

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Lehrbuch der Geometrischen Optik

Heath, Robert Samuel

Berlin, 1894

Kapitel XI. Optische Instrumente

[urn:nbn:at:at-ubi:2-6537](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:at:at-ubi:2-6537)

Kapitel XI.

Optische Instrumente.

§ 234. Nachdem wir uns den Gang der Strahlen beim Sehen durch eine einfache Linse klar gemacht und unsere Untersuchungsergebnisse auf Brillengläser und Lupen übertragen haben, gehen wir einen Schritt weiter und betrachten das einfache Mikroskop.

Befindet sich ein Objekt im Brennpunkt einer Konvexlinse, so gelangen die Strahlen der verschiedenen Strahlenbüschel parallel zu einander zum Austritt und jedes Strahlenbüschel findet somit ohne Anstrengung des Auges seinen Vereinigungspunkt auf der Retina. Bei dieser Lage des Objektes wird dasselbe von dem Auge unter demselben Winkel erblickt, unter welchem ein im Brennweitenabstand befindliches Auge dasselbe erblicken würde. Es entsteht somit ein deutliches und vergrößertes Bild. Eine in dieser Weise angewandte stark vergrößernde Linse nennt man ein einfaches Mikroskop.

Bezeichnet man mit l die lineare Ausdehnung des Objektes, so ist $\frac{l}{f}$ die Tangente des Winkels, unter welchem dasselbe durch die Linse hindurch erblickt wird, während $\frac{l}{\lambda}$ die Tangente desjenigen Seh winkels ist, unter welchem es bei der Betrachtung mit blossen Auge im kleinsten, deutlichen Sehen noch zulassenden Abstände λ gesehen würde. Als Maass der Vergrößerung haben wir somit $\frac{\lambda}{f}$. Einfache Linsen lassen sich in dieser Weise noch ganz wohl verwenden, so lange deren Brennweite nicht weniger als ca. 25 mm beträgt. Sobald aber stärkere Vergrößerungen verlangt werden, sind Verbindungen aus mehreren Linsen vorzuziehen.

§ 235. Eine einfache Lupenart, welche manche Vorzüge gegenüber der bikonvexen Linse aufzuweisen hat, ist die wohlbekannte Coddington'sche Lupe. Die Lupe ist sphärisch geschliffen; die Strahlen gehen aber annähernd durch den Mittelpunkt der Linse. Die Grundidee dieser Linsenform rührt von Wollaston her; derselbe machte den Vorschlag, man solle zwei halbkugelförmige Linsen

mit ihren ebenen Flächen zusammenkitten und zwischen beiden ein Diaphragma einschalten, dessen centrale Oeffnung im Durchmesser ein Fünftel der Brennweite messen solle. Dasselbe lässt sich nach Brewster auf zweckmässigere Weise dadurch erreichen, dass man in den cylindrischen Mantel der sphärischen Linse eine tiefe Rinne einschleift und diese dann mit irgend einer undurchsichtigen Masse ausfüllt. Der grosse Vortheil dieser Lupe besteht darin, dass sowohl schief als auch central einfallende Strahlenbüschel normal zur Linsenfläche einfallen, wodurch Aberrationsfehler nur in geringem Maasse auftreten.

Die Stanhope'sche Lupe wird durch einen Cylinder gebildet, dessen Enden zu sphärischen Konvexlinsen ungleicher Krümmung geschliffen sind. Die Länge des Cylinders ist so bemessen, dass, wenn das stärker konvexe Ende dem Auge zugekehrt wird, an das andere Ende geklebte oder sonstwie befestigte Objekte sich im Brennpunkt der Linse befinden. Man erhält hierdurch ein bequemes Mittel, um ohne Weiteres leichte Körper behufs Untersuchung an ihr anzubringen.

Eine Variation der Stanhope'schen Lupe, bei welcher die hintere Fläche eben ist, wurde vielfach in Frankreich (und wird noch jetzt viel in Deutschland) verwendet, um kleine, direkt auf der ebenen Fläche auf photographischem Wege hergestellte Bilder vergrössert zu zeigen. Man nannte eine solche Lupe ein „Stanhoskop“.

§ 236. Wollaston verwendete zuerst anstatt einer einfachen Linse eine Kombination zweier Linsen. Diese Kombination ist noch unter dem Namen Wollaston'sches Doublet bekannt. Angeregt wurde es durch die Umkehrung des weiter unten zu beschreibenden Huyghen'schen Okulars. Es besteht aus zwei plan-konvexen Linsen, deren Brennweiten sich wie 1:3 verhalten und deren plane Flächen dem Objekt zugekehrt sind, wobei die Linse von kürzerer Brennweite dem Objekte zunächst liegt. Der Abstand zwischen den beiden Linsen beträgt etwa $\frac{3}{2}$ der kürzeren Brennweite.

Pritchard stellte vorzügliche Doublets von 200 bis 300facher Vergrösserung her, bei welchen der Abstand zwischen den Linsen gleich der Differenz ihrer Brennweiten war, während das Verhältniss der letzteren eine Variation von 1:3 bis 1:6 zuließ.

Ein besseres Doublet konstruirte Chevalier in der Weise, dass er zwei plan-konvexe Linsen von gleicher Brennweite, aber verschiedenem Durchmesser sehr dicht über einander fasste und zwischen beide eine Blende einschaltete.

Dreifache Lupen, Triplets, sind nach demselben Princip hergestellt worden. Bei genügender Sorgfalt giebt die Kombination

dreier plan-konvexer Linsen sogar noch bessere Resultate, als mit zwei Linsen erreichbar ist. Sie lassen sich für die in Frage kommenden Zwecke genügend frei von sphärischer sowohl als chromatischer Aberration herstellen. Sie weisen indessen gegenüber dem modernen zusammengesetzten Mikroskop manche Mängel auf, so dass man sie meist nur zu oberflächlichen Untersuchungen oder zum Präpariren verwendet.

Besondere Erwähnung verdient die Steinheil'sche aplana-tische Lupe. Sie besteht, wie Fig. 110 zeigt, aus zwei gleichen konvex-konkaven Flintglaslinsen, zwischen welchen eine gleichseitige Crownglasbikonvexlinse eingekittet ist. Die inneren Flächen sind ungefähr doppelt so stark gekrümmt wie die äusseren. Diese Lupe liefert sehr schöne, reine und flache Bilder und zeichnet sich durch ein grosses Gesichtsfeld und grossen Objektabstand aus.



Fig. 110.

§ 237. Das dioptrische Fernrohr und das zusammengesetzte Mikroskop bestehen in ihrer einfachsten Form aus zwei Linsen. Die dem Objekt zunächst liegende Linse erhält Strahlen von dem Objekt und erzeugt ein reelles umgekehrtes Bild von ihm. Diese Linse nennt man das Objektiv. Das umgekehrte Bild wird durch eine zweite Linse, Okular genannt, mit dem Auge betrachtet. Dieses Okular verändert die Divergenz der engen, das erste Bild erzeugenden Strahlenbüschel in der Weise, dass sie sich ohne Anstrengung für das Auge auf der Retina vereinigen lassen, und es vergrössert den Gesichtswinkel, unter welchem das Bild erblickt wird. Im Allgemeinen ist das Auge für parallel gerichtete Strahlen akkommodirt das Okular ist somit so anzuordnen, dass das erste Bild in der Brennebene des Okulars liegt. Beim Mikroskop, wo es wesentlich auf Erzielung einer starken Vergrösserung ankommt, ist das Instrument so eingerichtet, dass das zuletzt erzeugte Bild in einem Abstände von ca. 250 mm vom Auge zu Stande kommt. Dieser Abstand ist ein willkürlicher, er dient aber als Basis für den Vergleich verschiedener Instrumente bezüglich ihrer Vergrösserungen unter gleichen Verhältnissen.

Das astronomische Fernrohr.

§ 238. Das gewöhnliche astronomische Fernrohr, dessen Konstruktion zuerst von Kepler erklärt wurde, besteht im Wesentlichen aus zwei, in einer Röhre befestigten Konvexlinsen. In Fig. 111 ist BAC die dem Objekte zugekehrte Linse, welche daher das Objektiv genannt wird. Diese Linse erzeugt ein umgekehrtes Bild pq von

dem Objekt und es liegen einander zugeordnete Punkte des Objektes und seines Bildes auf derselben durch A, den Mittelpunkt der Linse, gehenden Geraden. Bq, Aq und Cq sind drei, von einem beliebigen Punkt des Objektes ausgehende Strahlen, welche nach der Brechung durch das Objektiv sich in q, dem dem Objektpunkt zugeordneten Bildpunkt, schneiden. Nach ihrem Schnitt bei q fallen die Strahlen auf die Konvexlinse bac, das sogenannte Okular, durch welches sie in den meisten Fällen zu einander parallel gerichtet zum Austritt gelangen. Diesen letzteren Strahlengang erreicht man dadurch, dass man das Okular so adjustirt, dass das Bild pq in dessen Brennebene liegt.

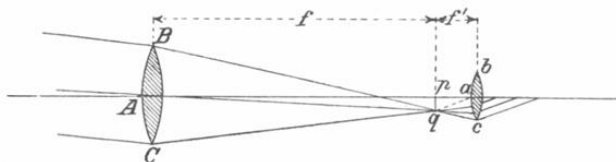


Fig. 111.

Der Winkel qAp ist der auf den Mittelpunkt der Objektivlinse bezogene Gesichtswinkel des Objektes; genügend grossen Objekt- abstand vorausgesetzt, wird sich die Grösse desselben nicht wesentlich ändern, wenn man ihn auf das Auge bezieht. Bedeuten beziehungsweise f und f' die Brennweiten des Objektivs und des Okulars, so würde demnach das blosse Auge das Objekt unter einem Winkel erblicken, dessen Tangente $-\frac{\beta}{f}$ ist, unter β die lineare Ausdehnung des Objektivbildes verstanden. Durch das Okular wird das Bild pq unter einem Winkel gesehen, dessen Tangente $\frac{\beta}{f'}$ ist, was auch immer die Lage des Auges sein mag, vorausgesetzt, dass pq in der Brennebene der Okularlinse liegt. Das Vergrösserungsverhältnis ist demnach

$$m = -\frac{f}{f'} \quad \dots \quad (1)$$

§ 239. Das Gesichtsfeld ist begrenzt durch die Axen der äussersten, noch durch das Okular zum Austritt gelangenden Strahlenbündel. Seine Grösse ist somit bestimmt durch den Oeffnungswinkel des Kegels, dessen Spitze in dem Mittelpunkt der Objektivlinse liegt und dessen Grundfläche die freie Oeffnung der Okularlinse bildet. Bedeutet daher b' (Fig. 112) den Radius dieser Oeffnung und θ den halben Gesichtsfeldwinkel, so stellt

und Aq liegende nur aus Theilen von Strahlenbüscheln, die grösser sind als die Hälfte der Strahlenbüschel, das zwischen Aq und Ar liegende Gesichtsfeld aber aus Theilen von Strahlenbüscheln, die kleiner sind als die Hälften der letzteren, sich zusammensetzen. Zieht man parallel zur Axe des Fernrohrs durch einen Randpunkt des Okulars die Linie mnb , so ergibt sich aus der Aehnlichkeit der

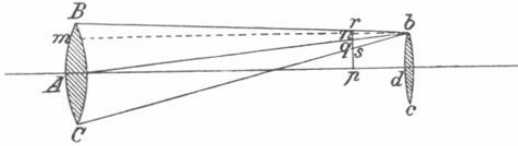


Fig. 113.

Dreiecke Cmb und snb , dass $Cm:mb = sn:nb$. Bezeichnet man ps mit y und die Halböffnungen der beiden Linsen mit b und b' , so gestaltet sich die letztere Relation folgendermaassen:

$$\frac{b+b'}{f+f'} = \frac{b'-y}{f'},$$

oder hieraus

$$y = \frac{fb' - f'b}{f+f'}.$$

Bezeichnet man mit θ' und θ'' die Grösse des halben hellen Gesichtsfeldes resp. diejenige des halben überhaupt sichtbaren Feldes, so ist $y = f\theta'$; daher

$$\theta' = \frac{fb' - f'b}{f(f+f')}. \quad (4)$$

Um den Werth von θ'' zu finden, hat man nur das Vorzeichen von b umzukehren und erhält somit

$$\theta'' = \frac{fb' + f'b}{f(f+f')}. \quad (5)$$

Werden die Verhältnisse so gewählt, dass $\frac{b'}{b} = \frac{f'}{f}$, d. h. sind die Aperturen der Linsen ihren Brennweiten proportional, so verschwindet θ' ; in diesem Falle nimmt die Helligkeit des Gesichtsfeldes von dem Centrum nach dem Umfange zu ab. Ist $\frac{b'}{b} < \frac{f'}{f}$, so erhält θ' einen negativen Werth, und es wird in diesem Falle kein Theil des Gesichtsfeldes von vollen Strahlenbüscheln erleuchtet.

Das durch die Axen der Randstrahlenbüschel begrenzte Gesichtsfeld liegt innerhalb der Linie Aq , und aus einer elementar-

liegen. Bq , Aq und Dq seien drei von irgend einem Punkt des Objektes ausgehende Strahlen, welche sich nach der Brechung im Punkte q , dem zugeordneten Bildpunkt, schneiden. Diese Strahlen fallen auf das Okular, und man lässt sie im Allgemeinen parallel zum Austritt gelangen. Man erreicht dies, wenn man das Okular so anordnet, dass das Bild $p q$ in seinem Brennpunkt liegt. Ist das Fernrohr auf fernliegende Gegenstände gerichtet, so kann man $p q$ als auch im Brennpunkt des Objektivs liegend ansehen und es ist dann der Abstand zwischen den beiden Linsen gleich der Differenz zwischen den Brennweiten beider Linsen.

