universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Theoretische Astronomie

Klinkerfues, Wilhelm

Braunschweig, 1912

Neunte Abtheilung. Ueber die Bahnbestimmung der Meteore, Meteoriten und Sternschnuppen

urn:nbn:at:at-ubi:2-6723

Neunte Abtheilung.

Ueber die Bahnbestimmung der Meteore, Meteoriten und Sternschnuppen.

Hundertundfünfundzwanzigste Vorlesung.

Einleitende Bemerkungen.

In der Classe der Sternschnuppen, Meteore und Meteoriten sind die kleinsten, aber zahlreichsten der die Sonne umkreisenden Körper vertreten. Ihrer Kleinheit und geringen Masse ungeachtet ist das Studium dieser früher etwas vernachlässigten Körper aller Aufmerksamkeit werth, seitdem die Untersuchungen und Entdeckungen des amerikanischen Astronomen Newton, von Oppolzer, C. F. W. Peters u. A., vorzüglich aber die von Schiaparelli gezeigt haben, dass durch solches Studium ungemein werthvolle Aufschlüsse erlangt werden können. Sichtbar werden uns die genannten Körper bei dem Falle von Feuerkugeln, von Sternschnuppen und bei Kometenerscheinungen. Die Bezeichnung der Feuerkugeln und der durch Helligkeit ausgezeichneten Sternschnuppen als Meteore oder Meteoriten ist das Vermächtniss einer Zeit, welche, wie vor Jahrhunderten die Kometen, so auch Feuerkugeln und Sternschnuppen unter die Lufterscheinungen rechnete. Die Ansicht, deren Richtigkeit wir bis zur Evidenz erwiesen ansehen dürfen, dass nämlich die Erscheinung der Feuerkugeln und Sternschnuppen veranlasst wird durch kleine Himmelskörper, welche auf ihrer Bahn um die Sonne in die Atmosphäre der Erde gerathen, ist erst von Chladni aufgestellt und vertheidigt worden. In Betreff der Gründe für diese Ansicht und der Einwürfe dagegen wird man in dem geistvollen Buche von Schiaparelli: „Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen“, aus dem Italienischen übersetzt und herausgegeben von Georg v. Boguslawski, die genügende Belehrung finden.

Unsere gegenwärtige Aufgabe ist es, nicht eine Geschichte der Entwickelung der Sternschnuppentheorie zu geben, sondern nur die beiden Bahnbestimmungsprobleme zu behandeln, welche der gegenwärtige Stand dieser Theorie uns vorlegt. Diese Aufgabe zerfällt in zwei Theile, in die Bestimmung des Laufes der Sternschnuppe innerhalb der Zeiten des Aufleuchtens und Erlöschens, und in die Bestimmung des um die Sonne beschriebenen Kegelschnittes. Die letztere Bahn hat dadurch ein ganz besonderes grosses Interesse, weil sie zugleich in zahlreichen Fällen von einer grossen Menge der kleinen Körper gemeinschaftlich durchlaufen wird und somit eine Art Ring repräsentirt; die Zeiten des Durchgehens der Erde durch einen solchen Ring sind bekanntlich durch einen stärkeren Fall von Sternschnuppen ausgezeichnet, besonders, wenn dieser Durch-

gang durch eine dichtere Stelle des Ringes erfolgt. Diese durch eine grössere Ansammlung der kleinen Körper hervorragenden Stellen des Meteorstromes können, im Gegensatze zu der einzelnen Sternschnuppe, uns auch aus grösseren Entfernungen sichtbar werden und bieten dann eine Kometenerscheinung. So z. B. ist der Komet 1862 III. nichts Anderes als eine dichtere Stelle desjenigen Meteorstromes, welche den Sternschnuppenfall des 10. und 11. August, seit über 1000 Jahren bekannt und unter dem Namen der Thränen des heiligen Laurentius erwähnt, hervorbringt. Als zweites Beispiel dieser Art mag erwähnt werden, dass der Komet 1866 I. in dem Meteorstrome des bekannten Novemberphänomens läuft.

Hundertundsechsundzwanzigste Vorlesung.

Bestimmung der Höhen und Geschwindigkeiten aus correspondirenden Sternschnuppenbeobachtungen.

Die Beobachtungen von Sternschnuppen werden, wenn sie zur Bestimmung der Höhen dienen sollen, in der Weise angestellt, dass man an zwei einander nicht allzu benachbarten Stationen von den im Laufe einer Nacht sichtbar werdenden Sternschnuppen Zeit und Ort des Aufleuchtens oder des Erlöschens oder beider Momente bemerkt. Je vollständiger diese Data erhalten worden sind, um so grösser ist die Sicherheit, mit welcher erkannt werden kann, welche von den an beiden Stationen beobachteten Erscheinungen sich auf einen und denselben Körper beziehen, d. h. sich als correspondirende erweisen. Nach der Erfahrung ist die so erhaltene Ausbeute correspondirender Beobachtungen in der Regel eine geringe; daher ist es in hohem Grade wünschenswerth, leicht anwendbare Kriterien zu haben, mittelst deren man die correspondirenden Beobachtungen erkennen kann.

Es darf in der Hinsicht vorläufig angenommen werden, dass die Momente des Aufleuchtens wie des Erlöschens für beide Stationen gleichzeitig sind, sich also nur um den Meridianunterschied beider Orte von einander unterscheiden. Nur ist dieses einfachste Kriterium, welches man vor allen übrigen zu Hülfe ruft, weder immer anwendbar, noch stets untrüglich. Eine scharfe Angabe der Zeit an beiden Stationen ist nämlich, zumal die Beobachtungen ziemlich viel Uebung erfordern, durchaus nicht häufig; ausserdem ist es aber gar nicht so selten, dass zwei verschiedene Körper beinahe gleichzeitig aufleuchten oder erlöschen, als dass man sich auf die Uebereinstimmung der Zeiten allein verlassen dürfte; man darf diese nur als vorläufiges Kriterium gelten lassen, und muss sich, wie wir nun im Folgenden thun wollen, nach weiteren Erkennungszeichen umsehen.

Ist das von beiden Stationen aufleuchtend gesehene Object ein und dasselbe, so müssen die Visionsrichtungen der beiden Stationen sich schneiden. Denken wir uns diese Stationen die eine von der anderen aus sichtbar, so muss der Zielpunkt der Verbindungslinie am Himmel mit den beiden Beobachtungsrichtungen auf einem grössten Kreise liegen, da die Ebene des Dreiecks Station I. — Station II. — Object diesem grössten Kreise entspricht. Dieselbe Betrachtung wiederholt sich für den Moment des Erlöschens der Sternschnuppe; hiermit verfügen wir denn über eine hinreichende Zahl von Kriterien,

um uns vor Irrthümern zu schützen[1]). Es ist leicht, den analytischen Ausdruck für dieselben zu finden.

Zu dem Ende seien:

$$\left.\begin{array}{ll} R & \text{der Abstand vom Erdmittelpunkte} \\ \varphi & \text{die verbesserte Polhöhe} \\ s & \text{die Sternzeit} \end{array}\right\} \text{der Station I.,}$$

$$\left.\begin{array}{ll} R' & \text{der Abstand vom Erdmittelpunkte} \\ \varphi' & \text{die verbesserte Polhöhe} \\ s' & \text{die Sternzeit} \end{array}\right\} \text{der Station II.,}$$

K die beide Stationen verbindende Sehne,

A, D beziehungsweise die Rectascension und Declination der Station II. von Station I. aus gesehen,

so wird nach bekannten Formeln:

$$\begin{aligned} R' \cos\varphi' \cos s' - R \cos\varphi \cos s &= K \cos D \cos A \\ R' \cos\varphi' \sin s' - R \cos\varphi \sin s &= K \cos D \sin A \\ R' \sin\varphi' \qquad - R \sin\varphi \qquad &= K \sin D. \end{aligned}$$

