

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

**Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici,
philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis
algebraicis, lib. unus**

Cardano, Geronimo

Norimbergae [Nürnberg], 1545

V. De inuenienda aestimatione capitulorum compositorum minorum

tulis, seu cubica seu q̄drata, hisq̄ quorum principalibus quadratum aut cubus radicis pro æquatione fuerat, uelut si q̄drato æquali rebus & numero æstimatione hæc conueniebat, R̄ 19 p: 3, capitulo cubi q̄drati æqualis cubis & numero sub eadem quantitate existentibus, æquatio erit, R̄ v: cubica R̄ 19 p: 3.

5 Et sicut radix quadrata, nulli præterq̄ numero iungi potest, ut æquationem efficiat generalem, sic è diuerso, cubica cubicæ iuncta, efficere potest, numero non potest. Cum igitur iungitur cubi æqualis rebus & numero, æquationem producit, non integram tamen, at detractæ inuicem, efficiunt æquationem capituli cubi & rerum æqualium numero, uelut R̄ cubica 4 p: R̄ cubica 2, est æquatio capituli, cubi æqualis rebus & numero, & R̄ cubica 4 m: R̄ cubica 2, est æquatio capituli cubi & rerum æqualium numero.

6 At capitulum cubi æqualis quadratis & numero, habet æquationem constantem ex tribus quantitatibus proportionalibus, quarum duæ extreme sunt radices cubicæ, media est numerus, ut R̄ cubica 16 p: 2 p: R̄ cubica 4. sed capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, habet similem in omnibus præcedenti æquationem, excepto quòd numerus est m: uelut R̄ cubica 16 m: 2 p: R̄ cubica 4.

7 Illud etiam intelligendum est, radices simplices pro generalibus æquationibus haberi, ut tamen etiam simplicia sint capitula, uelut R̄ cubica inseruit capitulo numeri æqualis cubo, & q̄drata, numeri æqualis q̄drato, & relata, capitulo relati æqualis numero, & sicut hæ simplices compositis capitulis conuenire nequeunt, sic nec ullum compositum ex pluribus radicibus incommensurabilibus capitulo simplici potest conuenire.

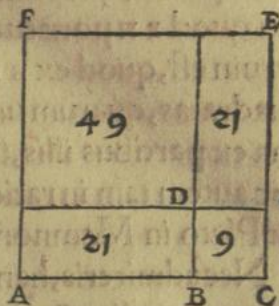
Ostendit æstimationem capitulorum compositorum minorum, quæ sunt q̄dratorum, numeri, & rerum. Cap. V.

DEMONSTRATIO.

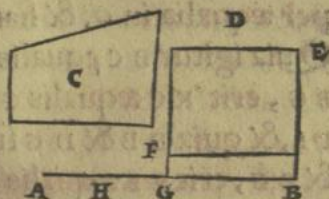


It quadratum F D & 6 res (gratia exempli) æquale 91, tunc faciam D B & D G cum fuerint productæ esse 3, dimidium scilicet 6, numeri rerum, & complebo quadratum D G B C, indeq̄ productis C G & C B quadratum A F E C, prout in quarta secundi elementorū fit, quia igitur D B ducta in A B ex diffinitione secundi elementorum producit A D super finem, & ex numero quolibet in rei æstimationem producit æstimatione illarum rerum, uelut si res est 4, & sint quinque res, erunt quinque res 20, & tantum producit

citur ex 4 æstimatione rei in 5 numerum rerū,
ut ostendimus in capitulo tertio, igitur cum
B D sit 3, & A B æstimatione rei, erit superficies
A D tribus rebus æqualis, seu æstimatione trium
rerum, at superficies D E æqualis est A D, ex
43^a primi elementorum, igitur & ipsa est æsti-
matio trium aliarum rerum, duæ igitur super-
ficies, A D & D E, sunt æquales 6 rebus, qua-
re ipse cum quadrato F D sunt 91, at quadra-
tum, C D est 9, quia B D est 3, igitur A C quadratum est 100, quare la-
tus eius A C est 10, cum igitur B C sit 3, detracta B C ex A C, relinquit
A B latus D F 7. ALIA DEMONSTRATIO.



