Lehrbuch der praktischen Physik

Kohlrausch, Friedrich

Leipzig [u.a.], 1910

Magnetismus

urn:nbn:at:at-ubi:2-6442

Magnetismus.

Messungen mit Hilfe elektrischer Ströme siehe im folgenden Abschnitt, besonders unter **105** bis **115**.

72b. Allgemeines.

I. Magnetstäbe.

Material. Am besten ist Wolframstahl. Die geeignetste Härtungstemperatur ist etwa 800° (Kirschrotglut). Überhitzen verringert die Magnetisierbarkeit ohne die Haltbarkeit zu erhöhen. Überhitzte Stäbe lassen sich durch Neuhärten nach vorhergegangenem Ausglühen verbessern. Vgl. **8**, 14 u. Holborn, ZS. f. Instr. 1891, 113.

Gestalt. Die Magnetisierbarkeit wächst mit dem Verhältnis der Länge zu der Querdimension. Röhrengestalt kann sehr vorteilhaft sein. — Das magnetische Moment, welches man Stäben aus gleich beschaffenem Material von ähnlicher Gestalt erteilen kann, ist ihrer Masse proportional.

Magnetisieren und Entmagnetisieren; s. **8**, 16.

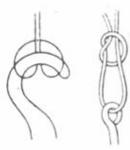
Spezifischen Magnetismus oder Magnetisierung eines Stabes nennt man das durchschnittliche magn. Moment seiner Volumeinheit oder auch wohl seiner Masseneinheit. 1 ccm wiegt etwa 7,5 gr. Bei sehr gestreckter Gestalt kann man auf 1 gr etwa 100 CGS-Einheiten (Anh. 20), bei dem Verhältnis Länge:Dicke = 10:1 etwa 35 permanent erreichen.

Haltbarkeit. Ein magnetisierter Stab verliert einen Teil seines Magnetismus zuerst rasch, später langsamer, durch äußere Einflüsse und auch dadurch, daß gehärteter Stahl schon bei gewöhnlicher Temperatur ein Anlassen erfährt. Der haltbare Zustand wird rascher erzielt durch „künstliches Altern", indem man nämlich den gehärteten Stab mehrere Stunden lang in siedendem Wasserdampf behandelt und dies nach dem Magnetisieren wiederholt (Strouhal und Barus, Wied. Ann. 20, 662. 1883).

Polabstand. Für Fernwirkungen eines gewöhnlichen Magnets kann man die beiden Magnetismen in zwei Punkten, den Polen (Fernpolen), konzentriert annehmen. Der Polabstand („reduzierte" oder „virtuelle" Länge) pflegt bei den gebräuchlichen Stabformen etwa $^5/_6$ der Stablänge zu betragen; vgl. F. K. u. Hallock, Wied. Ann. 22, 411. 1884. Theor. Definition Riecke, Pogg. Ann. 149, 62. 1873. S. auch Anh. 20 u. **76b**.

Aufhängung. Größere Magnete werden, wenn man über eine beträchtliche Höhe, etwa von der Zimmerdecke herab, verfügt, z. B. an hartem Messingdraht aufgehängt, der bei großer Tragkraft einen mäßigen Elastizitätsmodul (Tab. 20) besitzt. Ein Band (etwa käufliches Konstantanband) gibt bei gleicher Tragkraft ein kleineres Torsionsmoment als ein Draht. — Über Coconfäden s. **8**, 20 u. **77**. Bündel von solchen stellt man durch Aufwickeln eines langen Fadens über 2 Glasstäbe her, die im geeigneten Abstande an der Tischkante befestigt sind. Die beiden Enden knüpft man zusammen, spannt möglichst gleichmäßig und schlingt die äußersten Enden des Bündels um den oberen bez. den unteren Aufhängestift (Fig. 1), vor dem festen Anziehen die Spannung nochmals möglichst ausgleichend. Einzelne Fäden schlingt man, wie in Fig. 2 gezeichnet, wobei schließlich der Knoten festgezogen und der Aufhängefaden angespannt wird. Das Aufhängen in losen Schlingen ist zu vermeiden. Freie Fadenenden werden kurz abgeschnitten, um nicht Reibung zu bewirken.

1. 2.



Für leichte Magnete sind Quarzfäden vorteilhaft (8, 21), die mit Schellack angeklebt werden.

II. Verschiedenes.

Astasierung einer Magnetnadel. Für empfindliche Galvanometer wird oft eine Verminderung der erdmagnetischen Direktionskraft verlangt. Man gebraucht zu diesem Zwecke Nadelpaare (s. z. B. **83**, Fig. 4 u. 5) mit entgegengerichteten Polen; oder man umgibt das Instrument mit einem „Schutzring" von weichem Eisen, der durch seinen eigenen Magnetismus die Wirkung des Erdmagnetismus abschwächt. Dauernden Änderungen sind aus weichem Eisendraht gewickelte Körper weniger unterworfen als massive. — Oder man hängt die Nadel bifilar in verkehrter Lage auf; oder endlich, es wird ein Hilfsmagnet in geeigneter Lage (nicht zu nahe) fest angebracht, der dem Erdmagnetismus entgegenwirkt; Deklinationsschwankungen werden durch die beiden letztgenannten Mittel vergrößert. — Man kann in ersichtlicher Weise durch sie auch die Direktionskraft verstärken oder der Nadel ein anderes Azimut geben als das nordsüdliche.

Erdmagnetische Variationen können die Beobachtungen erschweren. Gewöhnlich ist die Unruhe von Mittag an am geringsten, doch kommen magnetische Störungen zu allen Tageszeiten vor.

Bestimmung des Astasierungsfaktors. Hierunter sei das Verhältnis D/D' der Direktionskraft vor und nach der Astasierung verstanden. Wenn diese durch einen äußeren Magnet oder bifilar vorgenommen ist, kann sie wie folgt bestimmt werden. Ein bestimmter Magnet bewirke an der astasierten Nadel mit dem Skalenabstand A' aus der Entfernung r' den Ausschlag e', an einer nicht astasierten in derselben relativen Lage (z. B. immer erste Hauptlage; vgl. **73**) mit A und r den Ausschlag e, so ist $\dfrac{D}{D'} = \dfrac{e'}{e}\dfrac{A}{A'}\left(\dfrac{r'}{r}\right)^3$.

Äußere Störungen. Magnetische Störungen aus der Umgebung durch bewegte Magnete oder veränderliche Ströme, oder durch elektrische Straßenbahnen, können die Anwendung des gewöhnlichen Magnetspiegels unmöglich machen. Für mäßige Empfindlichkeit sind unter solchen Verhältnissen Galvanometer mit gut astasierten Nadelpaaren brauchbar; über Magnetometer s. **75a**. Die leichten Nadelpaare sehr empfindlicher Instrumente gut zu astasieren ist sehr mühsam. Man kommt hier deshalb weiter durch den Schutzring oder eine vollständige Einhüllung des Instruments, einschließlich des Multiplikators, mit weichem Eisen. Durch dicke oder geeignet angeordnete mehrfache Eisenhüllen (vgl. insbesondere du Bois u. Wills, Ann. der Ph. 2, 78. 1900) lassen äußere Einwirkungen sich bis auf einen kleinen Bruchteil abschwächen. An Stelle der alsdann wegfallenden erdmagnetischen Direktionskraft tritt die Elastizität des Aufhängefadens, wobei Material von kleiner elastischer Nachwirkung (Stahl, besser ausgeglühtes Platin oder Platiniridium, Quarz) anzuwenden ist. Man bringt auch wohl im Innern der Eisenhülle einen Richtmagnet an. Auf dauernde Konstanz des magnetischen Feldes wird nicht zu rechnen sein.

Mechanischen Erschütterungen unterliegen niedrige Systeme, z. B. direkt aufgehangene magnetische Spiegel, besonders stark. Häufig läßt diese Störung sich dadurch vermindern, daß die magnetische Axe nicht genau horizontal liegt; dann dämpft ein Kupferdämpfer auch vertikale Drehungen.

Erdmagnetische Instrumente. Für Reise- und ähnliche Zwecke sind kompendiöse Instrumente, teilweise zugleich für Deklination und Intensität bestimmt, hergestellt worden von Fox, Lamont, Meyerstein, Neumayer, Weber, Wild u. A. (vgl. **78**).

Untersuchung von Materialien auf ihren unmagnetischen Zustand. Am einfachsten bringt man dieselben dicht an den Pol eines aufgehangenen kräftigen Magnets mit Spiegel, z. B. an den Magnet eines Bifilarmagnetometers mit dünnem Deckglase (**74** II). Ganz unmagnetisch sind wenige Körper; ziehen sie nicht an, so stoßen sie ab (sind diamagnetisch). Hierher gehören die meisten organischen Körper, Wasser, reines Kupfer. Bei Metallen übersehe man nicht, daß ein Leiter während der Annäherung durch induzierte Ströme Abstoßung bewirkt und umgekehrt. Man halte oder lege die Stücke also ruhig neben den Magnetpol. — Der Magnetismus von Kupfer und dgl. stammt nicht selten von Eisenteilchen an der Oberfläche, auch von eisenhaltigem Lack. Abkochen mit verdünnter Schwefelsäure hilft dann. Nachher mit heißem Wasser reinigen!

Über starke Felder s. **114**.

73. Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus (Gauſs 1836).

Die Kenntnis wird für manche mittels Magnetnadeln ausgeführte Messungen magnetischer oder elektrischer Größen verlangt.

Die Intensität der magnetischen Kraft oder magnetische Feldstärke an einem Orte wird durch die daselbst auf einen Magnetpol Eins ausgeübte Kraft gemessen; allgemeiner, wenn ein Magnetpol $\mathfrak{m}$ die Kraft k erfährt, durch $k/\mathfrak{m}$. Der Pol Eins ist dadurch definiert, daß er auf einen ihm gleichen Pol aus dem Abstande Eins die Kraft 1 Dyne ausübt (vgl. Anh. Nr. 7 u. 19—21). — Die CGS-Einheit der Feldstärke heißt 1 Gauſs.

Auf die gewöhnliche Magnetnadel wirkt die Horizontalkomponente H der Intensität. Die Messung von H besteht aus einer Schwingungsdauer- und einer Ablenkungsbeobachtung. Erstere gibt, wenn das Trägheitsmoment des schwingenden Magnets bekannt ist, das Produkt $\mathfrak{P} = MH$ aus dessen magnetischem Moment M und der Intensität H.

Der Quotient $\mathfrak{Q} = M/H$ wird gefunden, indem man die Ablenkung einer Magnetnadel durch denselben Magnet beobachtet. Aus $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ können M und H einzeln berechnet werden. Die Methode kann also auch zur Bestimmung des magn. Moments eines Stabes dienen.

