Elementare Vorlesungen über Elektrizität und Magnetismus

Thompson, Silvanus Phillips

Tübingen, 1897

Kapitel IX. Selbstinduktion

urn:nbn:at:at-ubi:2-6344

KAPITEL IX.

SELBSTINDUKTION.

XL. VORLESUNG: *Gegenseitige Induktion.*

449. Die gegenseitige Induktion zweier Stromkreise, eines primären und eines sekundären, haben wir bereits im Art. 219 kurz besprochen. Wir wollen jetzt die auf diese Weise induzierten elektromotorischen Kräfte betrachten. Angenommen, die primäre Spule habe S_1 und die sekundäre S_2 Windungen. Zunächst mögen dieselben so angeordnet sein (durch Benutzung eines Eisenkerns oder durch geometrische Nebeneinanderstellung), dass alle magnetischen Linien, welche in der primären Rolle hervorgerufen werden, durch sämtliche Windungen der sekundären Spule hindurchgehen; hierbei werden beide Spulen dicht neben einander auf einem passenden, aus dünnen Platten bestehenden Eisenkerne aufgestellt.

Nach Art. 372 ist die magnetische Flut, welche von dem Strome C in der primären Spule herrührt,

$$N = \frac{4\pi C \,.\, S_1}{10\, Z},$$

wo Z der Widerstand des magnetischen Stromkreises ist (Art. 371). Wird der Strom C geschlossen oder geöffnet, so werden von den S_2 Windungen der sekundären Spule im ganzen:

$$S_2 N = \frac{4\pi C \,.\, S_1 S_2}{10\, Z}$$

magnetische Linien geschnitten. Daraus folgt, dass die Anzahl der geschnittenen magnetischen Linien (d. h. die Induktion im sekundären Stromkreise), welche von 10 Ampère herrühren (= 1 . CGS Stromeinheit), den Wert $\frac{4\pi S_1 S_2}{Z}$ hat. Diese Grösse wird der Kürze wegen mit dem Buchstaben M bezeichnet. Sind primäre und sekundäre Spule nicht derart aufgestellt, dass *alle* magnetischen Linien, welche von der einen herrühren, durch die Windungen der andern hindurchgehen, so hat M einen geringern Wert.

Die praktische Einheit für Koeffizienten gegenseitiger Induktion ist dieselbe wie für diejenigen der Selbstinduktion, nämlich das *Henry* (Art. 349) und beträgt 10^9 CGS Einheiten. Um daher M auf Henry zu reduzieren, müssen wir den obigen Wert durch 10^9 dividieren.

Wenn der Strom in der primären Spule sich im Verhältnis $\frac{dC}{dt}$ ändert, so ist die dadurch im sekundären Stromkreise induzierte elektromotorische Kraft

$$E = -M . \frac{dC}{dt},$$

wo E in Volt ausgedrückt wird, falls M Henry, C Ampère und t Sekunden bedeuten.

Der Wert der Grösse M für die kleinen beim Telephonieren benutzten Induktionsrollen beträgt gewöhnlich 0,01 Henry; für einen Ruhmkorff von 10 cm Funkenlänge beträgt M gegen 5 Henry.

Beispiel. Angenommen, M hätte bei einem Funkeninduktor den Wert von 8 Henry und der primäre Strom ändere sich um 1 Ampère in $\frac{1}{10000}$ Sekunde (infolge des schnell wirkenden Unterbrechers), so beträgt die E.M.K., welche während jener kurzen Zeit in dem sekundären Stromleiter induziert wird, 80,000 Volt.

Zur Messung eines Koeffizienten der gegenseitigen Induktion hat man verschiedene Methoden, von denen einige auf dem Gebrauche der Wheatstone'schen Brücke basieren. Die beste Methode verdanken wir jedoch Carey Foster. Der elektrischen

Menge, welche von einem Kondensator von bekannter Kapazität K entladen wird, der durch einen Widerstand p in den primären Stromkreis nebengeschaltet ist, wird das Gleichgewicht gehalten durch diejenige Menge, welche in dem sekundären Stromkreise entladen wird, indem man einen Widerstand q in dem letztern reguliert. Dann ist $M = K . pq$.

