universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Lehrbuch der praktischen Physik

Kohlrausch, Friedrich

Leipzig [u.a.], 1910

Zeitmessungen. Geographische Bestimmungen

urn:nbn:at:at-ubi:2-6442

Zeitmessungen. Geographische Bestimmungen.

28. Schwingungsdauer.

Schw.-D. eines Pendels, einer Magnetnadel usw. nennt man die Zeit zwischen einer Umkehr und der nächsten auf der Gegenseite. (In der Akustik und Optik heißt die Zeit einer ganzen Periode die Schw.-D.)

Bei langsamen Schwingungen eignet sich die Umkehr nicht zur genauen Zeitbestimmung; man beobachtet vielmehr die Durchgangszeiten durch einen der Gleichgewichtslage benachbarten Ort und berechnet die Umkehrzeiten als arithmetische Mittel aus der vorausgehenden und folgenden Durchgangszeit. Bei Beobachtungen mit Spiegel und Skale markiert man einen der Ruhelage nahegelegenen Teilstrich durch einen kräftigen Faden. Die Zehntelsekunden schätzt man aus dem Verhältnis der Abstände der Marke vom Fadenkreuz bei den Sekundenschlägen, die dem Durchgang vorausgehen und ihm nachfolgen.

Ein Zifferblatt mit kriechendem Sekundenzeiger mag man im Fernrohr sichtbar machen. Vgl. Wood, Wied. Ann. 56, 171. 1895.

Berechnung der Schwingungsdauer. Würde man aus n so beobachteten aufeinander folgenden Schwingungsdauern einfach das Mittel nehmen, so erhielte man dasselbe Resultat, wie wenn man die Differenz der ersten und der letzten Umkehrzeit durch n dividierte. Die zwischenliegenden Beobachtungen wären also nutzlos. Um alle zu verwerten, kann man sie in zwei Hälften teilen, immer aus entsprechenden Nummern der beiden Hälften die Differenzen bilden, hieraus das arithmetische Mittel berechnen und dasselbe durch $\frac{1}{2}n$ dividieren. Über etwaige Rechnung mit kleinsten Quadraten vgl. **3** II.

Durchgang beob. min	sec	Umkehrzeit ber. Nr.	min	sec	Schwingungsdauer	sec
10	3,3	*1.*	10	9,90	aus Nr. *1* und *4*	39,90 : 3 = 13,30
	16,5	*2.*		23,20		
	29,9	*3.*		36,45	*2* und *5*	40,05 : 3 = 13,35
	43,0	*4.*		49,80		
	56,6	*5.*	11	3,25	*3* und *6*	40,15 : 3 = 13,38
11	9,9	*6.*		16,60		Mittel = 13,34
	23,3					

Vorteilhafter aber kombiniert man einige weiter auseinander liegende Umkehrzeiten, für genaue Ansprüche z. B. folgendermaßen. Es wird zweimal (oder mehrmals) eine gerade Anzahl, z. B. sechs aufeinander folgende Durchgangszeiten durch den markierten Punkt beobachtet. Dann nimmt man in jedem Beobachtungssatz aus je zwei symmetrisch gegen die mittelste Elongation gelegenen Zeiten das arithmetische Mittel und hieraus das Hauptmittel.

Erster Satz.						Zweiter Satz.			
Durchgang.			Mittel.			Durchgang.		Mittel.	
Nr.	min	sec				min	sec		
1.	7	40,7				10	10,5		
2.		49,0					18,9		
3.		55,6	Nr.	min	sec		25,6	min	sec
4.	8	4,0	*3. 4.*	7	59,80		33,9	10	29,75
5.		10,7	*2. 5.*		59,85		40,6		29,75
6.		18,8	*1. 6.*		59,75		48,9		29,70
			Hauptmittel	7	59,80			10	29,73

Die beiden Hauptmittel sind die Zeitpunkte zweier Elongationen so genau, wie sie aus diesen Beobachtungen zu entnehmen sind. Ihr Unterschied (= 149,93 sec), dividiert durch die Anzahl der zwischen ihnen verflossenen Schwingungen, gibt die Schwingungsdauer. — Es ist nicht notwendig, diese Schwingungen gezählt zu haben; man kann die Zahl aus einem Näherungswert der Schwingungsdauer ableiten. Aus den beiden ersten und den beiden letzten Beobachtungen des ersten Satzes finden sich $7^{\text{min}}\ 44{,}8^{\text{sec}}$ und $8^{\text{min}}\ 14{,}7^{\text{sec}}$ als Zeitpunkte, zwischen denen 4 Schwingungen liegen. Danach betrüge die Schwingungsdauer $29{,}9 : 4 = 7{,}47$ sec. Dividiert man nun 7,47 in 149,93, so kommt 20,07; die gesuchte Anzahl von Schwingungen ist also ohne Zweifel 20, die Schwingungsdauer also $149{,}93 : 20 = 7{,}496$ sec. Um über die Anzahl sicher zu sein, beginne man die Beobachtungen immer mit einer bestimmten Richtung, dann weiß man, daß die Zahl eine gerade ist.

Für genaue Messungen beobachtet man eine größere gerade Anzahl $2m$ von Sätzen, kombiniert Nr. 1 mit $m + 1$, 2 mit $m + 2, \ldots,$ m mit $2m$ und nimmt das Mittel der einzelnen Resultate.

Folgen die Schwingungen zu rasch, um alle Durchgänge zu notieren, so überspringt man immer zwei (allgemein eine gerade Anzahl) Durchgänge, beobachtet also z. B. Nr. 1 4 7 10 13 16.

Übrigens rechnet man wie oben und teilt schließlich das Resultat durch 3.

Kurze Schwingungsdauern von wenigen Sekunden beobachtet man besser in den Umkehrpunkten, und zwar am bequemsten in lauter einseitigen Umkehrpunkten, wobei man nach Bedürfnis überspringen kann.

Die Dauer einer gedämpften Schwingung vom log. Dekrement λ verhält sich zu derjenigen ohne Dämpfung wie $\sqrt{[\pi^2 + (2{,}303\,\lambda)^2]}$ zu π (**108**, Gl. 3; Tab. 29). Nur bei starker Dämpfung wird die Korrektion beträchtlich.

Methode der Koinzidenzen siehe **35**.

Reduktion der Schwingungsdauer auf unendlich kleine Bögen. Die Schw.-D. einer durch Torsionselastizität getriebenen Masse ist von der Amplitude unabhängig. Häufiger aber ist (Magnetnadel, Pendel) das Drehmoment dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional. Dann wächst die Schw.-D. t mit der ganzen Schwingungsweite α nach dem Ausdruck

$$t = t_0\left(1 + \tfrac{1}{4}\sin^2\tfrac{1}{4}\alpha + \tfrac{9}{64}\sin^4\tfrac{1}{4}\alpha + \cdots\right).$$

Fast immer sucht man den Grenzwert t_0, welchem die Schwingungsdauer sich annähert, wenn die Schwingungsweite verschwindend klein wird. Über die diesbezügliche Rechnung siehe für große Schwingungen Tab. 27. Da bei kleinen, mit Spiegel beobachteten Amplituden von a Sk.-T. $\frac{1}{4}\sin^2\frac{1}{4}\alpha = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\frac{a}{2A}\right)^2 = \frac{a^2}{256\,A^2}$ zu setzen ist (**25**), wenn A den Skalenabstand in Sk.-T. bezeichnet, so ist, unter Vernachlässigung der 4. Potenz, hier von dem beobachteten t abzuziehen $t \cdot a^2/(256\,A^2)$.

Vermöge der Dämpfung ist die Amplitude nicht konstant. Meist genügt es, in die obigen Formeln das arithmetische Mittel $\mathfrak{a}$ aus dem ersten und dem letzten Bogen einzuführen. Genauer und immer genügend ist, wenn noch die Differenz des ersten und letzten Bogens mit $\mathfrak{d}$ bezeichnet wird, einzusetzen $\mathfrak{a}(1 - \frac{1}{24}\mathfrak{d}^2/\mathfrak{a}^2)$.

