Hand- und Hülfsbuch zur Ausführung physiko-chemischer Messungen

Ostwald, Wilhelm
Luther, Robert

Leipzig, 1902

Drittes Kapitel: Wägung

urn:nbn:at:at-ubi:2-6392

Winkelmessungen. Ein Winkel wird durch das Verhältnis der Länge des Kreisbogens zur Länge des Halbmessers des Kreises gemessen. Da bei den meisten Apparaten die Länge des Halbmessers unveränderlich ist, so läuft die Winkelmessung auf eine Bestimmung der Länge des Kreisbogens heraus. Es gilt hierfür alles, was oben über die Messung gerader Längen gesagt wurde. Solche Ablesungen werden meist mit Hilfe von Nonien, selten mit Mikrometerschraube gemacht, doch ist auch hier die Anwendung eines Mikroskops mit Okularmikrometer, von dem eine bestimmte Zahl Teilstriche auf ein Intervall der Hauptteilung fallen, bequem.

Fehlerhaft kann die Messung werden, wenn die Drehungsachse nicht genau centrisch zur Kreisteilung liegt. Man eliminiert den Fehler, indem man jede Ablesung an zwei diametral gegenüberliegenden Marken vornimmt und das Mittel aus beiden Ablesungen nimmt.

Winkelmessungen mit Hilfe von Spiegel und Skala — ein Verfahren von grosser Feinheit und Anwendbarkeit — sollen im Kapitel über Galvanometer näher besprochen werden.

Drittes Kapitel.

Wägung.

Die Wage. Die Wage gehört zu den genauesten und gleichzeitig förderlichsten Hilfsmitteln der Messung. Es ist leicht, Gewichte von 100 bis 1000 g auf 0.001 g, d. h. auf 0.00001 bis 0.000001 ihres Betrages mit Sicherheit zu bestimmen, während z. B. die Bestimmung einer Länge bis 100 cm auf denselben Bruchteil, d. h. auf 0.001 bis 0.0001 cm bereits ganz erhebliche Hilfsmittel voraussetzt, insbesondere wenn es sich nicht um den Vergleich zweier sehr nahe gleicher Längen, sondern um die Messung einer beliebigen Strecke handelt.

Daher ist es zweckmässig, Messungen, welche eine höhere Genauigkeit erfordern, womöglich auf eine Wägung zurückzuführen. Es gelingt dies vermittelst einer Anzahl wichtiger allgemeiner Gesetze, nach welchen zwischen den durch die Wage gemessenen Schwerkräften und anderen Grössen Proportionalität besteht.

Die Wage ist ein zweiarmiger Hebel und dient unmittelbar zur Messung von Kräften, die an einem der beiden Hebelarme wirken, mittelst paralleler Kräfte an dem anderen Arme. Diese Kräfte gehen zunächst von der Schwere aus, und man erlangt bemessene Werte derselben durch die Anwendung der Gewichtsstücke. Die wesentlichste Anwendung der Wage beruht nun darauf, dass diesen Kräften, oder den Gewichten der materiellen Objekte zunächst deren Massen, sodann bei gleichen Stoffen ihre Volumina und ihr chemischer Energieinhalt in aller Strenge proportional ist. Demnach ist die Wage das Hilfsmittel für die Bestimmung aller dieser Grössen.

Neben diesem Gebiet der Anwendungen der Wage giebt es noch ein anderes, in welchem neben der Schwere andere Kräfte wie elektrostatische, elektrodynamische, magnetische u. s. w. zur Messung gelangen. Doch ist dieses Gebiet viel beschränkter, als das vorgenannte.

Für genauere Messungen kommen fast nur die Wagen in Betracht, wie sie zu Zwecken der chemischen Analyse für 100 bis 200 g Belastung hergestellt werden. Die früher infolge eines missverständlichen Vorurteils vorwiegend gebauten Wagen mit langem Balken sind gegenwärtig allgemein durch kurzarmige ersetzt; durch Anwendung eines kurzen Balkens und genügend langen Zeigers erlangt man in der That erhebliche Vorteile gegenüber den langarmigen, die wesentlich in der kleineren Schwingungsdauer und dem leichteren Gewicht des Balkens bei gleicher Empfindlichkeit bestehen.

Der Wagebalken wird behufs Gewichtsverminderung meist aus Aluminium oder einer Aluminiumlegierung hergestellt. Er ist mit drei Schneiden versehen, welche die Drehachsen des Hebels und der Angriffspunkte der Kräfte sind, und parallel und in einer Ebene angeordnet sein müssen.

