Lehrbuch der Geometrischen Optik

Heath, Robert Samuel

Berlin, 1894

Kapitel I. Das Wesen und die allgemeinen Eigenschaften des Lichtes

urn:nbn:at:at-ubi:2-6537

Kapitel I.

Das Wesen und die allgemeinen Eigenschaften des Lichtes.

§ 1. Das Licht wollen wir schlechthin definiren als ein ausserhalb unseres Auges befindliches Agens, welches, indem es seine Wirkung auf unser Auge erstreckt, in unserem Gehirn jene Empfindung hervorruft, welche wir mit dem Worte „Sehen“ bezeichnen. Verschiedene Zeiten der Entwickelungsgeschichte optischer Forschung haben auch verschiedene und zum Theil einander schroff gegenüberstehende Theorien über das Wesen des Lichtes entstehen lassen. Die gegenwärtige Optik baut sich auf der Hypothese auf, dass das Licht die Wirkung sei einer eigenthümlichen schwingenden Bewegung eines überaus elastischen, den Weltenraum erfüllenden Mediums, das einige der Eigenschaften fester Körper besitzt und das man vorläufig als Aether bezeichnet hat. Gingen und gehen nun auch die Meinungen über das Wesen des Lichtes auseinander, so haben wir doch einige seiner wesentlichsten Eigenschaften durch die Beobachtung als Wahrheiten kennen gelernt, und es bilden diese unbestreitbaren, von allen Hypothesen unabhängigen Wahrheiten das Fundament, auf welchem wir das Gebäude der Optik aufbauen können. Nur diejenige Theorie über das Wesen des Lichtes kann eine allgemeine Annahme finden, welche vollkommen ausreicht, um alle Ergebnisse der Beobachtung zu erklären. Die Aufgabe nun der geometrischen Optik ist es, auf dem Wege der mathematischen Deduktion aus den gegebenen allgemeinen Eigenschaften des Lichtes weitere Schlüsse zu ziehen auf die den verwickelteren Erscheinungen zu Grunde liegenden Gesetze und die Ergebnisse solcher Untersuchungen auf die Herstellung optischer Instrumente zu übertragen, die dazu dienen sollen, sei es unsere Sehkraft zu unterstützen oder sei es die Prüfung solcher Gegenstände zu ermöglichen, welche das unbewaffnete Auge vermöge ihrer Kleinheit oder ihrer grossen Entfernung nicht deutlich zu unterscheiden vermag.

§ 2. Jeder Raum, durch den das Licht hindurchgehen kann, gleichgültig ob dieser mit Materie ausgefüllt ist oder nicht, heisst ein Medium. In jedem homogenen Medium pflanzt sich das Licht geradlinig mit gleichmässiger Geschwindigkeit fort.

Das Licht besteht aus trennbaren und von einander unabhängigen Theilen. Wird ein Theil des von einem leuchtenden Körper ausgehenden Lichtes durch einen undurchsichtigen Gegenstand abgeschnitten, so wird hierdurch der übrige Theil des Lichtes nicht im Geringsten beeinflusst. In demselben Sinne können auch zwei verschiedene leuchtende Körper ihr Licht auf ein und demselben Wege aussenden, ohne dass dabei gegensätzliche Wirkungen auftreten. Diese beiden auf dem Wege des Experimentes festgestellten Thatsachen zeigen, dass das Licht quantitativ bestimmbar ist. Für's Erste werden wir annehmen, dass das Licht, mit welchem wir uns beschäftigen, gleichartig und homogen ist und dass seine Quantität oder Intensität nach Einheiten einer festen Scala gemessen werde.

Wenn Licht durch ein sinnlich wahrnehmbares Medium tritt, so wird ein Theil desselben durch das Medium absorbirt, während ein anderer Theil durchgelassen, transmittirt wird. Im Folgenden indessen sollen, wo nicht anders diesbezüglich das Entgegengesetzte ausdrücklich bemerkt wird, die Media als vollkommen durchsichtig angenommen werden, d. h. derart, dass sie sämmtliches auf sie einfallende Licht transmittiren.