Ist, wie in Fig. 114 dargestellt, β die lineare Dimension des Bildes $p q$, und sind f und f' die Brennweiten der Objektivlinse des Okulars, so würde ein bei A befindliches Auge das Objekt unter dem Winkel $p A q$ erblicken und es wird dieser Winkel nicht merklich von demjenigen abweichen, unter welchem das Objekt von dem Auge in seiner thatsächlichen Stellung erblickt wird. Die Tangente dieses Winkels ist $-\frac{\beta}{f}$. Ferner wird das Bild $p q$ durch das Okular unter einem Winkel gesehen, dessen Tangente $-\frac{\beta}{f'}$ ist. Das Vergrößerungsverhältnis ist somit wieder

$$m = \frac{f}{f'} \cdot \dots \dots \dots (8)$$

Das Vergrößerungsverhältnis ist somit dasselbe wie bei einem astronomischen Fernrohr, dessen Linsen dieselben Brennweiten haben wie diejenigen des Galilei'schen Fernrohres. Das letztere hat den Vorzug verminderter Länge. Während nämlich bei dem astronomischen Fernrohr der Abstand zwischen den Linsen gleich der Summe ihrer Brennweiten gemacht werden muss, ergibt sich derselbe bei dem Galilei'schen Fernrohr als die Differenz der Brennweiten.

Ein noch grösserer Vorzug dieses Instrumentes ist darin zu suchen, dass mittelst desselben die Objekte aufrecht und nicht, wie bei dem astronomischen Fernrohr, umgekehrt erblickt werden. Diese Thatsache lässt sich ohne Weiteres erkennen, wenn man den Verlauf der Axen der Randstrahlenbüschel von dem Mittelpunkt des Objektivs aus verfolgt. Durch den Durchtritt durch das Okular wird die Divergenz noch vermehrt. Das von dem obersten Theile des Objektes ausgehende Strahlenbüschel trifft auf den unteren Theil der Retina und umgekehrt. Das Objekt wird also dem Auge in derselben Lage sichtbar wie beim Erblicken mit blossem Auge. Aus diesem Grunde eignet sich das Instrument besonders zur Betrachtung

tung irdischer Objekte. Der gewöhnliche „Operngucker“ besteht aus einem Paar mit ihren Axen parallel angeordneter Galilei'scher Fernrohre, welche behufs Einstellung auf verschiedene Entfernungen der Objekte eine Veränderung des Abstandes zwischen den Linsen gestatten.

§ 242. Das Gesichtsfeld ist bei diesem Konstruktionstypus ein sehr begrenztes. Denn, da die Axen der von den verschiedenen Theilen des Objektes ausgehenden Strahlenbüschel von dem Mittelpunkt der Objektivlinse aus divergiren und die Divergenz nach der Brechung durch die Okularlinse zunimmt, so fallen die Strahlen grösstentheils ausserhalb der Pupillenöffnung, gelangen also nicht in das Auge. Damit nun eine möglichst grosse Anzahl dieser Axen in das Auge gelangen, muss dasselbe möglichst nahe an den Punkt gerückt werden, von welchem die Axen divergiren. Dieser Punkt, welcher dem Augenspunkt entspricht, liegt aber innerhalb des Instrumentes; man wird sich daher damit begnügen müssen, das Auge möglichst nahe an die Okularlinse zu rücken. Die wirksame Apertur der Okularlinse reducirt sich somit auf diejenige der Pupille und es ist daher ganz nutzlos, dem Okular eine grössere Apertur zu geben als sie die Pupille besitzt.

Bestimmt man das durch das Instrument erzeugte Bild der Pupille, so müssen alle Strahlenbüschel, welche schliesslich vollständig in die Pupille gelangen, innerhalb dieses Bildes zum Durchtritt gelangen. Man kann daher dieses Bild als die Eintrittspupille bezeichnen, und die Axen aller Strahlenbüschel treten bei ihrem Eintritt durch den Mittelpunkt dieser Eintrittspupille. Das Gesichtsfeld ist daher durch einen Strahlenkegel, welcher von dem Mittelpunkt der Eintrittspupille ausgeht und das Objektiv füllt, begrenzt¹⁾.

Bezeichnet man den Abstand der Eintrittspupille von dem Objektiv mit x und sieht die Augenspupille als örtlich mit dem Okular zusammenfallend an, so hat man nach (14, IV):

$$\frac{1}{f-f'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f}$$

und daher

$$\frac{1}{x} = \frac{f'}{f(f-f')} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (9)$$

¹⁾ Wegen einer vollständigeren Darlegung der für das Gesichtsfeld des Galilei'schen Fernrohrs maassgebenden Faktoren sehe man Czapski, Theorie der opt. Instrumente S. 248 und die auf S. 251 daselbst angeführten Abhandlungen.

Bedeutet daher θ das durch die Axen der äussersten Strahlenbündel bestimmte Gesichtsfeld und b den Oeffnungsradius des Objekts, so ist

$$\theta = \frac{f' b}{f(f - f')} \quad \dots \quad (10)$$

Dieser Ausdruck giebt indessen nicht ein Maass für das gesammte, von allen überhaupt durch das System tretenden Strahlen gebildete Gesichtsfeld. Dieses lässt sich in derselben Weise wie beim astronomischen Fernrohr bestimmen. Diejenigen Strahlenbündel, welche die Pupille vollständig ausfüllen, sieht man als ganze Strahlenbündel, diejenigen, welche die Pupille nicht vollständig ausfüllen, als Theile von Strahlenbündeln an, das Objektiv begrenzt also das Gesichtsfeld.

Wir nehmen an, b und b' (Fig. 115) seien die Oeffnungsradien der Linsen; die letztere Grösse stelle also auch gleichzeitig den Oeff-

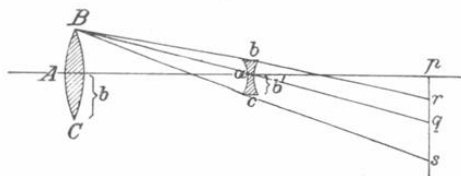


Fig. 115.

nungsradius der Pupille dar. Man verbinde einen Randpunkt der Objektivlinse mit den beiden Randpunkten b und c und dem Mittelpunkt a der Okularlinse und es seien r , s und q der Reihe nach die Schnittpunkte der Verbindungslinien und der Bildlinie $p q$. Sämmtliche, nach irgend einem innerhalb $p r$ liegenden Punkt konvergirenden Strahlen füllen die Okularlinse aus, nach Punkten des Theiles $r q$ konvergirende Strahlenbündel füllen mehr als die Hälfte, nach Punkten des Theiles $q s$ konvergirende Strahlenbündel weniger als die Hälfte der Okularlinse aus. Bezeichnet man daher mit θ' das halbe helle Feld, mit θ'' das halbe visuelle Feld, so ist

$$\theta' = \frac{p r}{f}, \quad \theta'' = \frac{p s}{f}.$$

Aus der Dreiecksähnlichkeit ergibt sich ebenso wie in dem Falle des astronomischen Fernrohrs, dass

$$p r = \frac{f' b - f b'}{f - f'},$$

so dass

Ist aber m die Vergrößerung, b der Oeffnungsradius des Objekts, so ist $m = \frac{b}{r}$; somit

$$I = I_0 \left(\frac{b}{m p} \right)^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (13)$$

Es ist also die Helligkeit abhängig von der Vergrößerung und der Apertur des Objekts, und ist die Vergrößerung eine hohe, so muss auch die Apertur entsprechend gross gemacht werden; anderenfalls verliert das Bild an Helligkeit.

Bei dem Galilei'schen Fernrohr wird das Auge unmittelbar vor die Okularlinse gehalten und die Pupille ist mit Licht ausgefüllt, wenn Punkte des Objektes vermittelt ganzer Strahlenbüschel gesehen werden; es ist hier daher die Helligkeit des Bildes fast gleich derjenigen des Objektes und ist von der Apertur des Objekts unabhängig. Bei diesem Instrument ist dagegen das Gesichtsfeld von der Apertur des Objekts abhängig. Der Grösse dieser Apertur ist indessen eine enge Grenze gesetzt, da die Brechung durch die Linse excentrisch ist, und macht man die Apertur gross, so werden die äussersten Strahlenbüschel in einer solchen Entfernung von der Axe gebrochen, dass dadurch die chromatische Aberration eine unbequem grosse wird.

§ 244. Objektivlinsen werden in der Regel aus zwei Linsen, einer konvexen aus Crown Glas und einer konkaven aus Flintglas, hergestellt. Die Strahlenbüschel fallen centrisch auf die erste Linse; wäre daher ein Zwischenraum zwischen den Linsen vorhanden, so würde dadurch der Strahlengang durch die zweite Linse ein excentrischer. Da dies für die Wirkung der Linse nachtheilig sein würde, so werden die Linsen gewöhnlich dicht neben einander gefasst.

Wir haben also für die Berechnung des Objekts vier variable Grössen, nämlich die Krümmungsradien der vier Linsenflächen.

An die Wahl der Brennweiten der beiden Einzellinsen knüpfen sich die beiden wesentlichen Bedingungen, dass das Objektiv eine gegebene Brennweite haben und achromatisch sein muss. Sind f und f' die Brennweiten der Einzellinsen und F diejenige des Systems, so ist nach (26, IV), indem in dieser Gleichung für den vorliegenden Fall $c = 0$ ist,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (14)$$

Die Bedingung für den Achromatismus giebt ferner die Formel (20, IX):

$$\frac{1}{v'f} + \frac{1}{v'f'} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Aus diesen beiden Bedingungen ergibt sich der Werth von f und f' , so dass eine weitere Bedingung, welche irgend welche Beziehungen zwischen f und f' vorschreibt, nicht erfüllt werden kann.

Untersuchen wir nun die Aberrationsfehler. Die Mängel eines durch eine einzelne Linse hervorgerufenen Bildes sind:

1. Verzerrung infolge der Krümmung des Bildes;
2. Undeutlichkeit infolge schiefen Strahlenganges in den äusseren Theilen des Gesichtsfeldes;
3. Undeutlichkeit infolge sphärischer Aberration in der Axe.

In dem vorliegenden Falle ist eine lineare oder angulare Verzerrung nicht vorhanden, da der Strahleneintritt centrisch erfolgt und daher Objekt und Bild parallele Schnitte desselben Kegels darstellen.

Nach § 160 ist aber, wenn q und q' die Krümmungsradien des Objektes und seines Bildes in den centralen Theilen des Feldes darstellen,

$$\frac{1}{q'} - \frac{1}{q} = - \left\{ \frac{2k+1}{f} + \frac{2k'+1}{f'} \right\}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Da aber dieser Ausdruck eine Relation zwischen den Brennweiten der Einzellinsen enthält, so lässt sich der Mangel einer gekrümmten Bildfläche nicht beseitigen.

Untersuchen wir nun die Wirkung des schiefen Strahlenganges. Nach schiefer centrischer Brechung an einer Linse konvergiren die Strahlenbüschel nicht nach einem Punkt, sondern nach zwei Brennpunkten. Um diesen Fehler zu korrigiren, hat man den Strahlengang so erfolgen zu lassen, dass die Brennpunkten nach der Brechung durch die beiden Einzellinsen sich decken. Nach (50, VIII) bestehen, wenn v und v' die Abstände der Brennpunkten von dem Mittelpunkte einer einzelnen Linse bedeuten, für ein von einem im Abstände u gelegenen Punkt ausgehendes Strahlenbüschel die Gleichungen

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f} \left\{ 1 + \Phi^2 \left(1 + \frac{1}{2n} \right) \right\},$$

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f'} \left\{ 1 + \frac{\Phi^2}{2n} \right\},$$

wo f die Brennweite der Linse darstellt, Φ den Konvergenzwinkel des betreffenden Strahls, welche aber so klein ist, dass die über die dritte hinausgehenden Potenzen von Φ vernachlässigt werden können.

Damit die Brennpunkte nach erfolgter Brechung durch beide Linsen zusammenfallen, muss daher die Relation bestehen:

$$\phi^2 \left\{ \frac{1}{f} \left(1 + \frac{1}{2n} \right) + \frac{1}{f'} \left(1 + \frac{1}{2n'} \right) \right\} = \phi^2 \left\{ \frac{1}{2nf} + \frac{1}{2n'f'} \right\}. \quad (17)$$

Diese Gleichung bedingt aber wieder eine Relation zwischen den Brennweiten der Einzellinsen. Es kann also nur in dem Falle, dass $\phi=0$ ist, vollkommene Deutlichkeit erzielt werden.

Der aus der sphärischen Aberration sich ergebende Fehler lässt sich dahin korrigiren, dass man die Aberration für parallele Strahlen verschwinden lässt. Aus § 130 wissen wir, in welcher Weise die Aberration des Linsenpaares von den beiden Grössen ε und ε' , welche beide von den Brennweiten unabhängig sind, abhängt. Um nun die Aberration für parallele Strahlenbüschel verschwinden zu lassen, hat man eine einzelne Relation zwischen den Grössen ε und ε' zu schaffen und hat dann noch die Möglichkeit, einer weiteren Bedingung zu genügen. Es stehen uns hierbei zwei Wege offen. Wir können den Linsen zwei gleiche Krümmungsflächen geben, so dass sie zusammen verkittet werden können; oder, wie bei der Behandlung der Aberration im VII. Kapitel dargelegt wurde, wir können die Aberration nicht nur für parallele, sondern auch von einem Punkte in endlicher, aber beträchtlicher Entfernung ausgehende Strahlen verschwinden lassen.

Okulare.

§ 245. Bei dem astronomischen Fernrohr kommt in der Regel statt einer einfachen Okularlinse eine Kombination zweier durch einen Zwischenraum getrennter Linsen zur Anwendung. Die Einführung einer dritten Linse zwischen dem Objektiv und dem Okular bringt eine Vergrösserung des Gesichtsfeldes mit sich. Man bezeichnet diese Linse in der Regel als Kollektivlinse.