Sic modo A B numerus rerum quarundam, æqualium c numero
& quadrato D, & faciam quadratum B G dimidij A B, quod sit G E,
à quo auferam c numerum, ut E F superficies æqualis sit numero c, &
ponam latus quadratū, F B superficiem, quod
sit G H, dico lineas B H & H A esse utraq; late-
ra quadrati D, unde sequitur duas fore ue-
ras æstimationes huius capituli, quarum ag-
gregatum est æquale numero rerum, uideli-
cet A B, constat enim quod rectangulum ex
A H in H B, una cum qdrato H G est æquale
quadrato B G, ex 5^a 2^a elementorum. quadratum autem H G æquale
fuit F B superficiem, rectangulum igitur ex A H in H B, æquale est E F,
quare & c numero, quod autem sit ex A B in H B, ex 3^a 2^a elementorū,
æquale est quadrato H B & rectangulo A H in H B, igitur quod sit ex
numero rerum A B in æstimationem rei que est H B, æquale est nume-
ro c, & quadrato H B, quod est probandum. Et similiter eadem ratio-
ne rectangulum ex A B in A H, æquale est quadrato A H, & ductui A H
in H B, sed ex A H in H B, ut probatum est, sit c numerus, igitur rectan-
gulum ex A B in A H, scilicet ex numero rerum in rerum æstimationē,
æquatur quadrato rei & numero proposito.



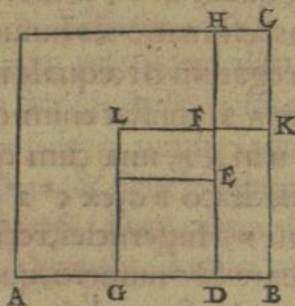
Ex hoc patet, quod illi falluntur qui dicunt (quod si B H, gratia
exempli) sit æstimatione rei, & G F 3, quod rectangulum ex B H in G F
erit 3 G H seu triplum G H, hoc enim esse non potest, scilicet quod super-
ficies contineat lineam aliquam, neq; numero, nec alia proportionē,
cum infinite lineæ possint esse in superficie, quantitas enim continua
nullum suę diuisionis recipit terminum, sed ueritas est, quod si G F cō-
tineat tres unitates (gratia exempli) id est partes tres lineæ B H, diuise

in tot partes, quot unitates sunt in numero quem dicitur continere, ueluti quod BH ponatur 12 , erit GF 3 , ubi GF sit quarta pars BH , & tunc uerum est, quod ex BH in GF fit superficies continens 36 superficies quadratas, quarum uniuscuiusque tetragonum latus est unitas, id est una ex partibus illis, secundum quas BH est diuisa in 12 , & GF in 3 , hoc autem tam in rationalibus, quam in irrationalibus pulchre ostendit Plato in Memnone.

Nec admireris, hanc secundam demonstrationem, aliter quam à Ma-
humete, explicatā, nam ille immutata figura magis ex re ostendit, sed
tamen obscurius, nec nisi unam partem, eamque pluribus, unde nos fa-
cilitati & breuitati consulentes, tum ut utriusque æstimationi una demon-
stratione satisfaceremus, hac utimur.

ALIA DEMONSTRATIO.

- 3 Sit modo quadratum AC in tertia figura, æquale 6 rebus & 16
numero, & ponatur AD numerus rerum, scilicet 6 , igitur superficies
 AH est 6 positiones, quare DC residuum erit præcise 16 , diuidatur AD
per æqualia in G , & fiant quadrata GB & GD , quæ sint GK & GE .
Quia igitur BC æqualis est BA , & BK æqualis
 BG , erit KC æqualis GA , quare etiam GD &
 FL , & quia DE & DG sunt æquales, item DF
& BG , erit FE æqualis DB , quare etiam æqua-
lis FK , duæ igitur lineæ FK & FH , æquales
sunt FL & FE , & anguli ADF recti, igitur FC
superficies æqualis est LE , sed FC cum FB fuit
 16 , igitur LE cum FB fuit 16 , addito qua-
drato GE quod est 9 , nam GD fuit 3 , erit GK
quadratum 25 , igitur latus GB 5 , addita igitur GA , quæ est 3 , fiet AB
tota 8 , rei æstimationo.



- 4 Secundum hæc formabimus regulas tres, pro quarum memoria
subiungemus Carmen hoc,

Querna, da bis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.

REGULA I.

