universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Lehrbuch der Geometrischen Optik

Heath, Robert Samuel

Berlin, 1894

Kapitel XII. Optische Instrumente. Bestimmung der Konstanten optischer Instrumente

urn:nbn:at:at-ubi:2-6537

Kapitel XII.

Optische Instrumente.

Bestimmung der Konstanten optischer Instrumente.

---

§ **272.** Lässt man durch eine sehr kleine Oeffnung in einen verdunkelten Raum Lichtstrahlen, welche von den ausserhalb des Raumes befindlichen Objektpunkten ausgehen, eintreten und auf einen Schirm fallen, so entsteht ein umgekehrtes Bild jener Objekte auf dem Schirm. Von jedem Objektpunkt geht entsprechend der Kleinheit der Oeffnung ein enges Strahlenbündel aus, fällt in geradliniger Richtung durch die Oeffnung auf den Schirm und erzeugt dort ein Bild des Objektpunktes. Infolge des beschränkten Lichtdurchganges ist ein so entstehendes Bild verhältnismässig lichtschwach. Vergrössert man nun die Oeffnung, so tritt zwar mehr Licht durch dieselbe, das Bild wird aber infolge der Superposition der durch die Vermehrung der engen Strahlenbündel entstehenden vielen Bilder ein verschwommenes, und bei genügender Grösse der Oeffnung verschwindet das Bild ganz und man erblickt nur einen hellen Fleck. Um bei grosser Oeffnung ein scharfes Bild auf dem Schirm zu gewinnen, hat man sich dioptrischer Mittel zu bedienen und zwar einer Linse, welche so beschaffen ist, dass sie von den auf der einen Seite derselben befindlichen Objekten auf der anderen Seite reelle, also auffangbare Bilder entwerfen kann. Ihrem Urwesen nach ist die so benutzte Linse, das Projektionssystem oder photographische Objektiv, also nichts weiter als eine einfache Kollektivlinse. Wenn nun das photographische Objektiv thatsächlich mehr oder weniger zusammengesetzt ist und in mannigfaltigen Konstruktionsformen auftritt, so rührt das davon her, weil ein vollkommenes photographisches Objektiv den folgenden durch seinen Zweck bedingten Anforderungen zu genügen hat:

1. Es muss achromatisch sein und zwar müssen die chemisch wirksamen Strahlen (etwa H-Linie des Spektrums) und die optisch hellsten Strahlen (etwa D-Linie) homocentrisch

werden, damit die scharfe Einstellung des sichtbaren Bildes auch die scharfe Einstellung in Bezug auf die empfindliche Platte darstellt.

2. Es soll möglichst lichtstark sein; das ist zu erreichen durch möglichst grosse Oeffnung, möglichst kleine Anzahl von Linsen, möglichst farbloses Glas.
3. Es muss sphärisch korrigirt sein.
4. Es soll unter Umständen innerhalb eines sehr weiten Winkels (bis 110°) liegende Objekte ohne Verzerrung zur Abbildung bringen können.
5. Das Bild soll innerhalb eines möglichst grossen gleichmässig beleuchteten Sehfeldes scharf und naturgetreu sein (orthoskopisch, frei von Astigmatismus).
6. Innere Reflexionen sollen möglichst unschädlich gemacht werden.
7. Das Objektiv soll für manche Zwecke grosse Tiefenschärfe besitzen; es soll in weiten Abständen hinter einander liegende Objekte in einer Ebene scharf zur Abbildung bringen.

Betreffs der zur Verwirklichung dieser Anforderungen zur Anwendung gelangenden Mittel müssen wir auf die ausgedehnte Literatur über photographische Optik und auf die betreffenden Patentschriften verweisen.

Bei der bekannten Laterna magica oder dem Sonnenmikroskop wird das zu projicirende Bild oder Objekt in einem die Brennweite eines Sammellinsensystems um ein Geringes übertreffenden Abstande vor dem Linsensystem eingestellt und dann durch künstliches oder Sonnenlicht, das man mittelst geeigneter Reflektoren in die optische Axe projicirt, intensiv beleuchtet. Ein reelles umgekehrtes und vergrössertes Bild entsteht dann in einer gewissen Entfernung von dem Linsensystem und lässt sich auf einer Wand innerhalb eines verdunkelten Raumes auffangen. Sind Objekt und auffangende Wand unverrückbar, so lässt sich der Apparat durch Verschiebung des Linsensystems innerhalb einer Schiebhülse mittelst einer Schraube oder durch Zahn und Trieb einstellen. Eine Einstellung lässt sich stets erreichen, solange der Abstand des Schirmes von dem Objekt mindestens das Vierfache der Brennweite des Linsensystems beträgt.

§ 273. Die Wollaston'sche Camera lucida ist ein Instrument, das vielfach von Zeichnern bei der Aufnahme von Architekturen u. dgl. benutzt wird.

Es besteht, wie in Fig. 128 angedeutet, im Wesentlichen aus einem vierseitigen Prisma, dessen Winkel A ein rechter, der gegen-

überliegende ein Winkel von 135° ist, während die beiden anderen Winkel einander gleich sind, so dass jeder von ihnen 67,5° beträgt. Strahlen, welche die Fläche A D senkrecht treffen, werden successive von D C und C B reflektirt und gelangen in einer zu A B senkrechten Richtung zum Austritt.

Stellt P R S T U einen solchen Strahlengang dar und PQ ein kleines senkrecht zu P R gerichtetes Objekt, so entsteht zunächst infolge der Brechung an der ersten Fläche ein Bild qp. Die von qp ausgehenden Strahlen werden von der Fläche D C reflektirt und gehen dann scheinbar von einem zu qp in Bezug auf die Fläche D C symmetrisch liegenden Bilde $q_1 p_1$ von gleicher Grösse wie qp aus. Die von $q_1 p_1$ ausgehenden Strahlen werden dann durch die Fläche CB reflektirt und es entsteht ein anderes Bild $q' p'$. Bei dem Uebergange der von $q' p'$ ausgehenden Strahlen aus dem Prisma in Luft findet wieder Brechung statt und die Strahlen gehen dann scheinbar von dem Bilde P′ Q′ aus. Bezeichnet man P R, den Abstand des Objektes von der ersten Fläche, mit x und UP′, den Abstand des definitiven Bildes von der letzten Fläche A B, mit x' und stellen u, v und w die Weglängen des Strahls innerhalb des Prismas dar, so ist zunächst $p\,\mathrm{R} = n\,x$. Ferner ist

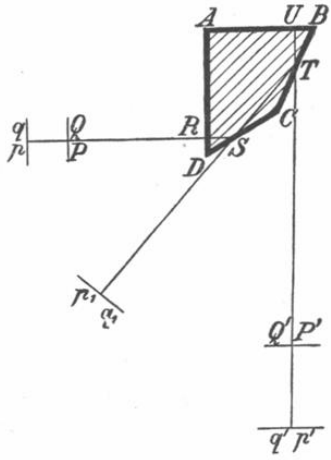

Fig. 128.

$$\mathrm{U}\,p' = n\,x + u + v + w = n\,x'$$

und somit

$$x' = x + \frac{u + v + w}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

d. h. in Worten: *Die Differenz zwischen den Abständen des Objektes und dessen definitiven Bildes von der vertikalen resp. horizontalen Seite des Prismas ist gleich der Weglänge des Strahls innerhalb des Prismas dividirt durch dessen Brechungsexponenten.*

Das Prisma wird gewöhnlich in einem Messinggehäuse eingefasst und dieses um die Prismenaxe drehbar mit einem Stativ verbunden, dessen unteres Ende sich an einer Tischplatte festklemmen lässt. Die Länge des Stativs lässt sich mittelst Schiebhülse verändern. Ueber der oberen Fläche des Prismas befindet sich ein Okulardeckel mit sehr kleiner Oeffnung, welche durch die Kante B halbirt wird. Hierdurch wird nur ein sehr kleiner

Theil der Fläche A B benutzt, während der übrige Theil bedeckt ist. Wird die vertikale Fläche auf das Objekt gerichtet, so erblickt der durch das Okular schauende Beobachter gleichzeitig das Bild des Objektes durch den nichtbedeckten Theil des Prismas und die Zeichenfläche durch die andere Hälfte des Okulardeckels. Das Bild ist ein aufrechtes, da die von dem oberen Theile des Objektes kommenden Strahlen dem oberen Theil des Bildes entsprechen.

Da die Dimensionen des Prismas im Vergleich mit der Entfernung des Objektes sehr klein sind, so kann man die Abstände des Objektes und der Bildebene vom Prisma als einander gleich ansehen. Ist aber die Entfernung des Objektes vom Prisma erheblich grösser als der Abstand des letzteren von der Tischfläche, so kann man Bild und Zeichenfläche nicht mit gleicher Schärfe erkennen. Diesem Uebelstande kann man leicht dadurch abhelfen, dass man

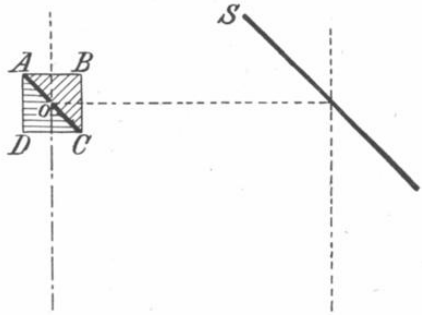

Fig. 129.

unter dem Prisma eine Konvexlinse anbringt, deren Brennweite gleich dem grössten Abstande des Prismas von der Tischfläche ist. Befindet sich nun die Zeichenfläche in dem Brennpunkt der Linse, so wird dessen Bildfläche in eine unendlich grosse Entfernung gerückt und fällt daher annähernd mit der Ebene des durch das Prisma entworfenen Bildes eines entfernten Objektes zusammen. Zu demselben Ende kann man auch eine Konkavlinse von derselben Brennweite vor die vertikale Fläche des Prismas einschalten. Die aus der Entfernung kommenden Strahlen werden divergent gemacht und gehen nun von einem Bilde aus, dessen Abstand gleich der Brennweite der Linse ist. Dieses Bild fällt daher infolge der Prismenwirkung in die Zeichenebene. Die Konvexlinse ist bei normalen, die Konkavlinse bei kurzsichtigen Augen anzuwenden.

Für in die Nähe gerückte Objekte besteht die Regulirung der Abstände in einer Verschiebung des Prismas zur Zeichenfläche.

Eine sehr einfache und zweckmässige Camera lucida hat Prof.