Bei dem Gaufs'schen Verfahren werden für M/H zwei Ablenkungen aus verschiedenen Entfernungen beobachtet; einfacher genügt die Ablenkung aus einer Entfernung, wenn man den „Polabstand" der Magnete einführt. Den Magnetismus gestreckter Stäbe kann man bei Fernwirkungen in zwei „Fernpolen" konzentriert annehmen, die durchschnittlich um etwa $^1/_{12}$ der Länge von den Enden entfernt liegen, deren Abstand von einander also etwa $^5/_6$ der ganzen Länge beträgt.

H liegt im mittleren Europa um den Wert 0,2 Gaufs herum (Tab. 38). Bei der Bestimmung mit gewöhnlichen Mitteln wird eine Genauigkeit bis auf $\pm$ 0,001 befriedigend zu nennen sein. Wo keine äußeren Störungen durch benachbarte Eisenmassen vorhanden sind, wird der aus Tab. 38 entnommene Wert meist eine ähnliche Genauigkeit haben, in Gebäuden mit Eisenkonstruktionen dagegen sind die Lokaleinflüsse oft beträchtlich. — Während der Messung von H hat man darauf zu sehen, daß nicht zufällig (in der Tasche oder Schieblade, oder als Fensterstange, Nagel im Tischbrett, als drahtgeheftetes Notizbuch, auch etwa als Stahlbrille) unbeabsichtigte Einflüsse vorhanden sind.

Die früher gebrauchte [mm, mg, sec]-Einheit ist $= 0,1$ Gaufs.

I. Bestimmung von MH durch Schwingungen.

Man hängt den Magnet am Faden auf. Es sei t die auf unendlich kleine Bogen reduzierte Schwingungsdauer (28), K das Trägheitsmoment des Magnets in cm^2 gr (29), Θ das Torsionsverhältnis des Fadens (77), dann ist das gesuchte Produkt

$$\mathfrak{P} = MH = \frac{\pi^2 K}{t^2(1+\Theta)}. \qquad 1.$$

Denn die Direktionskraft ist $MH(1+\Theta)$, und das Quadrat einer Schwingungsdauer geteilt durch π^2 gibt das Verhältnis des Trägheitsmoments zur Direktionskraft (Anh. Nr. 21 u. 12).

Über die Bestimmung mit dem Bifilar oder der Wage vgl. IV u. V.

II. Bestimmung von M/H durch Ablenkungen.

Den vorigen Magnet läßt man aus gemessener Entfernung r, und zwar, um Unsymmetrien zu eliminieren, von beiden Seiten, und je in zwei entgegengesetzten Lagen eine Magnetnadel ablenken. Man wählt eine der beiden folgenden „Hauptlagen".

Erste Hauptlage. c ist der Mittelpunkt der Bussole, NS der magnetische Meridian. Der Magnet wird folgeweise in den gezeichneten Lagen östlich und westlich in gleichen Abständen von der Nadel in der Höhe der letzteren hingelegt. Wir setzen $r = \frac{1}{2}ab$. Dieser Abstand soll *mindestens* die dreifache Magnetlänge betragen.

Der Stab befinde sich z. B. in a. Man beobachtet den Ausschlag, wobei man beide Spitzen der Nadel abliest und das Mittel nimmt. Dann dreht man den Stab um 180°, wobei sein Mittelpunkt wieder in a zu liegen kommt, und beobachtet den Ausschlag ebenso. Aus beiden Werten wird abermals das Mittel genommen. Dieses ist der zur Stellung a gehörige Ablenkungswinkel. Geht die Bezifferung der Grade nicht von der Nullstellung nach beiden Seiten, sondern durch diese Stellung hindurch, so rechnet man einfacher, wenn man die beiden Einstellungen von einander abzieht und die Differenz halbiert. Siehe das Beispiel.

Ebenso wird in der Stellung b verfahren und dann aus den nahe gleichen, in beiden Stellungen beobachteten Ablenkungswinkeln das Mittel genommen. Dieser aus acht Ablesungen entstandene Wert heiße φ.

Die obige Kombination der Ablesungen ist unerläßlich, um die folgenden *Unsymmetrien* zu eliminieren: 1. durch das Ablesen beider Spitzen eine Exzentrizität der Kreisteilung; 2. durch das Drehen des Stabes um 180° eine Abweichung der Stabaxe von der genauen Ostwestrichtung und eine Unsymmetrie des Stabmagnetismus; 3. durch das Ablenken von beiden Seiten eine Differenz zwischen Bussolenmittelpunkt und dem Mittelpunkt des Maßstabes, sowie einen unsymmetrischen Nadelmagnetismus. — Zugleich wird das Resultat in ähnlicher Weise genauer wie durch achtmaliges Wiederholen einer Beobachtung.

Ähnliche Gesichtspunkte kommen bei den meisten magnetometrischen und galvanometrischen Messungen zur Geltung.

Zur Berechnung von M/H führen wir die *Polabstände* $\mathfrak{L}$ des Stabes bez. $\mathfrak{l}$ der Nadel ein (**76b**) und berechnen eine Korrektionskonstante η (vgl. Anh. 20)

$$\eta = \tfrac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \tfrac{3}{4}\mathfrak{l}^2.$$

Dann wird der gesuchte Quotient

$$\mathfrak{Q} = \frac{M}{H} = \frac{1}{2}\,\frac{r^3 \operatorname{tg}\varphi}{1 + \eta/r^2}. \qquad 2.$$

Bei der Bestimmung mit gewöhnlichen Mitteln wird die Annahme des Polabstandes gleich $^5/_6$ der Stab- oder Nadellänge immer genau genug sein.

Zweite Hauptlage. Der Ablenkungsstab wird nördlich und südlich von der Bussole c in gleichen Entfernungen hingelegt und dabei ebenso wie vorhin beobachtet und der Mittelwert φ berechnet. Es sei wieder $r = \frac{1}{2} ab$.

Für die zweite H.-L. gilt $\eta = -\frac{3}{8}\mathfrak{L}^2 + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2$. M/H wird nach der vorigen Formel ohne den Faktor $\frac{1}{2}$ berechnet.

Berechnung von H. Aus $\mathfrak{P} = MH$ und $\mathfrak{Q} = M/H$ findet man
$$H = \sqrt{\frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{Q}}}\,.$$

Beispiel. I. Bestimmung von MH.

Trägheitsmoment. Der rechteckige Magnetstab war 10,00 cm lang und 1,25 cm breit. Er wog 119,86 gr. Nach **29** I folgt
$$K = 119{,}86\,(10{,}00^2 + 1{,}25^2)/12 = 1014{,}4\ \mathrm{cm^2\,gr}.$$

Torsionsverhältnis. Eine ganze Umdrehung des Aufhängefadens drehte den Magnet um 1,4°. Also ist (**77**) $\Theta = \dfrac{1{,}4}{360 - 1{,}4} = 0{,}0039$.

Schwingungsdauer. Beobachtet = 7,414 sec, bei einem Schwingungsbogen von 30°. Also auf unendlich kleine Schwingungen reduziert (**28**)
$$t = 7{,}414 - 7{,}414 \cdot 0{,}0043 = 7{,}382\ \mathrm{sec}.$$

Man hat also $MH = \dfrac{\pi^2 K}{t^2(1+\Theta)} = \dfrac{3{,}1416^2 \cdot 1014{,}4}{7{,}382^2 \cdot 1{,}0039} = 183{,}01\ \mathrm{cm^2\,gr/sec^2}$.

II. Bestimmung von M/H.

Der vorige Magnet lenkte aus der Entfernung 30 cm von Osten in erster Hauptlage eine Bussolennadel ab. Bei dem Umlegen des Magnets wurde abgelesen:

	1. Spitze	2. Spitze
N.-Pol zugewandt	112,5°	292,4°
S.-Pol zugewandt	67,6	247,7
	$\varphi = 22{,}45°$	22,35°; Mittel = 22,40°.

Bei der Ablenkung aus Westen wurde ebenso gefunden 22,68

Hauptmittel $\varphi = 22{,}54°$; $\operatorname{tg}\varphi = 0{,}4150$.

Der Magnet war 10,0, die Nadel 2,0 cm lang, also die Polabstände $\mathfrak{L} = \frac{5}{6} \cdot 10 = 8{,}33$ cm, $\mathfrak{l} = \frac{5}{6} \cdot 2 = 1{,}67$ cm, woraus $\eta = \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2 = 32{,}6\ \mathrm{cm^2}$.

Also ist $\dfrac{M}{H} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{r^3 \operatorname{tg}\varphi}{1 + \eta/r^2} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{27000 \cdot 0{,}4150}{1 + 32{,}6/900} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{11205}{1{,}0363} = 5406\ \mathrm{cm^3}$.

Endlich wird $H = \sqrt{(183{,}01/5406)} = 0{,}1840\ \mathrm{cm^{-\frac{1}{2}}\,gr^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1}}$ oder Gaufs.

Gauſs'sches Verfahren bei der Messung von M/H.

Anstatt die Polabstände als bekannt vorauszusetzen, werden aus zwei Entfernungen r und r' die Ablenkungen φ und φ' beobachtet, wodurch die Korrektionskonstante η eliminiert wird. Es ist nämlich dann unser gesuchter Quotient

in der ersten Hauptlage $\mathfrak{Q}$ oder $\dfrac{M}{H} = \frac{1}{2}\dfrac{r'^5 \operatorname{tg}\varphi' - r^5 \operatorname{tg}\varphi}{r'^2 - r^2}$;

in der zweiten fällt der Faktor $\frac{1}{2}$ weg.

Beweis für eine kurze Nadel in erster Hauptlage. Lenkt ein westöstlich gerichteter Magnet eine kurze Nadel, die sich in seiner Fortsetzung in nicht zu kleinem Abstande r von seiner Mitte befindet, um φ ab, so ist (Anh. 21) $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{2}{r^3}\dfrac{M}{H}\left(1 + \dfrac{\eta}{r^2}\right)$ oder $\frac{1}{2}r^5 \operatorname{tg}\varphi = \dfrac{M}{H}(r^2 + \eta)$, wo η für jeden Magnet eine Konstante ist. Für den andern Abstand gilt ebenso $\frac{1}{2}r'^5 \operatorname{tg}\varphi' = \dfrac{M}{H}(r'^2 + \eta)$. Durch Subtraktion der Gleichungen von einander fällt η heraus und entsteht das obige Resultat.

Kreuzweise Multiplikation beider Gleichungen eliminiert M/H und gibt

$$\eta = r^2 r'^2 \frac{r^3 \operatorname{tg}\varphi - r'^3 \operatorname{tg}\varphi'}{r'^5 \operatorname{tg}\varphi' - r^5 \operatorname{tg}\varphi}.$$

Bei wiederholter Benutzung derselben Magnete genügt es, die Beobachtung aus der größeren Entfernung einmal gemacht zu haben und M/H nach Gl. 2 S. 374 mit dem ein für allemal ermittelten Korrektionswert η zu berechnen.