Es seien ferner α, δ die Rectascension und Declination der Sternschnuppe, von Station I. aus gesehen, α', δ' Rectascension und Declination an Station II. beobachtet, so haben wir nach der bekannten Bedingungsgleichung für drei in einem grössten Kreise liegende Oerter:

$$tg\, D \sin(\alpha' - \alpha) + tg\, \delta \sin(A - \alpha') - tg\, \delta' \sin(A - \alpha) = 0 \quad . \; . \; . \quad (\odot)$$

Bezeichnen wir mit x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten in Beziehung auf ein System, dessen Fundamentalebene die Ebene des Erdäquators, dessen positive X-Axe nach dem Frühlingspunkt gerichtet ist, mit X, Y, Z die Coordinaten der Station I., mit X', Y', Z' die der Station II., mit ϱ den Abstand der Sternschnuppe von Station I., mit ϱ' den von Station II., so wird:

$$\begin{array}{lll} x - X = \varrho \cos\delta \cos\alpha & y - Y = \varrho \cos\delta \sin\alpha & z - Z = \varrho \sin\delta \\ x - X' = \varrho' \cos\delta' \cos\alpha' & y - Y' = \varrho' \cos\delta' \sin\alpha' & z - Z' = \varrho' \sin\delta', \end{array}$$

daher nach Subtraction der unteren Gleichungen von den oberen, wenn man sich erinnert, dass:

$$X' - X = K \cos D \cos A \qquad Y' - Y = K \cos D \sin A \qquad Z' - Z = K \sin D,$$

$$\left.\begin{array}{lll} \varrho \cos\delta \cos\alpha - \varrho' \cos\delta' \cos\alpha' & = K \cos D \cos A \\ \varrho \cos\delta \sin\alpha - \varrho' \cos\delta' \sin\alpha' & = K \cos D \sin A \\ \varrho \sin\delta \qquad - \varrho' \sin\delta' & = K \sin D \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (\mathrm{I})$$

Eliminirt man aus der ersten und zweiten dieser Gleichungen ϱ', so findet man:

$$\varrho \cos\delta \sin(\alpha' - \alpha) = K \cos D \sin(\alpha' - A) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (\mathrm{II})$$

eliminirt man dagegen ϱ, so ergiebt sich:

$$\varrho' \cos\delta' \sin(\alpha' - \alpha) = K \cos D \sin(\alpha - A) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (\mathrm{III})$$

Die Formeln (II) und (III) sind sehr bequem zur Bestimmung von ϱ und ϱ' und damit aller übrigen zu suchenden Werthe, wenn $\alpha' - \alpha$ nicht allzu klein wird. Würde dagegen vorzugsweise die Declination von der Sternschnuppenparallaxe afficirt, so müsste man sich anderer Formeln bedienen. Multiplicirt man die Gleichungen (I), die erste mit

[1]) Der Fall, dass zwei Sternschnuppen nahezu gleichzeitig in einem grössten Kreise erscheinen, der durch den Zielpunkt der Verbindungslinie zwischen den Stationen geht, und dass noch ausserdem die eine Sternschnuppe bloss auf der einen, die andere bloss auf der anderen Station bemerkt wird, ist schon zu selten, um viel Rücksicht darauf nehmen zu müssen.

$\sin\delta' \cos\alpha'$, die zweite mit $-\sin\delta' \sin\alpha'$, die dritte mit $-\cos\delta' \cos 2\alpha'$, so erreicht man ebenfalls die Elimination von ϱ' und erhält:

$$\begin{aligned} &\varrho \cos\delta \sin\delta' \cos(\alpha' + \alpha) - \varrho \sin\delta \cos\delta' \cos 2\alpha' \\ &= K \cos D \sin\delta' \cos(\alpha' + A) - K \sin D \cos\delta' \cos 2\alpha', \end{aligned}$$

oder:

$$\varrho = \frac{\sin\delta' \cos D \cos(\alpha' + A) - \cos\delta' \sin D \cos 2\alpha'}{\sin\delta' \cos\delta \cos(\alpha' + \alpha) - \cos\delta' \sin\delta \cos 2\alpha'} \cdot K.$$

Die Gleichung für $-\varrho'$ ist analog der Gleichung für $+\varrho$, natürlich unter Vertauschung von α, δ mit α', δ' und umgekehrt.

Aus ϱ und ϱ' berechnet sich dann:

$$\begin{aligned} x &= R \cos\varphi \cos s + \varrho \cos\delta \cos\alpha = R' \cos\varphi' \cos s' + \varrho' \cos\delta' \cos\alpha' \\ y &= R \cos\varphi \sin s + \varrho \cos\delta \sin\alpha = R' \cos\varphi' \sin s' + \varrho' \cos\delta' \sin\alpha' \\ z &= R \sin\varphi \qquad + \varrho \sin\delta \qquad = R' \sin\varphi' \qquad + \varrho' \sin\delta'. \end{aligned}$$

Es bedeute r den Abstand der Sternschnuppe vom Erdcentrum, a und d die aus diesem gesehene Rectascension und Declination, d. h. also die Sternzeit und verbesserte Polhöhe des Ortes, für welchen die Sternschnuppe im verbesserten Zenith erschien, so ist bekanntlich:

$$x = r \cos d \cos a \qquad y = r \cos d \sin a \qquad z = r \sin d.$$

Der Ueberschuss von r über den Radius vector des genannten Ortes auf der Erdoberfläche, multiplicirt mit dem Cosinus der Verbesserung der Polhöhe liefert die Höhe der Sternschnuppe über der Erdoberfläche. Jener Cosinus darf übrigens ohne Bedenken gleich 1 gesetzt werden, da die Verbesserung nur etwa 12′ im Maximum beträgt.

Die wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler immer nur nahe, nicht in äusserster Schärfe zu verlangende Uebereinstimmung der Resultate aus (II) und (III) liefert sowohl eine Prüfung der Richtigkeit der numerischen Rechnung, wie auch einen nachträglichen Beweis, dass an beiden Stationen wirklich ein und derselbe Körper beobachtet worden ist.

Die Formeln der eben vorgetragenen Methode lassen, wie man leicht bemerken wird, zu, die Höhe der Stationen über dem Meere zu berücksichtigen, was in einzelnen Fällen erheblich das Resultat verbessern kann. Man braucht zu dem Ende nur die Meereshöhen auf dieselbe Einheit, wie R und R' haben, zu reduciren und zu letzteren Grössen zu addiren; wenn man es aber noch genauer nehmen will, multiplicirt man zuvor die Höhen mit der Secante der Polhöhenverbesserung.

Hundertundsiebenundzwanzigste Vorlesung.

Ueber den Radiationspunkt und dessen Herleitung.

Die Vorschriften der vorhergehenden Vorlesung auf das Aufleuchten und das Erlöschen einer Sternschnuppe angewandt, geben die geocentrischen Coordinaten derselben für die den beiden Momenten entsprechenden Zeiten, also den dazwischen zurückgelegten Weg und endlich aus der Dauer der Erscheinung die Geschwindigkeit. Ehe wir jedoch ein Beispiel einer solchen Rechnung geben, wird es nützlich sein, die Aufmerksamkeit noch auf einen anderen wichtigen Punkt zu lenken.