Abbe für die Zwecke der Mikroskopie ersonnen. Der kleine Apparat, welcher dem Okular des Mikroskops aufgesetzt wird, besteht, wie in Fig. 129 gezeigt, aus einem verkitteten Doppelprisma ABCD und dem Spiegel S, welcher von einem vom Prismengehäuse ausgehenden Arm getragen wird. Die Fläche AC des oberen Prismas ABC ist versilbert; nur da, wo die Axe des Mikroskops durch die Prismen geht, befindet sich in der Versilberung eine kleine Oeffnung. Durch diese gelangt das mikroskopische Bild direkt in das Auge. Gleichzeitig wird die Zeichenfläche durch zweimalige Reflexion, erst an der Spiegelfläche S und dann an der versilberten Hypotenuse der Prismen, in das Auge projicirt, und befindet sich die Zeichenfläche in gleichem Abstande vom Auge wie das mikroskopische Bild, was sich mittelst eines kleinen Zeichenpultes leicht erreichen lässt, so erblickt ein normales Auge beide mit gleicher Schärfe.

§ **274.** *Der Winkelspiegel.* Das Princip dieses einfachen Instrumentes gründet sich auf die Thatsache, dass die Stellung der Bilder gerader Ordnung, welche ein zu einander geneigtes Spiegelpaar erzeugt, durch eine Drehung des letzteren um die Schnittkante keine Veränderung erfahren, indem, wie wir in §§ 14 und 32 zeigten, die Abstände der Bilder gerader Ordnung, also des 2ten, 4ten, 6ten ..... $2n$ten Bildes vor dem Objektpunkt sich durch den Ausdruck $2n\alpha$ (wo α den Winkel zwischen den Spiegeln bedeutet) darstellen lassen, also nur von diesem konstanten Winkel abhängen. Wählt man nun, wie das bei dem zu Feldmessungen benutzten Winkelspiegel der Fall ist, den Winkel $\alpha = 45^0$, so wird der Abstand zwischen dem Objekt und dem zweiten Bilde $2\alpha = 90^0$. Hat man also dafür gesorgt, dass der Winkel zwischen den Spiegeln genau 45^0 beträgt, so hat man in dem Instrument ein sicheres Mittel, um von einem gegebenen Punkte einer geraden Strecke aus einen rechten Winkel abzustecken. Der in der Geodäsie benutzte Winkelspiegel besteht aus zwei kleinen, genau eben geschliffenen Spiegeln, welche in gemeinsamem Gehäuse gefasst sind und sich unter 45^0 schneiden. Das Gehäuse trägt unten eine Handhabe mit Senkel, so dass man es senkrecht über einen bestimmten Punkt halten kann. Es ist natürlich wesentlich, dass man die Spiegel genau unter 45^0 zu einander einstellen kann und zu diesem Zwecke ist einer der Spiegel um seine Kante verstellbar eingerichtet. Die Genauigkeit der Einstellung lässt sich folgendermaassen prüfen: Man steckt rechtwinklig zu einer Strecke von einem Punkte C aus nach beiden Seiten je einen Stab A und B aus. Der Winkelspiegel ist nur dann richtig eingestellt, wenn A, C und B in gerader Linie liegen, d. h. beim Visiren sich decken.

Hadley's Sextant (Fig. 130) ist ein Instrument, das dazu dient, um die Entfernung zweier entfernter Punkte in Bogenmaass zu bestimmen. Es besteht aus einem Gestell in Gestalt eines Kreissektors (daher der im Uebrigen sehr willkürliche Name), welches eine Winkelskala trägt und mit zwei zur Ebene des Sektors senkrecht gerichteten Spiegeln versehen ist. Einer der Spiegel A ist um eine dem Mittelpunkt des Sextantbogens entsprechende Axe drehbar angeordnet und ist mit einem Arm verbunden, an dessen Ende sich ein Nonius D befindet. Der andere Spiegel F ist fest und ist dem Spiegel A parallel gerichtet, wenn der denselben tragende Arm auf dem Nullpunkt der Sextantenskala bei E steht. Von dem letzteren Spiegel ist nur die untere Hälfte versilbert, so dass Strahlen, welche

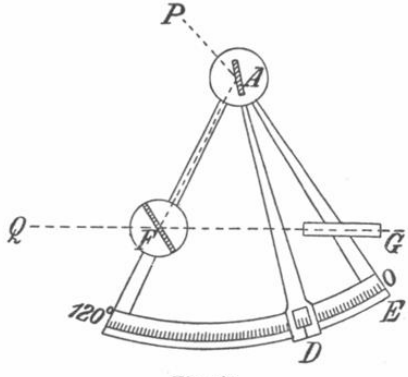

Fig. 130.

auf die obere Hälfte treffen, direkt in das auf die Halbirungslinie dieses Spiegels gerichtete Fernrohr G gelangen.

Um den Winkel zwischen zwei Punkten P und Q zu messen, wird zunächst das Instrument in gleiche Ebene mit ihnen gebracht und dann das Fernrohr G direkt durch den durchsichtigen Theil des Spiegels F auf den einen der Punkte, sagen wir Q, gerichtet. Der Spiegel A wird nun soweit gedreht, bis das durch zweimalige Reflexion an den Spiegeln A und F in das Fernrohr gelangende Bild des Punktes P mit Q zusammenfällt. Bei dieser Anordnung entspricht der Bogen zwischen den Punkten P und Q der aus der zweimaligen Reflexion resultirenden Ablenkung und diese ist gleich dem doppelten Drehungswinkel des Spiegels A. Dieser Winkel lässt sich an der Skala ablesen. Wird die Skala so getheilt, dass jeder halbe Grad als ganzer Grad beziffert wird, so lässt sich die Entfernung zwischen zwei Punkten in Bogenmaass ohne Weiteres am Sextanten ablesen.

Der Heliostat.

§ **275.** Ein Heliostat ist ein Instrument, welches dazu dient, Sonnenstrahlen in eine konstante Richtung zu reflektiren, also den Einfluss der relativen Sonnen- und Erdbewegung auf die Strahlenrichtung zu kompensiren.

Sieht man von der kontinuirlichen Variation der Deklination der Sonne innerhalb eines Tages ab, so beschreibt die Sonne um die Polaxe der Erde scheinbar einen Kreis.

Alle bisher konstruirten Heliostaten haben das Gemeinsame, dass bei ihnen eine zur Erdaxe parallel gerichtete Axe durch ein Uhrwerk mit einer der Sonnenbewegung entsprechenden Geschwindigkeit in konstanter Drehung gehalten wird.

Der einfachste Heliostat ist der Fahrenheit'sche. In diesem Instrument ist ein Planspiegel fest mit der Drehungsaxe verbunden derartig, dass die Normale zur Spiegelebene mit der Axe einen Winkel einschliesst, welcher gleich der halben Poldistanz der Sonne ist. Stellt man nun diese Normale so ein, dass sie dieselbe Rektascension hat wie die Sonne, so werden beide gleiche Rektascension behalten und der Spiegel reflektirt während des Tages, für den die Einstellung gemacht ist, in eine zur Erdaxe parallele konstante Richtung. Mittelst eines zweiten festen Spiegels kann man dann den Strahlen eine beliebige Richtung geben.

Der Grüel'sche Heliostat besteht aus einer der Erdaxe parallel zu richtenden Axe, welche einen zu ihr parallelen Planspiegel SS trägt. Hier ist, wie wir sehen werden, die Richtung der reflektirten Strahlen auf den Mantel eines Kreiskegels beschränkt, dessen halber Oeffnungswinkel gleich der Poldistanz der Sonne ist und dessen Axe mit der des Instrumentes zusammenfällt.

Ist in Fig. 131 GB die Axe des Instrumentes und somit auch die der Erde (indem gegenüber der Entfernung der Sonne die Entfernung zwischen Erd- und Instrumentaxe vernachlässigt werden kann) und φ die Poldistanz der Sonne, so beschreiben die einfallenden Strahlen infolge der relativen Bewegung der Sonne um die Axe GB einen Kreiskegel von der halben Winkelöffnung φ.

SS_1D sei ein zur Axe MB senkrechter Querschnitt, also eine Kreisfläche. Es werden dann auch die Radien CS, CS_1 etc. dieses Kreises senkrecht zu Axe sein. Von der Peripherie dieses Kreises nun gehen die Strahlen nach dem Punkte M, werden dann durch den Spiegel GG, welcher von der Axe AB getragen wird und zu dieser parallel gerichtet ist, reflektirt, und zwar fordert der Zweck

des Instrumentes, dass der reflektirte Strahl immer in eine unveränderliche, ihm ertheilte Richtung $M S_r$ fällt.

Soll das erreicht werden, so müssen zunächst S_r, ein jeweilig einfallender Strahl und das beiden zugehörige Einfallsloth in einer Ebene liegen, d. h. es müssen S_r, S und N und ebenso S_r, S_1 und N_1 in einer Ebene liegen. Da der Spiegel stets parallel zur Achse ist und das Einfallsloth stets senkrecht auf der Spiegelebene steht, so steht das Einfallsloth N resp. N_1 etc. auch stets senkrecht auf der Axe AB. Es liegen somit die Einfallslothe innerhalb einer zur Kreisfläche $S S_1 D$ parallelen Ebene. Die Frage ist nun die: Wird die Ebene $S M S_r N$ um die festliegende Linie $M S_r$, $M S_r$ um den Winkel $N M N_1 = x$ gedreht, wie gross wird dann der entsprechende

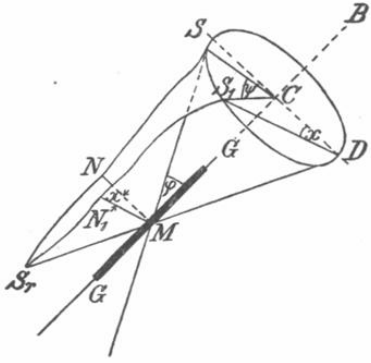

Fig. 131.

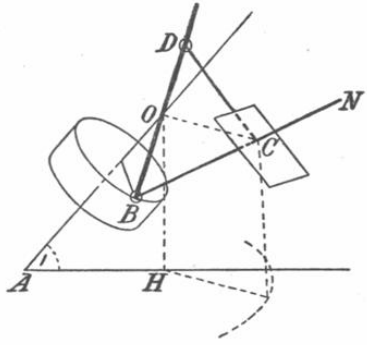

Fig. 132.

Winkel $S C S_1$? Verlängert man $S_r M$ bis zum Kegelkreis, so wird $S_r M D$ den letzteren tangiren. Da S, M, S_r und N in einer Ebene liegen, so liegt auch D S in derselben Ebene. D S und M N liegen demnach in einer Ebene und sind einander parallel. Dasselbe gilt von $D S_1$ und $M N_1$. Winkel $S D S_1$ ist somit gleich $N M N_1 = x$. Da aber Winkel $S D S_1 = \frac{1}{2} S C S_1 = \frac{1}{2} \psi$, so folgt daraus, dass der einem bestimmten Zeitraum entsprechende Drehungswinkel des Spiegels gleich dem halben von der Sonne in demselben Zeitraum beschriebenen Bogenwinkel sein muss, d. h. es muss sein: $x = \frac{1}{2} \psi$.