Est autem unicuique horum capitulorum commune, ut dimidium
numeri rerum in se ducatur. Quando igitur quadratum æquatur re-
bus & numero, quod significatur per Querna siue primam tantum in-
telligas literam seu adnumeres sequentes à prima uocali consonantes,
ut Querna, quadratum æquale rebus & numero significet, & Nuquer,
Numerum quadrato ac rebus æqualem, & Requan, res quadrato &
numero æquales. In hoc Querna igitur, seu capitulo quadrati æqua-
lis

lis rebus & numero, addes quadrato dimidij rerum numerum æquationis, & totius accipe radicem quadratam, cui adde dimidium numeri rerum, & aggregatum est rei æstimatio. Exemplum, fit 1 qd^m æquale 10 rebus p: 144, duc 5 in se, fit 25 quadratum dimidij rerum, adde 144 fit 169, cuius R^z est 13, huic adde 5 dimidium numeri rerum, fit 18, æstimatio rei. Rursus fit 1 qd^m æquale $\frac{2}{3}$ rei p: 11, duc $\frac{1}{3}$ dimidium numeri rerum in se, fit $\frac{1}{9}$, adde ei 11, fit $11\frac{1}{9}$, accipe R^z quæ est $3\frac{1}{3}$, cui adde $\frac{1}{3}$ dimidium numeri rerum, fit $3\frac{2}{3}$, rei æstimatio. Rursus, fit 1 qd^m æquale 10 rebus p: 6, duc 5 in se dimidium numeri rerum, fit 25, adde ei 6 fit 31, huius R^z adde 5, dimidium numeri rerum erit rei æstimatio, R^z 31 p: 5. Rursus fit 1 qd^m æquale rebus R^z 12 p: 22, duc R^z 3 in se fit 9, quadratum dimidij numeri rerum, adde ei 22 fit 31, huius R^z est 5, cui adde R^z 3, quod est dimidium numeri rerum, fiet rei æstimatio 5 p: R^z 3, & si in hoc casu numerus fuisset 20, esset rei æstimatio R^z 23 p: R^z 3, & si fuisset numerus 9, esset æstimatio rei R^z 12 p: R^z 3, quod est dicere, R^z 27, & si fuisset 1 qdratum æqle rebus R^z 12 p: R^z cub. 10 numeri, duc ut prius R^z 3, dimidium numeri rerum in se, fit 9, adde ei R^z cub. 10, fit 3 p: R^z cub. 10, huius accipe radicem, quæ est R^z v: 3 p: R^z cub. 10, cui adde dimidium numeri rerum & fiet æstimatio rei R^z 3 p: R^z v: 3 p: R^z cub. 10. & hac uarietate exemplorum hic usi sumus, ut in reliquis idem fieri posse intelligas, tum etiam eadem in duabus sequentibus regulis experire, quandoquidem nos duplici exemplo contenti erimus. Manifestum est igitur, quod hic bis addimus, scilicet numerum qdrato dimidij rerum, & dimidiū rerum radici aggregati, & hoc est, quod in carmine diximus, da, bis, quasi, bis iunge.

REGULA II.

Si autem numerus quadrato & rebus æqualis sit, qdrato dimidij numeri rerum adijcies numerum æquationis, & totius aggregati accipe radicem, à qua minue dimidium numeri rerum, & residuum est rei æstimatio. Exemplum, 144, æquatur 10 rebus & 1 qd^o, duc 5, dimidium 10 numeri rerum, in se, fit 25, huic adde 144 fit 169, huius R^z est 13, à qua abijce 5, dimidium numeri rerum, relinquetur rei æstimatio 8. Rursus, fit 6 æqualis 10 rebus p: 1 qdrato, ducto 5 dimidio rerum in se fit 25, adde 6 fit 31, ex huius radice abijce 5, dimidium numeri rerum, fit R^z 31 m: 5, æquatio.

Ex hoc patet, quod hæc regula à præcedenti solum differt, quod Cor^m. minuat dimidium numeri rerum. Ab aggregati radice, ubi illa iungebat, & hoc est, quod in carmine diximus, Ad, mi, quasi, adde primo,

deinde minue, scilicet, adde numerum quadrato, & minue dimidium numeri rerum postmodum ab aggregati radice.

Cor^m. Ex quo patet, quod differentia æstimationis quadrati, æqualis rebus & numero, & numeri, æqualis rebus & quadrato, est numerus rerum ad unguem, ubi in eisdem rebus & numeris statuatur, uelut æstimatio qdrati æqualis 10 rebus p: 144 est 18, & æstimatio 144 æqualis quadrato & 10 rebus est 8, & differentia 18 & 8 est 10.

REGULA III.