Als Material für die Schneiden ist früher ausschliesslich Stahl angewendet worden. Gegenwärtig werden Schneiden von Achat oder Feuerstein hergestellt. Sie haben den grossen Vorzug, dass sie weder von Chlor, noch von Säuredämpfen angegriffen werden Bei Neuanschaffungen ist daher hierauf zu achten.

Eine brauchbare Wage muss vor allen Dingen ihre Mittellage nicht ändern, wenn sie mehrmals nacheinander arretiert und freigelassen wird, und wenn man die Schalen mit Gewichten belastet, und diese wieder entfernt. Unmittelbar nach dem Auspacken und Aufstellen wird man diese Bedingungen meist nicht erfüllt finden; man lasse vor der Prüfung die Wage einige Tage an ihrem Orte stehen, damit etwaige Temperaturunterschiede und elastische Spannungen sich ausgleichen können.

Zunächst wird das Gehäuse mittelst der 3 Stellschrauben nach Ausweis des beigegebenen Senkels (oder wenn ein solches fehlt, einer auf die Grundplatte gelegten Dosenlibelle) horizontal gerichtet. Die Mittellage des Zeigers bei unbelasteter Wage wird grob vermittelst eines Fähnchens reguliert, welches sich oben am Zeiger zu befinden pflegt. Feiner kann man die Null-Stellung dadurch erreichen, dass man das Gehäuse entsprechend neigt: man korrigiert die eine Hälfte der Abweichung von der Null-Lage durch Drehen der rechten Stellschraube, die andere Hälfte durch Drehen der linken in entgegengesetzter Richtung. Kleine Änderungen der Null-Lage im Laufe der Zeit kann man durch Abstäuben der schwereren Seite der Wage verringern. Es ist nicht nötig den Ausschlag der unbelasteten Wage auf Null zu bringen; es genügt, wenn er kleiner als $\pm$ 2 Teilstriche ist.

Die Beobachtung der Einstellung der Wage wird derart ausgeführt, dass man die Arretierung[1]) langsam auslöst, die Wage schwingen lässt und drei halbe Schwingungen, die ca. 10 Teilstriche auf beiden Seiten der Mittellage nicht überschreiten sollen, beobachtet.

Das Mittel von 1 und 3 wird mit 2 zu einem Mittelwert verbunden, woraus sich die Mittellage des Zeigers ergiebt. Die Ablesung des Zeigers wird sehr durch Anbringung einer grossen Linse in passender Entfernung und Höhe vor der Skala erleichtert, so dass man bei gewöhnlicher Stellung des Kopfes vor der Wage das vergrösserte virtuelle Bild des Zeigers und der Skala vor sich hat (Landolt). Mikroskopische Ablesung des Zeigers ist gleichfalls gelegentlich angewendet worden, wobei die Ausschläge und die Schwingungsdauer der Wage ganz erheblich verkleinert werden können, doch sind solche Wagen noch wenig verbreitet.

Sehr wesentlich für bequemes Arbeiten ist die richtige Höhe der Aufstellung der Wage bezogen auf den Beobachter: die Wage muss so hoch montiert sein, dass der Wagebalken sich etwa in Augenhöhe befindet.

Eine wichtige Eigenschaft der Wage (die Freiheit von schädlichen Reibungen) tritt bei der Beobachtung einer Reihe von freien

---

[1]) Die Arretierung befindet sich bei einigen Wagen (z. B. den Bunge'schen) sehr zweckmässig an der linken Seite des Wagekastens, wodurch alle Manipulationen wesentlich bequemer werden.

Schwingungen zu Tage; die Ausschläge müssen nur langsam abnehmen. Alle diese Beobachtungen sind natürlich bei geschlossenem Wagekasten auszuführen.

Die Gleicharmigkeit der Wage ist keine wesentliche Bedingung, da es in den meisten Fällen nur auf relative Gewichte ankommt. Alle Wägungen, bei denen es auf absolutes Gewicht ankommt, werden durch Substitution oder durch Doppelwägung ausgeführt.

Die Wägung. Jede Wägung besteht aus zwei Beobachtungen. In den meisten Fällen hat man ein Gefäss zu wägen, aus welchem etwas entfernt, oder in welches etwas gebracht wird, und die Grösse, auf die es ankommt, ist der Unterschied beider Wägungen. Kann man diese beiden Wägungen unmittelbar hinter einander ausführen, so braucht man sich nicht um die Nulllage der unbelasteten Wage zu kümmern. Ist dies nicht der Fall, so ist diese vor oder nach jeder einzelnen Wägung zu ermitteln und die Messung setzt sich aus vier Einzelbestimmungen zusammen.