Foucault's Heliostat ist so eingerichtet, dass er die Sonnenstrahlen in jede beliebige horizontale Richtung reflektirt. O (Fig. 132) ist ein fester Punkt, OA die Drehungsaxe. OB ist ein mit der Drehungsaxe fest verbundener Arm; dieser schliesst mit der Axe einen Winkel ein, welcher sich auf die Poldistanz der Sonne einstellen lässt. Bei entsprechender Einstellung der Rektascension der

Ebene OBA stellt OB die Richtung der Sonnenstrahlen für den betreffenden Tag dar.

Es sei OC die horizontale Richtung, in welche die Sonnenstrahlen reflektirt werden sollen, und C sei der Drehpunkt eines Spiegels; ein Stab, welcher normal zur Spiegelfläche gerichtet ist, ist mit OB in einem Punkt B derartig verbunden, dass OC = OB. Schliesslich trägt der Spiegel einen in dessen Ebene liegenden geschlitzten Arm CD, dessen Lage von der Stellung der durch ihn hindurchgehenden Stange BD abhängt. Da nun OC = OB, so schliessen OB und OC gleiche Winkel mit BC ein und beide Theile liegen in einer Ebene mit der Normalen zum Spiegel. Sonnenstrahlen, welche in einer zu OB parallelen Richtung auf den Spiegel auffallen, werden daher in der konstanten Richtung OC reflektirt.

§ **276.** Der Silbermann'sche Heliostat (Fig. 133) reflektirt Sonnenstrahlen in jeder gewünschten Richtung. Es sei auch hier OA die Drehungsaxe, OB ein mit derselben feststellbar verbundener Arm, der sich so einstellen lässt, dass er bei entsprechender Stellung der Drehaxe mit der Richtung der Sonnenstrahlen zusammenfällt. OR ist ein zweiter Arm, welcher in jeder beliebigen Richtung, in welche die Strahlen reflektirt werden sollen, durch eine Schiebhülse R festgehalten werden kann. O*acb* ist ein Rhombus von Gelenken, wobei *x* und *b* feste Drehpunkte auf den Armen OR und OB sind, während *c* sich innerhalb eines Schlitzes in der Richtung der Normalen ON zur Spiegelfläche verschieben lässt. Wie man leicht erkennt, wird hierdurch die Richtung OR der reflektirten Strahlen konstant gehalten.

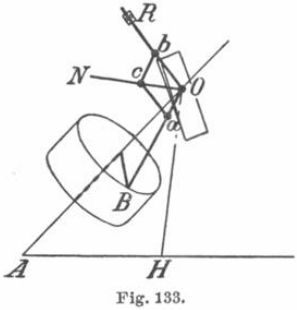

Fig. 133.

§ **277.** Ein in neuerer Zeit sehr beliebt gewordener Heliostat ist der in Fig. 134 schematisch dargestellte Fuess'sche, der ebenfalls Reflexion nach jeder Richtung gestattet.

Derselbe hat eine Azimuthaxe OD, welche mittelst Nivellirschrauben und Libelle so eingestellt wird, dass sie durch den Erdmittelpunkt geht. Mit dieser Axe ist eine zweite, EE′, fest verbunden unter einem Winkel, welcher die geographische Breite des betreffenden Ortes repräsentirt; oder, soll das Instrument ein Universalinstrument sein, so kann auch die Axe EE′ verstellbar angeordnet sein. EE′ muss jedenfalls in die Richtung der Erdaxe gebracht werden, was mit Hilfe einiger einfacher Manipulationen leicht zu erreichen ist. Man hat nämlich nur den um O drehbaren Arm AO

direkt gegen die Sonne zu richten, zu welchem Zweck die Axe E E′ einen getheilten Kreisbogen trägt, und nun das ganze Instrument so weit um die Azimuthaxe zu drehen, bis die Sonnenstrahlen in die Richtung A O fallen, was sich mit Hilfe der Diopter p und q erreichen lässt. Ein Spiegel ist nun in einer Gabel bei B und mittelst der Führungsstange A B so aufgehängt, dass A O = O B und die Spiegelaxe B stets senkrecht zu O B gerichtet ist. Da A O auf die mittlere Sonnenhöhe eingestellt ist, so wird, wenn die Axe

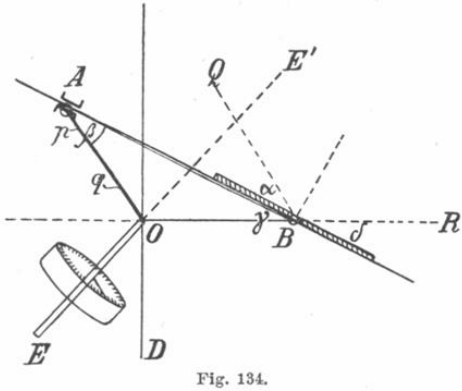

Fig. 134.

E E′ durch ein Uhrwerk so gedreht wird, dass sie in 24 Stunden eine vollständige Drehung macht, A O die bleibende Richtung des einfallenden Sonnenstrahls sein und dieser liegt daher stets in der Ebene A O B. Da nun O B festliegt, $\alpha = \beta = \gamma$ und die Spiegelebene vermöge der Spiegelaufhängung bei B stets senkrecht zu Ebene A O B ist, so wird ein unter dem Winkel $\alpha = \beta = \gamma$ einfallender Strahl in die konstante Richtung O R reflektirt.

Fresnel'sche Linsen.

§ 278. Diese Linsen, welche bei Beleuchtungsapparaten für Leuchtthürme ausgedehnte Verwendung gefunden haben, wurden zuerst von Fresnel im Jahre 1822 beschrieben. Ein solcher Beleuchtungsapparat besteht aus einer Plankonvexlinse und einer Reihe von dieselbe umgebenden koncentrischen Ringen, deren Aussenflächen sich treppenstufenförmig an einander reihen. In dem mittleren Theile der Figur 135 ist eine solche Fresnel'sche Linse im Schnitt dargestellt. Die Rückseite der zusammengesetzten Linse ist eben, die Vorderfläche des mittleren Theils sphärisch. Die konvexen Flächen der Ringe sind dagegen nicht sphärisch; vielmehr

sind diese ringförmigen Flächen aufzufassen als Rotationsflächen, entstanden durch Rotation von Kreisbögen, welche in der Ebene der Linsenaxe liegen, ihren Mittelpunkt aber in einer Reihe von Punkten haben, welche bei wachsendem Durchmesser der einzelnen Ringe sich immer weiter von der Axe entfernen. Fresnel berechnete die Koordinaten der Mittelpunkte der einzelnen Bögen in der Weise, dass die äussersten Strahlen parallel zur Axe zum Austritt gelangen. Durch diese Annäherungsmethode lässt sich die Aberration fast vollständig beseitigen. Bei den Linsenapparaten grosser Leuchtthürme entspricht dem Durchmesser dieser Linsenkombination ein Winkel von 57° im Mittelpunkt der Lichtquelle.

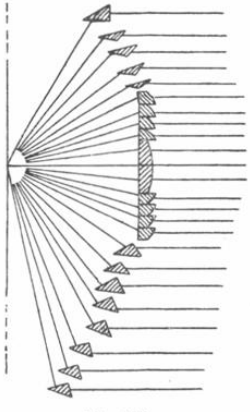

Fig. 135.

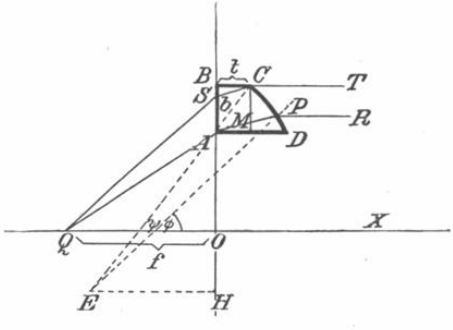

Fig. 136.

§ **279.** Um die Gestalt des Querschnittes irgend eines Ringes in einer Fresnel'schen Linsenkombination zu bestimmen, nehmen wir an, Q (Fig. 136) sei der leuchtende Punkt, ABCD der Meridianschnitt eines der Ringe des Systems. Wir nehmen an, OAPR und QSCT seien die äussersten Strahlen, welche innerhalb der betrachteten Ebene durch den Ring treten, und wir setzen voraus, dass die Fläche CD eine solche Form hat, dass die Austrittsstrahlen PR und CT parallel zur Linsenaxe sind. Ferner sei E der Krümmungsmittelpunkt des Bogens CP und die Radien EP und EC mögen Winkel φ und ψ mit der Axe einschliessen.

Bezeichnen α und ϱ Einfalls- und Brechungswinkel bei A, β und σ jene bei S und setzt man $QO = f$, $BC = t$ und $AB = b$, so ist

$$b = f(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha) + t \operatorname{tg}\sigma$$

und

$$n \sin\varrho = \sin\alpha, \quad n \sin\sigma = \sin\beta.$$

Ferner haben wir bei P als Einfalls- und Brechungswinkel $\varphi - \varrho$ und φ, und bei C $\psi - \sigma$ und ψ, so dass also

$$\sin \varphi = n \sin (\varphi - \varrho), \quad \sin \psi = n \sin (\psi - \sigma),$$

daher

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{n \sin \varrho}{n \cos \varrho - 1},$$

und

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{n \sin \sigma}{n \cos \sigma - 1},$$

wodurch φ und ψ bestimmt sind.

Zieht man nun ferner CM parallel AB bis zum Schnitt mit AP, so ist

$$\mathrm{CM} = b - t \operatorname{tg} \varrho,$$

und für die Grösse der Sehne CP im Dreieck CPM erhält man die Gleichung

$$\mathrm{CP} = \frac{\mathrm{CM} \cos \varrho}{\cos \left\{ \frac{1}{2} (\varphi + \psi) - \varrho \right\}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Ist daher r der Krümmungsradius des Bogens CP, so haben wir für CP den Werth

$$\mathrm{CP} = 2 r \sin \frac{\psi - \varphi}{2}$$

und daher schliesslich

$$r = \frac{(b - t \operatorname{tg} \varrho) \cos \varrho}{2 \sin \frac{\psi - \varphi}{2} \cos \left(\frac{\varphi + \psi}{2} - \varrho \right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Koordinaten des Mittelpunktes E in Bezug auf O als Nullpunkt sind

$$\left. \begin{aligned} \mathrm{EH} &= r \cos \psi - t \\ \text{und} \quad \mathrm{OH} &= r \sin \psi - f \operatorname{tg} \beta - t \operatorname{tg} \sigma \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Durch die Gleichungen (2) und (3) sind die Krümmung der Ringfläche und die Lage des Krümmungsmittelpunktes bestimmt.