29. Trägheitsmoment.

Das T.-M. bedeutet für die Drehung dasselbe, wie die Masse für das Fortschreiten. Anwendungen z. B. Pendel, Torsionsmodul, Magnetnadeln, Drehspulen.

Das T.-M. einer punktförmigen Masse m im Abstande l von einer Drehungsaxe ist $l^2 m$. Das T.-M. mehrerer fest miteinander verbundener Punkte oder eines Körpers ist die Summe oder das Integral dieser Ausdrücke, erstreckt über alle Körperelemente. Die Einheit, nach welcher Masse und Länge gemessen sind, wird durch ein der Zahl für das T.-M. beigesetztes [gr·cm²] usw. angegeben. (Vgl. Anhang 12.)

Schwingungsdauer t, Direktionskraft D und Trägheitsmoment K hängen durch die Formel $t^2/\pi^2 = K/D$ zusammen.

I. Berechnung.

Das T.-M. regelmäßig gestalteter, homogener Körper läßt sich durch Rechnung finden. m bedeute immer die Masse des Körpers, K sein T.-M., bezogen auf eine durch den Schwerpunkt gehende Drehaxe.

Dünner Stab von der Länge l oder dünne querschwingende rechteckige Scheibe von einer Seitenlänge l. Bezogen auf die zu l senkrechte Axe ist $K = \frac{1}{12} m l^2$. 1.

Rechtwinkliges Parallelepipedum. a und b seien zwei Kanten. Das T.-M., bezogen auf die zur dritten Kante parallele Axe, ist

$$K = \tfrac{1}{12} m (a^2 + b^2). \qquad 2.$$

Cylinder (auch Kreisscheibe) vom Halbmesser r. Es ist, bezogen auf die Axe des Cylinders, $K = \frac{1}{2} m r^2$. 3.

Bezogen auf den Kreisdurchmesser eines Cylinders von der Länge l ist

$$K = m(\tfrac{1}{12} l^2 + \tfrac{1}{4} r^2). \qquad 4.$$

Hohlcylinder (auch Ring) von den Halbmessern r_0 und r_1. Bezogen auf die Axe ist $K = \frac{1}{2} m (r_0^2 + r_1^2)$; bezogen auf die zur Axe senkrechte Mittellinie $K = m[\frac{1}{12} l^2 + \frac{1}{4}(r_0^2 + r_1^2)]$. 5.

Kugel vom Halbmesser r. $K = \frac{2}{5} m r^2$. 6.

Hilfssatz. Ist das T.-M. K auf eine durch den Schwerpunkt gelegte Axe bezogen, K' aber auf eine dieser parallele im Abstande a befindliche Axe, so ist $K' = K + m a^2$. 7.

Z. B. ist das T.-M. eines dünnen Stabes, bezogen auf eine zum Stab senkrechte Axe an seinem Ende $= \frac{1}{12} m l^2 + \frac{1}{4} m l^2 = \frac{1}{3} m l^2$.

II. Bestimmung aus der Schwingungsdauer mit und ohne Belastung (Gaufs).

a) Das Verfahren ist anwendbar auf Körper, die mit konstanter Direktionskraft um eine vertikale Axe schwingen, also z. B. auf Magnete. Anderen Körpern kann man durch die Torsionselastizität eines Aufhängedrahtes (Stahl, Platiniridium) eine konstante Direktionskraft geben.

Man beobachtet die Schwingungsdauer t (**28**), vermehrt dann das gesuchte T.-M. K, ohne die drehenden Kräfte zu ändern, um eine bekannte beträchtliche Größe K_1 und beobachtet wieder die Schw.-D. t'. Dann verhält sich $K : (K + K_1) = t^2 : t'^2$, also ist

$$K = K_1 \cdot t^2 / (t'^2 - t^2).$$

Das zugesetzte T.-M. K_1 kann z. B. ein ausgemessener und gewogener Ring sein; Gl. 5. — Oder es besteht aus zwei gleichen Massen (Summe $= m$), die am Schwingungskörper in gleichem Abstande l ihrer Schwerpunkte von der Drehaxe aufgehangen sind. Bedeutet K_0 die Summe der beiden zugefügten T.-M., jedes bezogen auf die Vertikalaxe durch den eigenen Schwerpunkt, so ist nach dem Hilfssatze (Gl. 7) $K_1 = m l^2 + K_0$ einzusetzen.

Dies gilt jedoch nur unter der Voraussetzung genau, daß die Massen sich mit drehen, also z. B. bifilar oder auf Spitzen von großer Reibung aufgehängt oder daß sie auf Stifte aufgesteckt sind. Hingen die Massen an einzelnen, so dünnen Fäden, daß sie sich parallel bewegten, so wäre $K_1 = ml^2$ zu setzen.

Allgemeinere Fälle bei Kreichgauer, Wied. Ann. 25, 289. 1885.

l mißt man z. B. als den halben Abstand der Aufhängepunkte der Gewichte voneinander, bei bifilar aufgehangenen Massen als das Mittel der Fadenabstände längs jeder Seite. — Exzentrizität des Schwerpunktes aufgesteckter Gewichte fällt durch Drehen um 180° heraus.

Beispiel. Durchmesser der Belastungscylinder 1,00 cm $r = 0{,}50$ cm
Sie wiegen zusammen 50,00 gr $m = 50{,}00$ gr
Abstand ihrer Axen voneinander = 10,026 cm $l = 5{,}013$ cm
Also $K_1 = 50{,}00(5{,}013^2 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}25) = 1262{,}8$ gr·cm².
Die Schw.-D. betrug: unbelastet $t = 9{,}737$, belastet $t' = 14{,}267$ sec. Hieraus folgt $K = 1262{,}8\cdot 9{,}737^2/(14{,}267^2 - 9{,}737^2) = 1101{,}1$ gr·cm².

b) Brauchbar ist unter Umständen auch die umgekehrte Anordnung, daß ein Schwingungskörper von bekanntem T.-M. K_0 mit dem unbekannten K belastet wird. Steigt hierdurch die Schw.-D. von t_0 auf t, so ist $K = K_0(t^2 - t_0^2)/t_0^2$.

III. Mittels bifilarer Aufhängung.

Eine ausmeßbare Bifilarsuspension (Fig. S. 109) habe leer die nach **27a** berechnete Direktionskraft D_0 und die Schw.-D. t_0. Beide Größen seien D und t, nachdem der Körper vom gesuchten T.-M. K mit zentrierter Drehaxe eingelegt ist. Dann gilt offenbar

$$K = (Dt^2 - D_0 t_0^2)/\pi^2.$$

Über die Beobachtung der raschen Schwingungen s. S. 113.

Ist der Körper magnetisiert, so beobachtet man in den zwei entgegengesetzten Meridianlagen die Schw.-D. t_1 und t_2 und setzt oben ein $t^2 = 2t_1^2 t_2^2/(t_1^2 + t_2^2)$.

F. K., Wied. Ann. 22, 422. 1884.

29a. Messung sehr kurzer Zeiten.

Man verwendet sehr rasch laufende Uhren mit elektrischer Auslösung und Arretierung; graphische Aufzeichnung auf Flächen, die sich mit bekannter Geschwindigkeit fortschieben; als empfindlichstes Mittel endlich die Verschiebung des Reflexes an einem rotierenden Spiegel.

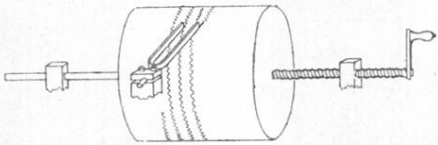
Elektrische Methoden mit dem ballistischen Galvanometer s. **109**.

1. Hipp'sches Chronoskop. Ein Uhrwerk läuft mit seinem raschesten Rad 10mal in 1 sec um. Ein Zeiger wird durch das Unterbrechen eines elektrischen Stromes mit diesem Umlauf verbunden, durch Stromschluß ausgelöst und angehalten.

Bei der Messung einer Schußgeschwindigkeit z. B. zerreißt die Kugel beim Austreten aus dem Lauf einen Leitungsdraht und schließt eine zweite Leitung beim Aufschlagen auf einen fein eingestellten Stoßkontakt. – Eine Fallzeit wird gemessen, indem das Auslösen eines Stromkontakts zugleich das fallende Gewicht auslöst, welches unten einen Stoßkontakt schließt.