Um mit dem geringsten Aufwande von Rechnung zu wägen, bestimmt man nicht Mittellagen des Zeigers, sondern Ausschläge. Man rechnet die rechts vom Mittelstrich der Skala liegenden Teile positiv, und die links liegenden negativ, damit die Zahlen von links nach rechts wie gebräuchlich (und gleichzeitig in dem Sinne der zunehmenden Gewichte der Objekte) zunehmen.

Die Zehntel werden geschätzt, das Dezimalkomma braucht nicht hingeschrieben zu werden. Die Ablesung entspricht also den in der Fig. 27 angedeuteten Werten der Skala. Der Ausschlag ergiebt sich aus drei Beobachtungen, wenn man das Mittel der ersten und dritten zu der zweiten unter Rücksicht auf das Zeichen addiert. Haben wir also die Umkehrpunkte 52, — 43, 51 beobachtet, so ist der Ausschlag $\frac{52 + 51}{2} = 51.5$ minus 43 gleich 8.5.

Fig. 27.

Bei jeder gewöhnlichen Wägung bringt man den Gegenstand auf die linke Schale und auf die rechte die Gewichtsstücke in der Reihe, wie sie aufeinander folgen; von den Bruchteilen des Gramms die Deci- und Centigramme. Die Fabrikanten pflegen die Gewichtssätze noch mit Milligrammgewichten auszustatten. Diese sind ganz überflüssig und können im Interesse einer Preisermässigung ohne weiteres fortbleiben. Bei jedem Auf- und Ablegen von Gewichten muss die Wage arretiert werden.

Die Wägung unbekannter schwererer Objekte kann wesentlich abgekürzt werden durch Bestimmung des angenäherten Gewichtes (in ganzen Grammen) mit Hilfe einer Briefwage. Sehr geeignet dazu sind Briefwagen mit zwei Empfindlichkeiten und zwei Messbereichen bis 50 g und 250 g (Preis ca. 1 M. 50 Pf.). Bei einzelnen analytischen Wagen sind derartige Vorrichtungen gleich mit demselben Wagen-Gehäuse angebracht und können durch eine besondere Arretierung in Thätigkeit gesetzt oder ausgeschaltet werden.

Hat man die Ausgleichung mit Gewichtsstücken soweit gebracht, dass ein weiteres Centigramm Übergewicht giebt, so schliesst man den Wagekasten und sucht mit dem Centigrammreiter zwei nebeneinander liegende Zehntel der Wagebalkenteilung auf, an welchen der Reiter den Zeiger einmal nach rechts, einmal nach links ausschlagen lässt. Jedesmal werden die Schwingungen beobachtet, und aus ihnen die Ausschläge berechnet. Je nachdem man nötig hat, die Nulllage der unbelasteten Wage zu berücksichtigen oder nicht, wird man zwischen den beobachteten Ausschlägen und den der unbelasteten Wage, oder zwischen diesen und dem Nullpunkte die Zehntel Milligramme interpolieren, während die ganzen Milligramme an der Zehnerteilung des Wagebalkens abgelesen werden, auf welcher der Reiter sitzt.

Ist a der Ausschlag bei der kleineren, b derselbe bei der um 1 mg grösseren Belastung, und c der Ausschlag der unbelasteten Wage, so sind der ersteren Belastung $\frac{a-c}{a-b}$ mg hinzuzufügen, um das wahre Gewicht zu haben.

Es sei beispielsweise beobachtet:

	Umkehrpunkte	daher Ausschlag
Wage unbelastet	$-12, +8, -11$	$c = -3.5$
Belastet mit 23.522 g	$+13, -3, +11$	$a = +9.0$
„ „ 23.523 „	$-42, +30, -39$	$b = -10.5$

Die Milligrammbruchteile betragen somit $\frac{9.0+3.5}{9.0+10.5} = 0.64$ und das Gewicht ist 23.52264 [1]).

[1]) Gewöhnlich wird vorgeschrieben, dass man bei der Wägung die Mittellagen des Zeigers berechnen solle. Diese stehen zu den Ausschlägen in der einfachen Beziehung, dass sie die Hälfte derselben sind. Die Rechnung ergiebt dann den Quotienten $\frac{\frac{a}{2}-\frac{c}{2}}{\frac{a}{2}-\frac{b}{2}}$, welcher gleich $\frac{a-c}{a-b}$ ist; man macht also drei überflüssige Divisionen mit 2, die bei dem im Text gegebenen Verfahren erspart werden.