Für den Durchschnitt eines von der Linsenkombination losgelösten Prismas ist $t = 0$.

§ **280.** Ueber und unter der Linse sind eine Reihe total reflektirender Zonen von dreieckigem Querschnitt angeordnet. Von diesen Zonen sind eine grössere Anzahl vorhanden, so dass oberhalb und unterhalb der Lichtquelle nur ein kleiner Zwischenraum frei bleibt, innerhalb dessen das Licht nicht aufgefangen und in horizontale Richtung abgelenkt wird.

Wir wollen nun im Folgenden nach Fresnel'scher Methode die Querschnittsform der reflektirenden Zonen bestimmen. Die reflektirende Fläche ist gekrümmt; anstatt der wahren Kurve gelangt aber aus Gründen der Herstellung ein Kreisbogen zur Anwendung. ABC sei der Querschnitt der total reflektirenden Zone und Q sei der leuchtende Punkt; AK und CH seien die äussersten aus dem Prisma in horizontaler Richtung zum Austritt gelangenden Strahlen. Den Winkel AQB bezeichnen wir mit α, den Einfalls- und Brechungswinkel für den Strahl QA bei A mit θ resp. θ' und δ sei der Winkel DAK, welchen die Verlängerung von QA mit dem horizontalen Strahl AK einschliesst.

Zur Vermeidung von überflüssiger Verwendung von Glas sind die Seitenflächen, wie in Fig. 137 gezeigt, so angeordnet, dass AB

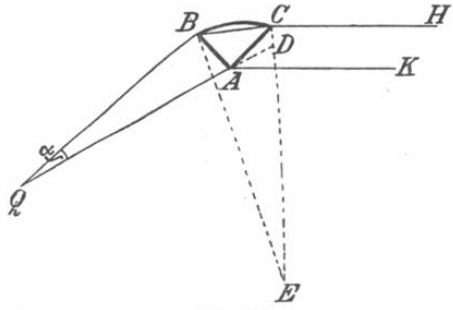

Fig. 137.

mit der Richtung des bei B gebrochenen und reflektirten Strahls QB, AC mit derjenigen des bei A gebrochenen Strahls QA zusammenfällt. In diesem Falle sind die Winkel BAK und CAQ einander gleich und daher auch $\measuredangle$ BAQ $=\measuredangle$ CAK. Ferner ist $\measuredangle \mathrm{BAC} = \frac{\pi}{2} + \theta'$. Der überstumpfe Winkel QAK hat somit die Grösse

$$\mathrm{QAK} = 2\,\mathrm{BAQ} + \mathrm{BAC} = 2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \frac{\pi}{2} + \theta' = \pi + \delta,$$

oder hieraus

$$\theta' = 2\,\theta + \delta - \frac{\pi}{2},$$

und daher

$$\sin\theta = n \sin\left(2\,\theta + \delta - \frac{\pi}{2}\right).$$

Aus dieser Gleichung lässt sich der Werth des Winkels θ bestimmen.

Bezeichnen wir nun mit φ und φ' den Einfalls- resp. Brechungswinkel für den Strahl QB bei B, so ist $\varphi = \theta - \alpha$ und daher

$$n \sin \varphi' = \sin (\theta - \alpha).$$

Da nun die Austrittsstrahlen CH und AK einander parallel gerichtet sind, so müssen auch die Einfallswinkel innerhalb des Prismas bei A und C einander gleich sein und zwar haben beide den Werth θ'.

Ziehen wir nun von den Punkten B und C der reflektirenden Kurve aus deren Krümmungsradien nach dem Krümmungsmittelpunkt E und verbindet B und C, so finden wir alsbald aus dem Strahlengange in Folge der Brechung und Reflexion

$$\mathrm{ABE} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \varphi'\right) \quad \text{und} \quad \mathrm{ACE} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \theta'\right).$$

Ferner ist $\measuredangle\, \mathrm{BEC} = \mathrm{BAC} - (\mathrm{ABE} + \mathrm{ACE})$ und, wenn man die betreffenden Werthe einsetzt,

$$\mathrm{BEC} = \theta' - \frac{\theta' + \varphi'}{2},$$

$$= \frac{\theta' - \varphi'}{2}.$$

Die Winkel EBC und ECB sind daher jeder gleich

$$\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}(\theta' - \varphi')$$

und somit

$$\measuredangle\, \mathrm{ABC} = \mathrm{EBC} - \mathrm{ABE} = \frac{1}{4}(\pi - \theta' - \varphi')$$

und

$$\measuredangle\, \mathrm{ACB} = \mathrm{ECB} - \mathrm{ACE} = \frac{1}{4}(\pi - 3\theta' + \varphi').$$

In dem Dreieck QAB müssen wir die Seite QA und die Winkel AQB und QAB als bekannt voraussetzen. Es ist somit auch AB bekannt. Im Dreieck ABC kennen wir die beiden Winkel B und C und die Seite AB; hierdurch bestimmt sich auch BC.

Aus der oben gefundenen Grösse des Winkels BEC bestimmt sich dann der Krümmungsradius des Kreisbogens.

§ **281.** Im Vorhergehenden haben wir nur den Querschnitt des Apparates berücksichtigt. Denken wir uns nun diesen Querschnitt um eine vertikale, mit dem Centrum der Lichtquelle zusammenfallende Axe gedreht, so entsteht ein Rotationskörper, welcher sich

dazu eignet, um von einem Leuchtthurm mit feststehendem Licht Strahlen horizontal nach allen Seiten auszusenden. Bei Leuchtthürmen mit Blinkfeuern odnet man die Linsen in der Regel so an, dass sie ein achtseitiges hohles Prisma bilden; jede Seite desselben besteht aus einer Fresnel'schen Linse, welche durch Rotation des beschriebenen Durchschnittes um eine horizontale Axe entstanden zu denken ist, und einer Reihe total reflektirender Prismenzonen, welche Rotationskörper, entstanden durch Rotation der besprochenen Querschnittsform um einen Winkel von 45° um eine vertikale Axe, darstellen. Dieser ganze Apparat dreht sich nun langsam um seine vertikale Axe.

Methoden für die Bestimmung von Brechungsexponenten.

§ **282.** Die am allgemeinsten verbreitete Methode der Bestimmung der Brechungsexponenten fester Körper für eine bestimmte Farbe besteht darin, dass man aus dem fraglichen Material ein Prisma herstellt und die kleinste Ablenkung eines durch dasselbe tretenden Strahls jener Farbe beobachtet. Aus Früherem wissen wir bereits, dass die Ablenkung eines Strahls dann ein Minimum ist, wenn der Strahlengang in Bezug auf das Prisma symmetrisch ist. Unter Benutzung der im § 26 angewandten Bezeichnungen haben wir für diesen Fall die Beziehungen:

$$i = i_1, \quad i' = i_1',$$

und daher nach (17, II) und (16, II)

$$\left.\begin{aligned} \Delta + \alpha &= 2\,i \\ \alpha &= 2\,i' \end{aligned}\right\}.$$

Ist n der Brechungsexponent des Mediums, so ist

$$\sin i = n \sin i'$$

und somit

$$\sin \frac{\Delta + \alpha}{2} = n \sin \frac{\alpha}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Wenn wir also α, den brechenden Winkel des Prismas, und Δ, die kleinste Ablenkung, gemessen haben, lässt sich n berechnen.

§ **283.** Das hierzu benutzte Instrument besteht im Wesentlichen aus einem horizontalen getheilten Kreise und einem horizontal gerichteten Fernrohr, das derartig um die vertikale Axe des getheilten Kreises drehbar ist, dass seine optische Axe sich stets mit der ersteren Axe schneidet. Das Versuchsprisma kittet man nun mit

Wachs oder Balsam auf ein Tischchen, welches sich über der Mitte des getheilten Kreises befindet. Das Licht tritt durch einen Kollimator, welcher aus einem sehr engen, im Brennpunkt eines achromatischen Objektivs befindlichen vertikalen Spalt besteht. Die Axe des Kollimaters schneidet die vertikale Axe des Kreises in gleicher Höhe wie diejenige des Fernrohrs dies thut.

Man bestimmt zunächst den brechenden Winkel des Prismas in folgender Weise. Man stellt zunächst das Fernrohr direkt auf den Spalt ein, indem man das Prisma so dreht, dass ein Theil des Lichtes ungebrochen an dem Prisma vorbei in das Fernrohr gelangt, Man stellt dann das Prisma so, dass das durch den Kollimator tretende Licht an beiden Prismenflächen reflektirt wird. Man stellt nun das Fernrohr so, dass das an der einen Fläche des Prismas reflektirte Bild des Kollimatorspaltes sich mit dem Fadenkreuz des Fernrohrs deckt. Der Winkel nun, um welchen man das Fernrohr drehen muss, damit sich das an der anderen Prismenfläche

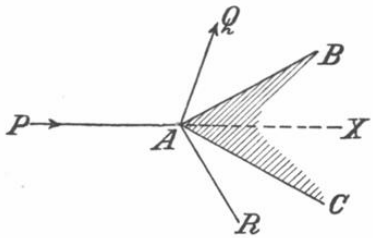

Fig. 138.

reflektirte Bild des Spaltes mit dem Fadenkreuz deckt, lässt sich an dem getheilten Kreis direkt ablesen. Es ist ohne Weiteres aus Fig. 138 ersichtlich, dass

$$\measuredangle \mathrm{BAX} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{QAX}$$

und

$$\measuredangle \mathrm{CAX} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{RAX},$$

wenn PAX die Richtung des einfallenden Strahls, AQ der an der Fläche AB, AR der an der Fläche AC reflektirte Strahl ist. Es ist daher

$$\measuredangle \mathrm{BAC} = \tfrac{1}{2} \measuredangle \mathrm{QAR}.$$

§ **284.** Man hat nun die kleinste Ablenkung eines Strahls von bestimmter, einer gegebenen Linie des Spektrums entsprechender Brechbarkeit zu bestimmen. Prisma und Fernrohr werden zu dem Zwecke soweit gedreht, bis ein Bild des Spaltes durch das Prisma hindurch im Fernrohr sichtbar wird; jetzt wird das Prisma so ge-

dreht, dass das Bild sich der Richtung des direkt in das Fernrohr gelangenden Lichtes nähert; während der Drehung des Prismas folgt man dem Bilde mit dem Fernrohr. Man erhält schliesslich eine Prismenstellung, bei welcher die geringste Links- oder Rechtsdrehung des Prismas eine Vermehrung der Abweichung der Fernrohraxe von der Richtung des direkt einfallenden Lichtes zur Folge hat. Diese Prismenstellung entspricht somit der kleinsten Ablenkung und zwar stellt man dieselbe für die gegebene Linie des Spektrums her, d. h. indem man auf diese das Fadenkreuz des Fernrohrs eingestellt hält. Der Winkel, durch welchen das Fernrohr aus seiner Parallellage zur Kollimatoraxe gedreht worden ist, lässt sich am getheilten Kreis ablesen und stellt die gesuchte kleinste Ablenkung dar.

