitas rei, erit cubus æqualis rebus & numero, rebus quidem productis ex quantitate rei in numerum suum, numero autem producto ex quantitate rei in numerum quantitatum, ut in exemplo dictum est, quod quadratum rei æquale fuit 2 quantitibus rei, & 12 & quantitibus, & quod quantitas rei est 24, dicemus igitur cubus æquatur 48 rebus, p: 288 numero, & 48 producit ex 24 in 2, & 288 ex 24 in 12, ergo ponamus quod quadratum rei, æquale sit 2 quantitibus rei & 3 quantitibus, & quantitas rei sit 8, ducemus 8 in 2, & 3, & producentur 16 & 24, igitur cubus æquabitur 16 rebus

rebus p: 24, & res ualet R: 13 p: 1, ex capitulo suo, inde diuiso 8 quan-
titate rei, per R: 13 p: 1, exit R: $5\frac{7}{9}$ Quad. rei Quan: Quan: rei
m: $\frac{2}{3}$, quantitas ipsa, est autem qua 3 2
dratum R: 13 p: 1, hoc 14 p: R: 52 8
& quantitas rei est R: $75\frac{1}{9}$ m: $\frac{2}{3}$, 24 16
& est 8, cuius duplum est 16, & tres quantitates sunt, R: 52 m: 2, quæ
iuncte cum 16, duplo quantitatis rei, faciunt 14 p: R: 52, qdratum rei.

Nota quòd in hac regula, semper res est media proportionalis, Not^m inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum, & producto rei in numerum quantitatis rei, ut in exemplo, $R \times 13$ p: 1, quæ est res, est proportionalis inter $R \times 5 \frac{7}{9}$ m: $\frac{2}{3}$, quæ est quantitas, & $R \times 52$ p: 5, qui constat ex 3, numero quantitatum, & producto ex $R \times 13$ p: 1, re ipsa, in 2, numerum quantitatis rei.

Nota etiam, quod regula hæc pendet ex capitulo cubi æqualis re Not^m bus & numero, uelut sequens, ex capitulo cubi & numeri æqualium secund. rebus, & ultima, ex capitulo cubi & rerum æqualium numero.

Nota etiam, quod res est eadē, quæ queritur in capitulo cubi eq^m . Not^m
lis rebus & numero, sed quantitas, est numerus, qui prouenit diuiso tertiu.
quocunq; numero, per rem ipsam, nam eidem capitulo, cubi æqualis
rebus & numero, competit una sola res, sed infinitæ quantitates, ue
lut dictum est hic, quod res est $\text{R} \frac{1}{3} \text{p} : 1$, & diuissimus 8, quantitatem
rei, si autem ponatur cubus æqualis 16 rebus & 24 numero, erit res
semper $\text{R} \frac{1}{3} \text{p} : 1$, sed posita quantitate rei 4, erit numerus quantitatis
6, & quantitatis rei 4, & quantitas $\text{R} \frac{4}{9} \text{m} : \frac{2}{3}$.

DEMONSTRATIO.

Quod si quantitas rei, æqualis sit quadratis rei, & quantitatibus, 10
ponemus A B rem, & quantitatem B C, & numerum quadratorum, se-
cundum quem B G, æqualis A B, continetur in B D, & erunt quadrata
A D, iuncta, & E C residuum, æquale numero quantita-
tum, & sit numerus quantitatū F C, erit igitur F B, æqua-
lis E C, quare B C quantitatis, ad A B rem, ut D C residui
rei, ductæ in numerum quadratorum, à quantitate ad
C F numerum quantitatū, erit etiam ex hoc E B resi-
duum, æquale A F residuo, quare A B media proportio-
nalis inter A H & B C, diuisam secundum numerū, secun-
dum quem B G continetur in B D.



Nota igitur, quod in hac tota regula, res media proportionalis est, inter quantitatem diuisam, per numerum quadratum. Not^m.
rum, & residuum rei & numeri quantitatum.