Die Zeitverluste zwischen den Vorgängen und ihrer Wirkung auf das Zeigerwerk müssen zu Anfang und zum Schluß gleich sein; durch Regulieren der Stromstärke und einer Spannfeder wird dies bewirkt. Die Angaben des Chronoskops werden kontroliert bez. korrigiert nach den Fallzeiten so schwerer Kugeln (Hartblei, $1^1/_2$ cm Durchmesser), daß man auf sie während der ersten Zehntel Sekunden das Fallgesetz anwenden darf.

2. Schreibende Stimmgabel usw. Eine an einem tönenden, am besten elektromagnetisch angeregten Körper von bekannter Schwingungszahl (**57**) befestigte leichte, biegsame Spitze schreibt auf eine sich fortbewegende berußte Fläche. Die beiden Ereignisse, deren Zeitabstand zu messen ist, werden neben die entstehende Sinuskurve notiert, z. B. durch eine elektromagnetische Schreibvorrichtung, die durch die Wirkung der Ereignisse auf den Strom bewegt wird; oder durch Induktionsfunken, die von einer, neben der schreibenden Spitze befindlichen Metallspitze durch das berußte Papier auf dessen Unterlage springen und im Ruß eine Marke zurücklassen. — Auch Photographie ist anwendbar. — Siehe auch **57**, 1.



Vgl. z. B. den Siemens'schen Funkenchronograph, Pogg. Ann. 66, 435. 1845.

3. Fallender Körper, Pendel. Die Zeitmarken werden auf einen fallenden vertikalen Maßstab gezeichnet, oder auf einen Kreisbogen, der mit einem Pendel schwingt. Ihr Abstand läßt sich in Zeit umrechnen, da die Geschwindigkeit des Objekts sich aus dem Verhältnis seiner Lage im Augenblick der Messung zu der Ausgangsstellung ergibt; im ersteren Falle als $\sqrt{2gh}$, wenn h die vorher durchlaufene Fallhöhe bedeutet. — Die Lineargeschwindigkeit eines Punktes vom Radius r am Pendel beträgt $(2\pi r/\tau)\cdot\sqrt{\sin^2\frac{1}{2}A - \sin^2\frac{1}{2}\alpha}$, wenn τ die Schwingungsdauer, A der Winkel, aus dem es losgelassen wurde, und α der augenblickliche Ablenkungswinkel ist.

Siehe auch **109**, Pendelunterbrecher.

4. Rotierende Trommel. Ähnlich wie unter 2. Es wird die anderweitig gemessene Umlaufsgeschwindigkeit zugrunde gelegt.

Man beachte auch die, im Kymograph, Sphygmograph, Photochronograph usw., fein ausgearbeiteten physiologischen Methoden, u. a. von Marey.

5. Rotierender Spiegel. Die Umlaufzeit sei τ, die Drehung beträgt dann in der Zeit t den absolut gemessenen Winkel $\alpha = t \cdot 2\pi/\tau$. Das Bild eines um A vor dem Spiegel liegenden Objekts verschiebt sich bei der Drehung α um $\alpha \cdot 2A$, in der Zeit t also um $l = 4\pi A t/\tau$. Wird l gemessen, z. B. mittels eines um A hinter dem Spiegel liegenden Maßstabes, so ist also $t = \frac{1}{4\pi}\frac{l}{A}\tau$. Dieselbe Formel gibt die Zeit zwischen zwei Ereignissen, die an demselben Ort aufeinander folgen und im Spiegel gesehen um l auseinanderliegen. Ist z. B. $A = 2000$ mm, $\tau = \frac{1}{100}$ sec, $l = 1$ mm, so wird $t = \frac{1}{2500000}$ sec. Der Fehler der Längenmessung kann leicht < 1 mm gemacht, ferner A vergrößert, τ erheblich verkleinert werden, so daß kurze Zeiten auf viel weniger als 10^{-7} sec genau zu bestimmen sind.

In vielen Fällen kann man durch einen mit dem Instrument bewegten elektrischen Kontakt bewirken, daß die Ereignisse eintreten, wenn der Mechanismus die richtige Stellung hat. — Akustische Schwingungen, z. B. von Flammen, lassen sich mit langsamer, Oszillationen in einem elektrischen Entladungsfunken mit schneller Rotation sichtbar und meßbar machen. Zum Photographieren werden die Bilder mittels einer Linse oder besser dadurch, daß man einen Hohlspiegel rotieren läßt, objektiv auf der lichtempfindlichen Platte entworfen; um mehrere Bilder zu erhalten, wird die Platte parallel der rotierenden Axe bewegt. Über elektrische Schwingungen vgl. besonders Diesselhorst, Verh. D. Phys. Ges. 1908, 306.

Über Umlaufzähler (Gyrometer, Tachometer) s. **57**, 7 u. **119** V. — Über gleichmäßigen Lauf s. auch **8** Nr. 26.

6. In besonderen Fällen können sehr kleine Zeiträume (bis 10^{-8} sec) durch den in der gesuchten Zeit zurückgelegten Weg eines Lichtstrahls bestimmt werden; Abraham u. Lemoine, Ann. chim. phys. 20, 264. 1900, vgl. auch James, Ann. d. Ph. 15, 954. 1904.

30. Einige astronomische Bezeichnungen.

Vgl. die Fig. folg. S.

1. Zur Bestimmung des Ortes eines Gestirns dienen folgende Begriffe.

Azimut A: Bogen des Horizonts vom Südpunkte des Meridians zum Vertikalkreise des Gestirns (Winkel zwischen Vertikalkreis und Meridian).

Höhe h: Bogen des Vertikalkreises vom Horizont zum Gestirn.

Deklinations- oder Stundenkreise: Größte Kreise durch den Himmelspol.

Stundenwinkel t: Bogen des Himmelsäquators von dem Südpunkt des Meridians zum Deklinationskreis des Gestirns.

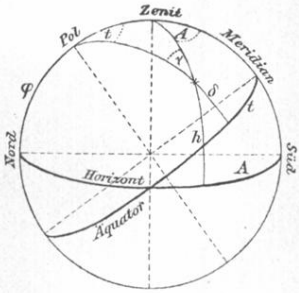
Deklination δ: Bogen des Deklinationskreises vom Äquator zum Gestirn.

Kulmination: Durchgang durch den Meridian eines Ortes.

Polhöhe φ: Geographische Breite eines Ortes.

Parallaktischer Winkel γ: Winkel zwischen Deklinationskreis und Vertikalkreis des Gestirns.

Aus dem sphärischen Dreieck von den Seiten $90 - \delta$ $90 - h$ $90 - \varphi$
und den Winkeln $180 - A$ t γ
folgen u. a. die Gleichungen:



1. $\sin\delta = \sin\varphi \sin h - \cos\varphi \cos h \cdot \cos A$
2. $\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cdot \cos t$
3. $\cos h \sin A = \cos\delta \sin t$
4. $\cos h \cos A = -\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cdot \cos t$
5. $\sin t \operatorname{ctg} A = -\cos\varphi \operatorname{tg}\delta + \sin\varphi \cos t.$

Frühlingspunkt: Aufsteigender Knoten der Ekliptik.

Rektaszension eines Gestirns α: Bogen des Äquators vom Frühlingspunkt zum Deklinationskreise des Gestirns. Der Äquator wird dabei in 24^h oder in 360^0 geteilt. Die Rektaszension rechnet man der täglichen Bewegung entgegen.

Die übrigen Bögen des Äquators oder des Horizontes zählen im Sinne der täglichen Bewegung.

Die Örter einiger Hauptsterne s. in Tab. 49.

2. Zur Zeitbestimmung werden die Bezeichnungen gebraucht:

Sternzeit z: Bogen des Himmelsäquators vom Südpunkt des Meridians zum Frühlingspunkt, den ganzen Äquator zu 24 Stunden gerechnet.

Sterntag: Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen eines Fixsterns. 1 mittl. Tag = 1,002738 Sterntag = 1 Sterntag + 235,9 mittl. Sekunden.