Das Abbe'sche Refraktometer. Dieser von Prof. Abbe ursprünglich für seine eigenen ausgedehnten Untersuchungen ersonnene sinnreiche Apparat gründet sich auf die Beobachtung der durch eine zwischen zwei Prismen eingeschlossene Flüssigkeit hervorgerufenen Totalreflexion.

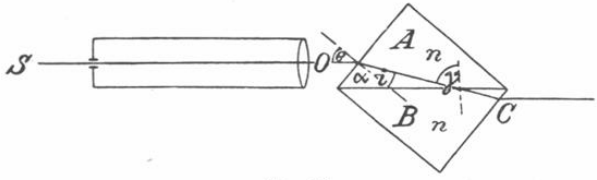

Fig. 139.

A und B (Fig. 139) seien zwei aus gleichartigem, stark brechendem Flintglase hergestellte rechtwinklige Prismen von genau gleicher Form, also auch von gleichen Winkeln. Zwischen den an einander gelegten Hypothenusenflächen der Prismen befindet sich eine dünne Schicht der zu untersuchenden Flüssigkeit. O sei ein Objektiv, in dessen Brennebene sich ein beleuchteter Spalt S befindet. Die von diesem Spalt ausgehenden Strahlen treten, so lange Winkel γ nicht den Grenzwinkel erreicht, ungehindert und parallel zur Eintrittsrichtung aus dem Prismenpaar bei C heraus. Das Prismenpaar wirkt hier als blosse plan-parallele Platte. Sobald aber durch Drehung des Prismenpaares Winkel γ den Werth des Grenzwinkels erreicht, so wird ein unter dem entsprechenden Einfallswinkel e eintretender Strahl an der Zwischenschicht total reflektirt und, da dasselbe für nur wenig zum Hauptschnitt geneigte Strahlen gilt, so erscheint der Spalt einem bei C befindlichen Auge dunkel. Hat man die Mittel, die Grösse des Winkels e zwischen der Fornrohraxe und der

Eintrittsnormalen im Moment der eintretenden Verdunkelung des Spaltes S zu bestimmen, so lässt sich aus dem Werthe von e, dem bekannten Winkel α und dem Brechungsexponenten des Prismenglases der Brechungsexponent der zu untersuchenden Substanz bestimmen.

Man findet nämlich

$$\sin i = \frac{\sin e}{n},$$

$$\gamma = \alpha + i.$$

Die Bedingung aber dafür, dass γ ein Grenzwinkel ist, liefert die Gleichung

$$\sin \gamma = \frac{n'}{n},$$

und mithin ist

$$n' = n \sin \gamma.$$

Dies ist der Grundgedanke des Abbe'schen Refraktometers. Durch die Weiterentwickelung desselben hat Prof. Abbe die praktische Ausführung und Handhabung des Instrumentes noch sehr vereinfacht.

Denken wir uns nämlich, das Prismenpaar habe eine solche Lage, dass die Totalreflexion gerade für diejenigen Strahlen beginnt, welche von S ausgehen und somit durch O als parallelstrahliges Bündel austreten. Nichts ändert sich an diesem Vorgange, wenn wir den Strahlenverlauf umkehren, d. h. die parallelstrahligen Bündel durch das Prismenpaar hindurch in das Objektiv parallel zur Axe desselben eintreten und im Brennpunkt S zur Vereinigung gelangen lassen. Dasselbe gilt für die zum Hauptschnitt wenig geneigten Strahlenbüschel, also auch für solche Bündel paralleler Strahlen, welche in den ausserhalb der Axe liegenden Punkten des Spaltes vereinigt werden. Es ist daher leicht einzusehen, dass in der gedachten Stellung überhaupt keine Strahlen durch das Objektiv zum Spalt gelangen können.

Lassen wir nun Strahlen von einer beliebig ausgedehnten Lichtquelle durch das Prismenpaar in das Objektiv gelangen und ersetzen den Spalt durch ein gewöhnliches Okular, so erblicken wir in dem Moment, wo die Totalreflexion für die der Axe parallel verlaufenden Strahlenbündel eintritt, eine helle und eine dunkle Gesichtsfeldhälfte; denn die Mittellinie des Gesichtsfeldes repräsentirt den erwähnten Spalt; die helle Hälfte entspricht den noch durch das Prismenpaar transmittirten Strahlen, die dunkle Hälfte den total reflektirten Strahlen. Die exakte Lage der Mittellinie lässt sich durch ein Okularfadenkreuz feststellen.

In seiner thatsächlichen Form, wie es von der Firma Carl Zeiss geliefert wird, ist das Refraktometer so eingerichtet, dass man nicht den Winkel e, sondern direkt die Brechungsexponenten für die Fraunhofer'sche D-Linie (Natronflamme) abliest.

Derselbe Apparat ist auch mit einem Dispersionsapparat ausgerüstet, mittelst dessen man im Stande ist, die Dispersion für das Interval n_D bis n_F zu bestimmen.

Ausführliches über diesen Apparat und die Anwendung desselben Principes auf andere Apparate findet man in Abbe, *Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper, Jena 1874.*

§ **285.** Will man den Brechungsexponenten einer Flüssigkeit spektrometrisch bestimmen, so bringt man dieselbe in ein Hohlprisma aus Glas, welches aus verkitteten Glasplatten besteht. Da aber die beiden zur Messung benutzten Seiten des Prismas niemals genau plan-parallele Flächen haben, so hat man von der beobachteten Ablenkung noch die kleine, durch das leere Hohlprisma verursachte Ablenkung in Abzug zu bringen.

Man hat nach ähnlichen Methoden auch die Brechungsexponenten von Gasen unter gegebenen Bedingungen in Bezug auf Temperatur und Spannung bestimmt. Man brachte die Gase in Röhren und verschloss deren Enden mit zwei zur Axe der Röhre stark geneigten Glasplatten.

Die Versuche von Biot und Arago über die Brechungsexponenten von Gasen haben gezeigt, dass bei diesen die Grösse $n^2 - 1$ der Dichtigkeit der Gase proportional ist, ein Gesetz, welches Newton aus seiner Emissionstheorie auf mathematischem Wege abgeleitet hatte. Eine vollständigere Zusammenstellung der Methoden für die Bestimmung der Berechnungsindices auf dioptischem Wege (aus der Feder von Dr. C. Pulfrich) findet man in dem von Winkelmann herausgegebenen Handbuch der Physik Bd. II, S. 302—321.

§ **286.** *Bestimmung der Brennweite einer dünnen Konvexlinse.*

Diese wird gewöhnlich dadurch gemessen, dass man die Linse so auf ein Objekt einstellt, dass der Abstand des Bildes vom Objekt ein Minimum wird. Dieser Abstand stellt das Vierfache der Brennweite dar. Denn bezeichnen in Fig. 140 u und v die Abstände des Objektes vor resp. hinter der Linse, so ist nach der bekannten Formel (14, IV)

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

während

$$u + v = x$$

die Gleichung für den Abstand zwischen Objekt und Bild ist.

Aus der Kombination beider Gleichungen ergiebt sich

$$u\,v = x\,f$$

und daher

$$(u - v)^2 = x^2 - 4\,x\,f. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die Grösse $(u - v)^2$ ist stets positiv, der kleinstmögliche Werth von x daher $4\,f$.

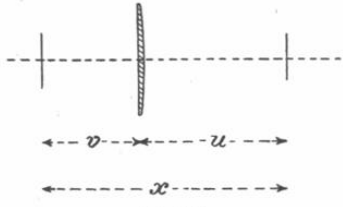

Fig. 140.

Ist die Linse konkav, so verbindet man sie mit einer unmittelbar neben dieselbe gerückten Konvexlinse, welche dem System eine sammelnde Wirkung ertheilt. Die Brennweite der Kombination lässt sich nun in derselben Weise bestimmen, wie im vorigen Falle. Sind f und f' die Werthe der Brennweiten der beiden Linsen, F diejenige der Kombination, so ist nach (26, IV) oder (47, V)

$$\frac{1}{\mathrm{F}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{f},$$

und kennt man f', so ist dadurch auch f bestimmt.

Experimentelle Bestimmung der Brennweite und der Kardinalpunkte eines optischen Instrumentes.

§ **287.** Wir wissen, dass sich die Lage und Grösse eines jeden durch ein symmetrisches optisches Instrument erzeugten Bildes eines Objektes durch geometrische Konstruktion oder durch einfache Formeln bestimmen lassen, sobald die Lagen der beiden Brennpunkte und der beiden Hauptpunkte gegeben sind, und es ist daher das optische System vollständig definirt, sobald man die Abscissen der Brennpunkte und die Brennweiten des Systems kennt. Um diese drei Grössen zu bestimmen, hat man (nach Gauss) drei Versuche anzustellen. Bezeichnen g und g' die Abscissen der beiden Brennpunkte, bezogen auf irgend einen Punkt als Ursprung, ξ und ξ' die Abscissen des Objektes und seines Bildes und f die Brennweite des Systems, so ist nach (44, IV)

$$(g - \xi)(\xi' - g') = f^2.$$

Um symmetrische Ausdrücke zu gewinnen, beziehen wir alle Abstände auf einen festen Punkt mit der Abscisse e gemessen und setzen

$$e - \xi = a, \qquad \xi' - e = b,$$

$$e - g = p, \qquad g' - e = q,$$

so dass p, q und f die zu bestimmenden Konstanten darstellen.