450. Induktionsströme höherer Ordnung. Joseph Henry, welcher unabhängig von andern die magnetoelektrische Induktion entdeckte, machte auch die weitere Entdeckung, dass die Veränderungen in der Stärke des sekundären Stromes in einem dritten geschlossenen Stromkreise tertiäre Ströme und dass Veränderungen in der Stärke der tertiären Ströme solche vierter Ordnung induzieren können u. s. w. Ein einziger plötzlich geschlossener primärer Strom erzeugt daher zwei sekundäre Ströme (einen entgegengesetzt und einen gleich gerichteten); jeder von diesen erzeugt zwei tertiäre, beide zusammen also 4 tertiäre Ströme. Wenn jedoch die Stärke des primären Stromes periodisch steigt und fällt, so ist die Anzahl der sekundären und tertiären Ströme gleich der der primären; allein die Ströme der zweiten, vierten u. s. w. Ordnung haben die entgegengesetzte Richtung wie die der ersten, dritten, fünften u. s. w. Ordnung.

451. Gesetz von Lenz. Im Art. 218 wurde auseinandergesetzt, wie eine Zunahme der durch einen Stromleiter führenden magnetischen Kraftlinien (z. B. beim Einführen eines Magnets) bestrebt ist, einen engegengesetzt gerichteten Strom ins Leben zu rufen, d. h. einen solchen, welcher in einer dem Magnetismus entgegengesetzten Richtung fliesst. In ähnlicher Weise hat eine Abnahme der magnetischen Linien (z. B. beim Herausziehen des Magnets) zur Folge, dass Ströme ins Leben gerufen werden, welche den Magnet zurückzuziehen streben. Ferner wurde im Art. 374 festgestellt, dass auf einen von einem Strom durchflossenen Konduktor eine Kraft ausgeübt wird, welche denselben so zu stellen strebt, dass er möglichst viele magnetische Kraftlinien einschliesst. Wird jedoch die Anzahl der Kraftlinien vermehrt, so tritt während der Zunahme eine entgegengesetzt gerichtete (oder negative) E.M.K. auf, welche den ursprünglichen Strom und damit auch die Bewegung zu hemmen strebt. Ist im Anfange kein Strom vorhanden, so erzeugt die Bewegung einen solchen, welcher, da er in negativer Richtung fliesst, die Zahl der durch den Stromleiter führenden Kraftlinien zu vermindern und auf diese Weise die Bewegung zu hemmen sucht. Lenz fasste im Jahre 1834 alles dahin zusammen, dass er sagte: *In allen Fällen einer elektromagnetischen Induktion haben die induzierten Ströme eine solche Richtung, dass ihre Gegenwirkung die sie erzeugende Bewegung zu hemmen strebt.* Dies ist bekannt unter dem Namen des Gesetzes von Lenz; dasselbe ist ein besonderer Fall des auf alle elektromagnetischen Systeme anwendbaren allgemeinen Gesetzes: *Jede auf ein solches System ausgeübte Wirkung, welche eine Aenderung in seiner Gestalt oder Lage hervorbringt und somit eine Umwandlung von Energie bedingt, erzeugt Gegenwirkungen, welche die Gestalt und Lage jenes Systems unverändert zu erhalten streben.* (Vergl. Art. 199 und 374.)

