

## Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici, philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis algebraicis, lib. unus

Cardano, Geronimo
Norimbergae [Nürnberg], 1545

VII. De capitulorum transmutatione

urn:nbn:at:at-ubi:2-864

#### HIERONYMI CARDANI

A c,est ut trium superficierum D C,D A,D F, ad D E superficiem, seu ut trium quantitatum proportionalium in proportiõe A B ad B c, ad mediam ipsarum, ac multa alia quæ breuitatis causa omitto.

# De capitulorum transmutatione. Cap. VII.

Vm fuerit numerus & denominatio media, extremæ æqualis, conuertetur capitulum in duas denominationes easdem, & sub eadem magnitudine numero æquales, ues lut si dicam, quadratum æquatur 6 radicibus & 16, dices mus igitur etiam, quadratum & 6 radices, æquantur 16, manetop con uersa ratio, inde habita prima æquatione, detrahemus numerum radicum, & est 6, & habebimus secundam, uel secunda habita, addemus 6 numerum radicum, & siet æquatio prima, uerum in cæteris denomis nationibus regula generalis dari non potest.

2 Verum generalis est regula, cum media denominatio, numero & extremæ denominationi æquatur, tunc convertetur in aliam mediam denominationem, tantundem à numero distantem, quantum prior me dia ab extrema denominatione distabat. Sic pro exemplo, si cubus & numerus æquales sint rebus, cubus cum eodem numero, quadratis etiam equabitur, sed non sub rerum numero existentibus. Ratio uero habendi mediam denominationem est, deprime maiorem denominas tionem ex medijs, per minorem, & radicem numeri æquationis, sume ptam secundum naturam denominationis extremæ, reduces ad deno minationem quæ exijt,& cum eo numero, multiplicabis numerum de nominationis mediæ proximioris maximæ denominationi extremæ, aut divides numerum proximioris numero, & qui exit, numerus est denominationis mediæ, uelut si cubus & 16 æquentur 6 quadratis, eritex dictis cubus & 16, æqualia rebus. harum numerum sic uenabi mur, deprime adratum per res, exeunt res, accipe 12 cub: 16, nam cu bus est extrema denominatio, & earn reduc ad naturam rei, cum res sit id, quod prouenit, diuiso quadrato per rem, fiet igitur Re cub. 16, quoniam res non auget nec minuit, igitur ducemus Re cub. 16 in 6 nu merum quadratorum, qui funt proximiores cubo, quam numero, & fient res Re cub. 3456 æquales 1 cub. p: 16. Exemplum aliud, cus bus & 8 æquantur 18 rebus, dices igitur, cubus & 8, æquantur quas dratis, divide igitur quadratum per rem exit res, accipe Re cubicam 8. quia cubus est maxima denominatio, & est 2, ea non est deducenda ali ter, cum res sit denominatio exiens, fiet igitur 2 divisor 18 numeri re

rum, quia res sunt proximiores numero, quàm cubo, & exibit 9, numerus quadratorum æqualium cubop: 8, eodem modo, si dicamus qu'qdm p: 64 eqtur 10 cubis, cadet transmutatio rebus in 1 qd'qdm

p: 64 equale rebus, divide igitur cubu per rem exit quadratum, duc R2 R2 64 quæ est ex natura qd qd", & est R2 8, ad naturam quadrati, scilicet denominationis exeuntis, sit 8, que duc in 10, numerum cuborum, quia sunt proxi-

1 qd'qd. p: 64 10 cub. 1 qd'qd. p: 64 rebus 128 qd. 8 10 res 80

miores maxima denominationis, & fiunt res 80, cotra divide res 80

per 8 ad habendum numerum cuborum.