6 Si uero res æquales sint quadratis & numero, ducto, ut prius, dimidio numeri rerum in se, & ab eo detracto numero æquationis, radicem residui minue ex dimidio numeri rerum, aut adde, & tam aggregatum, quàm residuum est rei æstimatio. Exemplum. 1 qdratum p: 16, æquatur 10 rebus, ducto 5 in se fit 25, ut prius, deinde minue 16 ex 25 relinquitur 9, cuius r: quæ est 3, addita uel detracta à 5 dimidio numeri rerum, ostendit rei æstimationes, 8 addita, & 2 detracta, si igitur 10 res sumantur quæ sint 2, erunt 20 & tantum erit qdratū 2 cum 16, item si sumantur 10 res quæ sint 8, erunt 80, & tantum est quadratum 8, addito ei 16. Rursus si dicam, 10 res, æquantur 1 qd^o p: 6, ducto 5 dimidio numeri rerum in se, fit 25, detracto autem 6 relinquitur 19, cuius r: addita uel detracta ex 5, ostendit rei æstimationes, maiorem quidem 5 p: r: 19, minorem uero 5 m: r: 19.

Not^m. Quod si detractio ipsa numeri, à qdrato dimidij numeri rerum fieri nequit, questio ipsa est falsa, nec esse potest quod proponitur, semper autem pro regula uniuersali in hoc tractatu toto est obseruandū, quod cum ea quæ præcipiuntur fieri non possunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec esse potuit. Nunc autem subiungemus aliquas questiones, duas ex Mahūmete, reliquas nostras, ex omnibus his, quæ nec multiplici positione, nec particulari utuntur regula, difficillimas.

QUESTIO I.

Quest. Est numerus, à cuius quadrato si abieceris $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ ipsius quædrati, atq; insuper 4, residuum autem in se duxeris, fiet productum æquale quadrato illius numeri, & etiam 12. Pones itaq; quadratum numeri incogniti quem queris, esse 1 rem, abijce $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ eius & insuper 4, fiet $\frac{5}{12}$ rei m: 4, duc in se fit $\frac{25}{144}$ qd^o p: 16 m: $3\frac{1}{3}$ rebus, & hoc est æquale uni rei, & 12, abijce similia, fiet 1 res æqualis $\frac{25}{144}$ qd^o p: 4 m: $3\frac{1}{3}$ rebus, redde quod est minus, alteri parti, pro uniuersali regula, erūt res $4\frac{1}{3}$ æquales $\frac{25}{144}$ qdrati p: 4, quare per quartam regulam tertij capituli, deuidi numerum rerum & 4 per $\frac{25}{144}$ numerum qdrati, & fiet res $24\frac{2}{25}$ æquales $23\frac{1}{25}$ p: qdrato, quare per tertiam regulā, du

ces

ces $12\frac{1}{2}$ in se, fiet $15\frac{4}{5}$, minue $23\frac{1}{2}$ fiet $13\frac{4}{5}$, huius $\sqrt{}$ est $11\frac{1}{2}$, quam adde ad $12\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum, fiet æstimatio rei quæsitæ 24, scilicet quadrati huius radix, est numerus illè qui quæritur. Ex hoc docemur per principalia capitula uitare deriuatiua, nam in positione rei pro primo numero, fuisset quadratum eius operationis fundamentum, & peruenisses ad $1 \text{ qd} \text{ qd}^m \text{ p: } 23\frac{1}{2}$ æqualia $24\frac{2}{3} \text{ qd}^o$, quare hæc sit tibi pro exemplo, nunc sequamur secundam illius.

QVÆSTIO II.

Duo duces diuiserunt militibus suis aureos 48 singuli, Porro Quæst. unus ex his habuit milites duos plus altero, & illi qui milites habuit secunda duos minus, contigit ut aureos quatuor plus singulis militibus daret, quæritur quot unicuique milites fuerint? Pone numerum militum minorem 1 rem, maior erit 1 pos^o p: 2, quia igitur summa distribuenda æqualis fuit, manifestum est, quod quantitates erunt proportionē similes, est aut 4 duodecima pars 48, multiplica igitur $\frac{1}{12}$ in 1 pos^{em} p: 2. fit $\frac{1}{12}$ pos^{is} p: $\frac{1}{6}$, hoc multiplica per numerum priorum hominum, fit $\frac{1}{12} \text{ qd}^i \text{ p: } \frac{1}{6}$ pos^{is}, duc uero omnia ad 1 qd^m, fiet $1 \text{ qd}^m \text{ p: } 2$ pos^o, æqualia 24, accipe dimidium numeri rerum & est 1, duc in se, fit 1, adde ad 24, fit 25, ab huius $\sqrt{}$ minue 1 dimidium numeri rerum, fit 4, numerus hominum minor, & 6 maior, & primis obtigerunt aurei 12 pro singulo, alijs 8 pro singulo. multiplicatio autem illa, quando reducitur quadrati pars ad integrum fit per excessum hominum, scilicet 12 per 2. Et causa in hoc est, quod proportio differentię secundæ ad primam, est ut aggregati quod diuidi debet ad productum ex numero hominum inuicem, uelut proportio 48 ad 24, productum ex 4 in 6, est uelut 4 differentię aureorum ad 2 differentiam hominū, & per hanc docuit modum operandi in quæstionibus proportionū, sed magis præcipue quando uolumus numerum integrum, ut in hominum numero, in quibus perabsurdum esset intelligere medium hominem, nedum quantitatem aliquam irrationalem uel radicem.