Günstigste Abstände. Für die Genauigkeit des Resultates ist am besten das Verhältnis der beiden Entfernungen r'/r gegen 1,4 zu wählen. — Der kleinere Abstand r soll womöglich nicht kleiner werden als etwa die vierfache Magnetlänge, weil sonst zu dem Gliede η/r^2 (S. 374) noch ein anderes mit $1/r^4$ von merklicher Größe hinzukommt (Anh. 20). Für eine Bussole mit Teilkreis werden dann freilich die Ausschläge klein.

Beispiel. Außer der Ablenkung (S. 375) $\varphi = 22{,}54^0$ für $r = 30{,}00$ cm
wurde ebenso gefunden $\varphi' = 9{,}77^0$ für $r' = 40{,}00$ cm.

Also wird $M/H = \frac{1}{2}(40^5 \cdot \operatorname{tg} 9{,}77^0 - 30^5 \cdot \operatorname{tg} 22{,}54^0)/(40^2 - 30^2) = 5388\ \mathrm{cm}^3$
und (S. 375) $H = \sqrt{(183{,}01/5388)} = 0{,}1843\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\ \mathrm{gr}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}$.

Der Ausdruck η würde nach diesen Versuchen sein

$$\eta = 40^2 \cdot 30^2 \frac{30^3 \cdot \operatorname{tg} 22{,}54^0 - 40^3 \cdot \operatorname{tg} 9{,}77^0}{40^5 \cdot \operatorname{tg} 9{,}77^0 - 30^5 \cdot \operatorname{tg} 22{,}54^0} = 36{,}3\ \mathrm{cm}^2.$$

In der Tat führt auf den Wert 5388 auch die Formel

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2}\frac{30^3 \cdot \operatorname{tg} 22{,}54^0}{1 + 36{,}3/900} \text{ oder } = \frac{1}{2}\frac{40^3 \cdot \operatorname{tg} 9{,}77^0}{1 + 36{,}3/1600}.$$

Abänderung der Gauſs'schen Formeln. Bei kurzen Magnetnadeln sind die folgenden Formeln, besonders für kleine Abstände, im allgemeinen vorzuziehen (F. K., Wied. Ann. 31, 613. 1887):

1. Hauptlage.

$$\frac{M}{H} = \tfrac{1}{2}\left[\frac{r'^2 - r^2}{r'^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \varphi'^{-\frac{1}{2}} - r^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \varphi^{-\frac{1}{2}}}\right]^2$$

2. Hauptlage.

$$\frac{M}{H} = \left[\frac{r'^2 - r^2}{\operatorname{tg} \varphi'^{-\frac{2}{3}} - \operatorname{tg} \varphi^{-\frac{2}{3}}}\right]^{\frac{3}{2}}$$

oder bei Beobachtung aus nur einem Abstande R:

$$\frac{M}{H} = \tfrac{1}{2} R^3 \operatorname{tg} \Phi \left(1 - \tfrac{1}{4}\frac{\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2}{R^2}\right)^2 \qquad \frac{M}{H} = R^3 \operatorname{tg} \Phi \left(1 + \tfrac{1}{4}\frac{\mathfrak{L}^2 - 4\mathfrak{l}^2}{R^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Spiegelablesung. Eine genaue Bestimmung verlangt ein Magnetometer mit Spiegel und Skale (**25, 26**), wobei die Abstände größer genommen werden können und doch gut meßbare Ausschläge entstehen. Das Torsionsverhältnis ϑ (**77**) des Magnetometers ist durch Multiplikation der Tangenten mit $1 + \vartheta$ in Rechnung zu setzen. Deklinationsschwankungen eliminiert man durch alternierende Ablenkungen oder nach einem Hilfsvariometer (**74**).

Korrektion wegen des von der Erde induzierten Magnetismus. Während der Schwingungen liegt der Magnet nordsüdlich; sein Magnetismus M ist deswegen durch den Erdmagnetismus ein wenig verstärkt. Er betrage jetzt $M(1 + \Delta)$, wo man Δ den Induktionskoeffizient durch die erdmagnetische Horizontalkomponente nennt. Die früher bestimmte Größe $\mathfrak{P}$ (S. 373) stellt also nicht MH, sondern $MH(1 + \Delta)$ vor und man hat nicht $H = \sqrt{\mathfrak{P}/\mathfrak{Q}}$, sondern

$$H = \sqrt{\frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{Q}}}\sqrt{\frac{1}{1 + \Delta}} \text{ oder merklich } = \sqrt{\frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{Q}}} \cdot (1 - \tfrac{1}{2}\Delta).$$

Über die Messung von Δ s. **113**. Für die gewöhnlich gebrauchten Magnete kann man Δ ungefähr schätzen nach der Regel, daß das magnetische Feld 1 CGS in 1 gr Stahl durchschnittlich den Magnetismus 0,25 CGS induziert. Wiegt der Magnet also p gr, so ist zu schätzen $M\Delta = 0{,}25\,pH$ oder $\Delta = 0{,}25\,pH/M$. Für $H = 0{,}2$ und einen Durchschnittswert von $p/M = \frac{1}{30}$ (vgl. **113**) ist $\Delta = \frac{1}{600}$ und sein Einfluß auf H beträgt $\frac{1}{12}$ Proz.

Zeitliche Variationen. Um Schwankungen des Erd- und Stabmagnetismus, die letzteren besonders durch Temperaturänderungen, tunlichst auszuschließen, mißt man M/H und MH rasch hintereinander; noch besser so, daß die zuerst ausgeführte Messung nach der zweiten wiederholt wird.

Über genaue Bestimmungen mit gleichzeitiger Ablesung von Variometern (**74**) vgl. z. B. F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27, 1. 1886; van Dijk, Arch. Néerl. (2) 9, 442. 1904.

III. Kompensiertes Magnetometer (nach W. Weber).

Auf eine Bussole wirken gleichsinnig mit einander je zwei auf einem Rahmen fixierte Magnete aus erster und zweiter H.-L. Erstere sind doppelt, letztere dreimal so lang, breit und dick wie die Nadel. Der Abstand R der größeren Stäbe soll nahe das 1,20fache des kleineren r sein; hierdurch heben die Korrektionsglieder sich merklich heraus. Man legt den Rahmen in zwei um 180° verschiedenen Stellungen auf; die halbe Differenz der Nadeleinstellungen heiße φ.

Mittels eines anzuschraubenden Spiegels und überzuhängender Gewichte kann man Schw.-D. und Trägheits.-M. des Rahmens bestimmen.

1. Vergleichung von H an zwei Orten. Es ist

$$H_1 : H_2 = \operatorname{tg}\varphi_2 : \operatorname{tg}\varphi_1 .$$

Unabhängig von Änderungen der Stäbe macht die Bestimmung der Schw.-Dauern t_1 und t_2 des Rahmens an beiden Orten, nachdem man alle 4 Magnete gleichgerichtet hat. Dann ist $H_1/H_2 = (t_2/t_1)\sqrt{(\operatorname{tg}\varphi_2/\operatorname{tg}\varphi_1)}$.

2. Absolute Bestimmung. Die Schw.-D. sei mit gleichgerichteten Magneten $= t$; wenn die kleineren Magnete um 180° gedreht sind $= \tau$; ferner Θ das Tors.-V. des Fadens im ersteren Falle, K das Tr.-M., so gilt

$$H = \frac{\pi}{t\tau}\sqrt{\frac{K}{\operatorname{tg}\varphi}\left(\frac{\tau^2 - t^2}{r^3} + \frac{\tau^2(1-2\Theta)+t^2}{2R^3}\right)} .$$

Vgl. F. K., Pogg. Ann. **142**, 551. 1871.

IV. Bestimmung von H auf bifilar-magnetischem Wege (F. K.).

Die Zeitbestimmung wird durch die in einer bifilaren Direktionskraft enthaltene Schwerbeschleunigung ersetzt.

1. Bestimmung von MH. Absolutes Bifilarmagnetometer.

Die Suspension einer bifilaren Aufhängung (Fig. S. 109) sei ostwestlich gerichtet. Man legt einen Magnetstab ein und beobachtet die jetzige Einstellung der Ableseskale. Man legt dann den Magnet um und liest wieder ab. Die Hälfte des Winkels zwischen beiden Stellungen sei $= \alpha$ (**25**).

Die Direktionskraft der Bifilarsuspension (**27a**) sei $= D$. Dann ist

$$MH = D \operatorname{tg}\alpha. \qquad 1.$$

2. Bestimmung von M/H.

Der obige Magnet lenke aus zweiter H.-L. eine kurze Magnetometernadel vom Torsionsverhältnis Θ (**77**) aus der großen Entfernung r um den Winkel φ ab. Es sei $\mathfrak{L}$ der Polabstand des Magnetstabes (**76b**). Dann ist (S. 375)

$$\frac{M}{H} = r^3\left(1 + \tfrac{3}{8}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right)(1+\Theta)\operatorname{tg}\varphi. \qquad 2.$$

Durch Multiplikation von Gl. 1 und 2 kann man M erhalten; die Division liefert

$$H^2 = \frac{D}{r^3(1+\Theta)(1+\frac{3}{8}\mathfrak{L}^2/r^2)} \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\varphi}. \qquad 3.$$

Von Schwankungen des Stab- und des Erdmagnetismus wird man unabhängig, wenn der Stab, während er bifilar aufgehängt ist, zugleich das Magnetometer ablenkt. Man beobachtet mit nördlich und südlich gestelltem Magnetometer. Abstand r ist die halbe Entfernung des Aufhängefadens in beiden Stellungen.

Für wiederholte Bestimmungen werden am bequemsten zwei stehenbleibende Magnetometer gleichzeitig verwendet. α ist dann das Mittel aus beiden Ablenkungen. Um Unsymmetrien zu eliminieren, wird einmal auch die Ablenkung α' mit vertauschten Magnetometern beobachtet. Dann hat man die Ablenkungen in der normalen Stellung ein für allemal mit $1+\frac{1}{2}(\alpha'-\alpha)/\alpha$ zu multiplizieren.

Korrektionen. Aus der Wirkung der Nadel auf den Magnet sowie aus seiner schrägen Stellung entsteht bei gleichzeitiger Beobachtung von α und φ eine kleine Korrektion. $\varkappa$ sei das Verhältnis des Nadelmagnetismus bez. der Summe beider Nadelmagnetismen zum Erdmagnetismus, so ist der Ausdruck für H^2 zu multiplizieren mit $(1-2\varkappa/r^3)(\cos\alpha - 2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\varphi)$.

Skalenabstände. Sind die Skalenabstände des Bifilars und des Unifilars nahe gleich, so braucht man nur den Unterschied beider Abstände genau zu messen, was mit Hilfe ausgespannter Fäden leicht geschieht.

