Lehrbuch der praktischen Physik

Kohlrausch, Friedrich

Leipzig [u.a.], 1910

Raummessung

urn:nbn:at:at-ubi:2-6442

Raummessung.

21. Längenmessung.

I. Strichmaßstab.

Als Material für bessere Maßstäbe kommen in Betracht, nach abnehmender Wärmeausdehnung geordnet (Tab. 11; über Temperatur s. S. 96), Messing, Silber (besonders als Einlage), Neusilber, Stahl, Platiniridium, Glas, Nickelstahl (Invar), für kurze Teilungen Quarz.

Nach zunehmender Brauchbarkeit bezüglich hygroskopischer Längenänderung in der Faserrichtung ordnen sich die gebräuchlichen Hölzer: Pappel, Eiche, Mahagoni, Buche, Kiefer, Linde, Ahorn, Fichte. Die Änderungen durch die gewöhnlichen Luftfeuchte-Schwankungen liegen hier zwischen etwa 8/10000 und 1/10000. Elfenbein wird stark beeinflußt. Ganz unbrauchbar ist Nußbaum. Paraffinieren der Hölzer hilft nicht viel. Besser schützt Überziehen oder noch vollkommener Tränken mit Schellack. Vgl. Hildebrand, Wied. Ann. 34, 397. 1888.

1. Freie Ablesung. Die gewöhnlichsten, aus der Parallaxe stammenden Fehler werden dadurch vermieden, daß man die Teilung mit dem Objekt zusammenfallen läßt, wozu u. a. oft ein durchsichtiger Maßstab genügt. Andernfalls sichert man das Senkrechtsehen zur Teilung durch einen mit ihr parallelen Spiegel, indem man das Spiegelbild des beobachtenden Auges in den abzulesenden Punkt bringt. Oder man hält durch Visieren nach einem fernen Punkt eine konstante Sehrichtung inne. Am sichersten liest man mittels eines zur Teilung senkrecht blickenden Fernrohrs oder schwachen Mikroskops mit Parallelverschiebung ab.

2. Komparator. a) Längs eines festen Maßstabes verschiebt sich ein Schlitten mit Mikroskop, welches man folgeweise auf beide Enden der zu messenden Länge einstellt. Die Parallelverschiebung muß um so genauer verbürgt sein, je weiter der zu messende Gegenstand von der Teilung des Maßstabes abliegt.

Aus einem Kathetometer läßt sich mittels Ersatz des Fernrohrs durch ein Mikroskop ein solcher Komparator herstellen, wenn man den Maßstab abnehmen und in ein geeignetes horizontales Gestell einklemmen kann.

b) Es wird mit einem in sich verschiebbaren Maßstabe die zu messende Länge fest verbunden und jeder ihrer

Endpunkte folgeweise unter dasselbe feststehende Mikroskop gebracht. Ein zweites festes Mikroskop liest gleichzeitig auf dem Maßstabe die Verschiebung ab.

Fehler aus unvollkommener geradliniger Führung werden am sichersten vermieden, wenn die zu messende Länge mit dem Maßstabe nicht seitlich, sondern in seiner Fortsetzung verbunden ist.

Z. B. Komparator von Abbe; Pulfrich, ZS f. Instr. 1892, 307.

c) Einwandsfrei ist auch das Auswechseln des Objekts gegen einen Normalmaßstab. Als Komparator dient entweder, wie unter a) der Maßstab mit Schlittenverschiebung eines Mikroskopes, oder ein Paar von Mikroskopen, von denen mindestens eines mit Okularmikrometer versehen ist, welche auf einer Schiene verschoben und festgeklemmt werden können. — Transversalkomparator heißt das Instrument, wenn die Auswechslung von Objekt und Maßstab bequem mittels einer Führung geschieht.

Überschüsse über ganze Teilstriche des Maßstabes können in allen Fällen durch Okularmikrometer von bekanntem Teilwert in den Mikroskopen (vgl. unten) bestimmt werden. Im Falle a) auch mit dem am Schlitten befindlichen Nonius.

Nonien, die auf Zehntel geteilt sind, haben entweder 9/10 oder 11/10 des Intervalles der Haupt-Teilung als Einheit. Beide gezeichnete Nonien zeigen die Einstellung 0,7 p an. — An Zehntel-mm-Nonien lassen sich leicht aus der Lage von Nachbarstrichen auch die Hundertel schätzen.

Bei einer feineren Messung mit Anwendung eines Nonius übersehe man nicht, erstens, daß der Nonius selbst geprüft sein muß, zweitens, daß man aus der etwaigen Fehlertabelle des Maßstabes den Fehler desjenigen Striches zu nehmen hat, an welchem die Noniusteilung einsteht.

Den Horizontalabstand zweier Punkte kann man mittels zweier von ihnen herabhängender Kokonfäden mit angehängten Gewichten messen, die, um Schwankungen zu vermeiden, in ruhiges Wasser tauchen mögen. Ebenso mißt man den Durchmesser eines horizontal gelegten Cylinders.

Einen Komparator für Abstände beliebiger Neigung s. bei F. Braun, Wied. Ann. 41, 627. 1890.

3. Teilmaschine. Diese kann zur Messung, besonders auch von kleineren Längen dienen, wenn an dem Schlitten ein Mikroskop mit Fadenkreuz sitzt. Den Wert eines Schraubenganges bestimmt man auf einem Strichmaßstabe. Wegen des toten Ganges stellt man immer von derselben Seite ein.

Über die Bestimmung der fortschreitenden und periodischen Schraubenfehler s. Bessel's Methode in Weinstein, Maßbestimmungen II, 290; Thiesen, Scheel u. Sell, ZS f. Instr. 1896, S. 328.

4. Mikroskop. Für sehr kleine Längen wird am besten ein Mikroskop mit „Okularmikrometer“ angewandt. Mit einem als Objekt untergelegten Glasmikrometer von bekanntem Werte wird zuerst der Teilwert des Okularmikrometers bestimmt und dann in leicht ersichtlicher Weise verfahren. Das Okularmikrometer kann selbst aus einer Glasteilung bestehen oder aus einem mit Mikrometerschraube beweglichen Faden oder Fadenpaar. An der Trommel wird die Verschiebung abgelesen.

Man beachte, daß konstante Mikroskopvergrößerung eine ungeänderte Stellung des Okularmikrometers gegen das Objektiv voraussetzt, so daß auch die Einstellung immer für dieselbe Sehweite, z. B. stets mit oder stets ohne Brille, geschehen muß. Bei dem Ramsden'schen Okular, unter welchem das Mikrometer feststeht, ist dies nicht nötig.