Die leichtere Uebersicht erfordert es oft, dass man den Theil des Lichtes, welcher sich längs einer bestimmten Linie fortpflanzt, von seiner Umgebung loslöst und für sich betrachtet; ein so für sich betrachtetes Element nennt man einen Strahl und es soll mit diesem die Vorstellung eines unendlich spitzen Kegels, dessen Axe eben jener Strahl ist, verbunden werden. Eine Gruppe von Strahlen, welche während ihres ganzen Verlaufes um ein unendlich Geringes von der Richtung eines bestimmten, als festliegend gedachten centralen Strahles abweichen, wird ein Strahlenbündel genannt, und jener centrale Strahl heisst die Axe des Strahlenbündels. Schneiden sich die Strahlen eines Bündels in einem Punkt, so nennt man diesen den Focus oder Vereinigungspunkt des Strahlenbündels.

Da wir im Verlaufe unserer Untersuchungen fortwährend Veranlassung haben werden, das Auge zu erwähnen, so wird ein kurzer Hinweis auf die Wirkungsweise des Auges schon hier am Platze sein; eine vollständige Ausführung dieser Theorie müssen wir uns allerdings für einen späteren Zeitraum aufsparen.

Das von einem Punkt ausgehende und durch die Oeffnung der

Pupille begrenzte Strahlenbündel wird durch die Krystalllinse des Auges auf der Retina in einem Punkte vereinigt, und infolge dieses Strahlenganges und seiner Einwirkung auf die Retina wird jener Punkt sichtbar. Jedem Punkte einer ausserhalb des Auges befindlichen Fläche entspricht ein solcher Abbildungspunkt und wir erhalten auf diese Weise den Eindruck einer gesehenen Fläche.

§ 3. Die Beobachtung führt uns auf die Unterscheidung gewisser Körper, deren Vorhandensein durch die von ihnen auf unsere Gesichtsorgane ausgeübten Eindrücke bedingt werden und welche wir als selbstleuchtende Körper bezeichnen wollen. Körper, welche an und für sich nicht leuchtend sind, werden in diesen Zustand übergeführt durch die Gegenwart solcher selbstleuchtender Körper und werden dadurch für uns sichtbar. Diese Unterscheidung ist indessen im Hinblick auf unseren gegenwärtigen Zweck unwesentlich; denn bei der Untersuchung der von einem Körper ausgehenden Lichtstrahlen bleibt es gleichgültig, ob dieser selbstleuchtend ist oder ob er sein Licht von einer anderen Quelle empfängt; die Gesetze des Strahlenganges sind in beiden Fällen die nämlichen.

Es sei dQ eine Lichtmenge, welche von einem hellen Punkte oder einem unendlich kleinen Element einer leuchtenden Fläche innerhalb eines sehr kleinen Kegels mit dem körperlichen Oeffnungswinkel $d\omega$, dessen Apex mit der Lichtquelle zusammenfällt und dessen Axe in einer gegebenen Richtung liegt, ausgestrahlt wird; es giebt dann der Quotient $\frac{dQ}{d\omega}$ ein Maass für die Ausstrahlungsintensität in dieser Richtung.

Ein leuchtender Körper sendet nach allen Richtungen Lichtstrahlen aus, aber die Intensität des ausgestrahlten Lichtes ändert sich mit der Richtung der Ausstrahlung. Das Gesetz der Ausstrahlung lässt sich leicht durch einen bekannten Versuch demonstriren. Glühende (selbstleuchtende) Körper erscheinen uns mit unveränderter Helligkeit, welchen Winkel auch immer die leuchtende Fläche mit der Gesichtslinie einschliessen mag. Bringt man daher z. B. einen cylinderförmigen Körper aus Silber zur Weissglut und damit auch zum Leuchten, so wird man ihn in einem dunklen Raume nicht von einem flachen Stabe unterscheiden können; und in ganz analoger Weise wird eine leuchtende Kugel (man denke an die durch den Nebel sichtbare Sonnenscheibe) uns als eine kreisrunde, gleichmässig helle Scheibe erscheinen. Dasselbe Experiment findet Anwendung auf die Intensität der von einem Körper ausgehenden Wärmeausstrahlung.

Aus diesem Experiment leiten wir das folgende Gesetz ab:

Die Ausstrahlungsintensität des von irgend einem Element einer leuchtenden Fläche nach irgend einer Richtung ausgestrahlten Lichtes ist proportional dem Kosinus des Winkels, welchen diese Richtung mit der Normalen zu jenem Flächenelement einschliesst.