Eadem ratio tenet, ubi denominatio media cum numero, æqua 3 tur extremæ, seu duæ denominationes extremæ, numero æquales sue rint, nam eadem regula unam æquationem in aliam transmutabimus. Vt pro exemplo, cubus equetur 9 rebus p: 10, dicemus igitur, cubus p: qdrato re cubicæ 72 % æquantur 10, & si cubus equatur 6 qdratis p: 16, erit cubus & res re cub. 3456, æqualis 16. Et si cubus p: 18 re bus, æquatur 8, erit cubus æqualis 9 qdratis & 8 numero. Et cum relatum primum p: 6 cubis æquatur 80, crit relatum primu æquale qua dratis p: 80. diuide igitur cubum per quadratum, exit res, sume re

lati 80, & eam reducito ad naturam rei remanet 12 relati 80, quam ducito in 6 numerum cuborum, fit 12 relati 622080, numerus quadratorum, igistur 18<sup>m</sup> p<sup>m</sup> æquatur qdratis 12 relati 622080 p:80 numero, eade ratione,

R<sup>m</sup> p<sup>m</sup> p: 6 cub. 80 R<sup>m</sup> p<sup>m</sup> qd. p: 80 R rel: 80—res R: rel: 80 6 qd. R: rel: 622080

si R<sup>m</sup> p<sup>m</sup> p: 30 rebus, æquale sit 32 numero, tunc erit R<sup>m</sup> p<sup>m</sup> æquale qd'qdrato & 32 numero, divide qd'qd<sup>m</sup> per rem, exit cubus, reducito 2 R2 relati 32 ad cubum, sit 8, divide 24 numerum rerum per 8, exit 3 numerus qd'qdratorum, qui cum 32 æquantur relato primo.

Sed pro habenda æstimatione in singulis, diuides adratum radicis a numeri eqtionis, sumpta ipsa radice, secundum naturam maxime de nominationis, per æstimationem quam habes, quod exit est æstimatio conuersi capituli. Exemplum, dictum est, quòd si cubus & 8 æqua tur 18 rebus, cubus & 8 æquabitur 9 ädratis. In prima autem æquatione res ualet 4, uel 12 6 m: 2, dico, quod si acceperis 12 cubicã 8, quæ est 2, & duxeris eam in se sit 4, & diuiseris per priores æstimationes, scilicet 4, uel 12 6 m: 2, exibunt 1, uel 12 24 m: 4, estimationes cubi p: 8 æqualium 9 ädratis. Et eodem modo dictum est, quod si 12 m p p p: 6

E 2

cubis,

#### HIERONYMI CARDANI

cubis, aquatur 80, quod Rm pm aquabitur R' R2, 622080 quadratos rum p:80,& in prima æquatione æstimatio rei maniseste est 2, due

igit Re R2 80 in le, fit Rz R2 6400, diuis de per 2, altimatio nem relati & 6 cus borumæglium 80, exibit Rz R" 200, æstimatio rei, quan do R" p" æquatur Rz Rº 622080 quas dratorum p:80, ut uero facilior intelle ctus omnium horu fit, uigintiquatuor

cub.&'ad' æal' no in cub.æal' re & no. cub.æql' qd' & n° in cub. & res eql' n°. cub.& n' ægl' gd' in cub. & n" ægl' rebus qd'qd.& cub.æql' no in qd'qd.eql' reb' & no. gd'ad. & n' ægl' cu. in ad'ad. & nm gal' rebus. ād'ād.æāl' cu.&no inād'ād. & resæāl' no. R" p" & qd'qd.eql'no in R" p" eql'reb.&n. R"p" ægle gd gd. & n° in R" p" & res egl'n . R"p" & n' eql' qd'qd.in R" p" & n" eql' reb. p" & cu. æql' n° in R" p" æql qd. & n°. R p zql cu. & n° in R p & qd. zql' n°. R" p" & n'æql' cu. in R" p" & n" æql' qd.

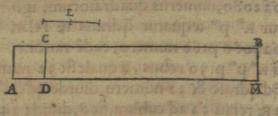
transmutationes subiungam, ex quibus alias discere licebit. hic names duodecim sunt conversiones, totidem'cz econtra, velut si cubus & qua dratum æquantur numero, conuertetur capitulum, in cubum æquas le rebus & numero, at econtra, si cubus æqualis sit rebus & numero,

cubus & quadrata numero etiam æqualia erunt.