5. Prüfung eines Strichmaßstabes. Besitzt man einen schon verifizierten Maßstab[1]), so ist die Aufgabe, für einen anderen Stab eine Korrektionstabelle aufzustellen, oben bereits erledigt. — Andernfalls vergleicht man die angeblich gleichen Strecken des Maßstabes mit einer und derselben Länge a und bestimmt dadurch ihr gegenseitiges Verhältnis. Die unter Nr. 2 erwähnten Komparatoren liefern das Mittel für genaue derartige Messungen. Die Länge L enthalte n Unterabteilungen $a_1 a_2 \ldots a_n$, deren Einzellängen $a_1 = a + \delta_1$, $a_2 = a + \delta_2$ etc. bis $a_n = a + \delta_n$ gefunden werden; bezeichnet man dann das Mittel der Unterschiede $(\delta_1 + \delta_2 + \cdot\cdot + \delta_n)/n = \delta$, so ist

$$a_1 = L/n - \delta + \delta_1 \qquad a_2 = L/n - \delta + \delta_2 \text{ etc.}$$

Um die bei einer großen Zahl von Vergleichungen sich häufenden Fehler zu vermeiden, wird man sowohl größere wie kleinere Strecken vergleichen, z. B. bei einem in mm geteilten Stabe alle dm, alle cm und alle mm; die letzteren wohl nach

1) Durch Vermittelung der Normal-Eichungskommissionen sind geprüfte Maßstäbe zu beziehen.

Nr. 4. Jede größere Abteilung wird bei der Rechnung ihren Unterabteilungen gegenüber zunächst als Ganzes behandelt.

Die Korrektionen zweier gleichartiger Maßstäbe lassen sich durch Aneinanderlegen und mikroskopisches Bestimmen der Unterschiede korrespondierender Striche in den verschiedenen Intervallen ermitteln. Vgl. Leman, Wiss. Abh. Norm.-Eich.-K. Heft VI. 1906.

Genaue Methoden u. a.: Thiesen, Carl Rep. 15, 680. 1879; Wiss. Abh. d. P. T. Reichsanst. II, 97. 1895; Benoît, Trav. et Mém. du Bur. internat. des poids et mes. II, pag. C 35 ff.; Pernet, ib. IV, pag. B 87. 1885.

6. Herstellung von Strichmaßen. Die gewöhnliche Teilmaschine benutzt den auf einer Schraube von bekannter Ganghöhe verschiebbaren Schlitten mit Reißerwerk. Wegen des „toten Ganges" stelle man vor jedem Strichziehen immer von derselben Seite ein. Zu Holz, Elfenbein und weichem Metall dient der Stahlstichel, sonst der Diamant. Für feine Glasteilung mit dem Diamant wird Strichziehen unter Wasser empfohlen. — Meistens überzieht man das Glas warm mit einer dünnen Wachsschicht (am besten: eintauchen in weißes, in einer Röhre mittels Wasserdampf geschmolzenes Wachs, und rasch herausziehen), in welche nach dem Erkalten die Teilung eingetragen wird. Die Striche ätzt man glatt mittels Flußsäurelösung oder „Diamanttinte", die man mit dem Pinsel aufträgt, oder matt durch Dämpfe von Flußsäure (aus Flußspatpulver und Schwefelsäure) in einem Bleitroge. Andere Glasflächen, ferner die Augen und Schleimhäute, sind vor den Dämpfen zu schützen.

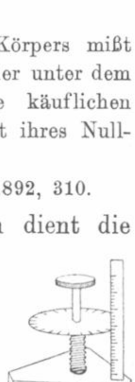
Nach Bunsen kopiert man Teilungen von einem Originalmaßstabe mittels einer langen Stange mit zwei Spitzen. Das Original und der zu teilende Stab werden in dieselbe gerade Linie festgelegt; die eine Spitze wird in die Teilstriche gesetzt, mit der anderen zieht man kurze Striche.

II. Kontaktmaßstäbe.

Den gegenseitigen Abstand zweier Endflächen eines Körpers mißt man, mit geringerer oder größerer Genauigkeit, z. B. mittels der unter dem Namen Schustermaß, Fühlhebel, Kontaktschraube käuflichen Längen- und Dickenmesser. Man achte auf die Richtigkeit ihres Nullpunktes, bez. bringe die notwendige Korrektion an.

Einen genauen Dickenmesser nach Abbe s. ZS f. Instr. 1892, 310.

7. Sphärometer. Zu feinen Dickenmessungen dient die Schraube im Sphärometer; die Höhe des Schraubenganges ist zunächst die Längeneinheit. Das in der Figur dargestellte einfachste Sphärometer wird zuerst mit seinen drei Füßen auf eine ebene Unterlage gesetzt (etwa auf eine Spiegelglasplatte, deren Vorderfläche auf große Entfernung unverzerrte Spiegelbilder gibt), wobei man die Mittelschraube gerade



bis zur Berührung einstellt (vgl. unten). Diese Stellung wird abgelesen: die Bruchteile des Schraubenganges auf der mit der Schraube drehbaren geteilten Kreisscheibe, die Ganzen durch Zählen der Umgänge oder an dem Maßstäbchen, an welchem diese Scheibe nahe vorbeistreift.

Dann dreht man die Schraube zurück, zur Sicherheit die Umdrehungen abzählend, legt den Körper unter, dessen Dicke gemessen werden soll, stellt die Schraube wieder zur Berührung ein, liest ab und nimmt die Differenz gegen die erste Einstellung; Drahtdicken u. dgl. werden zwischen Schneiden oder Platten gemessen. — Um die Dicke in mm zu haben, ist diese Differenz mit der angegebenen oder anderweitig ermittelten Höhe eines Schraubenganges (s. unten) zu multiplizieren.

Daß die Schraubenspitze gerade berührt, beurteilt man danach, daß das Instrument dann um die verstellbare Spitze zu wackeln beginnt und sich leicht auf ihr drehen läßt. — Ein sehr feines optisches Erkennungsmittel gewähren die Newtonschen Interferenzstreifen. Man legt nämlich zwischen Spitze und Unterlage noch eine Glasplatte, deren obere Fläche jetzt die Ausgangsebene darstellt. Unter der Glasplatte entstehen dann diese Streifen, besonders bei der Beleuchtung mit einer Natriumflamme deutlich sichtbar, und die eintretende Berührung wird scharf wahrnehmbar durch die zugleich eintretende Verschiebung der Interferenzstreifen.

An Stelle der ebenen Platte dient als konstante Einstellungshöhe auch wohl ein Fühlhebel oder ein Fühlniveau oberhalb der Schraube. Man stellt stets auf denselben Teilstrich des Zeigers oder auf dasselbe Einspielen der Libellenblase ein.

Die Höhe des Schraubenganges wird mit einem Körper von bekannter Dicke oder nach I 2 oder 3 bestimmt. — Über die Messung eines Krümmungshalbmessers s. **66** I. Feinere Konstruktionen von Sphärometern nach Mayer und Bamberg s. z. B. bei Czapski, ZS f. Inst. 1887, 297.

8. Der Kontaktkomparator für Vergleichung größerer Endmaße hat ebenfalls Fühlhebel und Fühlniveau, eventuell in Verbindung mit einer Mikrometerschraube. Die Messungsmethoden sind im Prinzip einfach.

S. auch die Dickenmessung durch Lichtinterferenz **65** IV.

Korrektionen. 9. Temperatur. Hat man mit einem Maßstabe von der Normaltemperatur t_0 und vom Ausdehnungskoeffizienten β_0 (**44** u.

Tab. 11) bei der Temperatur t eine scheinbare Länge l gefunden, so ist die wahre Länge $= l[1 + \beta_0 (t - t_0)]$.