Erste Hauptlage. Man kann das Unifilarmagnetometer östlich und westlich vom Bifilarmagnet aufstellen, dann gilt

$$H^2 = \frac{2D}{r^3(1+\Theta)(1-\frac{1}{2}\mathfrak{L}^2/r^2)} \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\varphi}\left(1+\frac{\varkappa}{r^3}\right)(\cos\alpha + \tfrac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\varphi).$$

Vgl. F. K., Wied. Ann. 17, 765. 1882.

V. Bestimmung von MH mit der Wage (Toepler).

Eine eisenfreie feine Wage ist um eine Vertikalaxe drehbar. Der Balken stehe im magnetischen Meridian. Mit dem Wagebalken ist der Magnet M in vertikaler Stellung fest verbunden; das von dem horizontalen Erdmagnetismus H mittels M auf die Wage ausgeübte Drehmoment ist $= MH$. Dreht man die ganze Wage um 180°, so wirkt dasselbe Dr.-M. nach der entgegengesetzten Richtung. Zum Äquilibrieren in den beiden Stellungen sind somit verschiedene Gewichte nötig; beträgt deren Unterschied m gr, ist l cm die Länge des Wagearmes, endlich $g = 981$ cm/sec² die Schwere, so gilt offenbar

$$MH = \tfrac{1}{2} g m l \ \mathrm{cm^2\,gr/sec^2}.$$

A. Toepler, Wied. Ann. 21, 158. 1884; Freyberg, ib. 25, 511. 1885.

74. Zeitliche erdmagnetische Variationen.

Richtung und Stärke des erdmagnetischen Feldes unterliegen kleinen, unregelmäßigen, meist langsam verlaufenden Schwankungen, welche — von den abnormen, bei Nordlicht auftretenden starken Störungen abgesehen — in mittleren Breitengraden bei der Intensität etwa $1/2$ Prozent, bei der Deklination etwa $1/4$ Bogengrad erreichen können. Ihre Beobachtung ist, außer für den Erdmagnetismus selbst, bei feineren magnetischen oder elektrischen Messungen von Bedeutung, wo besonders die Deklinationsschwankungen eliminiert werden müssen.

Die Störungen, welche durch die weitverzweigten Erdströme elektrischer Bahnen mit „Oberleitungs"-Betrieb entstehen und noch in mehreren Kilometern Abstand die raschen erdmagn. Schwankungen zu übertreffen pflegen, verlaufen zu plötzlich und unregelmäßig, um sie zu eliminieren; vgl. Michalke, Vagabund. Ströme, Braunschw. 1903. — Man beachte auch elektrische Schellen, Uhren und Beleuchtungen im Hause.

Photographische Registrierung. Mittels Cylinderlinse und Sammellinse oder Hohlspiegel wird von einem beleuchteten Spalt ein Bildpunkt erzeugt, der nach Spiegelung des Lichtes vom Variometer auf ein durch ein Uhrwerk bewegtes lichtempfindliches Papier mit Zeitmarken fällt.

Vgl. Ad. Schmidt, ZS f. Instr. 1906, 269; 1907, 137. — Bezugsquellen z. B. Toepfer oder Gebr. Schulze, Potsdam.

I. Deklinationsschwankungen.

Sie werden mit dem Magnetometer gemessen, d. h. mittels eines am Faden aufgehangenen Magnets mit Spiegel, in dem eine horizontale Skale beobachtet wird. Deren Abstand vom Spiegel sei, in Skalenteilen, also gewöhnlich in mm gemessen, $= A$. 1 Skalenteil Ablenkung bedeutet die Drehung um einen Winkel $= 1/(2A)$ in absolutem Maße, oder um $1719/A$ Bogenminuten (**25**). Wegen der Fadentorsion sind die Bewegungen mit $1 + \Theta$ zu multiplizieren, wenn Θ das Torsionsverhältnis (**77**) vorstellt.

II. Intensitätsschwankungen.

Haltbarkeit der Magnete. Auf dieser, vollkommen nicht erreichbaren Eigenschaft beruhen die Intensitätsvariometer. Über ein Verfahren, die Veränderlichkeit zu vermindern, s. **72b** I. — Temperaturschwankungen sind zu eliminieren; **76a**.

Zur Messung dient ein horizontal drehbar aufgehangener Magnet, der entweder durch seine, gewöhnlich bifilare, Aufhängung oder durch genäherte permanente Magnete in eine zum magn. Meridian nahe senkrechte Stellung gezwungen ist. Die Ablesung geschieht mit Spiegel und Skale.

E bedeute die Änderung der Intensität, welche einer Drehung der Nadel um 1 Sk.-T. entspricht, und zwar in Bruchteilen der Intensität selbst gemessen. Wenn also der Einstellung auf den Skalenteil p die Intensität H entspricht, so ist die Intensität bei der Einstellung p'

$$H' = H[1 + E(p' - p)] \quad \text{oder} \quad (H' - H)/H = E(p' - p).$$

Bestimmung des Skalenwertes E.

Allgemein anwendbar ist das folgende Verfahren. Man läßt auf die Nadel des Variometers in gleicher Höhe aus der großen Entfernung r im Norden oder Süden einen nordsüdlich gerichteten Magnet ablenkend wirken und liest ab. Man dreht den Magnet um 180^0 und liest wieder ab; der Unterschied beider Ablesungen betrage n Sk.-T. Dann ist der Skalenwert

$$E = \frac{1}{n} \frac{4}{r^3} \frac{M}{H}. \qquad 1.$$

M ist das magn. Moment des ablenkenden Stabes, das aber nur im Verhältnis zum Erdmagnetismus bekannt zu sein braucht (**73** II oder **76**).

Beweis. Der Stab M vermehrt bez. vermindert in seinen beiden Lagen die Intensität H um $2M/r^3$. Da die Einstellung sich bei dem Umlegen von M um n Sk.-T. ändert, so bedeutet 1 Sk.-T. also die Änderung $4M/(nr^3)$, oder in Teilen der Intensität selbst $4M/(nr^3H)$; q. e. d.

Sind Magnetlänge $\mathfrak{L}$ und Nadellänge $\mathfrak{l}$ nicht klein gegen r, so tritt der Korrektionsfaktor $(1 + \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2/r^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2/r^2)$ hinzu; vgl. S. 374 u. Anh. 20. Man kann aber statt dessen M/H ohne Korrektionen an einer ähnlich gestalteten Nadel aus ungefähr demselben Abstande r bestimmen und diesen Wert dann unkorrigiert in Gl. 1 einsetzen.

1. Bifilarvariometer (Gaufs).

Ein Magnet ist an 2 Fäden (dünnen Drähten) von kleinem Abstande bifilar aufgehängt (**27a**). Die Verbindungslinie der oberen und diejenige der unteren Befestigungspunkte der Fäden werden so gegen einander gedreht, daß das erdmagnetische und das statische (durch die Schwere und die Elastizität hervorgebrachte) Drehmoment der Fäden zusammen den Magnet ostwestlich stellen.

Die mit Spiegel und Skale abzulesende geringe Drehung, welche der Magnet durch eine Änderung der erdmagnetischen Horizontalintensität erfährt, kann dieser Änderung proportional gesetzt werden. Wachsende Intensität dreht den Nordpol nach Norden; es ist bequem, wenn dieser Drehung wachsende Zahlen der Skale entsprechen.

Bestimmung des Skalenwertes E.

1. Siehe das vor. S. angeführte Verfahren.

2. Mit dem Torsionskreis. Hat das Instrument einen Torsionskreis, so ergibt sich E aus dem Winkel α, welchen die Vertikalebenen der oberen und der unteren Aufhängepunkte mit einander bilden, wenn A der Skalenabstand,

$$E = (1/2A) \cdot \operatorname{ctg} \alpha.$$

α wird bestimmt, indem man den Magnet in der Bifilarsuspension um 180^0 umlegt und nun den Torsionskreis dreht, bis wieder die Ostwestlage eingetreten ist; dieser Drehungswinkel ist $= 2\alpha$.

Das Verfahren setzt Aufhängefäden von geringer Torsionskraft voraus, z. B. aus feinem Messingdraht.

Beweis. Die Bifilarnadel m steht immer so nahe senkrecht zum Meridian, daß das erdmagn. Drehmoment mit Hm zu bezeichnen ist. Das bifilare Drehmoment ist $D \sin \alpha$ (**27a**). Also haben wir $Hm = D \sin \alpha$. Wenn sich nun H in $H(1+E)$ und α in $(\alpha + 1/2A)$ ändert, d. h. wenn sich das Instrument um 1 Skalenteil dreht, so ist wieder

$$Hm(1+E) = D \sin[\alpha + (1/2A)] = D[\sin \alpha + (1/2A) \cdot \cos \alpha].$$

Beiderseitige Division mit $Hm = D \sin \alpha$ ergibt obiges E.

Über die Bestimmung von E aus Torsions- und Schwingungsbeobachtungen vgl. Gaufs, Result. d. magn. Vereins 1841, S. 1, oder Abh. Bd. 5, S. 404; Wild, Carl Repert. 16, 325. 1880. Vgl. ferner F. K., Wied. Ann. 15, 536. 1882.

Temperatur-Korrektion. Erwärmung schwächt den Stabmagnetismus, läßt also den Erdmagnetismus kleiner erscheinen. Ein wenig wirkt auch die Ausdehnung der Suspension und der Drähte. Ist μ der Temp.-Koeff. des Magnets (**76a**), β der Ausd.-Koeff. der Suspension, β' derjenige der Drähte, so verlangt 1^0 Temperaturänderung eine Korrektion um $(\mu + 2\beta - \beta')/E$ Skalenteile. Für eine Aufhängung ganz aus Messing wird der Ausdruck $= (\mu + 0{,}000018)/E$.

Torsionsvariometer.

Statt durch ein bifilares Drehmoment lenkt man die Nadel durch Drehung ihres Aufhängefadens (Stahl, Platin, Quarz) bis zur ostwestlichen Stellung ab.

Der Skalenwert E läßt sich nach dem Verfahren 1 ermitteln oder aus dem Torsionswinkel φ. Er ist für einen Sk.-Abstand von A Sk.-T. offenbar $E = 1/(2A \cdot \varphi)$, wo φ in absolutem Maße (Anh. 3) zu messen ist.

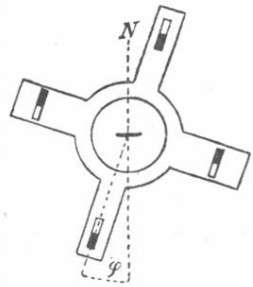
Wenn z. B. $\varphi = 2\pi = 6{,}28$ und $A = 2500$, so wird $E = 0{,}000032$. Die Empfindlichkeit läßt sich leicht beliebig steigern. Eschenhagen, Verh. D. Ph. Ges. 1899, S. 147. — Zu beachten ist, daß mit gesteigerter Empfindlichkeit eine Unsymmetrie zunimmt, die darin besteht, daß die Empfindlichkeit nach der positiven Richtung wächst; vgl. **26** am Schluß.