QVÆSTIO III.

Nunc autem proponamus quæstiones nostras, quarum prima est Quæst. similis præcedenti. Duæ societates hominū, quarum una continebat tertia, 3 homines plusque altera, diuiserunt æquales aureorum numeros, qui tamen erant 93 plus aggregato hominum, in ambabus societatibus existentium, & pro singulis hominibus societatis minoris, contigerunt aurei 6 plus, quam hominibus singulis maioris societatis. Pones numerum primæ societatis rem unam, habebit igitur secunda societas rem & 3 p: quare summa aureorum, quæ est 93 p: utraq; societate, est

96 p: duabus rebus, proportio aut excessus aureorū 6 qui contingunt societati minori, ad excessum hominum, scilicet ad 3, est ut summe aureorū, ad productum ex numero hominum primæ societatis, in numerum hominū secundæ societatis, proportio autem 6 ad 3, dupla est, igitur proportio 2 pos^{um} p: 96 ad 1 qd^m p: 3 pos^b productum ex 1 pos^{ne} in 1 pos^{em} p: 3, est dupla, igitur dimidium 2 pos^{um} p: 96, quod est v: pos^o p: 48, æquale est, 1 qd^o p: 3 pos^b. abiecta itaq; 1 pos^{ne} ex utraq; parte, fiet 1 qd^m p: 2 pos^b æqle 48, ducito dimidium 2 in se fit 1, nam dimidiū 2 est 1, huic adde 48, fit 49, huius radix est 7, à qua minue 1 dimidium numeri pos^{um}, habebis æstimationem pos^u, & numerum primæ societatis 6, ideo numerus hominum secundæ societatis, est 3, p: scilicet, horum si fiat collectio, addanturq; insuper 93, fiet numerus aureorum 108, primis igitur aurei 18, secundis 12, per capita cōtigere. Aliter & facilius experis in operationibus positio fiat ut prius, eritq; summa aureorum 2 pos^u p: 96. diuide per positionē & positionem p: 3, habebis $\frac{2 \text{ pos. p: } 96}{1 \text{ pos.}}$ æqualem 6 p: $\frac{2 \text{ pos. p: } 96}{1 \text{ pos. p: } 3}$, igitur detracto $\frac{2 \text{ pos. p: } 96}{1 \text{ pos. p: } 3}$ ex $\frac{2 \text{ pos. p: } 96}{1 \text{ pos.}}$, relinquitur 6, at ex tali detractōne fit $\frac{6 \text{ pos. p: } 288}{1 \text{ quad. p: } 3 \text{ pos.}}$ igitur hoc est æqle 6, diuisis igitur 6 pos^b p: 288. per 6, exhibit 1 qd^m p: 3 pos^b, nam si diuiso 10 per 2 exit 5, diuiso 10 per 5 exhibit 2, igitur diuisis 6 pos. p: 288 per 6, exit 1 positio p: 48, & hæc æqualia sunt 1 quadrato p: 3 positionibus, quare ut prius, res ualet 6.

QVÆSTIO IIII.

Quest. quarta. Est numerus, cui si addantur duæ radices, aggregato uero iterum addantur duæ radices ipsius aggregati, fiet totum 10, tunc dices, 10 equalis est secundo numero & duabus eius radicibus, ponemus igitur numerum aggregatū secundum, 1 qd^m, & hic, cū duabus radicibus, equalis est 10, igit rei æstimatione per secundam regulā, est R 11 m: 1. igitur abijce duplum huius ex 10, relinquetur aggregatū 12 m: R 44, hoc autem ex supposit constat ex qdrato & duabus radicibus, igitur 1 qd^m p: 2 pos^b æquatur 12 m: R 44, ducito 1, dimidium numeri rerum in se, fit 1, adde ei numerum fit 13 m: R 44, accipe radicem, & ex ea minue 1 dimidium numeri rerum, habebis R v: 13 m: R 44 m: 1, hanc igitur duplicatam, si detraxeris ex aggregato, relinquetur numerus primus propositus, 14 m: R 44 m: R v: 52 m: R 704, & ita posses