10. Durchbiegung. Die Länge der Axe eines Stabes ändert sich durch mäßige Durchbiegungen nur wenig; die Abstände von Punkten außerhalb der Axe können dadurch aber in leicht ersichtlicher Weise vergrößert oder verkleinert werden. Es empfiehlt sich im allgemeinen, einen Maßstab, wenn er in horizontaler Lage gebraucht wird, in zwei Querschnitten zu stützen, die je um 2/9 der Länge von den Enden abstehen. Auch die Aufbewahrung geschieht so am besten. — Normalmaßstäben gibt man einer H-Form ähnliche Querschnitte und teilt in der Axe.

Über hölzerne Maßstäbe und Luftfeuchte vgl. oben.

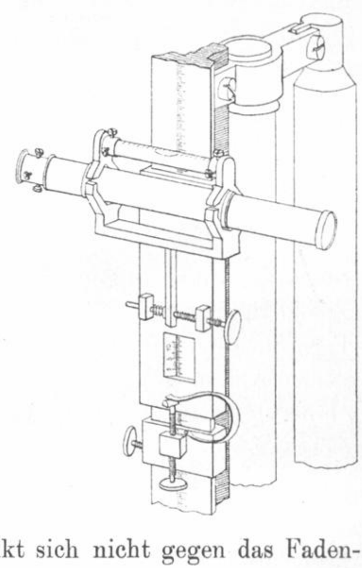
Messung einer Fläche von unregelmäßiger Gestalt. Außer dem Amsler'schen Planimeter (Mechaniker Coradi, Zürich) sei das leicht herzustellende Stabschneidenplanimeter von Prytz genannt; vgl. Hammer, ZS f. Instr. 1895, 90; auch 1902, 221; 1908, 247. — Als Hausmittel sei ferner erwähnt das Ausschneiden und Abwägen der Fläche in Karton, dessen Gewicht pro Flächeneinheit (qdm) bestimmt ist.

Über Ausmessung körperlicher Gebilde mittels Stereometerkamera s. z. B. Pulfrich, ZS f. Instr. 1908, 117.

Winkelmessung in **25, 30a, 60, 61, 70.**

22. Kathetometer (Dulong und Petit 1816).

Das Kathetometer mißt Vertikalabstände, z. B. Druckhöhen. Ein horizontales, um die Vertikale drehbares Fernrohr ist mittels Schlitten am vertikalen Maßstabe verschiebbar. Auf große Entfernungen ist das Kathetometer wegen der ungenauen Einstellung, wegen der Krümmung des Maßstabes und wegen der Fehler durch Schwankungen mit Vorsicht, unter beständiger Beachtung der Fernrohrlibelle (6, f. S.) anzuwenden.



Mit zwei Schlittenmikroskopen kann man auf die Endpunkte der zu messenden Höhe und einen daneben gestellten Maßstab nacheinander einstellen; vgl. **21** I, 2c.

Die Justierung des Instruments geschieht folgendermaßen.

1. Das Fernrohr ist um seine Sehrichtung drehbar: das Fadenkreuz wird so gestellt, daß bei dieser Drehung der anvisierte Punkt sich nicht gegen das Fadenkreuz verschiebt.

2. Daß die beiden Lagercylinder des Fernrohrs gleich dick sind, wird mit der aufzusetzenden Libelle geprüft, welche dieselbe Einstellung zeigen muß, wenn man das Fernrohr in seinen Lagern umlegt und die Libelle in ihrer alten Lage wieder aufsetzt.

3. Die Drehaxe des Kathetometers wird vertikal gemacht, indem man die Fußschrauben so reguliert, daß die Libelle des Instruments bei der Drehung eine konstante Einstellung gegen ihre Teilung ergibt. Über die Reihenfolge bei der Einstellung der Fußschrauben und das Justieren der Libelle selbst vgl. **30a.**

4. Die vertikale Stellung des Maßstabes wird hinreichend genau mit einem Senkel erkannt, bez. danach reguliert.

5. Die horizontale Richtung der Fernrohraxe erkennt man, da nach Nr. 1 die Sehaxe mit der geometrischen Axe übereinstimmt, und wenn nach Nr. 2 die beiden Lagercylinder des Rohres gleich dick sind, mit der Fernrohrlibelle, die bei dem Umsetzen die frühere Einstellung der Blase auf ihrer Teilung zeigen muß. Oder auch, da nach Nr. 3 die Drehaxe vertikal ist: man visiert einen Punkt an, dreht das Instrument um 180^0 und legt das Fernrohr um; dann muß der vorher anvisierte Punkt dieselbe Höhe gegen das Fadenkreuz zeigen.

6. Daß der Schlitten und das Fernrohr wirklich die vorausgesetzte Parallelverschiebung haben, erkennt man an der konstanten Einstellung der Libelle oder an einem vertikal gerichteten Kollimator (d. h. einem Fadenkreuz mit vorgesetzter Linse), dessen Bild dem Fernrohr mittels eines kleinen totalreflektierenden Prismas seitlich zugeführt wird. Eventuell hat man entweder vor jeder Einstellung die Lage des Fernrohres auf denselben Stand der Libellenblase, bez. auf Koinzidenz mit dem Kollimator zu korrigieren, oder man mißt noch einmal mit umgelegtem Fernrohr und um 180^0 gedrehtem Instrument und nimmt aus beiden Ablesungen das Mittel. Je weiter entfernt die zu messende Höhe, desto sorgfältiger ist dies zu beachten.

22a. Ophthalmometer (Helmholtz 1853).

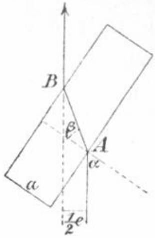
Das Instrument dient zur Messung kleiner Abstände. Es besteht aus zwei gleich dicken, dicht nebeneinander vor den Objektivhälften eines Fernrohres befindlichen Glasplatten, welche sich um eine gemeinsame Axe gleichzeitig um gleiche Winkel, aber gegeneinander drehen lassen. Die

Größe der Drehung wird an Teilkreisen abgelesen. In der Nullpunktsstellung liegen beide Platten in der zur Sehlinie senkrechten Ebene.

Man stellt auf die beiden Punkte, deren gegenseitiger Abstand gemessen werden soll, gleichzeitig ein, indem man durch Drehung der Glasplatten die beiden durch die Lichtbrechung in den schrägen Gläsern abgelenkten Bilder zum Zusammenfallen bringt. Der Abstand des Objekts vom Instrument ist ohne Einfluß.

Ist α der Drehungswinkel aus der Nullstellung,
a die Dicke der Platten,
n das Lichtbrechungsverhältnis der Gläser,
so berechnet man den Abstand e der beiden Punkte

$$e = a(2 \sin\alpha - \sin 2\alpha/\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}).$$



Beweis: s. Fig. Es ist $AB = a/\cos\beta$;
$\frac{1}{2}e = AB \sin(\alpha - \beta) = a(\sin\alpha - \operatorname{tg}\beta \cos\alpha)$.
Ferner $\sin\beta = (1/n)\cdot\sin\alpha$, also

$$\operatorname{tg}\beta \cos\alpha = \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = \frac{1}{2}\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}.$$

Hieraus ergibt sich e.