2. Ablenkungsvariometer.

Eine Magnetnadel kann, anstatt durch die Direktionskraft ihrer Aufhängung, auch durch Ablenkungsstäbe ostwestlich gerichtet werden und stellt dann ein Intensitätsvariometer dar. Für vorübergehende Beobachtung läßt ein solches Instrument sich leicht improvisieren.

Skalenwert. Man kann verfahren, wie auf S. 381.

Vierstab-Variometer (F. K.; Fig. Ansicht von oben). Auf einem horizontal drehbaren Rahmen sind vier gleiche Magnete befestigt, so daß auf den Mittelpunkt zwei aus erster und zwei aus zweiter Hauptlage wirken, die ersteren aus einem um etwa $\frac{1}{16}$ größeren Abstande als die letzteren. Die gesamte Richtkraft soll etwas größer sein als die erdmagnetische, was durch passende Stellung der Magnete bewirkt wird. Den Mittelpunkt bildet eine kurze Magnetnadel.



Orientierung zum Meridian. Man stellt den Rahmen auf den Nullpunkt seiner Teilung, und zwar so, daß die Richtkraft der Magnete dem Erdmagnetismus entgegenwirkt. Die Drehungsaxe wird mit der Libelle vertikal gemacht. Nun dreht man das ganze Instrument, bis die Nadel sich in die Richtung der vier Stäbe einstellt, und schraubt es fest. Jetzt liegt der Nullpunkt der Teilung im Meridian.

Nun wird der Rahmen um einen solchen Winkel φ gedreht, daß die Nadel senkrecht zum Meridian steht, und in dieser Lage festgestellt.

Den Skalenwert ermittelt man wieder nach S. 381 oder berechnet ihn als $E = (1/2A)\,\mathrm{tg}\,\varphi$. Die Empfindlichkeit $1/E$ kann also durch ein kleines φ, d. h. durch eine Stellung der Stäbe, bei der ihre Richtkraft den Erdmagnetismus nur wenig übertrifft, beliebig gesteigert werden.

Beweis ähnlich wie in **75**. Vgl. auch F. K., Wied. Ann. 15, 540. 1882.

In dem Ausdruck für E befindet sich eigentlich ein von der Richtung der Nadel gegen das Feld der Magnete abhängiges Korrektionsglied, welches den Faktor $\frac{4}{r_1^5} - \frac{3}{r_2^5}$ enthält, wo r_1 und r_2 die Abstände der aus 1. und 2. Hauptlage wirkenden Stäbe bedeuten. Die Korrektion fällt also fort, wenn $r_1/r_2 = (4/3)^{1/5}$ nahe $= 1 + \frac{1}{16}$ gewählt wird. Wind, Dissertation Groningen 1894. — Beweis auch aus Pogg. Ann. 142, 550. 1871 einfach zu entnehmen.

Temperatur-Korrektion. Höhere Temperatur läßt den Erdmagnetismus zu groß erscheinen. Den Einfluß bestimmt man im Winter durch abwechselnde Beobachtung im warmen und kalten Zimmer. Findet man bei den Temperaturen t_1 und t_2 die Skaleneinstellungen p_1 und p_2, so beträgt die Korrektion der Ablesung $(p_1 - p_2)/(t_1 - t_2)$ für 1^0. — Geht man später zu einem anderen Skalenwert E' über, so ist dieser Ausdruck natürlich mit E/E' zu multiplizieren.

Ein Variometer für Deklination und Intensität, mit einem mikrometrisch verstellbaren kompensierenden Magnet, s. bei Erich Mayer, Ann. der Ph. 25, 783. 1908.

75. Vergleichung der Horizontal-Intensität an zwei Punkten.

Lokale Variationen sind für physikalische Zwecke hauptsächlich bei der Horizontalkomponente der Feldstärke von Bedeutung.

I. Vergleichung durch Schwingungen.

Man läßt eine und dieselbe Magnetnadel an beiden Orten schwingen; die Intensitäten verhalten sich $H_1 : H_2 = t_2^2 : t_1^2$. Bei Anspruch auf Genauigkeit sind Temperatur und zeitliche erdmagnetische Schwankungen zu berücksichtigen (**76a**; **74**).

II. Vergleichung durch Ablenkungen.

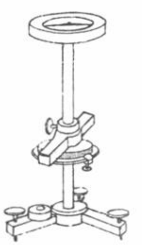
Für eine rohe Bestimmung stellt man eine Bussole an beiden Orten auf und lenkt sie durch einen Magnet aus bestimmtem Abstande ab. Betragen die Ablenkungen α_1 und α_2, so ist

$$H_1 : H_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 : \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Lokal-Variometer (F. K.).

Dieses erzielt eine größere Empfindlichkeit dadurch, daß die Nadel um nahe 90^0 abgelenkt wird. Das in **74** II erläuterte Vierstab-Variometer mit Spiegel kann als Lokalvariometer kleine Variationen auf $\frac{1}{10\,000}\,H$ genau messen. Sein Gebrauch geht aus dem früheren und aus der folgenden Anweisung zu einer einfacheren Form hervor.

Bussolenvariometer. Ein zwischen verstellbaren Anschlägen drehbarer Magnet läßt sich mit seinem Teilkreise längs des Stieles einer Bussole verschieben und festklemmen.



1. Die Drehaxe des Instruments wird mit Hilfe der Stellschrauben und der Libelle vertikal gemacht.

2. Richtiger Abstand des Magnets. Die Richtkraft des letzteren auf die Bussolennadel muß etwas stärker sein, als die erdmagnetische. Man reguliert zu dem Zwecke den Abstand, während der Magnet Nordpol nach Norden steht, bis die Nadel sich Nordpol nach Süden stellt. Je größer die Empfindlichkeit werden soll, desto geringer muß der Kraftüberschuß des Magnets gewählt werden.

3. Orientierung in den Meridian. Man stellt die Kreisteilung des Magnets auf Null und dreht das ganze Instrument, bis die Nadel dem

Magnet parallel steht. Wir nehmen an, daß sie alsdann auch auf den Nullpunkt der Bussolenteilung zeigt.

4. Drehungswinkel φ des Magnets. Man dreht den Magnet nach der einen Seite, bis die Nadel auf 90^0 zeigt, und fixiert den einen Anschlag des Magnets auf diese Stellung. Man verfährt ebenso nach der anderen Seite. Jetzt ist das Instrument fertig. Die Hälfte des Drehungswinkels zwischen den beiden Anschlägen heiße φ.

5. Vergleichung von H an zwei Orten. An dem Vergleichspunkt I wird das Variometer nach Nr. 3 orientiert und dann der Magnet gegen die Anschläge gelegt. Wir wollen die Nadelspitze immer auf der Seite der Bussole ablesen, auf welcher die Bezifferung nach Norden wächst. Der Nordpol der Nadel zeige hier die Einstellung p_n; nach dem Umlegen des Magnets zeige der Südpol p_s. Die Differenz $p_n - p_s$ heiße δ_1. An dem Punkte II zeige die eben beschriebene Differenz den Wert δ_2.

Dann wird das Verhältnis der erdmagnetischen Felder an beiden Orten erhalten als

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_1}{1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_2}, \qquad 1.$$

oder bei kleinem, in Bogengraden ausgedrücktem δ_1 und δ_2

$$(H_1 - H_2)/H = [0{,}0087 \operatorname{tg}\varphi]\cdot(\delta_1 - \delta_2) = C\cdot(\delta_1 - \delta_2). \qquad 2.$$

Der Reduktionsfaktor $C = 0{,}0087 \operatorname{tg}\varphi$ bekommt für $\varphi = 29{,}8^0$ den runden Wert 0,0050. — Die strenge Giltigkeit der Formel setzt eine kurze Nadel voraus.

Beweis. Die vom Magnet am Orte der Bussole ausgeübte Richtkraft heiße J. J wirkt stets dem Magnete parallel; ist dieser also um unseren Winkel φ gedreht, so übt er nordsüdlich die Komponente $J\cos\varphi$ und ostwestlich $J\sin\varphi$ aus. Ferner heiße H_0 diejenige erdmagn. Feldstärke, die durch $J\cos\varphi$ gerade kompensiert wird, d.h. bei welcher die Nadel sich genau ostwestlich stellen würde; also ist $J\cos\varphi = H_0$, und $J\sin\varphi = H_0 \operatorname{tg}\varphi$ bezeichnet die (vom Magnete bewirkte) Feldstärke, welche die Nadel jetzt in der Ostwestlage festhält.

Am Orte I besteht die erdmagn. Feldstärke H_1, hier ist also der Teil $H_1 - H_0$ nicht kompensiert. Dieser lenkt nun die Nadel aus der Ostwestlage um den Winkel ε_1 ab, welcher sich aus der obigen, die Nadel festhaltenden Feldstärke $H_0 \operatorname{tg}\varphi$ mittels der Gleichung ergibt:

$$\operatorname{tg}\varepsilon_1 = (H_1 - H_0)/(H_0 \operatorname{tg}\varphi), \quad \text{also ist} \quad H_1/H_0 = 1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon_1.$$

Entsprechend für den Punkt II. — Da ε_1 und ε_2 unsere $\frac{1}{2}\delta_1$ und $\frac{1}{2}\delta_2$ bedeuten, so folgt Gl. 1, und da man für die kleinen Winkel $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta = \frac{1}{2}\delta/57{,}3^0 = 0{,}0087\,\delta$ setzen darf (Gl. 10, S. 10), auch Gl. 2.

Temperatur. Der Temperatureinfluß läßt sich durch Beobachtungen im warmen und im kalten Petroleumbad ähnlich wie in **74** am Schluß bestimmen und in Rechnung setzen. Kann man die Ablesungen an den verschiedenen Orten rasch hintereinander machen, so hält man am besten die Temperatur durch Umhüllen der Magnete mit Watte oder Filz konstant.

Vgl. F. K., Wied. Ann. 19, 138. 1883 und 29, 51. 1886.

Doppelkompaß. Zwei übereinanderhängende Magnetnadeln lenken sich gegenseitig um so stärker ab, je schwächer die Feldstärke ist. Über die Anwendung s. Heydweiller, Wied. Ann. 64, 735. 1898; Bidlingmaier, Publ. Deut. Südpolarexp. Bd. 5. 1907. Weitere Literatur über den Bidlingmaierschen Doppelkompaß im ausführlichen Referat von Maurer, ZS f. Instr. 1908, 211.

Ein auch für vertikale Intensität bestimmtes transportabeles Variometer s. O. E. Meyer, ib. 40, 489. 1890.

75a. Astatisches Torsionsmagnetometer.