Regula igitur est, cū quantitas rei, æqualis fuerit quadratis rei & quantitatibus, & res nota fuerit, ducemus eam in se, deinde in numerum quadratorum, & productum diuidemus, per residuum rei à numero quantitatū, & quod exit, est quantitas. Exemplum, Quan: rei æquatur tribus quadratis rei, & 12 quantitatibus, & sit res 20, gratia exempli, duco 20 in se, fit 400, duco 400 in 3 numerum quadratorum, fit 1200, diuido 1200, per 8, differentiam rei & numeri quantitatū, exit 150, quantitas ipsa. Si uero quantitas ipsa cognita sit, non res, duc eam in numerum quantitatū, & productum diuide per numerum quadratorum, quod exit, abijce ex quadrato dimidij prouentus quantitatē diuisæ per numerum quadratorum, & radix residui, addita uel detracta, à dimidio eiusdem prouentus, ostendit æstimationem rei. Exemplum, Quantitas rei, æqualis est 4 quadratis rei, & 3 quantitatibus, & quantitas ipsa est 50, duc 50 in 3 numerum quantitatū, fit 150, diuide 150, per 4 numerum quadratorum, exit $37\frac{1}{2}$, deinde diuide 50, per 4, scilicet quantitatē per numerum quadratorum, exit $12\frac{1}{2}$, huius dimidium, quod est $6\frac{1}{4}$, duc in se, fit $39\frac{1}{16}$, à quo abijce $37\frac{1}{2}$, relinquuntur $1\frac{9}{16}$, cuius radix est $1\frac{1}{4}$, quæ addita uel detracta à $6\frac{1}{4}$, ostendit æstimationes rei, $7\frac{1}{2}$, uel 5. Si autem productum seu quantitas rei cognita sit, ducemus quantitatē rei in numerū quantitatū, & productum diuidemus per numerum quadratorum, exiēs est numerus, qui cū cubo æquatur tot rebus, quotus est numerus qui prouenit diuisa quantitate rei per numerum quadratorum. Exemplum, Quantitas rei, quæ sit 1500, æqualis est 4 quadratis rei, & 6 quantitatibus, ducemus igitur 6 in 1500, fit 9000, diuide per 4 numerum quadratorum, exit 2250, numerus, qui cum cubo æquatur 375 rebus, est autem 375 numerus, qui prouenit, diuiso 1500 numero quantitatē rei, per 4 numerum quadratorum, per capitulum autem suum, res ualet 10, uel 300 m: 5, & uterq; istorum numerorum, potest esse rei æstimatio, in casu isto, quando quant^a rei, quæ est 1500, æquatur 4 quadratis rei, & 6 quantitatibus, & æstimatio quantitatē habetur, diuiso 1500 qui est æstimatio quantitatē rei, per alteram æstimationem rei.

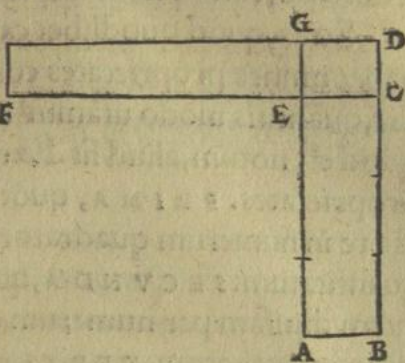
Quan: rei	Quad. rei	Quan:
1500	4	6
	375	1500
2250		1000

DEMONSTRATIO.

Cum uero quantitates c d, in numero c f, æquales fuerint quadratis a b rei, & quantitati rei d e, reducendo ad unam quantitatē rei, erit

erit detracta communi superficie DE, superficies GF æqualis AC, quare quadratum AB, per primam sexti elementorum, æquale superfici ei, ex EG in partem EF talem, qualis AB, est pars BC, igitur ex 16^a 6^a elementorum, AB media est inter DC & partem illam ex EF, unde regula.

REGVLA



Cum fuerint quantitates, æquales quantitati rei, & quadratis rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in se, deinde productum in numerum quadratorum, & diuidemus, quod producit ultimo, per numerum quantitatum, detracta re, & exhibet quantitas. Exemplum, 12 quantitates, æquantur quantitati rei, & tribus quadratis rei, & res est 4, ducam 4 in se, fit 16, ducam 16 in 3, numerum quadratorum rei, fit 48, diuidam 48, per 12 numerum quantitatum, detracto 4 re, & est diuidere per 8, exit 6, quantitas ipsa. Si uero quantitas cognita sit, duc eam in numerum suum, & productum diuide per numerum quadratorum rei, ei prouentui adde quadratum dimidij eius, quod prouenit, diuisa quantitate per numerum quadratorum, & radix totius, detracto eodem dimidio, est æstimatione rei. Exemplum, 12 quant^{as} æquantur quan^{ti} rei, & 3 quadratis rei, & quantitas est 6, duc 12 in 6, fit 72, diuido per 3 numerum qdratorum, fit 24, deinde diuido 6 quantitatē, per 3 numerum qdratorum, exit 2, cuius dimidium quod est 1, duc in se fit etiam 1, addo ad 24, fit 25, cuius r^{ex} 5, detracto 1, dimidio 2, relinquit 4, æstimationem rei. Si uero quant^{as} rei nota sit, ducemus eam in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, & quod exit, est numerus qui æquatur cubo & rebus, quarum numerus est id, quod prouenit diuisa quantitate rei, per numerum quadratorum, inde æquatio rei, est æstimatione quæsitæ, unde diuisa quan^{te} rei, per æstimationē rei, exhibet æquatio quantitatis.