Die Konstanten a und n des Ophthalmometers kann man einzeln direkt an den herausgenommenen Glasplatten bestimmen (**21**, insbesondere **21** 7, bez. **62** und **63** II). — Oder man stellt auf einige Abstände einer mm-Teilung ein, mindestens natürlich auf zwei. Wenn auf mehrere, so ermittelt man a und n mit kleinsten Quadraten (**3** III bis V).

Da das Instrument oft eine unvollkommene Symmetrie zeigt, so messe man zweimal mit entgegengesetzten Neigungen der Glasplatten und mittele die beobachteten α.

Etwas umständlich wird also die Konstantenbestimmung. Oft wird es genügen, zuerst eine bekannte Teilung (in $\frac{1}{2}$ mm) durchzubeobachten und dann eine Kurve der beobachteten Drehungen als Abszissen und der Längen als Ordinaten (**6**) zu benutzen. Bei diesem Verfahren hält man sich am einfachsten stets an die Drehungen in einem bestimmten Sinn.

23. Volummessung. Kalibrierung durch Auswägen.

Siehe auch Dichtigkeit (**15**, **16**) und Volumenometer (**17**).

Als Volumeinheit gilt hier das Kubikcentimeter („Milliliter") in dem Sinne, daß es genau 1 gr Wasser von 4° faßt, selbstverständlich im leeren Raum gewogen oder hierauf umgerechnet. Geometrisch ausgemessen wird das ccm um 0,000028 ccm kleiner; vgl. S. 52.

Käufliche ältere Meßgefäße sind oft sehr unrichtig. Verbreitet ist noch das „Mohr'sche" ccm, von dem scheinbaren Gewicht des Wassers von 15° in Luft abgeleitet. Dabei wird das Liter gegen richtiges Maß um 1,9 ccm zu groß. Die jetzt käuflichen geeichten Hohlmaße sind nach richtig definiertem Maße geteilt.

Das Volumen einer Flüssigkeit, die in der Luft das Gewicht m gr zeigt, beträgt in ccm

$$v = \frac{m}{s}\left(1 + \frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma}\right),$$

wo s, σ und λ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, der Gewichtstücke und der Luft (0,0012; **18** und Tab. 4 und 6) bedeuten; s. auch **13** und Tab. 1.

Man kalibriert fast ausschließlich mit Wasser oder Quecksilber. Bei der Temperatur der Messung habe Wasser die Dichtigkeit Q (Tab. 4). Ein mit Messinggewichten ($\sigma = 8{,}4$) in Luft gewogenes scheinbares Gramm hat dann das Volumen $\frac{1}{Q}\left(1 + \frac{0{,}0012}{Q} - \frac{0{,}0012}{8{,}4}\right)$ ccm, wofür merklich genau geschrieben werden kann (vgl. S. 76) $(2{,}00106 - Q)$ ccm. Ein scheinbares Gramm Wasser von 18° hat das Volumen 1,00244 ccm.

Zur Bequemlichkeit findet man für die Ausmessung eines Gefäße von gewöhnlicher Glassorte im zweiten Teil von Tab. 4 die Volumina auch bei anderen Temperaturen, und zwar bereits so korrigiert, daß sie für das Volumen des Gefäßes bei 18° gelten.

Temperatur. Das Volumen v bei der Temp. t eines Gefäßes vom linearen Ausd.-Koeff. β (**44**, Tab. 11) beträgt bei t' $v' = v[1 + 3\beta(t' - t)]$. Für gewöhnliches Glas im Mittel $3\beta = 1/40000$.

Hohlmaße können entweder für Trockenfüllung oder für Ausguß bestimmt und geprüft sein. Ersteres ist das genauere. Im letzteren Falle rechnet man natürlich das Gewicht des benetzten Gefäßes ab. Sorgfältig konstante Behandlung bezüglich der Art und Dauer des Abtropfens oder Ausblasens ist nötig, wenn dieser Gebrauch genaue Resultate geben soll.

Der Einfluß des Meniskus (vgl. auch **58** I) wird eliminiert, indem man immer in gleicher Weise abliest, und zwar in der Regel in der den Meniskus berührenden Horizontalebene. Das zur Vermeidung der Parallaxe notwendige Visieren in einer und derselben Richtung wird durch ein Fernrohr erreicht, welches an einer vertikalen Stange verschiebbar ist; einfacher dadurch, daß man stets einen und denselben fernen Punkt als Augenpunkt nimmt, oder endlich mit einem Streifchen Spiegelglas (**21** 1).

Kalibrierung eines geteilten Rohres mit Quecksilber. Die konstante und bekannte Quecksilberfüllung eines oben abgeschliffenen, mit einer Platte bedeckten, gegen Erwärmung an einem Stiel gehaltenen kleinen Gefäßes, etwa eines unten geschlossenen Glasröhrchens, wird wiederholt in das zu kalibrierende Gefäß eingegossen und darin der Stand des Quecksilbers jedesmal abgelesen. Der Einfluß des Meniskus läßt sich ermitteln, indem man eine verdünnte Lösung von Sublimat auf das abgelesene Quecksilber aufgießt, wodurch die Oberfläche sich abflacht. (Bunsen, gasometrische Methoden.)

Pipetten. Der gewöhnliche Gebrauch auf Ausfluß bedarf höchstens des Hinweises, daß die vorausgesetzte konstante Benetzung, die man durch Abtropfen während einer bestimmten Zeit zu erzielen sucht, durch Spuren von Fett sehr beeinträchtigt wird. Genauer ist, falls man den Inhalt durch Nachspülen vollständig herausbringen kann, der Gebrauch auf Trockenfüllung. Zu diesem Zweck eicht man mittels Differenzwägung der getrockneten und der gefüllten Pipette, wobei ein Standgefäß auf der Wage, welches die Pipette und ausfließende Füllung aufnimmt, als Tara mitgewogen wird. — Aus paraffinierten Pipetten fließt auch Wasser usw. trocken aus.

Die genaue Einstellung auf den Teilstrich (Ringmarke) wird am bequemsten durch Erwärmen der Luftsäule unter dem abschließenden Finger mit der anderen Hand erzielt.

Über Volumen des Quecksilbers vgl. **24**; über seine Reinigung **8**, 1. — Über die Behandlung von Meßgefäßen, besonders Pipetten u. Büretten, vgl. u. a. Ostwald-Luther, S. 132; Wagner, ZS f. phys. Ch. 28, 193. 1899; F. K. u. Maltby, Wiss. Abh. d. P.-T.-Reichsanst. III, 182. 1900.

24. Kalibrierung einer engen Glasröhre.

Das gereinigte und durch einen Luftstrom gut ausgetrocknete Rohr wird, z. B. durch Eintauchen in reines Quecksilber (**8**, 1) und Fingerverschluß bei dem Herausheben, mit einem Quecksilberfaden versehen und horizontal über einen Maßstab (mit Spiegel zur Vermeidung der Parallaxe) gelegt. Das Verschieben des Fadens geschieht durch Neigen und Klopfen, oder mittels eines Stückchens Kautschukschlauch am Rohre; man verschließt das Ende des Schlauches mit der einen Hand und kann nun mit der andern Hand durch Luftdruck, oder auch, wenn man den Schlauch vorher gedrückt hatte, durch Saugen, den Faden vor- oder rückwärts bewegen. Auch zum Ansaugen von Fäden mittels eines sauberen Schlauchstückchens am anderen Ende und zum Ändern der Fadenlänge kann die Vorrichtung dienen.