Es leuchtet ein, dass sowohl die Bewegung der Erde als auch die der Sternschnuppe

von dem Widerstande, welche letztere in der Erdatmosphäre findet, hier abgesehen, sowie von dem gleichfalls hier unwesentlichen Umstande, dass die Sternschnuppe in der Regel die Katastrophe des Zusammentreffens mit der Erde und deren Atmosphäre nicht überdauert, für die Zeit einiger Stunden als eine gleichmässige und geradlinige betrachtet werden kann. Dass bei solcher Annahme der geocentrische Lauf der Sternschnuppe ebenfalls in einen, wenn auch mit ungleicher Geschwindigkeit verfolgten grössten Kreis falle, d. h. scheinbar geradlinig sein wird, wissen wir aus früheren Betrachtungen. Stellen wir uns aber weiter die Frage, welchen geocentrischen Ort die Sternschnuppe in genanntem grössten Kreise nach Verlauf einer so langen Zeit einnimmt, als sich im äussersten Falle mit obiger Voraussetzung vertragen würde, mit anderen Worten, die Frage nach dem Endpunkte des geocentrischen Bogens, dem die Sternschnuppe sich fortwährend nähert, ohne ihn überschreiten zu können. Bezeichnen wir die rechtwinkligen geocentrischen Coordinaten für die aufleuchtende Sternschnuppe mit x, y, z, die für die gewöhnlich nur einige Secunden später erlöschende Sternschnuppe mit x', y', z', ferner mit ϑ die erwähnte Zeit, welche nach dem Erlöschen oder vorher verfliesst, bis die Sternschnuppe den Endpunkt des geradlinigen Theiles ihres geocentrischen Laufes erreicht, mit t und t' die Zeiten des Aufleuchtens und Erlöschens, mit P und Q bezw. die Rectascension und die Declination jenes Endpunktes, endlich mit g die Geschwindigkeit der Sternschnuppe relativ zur Erde oder die Grösse:

$$\frac{\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}}{t'-t},$$

so haben wir:

$$x' + \frac{\vartheta\,(x'-x)}{t'-t} = g\,\vartheta \cos Q \cos P$$

$$y' + \frac{\vartheta\,(y'-y)}{t'-t} = g\,\vartheta \cos Q \sin P$$

$$z' + \frac{\vartheta\,(z'-z)}{t'-t} = g\,\vartheta \sin Q$$

oder:

$$\frac{x'}{\vartheta} + \frac{x'-x}{t'-t} = g \cos Q \cos P$$

$$\frac{y'}{\vartheta} + \frac{y'-y}{t'-t} = g \cos Q \sin P$$

$$\frac{z'}{\vartheta} + \frac{z'-z}{t'-t} = g \sin Q.$$

Da nun aber ϑ sehr gross, gleichsam unendlich gross gewählt werden soll, so verschwinden auf der einen Seite dieser Gleichungen die Glieder $\frac{x'}{\vartheta}$, $\frac{y'}{\vartheta}$, $\frac{z'}{\vartheta}$, und man hat:

$$\left.\begin{aligned} \frac{x'-x}{t'-t} &= g \cos Q \cos P \\ \frac{y'-y}{t'-t} &= g \cos Q \sin P \\ \frac{z'-z}{t'-t} &= g \sin Q \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (A)$$

Nimmt man hier das Vorzeichen von g positiv, so erhält man jenen Ort am Himmel, nach welchen der geocentrische Lauf nicht bloss der einzelnen Sternschnuppe, sondern aller solcher Körper gerichtet ist, welche bei dem Durchgange der Erde durch den

Meteorstrom sichtbar werden. Denn dieselben durchlaufen im Raume parallele Gerade mit gemeinschaftlicher Geschwindigkeit; es sind daher für alle zu dem Meteorstrome gehörigen Körper die Verhältnisse:

$$\frac{y' - y}{x' - x} \quad \text{oder} \quad tg\, P$$

und:

$$\frac{z' - z}{x' - x} \quad \text{oder} \quad sec\, P\, tg\, Q$$

dieselben. Der betreffende Punkt wird, weil die feurigen Linien des Sternschnuppenfalles nach ihm convergiren, Radiationspunkt der Convergenz, der demselben diametral gegenüberliegende, von welchem die Sternschnuppen eines und desselben Schwarmes zu kommen scheinen, Radiationspunkt der Divergenz genannt. Für das Novemberphänomen fällt der letztere Punkt nahe an γ Leonis, weshalb der das Phänomen verursachende Strom, dessen knotenförmige Verdichtung den Kometen I. 1866 bildet, Strom der Leoniden genannt wird. Der dem Augustphänomen entsprechende, dessen Verdichtung den Kometen III. 1862 ausmacht und dessen Divergenzpunkt in eine Stelle des Perseus mit der Rectascension 44°, der Declination + 56° fällt, führt deshalb auch den Namen der Perseïden.

Zur Bestimmung des Divergenzpunktes bedarf es nach dem Vorhergehenden nicht der correspondirenden Beobachtungen, sondern nur des Eintragens der in einer Nacht bemerkten Sternschnuppenbahnen in gute Sternkarten und der Construction des allen wenigstens nahezu gemeinsamen Durchschnittspunktes. (Man muss hier berücksichtigen, dass die Sternschnuppe sich in einem widerstehenden Mittel bewegt, dessen hemmender Einfluss ja durch das Glühen der Sternschnuppe am besten bezeugt wird, ferner, dass das Auge des Beobachters an der Drehung der Erde theilnimmt, und dass noch andere störende Einflüsse das Zustandekommen eines strengen Radiationspunktes verhindern.)

Ehe wir, wie in der zweitnächsten Vorlesung geschehen soll, zeigen, dass aus der Lage des Divergenzpunktes und der Geschwindigkeit alle Elemente der Bahn des Sternschnuppenringes abgeleitet werden können, mag an einem Beispiele die Anwendung der oben gegebenen Formeln für correspondirende Beobachtungen erläutert werden.

I. Die folgende Berechnung hat Herr Chas. P. Olivier von der Licksternwarte beigetragen. Die Beobachtung des Meteors ist entnommen aus den Lick Observatory Contributions, Nr. 5.

Für Mt. Hamilton:	Breite	121°	38′	43″,4
	Länge	+ 37	20	25,6

Meteor gesehen um $15^h\ 45^m\ 18^s$ mittlere Ortszeit.

Ort des Aufleuchtens . . .	$\alpha = 348^0,5$	$\delta = +\ 28^0,0$
Ort des Verschwindens . .	$\alpha = 336,5$	$\delta = +\ 16,8$

Für Mt. Diablo:	Breite . . .	121°	54′	48″,3
	Länge . . .	37	52	55,5

Meteor gesehen um $15^h\ 44^m\ 14^s$ mittlere Ortszeit.

Ort des Aufleuchtens . . .	$\alpha = 12^0,0$	$\delta = +\ 5^0,5$
Ort des Verschwindens . .	$\alpha = 7,0$	$\delta = -\ 17,0$

Geocentrische Coordinaten:

Mt. Hamilton:	$X_1 = 0,77042$	Mt. Diablo:	$X_2 = 0,76577$
	$Y_1 = 0,20103$		$Y_2 = 0,19602$
	$Z_1 = 0,60334$		$Z_2 = 0,61079$

Sternzeit $= 0^h\ 58^m\ 30^s$	Sternzeit $= 0^h\ 57^m\ 26^s$
$\log R_1 = 9{,}99956$	$\log R_2 = 9{,}99954$
$\Phi'_1 = 37^0\ 9'\ 10'',7$	$\Phi_2 = 37^0\ 41'\ 37'',5$

$$A = 227^0\ 12'\ 37''$$
$$D = 47\ \ 27\ \ 10$$
$$\log K = 3{,}00458$$

II. Für den Moment des Verschwindens ist:

$\log \varrho_1 = 8{,}03856$
$\log x_1 = 9{,}89213$
$\log y_1 = 9{,}29412$
$\log z_1 = 9{,}78272$
$\alpha_1 = 14^0\ 9'\ 46''$
$\delta_1 = +\ 37\ \ 0\ \ 16$
$\log r_1 = 0{,}00366$
Höhe $= 33{,}51$ Meilen
Breite des Endes der Bahn $= +\ 37^0\ 11'\ 31''$
Länge des Endes der Bahn $= 122\ \ 6\ \ 27$

Controle:

$\log \varrho_2 = 8{,}17221$
$\log x_2 = 9{,}89203$
$\log y_2 = 9{,}29611$
$\log z_2 = 9{,}78278$
$\alpha_2 = 14^0\ 13'\ 41''$
$\delta_2 = +\ 37\ \ 0\ \ 28$
$\log r_2 = 0{,}00370$
Höhe $= 33{,}84$ Meilen

Die Controlformel ($\odot$) giebt, auf den Endpunkt der Bahn angewendet, für die Summe der drei Glieder statt Null etwa 0,06, was eine genügende Uebereinstimmung ist.

Hundertundachtundzwanzigste Vorlesung.

Unabhängigmachen der Bestimmung von der Forderung der Gleichzeitigkeit. Vereinfachende geometrische Betrachtungen und Construction. Angabe der bleibenden Unsicherheit.