Da $a - b$ meist in der Nähe eines Multiplums von 10 liegt, so kann man mit Vorteil die auf Seite 21 angegebene Methode der abgekürzten Division anwenden. In unserem Fall wäre

$$\frac{9.0 + 3.5}{9.0 + 10.5} = \frac{12.5\,(+\,2.5\,\%)}{19.5\,(+\,2.5\,\%)} = \frac{12.8}{20.0} = 0.64.$$

Genaue Wägungen in dieser Weise sollen nur dort gemacht werden, wohin sie gehören, d. h. wenn man sicher sein kann, dass das zu wägende Objekt auf Bruchteile eines Milligramms genau definiert ist. Dies ist seltener der Fall, als man im allgemeinen annimmt. Insbesondere verändern grössere Glasgefässe, Gegenstände aus Kautschuk, Platintiegel und -schalen ihr Gewicht häufig um ganze Milligramme infolge der Wasseranziehung je nach dem Zustand der Atmosphäre. Man bewahrt daher solche Gegenstände meist im Exsiccator auf, und muss sich bei der Wägung beeilen, da das Trockenhalten der Luft im Gehäuse der Wage durch aufgestelltes Chlorcalcium u. dergl. ziemlich illusorisch ist.

Soll die Wägung nur auf einige Zehntelmilligramme genau sein, so kann man das Verfahren noch erheblich abkürzen. Die Empfindlichkeit einer Wage oder der durch ein Milligramm Uebergewicht hervorgebrachte Doppelausschlag ist ziemlich konstant in der Zeit und ändert sich bei guten Wagen auch nicht viel mit der Belastung.

Man bestimmt ein für allemal diesen Wert für verschiedene Belastungen, (wobei man durch Auf- und Abschieben des die Empfindlichkeit regulierenden Laufgewichtes die Empfindlichkeitskonstante zweckmässig möglichst nahe an ein Multiplum von 10 bringt) und entwirft eine Tabelle oder Kurve, welche die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Belastung zum Ausdruck bringt.

Man braucht dann nur einen einzigen Ausschlag zu bestimmen, wenn die Nullage gegeben ist.

Denn der oben benutzte Wert $b - a$ ist die „Empfindlichkeit"; ist der Ausschlag $c - a$ gegen die Nullage bekannt, so genügt eine Division mit der Empfindlichkeitskonstanten, um die Zehntelmilligramme auf eine oder zwei Einheiten richtig zu ergeben. Um die möglichen Fehler zu verkleinern, achtet man darauf, dass der hinzuzufügende oder abzuziehende Bruchteil des Milligramms nicht grösser als 0.5 ist.

Um an Stelle der Division eine Multiplikation zu haben, stellt man in der Tabelle resp. Kurve zweckmässig die Abhängigkeit der

„Unempfindlichkeit“ von der Belastung zusammen. Die „Unempfindlichkeit“ ist das Reciproke der Empfindlichkeit also $\frac{1}{a-b}$; sie giebt die Anzahl Dezimilligramme pro Skalenteil der Doppelschwingung an.

Solche Wägungen, die sich bei einiger Uebung sehr schnell ausführen lassen, werden indessen nur bei Geübten gute Resultate geben. Der Anfänger thut stets wohl, das umständlichere Verfahren beizubehalten, bis er in der Behandlung der Wage vollkommen sicher geworden ist.

Auftrieb der Luft. Die Wage giebt, wie erwähnt, die Kräfte, welche auf die Aufhängepunkte der Schneiden wirken. Ausser dem Gewicht der Schalen und ihrer Belastungen wirken noch andere Kräfte auf die Wage, von denen die wesentlichsten in dem Auftrieb durch die Luft liegen.

Ist d das Gewicht von einem ccm Luft und v das Volum des gewogenen Gegenstandes, so erscheint sein Gewicht um vd vermindert, und sein wahres Gewicht beträgt $G + vd$, wenn G das scheinbare Gewicht ist.

Das Gewicht von einem ccm Luft von 0^0 und 76 cm Barometerstand beträgt 0.001293. Bei Zimmertemperatur und unter Berücksichtigung der mittleren Feuchtigkeit, durch welche das Gewicht vermindert wird, kann man $d = 0.00120$ setzen. Das Volum des Körpers erfährt man als Produkt seines Gewichtes mit seinem spezifischen Volum φ; statt des letzteren kann man das reziproke spezifische Gewicht $\frac{1}{s}$ nehmen. Danach ist $v = \frac{G}{s}$ und das wahre Gewicht des Körpers ist $G + \frac{0.0012\ G}{s} = G\left(1 + \frac{0.0012}{s}\right)$.

Wegen des geringen Betrages dieser Korrektion kann man unbedenklich das G in dem Ausdruck $v = \frac{G}{s}$ gleich dem scheinbaren Gewicht G setzen, obwohl es streng genommen das wahre Gewicht sein müsste. Um sich davon zu überzeugen, kann man, nachdem man das wahre Gewicht berechnet hat, dasselbe in $v = \frac{G}{s}$ einsetzen, und wird finden, dass keine Aenderung der geltenden Ziffern dadurch bewirkt wird. Denn beträgt die Korrektur 0.001, so bedingt diese Korrektur der Korrektur eine Änderung um $(0.001)^2 = 0.000001$ im Endresultat.