## DEMONSTRATIO.

Vt uero eiusmodi sit aliqua, exempli causa, demonstratio, ponas tur parallelepipedum A B constans ex A c cubo, & D B numero, æqua

le autem totum hoc qdras tis a D linear. Igitur cum iplum coftet ex D C in A B, constabit etiam ex A M in quadratum D c, igitur A M est numerus quadratoru,



inter M D & D A, fint continue proportionales, E proximior A D, & F G proximior D M, qdras tum autem F G fit G H, & fit G K superficies, 2 qualis ei quæ ex E in A M, compleatur autem corpus G K, secundum altitudinem F G, erit igis tur ex 15° 6' elementorum A mad F K, ut F G ad E,igitur ex 1125' eiufdem, a m ad FK, ut M Dad F G, feu FH. at ex 19 5' elementorum erit a mad F K, ut a Dad K H, ex 11° igitur



eiusdem, M Dad F H, ut A Dad K H, quare cum sit M D, ad F H, ut F Had

E,& F Had E,ut E ad A D,& E ad A D,ut AD ad K H, erunt quince lis neæ M D, F H, E, A D, HK, continue proportionales, igitur ex 34 11 ele mentorum & 17 6 erit GH ad A C,ut M Dad HK,utrack enim duplis cata ei, quæ est FH, ad AD, quare quodex D m quinta in AC quadras tum fecundæ,æquale eft ei, quod ex k n prima in G n quadratu quars tæ. Igitur corpus k o est numerus propositus, & cum cubo B Gæquas tur rebus totidem, quot funt in superficie & K, at & K æqualis elt super ficiei ex c in A M, est autem E radix cubica numeri DB, propositi, ex 34° 11' elementorum, & A M numerus quadratorum, ut propositum eft, igitur numerus rerum G K fit ex radice cubica numeri aquationis in numerum quadratoru, & numerus equationis manet idem scilicet corpus K o & BD, quorum unum alteri equale esse demonstrauimus. Superest itacs, ut ostendamus estimationem rei, que est a D in uno, & F G, in altero effe, quales proponuntur, cadit enim inter eas proportio nalis media E radix cubica numeri propositi, igitur ex 16° 6' elemens torum diuiso quadrato e per unam earum exibit reliqua. Eodem mo do probaremus reliquam partem regule, & generaliter, sed breuitati consulendum est, in his quæ ordinem habent eum, ut unum ex altero cognoscatur. Regvla, man de la constantina del constantina del constantina de la con

Est & alius transmutandi modus, manente quidem denominatio 6 num numero, uariato autem equationis numero, ueru in reliquis eans dem habet rationem, regula igitur est. Accipe radicem numeri æquas tionis, secundum naturam denominationis mediæ, qua habes, & eam reduces multiplicando ad naturam denominationis media, quam uis æquari extremis in conversione, & hic est numerus in secunda æquas tione. Exemplum, si dico, cubus & 8 æquatur 18 rebus, tu scis ex tas bula supraposita, quæ huic seruit regulæ, quod transmutatur in cubu & numerum æqualia quadratis, at ex hac regula liquet, quòd numes rus quadratorum æquatur numero rerum, erunt igitur cubus & nus merus æquales 18 quadratis, pro numero igitur equationis accipe 8, quia res non habent radicem, & duc in fe, fiet 64, numerus æquatio= nis, duxisti autem in se, quia denominatio media in quam sienda est transmutatio, est quadratum. Eadem ratione, si dicatur, 1 qd qdratu p:8,æquatur 12 rebus,traducetur in qd'qdratum & numerum æqua lia cubis, quare reducemus 8 ad cubum & fiet 1 qd'gdratum p: 512, æquale 12 cubis. Et ita, si dicatur, 1 pm Rm p:8, æquatur 5 cubis, trans mutatio fiet in R" p" p:numero, æquale 5 quadratis, ex tabula uel re gula, igitur pro numero (quia denominatio media in proposito est cus bus) sumemus 12 cub. 8, quæ est 2, & eam deducemus ad natura quas STREET SE E

### HIERONYMI CARDANI

drati, quia quadratum est denominatio media in transmutatione, siet

igitur 4, quare erit R" p" p:4, æquale 5 quadratis.

Eadem ratio tenet, cum numerus & media denominatio extreme æquantur, ut transmutetur in capitulum denominationum æqualium numero. Exemplum, si dicamus, 1 pm km p:4 cub. æquatur 64, accipiemus propter cubum 12 cubicam 64, & est 4, & eam reducemus ad quadratum denominationem mediam, in quam sienda est transmutatio, & habebimus 1 pm km æquale 4 ādratis & 16 numero, & si 1 pm km p:4 rebus æquatur 5, quia res non habet radicē, reducito 5 ad na turam quadratiquadrati, & sit 625, ideo dicemus, quòd 1 km pm æs

quatur 4 quadratisquadrati p:625.