Natürlich ist es zuweilen misslich um die Anforderung der Gleichzeitigkeit der Beobachtung des Aufleuchtens und Verschwindens bestellt. Derselbe Umstand tritt nun aber in noch viel entscheidenderer Weise hervor, wo wirklich scharfe Bestimmungen der Zeit vorliegen; man macht da die Erfahrung, dass das Aufleuchten an der einen Station häufig erheblich später bemerkt wird als an der anderen, ja häufig sogar erst dann, nachdem für die eine Station schon das Erlöschen eingetreten ist. Vorwiegende Ursache dieser Erscheinung scheint nicht die Verschiedenheit in der Entfernung von beiden Stationen zu sein, sondern vielmehr die Phasenverschiedenheit der Brennflächen; denn es hat sich gezeigt, dass in der Mehrzahl der Fälle gerade die nähere Station später beobachtet.

Bei so bewandten Umständen ist es doppelt wünschenswerth, der Gleichzeitigkeit der Beobachtungsmomente ganz entbehren zu können. Durch die folgenden Betrachtungen erlangen wir aber noch mehr als dies; wir werden in den Stand gesetzt, anzugeben, in welchem Grade die unvermeidlichen Beobachtungsfehler auf die Sicherheit des Resul-

tates einwirken. Ohne dass ein solches Urtheil ermöglicht wird, haben die Rechnungsresultate nur geringen Werth und können, wenn man allzu vertrauensvoll Folgerungen aus ihnen zieht, zu falschen Ansichten (wie z. B. über die Höhe der Atmosphäre) Veranlassung geben und statt zu einem Förderungsmittel der Erkenntniss ein Hemmniss derselben werden.

Der in der Vorlesung 127 definirte Radiationspunkt der Divergenz, auch Radiationspunkt schlechthin genannt, hat offenbar nicht bloss locale Bedeutung der Art, dass mit einem anderen Beobachtungsorte auch ein anderer Radiationspunkt einträte, vielmehr müssen eben die scheinbaren Bahnen der verschiedensten Stationen diesen Punkt der Sphäre mit einander gemein haben, vorausgesetzt, dass die Beobachtungen nicht durch ein grösseres Zeitintervall von einander getrennt sind. Die Bahn an der Station I. schneidet sich also mit der an der Station II. beobachteten im Radiationspunkte. Ferner: der Zielpunkt der Sehne zwischen beiden Stationen, dessen Rectascension und Declination wir oben mit A und D beziehungsweise bezeichneten, beschreibt während der Dauer des Meteors am Himmel den Bogen eines Parallelkreises. Wegen der immer sehr kurzen Dauer der Erscheinung der Sternschnuppe kann aber dieser Bogen vernachlässigt werden, also A sowohl wie D während jener Dauer als constant behandelt werden. Wir wissen nun aber, dass der grösste Kreis, welcher einen Ort der Bahn aus Station I. mit dem entsprechenden der Bahn auf Station II., wie er hier bei strenger Gleichzeitigkeit hätte beobachtet werden müssen, verbindet, ebenfalls durch den Zielpunkt der Sehne geht. Von den sechs Oertern auf der Sphäre: die Zenithe beider Stationen, zwei correspondirende Oerter am Anfange der scheinbaren Bahn und zwei am Ende derselben, lässt sich demnach Folgendes behaupten:

> Verbindet man die Zenithe beider Stationen durch einen grössten Kreis und ebenso die correspondirenden Oerter paarweise durch grösste Kreise, so gehen diese drei grössten Kreise durch den Ort, dessen Rectascension mit A, dessen Declination mit D bezeichnet wird.
>
> Desgleichen, gehen drei grösste Kreise durch den Radiationspunkt der Divergenz oder der Convergenz, nämlich die scheinbare, an beiden Stationen beobachtete, durch Anfangspunkt und Endpunkt gegebene Bahn und die daraus herzuleitende, wie sie aus dem Erdmittelpunkte gesehen worden wäre.

Nach dem eben Gesagten ist es nun offenbar für den Zweck der Berechnung eines correspondirenden Sternschnuppenfalles nicht mehr erforderlich, dass das Aufleuchten oder Erlöschen ein an beiden Stationen gleichzeitig wahrzunehmendes Moment sei. Denn man kann immer zu einem beliebigen Orte der scheinbaren Bahn in Station I. den entsprechenden Ort für Station II. dadurch finden, dass man durch den Zielpunkt der Sehne und jenen Ort einen grössten Kreis legt; der Durchschnittspunkt desselben mit der scheinbaren Bahn der Station II. ist der gesuchte correspondirende Ort.

Eines angenäherten Vermerkes der Zeit einer beobachteten Sternschnuppe bedarf es übrigens stets, um über die Correspondenz zu entscheiden, einmal schon deshalb, weil es ja durchaus nicht unmöglich ist, dass zwei verschiedene Körper zu zwei verschiedenen Zeiten in einer und derselben Bahn oder vielleicht doch wenigstens in einer und derselben Ebene laufen; dann aber auch, weil der Zielpunkt der Sehne, d. h. die Rectascension A und die Declination D seines Ortes sonst nicht bestimmt werden können. Beiläufig sei noch einmal darauf aufmerksam gemacht, dass man diese beiden Grössen, so lange die beiden Stationen dieselben bleiben, nur einmal für irgend eine Zeit, z. B. für die Sternzeit 0^h der Station I. nach trigonometrischen Formeln zu berechnen braucht. Denn, da die Sehne zwischen beiden Stationen eine Kegelfläche beschreibt, der am Himmel ein Parallelkreis entspricht, so ist D constant und A wächst wie die Sternzeit.

Wir können nun das Wesentlichste der ganzen Rechnung in einige wenige leicht zu behaltende Formeln zusammendrängen, wenn wir uns die Einführung von ein paar Symbolen gestatten. So bezeichnen wir mit (αA) den durch die Gleichung:

$$\cos(\alpha A) = \sin\delta \sin D + \cos\delta \cos D \cos(\alpha - A)$$

zu bestimmenden Bogen eines grössten Kreises, welcher zwischen dem Zielpunkte der Sehne K und dem Orte von der Rectascension α und der Declination δ liegt, an welchem die Sternschnuppe auf Station I. gesehen wurde. Die Rectascension und die Declination des correspondirenden Ortes auf Station II. seien beziehungsweise α_1 und δ_1, so stellt nach obiger Bezeichnung, und wenn man noch bestimmt, dass die Bogen unter 180° bleiben sollen, (αA) den inneren Winkel des ebenen Dreiecks Station I. — Station II. — Sternschnuppe vor, an dem Punkte Station I. gelegen; $(\alpha' A) - (\alpha A)$ ist offenbar der Winkel an der Sternschnuppe, und wir haben daher sehr einfach:

$$\varrho = \frac{\sin(\alpha' A)}{\sin\{(\alpha' A) - (\alpha A)\}} \cdot K$$

$$\varrho' = \frac{\sin(\alpha A)}{\sin\{(\alpha' A) - (\alpha A)\}} \cdot K.$$

Beträgt der Beobachtungsfehler, welchen man bei dem einzelnen Orte zu befürchten hat, ε Grade, so kann der daraus für (αA) und für $(\alpha' A)$ entspringende Fehler gleichfalls bis zu ε Graden steigen, jedoch nur in dem allerungünstigsten Falle, dass der Beobachtungsfehler gerade in der Richtung des grössten Kreises begangen worden ist, in welchen jene Bogen fallen.