Bestimmen wir durch Versuche die Lage des Bildes für drei verschiedene Lagen des Objektes, so erhalten wir die drei Gleichungen:

$$(a - p)(b - q) = f^2,$$

$$(a' - p)(b' - q) = f^2,$$

$$(a'' - p)(b'' - q) = f^2,$$

wo a', b' und a'', b'' der zweiten und dritten Objektlage entsprechen. Die Grössen a, b, a', b', a'', b'' lassen sich alle direkt messen und es genügen daher diese drei Gleichungen, um die Werthe von p, q und f als Vielfache bekannter Grössen zu bestimmen. Eliminiren wir f^2 aus der ersten und zweiten Gleichung und ebenfalls aus der ersten und dritten Gleichung, so erhalten wir zwei Gleichungen ersten Grades nach p und q, welche eindeutige Werthe für diese Grössen liefern. Wir können dann f^2 aus irgend einer derselben bestimmen. Das Vorzeichen von f bleibt somit noch unbestimmt. Dieses ergiebt sich aus der Stellung des Bildes; ist dasselbe ein aufrechtes, so haben $\xi' - g'$ und f entgegengesetzte Vorzeichen, dagegen gleiche Vorzeichen, wenn das Bild ein umgekehrtes ist.

§ **288.** Bei der Aufstellung der zuletzt behandelten Formeln wurde angenommen, dass bei den drei Messungen der Bildabstände das Objekt auf ein und derselben Seite der Linsen liegt. Ist in irgend einem Falle das Objekt auf der anderen Seite, so lassen sich Objekt und Bild vertauschen und die Anordnung ist dann die nämliche wie im vorigen Falle. Praktisch kommen hierbei nur reelle Bilder in Frage; im Falle einer Einzellinse sind wir daher auf eine Sammellinse angewiesen, sofern nicht besondere Methoden zur Bestimmung virtueller Punkte nutzbar gemacht werden. Es ist indessen immer möglich, das System mit einer einzelnen Sammellinse so zu verbinden, dass das ganze System eine sammelnde Wirkung erhält, um dann nach Bestimmung der Konstanten der Kombination diejenigen des ursprünglich gegebenen Systems zu berechnen.

Um Beobachtungsfehler möglichst unschädlich zu machen, sollte man durch zweckmässige Wahl der verschiedenen Objektstellungen eine möglichst grosse Ungleichartigkeit der drei Gleichungen erstreben.

§ **289.** Bei einer einzelnen Linse oder einem achromatischen Objektiv, welches aus verkitteten Linsen besteht, ist der Abstand zwischen den Hauptpunkten in der Regel klein. Ist dieser Abstand, den wir mit λ bezeichnen wollen, bekannt, so genügen zwei Versuche. Denn wir haben nun die Gleichung

$$p + q = 2f + \lambda$$

neben den beiden anderen

$$(a - p)(b - q) = f^2,$$

$$(a' - p)(b' - q) = f^2.$$

Eliminiren wir hierin p und q, so erhalten wir

$$\frac{(a' + b' - a - b)^2}{(a' - a)(b - b')} f^2 + 2(a + b + a' + b' - 2\lambda) f$$
$$- (a + b' - \lambda)(a' + b - \lambda) = 0,$$

eine im Allgemeinen in Bezug auf f quadratische Gleichung. Richten wir aber unsere Versuche so ein, dass $a' + b' - a - b = 0$ wird, d. h. so, dass der Abstand zwischen Objekt und Bild in beiden Fällen bei veränderter Stellung der Linse derselbe ist, so reducirt sich unsere Gleichung auf eine Gleichung des ersten Grades. Ist c der Abstand zwischen Objekt und Bild, so ist $a = c - b$, $a' = c - b'$ und unsere Gleichung erhält die Form:

$$4f(c - \lambda) = (c - \lambda + b' - b)(c - \lambda - b' + b),$$

oder

$$f = \frac{1}{4}(c - \lambda) - \frac{(b' - b)^2}{4(c - \lambda)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Die Werthe von p und q sind dann

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{1}{2}(2f + c + \lambda - b - b') \\ q &= \frac{1}{2}(2f - c + \lambda + b + b') \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

§ **290.** Sehr zweckmässig verfährt man bei der Ausführung dieser Versuche in der Weise, dass man zunächst das Objekt in sehr grosse Entfernung bringt, in welchem Falle die Strahlen nach dem zweiten Brennpunkt konvergiren, wodurch der Werth von q ohne Weiteres gegeben ist. Hierauf kehre man die Linse um und messe den Abstand des Bildes desselben Objektes, wodurch p bestimmt ist. Diesen beiden Versuchen hat ein dritter zu folgen zur Gewinnung von Werthen für die Gleichung

$$(a - p)(b - q) = f^2,$$

damit sich f bestimmen lässt. Der Abstand λ ergiebt sich nun aus der Gleichung:

$$\lambda = p + q - 2\sqrt{(a-p)(b-q)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Für die meisten Fälle ist hiermit die Bestimmung vollständig. Ist aber eine besonders genaue Bestimmung erforderlich, so hat man die oben beschriebene Untersuchung als eine Vorstufe für die Ausführung der im letzten Paragraphen angegebenen Methode anzusehen.

Gauss empfiehlt für den dritten Versuch den folgenden Gang: Auf einem Bogen Papier beschreibe man einen Kreis von annähernd demselben Durchmesser wie derjenige der Linse und zeichne in dessen Mittelpunkt ein kleines, deutliches Kreuz. Hierauf lege man die Linse unmittelbar auf's Papier, so dass sie mit dem gezeichneten Kreise koncentrisch ist und betrachte das Kreuz mittelst eines mit Fadenkreuz versehenen kleinen Mikroskops, welches sich in der Richtung der Linsenaxe einstellen lässt. Man stelle alsdann das Mikroskop so ein, dass das Bild des gezeichneten Kreuzes mit dem Fadenkreuz im Mikroskop zusammenfällt. Hierauf entferne man die Linse und mache wieder eine Einstellung. Die Verschiebung, welche das Mikroskop hierbei erfährt, ist $\xi' - \xi$. Nimmt man den Kreuzungspunkt des Fadenkreuzes als Ausgangspunkt, so ist

$$a = 0, \qquad b = \xi' - \xi \text{ [1]}.$$

Photometrische Messungen.

§ **291.** Wird ein Flächenelement von einer im Abstand r befindlichen Lichtquelle beleuchtet, welche eine Ausstrahlungsintensität I hat, und schliesst die Axe des Beleuchtungskegels einen Winkel θ mit der Normalen zu jenem Flächenelement ein, so ist die Beleuchtungsintensität bekanntlich proportional

$$\frac{I \cos \theta}{r^2} .$$

Wir wissen aus der Erfahrung, dass das Auge an und für sich das Verhältnis der Intensitäten zweier Lichtquellen nicht zu schätzen vermag; wohl aber besitzt das Auge in hohem Maasse die Fähigkeit, zwei unmittelbar neben einander grenzende beleuchtete Flächen bezüglich ihrer Helligkeit zu vergleichen. Sämmtliche photome-

[1]) Auch über den Gegenstand dieses und der folgenden Abschnitte findet man eingehendere Mittheilungen (von F. Auerbach, E. Brodhun, S. Czapski und R. Straubel) in dem oben citirten Handbuche der Physik herausgegeben von A. Winkelmann, Breslau 1893, Bd. II, oder in dem Lehrbuche der Physik von Violle (Deutsche Uebersetzung). Berlin 1894, Bd. II, 2.

trischen Methoden gründen sich daher auf die Ausgleichung von Beleuchtungsintensitäten.

Um z. B. die Intensitäten zweier Lichtquellen zu vergleichen, beleuchtet man je eine der beiden Hälften einer dünnen Porcellanscheibe durch eine der zu vergleichenden Quellen derart, dass das Licht entweder senkrecht auf das Scheibchen fällt oder die Einfallswinkel in beiden Fällen die nämlichen sind. Die Abstände der Lichtquellen von den Scheibchen werden nun durch Versuche so gewählt, dass beide Scheibchen dem Auge gleich hell beleuchtet erscheinen. Die Intensitäten der Lichtquellen verhalten sich dann umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen von den Porcellanscheibchen. Hierauf gründet sich die Einrichtung der Photometer nach Ritchie und Foucault.

§ **292.** Ritchie's Photometer (Fig. 141) besteht aus einem an beiden Enden offenen Kasten, in dessen Deckel ein schmaler Streifen

Fig. 141.

Porcellan oder geöltes Papier eingelegt ist. Das Instrument wird nun zwischen die beiden zu vergleichenden Lichtquellen gestellt und deren Licht wird durch die beiden unter 45° zur Axe des Kastens geneigten, vollkommen gleichartigen Spiegelstücke gegen die Unterseite des Porcellanstreifens geworfen. Der Kasten wird nun zwischen den beiden Lichtquellen so lange verschoben, bis die beiden Porcellanhälften gleichmässig beleuchtet erscheinen, und darauf der Abstand der Lichtquellen gemessen.

§ **293.** Bei dem Photometer von Foucault (Fig. 142) wirken die beiden zu vergleichenden Lichtquellen jedes für sich auf zwei verschiedene Theile derselben vertikal aufgestellten, dünnen, durchsichtigen Porcellanscheibe PQ. RS ist eine undurchsichtige vertikale Wand, welche beide Lichtquellen von einander trennt. Wird nun diese Wand so eingestellt, dass die Vertikalebenen A S m und B S n, welche die von den beiden Lichtquellen A und B einzeln beleuchteten Theile der Porcellanscheibe begrenzen, sich unmittelbar vor der Scheibe PQ schneiden, so lässt sich der dunkle Streifen beliebig schmal machen. Die Abstände der Lichtquellen A und B werden dann so regulirt, dass

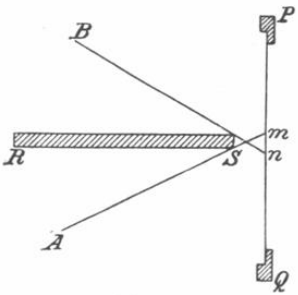

Fig. 142.

die rechts und links von dem dunklen Streifen liegenden Theile der beleuchteten Porcellanscheibe gleich hell erscheinen.

§ **294.** Beim Rumford'schen Photometer werden die Tiefen der Schatten, welche durch einen vertikalen, von zwei Lichtquellen beleuchteten Stab auf einen Schirm geworfen werden, mit einander verglichen. Die Lichter werden so aufgestellt, dass die Schatten dicht nebeneinander fallen und der von der einen Lichtquelle herrührende Schatten wird durch die andere Lichtquelle erhellt. Richtet man nun die Verhältnisse so ein, dass die Schatten gleiche Intensität haben, und misst man die Abstände der Lichtquellen von den Schatten, so lässt sich aus dem Verhältnis der Quadrate der Abstände ein Maass für die Leuchtkräfte gewinnen.

