

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Vorlesungen über Variationsrechnung

Bolza, Oskar

Leipzig [u.a.], 1909

Inhaltsübersicht

Inhaltsübersicht.

Erstes Kapitel.

Die erste Variation bei der einfachsten Klasse von Aufgaben.

	Seite
§ 1. Vorläufige Orientierung über die wichtigsten Probleme der Variationsrechnung	1
§ 2. Definitionen und Sätze über gewöhnliche Maxima und Minima	8
§ 3. Definition des Maximums und Minimums eines bestimmten Integrals	13
§ 4. Verschwinden der ersten Variation	19
§ 5. Die Euler'sche Differentialgleichung	23
§ 6. Bemerkungen zur Integration der Euler'schen Differentialgleichung	31
§ 7. Der Fall beweglicher Endpunkte	40
§ 8. Der allgemeine δ -Prozeß	45

Zweites Kapitel.

Die zweite Variation bei der einfachsten Klasse von Aufgaben.

§ 9. Die Legendre'sche Bedingung	54
§ 10. Die Jacobi'sche Differentialgleichung	59
§ 11. Hilfssätze über lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	64
§ 12. Das Jacobi'sche Kriterium	68
§ 13. Geometrische Bedeutung der konjugierten Punkte	75
§ 14. Notwendigkeit der Jacobi'schen Bedingung	82

Drittes Kapitel.

Hinreichende Bedingungen bei der einfachsten Klasse von Aufgaben.

§ 15. Hinreichende Bedingungen für ein „schwaches Extremum“	88
§ 16. Konstruktion eines Feldes von Extremalen	95
§ 17. Der Weierstraß'sche Fundamentalsatz	105
§ 18. Ableitung weiterer notwendiger Bedingungen aus dem Weierstraß'schen Fundamentalsatz	111
§ 19. Hinreichende Bedingungen für ein starkes Extremum	119
§ 20. Zusammenhang des Unabhängigkeitssatzes mit der Hamilton-Jacobi'schen Theorie	128
47 § 21. Übungsaufgaben zu den drei ersten Kapiteln	144

Viertes Kapitel.

Hilfssätze über reelle Funktionen reeller Variablen.

§ 21. Über die Umgebung einer Punktmenge	154
§ 22. Ein Satz über eindeutige Abbildung, und seine Anwendungen	158

§ 23. Existenztheoreme für Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen	168
§ 24. Abhängigkeit der Lösung eines Systems von gewöhnlichen Differentialgleichungen von den Anfangswerten und verwandte Fragen	175

Fünftes Kapitel.

Die Weierstraß'sche Theorie der einfachsten Klasse von Problemen in Parameterdarstellung.

§ 25. Formulierung der Aufgabe.	189
§ 26. Die Differentialgleichung des Problems	201
§ 27. Anwendung der allgemeinen Existenztheoreme für Differentialgleichungen auf die Theorie der Extremalen	212
§ 28. Die Weierstraß'sche Transformation der zweiten Variation und die zweite notwendige Bedingung	224
§ 29. Die Jacobi'sche Bedingung für den Fall der Parameterdarstellung	231
§ 30. Die Weierstraß'sche Bedingung	241
§ 31. Das Feld und das Feldintegral	249
§ 32. Der Weierstraß'sche Fundamentalsatz und die hinreichenden Bedingungen	259
§ 33. Existenz eines Minimums „im Kleinen“.	270
§ 34. Der Osgood'sche Satz	280
§ 35. Verallgemeinerung der Bedeutung des Kurvenintegrals.	284
18 § 36. Übungsaufgaben zum fünften Kapitel	295

Sechstes Kapitel.

Der Fall variabler Endpunkte

§ 36. Die Variationsmethode	301
§ 37. Das Extremalenintegral	306
§ 38. Die Differentiationsmethode	313
§ 39. Die Brennpunktsbedingung	316
§ 40. Geometrische Bedeutung des Brennpunktes	321
§ 41. Hinreichende Bedingungen für das Problem mit einem variablen Endpunkt	324
§ 42. Der Fall zweier variabler Endpunkte	327

Siebentes Kapitel.

Die Kneser'sche Theorie.