Der im natürlichen Logarithmus von ϱ schlimmsten Falles zu befürchtende Fehler, entsprechend der Annahme, dass die Fehler der beiden Bogen (αA) und $(\alpha' A)$, im entgegengesetzten Sinne begangen, sich verstärken, wird gleich:

$$\pm \frac{2\varepsilon}{57{,}3}\left[\cot g\,\{(\alpha' A) - (\alpha A)\} - \frac{1}{2}\cot g\,(\alpha' A)\right],$$

folglich der Fehler des Werthes von ϱ selbst gefunden aus der Gleichung:

$$57{,}3\,.\,\Delta\varrho = \pm\, 2\,\varrho\,\varepsilon\left[\cot g\,\{(\alpha' A) - (\alpha A)\} - \frac{1}{2}\cot g\,(\alpha' A)\right].$$

Durch dieselben Betrachtungen findet man für $\Delta\varrho'$, d. h. den Fehler von ϱ':

$$57{,}3\,\Delta\varrho' = +\, 2\,\varrho'\,\varepsilon\left[\cot g\,\{(\alpha' A) - (\alpha A)\} - \frac{1}{2}\cot g\,(\alpha A)\right].$$

Ist nun, wie früher angegeben, die geocentrische Rectascension a, die zugehörige Declination d der Sternschnuppe und ihr Abstand vom Erdcentrum r berechnet, so wird, wie leicht einzusehen, der zu befürchtende Fehler in r oder in der Höhe der Sternschnuppe aus der Gleichung:

$$\Delta r = \cos(\alpha a)\,\Delta\varrho = \cos(\alpha' a)\,\Delta\varrho'$$

zu bestimmen sein. Die Längeneinheit ist der Aequatorialhalbmesser der Erde.

α' und δ' sind Rectascension und Declination des Durchschnittspunktes zweier grössten Kreise. Wie die Coordinaten eines solchen bestimmt werden, haben wir bei einer früheren Gelegenheit gesehen.

Hundertundneunundzwanzigste Vorlesung.

Bestimmung des von dem Meteor oder Meteorstrom um die Sonne beschriebenen Kegelschnittes.

Es liegt uns jetzt ob, das zweite Hauptproblem der Sternschnuppentheorie zu behandeln, die Bestimmung der Bahn, welche dieselben um die Sonne beschreiben. Dazu bieten sich nun leicht die folgenden Gesichtspunkte. Sind $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ die drei Componenten der Geschwindigkeit relativ zur Erde, mit welcher sich die Sternschnuppe in der Richtung nach dem Radiationspunkte der Convergenz zu bewegen scheint, $\frac{dX}{dt}$, $\frac{dY}{dt}$, $\frac{dZ}{dt}$ die Componenten der Geschwindigkeit des Erdcentrums, so werden die Componenten der Geschwindigkeit des Meteors, relativ zur Sonne, ausgedrückt durch:

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dX}{dt} \qquad \frac{dy}{dt} + \frac{dY}{dt} \qquad \frac{dz}{dt} + \frac{dZ}{dt}.$$

Geometrisch wird also die totale Geschwindigkeit der Sternschnuppe in ihrer Bahn vorgestellt durch die Diagonale eines Parallelogramms, welches die relative Geschwindigkeit zur Erde und die Geschwindigkeit der letzteren selbst zu Seiten hat.

Da nun das Parallelogramm eine ebene Figur ist, so folgt, dass derjenige Punkt des Himmels, auf welchen die Tangente an die Sternschnuppenbahn zielt, in einen grössten Kreis fällt, welcher den Zielpunkt der Tangente der Erdbahn mit dem Convergenzpunkte des Meteorstroms verbindet.

Kennt man von den genannten Stücken ausser dem Radiationspunkte entweder die beiden Seiten oder eine Seite und die Diagonale, so kann man offenbar sämmtliche Winkel des Parallelogramms, also auch den Zielpunkt der Diagonale oder Tangente auf dem Bogen jenes grössten Kreises vollkommen bestimmen. Wir werden gleich und noch besser weiter unten die Fruchtbarkeit dieser Betrachtung kennen lernen.

Nach dem eben Gesagten sind uns, wenn die Geschwindigkeit irgend woher bekannt ist, sogleich auch zwei Richtungen bekannt, welche in die Bahnebene der Sternschnuppe fallen müssen; die eine ist die Richtung der Tangente an die Bahn, die andere die Richtung nach der Sonne, weil für die Beobachtung die Radienvectoren der Erde und der Sternschnuppe als zusammenfallend betrachtet werden dürfen. Die Länge der Erde zur Zeit der Beobachtung ist also ♋ oder ♑ der Sternschnuppenbahn, je nachdem der Zielpunkt der Diagonale des Parallelogramms eine nördliche oder eine südliche Breite hat. Der durch letzteren Ort und die Sonne gelegte grösste Kreis repräsentirt die Bahnebene.

Hiernach ergeben sich nun ohne Mühe die folgenden Formeln, in denen Längen und Breiten zu Grunde gelegt sind, da diese Coordinaten hier wirkliche Vorzüge vor den Rectascensionen und Declinationen besitzen.

Es seien λ und β beziehungsweise die Länge und die Breite des Convergenzpunktes, L die Länge des Zielpunktes der Tangente an die Erdbahn, V die Geschwindigkeit des Meteors in seiner Bahn um die Sonne, $\odot$ die Länge der Sonne, δ der Bogen des grössten Kreises, welcher den Convergenzpunkt mit dem Zielpunkte der Erdbewegung

verbindet, γ die Neigung dieses grössten Kreises gegen die Ekliptik, dann wird nach bekannten Formeln für sphärische Dreiecke:

$$tg\,\gamma = \frac{tg\,\beta}{sin\,(\lambda - L)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

$$sin\,\delta = \frac{sin\,\beta}{sin\,\gamma} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Zur Prüfung kann die Relation:

$$cos\,\delta = cos\,\beta\; cos\,(\lambda - L) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

dienen.

Bezeichnen wir noch mit w den Winkel, welchen die Richtung der Tangente der Meteorbahn mit der Tangente an die Erdbahn einschliesst, sowie mit T die Geschwindigkeit der Erde, so liefern die Eigenschaften des oben genannten Parallelogramms die Relation:

$$sin\,(\delta - w) = \frac{T}{V}\,sin\,\delta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Ferner wird der Winkel, welchen die Tangente der Meteorbahn mit dem Radius vector, also mit der Richtung nach der Sonne macht, welchen Winkel wir mit σ bezeichnen wollen, durch die Gleichung:

$$cos\,\sigma = cos\,w\; cos\,(L - \odot) - sin\,w\; sin\,(L - \odot)\; cos\,\gamma$$

gefunden.

Zur Berechnung der Neigung i hätte man dann die Proportion:

$$sin\,i : sin\,\gamma = sin\,w : sin\,\sigma.$$

Es lassen sich aber diese beiden letzteren Formeln nur zur numerischen Prüfung, nicht aber zur vollständigen Berechnung verwenden, da nach ihnen unbestimmt bleiben würde, ob die Bewegung direct oder retrograd ist und ob:

$$☊ = \odot \quad \text{oder} \quad = 180^0 + \odot.$$

Wenn man diese Entscheidungen haben will, die bei Sternschnuppenbahnen ganz ebenso nothwendig sind, als bei den Bahnen von Kometen, so kann man sich nicht davon dispensiren, die Länge l und die Breite b des Zielpunktes der Tangente an die Sternschnuppenbahn (wie sich hier von selbst verstehen dürfte, in der Richtung der Bewegung genommen) zu berechnen. Glücklicherweise ist das sehr einfach, denn die Formeln für rechtwinklige Dreiecke, dieselben, welche wir oben angewendet haben, ergeben die Relationen:

$$sin\,b = sin\,\gamma\; sin\,w \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

$$sin\,(l - L) = \frac{tg\,b}{tg\,\gamma} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Auch ist offenbar:

$$tg\,i = \frac{tg\,b}{sin\,(\odot - l)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

$$cos\,\sigma = cos\,b\; cos\,(\odot - l) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Es ist $☊ = 180^0 + \odot$, wenn b positiv, $☊ = \odot$, wenn b negativ; die Bewegung ist direct, wenn $sin\,(\odot - l)$ positiv, retrograd, wenn diese Grösse negativ wird.

Bezeichnen wir den gemeinschaftlichen Radius vector von Erde und Meteor durch r, so stellt die Grösse:

$$V\,r\; sin\,\sigma$$

die doppelte Flächengeschwindigkeit der Meteorbahn vor, also den Werth von:

$$k\sqrt{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Die Einheit der Zeit wird hier statt der Secunde der Sonnentag, die Einheit des Raumes die halbe grosse Axe der Erdbahn. Bekannt ist uns hiernach auch die Formel:

$$V = k\sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

wo a die halbe grosse Axe der Meteorbahn vorstellt.