Um uns eine Vorstellung von der Richtigkeit dieses Satzes zu verschaffen, denken wir uns einen leuchtenden Körper durch eine Röhre von sehr enger Oeffnung betrachtet. Wenn die Röhre eine solche Stellung hat, dass die Sehrichtung normal zur leuchtenden Fläche ist, so mag die Grösse des sichtbaren Flächenelementes mit ω bezeichnet sein; wird dagegen die Röhre so aus ihrer normalen Lage gedreht, dass die Sehrichtung mit der Normalen zur leuchtenden Fläche einen Winkel θ einschliesst, so wird das dann durch die Röhre sichtbare Flächenelement die Grösse $\omega' = \frac{\omega}{\cos\theta}$ haben. Bezeichnen wir mit $f_{(\theta)}$ die Intensität des von der Flächeneinheit in einer mit der Normalen zum Flächenelement einen Winkel θ einschliessenden Richtung ausgestrahlten Lichtes, so ist das ganze zum Auge gelangende Licht, wenn das leuchtende Flächenelement um den Winkel θ von der Normallage zur Sehrichtung abweicht, ausgedrückt durch das Produkt:

$$\frac{\omega}{\cos\theta} \cdot f_{(\theta)}.$$

Dieses Produkt ist aber erfahrungsgemäss und wie bereits hervorgehoben unabhängig von θ und es muss daher $f_{(\theta)}$ direkt proportional $\cos\theta$ sein.

§ 4. Bedeutet dS ein Element der leuchtenden Fläche und μdS die Helligkeit des von diesem leuchtenden Flächenelemente in der Richtung der Normalen zur letzteren ausgestrahlten Lichtes, so mag μ als die specifische Helligkeit des Elementes bezeichnet werden.

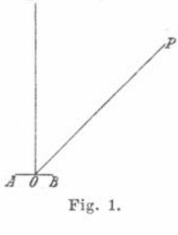

Fig. 1.

Es sei in Fig. 1 AB das besagte Element, OZ die Normale dazu und OP eine Richtung, welche einen Winkel θ mit der Normalen OZ einschliesst, so zwar, dass die Ebene POZ einen Winkel Φ mit einer gegebenen durch OZ gelegten Ebene einschliesst. Um OP als Axe denke man sich einen Kegel mit dem sehr kleinen Oeffnungswinkel $d\omega$ beschrieben. Dann ist die Helligkeit der innerhalb dieses Kegels in der Richtung OP ausgestrahlten Lichtmenge nach § 3:

$$\frac{dQ}{d\omega} = \mu dS \cos\theta,$$

somit die innerhalb dieses Kegelelementes ausgestrahlte Lichtmenge

$$\left.\begin{aligned} dQ &= \mu dS \cos\theta d\omega \\ \text{oder} \quad dQ &= \mu dS \cos\theta \sin\theta d\theta d\Phi \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Integration dieses Ausdruckes innerhalb der Grenzen

$$\begin{aligned} \Phi &= 0 \quad \text{bis} \quad \Phi = 2\pi \\ \text{und} \quad \theta &= 0 \quad \text{bis} \quad \theta = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

ergiebt die Gesammtmenge des durch das Flächenelement dS ausgestrahlten Lichtes. Wir erhalten also hierfür die Grösse:

$$Q = \mu dS \iint \sin\theta \cos\theta d\theta d\Phi$$

oder nach ausgeführter Integration

$$\left.\begin{aligned} Q &= \mu dS 2\pi \cdot \frac{1}{2} \\ \text{oder} \quad Q &= \mu\pi dS \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

als die gesammte, von dem Flächenelement dS ausgestrahlte Lichtmenge.

Bezeichnen wir daher die ganze pro Flächeneinheit von dem Element ausgestrahlte Lichtmenge mit μ', so drückt sich die Intensität der Ausstrahlung pro Flächeneinheit, wenn die Richtung der Ausstrahlung einen Winkel θ mit der Normalen einschliesst, aus durch: $\mu \cos\theta = \frac{\mu'}{\pi} \cos\theta$, und es ist somit $\frac{\mu'}{\pi}$ die specifische Helligkeit der Lichtquelle.

Bezeichnet man endlich die nach allen Richtungen von einem leuchtenden Punkte ausgestrahlte Lichtmenge mit μ'', so wird $\frac{\mu''}{2\pi}$ die Grösse der Intensität einer allseitigen Ausstrahlung bedeuten.