452. Wirbelströme, welche in Metallplatten induziert werden. Im Jahre 1824 machte Gambey die Entdeckung, dass eine in ihrem Gehäuse schwingende Kompassnadel schneller zur Ruhe kam, wenn der Boden des Gehäuses aus Metall statt aus Holz besteht. Arago untersuchte diese Erscheinung und fand, dass eine unter der Nadel befindliche Kupferplatte die Schwingungen jener sehr wirksam zu dämpfen vermochte. Er liess dann eine Kupferplatte in ihrer eigenen Ebene unterhalb einer Magnetnadel rotieren und beobachtete, dass die Nadel wie durch eine unsichtbare Reibung herum gezogen wurde. Wurde eine Kupferscheibe oberhalb eines rotierenden Magnets aufgehängt, so ergab sich, dass erstere durch letztere mitgezogen wurde. Man versuchte, diese Erscheinungen (*Arago's Rotationen*) dadurch zu erklären, dass man eine Art Rotationsmagnetismus annahm; Faraday bewies jedoch, dass sie eine Folge der Induktion sind. Ein Magnet, welcher in der Nähe einer soliden Metallplatte bewegt wird, induziert in derselben Ströme, welche, indem sie von einer Stelle zur andern fliessen, ihre Energie eventuell in Wärme umsetzen, und welche während ihres Bestehens elektromagnetische Kräfte erzeugen, die in Uebereinstimmung mit dem Gesetze von Lenz die Bewegung zu hemmen suchen. Diese Ströme, welche ganz innerhalb des Metalls zirkulieren, heissen **Wirbelströme.** Lässt man einen Würfel oder eine Kugel aus gut leitendem Metall zwischen den Polen eines starken Elektromagnets (Art. 364) rotieren und schickt dann den Strom plötzlich durch, so bleibt das rotierende Metall sofort stehen. In einer Kupferscheibe, welche zwischen den Polen eines Magnets rotiert (Fig. 234) hat man ein Paar Wirbelströme in demjenigen Teile, welcher zwischen den Polen hindurchgeht, und diese Ströme suchen die Scheibe rückwärts zu bewegen. In der That erleidet jeder Konduktor, welcher gewaltsam durch die Linien eines magnetischen Feldes getrieben wird, einen mechanischen Widerstand, der von den induzierten Strömen herrührt, welche seiner Bewegung entgegen sind. Foucault wies nach [1]), dass eine Scheibe, welche zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagnets in Rotation erhalten wird, sich infolge der in ihr induzierten Wirbelströme erwärmt.

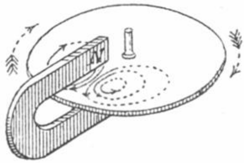

Fig. 234.

Die Hemmung, welche ein Wirbelstrom auf einen beweglichen Konduktor ausübt (bisweilen magnetische Reibung genannt) ist eine Kraft, welche der Geschwindigkeit sowie dem Quadrate des magnetischen Feldes proportional ist; denn die Kraft (Art. 335) ist dem Produkte des Feldes und des Stromes proportional, und der Strom, (welcher längs einer gegebenen Bahn zirkuliert), ist sowohl dem Felde als auch der Geschwindigkeit proportional. Daher wird die Hemmung des Wirbelstromes bei einigen Arten der elektrischen Zufuhrmaße (Art. 437) dazu benutzt, die Geschwindigkeit des beweglichen Teiles zu kontrollieren.

---

1) Daher nennen einige Schriftsteller diese Ströme auch Foucault-Ströme, obgleich sie schon viele Jahre vor den Versuchen Foucault's bekannt waren.

Elektrische Wechselströme rufen ebenfalls Wirbelströme in benachbarten Metallplatten hervor; aus diesem Grunde müssen die Eisenkerne der Transformatoren (Art. 475) und der Dynamo-Armaturen (Art. 458) aus dünnen Platten bestehen, denn sonst würde eine Erwärmung und damit eine Vergeudung der Energie eintreten.

Ferner ist zu beachten, dass Wirbelströme in einer Metallplatte zwischen einem primären und einem sekundären Stromleiter bestrebt sind, im letztern tertiäre elektromotorische Kräfte ins Leben zu rufen, welche den vom primären Strome erzeugten entgegengesetzt sind. Daher wirken dazwischen gestellte Metallplatten als *Induktions-Schirme.*

XLI. VORLESUNG: *Selbstinduktion.*

453. Selbstinduktion. Im Art. 219 haben wir gezeigt, dass die Zu- oder Abnahme eines Stromes auf einen benachbarten Stromleiter eine induktive Wirkung ausübt, welche von der Aenderung des magnetischen Feldes herrührt, das den veränderlichen Strom umgiebt. Da jedoch die magnetischen Linien, welche einen Strom umgeben, bei ihrem Verlaufe nach innen und aussen andere Teile *desselben* Stromleiters durchschneiden, so ist klar, dass ein Strom induktiv auf sich selbst wirken kann. Diese Selbstinduktion ist gross, wenn der Stromleiter aus einer Rolle mit vielen Windungen besteht, und wird durch einen in der Rolle befindlichen Eisenkern noch verstärkt. Angenommen, die Rolle hätte S Windungen und es würde eine magnetische Flut von N Linien durch dieselben erzeugt, falls ein Strom C hindurchgeschickt wird. Es ist klar, dass das Durchschicken des Stromes dieselbe Wirkung hat, als wenn ein Magnet von N Linien plötzlich in die Rolle geschoben würde; und das Verschwinden des Stromes hat dieselbe Wirkung, als wenn der Magnet plötzlich weggezogen würde. Nun ist nach Art. 220 der Strom, welcher durch das Einschieben eines Magnets induziert wird, ein entgegengesetzt gerichteter, welcher den Magnet zu verdrängen strebt, während der beim Wegziehen des Magnets induzierte Strom ein gleichgerichteter ist, welcher ihn festzuhalten strebt.