Man hätte somit, wenn V, unserer Voraussetzung gemäss, als bekannt angesehen werden dürfte, nach (9) den Werth des halben Parameters der Bahn, nach (10) die halbe grosse Axe, folglich auch die Excentricität e, endlich auch nach der bekannten Formel:

$$e \cos v = \frac{p}{r} - 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

die wahre Anomalie v. Letztere fällt in den dritten oder vierten Quadranten, wenn r abnimmt, d. h. $\cos \sigma$ oder $\cos(l - \odot)$ positiv ist, in die beiden ersten Quadranten, wenn r wächst, d. h. $\cos(l - \odot)$ negativ wird. Endlich ist:

$$\left.\begin{array}{ll} \pi - \Omega = \mp v, & \text{wenn } b \text{ nördlich,} \\ \pi - \Omega = \mp v + 180^0, & \text{„ } b \text{ südlich.} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Das obere Zeichen gilt bei directer, das untere bei retrograder Bewegung. Aus v ist dann schliesslich noch die Perihelzeit des Meteors auf bekannte Weise zu berechnen.

Die Länge L des Richtungspunktes der Erdbewegung pflegt in den Ephemeriden nicht angegeben zu werden, ebenso wenig die Geschwindigkeit T der Erde. Die Gleichung (10), auf die Erdbewegung angewandt, giebt:

$$T = k\sqrt{\frac{2}{r} - 1}\,^{1)},$$

wonach dann weiter die doppelte Flächengeschwindigkeit der Erde:

$$Tr \sin(\odot - L) = kr\sqrt{\frac{2}{r} - 1}\, \sin(\odot - L)$$

$$= k\sqrt{1 - (0{,}01678)^2} = 0{,}9998\, k.$$

(Die Grösse 0,9998 stellt den Semiparameter der Erdbahn vor.) Daher haben wir für L die Formel:

$$\sin(\odot - L) = \frac{0{,}9998}{\sqrt{2r - r^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Zur Erkennung des Quadranten von $\odot - L$ dient die Bemerkung, dass der erste Quadrant zu wählen, wenn r abnimmt, der zweite, wenn r im Wachsen begriffen ist.

---

[1]) Mit Vernachlässigung der Erdmasse.

Hundertunddreissigste Vorlesung.

Fortsetzung der Untersuchungen aus Vorlesung Hundertundneunundzwanzig. Rechnungsbeispiel.

Die Voraussetzung, die wir vorläufig gemacht, dass V aus den Sternschnuppenbeobachtungen, d. h. aus einer directen Bestimmung der Geschwindigkeit mittelst Vergleichung des zurückgelegten Weges und der Dauer der Sichtbarkeit bekannt sei, trifft nur äusserst selten zu, ja wohl niemals ausser jenen Gelegenheiten, wo der Nachweis zu liefern ist, dass:

$$V > k\sqrt{\frac{2}{r}}$$

und somit die Bahn des Meteors eine Hyperbel gewesen sein müsse.

Wo es aber nicht bloss darauf ankommt, zu erkennen, dass die genannte Grenze überschritten sei, sucht man die Umlaufszeit aus den Jahren besonderer Häufigkeit der Sternschnuppen des bestimmten Radiationspunktes zu ermitteln. So hat z. B. der amerikanische Astronom Newton festgestellt, dass das Novemberphänomen nach 33 bis 34 Jahren einen besonderen Glanz entfaltet, dass also die Umlaufszeit der dichteren Stelle des Meteorringes zwischen 33 und 34 Jahren, genauer noch, dass sie 33,25 Jahre betrage. Dieser entspricht der Werth der halben grossen Axe:

$$a = (33{,}25)^{2/3} = 10{,}340,$$

und der Werth von V, da nämlich $r = 0{,}98894$, $\frac{2}{r} - \frac{1}{a} = 1{,}9257$:

$$V = 0{,}02387.$$

Was ein anderes Beispiel, den Augustfall, betrifft, so ist derselbe nach den Zusammenstellungen von Ed. Biot und Quetelet besonders stark in folgenden Jahren bemerkt worden: 830, 833, 835, 841, 925, 926, 933, 1029, 1263, 1451, 1779, 1784, 1789. Sucht man diese Zahlen unter die Form:

$$\xi + n\eta$$

zu bringen, wobei n die Anzahl der vom Anfange der Reihe an vollendeten Umläufe, η die Dauer eines solchen, ξ die Anfangsepoche darstellt, so findet man $\xi = 827{,}6$, $\eta = 105{,}7$. Verstärkte Augustfälle würden hiernach um folgende Jahre herum gewesen sein: 828, 933, 1039, 1145, 1250, 1356, 1462, 1567, 1673, 1779; das nächst bevorstehende Maximum würde gegen das Jahr 1885 fallen.

Hiernach würde sich a für den Augustschwarm gleich 22,355, die Geschwindigkeit V in demselben zu 0,02389 ergeben.

Unter der Voraussetzung, dass der Sternschnuppenschwarm eine sehr gestreckte Bahn durchläuft, wird, wenn man auf die eben angegebene Art keine Annäherung von a erhalten kann, auch die Annahme:

$$a = \infty$$

einen für die Rechnung brauchbaren Werth von V liefern. Man ist also immer im Stande, aus dem Radiationspunkte die Grösse $\delta - w$, welche man ganz passend die Aberration des Radiationspunktes nennen könnte, da sie durch die Erdbewegung veranlasst wird, mittelst der Formel (4) voriger Vorlesung:

$$sin(\delta - w) = sin\,\delta\,\frac{T}{V} = \sqrt{\frac{1 - \frac{r}{2}}{1 - \frac{r}{2a}}}\,sin\,\delta$$

zu berechnen; wir haben gesehen, dass sich daraus dann alle Elemente der Meteoritenbahn vollständig bestimmen. Man begreift also leicht die Wichtigkeit und das Interesse des Constatirens der vielen Radiationspunkte, welche aufmerksame Beobachter, wie Heis, Jul. Schmidt und Andere, am Himmel bemerkt.

Rechnungsbeispiel. Ein Maximum des Novemberphänomens fiel auf 1866, November, 13,59 Mittl. Berliner Zeit. Die Länge und die Breite des Convergenzpunktes waren beziehungsweise:

$$\lambda = 323^0\ 12'$$
$$\beta = -\ 10^0\ 16'$$

Ausserdem ergiebt das Jahrbuch:

$$\odot = 231^0\ 28'$$
$$r = 0{,}9889,$$

folglich nach Formel (13), da r abnimmt:

$$\odot - L = 89^0\ 8'$$
$$L = 142^0\ 20'.$$

Da $\lambda - L = 180^0\ 52'$, erhält man nach (1) und (2):

$$\gamma = 85^0\ 12',9$$
$$\delta = 190^0\ 18',2.$$

Die Formel (3) zeigt, dass δ im dritten Quadranten liegt, da sowohl $sin\,\delta$ als $cos\,\delta$ negativ ausfallen.

Gleichung (4) oder ihre oben angeführte Transformation ergiebt:

$$\delta - w = -\ 7^0\ 29',3$$
$$w = 197^0\ 47',5,$$

sodann erhält man nach (5) und (6):

$$b = -\ 17^0\ 43',6$$
$$l - L = 181^0\ 32',0.$$

In diesem Quadranten, nicht im vierten, muss $l - L$ gewählt werden, damit nicht $tg\,i$ nach (7) unzulässigerweise negativen Werth annimmt. Es wird danach:

$$l = 321^0\ 38'$$
$$\odot - l = 269^0\ 50'$$
$$i = 17^0\ 44'.$$

Da hier $sin(\odot - l)$ negativ wird, ist die Bewegung retrograd. Da b negativ, so ist:

$$☊ = \odot = 231^0\ 28'.$$

Die Formel (8) ergiebt:

$$\sigma = 90^0\ 9',6,$$

wonach dann weiter nach Relation (9):

$$k\sqrt{p} = Vr\,sin\,\sigma,$$

weil V nach (10) $= 0{,}02387$:

$$log\,p = 0{,}27488,$$

und da bekanntlich $p = a\,cos\,\varphi^2$:

$$\varphi = 64^0\ 44',3$$
$$c = sin\,\varphi = 0{,}9044.$$

Formel (11) liefert den Werth der wahren Anomalie v mit Rücksicht darauf, dass σ ein stumpfer Winkel:

$$v = 8^0\ 37';$$

nach (12) wird:

$$\pi - \Omega = v = 188^0\ 37',$$

also die Länge des Perihels $= 60^0\ 5'$.