§ 5. Bedeutet dQ die Lichtmenge, welche auf ein einen gegebenen Punkt einer beleuchteten Fläche umgebendes Theilchen dA dieser Fläche ausgestrahlt wird, so nennt man $\frac{dQ}{dA}$ die Beleuchtungsintensität der Fläche in jenem Punkte.

Wir bestimmen nun zunächst die durch ein leuchtendes Flächenelement dS hervorgebrachte Beleuchtung eines Flächenelementes dA. Es sei in Fig. 2 O der Mittelpunkt des betrachteten Elementes der leuchtenden Fläche, C der Mittelpunkt des beleuchteten Flächenelementes dA und die Entfernung OC sei mit r bezeichnet. Ferner sei die Neigung von OC zu der Normalen in O mit θ, diejenige von OC zur Normalen in C mit Φ bezeichnet.

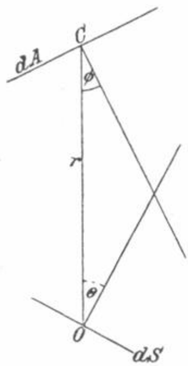

Fig. 2.

Schliessen nun sämmtliche von O nach dA gehenden äussersten Randstrahlen den körperlichen Winkel $d\omega$ bei O ein, so ist die von O aus auf dA ausgestrahlte Lichtmenge nach (1)

$$dQ = \mu dS \cos \theta d\omega,$$

wo μ wieder die specifische Helligkeit des leuchtenden Elementes bedeutet.

Es ist aber, da $d\omega$ die Grösse der orthogonalen Kegelschnittfläche im Abstande 1 von O bedeutet,

$$d\omega = \frac{dA \cos \Phi}{r^2};$$

daher die von dem Element dS auf dA ausgestrahlte Lichtmenge

$$dQ = \mu dS dA \frac{\cos \theta \cos \Phi}{r^2}.$$

Es ist daher dieser Werth symmetrisch in Bezug auf die beiden Elemente und würde daher auch die von dem Elemente dA auf dS ausgestrahlte Lichtmenge darstellen, unter der Voraussetzung, dass ersteres die specifische Helligkeit μ hat.

Schliessen die von dem leuchtenden Flächenelement dS nach C gehenden äussersten Randstrahlen den körperlichen Winkel $d\sigma$ ein, so dass also

$$d\sigma = \frac{dS \cos \theta}{r^2},$$

so hat die durch das Element hervorgebrachte Beleuchtungsintensität der Fläche dA die Grösse

$$dI = \mu d\sigma \cos \Phi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

§ **6.** Wir gehen nun über zur Bestimmung der Beleuchtung einer sehr kleinen Fläche dA durch eine endliche leuchtende Fläche von gleichmässiger Helligkeit.

Man gehe wieder von einem um O als Mittelpunkt gedachten Element der leuchtenden Fläche aus und bezeichne mit $d\sigma$ den Oeffnungswinkel eines zwischen C als Spitze und über jenem Elemente als Grundfläche beschriebenen Kegels. Es sei ferner Φ der von OC und der Normalen in C eingeschlossene Winkel. Als die von der Ausstrahlung des leuchtenden Elementes herrührende Helligkeit der beleuchteten Flächeneinheit ergiebt sich dann nach (3)

$$dI = \mu \cos \Phi \, d\sigma. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Denkt man sich eine Kugel vom Radius 1 um C als Mittelpunkt beschrieben, so wird der zwischen O und C liegende Kegel auf dem Mantel dieser Kugel ein Flächenelement von der Grösse $d\sigma$ abschneiden und $d\sigma \cos \Phi$ ist dann die Projektion des Schnittflächenelementes auf die Ebene der beleuchteten Fläche in C. Bezeichnet man diese Projektion, also $d\sigma \cos \Phi$, mit $d\Omega$, so wird

$$dI = \mu \, d\Omega. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Durch Integration dieses Ausdruckes gelangen wir dann zu folgender Bestimmungsmethode der von einer endlichen leuchtenden Fläche herrührenden Beleuchtung eines in C befindlichen Elementes.

