

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Lehrbuch der sphärischen Astronomie

Ball, Leo de

Leipzig, 1912

Kapitel VII. Präzession und Nutation

[urn:nbn:at:at-ubi:2-6337](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:at:at-ubi:2-6337)

der Lage der Ekliptik ab; da nun letztere durch Ausdrücke bestimmt wird, welche von periodischen Gliedern frei sind, so entfällt die Möglichkeit, von einer mittleren und wahren Breite zu sprechen.

45. Präzession in Länge und Breite. Zur Zeit t_0 sei DE_0 (Fig. 2) die Ekliptik, γ_0 das mittlere Äquinox und Π_0 der Nordpol der Ekliptik; eine entsprechende Bedeutung mögen DE , γ und Π für die Zeit t haben. Ist nun S ein Stern, so ist $\gamma_0\sigma_0$ die Länge und $\sigma_0 S$ die Breite des Sterns, bezogen auf das mittlere Äquinox zur Zeit t_0 , während $\gamma\sigma$ und σS die auf das mittlere Äquinox zur Zeit t bezogene Länge und Breite bezeichnen. Man setze jetzt $\gamma_0\sigma_0 = \lambda_0$, $\sigma_0 S = \beta_0$, $\gamma\sigma = \lambda$, $\sigma S = \beta$ und stelle sich zur Aufgabe, die Differenzen $\lambda - \lambda_0$ und $\beta - \beta_0$ zu berechnen.

Wird auf $D\gamma$ der Bogen $Du = D\gamma_0$ abgetragen und $\Pi\Pi_0 = \pi_t$, $\gamma_0 D = \Pi_t$, $\gamma u = \mathcal{A}_t$, also $\gamma D = \Pi_t + \mathcal{A}_t$ gesetzt, so ist in dem Dreieck $\Pi_0\Pi S$ der Winkel bei Π gleich $90^\circ - (\lambda - \Pi_t - \mathcal{A}_t)$ und der Winkel bei Π_0 gleich $90^\circ + \lambda_0 - \Pi_t$. Es ergibt sich demnach

$$\begin{aligned}\cos\beta \sin(\lambda - \Pi_t - \mathcal{A}_t) &= \cos\beta_0 \sin(\lambda_0 - \Pi_t) \cos\pi_t + \sin\beta_0 \sin\pi_t \\ \cos\beta \cos(\lambda - \Pi_t - \mathcal{A}_t) &= \cos\beta_0 \cos(\lambda_0 - \Pi_t)\end{aligned}$$

Setzt man hierin $\cos\pi_t = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \pi_t$ und berücksichtigt, daß

$$\begin{aligned}\sin\beta_0 \sin\pi_t - 2 \cos\beta_0 \sin(\lambda_0 - \Pi_t) \sin^2 \frac{1}{2} \pi_t &= \\ &= \cos\beta_0 \sin\pi_t \{ \tan\beta_0 - \sin(\lambda_0 - \Pi_t) \tan \frac{1}{2} \pi_t \}\end{aligned}$$

ist, so folgt, wenn noch zur Abkürzung

$$(1) \quad \sin\pi_t \{ \tan\beta_0 - \sin(\lambda_0 - \Pi_t) \tan \frac{1}{2} \pi_t \} = \sigma$$

gesetzt wird,

$$\begin{aligned}\cos\beta \sin(\lambda - \Pi_t - \mathcal{A}_t) &= \cos\beta_0 \sin(\lambda_0 - \Pi_t) + \sigma \cos\beta_0 \\ \cos\beta \cos(\lambda - \Pi_t - \mathcal{A}_t) &= \cos\beta_0 \cos(\lambda_0 - \Pi_t)\end{aligned}$$

Man multipliziere nun die erste dieser Gleichungen mit $\cos(\lambda_0 - \Pi_t)$, die zweite mit $-\sin(\lambda_0 - \Pi_t)$ und addiere die Produkte; hierauf multipliziere man die erste Gleichung mit $\sin(\lambda_0 - \Pi_t)$, die zweite mit $\cos(\lambda_0 - \Pi_t)$ und addiere wieder die Produkte; es wird dann

$$\begin{aligned}\cos\beta \sin(\lambda - \lambda_0 - \mathcal{A}_t) &= \sigma \cos\beta_0 \cos(\lambda_0 - \Pi_t) \\ \cos\beta \cos(\lambda - \lambda_0 - \mathcal{A}_t) &= \cos\beta_0 + \sigma \cos\beta_0 \sin(\lambda_0 - \Pi_t)\end{aligned}$$

und somit

$$(2) \quad \tan(\lambda - \lambda_0 - \mathcal{A}_t) = \frac{\sigma \cos(\lambda_0 - \Pi_t)}{1 + \sigma \sin(\lambda_0 - \Pi_t)}$$

Ferner erhält man durch Anwendung einer der *Napierschen* Analogien auf das Dreieck $\Pi_0 H S$, wenn

$$(3) \quad \lambda - \lambda_0 - A_t = L$$

gesetzt wird,

$$(4) \quad \tan \frac{1}{2}(\beta - \beta_0) = - \frac{\sin(\lambda_0 - \Pi_t + \frac{1}{2}L)}{\cos \frac{1}{2}L} \tan \frac{1}{2}\pi_t$$

Die für die vorigen Gleichungen zu benutzenden Werte von π_t , Π_t , A_t sind nach § 32, wenn das tropische Jahr als Zeiteinheit gewählt wird,