§ 43. Darboux's Methode für die Behandlung des Problems der kürzesten Linien auf einer gegebenen Fläche.	332
§ 44. Der Kneser'sche Transversalensatz und der verallgemeinerte Enveloppensatz	336
§ 45. Transformation des Integrals J durch eine Punkttransformation	343
§ 46. Die Kneser'schen krummlinigen Koordinaten und ihre Anwendungen	350
§ 47. Folgerungen aus dem Enveloppensatz	357

Achstes Kapitel.

Diskontinuierliche Lösungen.

	Seite
§ 48. Die Weierstraß-Erdmann'schen Eckenbedingungen	365
§ 49. Konjugierte Punkte auf gebrochenen Extremalen	372
§ 50. Hinreichende Bedingungen für diskontinuierliche Lösungen	381
§ 51. Diskontinuierliche Variationsprobleme	389
§ 52. Randbedingungen bei Problemen mit Gebietseinschränkungen	392
§ 53. Hinreichende Bedingungen bei Lösungen, welche Segmente der Schranke enthalten	400
§ 54. Das Newton'sche Problem des Rotationskörpers kleinsten Widerstandes	407

Neuntes Kapitel.

Das absolute Extremum.

§ 55. Einleitende Bemerkungen	419
§ 56. Ein allgemeiner Hilfssatz über die Existenz einer Grenzkurve	422
§ 57. Beweis des Hilbert'schen Existenztheorems	428
§ 58. Ein Satz von Darboux über das absolute Extremum	438
Übungsaufgaben zum sechsten bis neunten Kapitel	444

Zehntes Kapitel.

Isoperimetrische Probleme.

§ 59. Die Euler'sche Regel	457
§ 60. Die zweite und vierte notwendige Bedingung	470
§ 61. Die Weierstraß'sche Theorie der konjugierten Punkte beim isoperimetrischen Problem	475
§ 62. Die Kneser'sche Theorie der konjugierten Punkte beim isoperimetrischen Problem	489
§ 63. Der Weierstraß'sche Fundamentalsatz für isoperimetrische Probleme	503
§ 64. Hinreichende Bedingungen beim isoperimetrischen Problem	509
§ 65. Einiges über isoperimetrische Probleme bei variablen Endpunkten	515
Übungsaufgaben zum zehnten Kapitel	528

Elftes Kapitel.

Die Euler-Lagrange'sche Multiplikatoren-Methode.

§ 66. Allgemeiner Überblick	542
§ 67. Die Lagrange'sche Multiplikatorenmethode für gewöhnliche Extrema mit Nebenbedingungen	544
§ 68. Die Multiplikatorenregel für den Fall endlicher Bedingungsgleichungen	548
§ 69. Die Multiplikatorenregel für den Fall von Differentialgleichungen als Nebenbedingungen	558
§ 70. Diverse Bemerkungen zur Multiplikatorenregel	569
§ 71. Die Multiplikatorenregel für den Fall gemischter Bedingungsgleichungen	580
§ 72. Existenztheoreme für Extremalen und Reduktion der Euler-Lagrange'schen Differentialgleichungen auf ein kanonisches System	588
§ 73. Die Hamilton-Jacobi'sche Theorie	595

Zwölftes Kapitel.

**Weitere notwendige, sowie hinreichende Bedingungen beim
Lagrange'schen Problem.**

	Seite
§ 74. Analoga der Bedingungen von Weierstraß und Legendre. . . .	602
§ 75. Die Kneser'sche Theorie der konjugierten Punkte beim Lagrange'schen Problem	610
§ 76. Die zweite Variation beim Lagrange'schen Problem	619
§ 77. Hinreichende Bedingungen beim Lagrange'schen Problem	635
§ 78. Mayer'sche Extremalenscharen	639

Dreizehntes Kapitel.

Elemente der Theorie der Extrema von Doppelintegralen.

§ 79. Die erste Variation von Doppelintegralen mit x, y als unabhängigen Variablen	652
§ 80. Die erste Variation von Doppelintegralen in Parameterdarstellung .	663
§ 81. Die zweite Variation bei Doppelintegralen	672
§ 82. Hinreichende Bedingungen für Extrema von Doppelintegralen . . .	683
Übungsaufgaben zum elften bis dreizehnten Kapitel.	688
Nachträge und Berichtigungen	696
Sachregister	699
Anhang (mit Lfg. 1 ausgegeben).	1*