Die gleiche Berücksichtigung des Auftriebes ist für die Gewichte zu beanspruchen, wenn es sich um absolute Wägungen handelt. Sind, was sehr oft der Fall sein wird, nur relative Gewichte zu bestimmen, so hat man keine Rücksicht darauf zu nehmen, da die Wirkung der Vernachlässigung darin besteht, sämmtliche Gewichte (aus gleichem Material) um eine ihrem Betrage proportionale Menge zu ändern, d. h. die Einheit des Gewichtssatzes zu ändern. Für Messinggewichte ($s = 8.5$) beträgt der Auftrieb 0.00014 vom Gewicht, also 0.14 mg für jedes Gramm. Diese Grösse ist von dem oben berechneten wahren Gewicht in Abzug zu bringen, wenn der Gewichtssatz, wie das stets vorausgesetzt werden muss, für den leeren Raum richtig ist.

Somit ist das wahre Gewicht G_0 eines mit Messinggewichten gewogenen Körpers, wenn er das scheinbare Gewicht G ergeben hat

$$G_0 = G\left(1 + \frac{0.0012}{s} - 0.00014\right) = G(1 + k)$$

Für eine Reihe verschiedener Werte von s hat Kohlrausch folgende Tabelle berechnet[1]), wo k die zu jedem Gramm scheinbaren Gewichtes hinzuzufügende Korrektion in Milligrammen ist.

Korrektion für den Gewichtsverlust in der Luft.

s	k	s	k	s	k
0.7	+ 1.57	2.0	+ 0.458	8	+ 0.007
0.8	1.36	2.5	0.337	9	− 0.009
0.9	1.19	3.0	0.257	10	− 0.023
1.0	1.06	3.5	0.200	11	− 0.034
1.1	0.95	4.0	0.157	12	− 0.050
1.2	0.86	4.5	0.142	13	− 0.057
1.3	0.78	5.0	0.097	14	− 0.063
1.4	0.71	5.5	0.075	15	− 0.068
1.5	0.66	6.0	0.057	16	− 0.072
1.6	0.61	6.5	0.042	17	− 0.076
1.7	0.56	7.0	0.029	18	− 0.080
1.8	0.52	7.5	0.017	19	− 0.083
1.9	0.49	8.0	0.007	20	− 0.086
2.0	0.46				

Rationeller ist es, von vornherein mit spezifischen Volumen statt spezifischen Gewichten zu rechnen, wie denn überhaupt das spezifische Gewicht der weniger wissenschaftliche Begriff von beiden

[1]) Leitfaden S. 408.

ist, da nicht die Masse oder das Gewicht, sondern das Volum an den Objekten veränderlich ist. Ist $\varphi = \frac{1}{s}$ das spezifische Volum, so lautet die Gleichung für Messinggewichte

$$G_0 = G\,(1 + 0.0012\,\varphi - 0.00014).$$

Während die Abhängigkeit der Korrektion k vom spezifischen Gewicht s eine Funktion zweiten Grades ist, ist die Beziehung

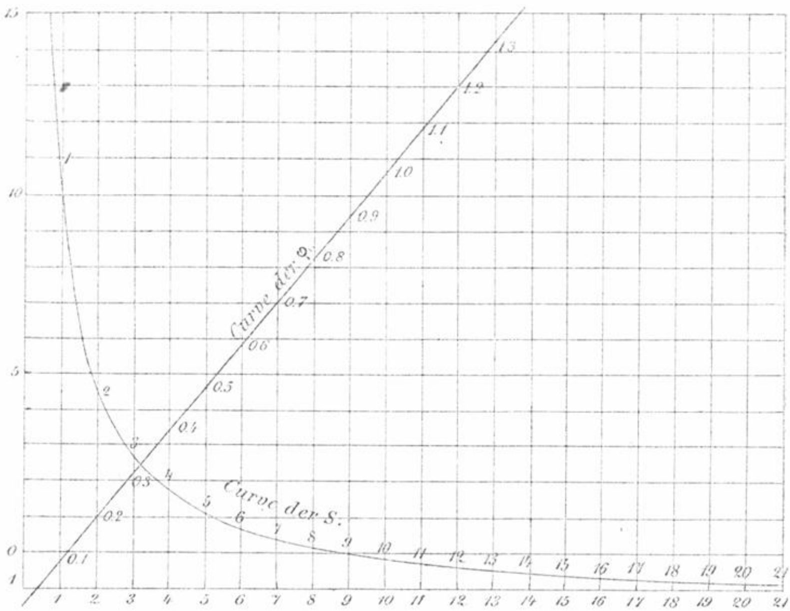

Fig. 28.

zwischen k und φ linear, was für die Interpolation ein grosser Vorteil ist. Die der vorigen entsprechende Tabelle lautet:

Korrektion für den Gewichtsverlust in der Luft.