Ist die Röhre nur einseitig offen, so muß, um das Quecksilber einzufüllen oder zu verschieben, die unter ihm befindliche Luft zum Entweichen gebracht werden. Dies bewirkt man leicht dadurch, daß man einen reinen dünnen Eisen- oder besser Platindraht neben dem Quecksilber in das Rohr schiebt. Längs des Drahtes bildet sich von selbst ein Luftkanal.

Um die Röhre in gleiche Volumina abzuteilen, bringt man den Faden in nahe aneinander schließende Lagen und notiert seine Längen, denen dann gleiche Volumina entsprechen. Bei der Einteilung in sehr viele Abschnitte häufen sich die Ablesefehler. Es ist in diesem Falle besser, Beobachtungen mit größeren und kleineren Fäden zu kombinieren. Um z. B. in 25 Teile zu teilen, mag man zuerst mit einem Faden von $^1/_5$ der Rohrlänge messen und die entstandenen Abschnitte dann mit einem 5 mal kleineren Faden teilen.

Eine Anordnung für nicht zu dünne Kapillaren, mit einer feinen Saugpipette, bei Hulett, ZS f. phys. Ch. 33, 238. 1900.

Die Resultate wird man in einer Tabelle oder durch eine Kurve auf Koordinatenpapier darstellen (**6**) und für zwischenliegende Querschnitte die Werte interpolieren.

Absolutes Kaliber. 1 gr gegen Messing in Luft gewogenes Quecksilber (**13** und **23**) hat bei t^0 das Volumen (ccm) $0{,}073555(1+0{,}000182\,t)$ oder $0{,}073796\,[1+0{,}000182\,(t-18)]$.

Den mittleren Querschnitt q einer gemessenen Strecke vom Volumen v ccm berechnet man, wenn l cm die Länge des Fadens ist, $q = v/l$ qcm; den Halbmesser $r = \sqrt{(q/\pi)}$.

Meniskus. Wegen der Krümmung der Endflächen wird die Quecksilbermenge, also auch der oben bezeichnete Querschnitt, zu klein sein, wenn man l zwischen den Kuppen der Menisken gemessen hat. Unter der für enge Röhren gestatteten Annahme, daß die Endflächen Kugelkappen sind, berechnet man den mittleren Querschnitt aus den Höhen h und h' beider Menisken

$$q = \frac{1}{l - \frac{1}{2}(h + h')}\left[v - \tfrac{1}{6}\pi(h^3 + h'^3)\right],$$

also für beiderseits gleiches h $q = \dfrac{v - \frac{1}{3}\pi h^3}{l - h}$, nahe $= \dfrac{v - h^3}{l - h}$.

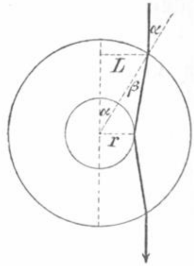
Für sehr flache Menisken verschwindet der Einfluß von h^3.

Unter mittleren Verhältnissen wird die Korrektion, die von der zwischen den Kuppen gemessenen Länge l abzurechnen ist, in engen Röhren etwa $0{,}4\,h$ für jeden Meniskus betragen.

Über Kalibrieren mit Quecksilberfäden s. auch **41** u. **95**b.

Querschnitt aus der Wägung eines Rohres. Hat ein Kreisrohr vom äußeren Durchmesser R, der Länge l und dem spezifischen Gewicht s der Rohrsubstanz das Gewicht m, so ist der innere Querschnitt $= R^2\pi - m/ls$. Für dünnwandige Röhren ist dieses Verfahren brauchbar. s bestimmt man oder setzt für gewöhnliches Glas $s = 2{,}5$.

Optische Bestimmung des inneren Durchmessers. Man beleuchtet das aufrecht gestellte Rohr durchfallend mit einer schmalen Flamme, am besten mit Natriumlicht (**59**). Die Reflexion an dem inneren Cylinder läßt dessen Ränder als zwei feine Lichtlinien erscheinen, deren scheinbarer gegenseitiger Abstand mit dem Ophthalmometer (**22a**) oder, auf einen dicht vorgestellten Maßstab projiziert, mit einem Fernrohr gemessen, $= 2L$ sei. Der äußere Rohrdurchmesser, der gleich mit bestimmt werden kann, sei $=2R$. Es besteht dann, wenn n das Lichtbrechungsverhältnis des Glases ist, die Beziehung



$$r = \frac{L}{n}\sqrt{1+\frac{(L-r)^2}{R^2-L^2}}.$$

Folgt aus $n = \sin\alpha : \sin\beta \qquad \sin\alpha = L/R$

und $\sin\beta : \sin(90-\alpha) = r : \sqrt{R^2-L^2+(L-r)^2}$.

Anstatt die Gleichung nach r aufzulösen, kann man als erste Näherung $r = L/n$ setzen, hiermit einen zweiten Näherungswert berechnen usf. Bei nicht zu dickwandigen Röhren konvergiert das Verfahren rasch.

Glasröhren sind selten konzentrisch cylindrisch. Man mißt L z. B. in 4 oder 8 gleich verteilten Lagen und nimmt das Mittel.

n_{Na} beträgt für Jenaer Glas XVI 1,5268, für Glas 59 1,497.

Ist r bekannt, so kann man umgekehrt auch n bestimmen.

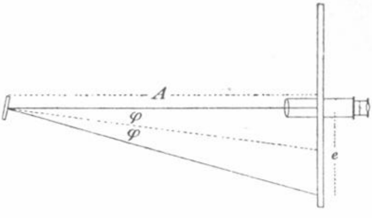
Aus der kapillaren Steighöhe. Steigt eine Flüssigkeit vom spez. Gewichte s und der Kapillarkonstante α $\left(\text{Wasser } 7{,}6, \text{ Alkohol } 2{,}4\ \frac{\text{mg}}{\text{mm}}\right)$ in dem gut benetzten Rohre um die Höhe H an, so ist der Halbmesser an der Stelle des Meniskus $r = 2\alpha/(Hs)$. Vgl. 58.

Auf 1° wächst ein Querschnitt gewöhnlichen Glases um $\frac{1}{60000}$.

25. Winkelmessung mit Spiegel und Skale (Poggendorff 1827).

Die Spiegelmethode zur Messung kleiner Drehungen, neben der Einfachheit der Hilfsmittel eine unbegrenzte Empfindlichkeit bietend, findet beinahe in jedem Gebiet Anwendung. Sie darf als die bedeutendste Grundlage moderner physikalischer Messungen bezeichnet werden.