Bunsen hat ein sehr einfaches Photometer angegeben. Bringt man auf einem Bogen Papier einen Oelfleck an, so lässt sich dieser bei beiderseitig gleich intensiver Beleuchtung kaum erkennen. Die Lichtquellen werden auf den entgegengesetzten Seiten des Papierschirmes aufgestellt und ihre Abstände so ausprobirt, dass der durchscheinende Oelfleck verschwindet; es verhalten sich dann die Helligkeiten der Lichtquellen umgekehrt wie die Quadrate ihrer Abstände vom Papierschirm. Die Einstellung nimmt man zweckmässiger Weise erst von der einen und dann, nachdem man den Schirm umgedreht hat, von der anderen Seite des letzteren vor, so dass man in beiden Fällen dieselbe Seite des Papiers beobachtet. Man umgeht hierdurch Fehler, welche sich aus Verschiedenheit in der Absorptionsfähigkeit der beiden Papierflächen ergeben würden. Das Mittel aus beiden Messungen giebt ein ziemlich genaues Resultat.

§ **295.** Bei allen Versuchen der beschriebenen Art sind gleichartige Lichtquellen vorausgesetzt, indem im anderen Falle ein Vergleich nicht möglich ist. Ein strenger Vergleich zwischen den Leuchtkräften zweier ungleichartiger, zusammengesetzter Lichtquellen liesse sich nur in der Weise anstellen, dass man die relativen Helligkeiten für alle Farben der Spektra beider Lichtquellen bestimmt und die Resultate in einer Tabelle zusammenstellt.

§ **296.** Die ersten Schritte zur photometrischen Bestimmung der Helligkeit des Sternenlichtes unternahm Herschel. Derselbe liess das Licht des Mondes auf eine Linse von kurzer Brennweite fallen und projicirte so ein kleines Mondbild in die Brennebene der Linse. Dieses Mondbildchen benutzte er als künstlichen Stern und verglich mit seiner Helligkeit diejenige der Sterne. Die Linse liess sich nun auf verschiedene Abstände einstellen und es liess sich eine Stellung finden, bei welcher das Mondbildchen und der Stern gleiche

Helligkeit zeigten. Die Abstände der Bilder für verschiedene Sterne liefern ein Mittel zum Vergleich ihrer Helligkeiten.

Dr. Seidel benutzte ein Instrument, welches sich im Princip von dem Herschel'schen nur wenig unterschied, aber bequemer zu handhaben war. Er theilte das kleine Objektiv eines Fernrohrs in zwei Hälften, deren eine sich in der Richtung der Axe verschieben liess. Zwei mit einander zu vergleichende Sterne wurden durch einen Reflektor in annähernd derselben Richtung sichtbar gemacht. Die Strecke, um welche die eine halbe Objektivlinse verschoben werden musste, damit beide Bilder gleiche Helligkeit aufwiesen, lieferte hinreichend genaue Data für den Vergleich von Sternhelligkeiten.

§ **297.** Neuerdings hat Professor Pritchard am Observatorium zu Oxford eine Methode zum Vergleich von Sternhelligkeiten angegeben, welche sich auf die Thatsache gründet, dass die Absorption, welche Licht bei seinem Durchtritt durch ein dichtes Medium erfährt, eine Funktion der Dicke dieses Mediums ist. Prof. Pritchard schaltet einen dünnen Keil homogenen und fast neutral-farbigen (Rauch-) Glases ein und beobachtet das im Brennpunkte des Fernrohrs entworfene Sternbild durch den Keil. Mittelst einfacher Vorrichtungen lässt sich nun mit grosser Genauigkeit die Dicke des verschiebbaren Keils bestimmen, bei welcher das Licht der teleskopischen Sternbilder ausgelöscht wird. Auf diese Weise lässt sich das Licht irgend eines Sternes ohne Weiteres mit demjenigen irgend eines Sternes bekannter Helligkeit vergleichen und eine Tabelle von Sterngrössen zusammenstellen.

Methoden zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichts.

§ **298.** Man kann die Geschwindigkeit des Lichtes durch optische Versuche nach zweierlei Methoden bestimmen; es sind dies die Methoden von Fizeau und Foucault. Fizeau's Experimente wurden im Jahre 1876 von M. Cornu wiederholt und später wurde eine Modifikation der Fizeau'schen Methode von Dr. Young und Prof. Forbes in Schottland benutzt. Die Geschwindigkeit des Lichtes wurde auch von A. A. Michelson nach dem Vorbilde der Foucault'schen Methode bestimmt.

§ **299.** Bei den Fizeau'schen Versuchen (Fig. 143) sind zwei astronomische Fernrohre in mehreren Kilometer Entfernung von einander so aufgestellt, dass ihre optischen Axen in einer Linie liegen und ihre Objektive einander zugekehrt sind. In dem Brennpunkt des Objektivs des einen Instrumentes befindet sich ein zur Fernrohraxe

genau senkrechter Spiegel. Der Beobachter nimmt vor dem anderen Fernrohr Stellung. Hier befindet sich eine unter einem Winkel von 45° zur Fernrohraxe geneigte plan-parallele Glasplatte zwischen dem Okular und dem Brennpunkt des Objektivs. Die von einer seitlich von dem Instrument befindlichen Lichtquelle ausgehenden Strahlen werden so auf die geneigte Glasplatte geworfen, dass sie nach der Reflexion in dem Brennpunkt des Objektivs zur Vereinigung gelangen und als zur Axe paralleles Strahlenbündel aus dem Objektiv hervortreten. Dieses Strahlenbündel gelangt in das Objektiv des anderen Fernrohrs, wird dort durch den rechtwinklig zur Axe angebrachten Spiegel in der ursprünglichen Richtung zurückgeworfen und einige dieser Strahlen passiren nach dem Durchtritt durch das Objektiv die geneigte Glasplatte und gelangen so durch das Okular in das Auge. Ein mit einer grossen Anzahl kleiner Zähne versehenes Zahnrad wird in einer zur optischen Axe rechtwinkligen Ebene so in

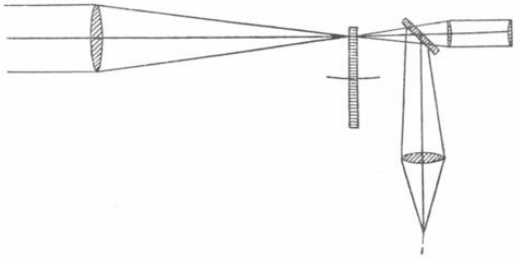

Fig. 143.

Rotation versetzt, dass der Zahnkranz den Brennpunkt des Objektivs durchschneidet. Versetzt man dieses Zahnrad in verhältnismässig langsame, aber doch genügend schnelle Rotation, damit das intermittirend auf das Auge wirkende Licht in diesem die Empfindung einer kontinuirlichen Lichteinwirkung hervorruft, so erblickt das Auge ein Bild der Lichtquelle. Es ist nämlich die Zeit, welche das Licht gebraucht, um nach dem entfernten Fernrohr und zurück zu gelangen, von so kurzer Dauer, dass Licht, welches während einer gewissen Phase der Rotation eine Zahnlücke passirte, durch dieselbe Lücke zurückkehrt, ohne dass das Rad sich merklich gedreht hätte. Wir setzen voraus, dass Zahnbreiten und Zahnlücken gleich gross sind. Vergrössert man nun allmählich die Umdrehungsgeschwindigkeit, so wird schliesslich der Fall eintreten, dass Lichtstrahlen, welche eine Zahnlücke passirten, auf dem Rückwege auf einen Zahn des inzwischen weiter gerückten Zahnkranzes stossen. In solchem Falle gelangt kein Licht in's Auge. Wird die Umdrehungszahl nun

stetig weiter vergrössert, so erscheint das Bild der Lichtquelle allmählich wieder und verschwindet ebenso wieder, und so fort bei kontinuirlich steigender Umdrehungszahl. Bezeichnen wir nun mit $2l$ den Gesammtweg des Lichts vom rotirenden Zahnkranz nach dem entfernten Fernrohr und zurück bis zum Ausgangspunkt, mit v die Geschwindigkeit des Lichts, so ist die während eines vollständigen Hin- und Herganges des Lichtes verflossene Zeit $\frac{2l}{v}$. Ist m die Anzahl der im Rade vorhandenen Zähne, n die Umdrehungszahl des Rades pro Sekunde, so ist $\frac{1}{2mn}$ die Anzahl der Sekunden, welche ein Zahn gebraucht, um den Brennpunkt zu passiren. Lässt man nun die Umdrehungszahl so gross werden, dass sie eine erste Verfinsterung hervorruft, so wird

$$\frac{2l}{v} = \frac{1}{2mn}$$

oder

$$v = 4mnl,$$

und bringt n eine p^{te} Verfinsterung hervor, so ist

$$v = \frac{4mnl}{2p-1}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Die Entfernung l lässt sich messen und die sekundliche Umdrehungszahl kann man beobachten, so dass sich der Werth von v aus dieser Formel bestimmen lässt.

Ein Uebelstand dieser Methode besteht darin, dass praktisch eine totale Verfinsterung kaum eintritt. Im Allgemeinen bemerkt man nur eine starke Verminderung der Helligkeit, ein bestimmter der Berechnung zu Grunde zu legender Zeitpunkt für die Verfinsterung lässt sich demnach nicht mit Sicherheit feststellen.

§ **300.** Young und Forbes stellten diesen Versuch in der Weise an, dass sie in fast gerader Linie mit einem Fernrohr, welches wie das zuletzt beschriebene Instrument mit einem rotirenden Zahnrade versehen war, zwei Reflektoren in gewissem Abstande von einander aufstellten. Bei diesem Verfahren handelte es sich nun darum, dem Zahnrade eine solche Umdrehungsgeschwindigkeit zu geben, dass die beiden Spiegelbilder gleich hell erschienen.

Ist E die Helligkeit des Bildes bei ausgehobenem Rade, so ist $\frac{E}{2}$ die Helligkeit des Bildes bei langsam rotirendem Rade.