Der Eintritt der Strahlenbüschel in diese Linse ist nicht ein centrischer, so dass man keinen Vortheil dadurch erzielt, wenn man dieselbe unmittelbar neben das Okular rückt. Die beiden Linsen eines zweitheiligen Okulars sind daher durch einen Zwischenraum getrennt.

Es stehen uns somit für die Berechnung des Fernrohrökulars fünf variable Grössen zur Verfügung, nämlich die vier Krümmungsradien der vier Linsenflächen und der Abstand zwischen den Linsen.

Bedeutend f und f' die Brennweiten beider Linsen, a den Abstand zwischen ihnen, so haben wir nach (48, V) als Ausdruck für die Brennweite der äquivalenten Linse

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} - \frac{a}{ff'} \dots \dots \dots (18)$$

Die Brennweite des Systems erweist sich somit als eine gegebene Grösse, welche als die eine Relation zwischen den Konstanten anzusehen ist.

Der bei Weitem schwerwiegendste Mangel, welcher aus der Anwendung nur einer Linse entspringt, besteht in den auf chromatischer Aberration beruhenden Fehlern. Diese Fehler sind zweifacher Art: Einmal liegen die farbigen Bilder nicht in derselben, senkrecht zur Fernrohraxe gerichteten Ebene; und zweitens weichen sie in ihrer Grösse von einander ab. Der eine oder der andere dieser Fehler lässt sich wohl beseitigen, nicht aber ist dies mit beiden gleichzeitig möglich. Da nun der erstere Fehler der weniger nachtheilige ist, so kann man ihn vernachlässigen. Man stellt zweckmässigerweise beide Linsen aus gleichartigem Glase her; denn gelingt es, die Linsen für zwei Farben zu achromatisiren, so ist damit das Linsenpaar ein vollkommen achromatisches, da eine Disproportionalität der Dispersion nicht vorhanden ist.

Nach (29, IX) ist die Bedingung für diese unvollkommene Achromatisirung zweier aus gleichartigem Material hergestellten Linsen durch die Relation

$$a = \frac{f + f'}{2} \dots \dots \dots (19)$$

gegeben.

Hiermit gewinnen wir eine zweite Relation zwischen den Konstanten.

Die aus der sphärischen Aberration resultirenden Fehler sind complicirter als die im Objektiv auftretenden gleicher Art, weil bei dem Okular die Strahlenbüschel excentrisch und mit erheblicher Schiefe einfallen.

Der erste Fehler ist die aus der sphärischen Aberration der schiefen Strahlenbüschel entspringende Undeutlichkeit des Bildes. Bei richtigem Abstände des centralen Theils des Bildes von dem Okular liegen die Randtheile in einer zu grossen Entfernung; wenn daher der centrale Theil des Gesichtsfeldes deutlich ist, so sind die Randtheile undeutlich; schiebt man dagegen das Okular einwärts, um die Randtheile deutlich zu sehen, so wird dadurch der centrale Theil undeutlich.

Der zweite Fehler äussert sich als Krümmung des Bildes¹⁾.

¹⁾ Gerade die Krümmung des Bildes ist es, welche sich in der vorstehend beschriebenen Weise äussert. Die sphärische Aberration der schiefen Büschel zeigt sich als Unschärfe der Randtheile des Sehfelds bei jeder Einstellung.

Der dritte Fehler ist die lineare und angulare Verzerrung. Die Axen der äussersten, von dem Mittelpunkt des Objectivs ausgehenden Strahlenbüschel werden infolge der sphärischen Aberration des Okulars die Axe des Fernrohrs in einem geringeren Abstände schneiden als diejenigen der axialen Strahlenbüschel. Das Verhältnis der Gesichtswinkel wird daher für die Randpartien des Gesichtsfeldes grösser sein als für das Centrum desselben. Die Randpartien des Gesichtsfeldes erscheinen daher unverhältnismässig stark vergrössert und das Objekt erscheint verzerrt¹⁾.

Ein vierter Fehler rührt von dem Astigmatismus schiefer Strahlenbüschel her. Die Strahlenbüschel bilden nach ihrem Durchtritt durch das Instrument zwei Brennpunkte, und das Netzhautbild eines durch ein solches Strahlenbüschel abgebildeten Punktes ist im Allgemeinen eine Ellipse, welche sich indessen unter Umständen als Kreis specialisirt.

§ 246. Ohne weiter in die Einzelheiten dieser Mängel einzudringen, genügt es, uns hier die leicht ersichtliche Thatsache zu vergegenwärtigen, dass im Allgemeinen die Fehler sich durch Verringerung der Aberrationen der äussersten Strahlenbüschel vermindern lassen und dass, wenn die Gestalt der Linsen gegeben ist, man diese Wirkung dadurch erzielen kann, dass man ihre Anzahl vermehrt und dadurch die Brechung der Strahlen vertheilt. Die resultirende Aberration wird, *caeteris paribus*, ein Minimum, wenn man die gesammte Ablenkung der Strahlen gleichmässig unter die Linsen vertheilt.

Die Bedingung für eine gleichmässig vertheilte Brechung lässt sich ohne Schwierigkeit aufstellen. Wir wollen uns zunächst auf die Untersuchung des Falles nur zweier Linsen beschränken.

Bezeichnen wir die Abstände, in welchen die beiden Linsen von einem ursprünglich zur Axe parallelen Strahl getroffen werden, mit y und y' , so sind $\frac{y}{f}$ und $\frac{y'}{f'}$ die durch die beiden Linsen hervorgerufenen Ablenkungen und gefordert wird, dass $\frac{y}{f} = \frac{y'}{f'}$. Ist aber θ der Konvergenzwinkel des Strahls zwischen den Linsen, deren Abstand mit a bezeichnet sein mag, so ist nach Fig. 116

$$y' = y - a \theta \text{ und } \theta = \frac{y}{f};$$

daher

$$y' = y \left(1 - \frac{a}{f}\right);$$

¹⁾ Diese Deduction ist nicht ganz vollständig. Die Verzerrung kann trotz der sphärischen Aberration — ja sogar mittels derselben — aufgehoben sein.

hieraus und der Forderung $\frac{y}{f} = \frac{y'}{f'}$ folgt:

$$f' = f \left(1 - \frac{a}{f} \right),$$

oder endlich

$$a = f - f' (20)$$

In Worten ausgedrückt fordert diese Bedingung, dass der Abstand zwischen den beiden Linsen gleich der Differenz zwischen ihren Brennweiten sei. Nach diesem Princip wurde das Huyghen-sche Okular konstruiert.

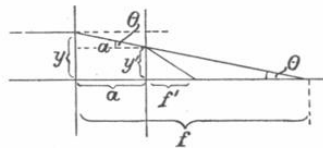


Fig. 116.

Die eben aufgestellten Bedingungsformeln beziehen sich nur auf die Brennweiten und die Abstände der Linsen von einander und sind von deren Gestalt unabhängig. Die Aberrationen hängen aber wesentlich von der Gestalt der Linsen ab. Die Korrektur der verschiedenen oben aufgeführten Fehler bedingt nun im Allgemeinen die Anwendung verschiedener und oft gegensätzlicher Linsenformen. Es bleibt daher nichts weiter übrig, als von der Vervollkommenung des Instrumentes nach der einen Richtung abzustehen, um dadurch die Möglichkeit zu gewinnen, es nach einer anderen, für den jeweiligen Zweck wichtigeren Richtung zu vervollkommen. Die hierher gehörende Theorie ist indessen sehr verwickelt und es wird ihr auch in der Praxis nur ein geringer Grad von Beachtung geschenkt. Die zur Anwendung gelangenden Linsen sind fast ohne Ausnahme plan-konvexe oder äqui-konvexe Linsen.

§ 247. Verbinden wir die Bedingung für die Achromatisirung der Linsen (19) mit derjenigen für die gleichgrosse Ablenkung durch jede der beiden Linsen (20), so erhalten wir die beiden Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2} (f + f') \\ a &= f - f' \end{aligned} \right\}.$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich:

$$f = 3f', \quad a = 2f' (21)$$

Das Okular besteht daher aus zwei Linsen, von denen die hintere eine dreimal so grosse Brennweite hat als die dem Auge zunächst liegende und deren Abstand von einander gleich der doppelten Brennweite der vorderen Linse ist. Dieser Typus entspricht dem Okular, welches Huyghens konstruirte, um die Wirkung der Aberration dadurch unschädlich zu machen, dass er die gesammte Ablenkung der Strahlen auf beide Linsen gleichmässig vertheilte. Später machte Boscovich darauf aufmerksam, dass die Kombination den weiteren Vortheil der Achromasie besässe.

Dieses Okular wird gewöhnlich aus plan-konvexen Linsen hergestellt, deren Planflächen dem Auge zugekehrt sind (Fig. 117). Von dem Objektiv ausgehende Strahlen würden sich in q schneiden, wenn pq in der Brennebene des Objektivs liegt. Die Strahlen werden indessen von der hinteren Okularlinse aufgefangen, ehe sie in q zur Vereinigung gelangen und werden in q' , einem Punkte in der Brennebene der vorderen Linse, vereinigt, so dass demnach die Strahlen

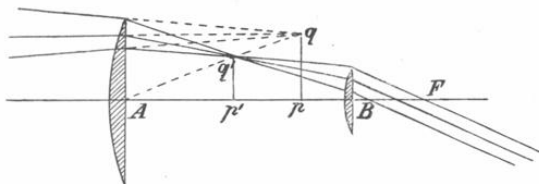


Fig. 117.

als parallelstrahliges Bündel zum Austritt gelangen. Bedeuten A und B die Mittelpunkte der beiden Linsen, AF die Brennweite der Linse A, so ist, da $AF' = 3f'$ und $AB = 2f'$, Punkt F auch der Brennpunkt der Linse B. Da ferner $q'p'$ in der Brennebene der Linse B liegt, so ist $Bp' = \frac{1}{2}AB$. Ferner, da p und p' in Bezug auf die Linse A konjugirte Punkte sind, so ist nach (14, IV)

$$\frac{1}{Ap'} - \frac{1}{Ap} = \frac{1}{3f'}$$

und $Ap' = f'$. Es ist somit

$$Ap = \frac{3}{2}f' = \frac{3}{4}AB, \quad (22)$$

p ist somit der Mittelpunkt von AF.

Die hintere Okularlinse muss demnach so gefasst werden, dass sie sich zwischen dem Objektiv und dessen Brennpunkt, in einem Abstände ihrer halben eignen Brennweite von dem Brennpunkte des Objektivs, befindet.

Die Anwendung dieses Okulars ist indessen in den Fällen nicht rathsam, wo mit Hilfe von Fadenkreuzen Fernrohrmessungen angestellt werden sollen; denn der Brennpunkt des Objektivs ist virtuell. Die Ebene des Fadenkreuzes darf nicht mit derjenigen des Bildes pq zusammenfallen, weil der Strahlendurchtritt durch die Augenlinse des Okulars Verzerrungen des Bildes verursacht, während das Bild des Objektes infolge des excentrischen Strahlenganges sowohl durch die hintere als auch vordere Okularlinse Verzerrungen erleidet. Fadenkreuz und Objekt erscheinen daher in verschiedenem Grade verzerrt, und man würde daher für die Lage eines Punktes im Gesichtsfelde ein verkehrtes Maass gewinnen, wollte man dieselbe mit dem Fadenkreuze vergleichen. In allen für Messungen bestimmten, mit Fadenkreuzen versehenen Fernrohren muss die hintere Okularlinse zwischen der vorderen Linse und dem Brennpunkt des Objektivs liegen. Findet jetzt eine Verzerrung des Bildes und des Fadenkreuzes statt, so ist diese gleicher Art und es tritt kein Fehler in die Messung ein.

§ 248. Bei dem gewöhnlichen, als das Ramsden'sche Okular bekannten, astronomischen Okular haben die beiden Linsen gleiche Brennweiten und die Bedingung für die Achromasie besteht demnach nach (19) in diesem Falle darin, dass der Abstand zwischen den Linsen gleich der Brennweite der Linsen ist. Da aber bei einer solchen Anordnung das Kollektiv sich genau in dem Brennpunkt der Augenlinse befindet, so würde ein zufällig auf dem ersteren liegendes Staubkörnchen oder irgend eine fehlerhafte Stelle im Glase durch die Augenlinse vergrößert werden und das Bild undeutlich machen. Aus diesem Grunde nimmt man den Abstand zwischen den Linsen etwas kleiner als die Brennweite der Linsen; wenn auch hierdurch die Achromasie beeinträchtigt wird, so ist die dabei gemachte Einbusse nicht von Belang. Man wählt in der Regel plankonvexe Linsen, deren konvexe Flächen einander zugekehrt sind, und fasst sie in einem Abstände gleich zwei Drittel ihrer, wie gesagt gleichen, Brennweiten von einander.

Die von dem Objektiv ausgehenden Strahlen schneiden sich, wie in Fig. 118 gezeigt, in einem Punkte q der Brennebene des Objektivs und gelangen nach der Kreuzung bei q in das Kollektiv. Die Richtung der Strahlen ändert sich nun, so dass sie von q' auszugehen scheinen. Man wählt nun die Verhältnisse des Okulars so, dass dieser Punkt in der Brennebene der Augenlinse liegt, so dass die Strahlen als parallelstrahliges Bündel zum schliesslichen Austritt gelangen. Bezeichnet man mit A und B die Mittelpunkte der Linsen und ist $AF = f$ die Brennweite jeder der beiden Linsen, so ist AB

$= \frac{2}{3}f$. Da ferner $q'p'$ im Brennpunkt der Linse B liegt, so ist $Bp' = f$, so dass $Ap' = \frac{1}{3}f$. Ferner sind p und p' konjugierte Punkte in Bezug auf die Linse A und daher nach (14, IV)

$$\frac{1}{Ap} - \frac{1}{Ap'} = \frac{1}{f};$$

hieraus, da

$$Ap' = \frac{1}{3}f, \quad Ap = \frac{1}{4}f. \quad \dots \quad (23)$$

Wie hieraus ersichtlich, befindet sich das Kollektiv ausserhalb des Brennpunktes des Objektivs und zwar in einem Abstände von demselben, welcher ein Viertel seiner eigenen Brennweite beträgt.