Die Periheldistanz q oder die Grösse $a\ (1 - e)$ findet man:

$$q = 0{,}9885.$$

Aus obiger wahrer Anomalie von $8^0\ 37'$ folgt noch, dass der Durchgang durch das Perihel auf:

1866 Nov. 7,27 Mittl. Berl. Zeit fiel.

Hundertundeinunddreissigste Vorlesung.

Vergleichung der durch Berechnung des Radiationspunktes gefundenen Bahn mit Kometenbahnen.

Vergleichen wir die aus dem Convergenzpunkte des Novemberphänomens eben abgeleitete Bahn mit bekannten Kometenbahnen, so finden wir, dass die Elemente des Kometen I. 1866 damit die auffallendste Uebereinstimmung zeigen, das Element der Epoche des Perihels, welches hier, wie wir leicht erkennen werden, keine bedeutende Rolle spielt, allein ausgenommen. Zur besseren Uebersicht setzen wir die beiden Elementensysteme neben einander.

	Novemberphänomen	Komet I. 1866
(Perihelzeit) . . .	Nov. 7,27	1866 Januar 11,197
$\pi - \Omega$	$188^0\ 37'$	$189^0\ 1',9$
Ω	$231^0\ 28'$	$231^0\ 26',1$
i	$17^0\ 44'$	$17^0\ 18',1$
q	0,9885	0,9765
e	0,9044	0,9056
a	10,340	10,324
	Retrograd	Retrograd.

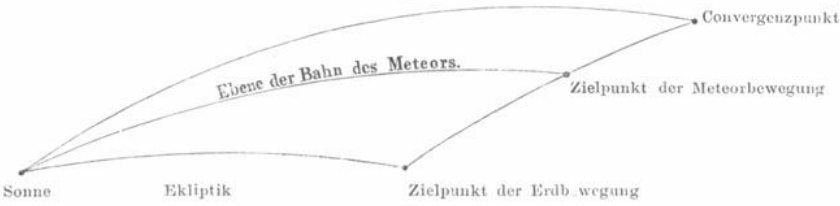
Bei Vergleichungen dieser Art, zu denen die nicht geringe Zahl von Meteorströmen jetzt häufiger Gelegenheit bietet, darf man übrigens nicht vergessen, dass die in demselben sich bewegenden Körper in einem Ringe einander folgen, und dass auch der dichtere Theil dieses Ringes sich über einen beträchtlichen Bogen erstreckt. Selbst bei dem Novemberfalle, bei welchem der Umstand der Verdichtung des Ringes in einem kleinen Theile desselben am deutlichsten hervortritt, hat man dennoch eine besonders glänzende Erscheinung in zwei bis drei auf einander folgenden Jahren, woraus zu zu schliessen, dass der Bogen besonderer Verdichtung etwa in zwei Jahren durchlaufen wird. Hieraus ist dann ohne Weiteres klar, dass auf die Uebereinstimmung der Perihelzeiten der Meteore und eines damit in Beziehung zu setzenden Kometen nichts ankommt. Aber auch der Querschnitt des Stromes an der Stelle, wo ihn die Erde passirt, ist viel zu bedeutend, als dass man annehmen dürfte, die Erde treffe bei ihrem Durchgange die dichteste Stelle, mit anderen Worten, es lasse sich die Voraussetzung der Gleichheit der

Radienvectoren von Erde und Meteorring an dieser Stelle für die ganze Breite des Stromes verantworten. Der Meteorstrom des Augustfalles z. B. hat nach Erman's Schätzung einen Querdurchmesser von über 800000 geographischen Meilen. Man darf daher nicht nur nicht erwarten, dass dieser Meteorstrom in seinem Schnitte mit der Erdbahn auch für seine dichteste Stelle, welche nach Schiaparelli's Theorie den Kometen III. 1862 ausmacht, in Strenge den Radius vector der Erde habe, wie es die vorhergehenden Rechnungen voraussetzen müssen, sondern kann im Voraus des Gegentheils gewiss sein. Denn ein centraler Durchgang der Erde durch den Strom oder gar durch den Kometen selbst hat in hohem Grade die Wahrscheinlichkeit gegen sich. Nach dem Gesagten hat es denn auch nichts Auffallendes, wenn die Periode des verstärkten Falles, bei dem Augustfalle eine Periode von 105,7 Jahren beispielsweise, nicht innerhalb der nach den Beobachtungsfehlern zu setzenden Grenzen mit der Umlaufszeit des Kometen übereinstimmt. Der genannte, dem Augustschwarme entsprechende Komet hat nach Oppolzer's sorgfältiger Rechnung eine Umlaufszeit von 121,502 Jahren. Der Unterschied der beiden Perioden lässt sich, wie bemerkt, nicht aus Fehlern der Beobachtung, sehr gut aber aus der Breite des Stromes, nach welcher die bekannte Voraussetzung über r für den Kometen selbst schon merklich unrichtig wird, erklären. Am meisten wird durch solchen Umstand ausser der Perihelzeit der numerische Werth des Unterschiedes beider Umlaufszeiten beeinflusst.

Es erscheint übrigens nicht angebracht, so lange man nicht weiss, ob eine identische Kometenbahn aufzufinden, die Berechnung der Meteoritenbahn in der obigen Art anzulegen, vielmehr scheint eine Recognoscirungsmethode mit abkürzenden starken Näherungen ganz am Platze. Solche wollen wir daher noch ableiten, um so mehr, als sich hier noch Gelegenheit zu wichtigen Bemerkungen bietet.

In der Regel wird man die Geschwindigkeit der Sternschnuppe der parabolischen Bewegung gemäss, also $V = k\sqrt{\frac{2}{r}}$ annehmen. Ausserdem erlauben wir uns, bei der bekanntlich sehr geringen Excentricität der Erdbahn $r = 1$ und $L = \odot - 90^0$ zu setzen Hiernach kann man den Recognoscirungsformeln eine äusserst einfache Gestalt geben. Unsere dahin führenden Betrachtungen illustriren wir durch Fig. 67.

Fig. 67.



Wir behandeln nun nicht, wie oben, die aus dem Kräfteparallelogramm abzuleitenden Formeln rein analytisch, sondern berücksichtigen die geometrischen Eigenschaften des Parallelogramms, dass keiner der Winkel desselben zwei rechte übersteigen darf, und ferner die Lage der Diagonale. Es soll hiernach δ, d. h. der Winkel zwischen dem Zielpunkte der Erdbewegung und dem Convergenzpunkte, 180^0 nicht überschreiten und der Zielpunkt der Meteorbewegung soll in diesen Bogen hineinfallen. Es folgt dann sogleich für l die Länge des Zielpunktes der Meteorbewegung, dass:

$$l \begin{matrix} < \lambda \\ > L, \end{matrix} \quad \text{wenn } \lambda - L < 180^0$$

$$l \begin{matrix} > \lambda \\ < L, \end{matrix} \quad \text{wenn } \lambda - L > 180^0$$