φ	k	φ	k	φ	k
1.5	+ 1.66	0.9	+ 0.94	0.3	+ 0.22
1.4	1.54	0.8	0.82	0.2	+ 0.10
1.3	1.42	0.7	0.70	0.1	− 0.020
1.2	1.30	0.6	0.58	0.09	− 0.032
1.1	1.18	0.5	0.46	0.08	− 0.044
1.0	1.06	0.4	0.34	0.07	− 0.056
				0.06	− 0.068
				0.05	− 0.080

Die entsprechenden Kurven zeigen natürlich den gleichen Unterschied; die für s und k ist stark gekrümmt, während die für φ und k geradlinig verläuft (Fig. 28).

Genauere Korrektionen als die hier angegebenen werden nur sehr selten erforderlich sein; hat doch Stas bei seinen Atomgewichtsbestimmungen sich mit dieser Rechnungsweise begnügt.

Die Gewichte. Jeder Gewichtssatz enthält Fehler, die bei sorgfältiger Herstellung zwar gering sind, über deren Grösse man sich aber bei einigermassen genauer Arbeit unterrichten und die man in Rechnung ziehen muss.

Das Korrektionsverfahren ist von F. Kohlrausch in seinem Leitfaden der praktischen Physik so sachgemäss beschrieben worden, dass diese Angaben mit seiner Erlaubnis hier wörtlich wiedergegeben werden.

Korrektionstabelle eines Gewichtssatzes.

„Allgemein kommt die Aufgabe, die Fehler eines Gewichtssatzes zu bestimmen, darauf hinaus, dass man durch Ausführung so vieler Wägungen, als Gewichte zu prüfen sind, eben so viele Gleichungen bildet, aus denen das Verhältnis der Wagearme und dasjenige der Gewichte zu einander abgeleitet wird.

Bei der gebräuchlichen Anordnung eines Gewichtssatzes kann man nach folgendem Schema verfahren. Wir bezeichnen die grösseren Stücke mit

$$50' \quad 20' \quad 10' \quad 10'' \quad 5' \quad 2' \quad 1' \quad 1'' \quad 1'''.$$

Man führe eine Doppelwägung mit $50'$ einerseits und der Summe der übrigen Gewichte andererseits aus. Man habe gefunden, dass die Wage einsteht (der Zeiger in der Stellung ist, welche er bei unbelasteter Wage einnimmt), wenn

Links	Rechts
$50'$	$20' + 10' + \ldots + r$ mg
$20' + 10' + \ldots + l$ mg	$50'$

so ist das Verhältnis der Wagearme

$$\frac{R}{L} = 1 + \frac{l-r}{100000}$$

und

$$50' = 20' + 10' + \ldots + \tfrac{1}{2}(r + l).$$

Beispiel. Es sei $r = -0{,}63$, $l = +2{,}73$ mg, so ist

$$50' = 20' + 10' + \ldots + 1{,}05 \text{ mg und } R/L = 1{,}0000336.$$

Ebenso vergleicht man $20'$ mit $10' + 10''$ und $10'$ mit $10''$ sowie mit $5' + 2' + \ldots$ Man wird dabei das Balkenverhältnis im allgemeinen von der Belastung etwas abhängig finden. Doch wird dasselbe so weit konstant sein, dass für die kleineren Stücke nun eine einzelne Wägung genügt. Es bedeutet dann ein Stück p, rechts aufgelegt, auf die Balkenlänge der linken Seite reduziert, $p\,\frac{R}{L}$

Ferner sei bei der Vergleichung des 5 g-Stückes mit der Summe der kleinen Gewichte gefunden, dass die Wage einsteht, wenn

$$\text{links } 5' + 0{,}31 \text{ mg} \qquad \text{rechts } 2' + 1' + 1'' + 1''',$$

so würden an einer gleicharmigen Wage sich das Gleichgewicht halten

$$5' + 0{,}31 \text{ mg und } (2 + 1' + \ldots) \cdot 1{,}0000336 \text{ oder } 2' + 1' + \ldots + 0{,}17 \text{ mg}.$$

Folglich ist $5' = 2' + 1' + 1'' + 1''' - 0{,}14$ mg.