Der Sterntag beginnt mit dem Durchgange des Frühlingspunktes durch den Meridian. Ein Gestirn passiert also den Meridian (es kulminiert) in dem Augenblick, wann seine Rektaszension gleich der Sternzeit ist. Allgemein: Die Sternzeit z ist = Stundenwinkel t + Rektaszension α eines Gestirnes, also $t = z - \alpha$.

„Wahrer" oder scheinbarer Mittag der Ortszeit: Durchgangszeit des Sonnenmittelpunktes durch den Meridian.

Sonnenzeit: Stundenwinkel der Sonne.

Zeitgleichung: Mittlere Ortszeit minus Sonnenzeit.

Bei der jetzigen Rechnung nach „Einheitszeit", welche sich auf einen Meridian von der östl. geogr. Länge l_0 Grad bezieht (15^0 für Mittel-Europa), ist für einen Ort von der östl. geogr. Länge l Grad die mittlere Ortszeit = Einheitszeit + $4(l - l_0)$ min.

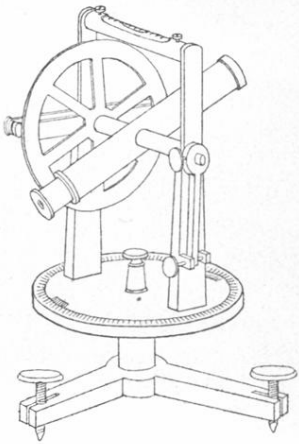
Der astronomische Sonnentag beginnt um Mittag, wird von 0 bis 24^h gezählt und führt das Datum des Tages, an dem er beginnt.

Über Deklination der Sonne, Sternzeit und Zeitgleichung s. Tab. 45.

Ausführlichere Tafeln im Nautischen Jahrbuch, dem Berliner astr. Jahrb. oder dem Nautical Almanac; auch in Bremiker's Logarithmen. Weitere oder genauere Methoden s. u. a. Brünnow, sphär. Astronomie; Jordan, Zeit- und Ortsbestimmung; Wislicenus, geogr. Ortsbestimmungen; Marcuse, Handb. d. geogr. Ortsbestimmung.

30a. Theodolit. Universalinstrument.

Das Instrument mißt Höhenwinkel sowie Azimutalwinkel, d. h. Winkel zwischen den Vertikalebenen, in denen anvisierte Punkte liegen. Zu diesem



Zweck muß die eine Drehaxe vertikal, die andere horizontal liegen; auf letzterer soll die Visierlinie senkrecht stehen.

Berichtigung der Libelle. Die Blase soll, wenn die Drehaxe des Fernrohrs horizontal liegt, in oder wenigstens nahe der Mitte einspielen. Um dies zu erkennen oder herbeizuführen, bringt man die aufgesetzte Libelle zum Einspielen und setzt sie dann auf den Zapfen der Axe um oder dreht die Vertikalaxe des Instruments um genau 180°; dann muß die Libelle wieder einspielen. Zeigt sie eine beträchtliche Abweichung, so wird deren Hälfte an der Libelle korrigiert. Die andere Hälfte korrigiert man mit den Fußschrauben und wiederholt die Prüfung. Ein grober Fehler, bei dem die Blase bis an das Ende der Libelle ausschlägt, wird zuvor durch Probieren beseitigt.

Ablesung. Um die Exzentrizität eines Teilkreises zu eliminieren, werden beide um 180° verschiedene Nonien abgelesen. Bei der Rechnung bezieht man die ganzen Grade immer auf Nonius I und nimmt nur in den Unterabteilungen das Mittel aus beiden Ablesungen.

1. Vertikale Axe.

Eine Drehaxe steht vertikal, wenn die Libelle bei der Drehung um diese Axe ihren Stand nicht ändert: man dreht die Libelle zunächst parallel der Verbindungslinie zweier Fußschrauben und bringt sie mit diesen zum Einspielen. Dann dreht man um 180° und berichtigt, falls die Blase jetzt eine andere Stellung zeigt, den halben Unterschied mit den Fußschrauben. Endlich wird um 90° gedreht und mit der dritten Fußschraube dieselbe Einstellung der Blase bewirkt, wie die soeben verlassene. Wenn das Verfahren zum ersten Male noch einen Fehler zurückgelassen hat, so wiederholt man es.

2. Horizontale Axe.

a) Stehen zwei Axen senkrecht aufeinander, so verbürgt die vertikale Stellung der einen von selbst die horizontale der anderen. Diese Bedingung kann ohne Libelle folgendermaßen geprüft werden, wenn kein Kollimationsfehler vorhanden ist (vgl. Nr. 3). Man sucht zwei möglichst entfernt übereinander liegende Objekte, die von dem Fernrohr bei Drehung um seine Axe getroffen werden. Dann dreht man um 180° um die Vertikalaxe und schlägt das Fernrohr durch; die beiden Objekte müssen dann wieder durch eine bloße Drehung um die Fernrohraxe einstellbar sein.

Selbständig prüft man die Horizontalität einer Fernrohraxe:

b) Mit der Libelle. Man prüft zuerst, ob die beiden Zapfen der Fernrohraxe gleich dick sind, indem man nach Einstellung auf

das Einspielen der Blase das Fernrohr umlegt (die Zapfen in ihren Lagern vertauscht) und die Libelle in ihrer früheren Stellung wieder aufsetzt. Die gleiche Einstellung der Blase beweist die gleiche Dicke der beiden Zapfen.

Dies vorausgesetzt wird eine horizontale Drehaxe daran erkannt, daß die auf der Axe umgesetzte Libelle den früheren Stand einnimmt.

Ob die Fernrohraxe rund ist, prüft man durch ihre Drehung unter der aufgesetzten Libelle.

c) Mit dem Senkel. Man hängt ein langes Senkel entfernt vor dem Theodolit auf und visiert nach verschiedenen Höhen. Der Kollimationsfehler muß zuvor berichtigt sein.

3. Kollimationsfehler.

a) Zur Prüfung, ob die Sehlinie auf der Drehungsaxe des Fernrohrs senkrecht ist, stellt man auf ein ungefähr in der Horizontalebene des Instrumentes gelegenes fernes Objekt ein, dreht den Horizontalkreis um genau 180° und stellt das Fernrohr mittels Durchschlagens in seine frühere Richtung. Das Objekt muß wieder genau einstehen. Ein Unterschied ist zur Hälfte durch Verschiebung des Fadenkreuzes zu berichtigen, worauf man die Prüfung wiederholt.

b) Oder man stellt wie oben ein, legt bei feststehendem Instrument das Fernrohr in seinen Lagern um und richtet es auf denselben Gegenstand; dieser muß wieder im Fadenkreuz erscheinen.

4. Absolute Höhe. Horizontal- und Zenit-Punkt.

a) Das Instrument sei nach Nr. 1 bis 3 berichtigt. Man stellt auf den Gegenstand ein und liest den Höhenkreis ab; man dreht die Vertikalaxe um 180°, schlägt das Fernrohr durch, stellt wieder ein und liest den Höhenkreis ab. Der Unterschied (Vorzeichen!) beider Ablesungen gibt den doppelten Zenitabstand des Objekts. Der halbe Unterschied von 90° abgezogen liefert also die Höhe des Objekts über dem Horizont.

Das arithmetische Mittel beider Einstellungen gibt den Zenitpunkt, die Hinzufügung von 90° zu diesem den Horizontalpunkt des Höhenkreises.

b) Quecksilberhorizont. Anstatt das Fernrohr durchzuschlagen, kann man vor das Objektiv einen Quecksilberhorizont stellen und nun durch Messung des Höhenwinkels zwischen dem (sehr entfernten) Objekt und dessen Spiegelbild sowohl die Höhe des Objektes über dem Horizont, wie auch den Zenit- und den Horizontalpunkt des Höhenkreises in leicht ersichtlicher Weise bestimmen.

Der Quecksilberhorizont erlaubt auch die absolute Höhenmessung mit einem Spiegelsextanten.

Auf Gestirne sind diese Verfahren um die Kulminationszeit direkt anwendbar. Für andere Zeiten bekommt man, wenn die Einstellungen rasch hintereinander ausgeführt werden, die Höhe für den mittleren Augenblick zwischen beiden Beobachtungen.