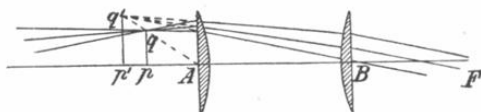


Fig. 118.

Die Radien der Linsenkrümmungen lassen sich so wählen, dass die Aberrationsfehler möglichst unschädlich gemacht werden. Die aus diesen Fehlern entspringende Undeutlichkeit lässt sich bei diesem Okular weit besser korrigiren als in irgend einem anderen der üblichen Typen.

§ 249. Ein allgemein verbreitetes Okular ist das viertheilige terrestrische Fernrohr Okular. Das terrestrische Fernrohr unterscheidet sich von dem astronomischen in der That nur dadurch, dass es statt eines gewöhnlichen ein bildumkehrendes Okular besitzt.

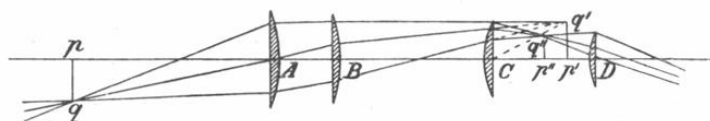


Fig. 119.

Figur 119 stellt eine Form des bildumkehrenden Okulars dar¹⁾. A und B sind zwei Konvexlinsen von gleicher Brennweite, welche sich in beliebigem Abstände von einander befinden können. $p q$ ist das durch das Objektiv erzeugte Bild. Die Linse A ist so justirt, dass $p q$ in ihrer Brennebene liegt. Da nun die Strahlen zwischen A und B parallel verlaufen und A und B gleiche Brennweiten haben, so erzeugt die Linse B ein umgekehrtes Bild $p' q'$ von $p q$ im Abstände ihrer Brennweite von B, das von derselben Grösse ist wie

¹⁾ Der Strahlengang zwischen q und q' weicht in der Figur nicht unerheblich von dem thatsächlichen ab.

$p q$, so dass $B p' = A p$ und $p q = p' q'$. Ausser diesen beiden Linsen hat das Okular noch zwei ein gewöhnliches Huyghen'sches Okular bildende Linsen, welche genau wie bei dem astronomischen Okular auf das Bild $p' q'$ einzustellen sind. Die Abstände zwischen den vier Linsen sind unveränderlich; sie werden gewöhnlich in eine Röhre gefasst, die sich dann entsprechend den Entfernungen der Objekte in dem Fernrohrtubus verschieben lässt.

§ 250. Die Stellung und Vergrößerung eines für deutliches Sehen eingestellten aus zwei Linsen zusammengesetzten Okulars lässt sich bestimmen, wenn man die successiven, durch den Strahlen- gang erzeugten Bilder untersucht.

Nehmen wir an, das Instrument sei auf fernliegende Objekte gerichtet¹⁾ und so justirt, dass die Strahlen als parallelstrahliges Bündel schliesslich zum Austritt gelangen und daher das erste Bild in der Brennebene des Objektivs, das letzte Bild in der Brennebene

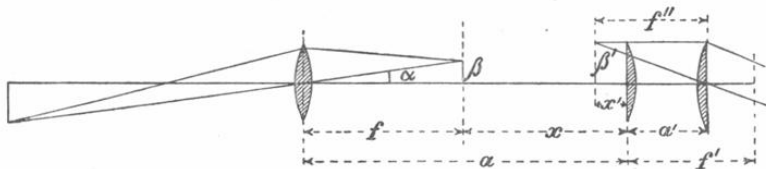


Fig. 120.

der Augenlinse liegt. Bezeichnen wir nach Fig. 120 mit x den Abstand des ersten Bildes vor, mit x' den Abstand des letzten Bildes hinter der Kollektivlinse, ferner mit β und β' die linearen Dimensionen dieser Bilder, mit a und a' die ursprüngliche und schliessliche Konvergenz der Axen der äussersten Strahlenbündel, mit f , f' und f'' die Brennweiten der drei Linsen und schliesslich mit a und a' deren Abstände von einander, so erhalten wir folgende Relationen:

$$\left. \begin{aligned} a &= x + f \\ a' &= x' + f'' \end{aligned} \right\}$$

und nach (14, IV)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f'}.$$

Die Grössen a und a' sind daher durch die Gleichung

$$\frac{1}{a-f} + \frac{1}{a'-f''} = \frac{1}{f'} \quad \dots \dots \dots (24 a)$$

mit einander verbunden.

¹⁾ In der Figur ist der Anschaulichkeit wegen das Objekt relativ nahe am Objektiv gezeichnet.

Durch entsprechende Umformung gelangen wir zu dem Ausdruck

$$(f + f' - a)(f' + f'' - a') = f'^2. \quad (24)$$

Die Bestimmungsgleichungen für die Konvergenz der Eintritts- und Austrittsstrahlenbüschel lauten

$$\alpha = \frac{\beta}{f},$$

$$\alpha' = -\frac{\beta'}{f''},$$

und ferner ist nach (5a, IV)

$$\frac{\beta}{x} = -\frac{\beta'}{x'}.$$

Das Abbildungsverhältnis ist daher

$$N = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\beta'}{\beta} \frac{f}{f''},$$

oder

$$N = \frac{x'}{x} \frac{f}{f''}.$$

Es ist aber gleichzeitig nach (14, IV)

$$\frac{x'}{x} = \frac{x'}{f'} - 1 = \frac{a' - f' - f''}{f'},$$

und daher

$$N = -f \left\{ \frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} - \frac{a'}{f'f''} \right\}. \quad (25)$$

Zu diesem Ausdruck hätte man auf direktem Wege gelangen können, wenn man die beiden Linsen des Okulars nach (47, V) durch deren äquivalente Linse ersetzt und dann die bereits für das Abbildungsverhältnis bei dem aus zwei Linsen bestehenden astronomischen Fernrohr entwickelte Formel (1) eingeführt hätte.

In ganz analoger Weise lässt sich zeigen, dass

$$\frac{1}{N} = -f'' \left\{ \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} - \frac{a}{ff'} \right\}. \quad (26)$$

Multiplizieren wir Gleichungen (25) und (26) mit einander, so ergibt sich daraus der in Gleichung (24) enthaltene Ausdruck.

Das Objekt wird, wie beim gewöhnlichen astronomischen Fernrohr, umgekehrt erscheinen, es sei denn, dass a grösser als $f + f'$, d. h. der Abstand zwischen den beiden ersten Linsen grösser ist als die Summe ihrer Brennweiten ist.

Sind die Brennweiten der Linsen und die Vergrößerung gegeben, so sind damit auch die Abstände der Linsen von einander festgelegt; denn aus den Gleichungen (25) und (26) folgt:

$$\left. \begin{aligned} a &= f + f' + \frac{f f'}{f'' N} \\ a' &= f' + f'' + \frac{f' f'' N}{f} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

und

§ 251. Das Gesichtsfeld lässt sich in derselben Weise bestimmen wie beim gewöhnlichen astronomischen Fernrohr, vorausgesetzt, dass die beiden ersten Linsen die für die Berechnung des Fernrohres maassgebenden sind. Man hat in diesem Falle die Apertur der dritten Linse so zu wählen, dass sämtliche Strahlen zum Austritt gelangen. Wenn daher θ die Grösse des auf die Axen der äussersten Strahlenbüschel bezogenen Gesichtsfeldes bedeutet, b' und b'' die Oeffnungsradien der Kollektivlinse und der Augenlinse darstellen, so ist

$$\theta = \frac{b'}{a}.$$

Bezeichnet ferner α' den Konvergenzwinkel für die Axe des äussersten Strahlenbüschels nach dem Durchtritt durch die erste Linse, so ist $a' - \theta$ die durch jene Linse hervorgerufene Ablenkung und somit

$$\alpha' = \theta - \frac{b'}{f'}.$$

Ferner ist

$$b'' = b' + a' \alpha',$$

daher

$$b'' = b' + a' \theta - \frac{a' b'}{f'}.$$

oder

$$b'' = \theta \left\{ a + a' - \frac{a a'}{f'} \right\}, \dots \dots \dots (28)$$

wodurch die Apertur der Augenlinse bestimmt ist.

Die Apertur der Augenlinse, welche dem maximalen Gesichtsfeld entspricht, und die Grösse des hellen Feldes lassen sich in analoger Weise bestimmen.

Beim Galilei'schen Fernrohr ist die zur Anwendung gelangende Augenlinse stets eine einfache Konkavlinse oder auch ein verkittetes achromatisches Linsenpaar¹⁾.

¹⁾ Ausser bei dem „panorthischen“ Fernrohr von Steinheil.

Die Spiegelteleskope oder Reflektoren.

§ 252. Wendet man statt einer konvexen Objektivlinse einen Konkavspiegel an, um die von einem Objekt ausgehenden Strahlen aufzufangen, so erzeugt ein solcher Spiegel ein Bild des Objektes, welches, vorausgesetzt dass die Apertur des Spiegels genügend gross ist, sich wie bei den Refraktoren durch ein in geeigneter Stellung angebrachtes Okular betrachten lässt. Dies ist der Grundgedanke des von Herschel konstruirten einfachsten aller Reflektoren.

Damit nun durch den Kopf des Beobachters ein möglichst kleiner Theil der von dem Objekt ausgehenden Strahlen abgehalten werde, ist die Axe des Spiegels zur Axe des Rohres, in welchem derselbe befestigt ist, ein wenig geneigt; hierdurch entsteht das Bild in der Nähe des Tubusrandes und lässt sich von dem seinen Rücken dem Objekt zukehrenden Beobachter mittelst eines Okulars betrachten. Die Schiefe des einfallenden Strahlenbüschels zur Spiegelaxe hat eine geringe Verzerrung des Bildes zur Folge¹⁾; aber die aus diesem Umstande entspringenden Fehler sind in den sehr grossen Instrumenten, für welche allein dieser Typus in Frage kommt, kaum wahrnehmbar.

Wir setzen voraus, das Objekt befinde sich in sehr grosser Entfernung, so dass das durch den Spiegel erzeugte Bild in die Brennebene des Spiegels fällt. Ferner nehmen wir an, das Instrument sei für normale Augen eingestellt, so dass die Strahlen parallel austreten, also das Okular so eingestellt ist, dass das erst erzeugte Bild in seinen Brennpunkt fällt.

Der Gesichtswinkel, unter welchem das Objekt vom Mittelpunkt des Spiegels, also mit blossen Auge gesehen wird, ist durch den Quotienten $-\frac{\beta}{F}$ bestimmt, wo β die lineare Grösse des ersten Bildes, F die Brennweite des Spiegels bedeutet. Der Winkel, unter welchem das Bild vom Auge erblickt wird, ist $\frac{\beta}{f}$, wo f die Brennweite der Okularlinse ist.

Das Vergrösserungsverhältnis ist durch das Verhältnis beider Winkel dargestellt und ist somit

$$N = -\frac{F}{f} \dots \dots \dots (29)$$

Dieses Instrument liefert daher ein umgekehrtes Bild.

Figur 121 stellt schematisch die Anordnung des Spiegels und

¹⁾ Nicht so sehr die eigentliche Verzerrung (Distortion), als vielmehr etwas Astigmatismus auch in der Axe des Bildes.

der Okularlinse dar. BAC ist der grosse sphärische Reflektor, OA dessen Axe und O dessen Krümmungsmittelpunkt. AP ist die Axe der Reflektorröhre, Aa diejenige des Okulars und beide Axen sind unter gleichem Winkel zur Spiegelaxe AO geneigt. Bq, Aq und Cq sind drei durch den Reflektor in q vereinigte Strahlen. Da q ein Brennpunkt der Okularlinse ist, so gelangen die Strahlen nach ihrem Durchtritt durch die Linse als parallelstrahliges Bündel in das Auge. Der Brennpunkt q und der ihm entsprechende Objektpunkt liegen auf derselben durch O, den Mittelpunkt des Reflektors, gezogenen Linie.

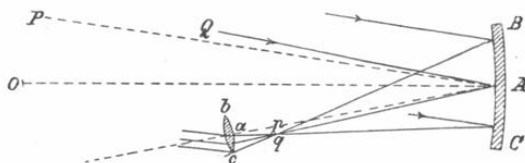


Fig. 121.

§ 253. Das auf die Axen äusserster Strahlenbündel als Begrenzungselemente bezogene Gesichtsfeld dieses Fernrohrs lässt sich bestimmen, indem man die äussersten Randpunkte des Okulars mit dem Mittelpunkt des Spiegels verbindet. Der Abstand zwischen der Linse und dem Spiegelmittelpunkt ist sehr angenähert $F - f$; denn $AO = 2F$ und $Ap = F$, während die Neigung von Ap zu AO eine nur sehr geringe ist. Bezeichnet man daher mit a die halbe Apertur der Okularlinse und mit θ das halbe Gesichtsfeld, so ist

$$\theta = \frac{a}{F - f} \quad \dots \quad (30)$$

Die Brennweite der Okularlinse ist indessen im Vergleich zu derjenigen des Spiegels sehr klein und das Gesichtsfeld ist daher angenähert gleich dem Öffnungswinkel eines Kegels, der seine Spitze im Scheitel des Spiegels hat und dessen Basis die Öffnung der Okularlinse ist.