posses regrediendo quantumlibet procedere, ab ultimo semper inchoando termino. Prolixior autem ero hic in exemplis, quoniam hæc capitula mercaturæ ma-

$$\begin{array}{r}
 14 \text{ m.} \text{ } \Re 44 \text{ m.} \text{ } \Re \text{ v. } 52 \text{ m.} \text{ } \Re 704 \\
 \text{duc radices eius } \Re \text{ v. } 52 \text{ m.} \text{ } \Re 704 \text{ m.} \text{ } 2 \\
 \hline
 \text{aggregatum } 12 \text{ m.} \text{ } \Re 44 \\
 \text{duc radices huius } \Re 44 \text{ m.} \text{ } 2 \\
 \hline
 \text{aggregatum } 10
 \end{array}$$

xime conueniunt, tum quia tyrones in his introducuntur, uelut & paruos pueros solent magistri diligentius minuta quæq; docere, tum uero quod eadem in reliquis postmodum fabricare possumus.

QUESTIO. V.

Inuenias numerum, à quo detracta & cubica, & residuo addita sua quadrata radice, perficiatur primus numerus. Pones itaq; residuum il-
 lud à quo detraxisti radicem cubicam esse 1 qdratum, addemus itaq; ei radicem quadratam & fiet 1 qdratum p: 1 pos^{ne}, & hoc æquale est 1 cubo, nam ex eo quod addito ad 1 qdratum tantum fit quantum erat prius, igitur quod additur æquale est ei quod minuitur, minuitur autem & cubica totius quantitatis, igitur pos^o est radix cubica aggregati, quare aggregatum est cubus, & hic equalis est 1 qd^o p: 1 co: deprime per 1 co: habebis 1 qd^m æquale 1 pos. p: 1, pos^{io} igitur est & 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, at numerus primus fuit cubus positionis, igitur primus numerus est & 5 p: 2.

QUESTIO VI.

Quidam ter iuit ad nundinas, in primo itinere retulit duplum eius quod attulerat, in secundo cum detulisset tale duplum secum, rediit cum eisdem pecunijs, & radice earum & duobus aureis plus, hoc totum autem seruauit, rediitq; cum eo ad nundinas tertio, & superlucratus est tantum, quantum esset illud quod produceretur ex pecunijs quas secum attulerat in se ductis, ac etiã quatuor aureos plus, reuersus est autem cum 310 aureis, quero igitur, quantum attulit secum pecuniarum, in primo itinere? Dices retulit aureos 310 & hoc fuit æquale pecunijs secundi itineris & quadrato earum & 4 p: igitur pecuniæ quas attulit secum in 3^o itinere, qdratum earum æquantur 306 aureis, abiecto cõmuniter numero 4, ponemus igitur pecunias quas secum attulit 1 pos^{em}, & habebimus 1 qd^m p: 1 pos^{ne} æquale 306, igitur ex secunda regula, res ualeat & 306 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, quod est dicere 17 & tot aureos detulit secum tertio itinere, & tot habuerat in secundo itinere quos seruauerat, dictum est autem, quod in secundo itinere lucratus est radicem eorum quos attulerat & 2 p: & retulit 17, igitur si lucratus fuisset radicem tantum, retulisset 15, igitur positis pecunijs quas

D

secum

secum attulit 1 quadratum, habebimus 1 qd^m p: 1 pos: æqualia 15, igitur ex secunda regula, res ualeat $15 \frac{1}{4} m: \frac{1}{2}$, & hoc est quod lucratus est in secundo itinere, & cum hoc etiam lucratus est aureos 2, lucrum igitur totum fuit eius itineris $15 \frac{1}{4} p: 1 \frac{1}{2}$, ipse autem retulit domum aureos 17, igitur iuit cum aureis $15 \frac{1}{2} m: 15 \frac{1}{4}$, hæc pecunie sunt quas in primo itinere seruauerat, & fuerant duplū eius quod attulerat, primo igitur itinere attulit ad nundinas dimidium $15 \frac{1}{2} m: 15 \frac{1}{4}$ aureorum, quod est $7 \frac{3}{4} m: 3 \frac{1}{8}$ aureorum.

QUESTIO VII.