Die Beobachtung hochstehender Objekte mittels eines geradsichtigen Fernrohrs kann man dadurch ermöglichen oder erleichtern, daß man vor dem Okular ein kleines, total reflektierendes Prisma befestigt. Um das Fadenkreuz zu erhellen, genügt es, einige qmm weißes Papier schräg vor das Objektiv zu halten und seitlich zu beleuchten.

Winkel zwischen zwei Objekten. Aus den Höhenwinkeln h und h' und ihrem gegenseitigen Azimutwinkel A wird der Winkelabstand w zwischen beiden gefunden aus der Gleichung $\cos w = \sin h \sin h' + \cos h \cos h' \cdot \cos A$.

31. Bestimmung der Meridianrichtung eines Ortes.

Der Meridian ist die Vertikalebene, in der die Gestirne kulminieren; oder die Vertikalebene des Sonnenmittelpunktes am „wahren" Mittag; oder die vertikale Halbierungsebene zwischen den zwei Azimuten eines Gestirns, denen dieselbe Höhe entspricht, vorausgesetzt, daß das Gestirn inzwischen keine eigene Höhenbewegung ausgeführt hat.

I. Aus der größten Ausschreitung eines Gestirns. Man beobachtet einen Circumpolarstern, am besten den Polarstern selbst, zu der Zeit seiner größten östlichen oder westlichen Ausschreitung. Da zu dieser Zeit die Bewegungsrichtung des Sternes vertikal ist, so kann man bequem und scharf einstellen.

Beobachtet man die östliche und westliche Ausschreitung, so geht der Meridian durch die Halbierungslinie. Insofern die Deklination δ des Gestirns und die Polhöhe (geogr. Breite) φ bekannt sind (Tab. 44, 49), genügt auch eine einseitige Beobachtung. Es bildet nämlich der Vertikalkreis der größten Ausschreitung mit der Nordrichtung den Winkel ϑ, den man erhält aus $\sin \vartheta = \cos \delta / \cos \varphi$.

Denn Meridian, Vertikalkreis und Stundenkreis des Sterns bilden dann ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $90 - \varphi$, der einen Kathete $90 - \delta$ und dem der letzteren gegenüberliegenden Winkel ϑ.

Der Polarstern hat in mittlerer geogr. Breite seine größte Ausschreitung ungefähr um $7^h\ 20^{min}$ bez. $19^h\ 30^{min}$ Sternzeit (Tab. 45).

II. Am Polarstern zu irgend einer bekannten Zeit. Aus dieser ergibt sich die Sternzeit z (Tab. 45), aus letzterer und der Rektaszension α des Polarsterns (Tab. 49) sein Stundenwinkel $t = z - \alpha$, und endlich sein Azimut A gegen den Meridian aus **30** Gl. 5, oder, in mittleren Breiten auf einige Minuten genau, $\vartheta = (90 - \delta) \sin t / \cos \varphi$.

III. Aus korrespondierenden Höhen. Man stellt den Theodolit mit vertikaler Drehaxe (**30a**, 1) auf das Gestirn ein und liest den Horizontalkreis ab. Ohne an der Höheneinstellung etwas zu ändern, beobachtet man dasselbe Gestirn noch einmal nach seiner Kulmination, den Horizontalkreis so einstellend, daß es wieder durch das Fadenkreuz geht. Die Halbierungslinie der beiden Einstellungen liegt im Meridian des Ortes. Ein Höhenkreis ist unnötig.

Für die Genauigkeit ist günstig, daß das Gestirn rasch ansteigt, also dem Meridian nicht zu nahe steht.

Bei Benutzung der Sonne stellt man den Vertikalfaden Vormittags auf den einen, Nachmittags auf den andern seitlichen Rand ein, während der Horizontalfaden z. B. den oberen Rand berührt. Die Halbierungslinie der beiden Einstellungen geht aber im allgemeinen nicht genau durch den Meridian, sondern erfordert wegen der Deklinationsänderung der Sonne die folgende „Meridianverbesserung".

Es sei τ der halbe Zeitunterschied der beiden Beobachtungen von einander in Stunden, der Stundenwinkel der Sonne in Graden also $= 15\,\tau$. Es sei ferner ε die tägliche Änderung der Sonnendeklination (Tab. 45 oder Bremiker, fünfstellige Logarithmen S. 141), also $\varepsilon\tau/24$ diese Änderung in der halben Zwischenzeit. Dann beträgt die Meridian-Verbesserung

$$\frac{1}{\cos\varphi}\,\frac{\varepsilon\tau}{24}\,\frac{1}{\sin(15\,\tau)^0}.$$

Für mittlere europäische Breiten und bei Beobachtungen, die zwischen 8 und 10^h Vm., bez. 2 und 4^h Nm. angestellt werden, genügt innerhalb einer Bogenminute Genauigkeit, die Korrektion $= 0{,}27\,\varepsilon$ zu setzen.

Selbstverständlich richtet sich die Korrektion im Frühjahr nach Osten, im Herbst nach Westen und verschwindet in den Tagen der Sonnenwenden.

Beweis. Es sei die Deklination der Sonne zwischen beiden Durchgängen durch die Höhe h um $\varDelta\delta$ gewachsen und dadurch das zweite Azimut um $\varDelta A$ zu groß gefunden. Zwischen $\varDelta\delta$ und $\varDelta A$ wird durch Differentiation der Gl. 1 (**30**) die Beziehung gefunden $\varDelta\delta\cdot\cos\delta = \varDelta A\cdot\cos\varphi\cos h\sin A$. Ersetzt man hierin $\cos h\sin A$ nach Gl. 3 durch $\cos\delta\sin t$, so kommt $\varDelta\delta = \varDelta A\cdot\cos\varphi\sin t$. Um $\frac{1}{2}\varDelta A = \frac{1}{2}\varDelta\delta/(\cos\varphi\sin t)$ wird man das arithmetische Mittel aus den beiden Beobachtungen korrigieren müssen. Man braucht nur noch $\frac{1}{2}\varDelta\delta = \frac{1}{24}\varepsilon\tau$ und $\sin t = \sin 15\,\tau$ zu setzen, um den obigen Ausdruck zu erhalten.

IV. Aus der Beobachtung der Sonne um Mittag. Kennt man die Ortszeit (**33**), so liefert die Beobachtung des Sonnenmittelpunktes um 12^h „wahrer" Sonnenzeit (= mittlerer Ortszeit minus Zeitgleichung, Tab. 45) den Meridian. Man stellt dabei den Theodoliten auf den westlichen oder den östlichen Sonnenrand ein und berichtigt das beobachtete Azimut nach Osten oder nach Westen um $\varDelta = \varrho/\sin(\varphi - \delta)$, wo ϱ den Halbmesser (rund $0^0{,}27$), δ die Deklination der Sonne und φ die Polhöhe bedeutet; Tab. 47, 45 u. 44.

Beweis. Meridian, Höhenkreis des Sonnenrandes und Halbmesser

der Sonne nach ihrem Berührungspunkt mit dem Höhenkreis bilden ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $\varphi - \delta$, worin die Kathete ϱ dem Winkel Δ gegenüberliegt. Es ist also $\sin\Delta : 1 = \sin\varrho : \sin(\varphi - \delta)$. Für $\sin\Delta$ und $\sin\varrho$ kann man Δ und ϱ setzen.

32. Polhöhe eines Ortes (geographische Breite).

I. Die Polhöhe wird am leichtesten aus der Höhe eines Gestirns bei seiner Kulmination abgeleitet. Kennt man den Meridian (**31**), so beobachtet man bei dem Durchgang durch diesen; andernfalls folgt man mit dem Fernrohr dem Objekt in der Nähe des Meridians und liest die höchste bez. niedrigste Einstellung ab.

Die beobachtete Höhe muß wegen der atmosphärischen Strahlenbrechung um die aus Tab. 48 zu entnehmende „Refraktion" vermindert werden. Nennt man die so korrigierte Höhe h, ist ferner δ die Deklination des Gestirnes (Tab. 49), so wird die Polhöhe

$$\varphi = 90 - h + \delta \quad \text{oder} \quad \varphi = 90 + h - \delta,$$

je nachdem die Kulmination eine obere oder eine untere war.