Zu einem Ausdruck für die Grösse des gesammten Gesichtsfeldes gelangt man, indem man den Rand der Okularlinse mit demjenigen des Spiegels verbindet. Der von diesem Kegel begrenzte Theil der in dem gemeinsamen Brennpunkte des Spiegels und der Linse errichteten Senkrechten zur Kegelaxe stellt die lineare Grösse der von allen beliebigen, von dem Objekte ausgehenden Strahlen beleuchteten Fläche, und der diese Senkrechte einschliessende Winkel bei O stellt die Grösse des Gesichtsfeldes dar. Seine Grösse wird in genau derselben Weise bestimmt, wie das beim astrono-

mischen Fernrohr geschah, und wir können demnach auch hier die in jenem Falle entwickelte Formel (5) benutzen und schreiben

$$\theta' = \frac{A f + a F}{F(F + f)}, \dots \dots \dots (31)$$

wo A die halbe Apertur des Spiegels und θ' das halbe totale Gesichtsfeld bedeutet. Vernachlässigen wir f gegenüber der Grösse von F und substituieren N für $\frac{F}{f}$, so lautet diese Formel:

$$\theta' = \frac{1}{F} \left\{ a + \frac{A}{N} \right\}, \dots \dots \dots (32)$$

welche bei Instrumenten mit starker Vergrösserung nur wenig von den bereits für die mittlere Grösse des Gesichtsfeldes aufgestellten Formeln abweichende Resultate liefert.

Herschel's grosses Fernrohr wurde im Jahre 1789 konstruirt; es war 40 Fuss engl. = 12,2 m lang und der Reflektor hatte einen Durchmesser von 50 Zoll = 1,27 m. Die Lichtstärke war bei diesem Instrument so gross, dass Herschel Okulare von erheblich kürzerer Brennweite anwenden konnte, als das bis dahin möglich gewesen war.

Das Teleskop von Lord Rosse hat einen Spiegel von 53 Fuss engl. = ca. 16 m Brennweite und 6 Fuss = 1,8 m Durchmesser.

Newton's Teleskop.

§ 254. Die Beobachtung von vorne, wie sie bei dem zuletzt beschriebenen Fernrohr die Konstruktion gestattet, ist auf Instrumente mit sehr grosser Apertur beschränkt; bei Instrumenten geringerer Apertur ist der beschriebene Konstruktionstypus ausgeschlossen. Bei dem von Newton ersonnenen und konstruirten Teleskope werden die von dem Spiegelobjektiv reflektirten Strahlen von einem kleinen, zwischen dem Spiegelobjektiv und seinem Brennpunkt angeordneten Planspiegel aufgefangen. Die Ebene des letzteren Spiegels ist unter 45° zur Axe des Teleskops geneigt und die Strahlen, welche ohne die Einschaltung des Planspiegels sich in dem Brennpunkt des Spiegels zu einem Bilde vereinigen würden, werden seitwärts reflektirt und erzeugen ein jenem Bilde kongruentes und in Bezug auf den Planspiegel symmetrisch gelegenes Bild in der Nähe des Tubusrandes. Dieses Bild, dessen Ebene zur Fernrohraxe parallel ist, wird nun durch ein seitlich am Instrument angebrachtes Okular betrachtet. An Stelle eines Planspiegels benutzte Newton

ein gleichschenkelig-rechtwinkliges, total reflektirendes Prisma. Da die Reflexion an der Hypotenuse eine totale ist, so ist mit der Anwendung eines solchen Prismas ein weit geringerer Lichtverlust verbunden, als dies bei der Reflexion an einem Metallspiegel der Fall ist.

Fig. 122 zeigt die Anordnung der Spiegel und des Okulars. BAC stellt das Spiegelobjektiv, $B'A'C'$ den Planspiegel und bac die Okularlinse dar. Die parallel bei A , B und C einfallenden Strahlen werden nach der Reflexion an dem Objektivspiegel im Punkte Q vereinigt, indem PQ die Lage der Brennebene andeutet.

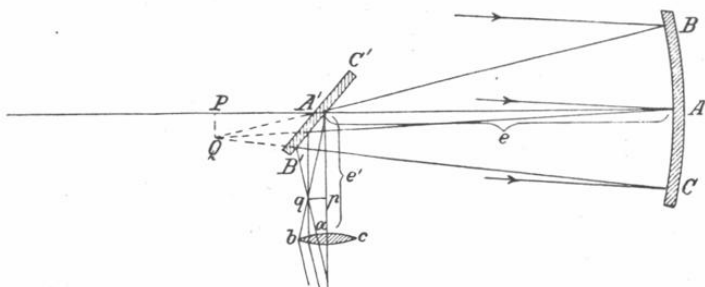


Fig. 122.

Ehe indessen die Strahlen in Q zur Vereinigung gelangen, werden sie durch den Planspiegel reflektiert und in q zur Vereinigung gebracht. Nach der Kreuzung bei q erfolgt der Eintritt in die Okularlinse und hierauf parallelstrahliger Austritt aus derselben. Der Punkt Q und der zugeordnete Objektpunkt liegen auf der durch den Mittelpunkt des Reflektors gehenden Geraden. Ferner liegen das erste und das zweite Bild qp in Bezug auf den Spiegel $B'A'C'$ symmetrisch und qp und PQ sind gleich gross.

Bezeichnen wir mit F und f die Brennweiten des Spiegelobjektivs und des Okulars, mit e und e' deren Abstände von dem geneigten Planspiegel, so ist mit Rücksicht auf die Figur

$$\left. \begin{aligned} A'P &= F - e \\ A'p &= e' - f \end{aligned} \right\},$$

indem das erste Bild in der Brennebene des grossen Spiegels, das zweite in derjenigen der Okularlinse liegt. Da nun $A'P = A'p$, so ist

$$e + e' = F + f. \quad \dots \dots \dots (33)$$

Diese Gleichung enthält die Bedingung für das deutliche Sehen bei parallelem Strahlenaustritt.

Die Vergrößerung lässt sich genau in derselben Weise bestimmen wie bei dem Herschel'schen Fernrohr. Wir erhalten wieder für dieselbe den Ausdruck

$$N = \frac{F}{f} \dots \dots \dots (34)$$

§ 255. Der kleinere Planspiegel muss genügend gross sein, um das ganze Hauptstrahlenbüschel, d. h. den im Brennpunkt des Spiegelobjektivs zusammenlaufenden Strahlenkegel reflektiren zu können; der Spiegel darf indessen nicht grösser gemacht werden, als zu diesem Zweck erforderlich ist, da sonst die Helligkeit des mittleren Theils des Gesichtsfeldes beeinträchtigt wird. Der Spiegel muss daher nur so gross gemacht werden, dass er einen unter 45° zur Axe gelegten Schnitt mit seinem vollen, von dem Reflektor nach dessen Brennpunkt konvergirenden Strahlenkegel vollständig deckt. Der Spiegel muss also eine elliptische Form haben.

Bezeichnen wir nach Fig. 123 den halben Oeffnungswinkel des vollen Kegels mit θ , so ist

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{A}{F},$$

unter A die halbe Apertur des Reflektors verstanden.

Fig. 123 stelle einen durch die Axe senkrecht zur Ebene des Planspiegels gelegten Schnitt des Lichtkegels dar, und zwar sei

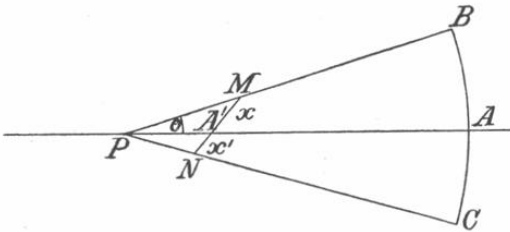


Fig. 123.

MN der Schnitt durch den Planspiegel, also die grosse Axe der elliptischen Spiegelfläche. Bezeichnet man nun die zu beiden Seiten der Axe AP liegenden Theile der Ellipsenaxe mit x und x' , d. h. A'M mit x , A'N mit x' , und A'P mit d , so ist

$$x = \frac{d \sin \theta}{\sin (45^\circ - \theta)} = \frac{d \sqrt{2} \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg} \theta} = \frac{A d \sqrt{2}}{F - A},$$

und

$$x' = \frac{d \sin \theta}{\sin (45^\circ + \theta)} = \frac{d \sqrt{2} \operatorname{tg} \theta}{1 + \operatorname{tg} \theta} = \frac{A d \sqrt{2}}{F + A},$$

und daher, wenn a und b die halben Ellipsenaxen bezeichnen,

$$a = \frac{x + x'}{2} = \frac{A F d \sqrt{2}}{F^2 - A^2} \quad (35)$$

Bezeichnet y die Breite des zu der in der Figur dargestellten Ebene senkrechten Schnittes bei A' , so ist

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{y^2}{x x'}$$

y ist aber der Radius des in A' durch den Kreiskegel gelegten Orthogonalschnittes, d. h. $y = \frac{A d}{F}$ und daher

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{F^2 - A^2}{2 F^2}$$

Setzen wir für a seinen Werth aus (35) ein, so ergibt sich als zugehöriger Werth von b :

$$b = \frac{A d}{\sqrt{F^2 - A^2}} \quad (36)$$

Berücksichtigt man nun, dass die Apertur des Objektivspiegels im Vergleich mit seiner Brennweite klein ist, so kann man A^2 gegenüber F^2 vernachlässigen. Die Näherungswerthe von a und b lassen sich daher durch folgende Formeln ausdrücken:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{A d \sqrt{2}}{F} \\ b &= \frac{A d}{F} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

und die Werthe von a und b verhalten sich daher wie $\sqrt{2} : 1$.

§ 256. Das äusserste Gesichtsfeld ist bei dem Newton'schen Fernrohr durch den das Okular und den nach Formel (37) bestimmten Planspiegel tangirenden Kegel begrenzt. Der von diesem Kegel begrenzte Theil der durch den Brennpunkt der Okularlinse senkrecht zu deren Axe errichteten Ebene $p q$ stellt die grösste Ausdehnung der von allen beliebigen, von dem Objekt ausgehenden und durch das Okular tretenden Strahlen beleuchteten Bildfläche dar. Also repräsentirt der Winkel, welchen die Axe und ein von dem Centrum des Reflektors nach Q gehender Strahl einschliessen, die halbe Grösse des Gesichtsfeldes. Ist y die Grösse

jenes ersten Bildes, a die halbe Apertur der Okularlinse, A' der lothrechte Abstand des äussersten Punktes B' des Spiegelrandes von der Linsenaxe $A'a$, so ergibt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke

$$\frac{a - y}{f} = \frac{y - A'}{d - A'},$$

wo d sowohl den Abstand $A'P$ als auch $A'p$ bezeichnet. Vernachlässigt man A' gegenüber d , so ergibt sich aus dem letzten Ausdruck

$$y = \frac{ad + A'f}{d + f}.$$

Bezeichnet man mit θ das halbe sichtbare Gesichtsfeld, so ist demnach

$$\theta = \frac{y}{F} = \frac{1}{F} \frac{ad + A'f}{d + f} \dots \dots \dots (38)$$

Substituiren wir in die Gleichung für y den aus (37) sich ergebenden Näherungswerth $A' = \frac{A}{F}$ und vernachlässigen f als im Vergleich zu d praktisch von geringem Einfluss, so erhalten wir

$$y = a + A \frac{f}{F}$$

und nach (34)

$$y = a + \frac{A}{N},$$

und es ist wie bei dem Herschel'schen Teleskop

$$\theta = \frac{1}{F} \left(a + \frac{A}{N} \right) \dots \dots \dots (39)$$

Das Gregory'sche Teleskop.

§ 257. Die Erfindung des Spiegelteleskops schreibt man gewöhnlich James Gregory zu, welcher den nach ihm benannten Typus in seinem Werke „Optica promota“, im Jahre 1663 veröffentlicht, beschrieb.

Gregory's Teleskop besteht aus zwei ihre Konkavflächen einander zukehrenden, centrirten Hohlspiegeln, welche sich in einem Abstände von etwas mehr als der Summe ihrer Brennweiten von einander befinden. In dem Scheitel des grösseren Objektivspiegels befindet sich eine kreisförmige Durchbohrung, welche die das Okular enthaltende Röhre trägt. Wird die Axe des Fernrohrs auf ein entferntes Objekt gerichtet, so entsteht im Brennpunkt des Objektiv-

spiegels ein Bild. Die von diesem Bilde divergirenden Strahlen fallen auf den kleineren Hohlspiegel und durch Reflexion entsteht ein zweites Bild in der Nähe des Scheitels des grossen Spiegels, und dieses Bild wird durch eine im Abstände ihrer Brennweite von demselben angeordnete Okularlinse beobachtet.

Fig. 124 stellt die Anordnung der Spiegel und der Linse dar; es ist hier BC der Objektivspiegel, $B'C'$ der kleinere Spiegel und $b c$ das Okular. Die von dem Objektpunkt ausgehenden Strahlen werden von dem grossen Spiegel reflektirt und in Q vereinigt, wenn PQ die Brennebene des Spiegels darstellt. Q und der zugeordnete Objektpunkt liegen auf derselben durch den Spiegelmittelpunkt gehenden Geraden. Nach der Kreuzung bei Q divergiren die Strahlen, fallen auf den kleineren Spiegel und gelangen bei q zur

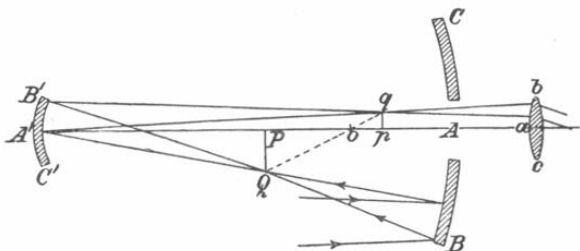


Fig. 124.