Die sekundliche Umdrehungszahl sei wieder mit n bezeichnet und t sei die auf den Hin- und Herweg des Lichtes entfallende

Zeit; ferner sei k die Breite jedes Zahns und jeder Lücke des Rades. Innerhalb des Zeitraums t legt somit der Umfang des Rades die Strecke $2\,m\,n\,k\,t$ zurück. Ehe die erste Verdunkelung eintritt, wirkt die Rotation ganz in derselben Weise, als ob das Rad sich langsam drehte, dabei aber jeder Zahn eine Breite $k + 2\,m\,n\,k\,t$ hätte. Ist daher I die Helligkeit des erblickten Lichtes, so ist

$$I = \frac{1}{2} E \left\{ 1 - 2\,m\,n\,t \right\}.$$

Bedeutet N die Umdrehungszahl bei der ersten Verdunkelung, so ist

$$1 - 2\,m\,t\,N = 0,$$

oder hieraus

$$N = \frac{1}{2\,m\,l} = \frac{v}{4\,m\,l}.$$

In der ersten Phase ist daher

$$I = \frac{1}{2} E \left\{ 1 - \frac{n}{N} \right\}.$$

In der zweiten Phase, wo also n den Werth von N überschritten hat, nimmt I zu und hat den Werth

$$I = \frac{1}{2} E \left\{ \frac{n}{N} - 1 \right\}.$$

Allgemein lässt sich für die p^{te} Phase der Verdunkelung, diese als eine ungerade Zahl vorausgesetzt, die Formel aufstellen:

$$I = \frac{1}{2} E \left\{ p - \frac{n}{N} \right\},$$

oder, wenn p eine gerade Zahl ist,

$$I = \frac{1}{2} E \left\{ \frac{n}{N} - p + 1 \right\}.$$

Für das zweite Fernrohr, das wir im Gegensatze zu dem ersten, A, mit B bezeichnen wollen, mögen E', l', t', N', I' als die den Grössen E, l, t, N, I analogen Bezeichnungen gelten. Das Fernrohr A sei das von beiden entferntere. Wir haben für das Fernrohr die Gleichungen

$$I' = \frac{1}{2} E' \left\{ p - \frac{n}{N'} \right\},$$

und

$$I' = \frac{1}{2} E' \left\{ \frac{n}{N'} - p + 1 \right\},$$

je nachdem p eine ungerade oder gerade Zahl ist.

Vergleicht man die Ausdrücke für I und I', so erkennt man, dass die $r$te Gleichheit der Intensitäten in die $r$te Phase für B und die $(r+1)$te Phase für A fallen kann.

Ist r eine gerade Zahl, so ist die Bedingung für die $r$te Gleichheit:

$$\frac{1}{2} E \left\{ r + 1 - \frac{n}{N} \right\} = \frac{1}{2} E' \left\{ \frac{n}{N'} - r + 1 \right\},$$

und die Bedingung für die $(r+1)$te Gleichheit ist

$$\frac{1}{2} E \left\{ \frac{n'}{N} - r - 1 \right\} = \frac{1}{2} E' \left\{ r + 1 - \frac{n'}{N'} \right\}.$$

Aus der Subtraktion dieser Gleichungen ergiebt sich:

$$E \left\{ \frac{n + n'}{N} - (2r + 2) \right\} = E' \left\{ 2r - \frac{n + n'}{N'} \right\},$$

oder

$$\frac{1}{2} (n + n') \left\{ \frac{E}{N} + \frac{E'}{N'} \right\} = (r + 1) E + r E'.$$

Diese Formel erfährt eine wesentliche Vereinfachung, wenn man die beiden Abstände l und l' so wählt, dass

$$\frac{l}{l'} = \frac{r + 1}{r},$$

wo r eine gerade ganze Zahl ist. Bei den thatsächlichen Versuchen von Young und Forbes war $l : l' = 13 : 12$.

In diesem Falle wird $\frac{N'}{N} = \frac{r+1}{r}$ und unsere Bedingungsgleichung lautet

$$\frac{1}{2} (n + n') \frac{1}{N' r} = 1,$$

oder

$$N' = \frac{n + n'}{2r}.$$

Wir wissen aber, dass $N' = \frac{v}{4 m l'}$; wir erhalten somit hieraus und der letzten Gleichung für v die Formel

$$v = \frac{2 m l' (n + n')}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Aus diesen Versuchen ergab sich für v der Werth 301,382,000 m pro Sek. Cornu, welcher nach der Fizeau'schen Methode Versuche anstellte, fand 300,400,000 m pro Sek. als die Geschwindigkeit des Lichtes.

§ **301.** Im Folgenden sei die von Foucault befolgte Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes beschrieben.

Ein Bündel Sonnenlicht wurde mit Hilfe eines Spiegels durch eine kleine quadratische Oeffnung P im Fensterladen in ein dunkles Zimmer geworfen und nach dem Durchtritt durch die Linse C (Fig. 144) von einem Spiegel $m\ o\ n$ aufgefangen. Der Spiegel $m\ o\ n$ war so angeordnet, dass er um die in o zur Zeichenebene senkrechte Axe in schnelle Rotation versetzt werden konnte. Verfolgen

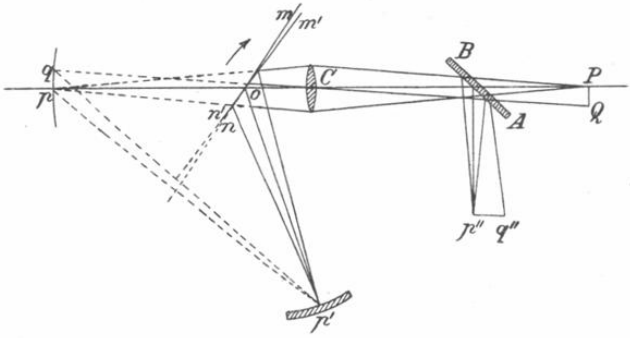

Fig. 144.

wir nun den Verlauf eines kleinen, von dem Punkt P der Fensteröffnung ausgehenden Strahlenbüschels, so haben wir zunächst p als den dem Punkt P konjugirten Punkt. Infolge der Einschaltung des Drehspiegels $m\ o\ n$ werden aber die Strahlen, bevor sie in p homocentrisch werden, durch den Spiegel reflektirt und kommen in p' zur Vereinigung, so dass $op = op'$. p' ist gleichzeitig ein Punkt eines Konkavspiegels, der dort so angeordnet ist, dass sein Krümmungsradius $o\,p$ ist und sein Mittelpunkt auf o fällt. Durch diesen Spiegel wird das Strahlenbüschel wieder in derselben Richtung zurückgeworfen, und befindet sich der Drehspiegel in Ruhe, so gelangt das Strahlenbüschel auf seinem ursprünglichen Wege nach P. Zwischen P und der Linse C befindet sich eine unter einem Winkel von 45^0 zur Axe P C geneigte Glasplatte, so dass ein Theil des zurückkehrenden Strahlenbüschels durch dieselbe reflektirt wird und im Punkte p'' zur Vereinigung kommt, wo es mittelst eines dort aufgestellten Fernrohrs beobachtet wird. Wird der Spiegel $m\ o\ n$ in langsame Drehung versetzt, so wird das Licht dann zurückgeworfen, wenn

der Spiegel $m\,o\,n$ eine solche Stellung einnimmt, dass er Licht nach dem kleinen Hohlspiegel p' reflektiren kann; man erblickt daher bei p'' ein intermittirendes Bild. Wird indessen die sekundliche Drehungszahl auf ca. 30 erhöht, so empfängt das Auge den Eindruck eines kontinuirlichen Bildes. So lange der Spiegel sich mit mässiger Geschwindigkeit dreht, ist die Zeit, welche das Licht gebraucht, um von o nach p' und wieder zurück zu gelangen, so kurz, dass das zurückkehrende Lichtbüschel den Spiegel erreicht, ehe derselbe seine Lage messbar verändert hat Lässt man aber die Rotationsgeschwindigkeit so gross werden, dass der Spiegel einige hundert Drehungen pro Sekunde macht, so beschreibt der Spiegel einen kleinen Winkel, während das Strahlenbüschel von o nach p' und wieder zurück gelangt. Das nun von p' ausgehende Strahlenbüschel wird von dem Spiegel in dieser veränderten Stellung reflektirt und divergirt nach der Reflexion vom Punkte q, welcher so liegt, dass $o\,q = o\,p'$; die Linse C bringt die Strahlen im Punkt Q auf der Linse q C zur Vereinigung; das durch Reflexion im Fernrohr erscheinende Bild befindet sich daher bei q'' anstatt bei p'' und $p''\,q'' = \mathrm{P\,Q}$.

Ueber der Oeffnung, durch welche das Licht eintrat, ist ein feiner Draht gespannt, dessen Lage durch P angedeutet ist, und die Verschiebung $p''\,q''$ dieses Drahtes lässt sich mit Hilfe des Fernrohrs bestimmen. Die Grösse dieser Verschiebung soll mit δ bezeichnet sein.

§ 302. n sei die Anzahl der Umdrehungen des Spiegels pro Sekunde; dieselbe lässt sich mittelst einer Sirene bestimmen. Ferner sei $\mathrm{C\,P} = a$, $\mathrm{C\,O} = b$ und $o\,p' = r$. Ist v dann die Geschwindigkeit des Lichtes, so haben wir als Ausdruck für die Anzahl der Sekunden, welche das Licht gebraucht, um von o nach p' und wieder zurück zu gelangen:

$$t = \frac{2\,r}{v}.$$

Während dieser Zeit dreht sich der Spiegel um einen Winkel $2\,\pi\,n\,t$ oder $\frac{4\,\pi\,n\,r}{v}$.

Die Punkte p, q, p' liegen auf einem um o als Mittelpunkt beschriebenen Kreise und die Linien $p\,p'$ und $q\,p'$ sind beziehungsweise senkrecht zu den beiden Stellungen des Spiegels und somit ist der Winkel $p\,p'\,q$ gleich dem von den beiden Spiegelstellungen gebildeten Winkel, also gleich $\frac{4\,\pi\,n\,r}{v}$. Hieraus folgt, dass der Winkel $p\,o\,q = \frac{8\,\pi\,n\,r}{v}$ ist, und es ist somit

$$p\,q = \frac{8\,\pi\,n\,r^2}{v}.$$

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke P Q C und $p\,q$ C ergiebt sich:

$$\mathrm{P\,Q} : p\,q = a : b + r,$$

und hieraus

$$\mathrm{P\,Q} = \frac{8\,\pi\,n\,r^2\,a}{v\,(b+r)}.$$

Für diese Länge P Q, welche gleich $p''q''$ ist, findet man durch Beobachtung den Winkel δ; die Formel zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes lautet somit:

$$v = \frac{8\,\pi\,n\,r^2\,a}{\delta\,(b+r)}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Foucault fand nach dieser Methode als die Geschwindigkeit des Lichts 298,000,000 m pro Sekunde. Michelson, welcher das Foucault'sche Verfahren etwas modificirte, fand hierfür den Werth 299,940,000 m pro Sekunde.

Die von Foucault angegebene Methode lässt sich auch zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes in anderen transparenten Medien, z. B. Wasser, benutzen. Zu diesem Zwecke füllt man eine Röhre, deren Enden durch Glasplatten verschlossen sind, mit Wasser, schaltet dieselbe zwischen dem rotirenden Spiegel und dem kleinen sphärischen Spiegel ein, so dass der Strahlenverlauf theilweise durch Wasser statt Luft erfolgt. Man hat hierbei gefunden, dass Licht sich im Wasser langsamer als in der Luft fortpflanzt und zwar verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Brechungsexponenten der Medien.