Mit dem sich drehenden Körper ist ein der Drehaxe paralleler Spiegel verbunden. Nahe der Ebene, die von der sich drehenden Spiegelnormale beschrieben wird, befindet sich, gewöhnlich in $\frac{1}{2}$ bis 5 m Abstand eine, meistens in mm geteilte Skale. Entweder beobachtet man deren reflektiertes Bild in einem auf den Spiegel gerichteten Fernrohr mit Fadenkreuz (Fig.), oder es wird



von einer Lichtquelle auf den Spiegel Licht geworfen, welches nach der Reflexion ein Bild auf der Skale erzeugt, das sich durch die Drehung verschiebt. Meist gibt man der Skale bez. dem Fernrohr oder der Lichtquelle die Stellung, in welcher bei nicht abgelenktem Spiegel nahezu der Fußpunkt des von dem Spiegel auf die Skale gefällten Perpendikels im Fadenkreuz erscheint oder von dem Lichtbildchen getroffen wird. Dieser Punkt soll der mittlere Skalenteil heißen. Man findet ihn mit einem rechten Winkel, den man an die Skale so anlegt, daß die Visierlinie längs des anderen Schenkels den Spiegel trifft. — Daß Fernrohr oder Lichtquelle zur Skale symmetrisch stehen, ist unnötig.

Einstellung von Fernrohr und Skale. Man stellt etwa von vornherein das Fernrohr durch Verschieben des Okularrohres genähert auf die richtige Sehweite ein, d. h. auf die doppelte Entfernung der Skale vom Spiegel. Dann gibt man ihm, während das Rohr nach dem Spiegel gerichtet ist, die Stellung, bei welcher das dicht neben dem mittleren Skalenteil visierende Auge das Objektiv des Fernrohres oder das neben dem Fernrohr visierende Auge den mittleren Skalenteil im Spiegel sieht. Alsdann wird das Bild der Skale, wenn es nicht bereits im Gesichtsfelde ist, durch eine kleine Drehung darin erscheinen. Schließlich werden die feineren Einstellungen vorgenommen.

Zu diesen gehört das Deutlichsehen von Skale und Fadenkreuz. Zuerst wird das Fadenkreuz durch eigene Verschiebung oder durch Verstellen des zwischen ihm und dem Auge befindlichen Okularglases auf richtige Sehweite gebracht, dann das ganze Okularrohr verschoben, bis Skale und Fadenkreuz keine Parallaxe zeigen, d. h. bei seitlichem Bewegen des Auges vor dem Okular sich nicht gegeneinander verschieben.

Wechseln bei zusammenhängenden Ablesungen Beobachter von verschiedener Sehweite, so soll ein jeder das deutliche Bild nur durch Verstellen des zwischen Auge und Fadenkreuz befindlichen Teiles des Okulars hervorbringen. Jedes Ablesefernrohr soll also das Akkommodieren des Auges auf das Fadenkreuz durch leicht verschiebbare oder verschraubbare Linsen vor dem Fadenkreuz gestatten.

Ein terrestrisches Fernrohr läßt sich durch Herausnehmen des terrestrischen Okulars den für Skalenablesungen verlangten kleinen Sehweiten anpassen. — Ein Faden oder ein Fadenkreuz (Spinnefaden; sehr feiner Glas- oder Quarzfaden; zwischen den Fingern ausgezogener Canadabalsam läßt sich direkt aufkleben) findet auf der Okularblende Platz.

Eine über das Okular gehängte Papierblende macht das ermüdende Schließen des nicht beobachtenden Auges unnötig.

Ein Winkelspiegel, bestehend aus zwei unter nahe 90° in der Horizontalen zusammenstoßenden Planspiegeln, bietet dem einfachen Spiegel gegenüber den Vorteil, daß das Bild bei Erschütterungen nicht nickt. Northrup, Phys. Rev. 24, 222. 1907; ZS f. Instr. 1907, 167.

Objektive Beobachtung. Man läßt das Licht von einer scharf markierten Lichtquelle (Spalt; Faden vor einer Flamme; elektrische Glühlampe mit geradem Faden) durch eine Linse auf den Spiegel und von da auf die Skale fallen. Um ein objektives Bild zu geben, muß die Lichtquelle jedenfalls außerhalb des

Brennpunktes der Linse stehen. Die richtige Stellung, bei der ein deutliches objektives Bild der Marke auf der Skale entsteht, probiert man aus, wobei auch die gute Zentrierung der Linse (**67**) zu beachten ist. Ein Hohlspiegel anstatt des Planspiegels läßt die Projektionslinse ersparen. Soll in diesem Falle die Lichtquelle denselben Abstand vom Spiegel haben wie die Skale, so ist dieser Abstand gleich dem Krümmungshalbmesser (**66**) oder der doppelten Brennweite des Spiegels zu wählen.

Über Versilbern von Glasspiegeln s. **8**, 6.

Reduktion der Skalenablesung auf den Winkel und seine Funktionen.

Wir nehmen an, daß die Skaleneinstellung im nicht abgelenkten Spiegel mit dem Fußpunkt der Senkrechten von dem Spiegel auf die Skale (dem „mittleren" Skalenteil) nahe zusammenfällt. Skalenausschlag heiße die Differenz e des beobachteten Skalenteils gegen diese Ruhelage.

Vorausgesetzt werde zunächst, daß der Spiegel zur Drehaxe nahe parallel ist und daß das Fernrohr (oder bei objektiver Beobachtung die Lichtquelle), also auch die Skale, der Drehungsebene der Spiegelnormale nahe liegt. Ob es dagegen dem mittleren Skalenteil nahe liegt, hat keine Bedeutung.

1. Für kleine Ablenkungen ist der Ausschlagswinkel φ dem Skalenausschlage proportional. Und zwar wird, wenn A den zur Drehaxe senkrecht gemessenen Abstand der spiegelnden Fläche von der Skale, ausgedrückt in Skalenteilen, bedeutet, der Bogenwert eines Skalenteiles gefunden: in absolutem Maße (Anh. 3) $= 1/(2A)$; in Bogengraden usw.:

$$= 28^0{,}648/A = 1718'{,}9/A = 103132''/A.$$

Ferner ist $\sin\varphi = \operatorname{tg}\varphi = e/(2A)$.

2. Für größere Ablenkungen gelten, wenn $e/A = p$, die Reihen

$$\varphi = 28^0{,}648\,p\left(1 - \tfrac{1}{3}p^2 + \tfrac{1}{5}p^4 \cdot\cdot\right); \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{p}{2}\left(1 - \tfrac{1}{4}p^2 + \tfrac{1}{8}p^4 \cdot\cdot\right)$$

$$\sin\varphi = \frac{p}{2}\left(1 - \tfrac{3}{8}p^2 + \tfrac{31}{128}p^4 \cdot\cdot\right); \qquad \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{p}{4}\left(1 - \tfrac{11}{32}p^2 + \tfrac{431}{2048}p^4 \cdot\cdot\right).$$

Bis zu Ablenkungen von 6^0 wird meistens das erste Korrektionsglied genügen. Man reduziert hiernach einen Skalenausschlag e auf eine dem Bogen, der Tangente, dem Sinus, dem Sinus des halben Winkels proportionale Größe, indem man $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$ oder $\frac{11}{32} \cdot e^3/A^2$ von e abzieht.

Aus Tab. 28 lassen sich die Korrektionen für einen bestimmten Skalenabstand entnehmen oder interpolieren. Zum Gebrauch ist eine graphische Darstellung (**6**) bequem. — Ausführliche Reduktionstafeln von Czermak, Berlin 1890; auch Kurven von Schweitzer, Zürich 1901.