Vereinigung; analog dem ersten Falle liegen einander zugeordnete Punkte auf derselben durch den Krümmungsmittelpunkt o des kleineren Spiegels gehenden Geraden. Die Okularlinse erhält eine solche Stellung, dass das Bild $p q$ sich in ihrer Brennebene befindet und somit die Strahlen als parallelstrahlige Strahlenbündel zum Austritt gelangen.

In der ursprünglichen Beschreibung des Instrumentes wurde der grosse Reflektor als ein Rotationsparaboloid dargestellt, der kleinere als ein längliches Sphäroid und deren Brennpunkte nach P resp. p , den beiden Bildpunkten, verlegt. Bei einer derartigen Gestaltung der Spiegelflächen sind die centralen Strahlen frei von Aberration. Man verzweifelte indessen anfänglich an der Herstellung solcher Spiegel und erst nach der Erfindung des Newton'schen Teleskops gelangte das Gregory'sche zur Ausführung.

Das Gregory'sche Teleskop wird meist dem Newton'schen vorgezogen. Seine Bevorzugung beruht zum grossen Theil darauf, dass die Anwendung zweier Hohlspiegel ein Mittel liefert, um Unregelmässigkeiten in der Form des einen durch absichtliche Fehler in dem anderen zu kompensiren; das Newton'sche Fernrohr

dagegen enthält kein Element, das eine Korrektion von Fehlern im Spiegelobjektiv ermöglicht, und erfahrungsmässig gehören genau sphärische Spiegel zu den grossen Seltenheiten.

§ 258. Sind F , F' und f beziehungsweise die Brennweiten der beiden Spiegel und der Okularlinse, e und e' die Abstände des Objektivspiegels und der Okularlinse von dem kleineren Spiegel und x und x' die Abstände der beiden Bilder von demselben Spiegel, so bestehen, vorausgesetzt, dass das Instrument für ein normales Auge auf die Ferne eingestellt ist, die folgenden Relationen

$$\left. \begin{aligned} x &= e - F \\ x' &= e' - f \end{aligned} \right\}.$$

Da aber x und x' die Abscissen konjugirter Punkte in Bezug auf den kleineren Spiegel sind, so ist nach (3, III)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{F'}, \dots \dots \dots (40a)$$

oder, wenn man hierin x und x' eliminirt,

$$\frac{1}{e - F} + \frac{1}{e' - f} = \frac{1}{F'} \dots \dots \dots (40)$$

In dieser Gleichung ist die Bedingung für das deutliche Sehen beim Gregory'schen Teleskop enthalten. Die Gleichung erinnert in ihrer Form an die bei der Behandlung der aus drei Linsen bestehenden Refraktoren entwickelte Gleichung (24a).

Das Okular wird in der Regel unverrückbar angeordnet und die Einstellung auf deutliches Sehen durch Verschiebung des kleinen Spiegels mittelst Mikrometerschraube erreicht.

Bedeutend β und β' die linearen Dimensionen des ersten und zweiten Bildes, so ist $-\frac{\beta}{F}$ der Winkel, unter welchem das Objekt mit blossen Auge gesehen wird, $\frac{\beta'}{f}$ der Winkel, unter welchem das zweite Bild erblickt wird. Als Vergrösserung des Instrumentes hat man demnach

$$N = -\frac{\beta'}{\beta} \frac{F}{f} \dots \dots \dots (41)$$

Nach (7, III) lässt sich aber für die Reflexion am sphärischen Spiegel die Relation zwischen den linearen Dimensionen eines Objektes und seines Bildes durch die Gleichung

$$\frac{\beta}{x} + \frac{\beta'}{x'} = 0$$

ausdrücken; somit lässt sich der Gleichung (41) die Form geben

$$N = \frac{F}{f} \frac{x'}{x} \dots \dots \dots (42)$$

Ferner ist aus (40a)

$$\frac{x'}{x} = \frac{x'}{F'} - 1 = \frac{e' - f}{F'} - 1$$

daher

$$N = -F \left\{ \frac{1}{f} + \frac{1}{F'} - \frac{e'}{fF'} \right\} \dots \dots \dots (43)$$

Auf analoge Weise erhält man

$$\frac{1}{N} = -f \left\{ \frac{1}{F} + \frac{1}{F'} - \frac{e}{FF'} \right\} \dots \dots \dots (44)$$

Die aus diesen Gleichungen sich ergebenden Werthe von e und e' sind

$$e = F + F' + \frac{FF'}{fN} \quad \text{und} \quad e' = F' + f + \frac{F'fN}{F}, \dots \dots (45)$$

wodurch bei gegebenen Brennweiten und gegebener Vergrößerung die Abstände zwischen den Spiegeln und der Linse bestimmt sind.

Aus Formel (43) lässt sich ein einfacher Näherungswerth für die Vergrößerung gewinnen. Da nämlich das erste Bild fast in den Brennpunkt des kleineren Spiegels, das zweite fast in den Scheitel des grossen Spiegels fällt, so ist angenähert $e' - F' - f = F$, somit ergibt sich aus (43) der Näherungswerth:

$$N = \frac{F^2}{F'f} \dots \dots \dots (46)$$

Da das zweite Bild in Bezug auf das erste ein umgekehrtes, das erste in Bezug auf das Objekt ebenfalls ein umgekehrtes ist, so erblickt man durch dieses Teleskop ein aufrechtes Bild.

§ 259. Der kleinere Spiegel muss eine genügend grosse Fläche besitzen, um den ganzen von dem grossen Spiegel nach dessen Brennpunkt konvergirenden Strahlenkegel aufzufangen. Giebt man dem Spiegel eine grössere Fläche, so wird ein unnötig grosser Theil der einfallenden Strahlen abgeschnitten. Die Apertur A' des kleineren Spiegels bestimmt sich daher durch die Gleichung

$$A' = A \cdot \frac{x}{F} = A \left(\frac{e}{F} - 1 \right) \dots \dots \dots (47)$$

Die im Scheitel des grossen Spiegels angebrachte Oeffnung darf nicht grösser sein als die Apertur des kleineren Spiegels, da ja sonst einfallendes Licht direkt in die Okularlinse gelangen würde; es ist daher üblich, die Oeffnung im grossen Spiegel gleich der Apertur des kleinen Spiegels zu machen, um auf diese Weise eine möglichst grosse Apertur der Okularlinse und somit auch ein möglichst grosses Gesichtsfeld zu gewinnen.

§ 260. Die Grösse des äussersten Gesichtsfeldes beim Gregory'schen Teleskop lässt sich bestimmen, indem man den kleinen Spiegel und die Okularlinse in einen Kreiskegel einhüllt, d. h. die Linie $B'b$ zieht; die durch diese Gerade abgeschnittene Strecke $p q$ giebt uns ein Maass für die Grösse des Gesichtsfeldes. Ist a der Oeffnungsradius der Okularlinse und β' die halbe lineare Ausdehnung des zweiten unter den vorliegenden Bedingungen zu Stande kommenden Bildes, so ergibt sich aus der Dreiecksähnlichkeit

$$\frac{a - \beta'}{f} = \frac{\beta' - A'}{x'},$$

somit ist

$$\beta' = \frac{a x' + A' f}{x' + f},$$

oder, da f im Vergleich mit x' nur klein ist, annähernd

$$\beta' = a + A' \frac{f}{x'}.$$

Nach (47) ist $A' = \frac{A x}{F}$, somit ist nach (42)

$$\beta' = a + \frac{A}{N}, \quad (48)$$

unter N die Vergrösserung des Fernrohrs verstanden.

Ferner folgt aus Formel (41)

$$\frac{\beta'}{f} = N \cdot \frac{\beta}{F} = N \theta,$$

wo θ die Grösse des halben Gesichtsfeldes bedeutet. Es ist somit schliesslich

$$\theta = \frac{1}{N f} \left(a + \frac{A}{N} \right) (49)$$

Der zweite Summand des Klammerausdrucks ist im Allgemeinen klein im Vergleich zum ersten; als Näherungsformel für das Gesichtsfeld kann man somit aufstellen

$$\theta = \frac{a}{N f} (50)$$

§ 261. Eine andere Form des Spiegelteleskops wurde, wahrscheinlich unabhängig von Gregory und Newton, einige Jahre nach der Konstruktion der nach den letzteren benannten Teleskope von dem Franzosen Cassegrain erfunden. Cassegrain's Teleskop unterscheidet sich von dem Gregory'schen nur dadurch, dass bei ihm der kleinere Spiegel konvex anstatt konkav ist und sich zwischen dem grossen Spiegel und dessen Brennpunkt befindet. Die Anordnung der Spiegel und die Lage der erzeugten Bilder ist in Figur 125 dargestellt.

Die bei der Untersuchung der Abbildungsvorgänge beim Gregory'schen Fernrohr aufgestellten Formeln zur Bestimmung der Lagen der Spiegel und Linsen für deutliches Sehen, der Vergrösserung und des Gesichtsfeldes lassen sich ohne Weiteres auf

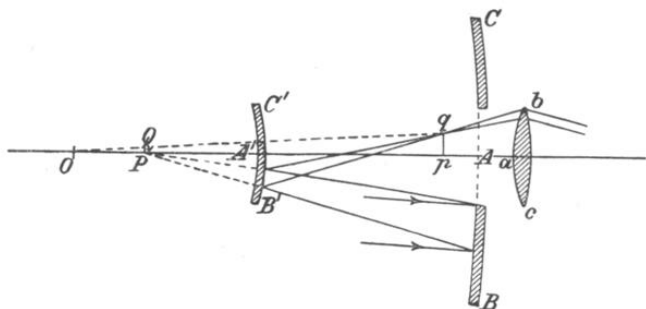


Fig. 125.

das Cassegrain'sche Teleskop übertragen; man hat nämlich nur das Vorzeichen von F' , der Brennweite des kleineren Spiegels, in allen Fällen entgegengesetzt zu nehmen wie dort.

Das Bild ist hier wie beim astronomischen Teleskop ein umgekehrtes.

§ 262. Der von Cassegrain angegebene Typus ist nicht zu verbreiteter Anwendung gelangt, trotzdem er gegenüber der Gregory'schen Konstruktion gewisse Vorzüge besitzt. Bei gleicher Vergrösserung ist das Cassegrain'sche Teleskop das kürzere von beiden; der grösste Vorteil, den das Cassegrain'sche Teleskop bietet, besteht aber darin, dass bei ihm die sphärischen Aberrationen der beiden Spiegel entgegengesetzter Art sind, so dass sie kompensierend auf einander wirken, während bei dem Gregory'schen Teleskop beide Aberrationen sich summieren. Bei der Untersuchung der Aberration normaler Strahlenbüschel (§ 116) sahen wir, dass bei einem normal zu einer sphärischen Spiegelfläche auffallenden Strahlenbüschel die Katakaustik sich von dem Spiegel nach dessen

Centrum zuspitzt. Werfen wir einen Blick auf die Figur 124 in § 257, so erkennen wir, dass das erste Bild P Q in Folge der sphärischen Aberration des grossen Spiegels eine Verschiebung erfährt und diesem Spiegel genähert wird. Der Abstand x erfährt daher ein positives Wachsthum dx und ist y die halbe Apertur des grossen Spiegels, so ist nach (5, VII)

$$dx = \frac{y^2}{8F}.$$

Abgesehen von der sphärischen Aberration des kleinen Spiegels ergibt sich hieraus eine Verschiebung von x' . Da nämlich

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{F'}$$

ist, so ist auch

$$\frac{dx}{x^2} + \frac{dx'}{x'^2} = 0.$$

Wir erhalten somit als Verschiebung der Bildlage

$$dx' = -\frac{x'^2}{x^2} \frac{y^2}{8F}.$$

Ausser dieser Verschiebung des zweiten Bildes ist noch eine zweite vorhanden, welche ihren Ursprung in der sphärischen Aberration des kleinen Spiegels findet. Bezeichnen wir den Oeffnungsradius dieses Spiegels mit y' und ist O' der Krümmungsmittelpunkt des Spiegels, so erfährt x' in Folge der sphärischen Aberration des Spiegels das Wachsthum

$$\Delta x' = -\frac{y'^2}{8F'^3} (O'p)^2.$$

Die gesammte Veränderung des Werthes x' setzt sich also aus den Theilen dx' und $\Delta x'$ zusammen. Bei Gregory's Teleskop haben diese Grössen gleiche Vorzeichen, bei dem Cassegrain'schen Teleskop dagegen sind, da das Vorzeichen von F' das entgegengesetzte ist, die Vorzeichen von dx' und $\Delta x'$ umgekehrt.

Das zusammengesetzte Mikroskop.

§ 263. In seiner einfachsten Gestalt besteht das zusammengesetzte Mikroskop ebenso wie das astronomische Fernrohr aus zwei Linsen, der Objektivlinse und der Okularlinse. Das Objektiv hat eine sehr kurze Brennweite und das Objekt befindet sich in einem die Brennweite um ein Geringes übertreffenden Abstände. Unter

dieser Bedingung erzeugt die Objektivlinse ein reelles, umgekehrtes Bild des Objectes, welches sich durch die Okularlinse betrachten lässt.

Das Objectiv ist gewöhnlich aus einem System von Linsen zusammengesetzt behufs Reduktion der chromatischen und sphärischen Aberration. In manchen Fällen verwendet man drei Doublets, deren jedes aus einer Bikonvexlinse aus Crown Glas und einer plan-konkaven Flintglaslinse besteht; diese sind so angeordnet, dass das System für die centralen Strahlenbüschel achromatisirt ist. Diese Doublets kehren dem einfallenden Licht ihre planen Flächen entgegen, das Doublet kürzester Brennweite ist das dem Object zunächstliegende und die Aperturen der Linsenpaare nehmen von dieser Linse aus nach aussen zu. Hierbei lassen sich nun die Aperturen so wählen, dass ein die erste Linse ausfüllendes Strahlenbüschel die übrigen Linsen der Reihe nach ausfüllt.