Aestimationis ratio sic habetur in media denominatione æquali extremæ & numero. Reducito æquationem quam habes in naturam denominationis media, in quam fienda est trasmutatio, & hoc abijce ex numero denominationis medie, & Rz residui, sumpra secundum na turam denominationis media, ex qua fit transmutatio, elt rei æstimas tio. Exemplum, sip" R"p:64 æquatur | 1p" R"p:64 12 cub. 12, cubis dicemus p" R" p: 16 æquatur | 1p" R"p: 16 12 qd. 12 gdratis, estimatio prime equationis est 2, & quia media denomina tio in quam fit transmutatio est gdratum, ducemus 2 in se fit 4, abrice ipfum ex 12 numero cuborum, fit 8, residuum cuius sumemus Re se cundum naturam denominationis mediæ, ex qua fit transmutatio, & est cubus.igitur 12 cub. 8, quæ est 2, erit etiam æstimatio rei in secuns da æquatione. Aliud Exemplum, si p" R" p: 64, equatur 24 qdratis, tu scis, quòd transmutatur in p" R" p: 512 æquale 24 cubis, æquatio autem primi propositi fuit 2, cubus sit 8, nam media denominatio ses cunda est cubus, abijce 8 ex 24, numero | 1 p R p: 64 24 ad. adratorum, relinquitur 16 cuius Rz qua 1 pm Rmp: 512 24cu. drata, id est sumpta secundum naturam denominationis mediæ, pris mæ æquationis, quæ est 4, est æstimatio p' R' p: 512 æqlis 24 cubis.

Sed ubi intermedia denominatio iungitur numero uel extremæ denominationi, facto transitu in comparem, ex 7ª regula, reduces ut prius æstimationem quam habes in naturam denominationis medie, cuius quæris æstimationem, & ei adde numerum denominationis me diæ, si media denominatio cuius æstimatio quæritur, iuncta suerit nu mero, uel minuemus, si iuncta suerit extremæ denominationi, & eius aggregati uel residui æ sumpta, ex natura denominationis mediæ, cu ius æstimatio cognita est, erit æquatio secundæ quæstionis quæstia. Exemplum, sit n p æquale 3 cubis p: 8, & æstimatio rei cognita 2, & transe

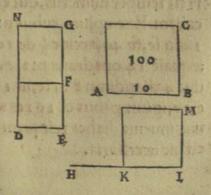
& transmutatur ex regula septima in R" p" p: 3 quadratis regualia 4, reduco igitur 2 ad naturam quadrati mediæ | Rm pm 3 cub. p:8 denominatiois, cuius queritur æstimatio. Sit | Rm pm p: 3 qd. 4 4, ex hoc abijcio 3 numerum quadratorum, quia quadrata funt iuns cta R° p°, & non numero, relinquitur 1, huius Rz cub. quæest 1, est rei æstimatio, est autem cubus denominatio media æquationis iam cogni tæ. Rursus sit R" p" equale 7 qdratis p: 4, & sit transmutatio in R" p" p:7 cubis æquale 8, ex 7 regula, & sit huius co | R p p:7 cub. 8 gnita æquatio, quæ lit 1, & uelim reliquam, re | R" p" 7 qd. p:4 duco 1 ad gdratum, mediam denominationem ignotam, & fit 1, huic addemus 7 numerus adratorum, quia media denominatio ignota, quæ est qdratum, iungitur numero, scilicet 4,& habebimus 8, huius Re cubica fumpta ex natura mediæ denominationis cognitæ, & est 2, talis Rz cubica, est rei æstimatio, quando p" R" æquatur 7 qd.p:4.