3. Für beliebig große Ablenkungen ist an gerader Skale

$$\operatorname{tg} 2\varphi = e/A \quad \text{oder} \quad \varphi = \tfrac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}(e/A).$$

Die Formeln Nr. 3 folgen aus Fig. S. 103, die anderen aus den Reihenentwickelungen in Tab. 50a für φ, tg φ usw.

Messung eines Skalenabstandes. Die Messung bis auf etwa ± 1 mm mit Bandmaß, mit einem Draht, den man nachher vergleicht, oder mit zwei Maßstäben, die man aneinander gleiten läßt, ist einfach. Genauer mißt man mit zwei Kontaktmaßstäbchen, von denen man den einen mit dem Spiegel, den anderen mit der Skale in Berührung bringt. Von den Maßstäbchen senkelt man, wenn ein Horizontalabstand zu messen ist, mit feinen Drähten vor einem hinreichend langen Maßstab oder auf zwei Punkte des Fußbodens, deren Abstand genau gemessen werden kann.

Papierskalen ändern ihre Länge mit der Zeit merklich; mm-Skalen auf Milchglas (z. B. von Hartmann & Braun) sind wohl die besten.

Korrektionen wegen verschiedener Umstände.

a) Wegen Deckglasdicke. Liegt in dem Wege der Lichtstrahlen eine feste Glasplatte von der Dicke d und dem Brechungsverhältnis n, so hat man von dem gemessenen Skalenabstand abzuziehen $d \cdot (n-1)/n$, also für gewöhnliches Glas nahe $\frac{1}{3} d$. (Vgl. **62** 1.)

b) Wegen Spiegeldicke. Der von der Vorderfläche eines rückwärts belegten Glasspiegels bis zur Skale gemessene Abstand A ist zu vermehren, nicht um die ganze Dicke δ, sondern nur um die optische Dicke δ/n des Spiegels, also nahe um $\frac{2}{3}\delta$. Ist die Glasdicke der Messung mit dem Maßstabe unzugänglich, so kann man diese „optische Dicke" auch mit dem Mikroskop als den halben Abstand eines Punktes auf der Vorderfläche von seinem Bilde in der spiegelnden Fläche bestimmen. Vgl. **62** 3.

c) Wegen Spiegelneigung. Die Vertikalebene der Skale werde getroffen von der Spiegelnormale in der Höhe N, von der durch den Spiegel gelegten Horizontalen in der Höhe H, von der Visierlinie in der Höhe F. Dann ist der gemessene Horizontalabstand A_0 der Skale vom Spiegel zu korrigieren um $+(N-H)(N-F)/A_0$.

d) Wegen Spiegelkrümmung. Ist ein nicht ebener Ablesespiegel in der Entfernung a von der Drehaxe angebracht, so muß der gemessene Skalenabstand A_0 für Konkavspiegel vermehrt, für Konvexspiegel vermindert werden um $A_0 a/r$, wenn r den Krümmungshalbmesser des Spiegels (**66** III) bedeutet. Da die Spiegel sich schon durch das Fassen leicht etwas verziehen, so kann diese Korrektion für stark exzentrische Spiegel beträchtlich werden.

Vgl. F. K., Wied. Ann. 31, 95. 1887; ausführliches bei Holman, Technology quarterly, Sept. 1898.

26. Ableitung der Ruhelage aus Schwingungen.

Der Skalenteil, auf den ein schwingender Zeiger oder Spiegel sich einstellen würde, wenn er in Ruhe wäre, die Ruhelage oder Gleichgewichtslage, läßt sich aus dem schwingenden Zustande auf folgende Weisen ableiten.

1. Umkehrbeobachtungen. Bei schwacher Dämpfung findet sich die Ruhelage z. B. aus je drei aufeinander folgenden Umkehrpunkten, indem das arithmetische Mittel aus Nr. 1 und 3 mit Nr. 2 zum Mittel vereinigt wird. — Oder man beobachtet eine beliebige ungerade Zahl von Umkehrpunkten, nimmt einerseits aus Nr. 1, 3, 5 . ., andererseits aus Nr. 2, 4 . . das Mittel und vereinigt beide Werte zum Hauptmittel. Vgl. z. B. **10** II. — Bei raschen Schwingungen mag man etwa je zwei überschlagen.

2. Standbeobachtungen. Wenn die Dämpfung unmerklich und die Bewegung so langsam ist, daß man in jedem Augenblick genau ablesen kann, so gibt das arithmetische Mittel aus zwei beliebigen, um die Zeit der Schwingungsdauer auseinander liegenden Ablesungen die Ruhelage.

3. Stärker gedämpfte Schwingungen (Multiplikator oder Kupferdämpfer um eine Magnetnadel usw.; Luftdämpfer). Aus zwei um die Schwingungsdauer auseinander liegenden Ablesungen p_1 und p_2, z. B. aus zwei Umkehrpunkten, findet sich die Ruhelage p_0, wenn k das Dämpfungsverhältnis ist (vgl. **27** und das Beispiel daselbst),

$$p_0 = p_2 + (p_1 - p_2)/(1 + k).$$

Über das Verfahren bei unsymmetrischen Schwingungen vgl. Richarz u. P. Schulze, Ann. d. Ph. 8, 348. 1902; Schulze ib. 8, 714; 12, 893. 1903.

Einen zum Anregen oder Beruhigen einer Magnetnadel dienenden Magnet stellt man nach dem Gebrauch hinreichend entfernt in der Höhe der Nadel vertikal auf.

27. Dämpfung und logarithmisches Dekrement.

Die Dämpfung entspringt aus Widerstandskräften, die in der Regel und wie im folgenden vorausgesetzt wird, der Geschwindigkeit proportional sind. In diesem Falle gilt der Satz (**108**), daß kleine Bogen in geometrischer Reihe abnehmen. Das konstante Verhältnis k eines Schwingungsbogens zu dem folgenden heißt Dämpfungsverhältnis und $\lambda = \log k$ das logarithmische Dekrement (Gaufs). — Eine genaue Kenntnis dieser Größen ist für manche magnetische und elektrische Messungen von Bedeutung, wo die Dämpfung schwingender Magnete oder Stromspulen von den, durch die Bewegung in benachbarten Leitern oder in ihnen selbst induzierten Strömen stammt; vgl. z. B. **94, 114** IV, **116**.

Man erregt (etwa durch einen elektrischen Strom oder einen Magnet) Schwingungen und beobachtet eine Reihe von Umkehrpunkten. Die Differenz zweier aufeinanderfolgender Umkehrpunkte, bei größeren mit dem Spiegel beobachteten Schwingungen nach **25** auf Bogenwert korrigiert, gibt den Bogen. Ist a_p die Größe des $p$ten, a_q die des $q$ten Bogens, so gilt

$$k = \left(\frac{a_p}{a_q}\right)^{\frac{1}{q-p}} \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{\log a_p - \log a_q}{q-p}.$$

Aus einer Reihe (am besten einer ungeraden Zahl) von Umkehrpunkten wird die Dämpfung so hergeleitet, wie das folgende Beispiel zeigt; e ist die Entfernung des Umkehrpunktes vom mittleren Skalenteil (hier 500). Der Skalenabstand betrug 2600 Sk.-T., also die Korrektion der Ausschläge auf Bogenwert $\frac{1}{3}e^3/2600^2$ (**25**, 2; Tab. 28). Aus Bogen Nr. 1 und 4, 2 und 5 etc. wird λ und k erhalten.