Über die Deklination der Sonne vgl. S. 124 und Tab. 45. Selbstverständlich muß hier die beobachtete Einstellung, da sie auf den oberen oder den unteren Rand stattfindet, um den Sonnenhalbmesser (Tab. 47) abgeändert werden.

Am Polarstern sind wegen seiner langsamen Bewegung die Messungen am bequemsten und genauesten.

Um die Kulminationszeit eines Gestirns voraus zu kennen, zieht man die Sternzeit um Mittag von der Rektaszension des Sternes (Tab. 49) ab; dann erhält man die Tageszeit seiner oberen Kulmination, gerechnet vom Mittage ab in Sternstunden. 1 Sternstunde = 0,9973 mittl. Stunden.

Die Sternzeit um Mittag siehe in Tab. 45. Wegen der periodischen, durch die Schaltjahre ausgeglichenen Verschiebung des Frühlingsanfangs, und ferner, weil der Sonnenmittag für westliche Orte später fällt als für östliche, kann diese Tabelle nicht für alle Jahre und für alle Orte dieselbe sein. Wenn an einem Orte von der östlichen geogr. Länge l^0 von Greenwich die Sternzeit für die mittlere Ortszeit T gesucht wird, so hat man deswegen nicht mit T selbst, sondern mit einem, in Bruchteilen des Tages ausgedrückten, korrigierten Werte

$$T + k + \tfrac{1}{360}(15^0 - l)$$

als Argument in die Tabelle einzugehen. k hat für jedes Jahr einen andern Wert, den man in Tab. 46 findet. l endlich wird aus Tab. 44 oder aus einer Landkarte entnommen. — Ist T die mitteleuropäische „Einheitszeit", so ist nur $T + k$ zu nehmen.

II. Man beobachtet mit feststehendem Horizontalkreis des Theodoliten die beiden Höhen des Polarsterns, in denen dieser während eines Umlaufs den vertikalen Faden passiert, und nimmt das Mittel, welches, wegen der Refraktion korrigiert, die Polhöhe gibt.

III. Eine einzelne Beobachtung des Polarsterns zu genähert

bekannter Zeit gibt die Polhöhe, da $(90 - \delta) \cos t$ (vgl. **31** II) meistens genügend genau als vertikale Erhebung des Sterns über den Pol angesehen werden kann.

33. Zeitbestimmung aus Sonnen- oder Sternhöhen.

Vorausgesetzt wird die Kenntnis der geogr. Breite φ und bei Sonnenbeobachtungen der genäherten geogr. Länge l des Beobachtungsortes. — Je näher der Kulmination des Gestirns, desto weniger genau wird die Messung.

I. Aus einer einzelnen Höhe.

Sonne. Man mißt die Höhe des oberen oder unteren Randes mit dem Sextanten oder dem Theodoliten. Aus der wirklichen Höhe h des Sonnenrandes wird der Stundenwinkel t der Sonne oder die „Sonnenzeit" im Augenblicke der Beobachtung erhalten aus (Formel 2, S. 118).

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Ist dann der Stundenwinkel t den trigonometrischen Tafeln in Bogengraden entnommen, so wird er durch 15 geteilt, um die Sonnenzeit in Stunden zu erhalten. t ist Vormittags negativ, Nachmittags positiv zu rechnen.

Korrektionen. 1) Von der beobachteten Höhe, die wegen der atmosphärischen Strahlenbrechung zu groß ist, subtrahiert man nach Tab. 48 die Refraktion.

2) Man addiert bez. subtrahiert den Halbmesser der Sonne (Tab. 47). Dieser eliminiert sich von selbst, wenn man, um unabhängig vom Horizontalpunkt des Höhenkreises zu sein, mit Durchschlagen (**30a**, Nr. 4) zweimal einstellt und zwar einmal auf den unteren, das andere Mal auf den oberen Rand. Um das Mittel aus beiden Beobachtungen für die Zeit zu nehmen, in welcher der Sonnenmittelpunkt die mittlere Höhe passiert, müssen beide Beobachtungen rasch aufeinander folgen, da die Erhebung der Sonne nicht gleichförmig geschieht.

Geographische Breiten können aus einer guten Karte auf 0,01° entnommen werden. Vgl. auch **32** u. Tab. 44.

Deklination der Sonne. Man interpoliert diese aus Tab. 45 für die Beobachtungszeit, welche man um $+k$ (Tab. 46) bez. um $+k + \frac{1}{360}(15 - l)$ korrigiert hat. Vgl. hierüber S. 123. Ein Fehler von 3 min in der Zeit gibt höchstens einen Fehler von δ um 0,001°, so daß die Bahn-, unter Umständen auch die Turmuhrzeit genügt.

Mittlere Zeit. Zu der wahren Sonnenzeit t fügt man zur Reduktion auf mittlere Ortszeit die aus Tab. 45 zu entnehmende „Zeitgleichung" hinzu; auf mitteleuropäische Einheitszeit außerdem $+(15 - l) \times 4$ min.

Andere Gestirne. Man wählt ein Gestirn von bekannter Deklination und Rektaszension (Tab. 49), welches weder dem Horizonte noch dem Pole zu nahe steht. Dann bedeutet das aus der Formel im Eingang berechnete t den Stundenwinkel des Gestirns. Fügt man zu t die Rektaszension des Sternes, so erhält man die für den Augenblick der Beobachtung geltende Sternzeit, zu der dann die mittlere Zeit aus Tab. 45 oder genauer nach den astronomischen Jahrbüchern gefunden wird.

Die gegebenen Vorschriften und Tabellen vernachlässigen Korrektionen, welche unter 0,01° liegen.

II. Aus korrespondierenden Höhen.

Hier genügt, außer einer gleichmäßig gehenden Uhr, ein in der Höhe klemmbares Fernrohr mit vertikaler Drehaxe (**30a**, 1), ohne jede Kreisteilung. Bei der Sonne stellt man jedesmal auf denselben unteren oder oberen Rand ein, ohne auf den Mittelpunkt umrechnen zu müssen.

Im Interesse scharfer Zeitbestimmung beobachtet man die Gestirne entfernt vom Meridian.

Ein Gestirn passiere vor und nach seiner Kulmination den Horizontalfaden eines Fernrohres, welches auf konstante Höhe eingestellt ist. Das arithmetische Mittel der beiden Uhrzeiten gibt für ein Gestirn ohne Eigenbewegung die Uhrzeit, für welche es kulminiert. Die absolute Zeit der Kulmination findet sich aus den Tabellen.

Fixsterne. Für das Mittel aus beiden Durchgangszeiten gibt die Rektaszension des Sternes (Tab. 49) die Sternzeit, aus welcher man die mittlere Zeit nach Tab. 45 oder einem astronomischen Jahrbuche entnimmt.

Sonne. Dem Zeitpunkte des Sonnendurchgangs durch den Meridian entspricht der scheinbare oder Sonnenmittag; die mittlere Ortszeit hat dann den durch die Zeitgleichung (Tab. 45) gegebenen Wert. In den Tagen der Sonnenwenden erhält man aus den Zeiten zweier Durchgänge durch die gleiche Höhe die Zeit des Durchgangs durch den Meridian genau als das arithmetische Mittel. Im allgemeinen aber kommt noch wegen der täglichen Deklinationsänderung der Sonne eine Korrektion, die „Mittagsverbesserung“, hinzu, da die Sonne ihren höchsten Stand in der ersten Jahreshälfte etwas hinter, in der zweiten Hälfte etwas vor dem Meridian erreicht.

Es sei φ die Polhöhe des Ortes, δ die Deklination der Sonne,

ε ihre tägliche Änderung in Bogengraden (Tab. 45; Bremiker, 5stell. Log.) und τ der halbe Zeitunterschied zwischen den beiden Beobachtungen in Stunden (also $\pm 15\tau$ der Stundenwinkel der Sonne in Bogengraden). Die Mittagsverbesserung beträgt in Zeitsekunden $10\varepsilon\tau\cdot(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\delta\cos 15\tau)/\sin 15\tau$.