Zwei gleiche Magnetnadeln sind in einem beträchtlichen Abstande h über einander astatisch verbunden aufgehängt. Zur genauen Astasierung dient ein kleiner Teilkreis an der Verbindungsstange. Die Größe der Direktionskraft wird durch die gewählte Stärke des Aufhängedrahtes aus geglühtem Platiniridium bestimmt.

Anwendbar ist das Magnetometer in jedem Azimut. Ist die Astasie gut hergestellt, so ändert sich die Empfindlichkeit mit dem Azimut wesentlich nur durch die wechselnde Induktion des Erdfeldes auf den Nadelmagnetismus bis zu einigen Tausendteln.

Variabele Temperaturunterschiede beider Magnete sind am unschädlichsten für die Ruhelage in der Nordsüdlage, für die Empfindlichkeitskonstante in der Ostwestlage.

Das Instrument ist zu magnetometrischen Zwecken da bestimmt, wo das Erdmagnetometer durch Störungen unbrauchbar gemacht wird, deren Ursprung weit genug abliegt, daß die Störungen an den beiden Orten der Nadeln merklich gleich verlaufen. Als Anwendungen können in Betracht kommen: die Bestimmung von magn. Momenten (**76** u. **115**), von Temp.-Koeffizienten (**76a**) oder Polabständen (**76b**), die absolute Strommessung durch Fernwirkungen oder mit der Tangentenbussole (**81**), die Bestimmung einer Windungsfläche (**106**).

Der ablenkende Magnet oder die Stromspule vom Moment M befinde sich in der Höhe der einen Nadel (Hauptnadel), aus dem Abstande r in erster Hauptlage wirkend. Der Einfluß auf die zweite, um die Höhe h höher oder tiefer liegende Nadel äußert sich in einer Korrektion, die nur von r/h abhängt und durch $\psi(r/h)$ bezeichnet werde; sie bleibt innerhalb der Entfernung $r = 0{,}8\,h$ kleiner als 2 Prozent; vgl. folg. S.

Bedeutet α den Ablenkungswinkel (S. 374), $\eta = \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2$ die von den Polabständen $\mathfrak{L}$ des Magnets und $\mathfrak{l}$ der Nadel herrührende Korrektionskonstante (**73** II), so gilt für die Berechnung von M, wenn C die Instrumentalkonstante bedeutet,

$$M\left[1+\frac{\eta}{r^2}+\psi\left(\frac{r}{h}\right)\right]=C\cdot\tfrac{1}{2}r^3\frac{\alpha}{\cos\alpha}.$$

Für $\alpha/\cos\alpha$ kann, insofern α klein ist, gesetzt werden $\alpha(1+\frac{1}{2}\alpha^2)$ oder auch $\frac{s}{2A}\left[1-\frac{5}{6}\left(\frac{s}{2A}\right)^2\right]$, wenn s den Ausschlag an einer Skale vom Abstande A bedeutet; vgl. **25** und Formel 8 u. 11, S. 9 u. 10.

Für $\psi(r/h)$ endlich gilt (Beweis und Tabelle bei F. K. u. Holborn l. c.)

$$\psi\left(\frac{r}{h}\right)=\frac{\frac{1}{2}(r/h)^3-(r/h)^5}{[1+(r/h)^2]^{5/2}}.$$

Bestimmung von C. Man mißt eine durch ein bekanntes Moment hervorgebrachte Ablenkung. Das Moment einer von einem elektr. Strome i CGS (**81**; besonders auch **85**, 2) durchflossenen Spule von der Windungsfläche f cm² ist $M = if$ CGS. C ist wesentlich der Quotient aus der Direktionskraft der Aufhängung durch den Nadelmagnetismus; er ändert sich ein wenig (etwa auf 1° um 1/2000) mit der Temperatur.

Näheres bei F. K. u. Holborn, Ann. der Ph. 10, 287. 1903 und über eine tragbare Form ib. 13, 1054; auch Henning ib. 15, 815. 1904. Eine für Eisenuntersuchung mittels einer Nullmethode bestimmte Form s. bei Haupt, Elt. ZS 1907, 1069.

76. Bestimmung eines permanenten magnetischen Moments.

Über die Verteilung des Magnetismus in einem Stabe und über Magnetisierungskoeffizienten weichen Eisens s. **115** und Tab. 37.

Über Begriff und Größe des spez. Magnetismus vgl. **72b**; über Temperatureinfluß **76a**; über die Dichte von freiem Magnetismus an Polflächen z. B. Anh. 19a.

Am einfachsten und leicht zu improvisieren sind die Methoden, welche das magnet. Moment auf den Erdmagnetismus zurückführen. Dabei wird man meist die Horizontalintensität H für den Beobachtungsort hinreichend genau aus Tab. 38 entnehmen können.

I. Aus Ablenkungen.

Ein in cm geteilter Meterstab, der in der Mitte eine Bussole trägt und nach ihr ostwestlich (bez. nordsüdlich für die 2. H.-L.) orientiert ist, wird meist genügen. — An einem Magnetometer (oder Spiegelgalvanometer) kann die Ablenkung genauer und zugleich mit so großem Abstande gemessen werden, daß Korrektionen wegfallen; für tg φ wird man (**25**) Ausschlag durch doppelten Skalenabstand setzen dürfen, multipliziert mit $(1+\Theta)$, wenn Θ das Torsionsverhältnis bedeutet (**77**).

Der Magnetstab lenke die Nadel aus dem Abstande r in der ersten Hauptlage (Anh. 20 u. **73** II) um den Winkel φ ab. Über die genaue Bestimmung von φ durch Ablesen beider Nadelspitzen, Umlegen des Magnets und Ablenkung von zwei Seiten vgl. S. 374 und das Beispiel S. 375.

Ist der Abstand r groß gegen die Magnetlänge, so wird das magnetische Moment (Anh. 20)

$$M = \tfrac{1}{2} r^3 H \operatorname{tg} \varphi. \qquad 1.$$

Andernfalls nennen wir wieder (S. 374) $\mathfrak{L}$ bez. $\mathfrak{l}$ die Polabstände des Magnets bez. der Nadel ($^5/_6$ ihrer Längen), berechnen $\eta = \frac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2$ und dividieren obiges M durch $(1 + \eta/r^2)$.

In der zweiten Hauptlage fällt der Faktor $\frac{1}{2}$ fort und es ist $\eta = -\frac{3}{8}\mathfrak{L}^2 + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2$.

Über Messungen im gestörten Erdfelde mit dem Torsionsmagnetometer s. **75a**; über genaue Messung z. B. Wied. Ann. 35, 748. 1888.

Über einen Vorschlag zu einer Nullmethode mittels eines kompensierenden elektrischen Kreisstromes s. Simon u. Madelung, Phys. ZS. 5, 410, 1904.

Bei der Untersuchung eines nicht stabförmigen Magnets, beispielsweise auch eines magnetischen Minerales, dessen magnetische Axe sich nicht aus der Gestalt erkennen läßt, bringt man den Körper durch Drehen in die Stellung, in welcher die ablenkende Wirkung am größten ist. Um die Lage der magnetischen Axe zu bestimmen, kann man ebenso verfahren. Oder man hängt im Erdfelde den Körper in zwei Lagen an einem dünnen Faden auf oder läßt ihn in einer Schale auf Wasser schwimmen.

II. Aus der Schwingungsdauer t.

Für einen regelmäßig gestalteten Stab läßt sich das Trägheitsmoment K (**29**) berechnen. Man erhält dann

$$M = \frac{\pi^2 K}{t^2 H (1 + \Theta)}. \qquad 2.$$

Kombination von Gl. 1 u. 2 läßt H eliminieren.

III. Durch bifilare Aufhängung.

Nach **73** IV auszuführen.

IV. Mit der Wage (Helmholtz).

Nur von theoretischer Bedeutung; magnetische Kräfte werden hier unmittelbar durch Gewichte gemessen.

Gesucht werden die Momente $M_1\, M_2\, M_3$ dreier Stäbe mit den Polabständen (**72b** I) $\mathfrak{L}_1\, \mathfrak{L}_2\, \mathfrak{L}_3$. An einer eisenfreien empfindlichen Wage werde M_1 vertikal hängend äquilibriert gegen M_2, welches horizontal dem Balken parallel in mittlerer Höhe von M_1 hängt. Man kehrt erst den einen, später den andern Stab um; das Mittel aus den nahe gleichen Gewichten, welche die Wage wieder einstellen, betrage p gr. Der Schneidenabstand, gegen die Stablängen hinreichend groß, sei $= r$ cm. Dann gilt, wenn $g = 981$ ist,

$$M_1 M_2 = \tfrac{1}{12} \frac{r^4 p \cdot g}{1 - \frac{5}{2}\mathfrak{L}_1^2/r^2 + \frac{10}{3}\mathfrak{L}_2^2/r^2} = P_{1\,2}\,.$$

Ebenso bestimme man $M_1 M_3 = P_{1\,3}$ und $M_2 M_3 = P_{2\,3}$. Dann ist $M_1 = \sqrt{P_{1\,2} \cdot P_{1\,3} \cdot P_{2\,3}}$ CGS usw.

Vgl. Helmholtz, Sitzungsber. d. Berliner Akad. 1883, 405.

Elektrische Methoden zur Bestimmung von magn. Momenten und Induktionskoeffizienten s. in **109** III und **113**.

76a. Temperaturkoeffizient eines Magnets.

Temperaturkoeffizient α heißt die durch $+1^0$ hervorgebrachte relative Abnahme des Magnetismus. Je größer der spezifische Magnetismus, desto kleiner ist im allgemeinen der Temp.-Koeffizient. Er beträgt bei guten Magneten etwa 0,0003 bis 0,001.

Einen temperaturunabhängigen Magnet erhält man durch feste Verbindung zweier entgegengesetzt gerichteter Stäbe von ungleichen magn. Momenten, die von der Temperatur um gleich viel geändert werden.

Die Methoden in **76** lassen auch den Einfluß der Temperatur bestimmen, aber wenig genau. Man muß die durch die Erwärmung bewirkten Ausschläge vergrößern.

I. Kompensation (Weber).

Man nähert einem Magnetometer den Magnet von der einen Seite bis zu dem mäßigen Abstande r, hebt aber die große Ablenkung durch einen Hilfsstab nahezu wieder auf. Nun wird der erste Stab auf verschiedene Temperaturen t_1 und t_2 gebracht; n sei dabei der Unterschied der beiden Einstellungen, A der Skalenabstand.

Der Temperaturkoeffizient α ist dann $\alpha = C \cdot n/(t_1 - t_2)$. Den Faktor C bekommt man folgendermaßen.

1. Wenn der Magnet aus der gleichen Entfernung eine kurze Bussolennadel um φ ablenkt, so ist $C = 1/(2A\,\mathrm{tg}\,\varphi)$.