Daraus folgt, dass die selbstinduzierte E.M.K. beim Durchschicken des Stromes diesem entgegengesetzt ist, und verhindert, dass derselbe so schnell anwächst, wie er es sonst thun würde, während die beim Unterbrechen des Stromes induzierte E.M.K. bestrebt ist, den Strom noch weiter fliessen zu lassen. In beiden Fällen wirkt die Selbstinduktion einem Wechsel entgegen: sie wirkt als *elektromagnetische Trägheit*.

In dem oben angenommenen Falle, wo die Rolle S Windungen hat, werden im Ganzen $S . N$ magnetische Linien durchschnitten, vorausgesetzt, dass alle Linien auch sämtliche Spiralen durchdringen. Mit dem Buchstaben L wollen wir die Summe der vom Stromkreise durchschnittenen Linien bezeichnen, falls ein Strom von 1 Ampère plötzlich hindurchgeschickt oder plötzlich unterbrochen wird. Es ist dann offenbar $L . C = S . N$. Die Grösse L heisst der *Koeffizient der Selbstinduktion* des Stromkreises. Die Einheit der Induktion heisst das **Henry** und entspricht dem Falle, wo 10^8 magnetische Linien durchschnitten werden, falls ein Strom von 1 Ampère hindurchgeschickt oder unterbrochen wird.

Da bei Stromkreisen ohne Eisenkern N der Grösse S proportional ist, so ist L proportional zu S^2. Oder nach Art. 372 $N = \frac{4\pi\, C . S}{10\, Z}$ und da die Gesamtzahl der von den S Spiralen durchschnittenen Linien $S . N$ ist (falls alle Linien durch sämtliche Spiralen gehen), so folgt, dass die Induktion für 10 Ampère

$$L = \frac{4\pi . S^2}{Z},$$

welcher Ausdruck sich durch Division durch 10^9 auf Henry zurückführen lässt. Gehen nicht alle Linien durch sämtliche Spiralen hindurch, so ist der Wert von L ein geringerer.

Die selbstinduzierte E.M.K. hängt von dem Verhältnis ab, in welchem der Strom sich ändert; denn findet das Durchschneiden $S . L$ in der Zeit t statt, so folgt nach Art. 220:

$$E = -\frac{S . N}{t} = -\frac{L . C}{t}.$$

Da sich aber der Strom nicht gleichmässig ändert, so ist auch E nicht gleichmässig. Aendert sich der Strom in der unendlichen kleinen Zeit dt um dC, so haben wir das Verhältnis $\frac{dC}{dt}$ und die selbstinduzierte E.M.K. ist $= - L \cdot \frac{dC}{dt}$.

Die formale Definition des Henry (Art. 349) basiert auf dem obigen Ausdrucke, um sowohl auf Stromkreise mit Eisenkern als auch auf solche ohne Eisenkern angewandt werden zu können.

Die Energie des den Strom umgebenden magnetischen Feldes ist $\frac{1}{2} L \cdot C^2$, denn wächst das Feld auf $L \cdot C$ Linien an, so ist der Durchschnittswert des Stromes $\frac{1}{2} C$.

Um den Koeffizienten der Selbstinduktion zu bestimmen, hat man verschiedene Methoden:

a) *Wechselstrom-Methode.* Die Zahl der Volt V, welche erforderlich sind, um den Strom C durch n Windungen einer Rolle mit dem Widerstande R und dem Koeffizienten L zu schicken, beträgt: $V = C\sqrt{R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2}$, oder, falls der Widerstand vernachlässigt werden kann, $V = 2\pi n C L$, folglich $L = V : 2\pi n C$ (vergl. Art. 467).