Diese Wägungen mögen ergeben haben

$$\begin{aligned}
50' &= 20' + 10' + \ldots + A \\
20' &= 10' + 10'' \qquad + B \\
10'' &= 10' \qquad\qquad + C \\
5' + 2' + 1' + 1'' + 1''' &= 10' \qquad\qquad + D,
\end{aligned}$$

wo natürlich A, B, C, D positiv oder negativ sein können. Aus den Gleichungen muss der Wert der fünf Stücke, die Summe der einzelnen Gramme vorläufig als ein Stück betrachtet, in irgend einer Einheit ausgedrückt werden. Man wird, wenn man nicht etwa zugleich eine Vergleichung mit einem Normalgewicht vornimmt, diese Einheit so wählen, dass die Korrektionen der einzelnen Stücke möglichst klein werden, und das ist der Fall, wenn man die ganze Summe als richtig annimmt, d. h. wenn man setzt

$$50' + 20' + 10' + \ldots = 100 \text{ g}.$$

Setzt man nun zur Abkürzung[1])

$$S = \tfrac{1}{10}(A + 2B + 4C + 2D),$$

[1]) Die Grösse S ergiebt sich, wenn man in der Gleichung

$$100 = 50' + 20' + 10' + 10'' + 5' + 2' + 1' + 1'' + 1'''$$

sämtliche Stücke auf das Stück $10'$ bezieht und die so entstehende Summe der Korrektionen durch 10 dividiert. W. O so ist, wie man leicht nachweisen kann

$$\begin{aligned} 10' &= 10\ \mathrm{g} - S \\ 10'' &= 10\ „ - S + C \\ 5' + \ldots &= 10\ „ - S + D \\ 20' &= 20\ „ - 2S + B + C \\ 50' &= 50\ „ - 5S + A + B + 2C + D = 50\ \mathrm{g} + \tfrac{1}{2}A. \end{aligned}$$

Die Probe für die Richtigkeit der numerischen Rechnung ist dadurch gegeben, dass, wenn man die Korrektionen in Zahlen bestimmt hat, die Summe derselben = o sein muss und dass die vier Beobachtungs-Gleichungen erfüllt sein müssen.

Ferner habe man durch Vergleichung der Stücke $5'$ $2'$ $1'$ $1''$ $1'''$ untereinander gefunden

$$\begin{aligned} 5' &= 2' + 1' + 1'' + 1''' + a \\ 2' &= 1' + 1'' \qquad\qquad + b \\ 1'' &= 1' \qquad\qquad\qquad + c \\ 1''' &= 1' \qquad\qquad\qquad + d. \end{aligned}$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$s = \tfrac{1}{10}(a + 2b + 4c + 2d + S - D),$$

so ist ähnlich wie oben

$$\begin{aligned} 1' &= 1\ \mathrm{g} - s \\ 1'' &= 1\ „ - s + c \\ 1''' &= 1\ „ - s + d \\ 2' &= 2\ „ - 2s + b + c \\ 5' &= 5\ „ - 5s + a + b + 2c + d. \end{aligned}$$

Ebenso wird mit den kleineren Gewichtstücken verfahren, wobei aber in der Regel die Ungleicharmigkeit der Wage nicht mehr berücksichtigt zu werden braucht.

Wir haben bisher die Summe der grösseren Gewichtsstücke als richtig angenommen, um die Fehler so klein wie möglich zu erhalten. Für die meisten Arbeiten (chemische Analyse, spezifisches Gewicht), welche nur relative Wägungen verlangen, genügt dies. Soll die Fehlertabelle auf richtiges Grammgewicht bezogen werden, so ist notwendig, die Gewichtsstücke oder eins derselben mit einem Normalgewicht zu vergleichen. Die Rechnung ist ähnlich wie oben.“

Technisch und rechnerisch in vielen Beziehungen einfacher und und übersichtlicher ist das Verfahren von Richards:

1. Die Wägungen werden durch Substitution (und nicht durch Doppelwägung, wie bei Kohlrausch) ausgeführt und 2. als Einheit, auf die vorläufig alles bezogen wird, wählt man eins der Centigrammstücke. Um alle zur Aichung notwendigen Vergleichswägungen ausführen zu können, braucht man hier ebenfalls 3 Centigrammstücke, so dass man eventuell das dritte einem anderen Gewichtssatz entnehmen, oder sich aus Platin resp. Aluminiumblech herstellen muss. Man bringt die zu vergleichenden Gewichtsstücke nacheinander auf die linke Wagschale und bringt sie durch eine geeignete Tara auf der rechten Wagschale ins Gleichgewicht.