Beweis. Es bedeute (Fig. zu **30**) t den Stundenwinkel der Sonne bei der Beobachtung. Ohne Deklinationsänderung würden die absoluten Werte von t Vor- und Nachmittags gleich sein. Ist vom ersten bis zum zweiten Durchgang durch die Höhe h die Deklination um $\Delta\delta$ gewachsen, so wird t bei dem zweiten um eine Größe Δt zu groß gefunden, für welche man durch Differentiation von Gleichung 2 (**30**) die Beziehung erhält

$$0 = \Delta\delta\cdot(\sin\varphi\cos\delta - \cos\varphi\sin\delta\cos t) - \Delta t\cdot\cos\varphi\cos\delta\sin t.$$

Also ist $\Delta t = \Delta\delta\,(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\delta\cos t)/\sin t$. An dem arithmetischen Mittel aus beiden beobachteten Durchgangszeiten ist offenbar, um es auf den Durchgang durch den Meridian zu reduzieren, die Korrektion $\frac{1}{2}\Delta t$ anzubringen. Beachtet man noch, daß $t = 15\tau$ und daß $\frac{1}{2}\Delta\delta$ in Bogengraden $= \varepsilon\tau/24$, also in Zeitsekunden $= 86400/360\cdot\varepsilon\tau/24 = 10\varepsilon\tau$, so kommt der obige Ausdruck für diese Korrektion.

34. Bestimmung des Ganges einer Uhr oder Festhaltung einer absoluten Zeit.

Zwei absolute Zeitbestimmungen (**33**) liefern den Gang der zur Beobachtung dienenden Uhr. Einfacher und häufig genauer sind aber Beobachtungen eines Gestirns in einem bestimmten Azimut. — Zwischen zwei Durchgängen eines Fixsterns durch denselben Punkt liegt ein Sterntag, der um 3 min 55,9 sec = 0,002730 Tag kürzer ist als der mittlere Tag.

I. Beobachtung an Fixsternen. Zu diesem Zwecke genügt jedes Fernrohr mit Fadenkreuz und einer horizontalen Drehungsaxe. Das konstante Azimut wird nötigenfalls auf eine entfernte irdische Einstellungsmarke bezogen.

Noch einfacher und leicht auf 1 sec genau ist das mit bloßem Auge beobachtete Verschwinden oder Auftauchen eines Fixsterns hinter einem fernen Objekt. Ist dieses mindestens 100 m entfernt, so genügt als fester Punkt für das Auge der Rand eines Fensterkreuzes oder ähnliches. Geheizte Schornsteine u. dgl. sind als bedeckende Objekte ungeeignet.

Am besten wählt man einen Stern, der dem Äquator nahe steht und beobachtet ihn nicht weit vom Meridian.

II. Beobachtungen an der Sonne. Zwei aufeinander folgende Sonnendurchgänge durch den Meridian liefern, unter Berücksichtigung der täglichen Änderung der Zeitgleichung

(Tab. 45 oder Bremiker, 5st. Log. S. 141), die Länge des mittleren Tages. Es wird nicht gefordert, daß der Meridian ganz genau sei; ein konstanter Fehler von 1^0 macht den beobachteten Tag höchstens etwa um 2 sec unsicher. Sowohl um die Tag- und Nachtgleichen wie um die Sonnenwenden ist diese Unsicherheit am kleinsten.

Gebraucht wird ein feststehendes Fernrohr mit horizontaler Drehaxe, an dessen Fadenkreuz man den Antritt und den Austritt der Sonne beobachtet. — Für mäßige Ansprüche genügt auch der Schatten eines Senkels oder das von einer engen Öffnung entworfene Sonnenbildchen. Man nimmt den Zeitpunkt, in welchem dieser Schatten oder das Sonnenbild von einer auf dem Fußboden oder auf einer gegenüberstehenden Wand angebrachten Marke halbiert wird. Auch eine gute Sonnenuhr läßt den Gang einer Uhr in größeren Zeiträumen einigermaßen genau bestimmen.

Eine einmal gewonnene absolute Zeit läßt sich durch diese einfachen Mittel festhalten.

35. Schwere; Länge des Sekundenpendels. Gravitationskonstante.

Die Konstante g der Schwere, d. h. die Geschwindigkeitszunahme des frei fallenden Körpers in 1 sec, beträgt in Meereshöhe unter 45^0 Breite $g = 980{,}6$ und für die geogr. Breite φ und die Höhe H m üb. Meer

$$g = 980{,}6\,(1 - 0{,}0026 \cdot \cos 2\varphi - 0{,}0000002 \cdot H)\ \mathrm{cm/sec^2}.$$

Für $H = 0$ siehe Tab. 43. Der kleinste und der größte Wert, am Äquator und an den Polen, weicht hiernach um etwa $\pm$ 2,5 vom Mittelwerte 980,6 ab; lokale Unterschiede gegen die Formel erreichen sehr selten 0,2. — Ebensoviel beträgt der Einfluß der Höhe auf 1000 m Erhebung; $0{,}0_6 2$ ist ein Mittelwert, der natürlich durch die Bodenbeschaffenheit beeinflußt wird.

Bei sehr kleiner Schwingungsweite ist die (einseitige) Schwingungsdauer eines punktförmigen Pendels von der Länge l gleich $\pi\sqrt{(l/g)}$; die eines beliebig gestalteten Pendels gleich $\pi\sqrt{(K/D)}$, wo K das Trägheitsmoment und D die Direktionskraft bedeutet, d. h. $D = a \cdot g M$, wenn M die schwingende Masse und a der Abstand ihres Schwerpunkts von der Drehaxe ist; vgl. **29**.

Der Punkt eines Pendels, der, wenn er allein vorhanden wäre, die gleiche Schw.-D. zeigen würde, heißt Schwingungspunkt. Es gilt der Satz, daß, wenn man ein Pendel umkehrt und im Schw.-P. aufhängt, dieselbe Schw.-D. entsteht; s. Reversionspendel.

Bestimmung von g mit dem Fadenpendel. (Als Übungsaufgabe beschrieben, denn es wird im allgemeinen nicht leicht sein, g genauer

zu bestimmen, als es aus der Formel berechnet wird.) Eine gut abgedrehte, möglichst schwere Kugel von etwa 2 cm Durchmesser hänge an einem leichten und weichen Faden über eine Schneide bereits eine so lange Zeit, daß eine konstante Pendellänge entstanden ist. Diese Länge l sei gezählt von der Schneide bis zum Mittelpunkt der Kugel; sie wird also mit einem spiegelnden Maßstab (**21**, 1) oder mit dem Kathetometer (**22**) gemessen als das arithmetische Mittel aus den Abständen bis zum obersten und dem untersten Punkte der Kugel.

Schwingungsdauer τ. Finden in t sec k Schwingungen statt, so ist $\tau = t/k$. Wenn die Länge zwischen 99 und 100 cm gewählt wird, so kommt die Dauer der Sekunde nahe, und man beobachtet nach der Methode der Koinzidenzen. Liegt zwischen zwei aufeinander folgenden Koinzidenzen der Pendelschwingung mit einer vollen Sekunde eine Zeit $= n$ sec, so ist $\tau = n/(n-1)$ oder $n/(n+1)$, je nachdem das Pendel hinter der Uhr zurückbleibt oder ihr vorauseilt. Die Koinzidenz wird mit dem Auge beurteilt oder nach dem Gehör auf die Umkehr des Pendels oder auf seinen Durchgang durch die Mitte bezogen. Eine längere Beobachtungsreihe kann man, wenn die Amplitude klein oder wenig veränderlich war, nach **3** II berechnen.

Korrektionen der beobachteten Schw.-Dauer τ.

1. Amplitude. Die ganze Schwingungsweite sei $= \alpha$; es genügt meistens das Mittel aus dem ersten und letzten Bogen. Die beobachtete Schw.-D. ist, gemäß der Formel in **28**, zu dividieren durch $1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{1}{4}\alpha$. Da die Korrektion klein ist (bei $\alpha = 10^0$ erst $\frac{1}{2}$ Promille), so kann man (Formel 4, S. 9) statt dessen von τ abziehen $\tau \cdot \frac{1}{4}\sin^2\frac{1}{4}\alpha$. Siehe Tab. 27.