b) *Brücken-Methoden.* Die beste ist die Maxwell'sche. Das Gleichgewicht möge auf gewöhnlichem Wege hergestellt sein, indem der Schlüssel erst in den Batteriestromkreis und dann in den des Galvanometers niedergedrückt wird (Art. 410). Darauf drücke man die Schlüssel in umgekehrter Folge nieder, wo das Vorhandensein der Selbstinduktion in einem der 4 Arme Gleichgewicht herstellt, indem die Nadel einen Ausschlag α angiebt, welcher der Selbstinduktion proportional ist. Dann füge man demselben Arme einen kleinen Widerstand r hinzu, derart, dass eine kleine dauernde Ablenkung δ vorhanden ist, wenn die Schlüssel wieder in der gewöhnlichen Reihenfolge benutzt werden. Ist die periodische Schwingungszeit der Nadel gleich T, so hat man folgende Formel: $L = \frac{T r \alpha}{2 \delta \pi}$.

c) *Secohmmeter-Methode.* Ayrton und Perry erfanden einen Apparat, welcher den Batteriestromkreis der Brücke abwechselnd herstellt und unterbricht, und welcher nur das Galvanometer während eines kurzen Zeitintervalles T in Thätigkeit setzt, unmittelbar nach jedesmaligem Herstellen des Batteriestromkreises. Da der Strom während dieses Intervalles an Stärke zunimmt, so wirkt die Selbstinduktion L einer Rolle, welche sich an einem der Arme der Brücke befindet, gerade so, als ob jener Arm einen besondern Widerstand r mehr besässe. Wir haben dann die Formel: $L = T . r$. Da demnach L gleich dem Produkte aus Sekunden und Ohm ist, schlugen Ayrton und Perry vor, die jetzt Henry genannte Einheit ein *Secohm* zu nennen.

454. Wirkungen der Selbstinduktion. Die Selbstinduktion innerhalb eines Stromkreises beeinflusst die Ströme in verschiedener Weise. Die besondere *hemmende Wirkung* auf Wechselströme wird im Art. 469 erwähnt werden. Die Wirkungen auf Batterieströme sind ebenfalls von Bedeutung. So lange die Stromstärke unverändert bleibt, hat die Selbstinduktion überhaupt keinen Einfluss; aber wenn der Strom zu fliessen beginnt oder aufhört, wird derselbe von der Selbstinduktion wesentlich beeinflusst. In jedem Falle ist die Selbstinduktion bestrebt, einem Wechsel in der Stromstärke entgegen zu arbeiten, wie nach dem Gesetze von Lenz (Art. 451) vorauszusehen ist. Nimmt die Stromstärke zu, so hat die Selbstinduktion zur Folge, dass die Zunahme verlangsamt wird. Ist ein Strom im Aufhören begriffen, so ist die Selbstinduktion bestrebt, den Strom zu verlängern.

Das Vorhandensein der Selbstinduktion in einem Stromleiter wird durch den sg. **Extrastrom** dokumentiert, welcher in dem Augenblicke der Stromunterbrechung als heller Funken hervortritt. Ist der Stromleiter ein gerader Draht und ein dazu paralleler rückführender Draht, so hat man wenig oder gar keine Selbstinduktion. Ist jedoch der Stromleiter eine Rolle, so hat man, besonders wenn die Rolle einen Eisenkern hat (wie beim Elektromagnet) einen glänzenden Funken beim Stromunterbrechen und derjenige, welcher die beiden Enden der

Drähte hält, zwischen welchen der Strom unterbrochen wird, empfängt einen Schlag, infolge der hohen E.M.K. dieses selbstinduzierten Extrastromes. Dieser Funken repräsentiert die Energie des magnetischen Feldes, welches den plötzlich in den Stromkreis zurückführenden Draht umgiebt. Der bei Stromschluss entstehende Extrastrom ist entgegengesetzt gerichtet und giebt keinen Funken, hindert jedoch den Batteriestrom, sofort seine volle Stärke zu erreichen. Der bei Stromunterbrechung entstehende Extrastrom ist ein gleichgerichteter, und hält daher die Stromstärke noch aufrecht, in dem Augenblicke, wo der Strom verschwinden will. Um die störenden Wirkungen der Selbstinduktion zu vermeiden, werden Widerstandsrollen stets so gewunden, dass die über einander liegenden Windungen entgegengesetzt gerichtet sind (Art. 409).