Die Verschiebung des Reiters giebt dann direkt die Gewichtsdifferenz der Gewichtsstücke an. Eine sehr bequeme Tara ist ein zweiter Gewichtssatz. Der Reiter soll nach Möglichkeit in der Mitte des (rechten) Wagebalkens sitzen, damit alle Gewichtsdifferenzen durch Verschiebung des Reiters ausgeglichen werden können. Zu diesem Zweck bringt man entweder auf die linke Seite ein Zusatzgewicht von ca. 5 mg (Platin- oder Staniolschnitzel), oder erreicht dasselbe durch Drehen der Regulierfahne nach links. Das Verfahren gestaltet sich demnach folgendermassen:

Man setzt das erste Centigrammstück ($0.01'$) auf die linke Seite, bringt auf die rechte Seite ein Centigrammstück aus einem anderen Gewichtssatz und reguliert die Wage so, dass der Reiter beim Gleichgewicht etwa in der Mitte des Wagebalkens sitzt. Beim Gleichgewicht ergebe beispielsweise die Lage des Reiters 4.63 mg. Man nimmt nun $0.01'$ von der linken Wagschale fort und ersetzt es durch $0.01''$. Um die Wage wieder ins Gleichgewicht zu bringen, möge der Reiter etwa auf 4.51 verschoben werden. Es ist also $0.01''$ um 0.12 mg leichter als $0.01'$ d. h. $0.01'' = 0.01' - 0.12$ mg.

Um sicher zu sein, dass während der Wägung sich an der Wage nichts verändert hat, bringt man jetzt wieder $0.01'$ auf die linke Wagschale.

Ebenso vergleicht man $0.01'''$ mit $0.01'$, ferner 0.02 mit der Summe von zwei Centigrammstücken u. s. w. ganz wie oben. Man erhält schliesslich das Gewicht eines jeden Stücks bezogen auf das erste Centigrammstück ($0.01'$). Man kann nun entweder (um die Korrektionen möglichst klein zu machen) die Summe aller Gewichte als richtig annehmen, oder eines der Gewichtsstücke mit einem Normalgewicht vergleichen. Die sich hieran schliessenden Rechnungen werden sehr vereinfacht durch die Benutzung der Regeln beim Rechnen mit additiv auftretenden kleinen Zahlen.

Ein Schema zur Prüfung des Gewichtssatzes von anderer Anordnung wird man leicht finden.

Zur Unterscheidung der Gewichtstücke von gleichem Nennwerte sollten die Ziffern in verschiedener Weise eingeschlagen oder mit einem Index versehen sein; anderenfalls muss man zufällige Merkzeichen aufsuchen. Bei den Blechgewichten hilft man sich durch das Umbiegen verschiedener Ecken. — Auf den Gewichtsverlust in der Luft braucht keine Rücksicht genommen zu werden, wenn die grösseren Stücke von gleichem Material sind, weil bei den kleineren der Unterschied ohne merklichen Einfluss ist. — Zur Prüfung der kleineren Stücke wendet man womöglich eine leichtere, d. h. bei gleicher Schwingungsdauer empfindlichere Wage an. — Die Wägungen sind durch Schwingungsbeobachtung auszuführen, wobei die Nullpunktsbeobachtung häufig wiederholt wird. Gewöhnt man sich daran, alle Gewichtstücke in bestimmter Reihenfolge zu benutzen, so wird jedes Gesamtgewicht immer durch dieselben Stücke dargestellt; man kann also die Fehlertabelle leicht für die Gesamtgewichte berechnen, indem man diese nach Hunderteln, Zehnteln, Einern, Zehnern u. s. w. abteilt.

Bestimmung der Masse mit der Wage. Durch den Umstand, dass an einem gegebenen Orte Masse und Gewicht einander streng proportional sind, ist die Wage das genaueste Instrument zur Bestimmung der Masse, obwohl sie, wie erwähnt, unmittelbar nur Kräfte misst. Als Norm für die Masse dient ein in Paris aufbewahrter Cylinder von Platin-Iridium, dessen Masse ein Kilogramm genannt wird, und deren tausendster Teil, das Gramm, g als Masseneinheit in der Wissenschaft dient. Der Vergleich vorhandener Gewichtssätze mit der Norm kann auf gleiche Weise erlangt werden, wie die Prüfung von Massstäben (S. 29); in Deutschland durch die Normal-Aichungs-Kommission in Berlin.

Das Gramm sollte ursprünglich gleich der Masse von einem Kubikcentimeter Wasser bei 4^0 sein. Eine genaue Bestimmung dieses Verhältnisses ergab, dass die Masse eines Kubikcentimeters Wassers beim Maximum der Dichte 0.99995 g beträgt (mit einem Fehler von $\pm$ 0.00002 g).