Quest. Quidam rex proconsuli ducenti exercitum aureos misit 128000, septim^a ut 7000 equitum & 7000 peditum cōduceret, ea erat stipendij ratio, ut pro singulis 100 aureis, semper 18 pedites plusq̃ equites conduce-
ret, uenit tribunus quidam militum ad proconsulem cum 1700 peditibus & 200 equitibus, queritur stipendij ratio. Hæc tertiæ quæstioni affinis est, considera quod 128000, sunt 1280 centena, quia dictū est quod pro singulis cētum aureis differentia numeri peditum à numero equitum sit 18, diuide igitur 1280 in duas partes, quarum una ducta per unam quantitatem producat 7000, & similiter reliqua ducta per eandem quantitatem p: 18, producat etiam 7000, igitur posita quantitate equitum pro re, erit quantitas peditū res & 18 p: diuisis igitur 7000 per harum singulas, prouenient aggregata 1280, nam si ex partibus 1280 ductis in re, & rem p: 18, fiunt 7000 & 7000, igitur diuisis 7000 per rem, & 7000 per rem p: 18, exeuntia iuncta facient 1280, ex talium igitur diuisione aggregantur $\frac{pos. 14000 p: 126000}{1 quad. p: 18 pos.}$ & hoc cum sit æquale 1280, igitur diuiso numeratore per 1280, exit 1 qd^m p: 18 pos. facta igitur tali diuisione, prodit $10 \frac{15}{16} pos^b p: 98 \frac{7}{16}$, hocq̃ est æquale 1 qdrato p: 18 pos^b, igitur 1 qd. p: $7 \frac{1}{16} pos^b$ æquatur $98 \frac{7}{16}$, igitur res ualeat $110 \frac{929}{1024} m: 3 \frac{17}{32}$, sed $110 \frac{929}{1024}$ est $10 \frac{17}{32}$, igitur deductis $3 \frac{17}{32}$, relinquetur rei æstimatio 7, & tot equites 100 aureis cōducet, & pedites 25, igitur pro 1700 peditibus stipendium debuit esse 6800 aurei, & pro 200 equitibus aurei $2857 \frac{1}{7}$.

QUESTIO VIII.

Quest. Fac de 20, tres quantitates proportionales, quarum secunda equa octaua lis sit radicibus primæ & tertiæ simul iunctis, pone secundam esse positionem, reliquum erit 20 m: 1 pos^{ne}, quia igitur ex hoc facere oportet partes

partes duas, inter quas positio cadat proportionalis, erit ex 16^a 6^i elementorū, ut ex una in aliam fiat q̄dratū pos^a, quare per 5^{am} 2^i elementorum, seu ex regulis sexti libri, ducemus dimidium 20 m: 1 pos^{ne} in se, & fiet 100 m: 10 pos^b p: $\frac{1}{4}$ q̄d^{ti}, à quo auferemus quadratum positionis, & fiet 100 m: 10 pos^b m: $\frac{3}{4}$ q̄d^{ti}, huius radicem adde, & minue à medietate 20 p: 1 pos^{ne}, & habebis partes quas uides, ut igitur iungas radices

uniuersales harū, fac ut in 3^o libro te docui, iunge primo quantitates & & habebis 20 m: 1 pos^{ne}, deinde multiplica quantitates ipsas inuicē, & iunge cum aggregato quantita-

$$\begin{array}{l} 10\text{ m: } \frac{1}{2} \text{ pos. p: } \Re \vee: 100\text{ m: } 10\text{ pos. m: } \frac{3}{4} \text{ q̄d.} \\ 10\text{ m: } \frac{1}{2} \text{ pos. m: } \Re \vee: 100\text{ m: } 10\text{ pos. m: } \frac{3}{4} \text{ q̄d.} \end{array}$$

20 m: 1 pos. aggregatum quan.

100 m: 10 pos. p: $\frac{1}{4}$ quad. m: 100 p: 10 pos.

p: $\frac{3}{4}$ quad. productum quan.

æquiualens 1 quad.

producti radix 1 pos.

duplum radicis 2 pos.

aggregatum ex quantitatibus & producto 20

p: 1 pos. cuius radix est æqualis positioni.

tum earum duplum, & fit totum 20 p: 1 pos^{ne}, huius radix æquatur 1 posⁿⁱ, igitur 1 q̄d^m æquatur 20 p: 1 pos^{ne}, quare per primam regulam ducemus $\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum in se, & fit $\frac{1}{4}$, adde ad 20, fit $20\frac{1}{4}$, accipe radicem quæ est $4\frac{1}{2}$, & ei adde $\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum fit 5, rei æstimatio, quantitas scilicet media, quare faciemus ex residuo ad 20, duas partes inter quas cadat 5; & erunt alia positione instaurata, uel per regulas sexti libri, $7\frac{1}{2}$ p: $\Re$ 3 $\frac{1}{4}$ & $7\frac{1}{2}$ m: $\Re$ 3 $\frac{1}{4}$, harum radices simul iunctæ sunt 5.