§ 264. Die im VII. Kapitel für die Grösse der Aberration aufgestellten Formeln sind vollständig werthlos, wollte man sie auf Mikroskop-Objective anwenden. Bei der Entwicklung jener Formeln gingen wir nämlich von der Voraussetzung aus, dass die Konvergenz der Strahlen eine so geringe sei, dass man die dritten Potenzen der Konvergenzwinkel in Bogenmaass ausgedrückt vernachlässigen könne. Bei Mikroskop-Objectiven aber, wo der Einfallskegel einen halben Oeffnungswinkel bis 60° oder selbst 70° hat, ist jene Voraussetzung natürlich nicht zulässig. Es lassen sich dennoch gute Objective herstellen, welche bei einem Oeffnungswinkel von 105° bis 110° in Luft noch genügend frei von sphärischer Aberration sind.

Die Erklärung dieser interessanten Thatsache wurde von J. J. Lister in den Philosophical Transactions von 1830 veröffentlicht und die Schlussfolgerungen, zu denen man dadurch gelangte, bildeten die Wegweiser für weitere Vervollkommnungen¹⁾. Lister konstatirte, dass in einer achromatischen Objectivlinse des oben beschriebenen Typus zwei Axenpunkte vorhanden sind, in Bezug auf welche das Linsenpaar bei mässigen Aperturen aplanatisch ist. Der eine aplanatische Punkt liegt in einem etwas grösseren Abstände von der ebenen Fläche der Linse als deren Brennweite, der andere befindet sich näher der Linse. Ferner fand er, dass, wenn der

¹⁾ Die Lister'sche Entdeckung wird gewöhnlich in Bezug auf ihren praktischen Werth sehr überschätzt. Niemals, soviel bekannt, sind nach seinen unmittelbaren Angaben Objective mit Erfolg ausgeführt worden und für starke Systeme musste überhaupt sein Konstruktionsprincip verlassen und dasjenige Amici's angewandt werden. Cz.

leuchtende Punkt zwischen den aplanatischen Punkten liegt, eine Ueberkorrektion der sphärischen Aberration eintritt, d. h. dass die letztere das umgekehrte Vorzeichen von demjenigen enthält, welches unter gewöhnlichen Umständen der sphärischen Aberration einer Sammellinse zukommt; liegt aber der leuchtende Punkt ausserhalb dieser beiden aplanatischen Punkte in der einen oder anderen Richtung, so resultirt daraus eine Unterkorrektion der sphärischen Aberration.

Die sphärische Aberration einer Kombination zweier solcher achromatischer Linsen lässt sich daher durch Verschiebung der Linsen kompensiren. Denn ordnet man die erste Linse so an, dass sie Strahlen empfängt, welche von einem in dem der Linse zunächst liegenden aplanatischen Punkt befindlichen Objekt ausgehen, giebt aber der zweiten Linse eine solche Lage, dass das in dieselbe gelangende Strahlenbüschel von dem entfernteren aplanatischen Punkt kommt, so lässt sich dadurch nahezu vollkommene Korrektion der Aberration erreichen. Nähert man von dieser Stellung der Linsen aus dieselben einander, so tritt Ueberkorrektion, im entgegengesetzten Falle Unterkorrektion ein.

Bei der Konstruktion der Objektive mit den jetzt üblichen grossen Aperturen benutzt man diese Thatsache in der Weise, dass man die unvermeidlichen Fehler der Linsen starker Vergrösserung dadurch kompensirt, dass man absichtlich bei den Linsen schwächerer Vergrösserung entsprechende entgegengesetzte Aberrationsfehler einführt. Bei den modernen Objektiven von ungewöhnlich hoher Apertur besteht ein sehr verbreiteter (von Amici herrührender) Typus in einer einzelnen fast halbkugeligen Vorderlinse, an welche sich ein stark überkorrigirtes Linsensystem anreihet. Dieses letztere System besteht entweder aus zwei Doublets oder aus einem Doublet und einem Triplet oder sogar aus einem vorderen Triplet, einem mittleren Doublet und einem hinteren Triplet. Soll aber diese complicirte Zusammensetzung gute Resultate liefern, so ist ganz besondere Sorgfalt auf das Schleifen und Centriren der Linsen zu verwenden.

Die Farbenkorrektionen werden in ähnlicher Weise vorgenommen. Neben den sekundären Spektren besteht bei dem Mikroskop noch eine Fehlerquelle, auf welche Prof. Abbe aufmerksam machte und welche er als die chromatische Differenz der sphärischen Aberrationen bezeichnete. Mit diesem Ausdruck charakterisirt er die Thatsache, dass bei Linsensystemen, in welchen die sphärische Aberration für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit korrigirt ist, noch ein Fehlerrest für alle Strahlen geringerer oder grösserer Brechbarkeit vorhanden ist; die Linsen werden also in

diesem Fall für rothe Strahlen unterkorrigirt, für violette Strahlen überkorrigirt sein. In einem Aufsatz über diesen Gegenstand legt er dar, in welcher Weise sich durch zweckmässige Wahl der Linsenabstände dieser Fehler nahezu beseitigen lässt.

§ 265. Bei der Berechnung von Linsensystemen grosser Apertur wird es nothwendig, die aus der Anwendung von Deckgläsern für mikroskopische Präparate resultirende Aberration in Rechnung zu ziehen. Tritt nämlich ein Lichtstrahl durch eine planparallele Platte, so sind Ein- und Austrittsstrahl parallel gerichtet, aber beide gehen,

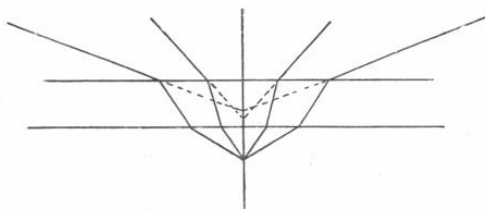


Fig. 126.

wie aus Fig. 126 ersichtlich, von scheinbar verschiedenen Punkten aus; ein von einem Punkte ausgehendes Strahlenbüschel divergirt nach dem Durchtritt durch die Platte demnach nicht mehr von einem Punkte, sondern von einer Reihe von Punkten der Axe des Systems, deren Lagen sich etwa folgendermaassen bestimmen lassen. Ein

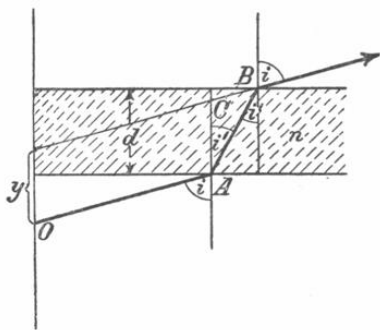


Fig. 127.

vom Objektpunkt O (Fig. 127) ausgehender Strahl treffe die Platte von der Dicke d in A und gelange bei B zum Austritt. Hierbei ergebe sich eine axiale Verschiebung y des Objektpunktes O im Bilde. Aus Fig. 127 ergibt sich dann:

$$AB = \frac{d}{\sin(90^\circ - i')} = \frac{d}{\cos i'},$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AB}{y} = \frac{\sin i}{\sin(i - i')}.$$

Hieraus

$$\begin{aligned} y &= \frac{d \sin(i - i')}{\sin i \cos i'} = d \left(1 - \frac{\sin i \cos i}{n \sin i \cos i'} \right) = d \left(1 - \frac{\cos i}{n \cos i'} \right) \\ &= d \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right), \end{aligned}$$

$$y = d \left\{ 1 - \cos i \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2n^3} \sin^2 i + \frac{3}{8n^5} \sin^4 i + \frac{5}{16n^7} \sin^6 i + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{35}{128n^9} \sin^8 i + \dots \right) \right\}.$$

Bis auf kleine Grössen 2. Ordnung erhält man somit

$$y = d \left(1 - \frac{\cos i}{n} \right).$$

Für $i=0$ findet man also den bekannten Ausdruck für senkrecht einfallende Strahlen:

$$y = d \frac{n-1}{n}.$$

Der durch das Deckglas verursachte Fehler hat denselben Charakter wie die sphärische Aberration einer Linse und lässt sich daher durch Justirung der Linsen korrigiren. Es ist üblich, einen Theil des Systems gegen den übrigen Theil verschiebbar zu lassen, so dass sich das System auf die jeweilige Dicke des Deckglases einstellen lässt.

§ 266. Einen bedeutenden Fortschritt in der Mikroskopie machte man durch die Einführung sogenannter Immersionsysteme. Bei diesen wird ein Flüssigkeitstropfen zwischen das Deckglas und die vorderste Linsenfläche gebracht. Zuerst wendete man als Immersionsflüssigkeit Wasser an; man erreicht aber wesentlich günstigere Resultate durch Anwendung homogener Immersion. Prof. Abbe fand nach vielen Versuchen, dass Cedernholzöl von geeigneter Konsistenz annähernd denselben Brechungsindex und dasselbe Dispersionsvermögen besitzt wie das gebräuchliche Deckglasmaterial, so dass bei der Anwendung einer solchen homogenen Immersionsflüssigkeit der aus dem Deckglas hervortretende Strahlenkegel keine Veränderungen infolge von Refraktion oder Lichtverluste durch Reflexion erfährt und somit sämtliche Strahlen unter ihrem ursprünglichen Winkel in das Objektiv gelangen; selbst die schrägsten Strahlen gelangen auf diese Weise noch ungebrochen in das Objektiv und werden erst beim Verlassen der hinteren Fläche der Vorderlinse gebrochen. Dieses Mittel ermöglicht die Erzielung weit grösserer Aperturen, als dies bei irgend einem Trockenobjektiv möglich wäre.

Hierin liegt indessen nicht der einzige Vorzug der Immersionsysteme.

Nach (28, X) ist die Helligkeit eines Bildes ausgedrückt durch die Formel:

$$I = I_0 \frac{\lambda^2}{p^2} \cdot \frac{n^2 \sin^2 \alpha}{N^2},$$

wo n den Brechungsindex des Mediums darstellt, in welchem das Objekt eingeschlossen ist. Aus der Formel erkennt man ohne Weiteres den Vortheil eines hohen Brechungsexponenten; und in der That hat Clausius sowohl für Wärme wie für Licht nachgewiesen, dass die Ausstrahlung eines Körpers in einem Medium dem Quadrate des Brechungsindex proportional ist. Ein nach dem Principe der Immersion konstruirtes Objectiv kann daher eine grössere Anzahl von Strahlen aufnehmen, als dies bei den Trockensystemen möglich ist. Prof. Abbe's Erklärung des hierbei stattfindenden physikalischen Vorganges gründet sich auf Ausstrahlung gebeugten Lichtes. Bei Trockensystemen kann der Verlust von Strahlen niemals durch Verstärkung der Beleuchtung ersetzt werden; denn die einmal verlorenen Strahlen haben andere physische Eigenschaften als die durch irgend eine noch so intensive Lichtquelle innerhalb eines Mediums wie Luft gelieferten Beleuchtung.

§ 267. Die bei dem Mikroskop angewendeten Okulare sind die nämlichen wie diejenigen der Teleskope. In den meisten Fällen benutzt man nach dem Huyghens'schen Princip konstruirte Okulare; das Ramsden'sche Okular ist namentlich da zweckmässig, wo es sich um Messungen handelt.

Für die sogenannten Apochromatobjektive, welche zuerst nach den Rechnungen Prof. Abbe's durch die bekannte optische Werkstätte von Carl Zeiss hergestellt wurden, sind besondere Okulare konstruirt worden, welche dazu dienen, einen den Objectiven anhaftenden Fehlerrest oder eine absichtliche Ueberkorrektion durch Unterkorrektion zu kompensiren und daher von Prof. Abbe Kompensationsokulare genannt worden sind. Wir werden auf diese Kompensationsokulare in Verbindung mit einer kurzen Besprechung der Apochromatobjektive nochmals zurückkommen.

Aus der zuletzt citirten Formel für die Helligkeit des Bildes erkennen wir, dass einer Verstärkung der Vergrößerung eine Verdunklung des Bildes entspricht, und zwar ist, caeteris paribus, die Helligkeit des Bildes dem Quadrat der Vergrößerung umgekehrt proportional. Es sind daher beim Mikroskop Mittel zur Erzielung einer starken künstlichen Lichtkonzentration unentbehrlich. Ein durch einen Plan- oder Konkavspiegel in die optische Axe geworfener Lichtkegel wird durch eine Linsenkombination auf die Unterseite des Objectes concentrirt; das während seines Durchtrittes durch das Objekt infolge der Kontraste in dem Brechungs- und Absorptionsvermögen differentiirte Strahlenbündel gelangt alsdann in das In-

strument. Mancherlei Formen von Beleuchtungsapparaten sind konstruirt. Der interessanteste von diesen ist ohne Frage der von Abbe angegebene und nach ihm benannte Beleuchtungsapparat. Genauere Beschreibungen dieses Apparates finden sich u. A. in Dippel's Werk über „Das Mikroskop“.

Die Vergrößerung beim Mikroskop.