Selbst wenn ein Stromleiter aus zwei parallelen geraden Drähten besteht, entsteht zwischen ihnen ein magnetisches Feld, welches induktiv wirkt. Der Koeffizient der Selbstinduktion für zwei Drähte von der Länge l und dem Radius a bei einem Achsenabstande b beträgt:

$$L = l\left(\frac{\mu}{2} + 4 \operatorname{lognat.} \frac{b}{a}\right) . 10^{-9}$$

wo L in Henry, a, b und l in Zentimetern ausgedrückt sind; μ ist die Permeabilität des Drahtes.

455. Die Gleichung von Helmholtz; Zeitkonstante. Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich, dass jedesmal, wo ein Strom zu fliessen anfängt, eine *veränderliche Periode* eintritt, bis der Strom zu derjenigen Stärke anwächst, welche er erreicht, wenn er beständig ist, d. h. zu der durch das Ohm'sche Gesetz bestimmten Stärke. Während der veränderlichen Periode ist jedoch das Gesetz nicht anwendbar.

v. Helmholtz untersuchte auf mathematischem Wege den Einfluss der Selbstinduktion auf die Stromstärke und leitete folgende wichtige Gleichungen ab, welche das Verhältnis der Selbstinduktion eines Stromleiters zu der Zeit angeben, welche erforderlich ist, damit der Strom seine volle Stärke erlangt.

Es bedeute dt ein sehr kurzes Zeitintervall, in welchem der Strom von C auf $C + dC$ wachsen möge. Die wirkliche Zunahme während des Intervalls ist dC und die Geschwindigkeit, mit welcher der Strom zunimmt, ist $\frac{dC}{dt}$. Bezeichnet man den Koeffizienten der Selbstinduktion mit L, so ist die E.M.K. der Selbstinduktion gleich $-L \cdot \frac{dC}{dt}$, und, wenn R der gesamte Widerstand des Stromleiters ist, so beträgt die Stärke des entgegengesetzten Extrastromes $-\frac{L}{R} \cdot \frac{dC}{dt}$ während des kurzen Intervalls dt; und folglich ist die wirkliche Stärke des Stromes, welcher während jenes kurzen Intervalls in dem Stromleiter fliesst, nicht $C = \frac{E}{R}$ (wie das Ohm'sche Gesetz ergeben würde, wenn der Strom konstant wäre), sondern:

$$C = \frac{E}{R} - \frac{L}{R} \cdot \frac{dC}{dt}.$$

Um die Stromstärke zu finden, welche der Strom nach der Zeit t erreicht haben wird, wo t aus unendlich vielen solcher kleinen Intervalle besteht, ist eine Anwendung der Integralrechnung erforderlich, welche sofort folgendes Resultat liefert:

$$C = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right),$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen ist. In Worten heisst dies, dass nach Verlauf von t Sekunden *die Selbstinduktion in einem Stromleiter beim Schliessen desselben die Stromstärke um eine Grösse von folgender Beschaffenheit vermindert: Der Logarithmus vom reciproken Werte dieser Grösse ist dem Koeffizienten der Selbstinduktion umgekehrt, und dem Widerstande des Stromleiters, sowie der Zeit, welche seit dem Schliessen des Stromleiters verflossen ist, direkt proportional.*

Die Grösse $\frac{L}{R}$, deren reciproker Wert in dem Exponentialausdruck auftritt, heisst die *Zeitkonstante* des Stromleiters. Es ist die Zeit, welche der Strom gebraucht, um auf einen gewissen Bruchteil, $\frac{e-1}{e} = 0{,}634$, seines Endwertes zu steigen.

Eine kurze Ueberlegung lässt erkennen, dass für den Fall, wo der Koeffizient der Selbstinduktion L im Verhältnis zum Widerstande R klein ist, so dass auch die Zeitkonstante klein ist, der Ausdruck $e^{-\frac{Rt}{L}}$ für alle messbaren Werte von t aus der Gleichung verschwindet.

Ist andrerseits L gross im Verhältnis zu R, so wird der Strom während seines Anwachsens fast gänzlich von der Selbstinduktion beeinflusst und nicht von dem Widerstande des Stromleiters, welcher so wirkt, als ob sein Widerstand $= \frac{L}{t}$ wäre.