QUESTIO. IX.

Fac de 10 duas partes, quarum maior, detractis duabus suis radicibus, æqualis sit minori, additis duabus suis radicibus, constat igitur quòd differentia maioris & minoris est, duæ radices maioris, & duæ minoris, ponatur igitur differentia hæc radix 4 pos^{um}, & ponatur pars una 5 p: $\Re$ 1 pos^{is}, & alia 5 m: $\Re$ 1 pos^{is}, & sumatur aggregatum, radicum harum partium, & est ex libro quarto, & uniuersalissima 10 p: $\Re$ v: 100 m: 4 pos^b, & hoc æquatur duplicatum & 4 pos^{um}, quare dimidium dimidio scilicet, & 1 pos^{is}, huic & ultimi, quare quadratū quadrato, scilicet 1 pos^o æquabitur 10 p: $\Re$ v: 100 m: 4 pos^b igitur 1 pos. m: 10 æquatur & v: 100 m: 4 pos^b, quare q̄drata quadratis, quæ sunt, 1 q̄dratum p: 100 m: 20 pos^b, & 100 m: 4 pos. igitur 1 q̄dratum est æquale 16 pos^b, igitur pos^o æqualis 16, & nos uolumus differentia partium esse & 4 pos^{um}, igitur differentia partium

D 2 fuit

fuit Σ : 64, quæ est 8, & sic effugisti $\bar{q}d' \bar{q}d''$, ponendo Σ positionum.

QVÆSTIO X.

Quest.
decima

Fuerunt homines in tribus societatibus, & numeri illorum proportionales, ductoq; numero secundæ societatis, in numerum tertiam, confurgit aggregatum omnium, cum cubo numeri primæ. Debes in hoc considerare, quod perabsurdum est, ut tales numeri sint irrationales, aut fracti, nam non conuenit ponere hominis partem, uide igitur in qua proportionem quadratū dimidij producti ex secunda in tertiam superat aggregatum omnium in numero aliquo $\bar{q}d$ rato, & inuenies quod in dupla, capiendo, 1, 2, 4. productum ex dimidio 8, qui fit ex 2 in 4, & est 4 in se, excedit 7 aggregatum in 9 numero $\bar{q}d$ rato, & hoc uenaberis ex alia positione simplici. Pones igitur totidem res pro his numeris, scilicet 1 pos^o, 2 pos^a, 4 pos^a, harum aggregatū est 7 pos^a, adde his cubum 1 pos^{is}, & fiet 1 cubus p: 7 pos^b, & hoc equatur 8 $\bar{q}d$ ratis, producto secundæ in tertiam, deprime partes per pos^a, fit 1 $\bar{q}d''$ p: 7 æqle 8 pos^b, quare per tertiam regulam, duc 4 dimidiū numeri pos^{um} in se, fit 16, abijce 7 numerum, relinquitur 9, huius Σ addita uel detracta à 4 dimidio numeri rerum, ostendit 7, & 1 æstimationes rei. sed quia 1 non est numerus societatis, ideo dicemus quod res fuit 7, & hic est numerus hominum primæ societatis, secūda igitur habebit homines quatuordecim, tertia 28, constat autem quod cubus, 7 cum aggregato numerorum est 392, & tantum producit ex 14 secundo numero in 28 tertium.

De modis inueniendi capitula noua.

Cap. VI.



Vm uero diligenter considerassem in his, uisum est mihi, ut etiam ultra transgredi liceret, itaq; exemplo deriuatiuorum, quæ iam inuenta fuerant, $\bar{q}d' \bar{q}d$ rati & $\bar{q}d''$ æqualium numero, tum etiam cub' $\bar{q}d$ rati & cubi æqualium numero, ac reliquorum quatuor, capitulum constituerem $\bar{q}d' \bar{q}d' \bar{q}d''$, & $\bar{q}d' \bar{q}d''$ & numeri, inuicem æqualium, indeq; æstimatio rei $\Sigma \Sigma$ est, æstimationis principalium eis correspondentium, uelut si 1 $\bar{q}d$ ratum p: 1 pos^{ne} est æqualis 12, & æstimatio rei est 3, si 1 $\bar{q}d' \bar{q}d' \bar{q}d''$ p: 1 $\bar{q}d' \bar{q}d''$ æquantur 12, æstimatio rei erit $\Sigma \Sigma$ 3, indeq; ad excogitanda reliqua deriuatiua animum appulimus.

Mox uero ad alia me transtuli, uisumq; oportunum, ut æquationum naturam spectare, cumq; & primi coniuncti (sic enim binomiū) & apo-