2. Ist der Magnetismus M des Stabes bekannt, so hat man, wenn $\mathfrak{L}$ der Polabstand des Stabes (S. 373),

in erster Hauptlage $\qquad$ in zweiter Hauptlage

$$C = \frac{H}{M}\frac{r^3}{4A}\left(1 - \tfrac{1}{2}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right); \qquad C = \frac{H}{M}\frac{r^3}{2A}\left(1 + \tfrac{3}{8}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right).$$

3. Oder man nähert den Magnet und den Hilfsstab folgeweise in einzelnen Absätzen, so daß die Näherung des einen immer die Nadel nahe an das eine Ende der Skale bringt, die Näherung des andern an das entgegengesetzte Ende. Die letzte Näherung bringe

die Nadel wieder nahe auf die alte Ruhelage. N sei die Summe sämtlicher Skalenverschiebungen, die nach und nach durch den Magnet (nicht durch den Hilfsstab) hervorgebracht wurden, nach **25** oder Tab. 28 auf Größen korrigiert, die der Tangente der Ausschlagswinkel proportional sind. Dann ist offenbar $C = 1/N$.

Nr. 3 gilt auch bei Bestimmungen am Torsionsmagnetometer (**75a**)

II. Durch bifilare Aufhängung.

Der Magnet wird in einer empfindlichen Bifilarsuspension ostwestlich aufgehängt und durch Heizung usw. des Raumes auf verschiedene Temperaturen gebracht. E sei der Skalenwert (**74** II). Bewirkt eine Erwärmung t die Verschiebung n, so ist $\mathfrak{a} = nE/t - 2\beta + \beta'$; β und β' sind die Ausdehnungskoeffizienten der Suspension und des Aufhängedrahts. Schwankungen des Erdmagnetismus (**74**) muß man in Rechnung setzen.

Wild, Carl Rep. 9, 277. 1873.

III. Durch 90⁰-Ablenkung eines Magnetometers.

Der Magnet wird in der Höhe der (kurzen) Magnetometernadel horizontal mit seinem Mittelpunkt im Meridian der Nadel so angebracht, daß die Nadel sich ostwestlich stellt. Er bilde in dieser Stellung mit dem Meridian den Winkel φ (Fig.; Ansicht von oben). Man erwärme den Magnet um t; die Nadel drehe sich dadurch um den Winkel ε. Dann ist der Temperaturkoeffizient $\mathfrak{a} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\varphi \cdot \varepsilon/t$.

Mit kleinem φ ist die Methode sehr empfindlich.

Beweis. Da die Nadel ostwestlich steht, so stammt ihre Direktionskraft nur von dem Magnet und beträgt $M/r^3 \cdot \sin\varphi$. Die Ablenkung ε bedeutet also ein neues Drehmoment $\varepsilon \cdot M/r^3 \cdot \sin\varphi$, welches andrerseits gleich $2\Delta M/r^3 \cdot \cos\varphi$ ist, wenn ΔM die von der Erwärmung bewirkte Änderung des magnetischen Moments bedeutet. Also hat man $\Delta M = \frac{1}{2} M \cdot \varepsilon \operatorname{tg}\varphi$ und den Temp.-Koeff. $\mathfrak{a} = 1/t \cdot \Delta M/M = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\varphi \cdot \varepsilon/t$.

F. K., Wied. Ann. 22, 420. 1884, auch über Korrektionen.

76b. Polabstand eines Magnets.

Unter Polen werden hier die Punkte verstanden, in denen man für Fernwirkungen die beiden Magnetismen eines gestreckten Stabes konzentriert annehmen darf, wenn die vierte Potenz des Verhältnisses der Magnetlänge zur Entfernung gegen 1 vernachlässigt werden kann. Vgl. Riecke sowie F. K. l. c. (S. 370); auch Anh. 20.

Der Magnet lenke eine in gleicher Höhe befindliche kurze Magnetometernadel aus den beiden Entfernungen a_1 bez. a_2 — die Entfernung von

Mitte zu Mitte gemessen — um φ_1 bez. φ_2 ab. Der Polabstand der Nadel, d. h. hier ausreichend genau $\frac{5}{6}$ ihrer Länge, sei $= \mathfrak{l}$. Man berechne (S. 376) nach Gauſs

$$\eta = a_1^2 a_2^2 \frac{a_1^3 \operatorname{tg} \varphi_1 - a_2^3 \operatorname{tg} \varphi_2}{a_2^5 \operatorname{tg} \varphi_2 - a_1^5 \operatorname{tg} \varphi_1}.$$

Der Polabstand $\mathfrak{L}$ des Magnets ist dann durch die folgenden Ausdrücke gegeben: Für Beobachtungen aus

erster Hauptlage	zweiter Hauptlage
$\mathfrak{L}^2 = +2\eta + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2,$	$\mathfrak{L}^2 = -\frac{8}{3}\eta + 4\mathfrak{l}^2.$

Den abgeänderten Formeln S. 377 entsprechend hat man $\mathfrak{L}^2 =$

$$4\,\frac{a_1^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg}^{\frac{1}{2}} \varphi_1 - a_2^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg}^{\frac{1}{2}} \varphi_2}{a_1^{-\frac{1}{2}} \operatorname{tg}^{\frac{1}{2}} \varphi_1 - a_2^{-\frac{1}{2}} \operatorname{tg}^{\frac{1}{2}} \varphi_2} + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2, \qquad 4\,\frac{a_1^2 \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}} \varphi_1 - a_2^2 \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}} \varphi_2}{\operatorname{tg}^{\frac{2}{3}} \varphi_2 - \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}} \varphi_1} + 4\mathfrak{l}^2.$$

Eine genaue Bestimmung erfordert genaue Abstands- und Ausschlagsmessungen und sorgfältiges Eliminieren der Unsymmetrien durch Ablenkung von beiden Seiten mit Umlegen des Magnets, vgl. S. 374. (Mit einer Bussole ein fehlerfreies Resultat zu gewinnen wird unmöglich sein.)

Auch Temperatur- und erdmagnetische Schwankungen müssen berücksichtigt werden. Unabhängig von diesen wird man durch die gleichzeitige Anwendung zweier Magnetometer, zwischen denen der Magnet aus zwei symmetrisch gegen die Mitte gelegenen Stellungen wirkt. Ist E der Abstand beider Magnetometerfäden von einander und E' die Strecke, um welche der Magnet verschoben wird, so ist $a_1 = \frac{1}{2}(E - E')$ und $a_2 = \frac{1}{2}(E + E')$. Nach dem ersten Beobachtungssatz vertauscht man die Magnetometer mit einander, wiederholt die Beobachtungen und nimmt aus den zusammengehörigen Ablenkungen die Mittel. Die Skalenabstände brauchen nur genähert bekannt zu sein. Über Reduktionen s. **25**.

Über die Ausführung vgl. F. K. u. Hallock, Wied. Ann. 22, 411. 1884; genaue Messungen z. B. bei F. u. W. Kohlrausch, ib. 27, 45. 1886.

77. Torsionsverhältnis eines aufgehangenen Magnets.

Durch den Aufhängefaden tritt zu der magnetischen Direktionskraft D eine elastische d. Das Verhältnis $d/D = \Theta$ heißt Torsionsverhältnis. Eine Ablenkung, die der Magnet erfährt, ist daher im Verhältnis $(1+\Theta)$, seine Schwingungsdauer im Verhältnis $\sqrt{1+\Theta}$ kleiner, als wenn nur die magnetische Dir.-Kraft wirkte.

Je leichter ein Magnet, desto kleiner kann man das Torsionsverhältnis machen, denn die Tragkraft eines Fadens wächst mit dem Quadrate, das Torsionsmoment aber mit der 4. Potenz der Dicke. Coconfäden (**8**, 20 u. **72b** I) haben je nach ihrem Ursprung ein sehr verschiedenes Torsionsmoment. 10 cm lange, feine Fäden aus dem Innern eines Cocons gehen bis unter $d = 0{,}0001$ CGS, so daß oft ihr Tors.-V. kaum in Betracht kommt. Andere erreichen ein mehr als zehnfaches Moment. Freilich ist auch die Tragkraft sehr ungleich. Wegen der elastischen Nachwirkung ist Θ für einen Cocon um eine Anzahl von Prozenten unsicher.

Äußerst kleine Torsionsmomente erreicht man auch mit Quarzfäden (8, 21; Tab. 20), die gegen den Cocon den Vorteil einer verschwindenden elastischen Nachwirkung haben.

Im folgenden wird angenommen, daß die Nadel nahe im Meridian liegt.

Um Θ zu bestimmen, dreht man den Torsionskreis um den Winkel α und beobachtet die neue Einstellung des Magnets, welche sich von der ursprünglichen um den kleinen Winkel φ unterscheide. Dann ist merklich

$$\Theta = \varphi/(\alpha - \varphi).$$

In Ermangelung eines Torsionskreises dreht man den Magnet einmal ganz herum, ohne an der Befestigung des Fadens etwas zu ändern; dann ist $\alpha = 360^0$ zu setzen.

Bei dem Skalenabstand A bedeutet der Ausschlag e den Winkel $\varphi = 57{,}3^0 \cdot e/(2A)$. Wenn α eine ganze Umdrehung beträgt, rechnet man $\alpha = 2\pi = 6{,}28$ und $\varphi = e/(2A)$.

Indirekte Bestimmung. Die Direktionskraft d eines Fadens ergibt sich aus der Torsionsschwingungsdauer t einer angehängten Masse von bekanntem Trägheitsmoment k (**29** I) in absolutem Maße $d = \pi^2 k/t^2$ (Anh. 12). Aus der Direktionskraft D des an dem Faden aufzuhängenden Magnets (z. B. $D = MH$; **76** oder Anh. 21) berechnet sich dann $\Theta = d/D$.

Über die Ermittelung von d aus dem elast. Torsionsmodul vgl. **55**.

78. Erdmagnetische Deklination. Magnetischer Theodolit. Bussole.

Deklination (Tab. 39) ist der Winkel, um welchen der magnetische vom astronomischen Meridian abweicht. Man zählt am Nordpol der Nadel, nennt also bei uns die Deklination „westlich". — Insofern man die Lage der magnetischen Axe in einem Magnet nicht verbürgen kann, wird für eine genaue Messung die Magnetnadel in zwei Lagen beobachtet.

Zur Bestimmung nach Gauſs gehört ein Theodolit mit Horizontalkreis und eine ihrem astronomischen Azimut nach vom Theodolit aus bekannte Visierrichtung: etwa ein Fadenkreuz mit Linse im Observatorium, oder eine entfernte terrestrische Marke, welche man mit Hilfe des Polarsterns oder der Sonne festgelegt hat (**30a**; **31**); endlich ein Magnetometer, dessen Magnet sich um 180^0 um seine Axe drehen läßt. Das Theodoliten-Fernrohr steht nahe in der Fortsetzung des Magnets.