Diese Verhältnisse sind in Fig. 235 graphisch veranschaulicht, wo zwei Kurven der Stromzunahme verzeichnet sind. Bei einem Stromleiter sei $E = 10$ Volt, $R = 1$ Ohm, $L = 10$ Henry. Der konstante Strom beträgt 10 Ampère, nach Verlauf einer Sekunde jedoch nur 0,95 Ampère, wie man mit Hilfe der Gleichung von Helmholtz berechnen kann; nach 2 Sekunden beträgt er 1,81; nach 5 Sekunden 3,95 und nach 10 Sekunden 6,34 Ampère (vergl. die Kurve A). Nach Verlauf einer Minute beträgt er 9,975 Ampère. Wir wollen nun annehmen, der Widerstand sei auf 2 Ohm verstärkt, und der Koeffizient der Selbstinduktion auf 5 Henry reduziert. Die schliessliche Stromstärke beträgt dann nicht 10, sondern 5 Ampère, doch wird der Strom schneller anwachsen als vorher (vergl. Kurve B). Nach Verlauf einer Sekunde beträgt er 1,647 Ampère, nach 2 Sekunden 2,755 und nach 10 Sekunden 4,91 Ampère. Hieraus schliessen wir, dass es bei allen Apparaten, welche schnell wirken sollen (Relais, Telephone, Chronographen etc.) viel wichtiger ist, den Koeffizienten der Selbstinduktion als den

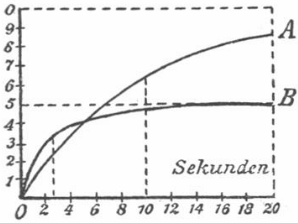

Fig. 235.

Widerstand des Stromleiters zu reduzieren. Wir erkennen auch, dass die so oft gegebene Regel (Art. 402), den innern Widerstand einer Batterie gleich dem äussern zu machen, für den Fall einer schnellen Wirkung durchaus nicht zutrifft. Hat der Stromleiter sowohl Selbstinduktion wie Widerstand, dann ist es besser, die Elemente der Batterie so zu gruppieren, dass der Widerstand ein grösserer ist, d. h. dieselben in Serien aufzustellen.

In der That, der ganze Verlauf ist derart, als ob zur Zeit t nach dem Schliessen zwei Ströme gleichzeitig vorhanden wären und zwar in entgegesetzten Richtungen: Der gewöhnliche Strom, welcher vom ersten Augenblicke an in voller Stärke fliesst und dann der Extrastrom von der Stärke $-\frac{E}{R} e^{-\frac{Rt}{L}}$; der wirkliche Strom ist gleich der Differenz beider.

Beim Unterbrechen des Stromes ist der Verlauf ein solcher, als wenn über dem gewöhnlichen Strome, welcher plötzlich gleich Null geworden ist, noch ein Extrastrom fliesst, der die Stärke $+\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{Rt}{L}}$ hat. In diesem Falle wird jedoch die Rechnung hinfällig, da in den Stromleiter ein Widerstand von unbekannter Grösse eingeführt wird (der Widerstand längs eines Funkens ist unbestimmt). Wir wissen, dass R sehr gross ist, folglich ist die Aenderung plötzlicher und die selbstinduzierte E.M.K. ist beim Unterbrechen bedeutend grösser als beim Schliessen. Die selbstinduzierte E.M.K. würde durch den Ausdruck $E_t = E \cdot e^{-\frac{Rt}{L}}$ gegeben sein.

Diesen Ausdruck möge man mit demjenigen für die E.M.K. der Entladung eines Kondensators von der Kapazität K durch einen Widerstand R vergleichen (s. Art. 321), nämlich $V_t = V_o \cdot e^{-\frac{t}{KR}}$. Hieraus scheint hervorzugehen, dass bei der Entladung eines Kondensators die Grösse $K \cdot R$ ebenso wirkt wie die Zeitkonstante $\frac{L}{R}$ im Falle der Selbstinduktion.

Die wirkliche Menge der Elektrizität, welche von dem

Extrastrome befördert wird, ist gleich derjenigen, welche ein Strom von der Stärke $\frac{E}{R}$ während der Zeit $\frac{L}{R}$ befördern würde, d. h. $= \frac{EL}{R^2}$. Beim Schliessen des Stromes hat die Verzögerung zur Folge, dass eine elektrische Menge $q = \frac{EL}{R^2}$ weniger befördert wird. Die Energie, welche ausserhalb des Drahtes aufgespeichert wird, während der Strom von Null bis zu seiner schliesslichen Stärke C anwächst, beträgt $\frac{1}{2} q \, . \, E = \frac{1}{2} L \, . \, C^2$.