Von C aus denke man sich nach sämmtlichen Begrenzungspunkten der von C aus sichtbaren leuchtenden Fläche Radien gezogen. Der so entstehende Kegel schneidet die mit dem Radius 1 um C beschriebene Kugel in einer Schnittfläche, welche, auf die Ebene des beleuchteten Elementes projicirt, die Fläche Ω ergiebt. Als Helligkeit des beleuchteten Elementes erhält man dann:

$$I = \mu \Omega. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Soll z. B. die durch eine sphärische Lichtquelle hervorgebrachte Beleuchtung bestimmt werden, so verfährt man folgendermaassen:

Es sei α der halbe Oeffnungswinkel des Kegels, welcher seine Spitze in dem Mittelpunkte C der beleuchteten Fläche hat und die leuchtende Kugel tangirt. Die durch den Kegelmantel auf der Oberfläche der um den Punkt C beschriebenen Kugel mit dem Radius 1 abgeschnittene Fläche ist ein Kreis mit dem Radius $\sin \alpha$, hat also die Grösse $\pi \sin^2 \alpha$.

Bezeichnet man dann noch mit θ die Zenithdistanz der Lichtquelle, so ist $\pi \sin^2 \alpha \cos \theta$ die Horizontalprojektion dieser Fläche und somit nach unserer oben gefundenen Formel (6) die Beleuchtungsintensität einer kleinen Horizontalfläche

$$I = \mu \pi \sin^2 \alpha \cos \theta.$$

§ 7. *Leuchtende Körper erscheinen uns in jeder Entfernung mit unveränderter Helligkeit.* Die scheinbare Helligkeit eines Körpers bestimmt sich als der Quotient der gesammten von diesem Körper in das Auge gelangenden Lichtmenge und der Flächengrösse des auf der Retina gebildeten Bildes jenes Körpers. Es sei in Fig. 3 P irgend ein Punkt des sichtbaren Körpers, p der zugehörige Punkt des Bildes auf der Retina. Wir werden alsbald sehen, dass die Verbindungslinie stets durch einen festen Punkt O, das optische Centrum des Auges, tritt. Bezeichnen wir mit S die Fläche eines sehr kleinen Objektes, mit s diejenige seines Bildes, ferner mit R den Objektabstand O P und mit r den Bildabstand Op, so erhalten wir die Proportion:

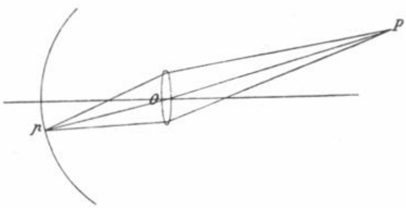

Fig. 3.

$$\frac{S}{R^2} = \frac{s}{r^2}.$$

Es gelangt aber ins Auge, das eine Oeffnung von der Flächengrösse ω haben möge, die Lichtmenge

$$q = \frac{\mu S \omega}{R^2}.$$

Da aber $\frac{S}{R^2} = \frac{s}{r^2}$ ist, so können wir hierfür setzen

$$q = \frac{\mu s \omega}{r^2}.$$

Dividiren wir diesen Werth der in das Auge tretenden Lichtmenge durch s, so ergiebt sich $\frac{\mu \omega}{r^2}$ als die specifische Helligkeit des Bildes. Wir machen hierbei die vorläufige Annahme, dass sich, während das Auge sich auf verschiedene Distanzen akkommodirt, r nicht ändert. Unter dieser Voraussetzung ist $\frac{\mu \omega}{r^2}$ konstant und wir dürfen behaupten:

Die scheinbare Helligkeit leuchtender Körper ist im Allgemeinen unabhängig von deren Entfernung.

Die Oeffnung des Auges verändert sich mit der Helligkeit des Lichtes. Stellen wir uns aber vor, dass die Oeffnung unverändert bleibe, während das Objekt fortgerückt werde, so ist in der Helligkeit keine Veränderung vorgegangen und die Oeffnung des Auges bedarf nun keiner weiteren Akkommodation.

Ist die Entfernung des Objektes eine sehr grosse, so wird das Bild im Auge ein überaus kleines, so dass infolge des begrenzten Unterscheidungsvermögens der Sehnerven der Eindruck einer Fläche in denjenigen eines Punktes übergeht. In solchem Falle sind Helligkeit und Lichtmenge der Grösse nach gleichbedeutend; und nach dem Vorhergehenden *ist* dann *die Helligkeit umgekehrt proportional* R^2, *dem Quadrat der Entfernung.*