Hinter dem Vertikalstrich ist mit dem Dämpfungsverhältnis $k = 1{,}151$ aus je 2 Umkehrpunkten die Ruhelage (**26** 3) berechnet.

Beobachtete Umk.-Punkte	e	$\frac{e^3}{3 \cdot 2600^2}$	Korrigierte Umk.-Punkte	Bogen a	$\frac{a}{2{,}151}$	Ruhelage.
285,0	215	0,5	285,5			
710,0	210	0,5	709,5	424,0	197,1	512,4
341,2	159	0,2	341,4	368,1	171,1	512,5
662,5	162	0,2	662,3	320,9	149,2	513,1
383,9	116	0,1	384,0	278,3	129,4	513,4
625,7	126	0,1	625,6	241,6	112,3	513,3
415,6	84	0,0	415,6	210,0	97,6	513,2
						512,98

Man erhält aus 1 und 4 $\lambda = \frac{1}{3}$ (log 424,0 — log 278,3) = 0,0610
" 2 " 5 368,1 241,6 0,0610
" 3 " 6 320,9 210,0 0,0614
Mittel $\lambda = 0{,}0611$; $k = 1{,}151$.

Natürliche Logarithmen, oder Multiplikation der obigen λ mit 2,3026, liefern das „natürliche log. Dekrement".

Über die Theorie und über aperiodische Dämpfung vgl. **108**.

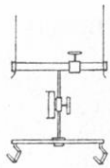
Inkonstanz der Dämpfung. Für größere Schwingungen nimmt ein durch induzierte Ströme bewirktes Dämpfungsverhältnis im allgemeinen etwas ab, und zwar ist diese Abnahme ungefähr dem Quadrate des Schwingungsbogens proportional; ihre, von den Umständen abhängige Größe wird empirisch bestimmt. Vgl. **108**.

Eliminierung fremder Einflüsse. Wird die Dämpfung gesucht, die einem Multiplikator usw. allein, z. B. ohne Luftwiderstand oder ohne die im Rähmchen einer Drehspule induzierten Ströme, zukommt, so beobachtet man sowohl bei geschlossener wie bei unterbrochener Leitung. Das log. Dekrement im letzteren von dem im ersteren Falle abgezogen gibt dasjenige des Multiplikators allein; vgl. dazu noch **94** am Schluß.

27a. Bifilare Aufhängung (Harris, Gaufs).

Anwendungen s. **73** IV, **74** II, **76a** II, **83a**, **84**, **105** II, **114** III.

Ein an zwei Fäden aufgehangener schwerer Körper ist im Gleichgewicht, wenn er die möglichst tiefe Lage hat. Dabei liegen die Fäden in derselben Vertikalebene. Für kleine Drehungen ist das rücktreibende Moment dem Sinus der Ablenkung proportional. Wenn die Länge der Fäden sehr groß gegen ihren Abstand ist, gilt dies auch für größere Ablenkungen.



Die Fäden sind gleich gespannt, wenn der Schwerpunkt des Bifilarkörpers in der mittleren Vertikalen liegt. Probe: durch Heben des Körpers an einem in dieser gelegenen Faden darf seine Neigung sich nicht ändern.

Zur bifilaren Aufhängung eines Körpers ist oft eine Suspension wie Fig. bequem. Das kleine Laufgewicht dient zum Äquilibrieren.

I. Berechnung der Direktionskraft in CGS-Einheiten (Anh. 11a). Es seien e_1 und e_2 der obere und untere Horizontalabstand der beiden Fadenenden und h die mittlere Fadenlänge in cm; laufen die Fäden nicht vertikal, so bedeutet h den mittleren Vertikalabstand der beiden Fadenenden. Endlich sei die Summe der, nahe gleichen, Vertikalspannungen der Fäden $= gm$; m bedeutet die angehängte Masse, vermehrt um die halbe Masse der Fäden in gr und g die Schwere in cm/sec^2 (nahe 981; vgl. Tab. 43). Die bifilare Direktionskraft der Schwere ist dann $D = gm \cdot \frac{1}{4} e_1 e_2 / h$, und dem Ablenkungswinkel α entspricht ein rücktreibendes Drehmoment $D \sin \alpha$.

Fadensteifheit. Diese wirkt so, als ob die Fäden (Drähte) verkürzt würden. Es sei ϱ ihr Halbmesser und E ihr Elastizitätsmodul in CGS (**52**; Tab. 20). Dann muß man von der gemessenen Länge h abrechnen $\delta = \varrho^2 \sqrt{2\pi \mathsf{E}/gm}$ cm.

Torsionselastizität (**55**). Ist Φ der Torsionsmodul in CGS, so beträgt die elastische Direktionskraft beider Fäden zusammen $\pi \Phi \varrho^4/h$; oder, $\Phi = \frac{2}{5}\mathsf{E}$ angenommen, $\frac{2}{5}\pi \mathsf{E} \varrho^4/h$.

Die gesamte Direktionskraft beträgt also in CGS-Einheiten

$$D = gm \frac{e_1 e_2}{4(h-\delta)} + \frac{2\pi}{5} \mathsf{E} \frac{\varrho^4}{h}.$$

Beispiel. Der Bifilarkörper wog 100 gr, die Drähte zusammen 0,42, also $m = 100{,}21$ gr und $gm = 981 \cdot 100{,}21 = 98300$ cmgr/sec^2. — Drahtlänge $h = 300$ cm, Dicke $2\varrho = 0{,}01$ cm. — Für Messing (Tab. 20) $\mathsf{E} = 981 \cdot 10^5 \cdot 9000 = 88 \cdot 10^{10}$ CGS, also $\delta = 0{,}005^2 \sqrt{2\pi \cdot 88 \cdot 10^{10}/98300} = 0{,}19$ cm; $h - \delta = 299{,}81$.

Ferner $\quad \frac{2\pi}{5} \mathsf{E} \frac{\varrho^4}{h} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{5} 88 \cdot 10^{10} \cdot \frac{0{,}005^4}{300} = 2{,}3$ cm^2 gr sec^{-2}.

Endlich war $e_1 = e_2 = 12{,}00$ cm; also

$$gm \frac{e_1 e_2}{4(h-\delta)} = 981{,}0 \cdot 100{,}21 \frac{12 \cdot 12}{4 \cdot 299{,}81} = 11804 \text{ cm}^2 \text{ gr sec}^{-2}.$$

Die Direktionskraft beträgt danach $D = 11806 \text{ cm}^2 \text{ gr sec}^{-2}$.

Vgl. F. K., Wied. Ann. 17, 737. 1882.

II. Direktionskraft aus Schwingungsbeobachtungen. Aus dem auf die Drehaxe bezogenen Trägheitsmoment K des Bifilarkörpers und aus der Schwingungsdauer t findet sich (**29**; Anh. 12) $D = \pi^2 \cdot K/t^2$.