§ 268. Ein genaues Maass für die durch ein Instrument gelieferte Vergrößerung erhält man, wenn man die Dimensionen des Netzhautbildes, welches bei bewaffnetem und blossen Auge zu Stande kommt, mit einander vergleicht. Soll aber ein solcher Vergleich möglich sein, so müssen wir uns vor Allem darüber klar sein, wo das Objekt resp. das durch das Linsensystem erzeugte Bild sich befinden solle, damit sich eine Bestimmung der Vergrößerung vornehmen lässt. Damit der Vergleich einen quantitativen Werth erhält, muss die Wirkung des blossen Auges mit derjenigen der Verbindung des Auges mit dem Instrument unter möglichst gleichen Bedingungen verglichen werden. Diese Bedingungen lassen sich herbeiführen, wenn man den Vergleich unter möglichst günstigen Verhältnissen für die Beobachtung anstellt; ein Fall, der dann eintritt, wenn die Netzhautbilder möglichst gross sind. Bei der Beobachtung mit blossen Auge wird man also das Objekt in den kleinsten Abstand deutlichen Sehens bringen. Nun ist dieser Abstand bei verschiedenen Individuen ein sehr verschiedener, während die einem Instrument zukommende Vergrößerung von dieser Individualität unabhängig sein muss. Man giebt daher dem Objekt einen konventionell festgesetzten Abstand, und zwar hat man diesen Abstand so gewählt, dass das Netzhautbild noch genügend annähernd seinen grössten Werth hat und dass sich ein normales Auge ohne Anstrengung auf längere Zeit auf die Bildebene akkommodiren kann. Man hat demnach 25 cm als diesen Abstand festgesetzt und ihn als „deutliche Sehweite“ ein für alle Mal fixirt. Diese Bezeichnung ist keine glückliche, denn das Auge vermag in jeder Entfernung, auf welche es sich akkommodiren kann, gleich deutlich zu sehen. Diesen Abstand muss nun auch das durch das Linsensystem erzeugte Bild haben. Die in beiden Fällen entstehenden Netzhautbilder werden dann den linearen Dimensionen des Objektes und seines Bildes proportional sein.

Bezeichnen wir mit x und x' die Abstände des Objektes und des resultirenden Bildes von dem ersten resp. zweiten Hauptpunkte des (scil. ganzen Mikroskop-) Systems, mit f dessen Brennweite, so ist bekanntlich

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}.$$

Sind ferner β und β' die linearen Dimensionen des Objektes und seines Bildes, so ist

$$\frac{\beta}{x} = - \frac{\beta'}{x'}.$$

Bezeichnet schliesslich ξ den Abstand des Auges von dem zweiten Hauptpunkt, so wird das Bild unter einem Gesichtswinkel erblickt, für welchen

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\beta'}{\xi - x'} = \frac{\beta}{x \left(1 - \frac{\xi}{x'}\right)}.$$

Für ein sehr kleines f wird x' negativ und das Auge liegt unweit des Hauptpunktes, so dass man $\frac{\xi}{x'}$ vernachlässigen kann und somit für θ den Näherungswerth

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\beta}{x}$$

erhält.

Rückt man ferner das Bild in den konventionellen Abstand λ , sodass $x' = -\lambda$, so wird

$$\operatorname{tg} \theta = \beta \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{f} \right).$$

Bei der Betrachtung des Objektes mit blossen Auge hat der Gesichtswinkel den Werth

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{\beta}{\lambda}$$

und man hat somit als Ausdruck für die Vergrösserung die Gleichung:

$$N = 1 + \frac{\lambda}{f} \dots \dots \dots (51)$$

Im Allgemeinen ist f im Vergleich mit λ sehr klein und wir erhalten somit als hinreichend genauen Ausdruck für die Vergrösserung

$$N = \frac{\lambda}{f} \dots \dots \dots (52)$$

Die Bestimmung der Apertur des Mikroskops.

§ 269. Als Gleichung für die Helligkeit des mikroskopischen Bildes hatten wir in § 266 die Formel

$$I = I_0 \frac{\lambda^2}{p^2} \cdot \frac{n^2 \sin^2 \alpha}{N^2}$$

aufgestellt. Hierin bedeutet λ den konventionellen Bildabstand, p den Radius der Augenpupille, N die Vergrößerung und α den halben Öffnungswinkel des von einem Objekte, welches sich in einem Medium vom Brechungsindex n befindet, ausgehenden Strahlenkegels. Bei einem Instrument, dessen Vergrößerung vorgeschrieben ist, ist daher I proportional $(n \sin \alpha)^2$ und somit lässt sich $n \sin \alpha$ als ein numerisches Maass der Apertur ansehen.

In diesen Ausdruck für die Apertur lassen sich nun auch die Brennweite des Objektivs und der Durchmesser des durch dasselbe tretenden Strahlenkegels einführen. Der Durchmesser des Strahlenkegels ändert sich ununterbrochen während des Durchtritts des letzteren durch das Objektiv. Wir gehen von dem Durchmesser des Kegels in der Ebene des Strahlenaustritts aus der hintersten Linsenfläche des Objektivs aus. Diese Ebene fällt bei den Objektiven der üblichen Konstruktion so angenähert mit der zweiten Brennebene des Systems zusammen, dass man von der Differenz der Abstände ganz absehen kann. Wir nehmen daher an, b , der halbe Durchmesser der letzten Linse, sei der Radius des Strahlenkegelschnittes in der zweiten Brennebene des Objektivs und f stelle die Brennweite des Objektivs dar. Ist nun u' der Abstand des Bildes von dem zweiten Brennpunkt, so besteht nach (40, IV) die Relation

$$\frac{\beta'}{\beta} = - \frac{u'}{f}.$$

Nach der Abbe-Helmholtz'schen Formel ist

$$n \beta \sin \alpha = n' \beta' \sin \alpha'$$

daher

$$n \sin \alpha = n' \frac{\beta'}{\beta} \sin \alpha'$$

oder

$$n \sin \alpha = - \frac{n'}{f} u' \sin \alpha'.$$

Der Winkel α' ist beim Mikroskop immer sehr klein, beträgt nur wenige Grade, so dass $u' \sin \alpha'$ nicht wesentlich von $u' \operatorname{tg} \alpha'$ abweicht; da aber $b = -u' \operatorname{tg} \alpha'$ ist, so wird aus der letzten Gleichung

$$n \sin \alpha = \frac{n' b}{f}.$$

Da das letzte Medium immer Luft ist, so ist $n' = 1$ und man erhält also schliesslich die einfache Formel

$$n \sin \alpha = \frac{b}{f} \dots \dots \dots (53)$$

§ 270. Die Rationalität dieses von Prof. Abbe eingeführten Begriffs der numerischen Apertur leuchtet unschwer ein, sobald wir uns vergegenwärtigen, dass das numerische Maass der Apertur dem Durchmesser des Strahlenkegels proportional sein muss. Nehmen wir den Fall an, wir hätten zwei Objektive von gleicher Oeffnung, aber verschiedenen Brennweiten. Verfolgen wir nun bei beiden Objektiven die Strahlen von dem Bilde aus rückwärts. In dieser Umkehrung gelangen die Strahlen als fast paralleles Bündel zum Eintritt in das Objektiv und da bei beiden Objektiven die Oeffnungen die nämlichen sind, so gelangt bei der Umkehrung des Strahlenganges die gleiche Anzahl von Strahlen in jedes der beiden Objektive. In dem Falle der Linse kürzerer Brennweite werden aber diese Strahlen auf eine kleinere Fläche konzentriert wie bei dem Objektiv grösserer Brennweite, während die Helligkeit in beiden Fällen die gleiche ist. Kehren wir nun zum thatsächlichen Strahlenverlauf zurück, so gelangen von der kleineren Objektfläche ebenso viele Strahlen in das Objektiv von kürzerer Brennweite, als das andere Objektiv Strahlen von der grösseren Fläche aufnimmt. Die thatsächliche Apertur differirt daher bei den beiden Objektiven im umgekehrten Verhältnis ihrer Brennweiten.

Der Werth $\frac{b}{f}$ ist unabhängig von dem Medium, in welchem sich das Objekt befindet; dasselbe mag nun Luft, Wasser, Balsam oder irgend ein anderes Immersionsmedium sein. Die Einheit der numerischen Apertur würde einem in Luft zum Eintritt gelangenden Strahlenkegel, dessen Oeffnungswinkel 180° beträgt, gleich sein, während bei homogener Immersion dieselbe Apertur einem Oeffnungswinkel von $82^\circ 17'$ entsprechen würde. Bei modernen Objektiven hat man es bis zu Aperturen von 1,40 und mehr gebracht. Carl Zeiss hat 1889 sogar ein Immersionssystem nach Angaben von Prof. Abbe hergestellt, welches die Apertur 1,63 hat. Einen kleinen interessanten Aufsatz über dies System und zugleich über die bei der Konstruktion von Objektiven grösster Apertur sich darbietenden Gesichtspunkte veröffentlichte Dr. S. Czapski in der Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie und für mikroskopische Technik, Band VI, 1889, S. 417—422.

§ 271. Die Vergrösserung eines Objektivs lässt sich für eine

bestimmte Lage des Bildes finden, wenn man das Bild eines Objektmikrometers auf ein Okularmikrometer projicirt. Mit Hilfe der so gewonnenen Grösse lässt sich dann nach der Formel

$$n \sin \alpha = \frac{N b}{u'}$$

die numerische Apertur bestimmen. Man hat nämlich nur ein Hilfsmikroskop auf die Brennebene einzustellen und den linearen Durchmesser $2b$ des austretenden Strahlenbüschels in jener Brennebene zu messen. Misst man nun noch u' , den Abstand der Brennebene von dem Bilde, welchem die Vergrößerung N zukommt, so hat man damit alles zur Bestimmung von $n \sin \alpha$ Erforderliche.

Kennen wir umgekehrt die numerische Apertur, so lässt sich die Brennweite des Objectivs ohne Weiteres messen. Wir haben nämlich nur den Durchmesser $2b$ des Strahlenbüschels da, wo es die Brennebene verlässt, mikrometrisch zu bestimmen und diesen Werth in die Formel

$$n \sin \alpha = \frac{b}{f}$$

einzusetzen.

Für unseren Zweck genüge das über das Mikroskop Gesagte. Im Uebrigen verweisen wir auf das Werk Dippel's „Das Mikroskop“, dasjenige von Nägeli und Schwendener gleichen Titels, Dr. Czapski's „Theorie der optischen Instrumente“ und auf die leider zerstreuten Aufsätze Prof. Abbe's, welche namentlich im „Journal of the Royal Microscopical Society“ zu finden sind. Prof. Abbe verdanken wir die eigentliche Theorie der mikroskopischen Abbildung und die hervorragendsten praktischen Verbesserungen des Mikroskops.

Es sei hier nur noch in kurzen Worten der sogenannten „apochromatischen“ Objective erwähnt, welche nach Berechnungen Prof. Abbe's zuerst von der bekannten Firma Carl Zeiss in Jena unter Benutzung der nach dem Abbe-Schott'schen Verfahren hergestellten Glasarten ausgeführt wurden. Während bei den achromatischen Linsensystemen, wie sie bisher konstruirt wurden, die Achromatisirung sich auf die Vereinigung zweier verschiedener Farben des Spektrums in einem Punkte der Axe beschränkte und die sphärische Aberration nur für eine und zwar die hellste Farbe des Spektrums korrigirt war, gelang es Prof. Abbe, mit Hilfe seiner in § 179 besprochenen Glasarten einen Linsentypus zu formuliren, welcher durch die gleichzeitige Vereinigung von drei verschiedenen Spektralfarben in einem Axenpunkt (d. h. Aufhebung des bei den achromatischen Linsen als farbige Säume sich dokumentirenden sekundären Spek-

trums) und die Korrektion der sphärischen Aberration für zwei verschiedene Farben charakterisirt ist. Wir haben also in den Apochromatobjektiven nicht nur eine technische Verbesserung der bisher bekannten achromatischen Objektive, sondern wir begegnen hier einem principiellen Fortschritt. Aus der Apochromasie ergeben sich praktisch wichtige Vortheile, die wir kurz aufführen wollen. Bekanntlich ist es bei achromatischen Objektiven nur für eine Zone desselben möglich, eine gute Farbenkorrektion herbeizuführen; bei den Apochromaten ist die Farbenkorrektion für alle Zonen eine gleichmässig vollständige. Ein zweiter Vortheil besteht bei den apochromatischen gegenüber den achromatischen Systemen darin, dass bei den ersteren ein gleichmässig scharfes Bild für nahezu alle Farben des Spektrums entworfen wird, während dies bei den achromatischen Systemen nur für die Strahlen einer Farbengattung gilt. Hieraus erklärt sich die vorzügliche Leistungsfähigkeit der apochromatischen Systeme in der Mikrophotographie. Während drittens bei den achromatischen Objektiven infolge der beschränkten Farbenkorrektion die den verschiedenen Farben entsprechenden Bilder immer nur paarweise an dieselbe Stelle fallen und daher eine beträchtliche Focusdifferenz aufweisen, ist bei apochromatischen Objektiven die Koincidenz der Bilder für die ganze Reihe der Spektralfarben vom kalorisch wirksamen durch den visuellen bis zum chemisch wirksamen Theil, eine für alle praktischen Zwecke hinreichend vollkommene. Eine Konsequenz der auf diese Weise herbeigeführten sehr vermehrten Lichtkonzentration der Apochromate ist u. A. die Möglichkeit, in Verbindung mit ihnen Okulare zu benutzen, welche eine bis 18fache Ueervergrösserung des Objektivbildes liefern.

Die für diese Apochromatobjektive bestimmten sogenannten Kompensationsokulare dienen dazu, um den bei der Konstruktion von Objektiven von grosser Apertur unkorrigirbaren Farbenfehler für die ausseraxialen Strahlen zu „kompensiren“. Dieser Fehler, die chromatische Differenz der Vergrösserung, entspringt daraus, dass das von dem Objektiv entworfene Bild des Objektes sich aus verschieden grossen Bildern zusammensetzt, indem nämlich das blaue Bild grösser ist als das rothe. Diesen Fehler besitzen auch die apochromatischen Objektive von grösserer Apertur, und da hat nun Prof. Abbe denselben Fehler auch in den Objektiven von geringerer Apertur absichtlich eingeführt, um so ein Mittel zu gewinnen, durch Anwendung von Okularen, welche den entgegengesetzten Fehler besitzen, d. h. für roth stärker als für blau vergrössern, die chromatische Differenz der Vergrösserung zu kompensiren.