Quad. rei	Quan: rei	Quan:
3	24	12
	8	288
	96	

Exemplum, 12 res, æquales sunt quan^{ti} rei, & 3 quad. rei, & quant^{as} rei, est 24, duc 24 in 12, fit 288, diuido per 3, exit 96, deinde diuido 24 per idem 3, numerum quad. rei, exit 8, igitur cubus p: 8 rebus, æquatur 96, tunc uero per capitulum suum, res ualet 4. Ideo 4 est rei æstima

æstimatione, cum quo diuide 24 quantitatem rei, exit 6 quantitas ipsa.
 Not^m. Scias, quod quodlibet capitulum, seu regula ex præcedentibus,
 habet omnes proprietates contentas in eadem regula, in singulis mo-
 dis, quamuis modo utamur una, modo alia, secundum quod illud
 quod est notum, aliud fit. Exemplum, in decima regula sunt quinque
 proprietates. PRIMÆ, quod proportio quantitatis ad rem, est ut du-
 cta re in numerum quadratorum, & detracta quantitate, ad numerum
 quantitatum. SECUNDÆ, quod res est proportionalis, inter quanti-
 tatem diuisam per numerum quadratorum, & differentiam rei à nu-
 mero quantitatum. TERTIÆ, quod ducta re in se, & post in nume-
 rum quadratorum, ducto quadrato, tantum fit, quantum ex quantita-
 te in residuum rei & numeri quantitatum. QUARTA & QUINTA,
 sunt reliqui duo modi procedendi illius regulæ, ad inuentionem rei,
 horum exempla in quæstionibus subiungere libuit.

QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta, sint 100, & pro-
 ductum unius in alterum duplum sit aggregato eorū. Ponemus pri-
 mum rem, secundum quantitatem, igitur quantitas rei, æqualis est 2
 rebus, & 2 quantitabibus, quare ex 4^a regula, proportio residui rei, ad
 2, ut 2 ad residuum quantitatis, igitur erunt tres quantitates propore-
 rationales, residuum rei, 2, & residuum quantitatis, res autem constat ex
 suo residuo & 2, sed quantitas ex suo residuo & 2, igitur res est aggre-
 gatū primæ & secundæ trium quantitatum proportionalium, & quanti-
 tates aggregatum secundæ & tertiæ, igitur ex dictis in capitulo trium
 quantitatum proportionalium, quadratum aggregati primæ & secun-
 dæ cum quadrato aggregati secundæ & tertiæ, & cum quadrato se-
 cundæ, æquantur quadrato aggregati ipsarum trium quantitatum,
 at uero quadratum aggregati primæ & secundæ & quadratum aggre-
 ti secundæ & tertiæ ex supposito faciunt 100, & quadratum secundæ
 est 4, quia 2^a quantitas proportionalis fuit 2, igitur quadratum ag-
 gregati omnium trium quantitatum est 104, igitur tres quantitates
 ipsæ iunctæ, sunt $\Re$ 104, & quia 2^a est 2, erunt reliquæ, scilicet prima
 & tertia, $\Re$ 104 m: 2, fac igitur ex $\Re$ 104 m: 2, duas partes, producen-
 tes 4, quadratum 2, & erunt $\Re$ 26 m: 1 p: $\Re$ v: 23 m: $\Re$ 104, & $\Re$ 26
 m: 1 m: $\Re$ v: 23 m: $\Re$ 104, & quia res cōstat ex prima & secunda pro-
 portionali, & quātitas ex 3^a & 2^a pportionali, erit igitur ut addamus
 2 utriq; parti, scilicet secundam quantitatem, & fiet res $\Re$ 26 p. 1 p: $\Re$ v:
 23 m: $\Re$ 104, & quātitas $\Re$ 26 p: 1 m: $\Re$ v: 23 m: $\Re$ 104, horū qdrata
 iuncta sunt 100, præcise, & productum unius in alterum est $\Re$ 416

p:4, duplum aggregati eorū,
uia uero communi procedēdo,
peruenires ad partes has, quas
uides infra, liquet autem quod
illæ confusæ magis sunt, quam
uis superioribus æquiualeant.

R 26 p: 1	p: R 5	23	m: R 104
R 26 p: 1	m: R 5	23	m: R 104
R 5 ^m	50	p: R 5	2068 m: R 26624
R 5 ^m	50	m: R 5	2068 m: R 26624

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum q̄drata iuncta sint 100, & quadratum maioris, æquale sit ductui maioris in minorem quater cum octuplo maioris. Ponemus maiorem rem, minorem quantitatem, eritq̄ quadratum rei, æquale 4 quantitatibus rei & 8 rebus, quare ex 6^a regula, auferemus 8 ex re, & fiet residuum res m: 8, unde diuisum per 4 exhibit $\frac{1}{4}$ rei m: 2, & hæc est quantitas quadrata, igitur rei & $\frac{1}{4}$ rei m: 2 æqualia sunt 100, quare $1 \frac{1}{16}$ quad. p: 4 m: 1 re, æq̄bitur 100, & quadratum æquabitur $\frac{16}{17}$ rei, & 90 $\frac{6}{17}$, quare res est R 90 $\frac{166}{289}$ p: $\frac{8}{17}$, & quantitas est $\frac{1}{4}$ huius m: 2, scilicet R 5 $\frac{129}{289}$ m: $1 \frac{15}{17}$.

QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros, quorum q̄drata iuncta sint 100, & productum unius in alterum, æquale sit triplo quadrati minoris, & sexcuplo eiusdem minoris. Ponemus rem minorem numerum, & quantitatem maiorem, igitur quantitas rei, æquatur 3 q̄dratis rei & 6 rebus, quare ex 7^a regula, quantitas est 3 res p: 6 quadrata, igitur rei & triū rerum p: 6 iuncta sunt 100, igitur 10 quadrata p: 36 rebus p: 36, æquantur 100, & 1 q̄d. p: $3 \frac{3}{5}$ rei, æquatur $6 \frac{2}{5}$, res igitur est, R 9 $\frac{16}{25}$ m: $1 \frac{4}{5}$, & quantitas triplum huius p: 6, id est R 86 $\frac{12}{25}$ p: $\frac{3}{5}$.

QVÆSTIO IIII.

Fac de 20, tres partes proportionales, quarum mediæ quadratū, æquale sit duplo producti mediæ in minorem, & quadruplo minoris, posita media re, & minore quantitate, erit quadratum rei, æquale 2 quantitatibus rei, & 4 quantitatibus. Quare ex notando primo nonæ regulæ, res media est proportionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatū 4, ac producto rei in numerum quantitatū rei, scilicet 2, tertia igitur quantitas est 2 res p: 4, quia igit̄ 3^a quantitas est 2 res p: 4, & 2^a res, & hæc cum prima constituunt 10, erit prima 6 m: 3 rebus, quare ducta prima in tertiam, fiet quadratum secundæ, igitur 1 q̄dratum æq̄tur 24 m: 6 q̄dratis, quare 7 q̄drata equantur 24, & res est R 3 $\frac{3}{7}$, & hæc est media, cuius duplum p: 4 est tertia, uidelicet 4 p: R 13 $\frac{5}{7}$, inde detracto aggregato secundæ & tertiæ ex 10

H

relin

relinquitur prima 6 m: & 30⁶/₇, hæ autem quantitates proportionales sunt, & quadratum secundæ est æquale duplo producti secundæ in primam, cum quadruplo primæ, ut proponebatur.

De cubo & rebus æqualibus numero. Cap. XI.



Cipio Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta ferme capitulum hoc inuenit, tradidit uero Anthonio Maria Florido Veneto, qui cū in certamen cū Nicolao Tartalea Brixellense aliquando uenisset, occasionem dedit, ut Nicolaus inuenerit & ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, suppressa demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quæsiuimus, eamq; in modos, quod difficillimum fuit, redactam sic subiicimus.

DEMONSTRATIO.

Sit igitur exempli causa cubus GH & sexcuplum lateris GH æquale 20, & ponam duos cubos AE & CL , quorum differentia sit 20, ita quod productum AC lateris, in CK latus, sit 2, tertia scilicet numeri rerum pars, & abscindam CB , æqualem CK , dico, quod si ita fuerit, lineam AB residuum, esse æqualem GH , & ideo rei æstimationem, nam de GH iam supponebatur, quod ita esset, perficiam igitur per modum primi suppositi 6ⁱ capituli huius libri, corpora DA , DC , DE , DF , ut per DC intelligamus cubum BC , per DF cubum AB , per DA triplum CB in quadratum AB , per DE triplum AB in quadratum BC , quia igitur ex AC in CK sit 2, ex AC in CK ter, fiet 6 numerus rerum, igitur ex AB in triplum AC in CK fiunt 6 res AB , seu sexcuplum AB , quare triplum producti ex AB , BC , AC , est sexcuplum AB , at uero differentia cubi AC , à cubo CK , & existenti à cubo BC ei æq̃le ex supposito, est 20, & ex supposito primo 6ⁱ capituli, est aggregatum corporum DA , DE , DF , tria igitur hæc corpora sunt 20, posita uero BC m: cubus AB , æqualis est cubo AC , & triplo AC in quadratum CB , & cubo BC m: & triplo BC in quadratum AC m: per demonstrata illic, differentia autem tripli BC in quadratum AC , à triplo AC in quadratum BC est productum AB , BC , AC , quare cum hoc, ut demonstratum est, æquale sit sexcuplo AB , igitur addito sexcuplo AB , ad id quod sit ex AC in quadratum BC ter, fiet triplum BC in quadratum AC , cum igitur BC sit m: iam ostensum est, quod productum CB