Dieses festgesetzt, wird auch der Winkel δ nach der Formel:

$$\begin{aligned} \cos\delta &= \cos\beta\,\cos(\lambda - L) \\ &= \cos\beta\,\cos(\lambda - \odot + 90^0) \\ &= -\cos\beta\,\sin(\lambda - \odot) \end{aligned}$$

vollkommen bestimmt. Ferner hat man immer sehr angenähert:

$$\frac{\sin(\delta - w)}{\sin\delta} = \sqrt{\frac{1}{2}}, \quad (\text{genauer} = \sqrt{1 - {}^1/_2\, r})$$

und dann weiter:

$$\frac{tg\, w}{tg\,\delta} = \frac{cotg\,(l - \odot)}{cotg\,(\lambda - \odot)}$$

$$\frac{\sin w}{\sin\delta} = \frac{\sin b}{\sin\beta}$$

$$\frac{tg\, b}{tg\,\beta} = \frac{\sin\,(l - L)}{\sin\,(\lambda - L)} = \frac{\cos(l - \odot)}{\cos(\lambda - \odot)}$$

$$\pm\, tg\, i = \frac{tg\, b}{\sin(\odot - l)} = -\frac{tg\,\beta\; cotg\,(l - \odot)}{\cos\,(\lambda - \odot)}$$

$$= \frac{tg\, w}{tg\,\delta} \cdot \frac{tg\,\beta}{\sin(\odot - \lambda)}.$$

Setzen wir hier für $\sin\,(\odot - \lambda)$ seinen Werth aus der Gleichung:

$$\cos\delta = \cos\beta\,\sin\,(\odot - \lambda)$$

ein, so erhalten wir:

$$\pm\, tg\, i = \frac{\sin\beta}{\sin\delta} \cdot tg\, w.$$

Das doppelte Vorzeichen kommt wegen der Unterscheidung, ob ☊ $= \odot$ oder ob $= 180^0 + \odot$, und ist so zu wählen, dass $tg\, i$ positiv wird.

Da nach den obigen Betrachtungen $\sin\delta$ sowohl wie $\sin w$ stets positiv sind, so ist auch $\frac{\sin b}{\sin\beta}$ positiv, d. h. es sind stets b und β entweder beide nördlich oder beide südlich. Dieser Umstand überhebt uns der Mühe, b selbst zu berechnen, und es ist einfach:

$$\odot = \begin{matrix} ♉ & \text{wenn } \beta \text{ positiv,} \\ ☊, & \text{wenn } \beta \text{ negativ.} \end{matrix}$$

Die Identität der Meteorbahn mit einer Kometenbahn muss für sehr wahrscheinlich, beinahe für gewiss gelten, wenn nicht bloss ☊ und i einer Kometenbahn mit den entsprechenden Werthen der Meteorbahn übereinstimmen, sondern auch ausserdem der Radius vector für den beobachteten Durchgang durch den Knoten nahe gleich r oder gleich der Einheit wird. Die entsprechende Bedingungsgleichung lautet:

$$1 = r = \frac{q}{\cos\,{}^1/_2\, v^2}$$

$$= \frac{q}{\cos\,{}^1/_2\,(\pi - ♉)^2}, \text{ wenn } \beta \text{ positiv,}$$

und

$$= \frac{q}{\cos\,{}^1/_2\,(\pi - ☊)^2}, \text{ wenn } \beta \text{ negativ.}$$

Man kann schliesslich auch noch den Sinn der Bewegung, ob direct, ob retrograd, ermitteln, ohne l berechnen zu müssen. Es ist aus den obigen Betrachtungen leicht zu erkennen, dass die Bewegung direct ist, wenn $w < 90^0$, retrograd, wenn $w > 90^0$.

Hundertundzweiunddreissigste Vorlesung.

Zusammenstellung von Formeln für die Recognoscirung von Identitäten zwischen Meteorströmen und Kometenbahnen. Rechnungsbeispiel.

Es seien:

$$\left.\begin{array}{ll}\lambda & \text{die Länge}\\ \beta & \text{die Breite}\end{array}\right\}\text{ des Convergenzpunktes,}$$

$$\left.\begin{array}{ll}\odot & \text{die Länge}\\ r & \text{der Radius vector}\end{array}\right\}\text{ der Sonne,}$$

so berechne man:

$$\cos\delta = \cos\beta \sin(\odot - \lambda), \text{ wobei } \delta < 180^0$$

$$\frac{\sin(\delta - w)}{\sin\delta} = \sqrt{1 - {}^1/_2 r} \left(\text{oder auch} = \sqrt{{}^1/_2}\right), \text{ wobei } w \begin{array}{l}<\delta\\ >0^0,\end{array}$$

es wird dann sein:

$$\odot = \text{♋ (bei positivem } \beta)$$
$$\odot = \text{♑ (bei negativem } \beta)$$

$$\pm\, tg\, i = \frac{\sin\beta}{\sin\delta} \cdot tg\, w \; (tg\, i \text{ immer positiv}).$$

Bewegung direct, wenn w ein spitzer Winkel, retrograd, wenn w stumpf.

Eine Kometenbahn, die nahezu ebenfalls diese Werthe von ☊ und i hat, bei gleichem Sinne der Bewegung, ist mit höchster Wahrscheinlichkeit mit der des Meteorstromes für identisch zu halten, wenn nahe:

$$\frac{q}{\sin {}^1/_2 \{(\pi - ☊) + (☊ - \odot)\}^2} = r\ (= 1).$$

Beispiel. Der gut constatirte Sternschnuppenfall des 20. April hat nach Alexander Herschel seinen Divergenzpunkt in 281°,6 der Länge und + 57°,0 der Breite. Man wünscht zu wissen, ob derselbe auf die Bahn eines bekannten Kometen führt. Es wird in diesem Falle:

$\lambda = 101^0\ 36'$	$\beta = -\ 57^0\ 0'$	$\odot = 30^0\ \ 0'$	$r = 1{,}0054$
$\delta = 121^0\ \ 7'$	$\delta - w = \ \ 37^0\ 8'$	$w = 83^0\ 59'$	

hiernach dann also:

$$☊ = 30^0\ \ 0'$$
$$i = 83^0\ 52'$$
$$\text{Direct.}$$

Sehen wir ein Kometenverzeichniss durch, so finden wir bei dem Kometen I. 1861 berechnet:

$$☊ = 29^0\ 46'$$
$$i = 79^0\ 46'$$
$$\text{Direct}$$

und da bei diesem Kometen:

$$\frac{q}{\sin {}^1/_2 \{(\pi - ☊) + (☊ - \odot)\}^2} = 1{,}0026,$$

so ist die Wahrscheinlichkeit der Beziehung zwischen dem Sternschnuppenfall des 20. April und dem ersten Kometen von 1866 sehr gross [1]).

Anderes Beispiel. Nach Heis tritt beinahe gleichzeitig mit dem bekannten Radiationspunkte der Leoniden unter anderen auch der folgende zu spielen an, dessen Länge zu 56° 2′ und dessen Breite zu + 24° 36′ nach Heis'scher Bestimmung sein würde. Führt derselbe auf eine Kometenbahn?

Wir haben, wenn wir den 12. November hier als Zeit des Maximums annehmen:

$$\lambda = 236^0\ 2' \qquad \beta = -\ 24^0\ 36' \qquad \odot = 230^0\ 0' \qquad r = 0{,}9892$$
$$\delta = 94^0\ 29' \qquad w = 50^0\ 26' \qquad \Omega = 230^0\ 0' \qquad i = 26^0\ 51',$$

also für diese Meteore:

$$\Omega = 230^0\ 0'$$
$$i = 26^0\ 51'$$

Direct.

Bei dem Kometen des Jahres 1695 ist, auf das Aequinoctium von 1860 reducirt:

$$\Omega = 218^0\ 24'$$
$$i = 22^0\ 0'.$$

Die Bewegung ist ebenfalls direct und:

$$\frac{q}{\sin {}^1/_2 \{(\pi - \Omega) + (\Omega - \odot)\}} = 0{,}8531.$$

Die Elemente des Kometen 1695 sind nicht sehr sicher bekannt, lassen sich aber nicht mit denen des Meteorstromes in befriedigende Uebereinstimmung bringen, wie eine genauere Untersuchung zeigt. Von denen des Kometen I. 1866, welcher, wie wir wissen, dem Novemberstrom der Leoniden entspricht, unterscheiden sich die obigen Elemente des Novemberstromes aus dem Perseus ganz und gar dadurch, dass bei letzterem die Bewegung direct ist.

---

[1]) Noch grösser, als nach Professor Dr. Galle's Rechnung in Nr. 1635 der „Astronom. Nachrichten", wo für die Meteore $i = 89^0$ gefunden wird.