2. Trägheitsmoment der Kugel. Eine punktförmige Masse würde rascher schwingen als die Kugel vom Radius r. Korrektion $= -\tau \cdot \frac{1}{5} r^2/l^2$.

3. Faden. Der mitschwingende Faden hat die Schw.-D. der Kugel allein vermindert. Korrektion $= +\tau \cdot \frac{1}{12}\mu/m$, wenn μ und m die Masse des Fadens und der Kugel.

Beweis zu 2 u. 3. Ein Punkt-Pendel von der Länge l würde haben $\tau_0 = \pi\sqrt{l/g}$; unser Pendel, wenn K sein Trägheitsmoment und D die Direktionskraft ist (vgl. S. 114 „Kugel" und „Hilfssatz"), hat:

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{K}{D}} = \pi\sqrt{\frac{l^2 m + \frac{2}{5}r^2 m + \frac{1}{3}l^2\mu}{g(lm + \frac{1}{2}l\mu)}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{2}{5}r^2/l^2 + \frac{1}{3}\mu/m}{1 + \frac{1}{2}\mu/m}}.$$

Die gesuchte Schw.-D. eines punktförmigen Gewichtes an einem Aufhängefaden ohne Masse oder $\pi\sqrt{l/g}$ ist demnach gleich τ multipliziert mit

98
1 9 6

586

$\sqrt{\frac{1+\frac{1}{2}\mu/m}{1+\frac{2}{5}r^2/l^2+\frac{1}{3}\mu/m}}$, wofür nach Formel 8 u. 3, S. 9 geschrieben werden kann $\sqrt{(1-\frac{2}{5}r^2/l^2+\frac{1}{6}\mu/m)}$ oder $1-\frac{1}{5}r^2/l^2+\frac{1}{12}\mu/m$, q. e. d.

4. Luftauftrieb. Die Kugel wäre im leeren Raum im Verhältnis $1+\lambda/s$ schwerer gewesen, wo λ und s die Dichtigkeit der Luft (**18**) und der Kugel (Tab. 2) bedeuten. Korrektion der Schw.-D. $= -\tau\cdot\frac{1}{2}\lambda/s$.

5. Mitschwingende Luftmasse. Diese wird erfahrungsgemäß genähert berücksichtigt, wenn man die Auftriebskorrektion mit $\frac{3}{2}$ multipliziert.

6. Inhomogenität der Kugel. Man hängt die Kugel, oben und unten vertauscht, um, beobachtet wieder und nimmt das Mittel.

Nicht berücksichtigt ist die Fadensteifheit.

Die so korrigierte Schw.-D. heiße τ_0, dann ist $g=\pi^2 l/\tau_0^2$. Die Länge l_s des Sekundenpendels würde sein $l_s=l/\tau_0^2$.

Reversionspendel. Dasselbe hat zwei parallele, zum Schwerpunkt unsymmetrisch liegende Axen. Durch deren Verstellung oder durch Ändern der Massenverteilung bewirkt man, daß für beide Axen die gleiche Schw.-D. τ gilt, dann enthält jede Axe den Schwingungspunkt der andern (S. **127**); also ist, wenn l ihr Abstand, $g=\pi^2 l/\tau^2$. — Sind beide Schw.-D. verschieden $=\tau_1$ bez. τ_2, so bezeichne man die Abstände des Schwerpunktes von den Schneiden bezüglich mit s_1 und s_2 und rechne

$$g=\pi^2 l\,\frac{s_1-s_2}{\tau_1^2 s_1-\tau_2^2 s_2} \quad \text{oder} \quad =\frac{\pi^2 l}{\tau^2}\,\frac{1}{1+\delta^2+2\delta\, l/(s_1-s_2)},$$

wo im zweiten, zum Rechnen bequemeren Ausdrucke τ das arithm. Mittel $\tau=\frac{1}{2}(\tau_1+\tau_2)$ und $\delta=\frac{1}{2}(\tau_1-\tau_2)/\tau$ ist.

Lokale Variationen von g pflegen mit dem Sterneck'schen Pendel (ZS f. Instr. 1888, 157), zeitliche Änderungen der Schwererichtung mit dem Zöllner'schen Horizontalpendel (Pogg. Ann. 150, 134. 1873) beobachtet zu werden. Über letzteres besonders auch Rebeur-Paschwitz, z. B. Astr. Nachr. 1892, 193. — Genaue Pendelmessungen s. Bessel, Abh. III, S. 137.

Atwood'scher Fallapparat.

Um aus Beobachtungen an diesem bekannten Instrument g abzuleiten, muß die als Übergewicht treibende Masse m im Verhältnis zum äquilibrierten Teil M der Gesamtmasse bekannt sein. Wenn die Beschleunigung b beobachtet wird, so ist $g\cdot m=b\cdot(M+m)$, also $g=b(M+m)/m$.

In M ist die der Trägheit des Rades äquivalente Masse x enthalten, die auf zweierlei Weise in Rechnung gesetzt werden kann:

1. Man eliminiert x durch Beobachtungen an zwei Paaren von Massen am Faden; diese zusammen sollen je M_1 bez. M_2 heißen. Dann

folgt also aus den zugehörigen beiden Beschleunigungen b_1 bez. b_2 $gm = b_1(M_1 + m + x)$ und $gm = b_2(M_2 + m + x)$, woraus man erhält

$$m + x = \frac{b_1 M_1 - b_2 M_2}{b_2 - b_1} \quad \text{und} \quad g = \frac{b_1 b_2}{b_2 - b_1} \frac{M_1 - M_2}{m}.$$

2. Man bestimmt das Trägheitsmoment K der Rolle durch Beobachtung (**29** IIb). Dann ist einzusetzen $x = K/r^2$, wenn r den Halbmesser der Rolle bedeutet. — Denn die Winkelbeschleunigung durch das Drehmoment $p \cdot r$ einer Kraft p am Faden beträgt (Anh. 12) $p \cdot r/K$, die Linearbeschleunigung des Fadens hierdurch also $p \cdot r^2/K$. Demnach vertritt K/r^2 die Trägheit einer äquivalenten, in der Peripherie konzentrierten Masse.

Absolute Gravitationskonstante G.

G ist die zwischen zwei Masseneinheiten im Abstande Eins bestehende Anziehung d. h. die Konstante des Newton'schen Gravitationsgesetzes $k = G \cdot mm'/r^2$. Die Bestimmung ist ausgeführt worden:

A) mit der Coulomb'schen Drehwage. Das Drehmoment, welches eine oder mehrere passend angebrachte feste Massen auf eine oder zwei an dem Wagebalken befestigte Massen ausüben, wird mit der Direktionskraft der Aufhängung verglichen, meist durch die hervorgebrachte Ablenkung (Cavendish 1798, Reich, Baily, Cornu, Boys, Braun, Poynting). Auch die durch die Annäherung der Massen bewirkte Änderung der Schwingungsdauer kann benutzt werden.

B) mit der Wage. Man bestimmt die Änderung des Gewichts, welche eine angehängte Masse durch eine feste Masse erfährt, die man ihr von unten nähert (Jolly, Poynting), oder indem man die bewegliche Masse abwechselnd ober- und unterhalb einer festen wägt (Richarz u. Krigar-Menzel).

Als bisheriges Resultat ist anzunehmen, daß zwei Grammpunkte aus 1 cm Abstand gegenseitig die anziehende Kraft $= 6{,}68 \cdot 10^{-8}$ Dynen ausüben, d. h. $G = 6{,}68 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{cm}^3\,\mathrm{gr}^{-1}\,\mathrm{sec}^{-2}$.

Über Unabhängigkeit der Schwerekonstante von der Natur des Körpers s. Bessel, Abh. III, S. 217. 1876; von der Temperatur: Poynting u. Phillips, Proc. R. Soc. (A) 76, 445. 1905. — Über die Konstanz des Gewichtes in chemischen Verbindungen: Landolt, Sitzungsber. Berl. Ak. 1908, 354.