Am bequemsten ist, wenn der Magnet eine Längsdurchsicht hat, die am einen Ende mit einer Linse von einer Brennweite gleich der Länge des Magnets geschlossen ist. Am anderen Ende befindet sich eine Marke (Blende mit kleiner Öffnung, Fadenkreuz oder Glasteilung), welche also durch die Linse als ein fernes Objekt erscheint.

Ein mit dem Magnet verbundener Spiegel, dessen Normale nahe mit der magnetischen Axe zusammenfällt, leistet dieselben Dienste, wenn das

Fadenkreuz des Theodoliten beleuchtbar ist. Man stellt das Fernrohr auf das Spiegelbild seines Fadenkreuzes ein.

Die Bezifferung des Teilkreises werde im Sinne der täglichen Sonnenbewegung angenommen.

Nach Vertikalstellung der Drehaxe des Theodoliten richtet man dessen Fernrohr auf die terrestrische Marke. Die Kreisablesung sei $= \alpha$. Ist Z das astronomische Azimut der Marke, von der Nordrichtung als Nullpunkt nach Westen gezählt, so müßte der Theodolit auf den Teilstrich $\alpha + Z$ gestellt werden, damit das Fernrohr nach Norden gerichtet wäre.

Man richtet das Fernrohr auf die Marke im Magnet; die Kreisablesung sei α_1. Man dreht den Magnet um 180^0 in sich, so daß die vorher untere Seite die obere wird, und stellt wiederum auf die Marke ein. Die Kreisablesung sei α_2; α_1 und α_2 weichen nur wenig von einander ab.

Offenbar würde ohne Fadentorsion $\delta' = \alpha + Z - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$ die westliche Deklination sein. Um den Winkel φ zu bestimmen, um welchen der Faden bei der Beobachtung gedrillt war, nimmt man den Magnet von seinem Träger am Faden ab, ersetzt ihn durch einen unmagnetischen Stab von gleichem Gewicht und beobachtet die dann erfolgende Drehung φ des Trägers etwa über einem untergelegten Teilkreis. φ werde im Sinne der täglichen Sonnenbewegung positiv gerechnet, Θ sei das Torsionsverhältnis (**77**); dann ist die Deklination

$$\delta = \delta' + \Theta\varphi.$$

Über Deklinationsschwankungen s. **74**.

Magnetischer Theodolit.

Ein magnetischer Theodolit (Lamont, Meyerstein, Neumayer, Eschenhagen) erlaubt sowohl Deklination wie Horizontal-Intensität zu bestimmen. In der Drehaxe steht das Magnetometer; das Fernrohr sitzt, wie am Spektrometer, außen. — Über Deklinationsbestimmung vgl. oben.

Die Intensitätsbestimmung verlangt, wie in **73**, Schwingungsdauer und Trägheitsmoment des Magnets und Ablenkungen einer Nadel. Der Ablenkungswinkel wird mit dem Theodolitenfernrohr selbst gemessen, indem man es der abgelenkten Nadel nachdreht. Eine Marke in der durchbohrten Nadel oder das Bild des beleuchteten Fadenkreuzes (S. 271) in einem Spiegel an der Nadel dient zum Einstellen.

Bei dem vielfach benutzten Lamont'schen Theodolit ist das Fernrohr mit dem Magnetometer und der Schiene, auf welche der Ablenkungsmagnet gelegt wird, zusammen drehbar. Daher steht die Nadel bei der Ablesung

senkrecht auf der Verbindungslinie nach dem Magnet, und es kommt anstatt der Tangente der Sinus des Ablenkungswinkels. Man rechnet nach der Formel
$$\frac{M}{H}\left(1+\frac{\eta}{R^2}\right)=\tfrac{1}{2}R^3\sin\varphi.$$
Das weitere Korrektionsglied mit $1/R^4$ pflegt man dadurch zu beseitigen, daß man die Nadel 2,1 mal kleiner nimmt als den Magnet; dann heben sich Magnet- und Nadellänge nahe heraus.

Die Größe η wird, wie in **73** S. 374, 376, durch Beobachtungen aus zwei Entfernungen ein für allemal ermittelt. Über die Korrektion wegen des vom Erdfelde induzierten Magnetismus s. ebenda.

Bei dem leicht transportabelen magn. Theodoliten von Neumayer spielt die Nadel auf einer Spitze.

Siehe Eschenhagen in Kirchhoff, Anleitung zur deutschen Landes- und Volksforschung S. 118; Haufsmann, ZS f. Instr. 1906, 2.

Winkelmessung mit Bussole.

Tab. 39 enthält für die geographischen Längen und Breiten des mittleren Europa die westliche Deklination, d. h. den Winkel, um welchen der Nordpol der Nadel nach Westen abweicht. Die Zahlen aus der Tabelle werden im Freien mit den wirklichen bis auf $\frac{1}{2}$ Grad äußerstens übereinstimmen. Hiernach läßt sich durch die Magnetnadel ein astronomisches Azimut mit mäßiger Genauigkeit festlegen, z. B. die Richtung einer Wand usw. mittels einer angelegten Bussole mit geradlinig begrenzter Bodenplatte, die Richtung einer horizontalen Linie durch Projizieren auf die Teilung einer darauf gestellten Bussole, die einer Visierlinie nach einem fernen Gegenstande oder der Winkel zwischen zwei solchen Linien mittels eines mit der Bussole fest verbundenen Diopters oder Fernrohrs.

Umgekehrt kann man die Deklination bestimmen, wenn die Richtung der Wand oder der Linie usw. bekannt ist.

Wegen der Spitzenreibung klopfe man vor dem Ablesen leicht. — Das Deckglas einer in der Tasche getragenen Bussole hauche man an, um eine etwaige elektrische Ladung abzuleiten.

79. Erdmagnetische Inklination.

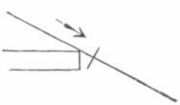
Der Winkel, welchen die Richtung der erdmagnetischen Kraft mit der Horizontalen bildet, in Mitteleuropa 60 bis 70° (Tab. 40), heißt Inklinationswinkel. Eine vertikal drehbare Magnetnadel, deren Schwerpunkt in der Drehaxe liegt, würde im magn. Meridian diese Richtung anzeigen.

Ablesung. Man liest wegen der Exzentrizität immer beide Spitzen der Nadel ab und nimmt aus den Bruchteilen des Grades das Mittel. Wenn man kann, soll man nicht die ruhende Nadel ablesen, sondern die Umkehrpunkte kleiner Schwingungen, aus denen man die Ruhelage wie in **10** II ableitet; der Einfluß der Reibung ist dann kleiner.

Einstellung des Teilkreises. Den Nullpunkt des Teilkreises nivelliert man, wenn dieser feststeht, nach einem vom obersten Teilstrich herabhängenden Senkel; ist das Instrument drehbar, so wird die Drehaxe vertikal, d. h. so eingestellt, daß bei der Drehung die Libellenblase gegen ihre Teilung eine konstante Lage einnimmt; vgl. **30a**, 1. — In den Meridian orientiert man mittels einer gewöhnlichen Bussolennadel.

Wegen der etwaigen Abweichung der magnetischen von der geometrischen Axe und wegen der unbekannten Lage des Schwerpunktes ist die Nadel umzulegen (vorn und hinten zu vertauschen) bez. ein drehbarer Kreis mit der Nadel um 180^0 zu drehen. — Eine etwaige Längsverschiebung des Schwerpunkts gegen die Drehaxe wird hierdurch nicht eliminiert. Deswegen ist zweitens die Nadel umzumagnetisieren und wieder in beiden Lagen zu beobachten. Die geforderte Gleichheit der Magnetisierungen sucht man durch sorgfältig gleiches Streichen zu verbürgen und prüft sie an den Schwingungsdauern. Eine große Exzentrizität des Schwerpunktes, die sich in erheblichen Differenzen der Einstellungen äußert, ist durch Abschleifen zu korrigieren.

Streichen der Nadel. Man faßt diese auf der einen Seite in der Nähe ihrer Drehaxe, setzt die andere Seite an den Pol des Magnets und führt die Nadel bis über das Ende am Pole entlang, etwa wie in beistehender Figur. Man streiche z. B. beide Flächen des einen Endes je zweimal, dann die des anderen je viermal und endlich die des ersteren noch zweimal.



Es werde also beobachtet der Neigungswinkel φ_1 bei der einen Auflage der Nadel, und ψ_1 nach dem Umlegen bez. bei drehbarem Kreise, nachdem letzterer mit der Nadel um 180^0 gedreht worden ist. — φ_2 und ψ_2 seien entsprechend nach dem Ummagnetisieren die Winkel in den beiden genannten Lagen.

I. Sind die vier Winkel nahe gleich, so ist die Inklination i das arithmetische Mittel

$$i = \tfrac{1}{4}(\varphi_1 + \psi_1 + \varphi_2 + \psi_2).$$

II. Vorausgesetzt, daß φ_1 und ψ_1, sowie φ_2 und ψ_2 unter sich nahe gleich sind (vgl. oben über Abschleifen der Nadel vor der Messung), gilt

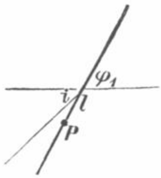
$$\operatorname{tg} i = \tfrac{1}{2}[\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \psi_1) + \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_2 + \psi_2)].$$

III. Sollten aber auch φ_1 und ψ_1 um einen größeren Betrag von einander abweichen, so setze man

$$\operatorname{ctg} \alpha_1 = \tfrac{1}{2}(\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \psi_1) \quad \text{und} \quad \operatorname{ctg} \alpha_2 = \tfrac{1}{2}(\operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \psi_2),$$

und rechne endlich $\operatorname{tg} i = \tfrac{1}{2}(\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)$.

Formel II und III ergeben sich, wenn man die unbekannte Verschiebung des Schwerpunktes in ihre Komponenten parallel und senkrecht zur magnetischen Axe zerlegt denkt und nun die Bedingungen des Gleichgewichts der magnetischen und der Schwerkräfte aufstellt. Wäre z. B. der Schwerpunkt um die Größe l nach dem Nordende verschoben, so ist, wenn wir Gewicht und magn. Moment der Nadel durch p und M bezeichnen, und durch C die g a n z e Intensität des Erdmagnetismus (**73** und Anh. Nr. 21), $pl \cos\varphi_1 = MC \sin(\varphi_1 - i)$. Nach dem Ummagnetisieren kommt ebenso $pl\cos\varphi_2 = MC\sin(i - \varphi_2)$. — Die kreuzweise Multiplikation beider Gleichungen und die Auflösung der Sinus gibt, wenn durch $\cos i \cos\varphi_1 \cos\varphi_2$ dividiert wird, $\operatorname{tg} i - \operatorname{tg}\varphi_2 = \operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg} i$, woraus II folgt. Ähnlich III.



Vollkommene Vorschriften s. Gaufs' Werke, Bd. V, S. 444.

Über Induktionsmethoden vgl. **111** II.