Ex hoc patet, quod semper, habito uno capitulo, per secundam, Cor" ; tertiam & quartam regulam, uel per sextam, septimã, octavam, & nos nam, habebimus aliud generaliter, si generaliter, uel particulatim, si particulatim. Exemplu igitur tale sit, cognito capitulo cubi & rerum æqualium numero, proponatur cubus æqualis 3 quadratis & 10 nus mero, habebimus igitur ex septima regula cubum & ; res æquales re 10, æquatio huius est 12 v: cub. 12 3 1 p: 12 2 1 m: 12 v: cub. 12 3 1 m: 12 2 huius igitur quadratum, addito 3 numero quadratorum, quia qua drata iunguntur numero, erit æstimatio cubi æqualis 3 qdratis & 10 numero, & hoc est, quia denominatio media cognita, quæ est res, non habet ex se radicem, & sic primo generaliter capitulum cubi æqualis

adratis & numero, aliaco multa capitula inueni, duplici uia. DEMONSTRATIO.

Et ne hoc uoluntarium uideatur, demonstratio huius adiscienda 10

est, in uno pro omnibus, sit cubus D F, cum A Bnumero, equalis D G numero re rum, id est corpori D G, sit autem H L, nu merns rerum, æqualis D G superficiei, in numero, & sit quod ex H K in K M, equa le Ac numero, & quadrato A B, crit igis tur quod ex H L in K M, equale A c & cu bo K L, & similiter, quod ex D E in D G, equale cubo D E,& numero A B,D E au te eftlatus D F,& K L latus K M, fed H L



æqualis eft D G, cum igitur ex H Kin K M fiat A C, & ex D E in FN, A B, polita posita n Fradice K m, & D E radice H K, nescio si ex D E in F N, sit A B, ex H K in K m sit A c, nach hoc à Theone in Euclidis comentario est de monstratum, igitur cum æstimatio rei in uno sit K L, in altero D E, ses quitur ut sublata F D, æquali H K (utrace enim æquatur quadrato D E) ex H L, relinquatur K L, rei æstimatio, quod est propositum.

Est & genus transmutationis in dissimile, ut cum qd'qd" æquas tur rebus & numero, & res est 125 p: 2, gratia exempli, erit qd'qd" p: eisdem rebus æquale eidem numero, & res erit eius apotome, uidelis

cet R2 5 m: 2, & econtra.

Transmutantur & ea, quæ constant ex quatuor nominibus, cum fuerint tres partes continue proportionales, & æquales rebus uel cubis, dico autem, numerus & qdratum & qd'qdm, nam diuiso numero rerum per pe numeri, exit numerus cuborum, multiplicato uero numero cuborum, per pe numeri, producitur numerus rerum æqualium qd'qdrato & qdrato & numero eisde, uelut, si qd'qdm p:8 qdratis p: 64, æquantur 10 cubis, igitur ducto 8 pe 64, in 10 numerum cuboru, erit 1 qd'qdm p:8 qdratis p:64, æquale 80 rebus. Habita autem una æquatione, diuide cum ea pe numeri, quod exit, est reliqua æquatio, uelut 1 qd'qdm p:8 qdratis p:64, æquatur 56 rebus, & res est 4, erit 1 qd'qdm p:8 qdratis p:64 æquale 7 cubis, inde diuiso 8 radice 64, per 2 priorem æquationem, exit 4, secunda æquatio, qd'qdrati p:8 qdratis p:64, æqualium 7 cubis.

Est etiam transmutatio capitulorum ex tribus constantium, in capitula ex quatuor, & pro exemplo, regulam unam exponam, si sit capitulum cubi & numeri æqualium qdratis, conuertetur in capitulum cubi & rerum, æqualium qdratis & numero, hoc modo, manente numero qdratorum, duc dimidium numeri qdratorum in se, & productu est numerus reru, quæ sunt cu cubo, & octaua pars prioris numeri est semper numerus, qui est cum qdratis, & æquatio semper manet eadem. Exemplum, cubus p: 16 æquatur 14 qdratis, duc 7 dimidium 14 in se, sit 49, accipe sede 16, quod est 2, habebis 1 cub. p: 49 rebus æquale 14 quadratis p: 2. Aliud, cubus & 40, æquatur 8 quadratis, duc 4 dimidium 8 in se, sit 16, numerus rerum, accipe sede 40 quod est 5, igitur cubus & 16 res æquantur 8 quadratis p: 5, & æquatione una inuenta, habes reliquam cu sint eædem, demonstratio huius non

est hic necessaria.

Docetur