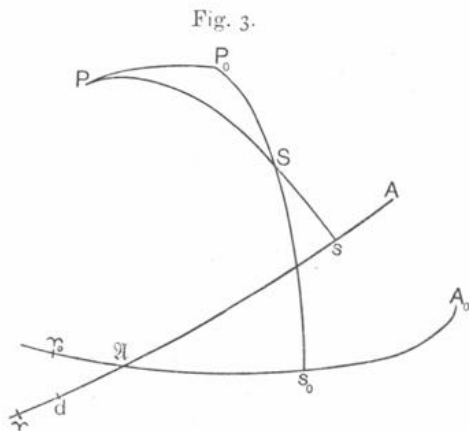
$$\begin{aligned} \pi_t &= \left[47''.141 - 0''.068 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \frac{t - t_0}{100} - 0''.034 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 \\ \Pi_t &= 173^\circ 29' 40''.7 + 3286''.5 \frac{t_0 - 1850}{100} + 0''.27 \left(\frac{t_0 - 1850}{100} \right)^2 \\ &\quad - \left[869''.0 + 0''.84 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \frac{t - t_0}{100} - 0''.07 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 \\ A_t &= \left[5024''.53 + 2''.224 \frac{t_0 - 1850}{100} - 0''.003 \left(\frac{t_0 - 1850}{100} \right)^2 \right] \frac{t - t_0}{100} \\ &\quad + \left[1''.112 - 0''.003 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 \end{aligned}$$

46. Präzession in Rektaszension und Deklination. I. In Fig. 3 sei $\mathcal{A}_0$ der mittlere Äquator und γ_0 das mittlere Äquinox zur Zeit t_0 , $\mathcal{A}$ und γ mögen die analoge Bedeutung für die Epoche t haben, P_0 und P seien die Pole von $\mathcal{A}_0$ und $\mathcal{A}$. Man trage nun auf $\mathcal{A}\gamma$ den Bogen $\mathcal{A}d = \mathcal{A}\gamma_0$ ab und setze wie in der Theorie der Drehung der Erde $PP_0 = n$, $\gamma_0\mathcal{A} = 90^\circ - p = P$, $\gamma d = m$ und somit $\gamma\mathcal{A} = 90^\circ - p + m$. Wird jetzt die auf das mittlere Äquinox zur Zeit t_0 bezogene Rektaszension und Deklination des Sterns S mit α_0 , bzw. δ_0 bezeichnet, und sind α und δ die auf das mittlere Äquinox zur Zeit t bezogenen Koordinaten von S , so ist in dem Dreieck P_0PS der Winkel bei P_0 gleich $90^\circ + \alpha_0 - P$ und der Winkel bei P gleich $90^\circ - (\alpha - P - m)$. Aus der Gegenüberstellung der Bezeichnungen der Seiten und Winkel des Dreiecks P_0PS mit den für das Dreieck $\Pi_0 H S$ in Fig. 2 gewählten folgt nun unmittelbar, daß man aus den Formeln (1) bis (4) die entsprechenden für den Äquator gültigen erhält, wenn man in ersteren

$$\begin{array}{ll} \lambda_0, \beta_0 \text{ mit } \alpha_0, \delta_0 & \pi_t, \Pi_t \text{ mit } n, P = 90^\circ - p \\ \lambda, \beta & \alpha, \delta \end{array} \quad \begin{array}{l} A_t & m \end{array}$$

vertauscht. Setzt man demgemäß an Stelle von (1)

$$(5) \quad \sin n [\tan \delta_0 + \cos(\alpha_0 + p) \tan \frac{1}{2}n] = \sigma',$$



so ergibt sich aus (2)

$$(6) \quad \tan(\alpha - \alpha_0 - m) = \frac{\sigma' \sin(\alpha_0 + p)}{1 - \sigma' \cos(\alpha_0 + p)}$$

Wenn ferner in (3) und (4) die vorhin angegebene Vertauschung der Buchstaben vorgenommen und

$$(7) \quad \alpha - \alpha_0 - m = L'$$

gesetzt wird, so erhält man

$$(8) \quad \tan \frac{1}{2}(\delta - \delta_0) = \frac{\cos(\alpha_0 + p + \frac{1}{2}L')}{\cos \frac{1}{2}L'} \tan \frac{1}{2}n$$

Die für diese Gleichungen zu benutzenden Werte von m , n und p sind in § 32 mitgeteilt worden und zwar hat man, wenn das tropische Jahr als Zeiteinheit gewählt wird,

$$\begin{aligned} m &= \left[4607''.11 + 2''.795 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \frac{t - t_0}{100} \\ &\quad + \left[1''.398 - 0''.002 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 + 0''.036 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^3 \\ n &= \left[2005''.12 - 0''.852 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \frac{t - t_0}{100} \\ &\quad - \left[0''.426 + 0''.001 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 - 0''.042 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^3 \\ p &= \left[2303''.56 + 1''.42 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \frac{t - t_0}{100} + 0''.31 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 \end{aligned}$$

II. Wenn die Differenz $t - t_0$ nicht zu groß oder der Stern dem Pol nicht sehr nahe ist, so entwickelt man die Gleichungen (6) und (8) in Reihen. Nach § 1, (12) und (14) ergibt sich aus (6)

$$\alpha = \alpha_0 + m + \sigma' \sin(\alpha_0 + p) + \frac{1}{2}\sigma'^2 \sin(2\alpha_0 + 2p) + \frac{1}{3}\sigma'^3 \sin(3\alpha_0 + 3p) + \dots$$

Nun ist allgemein

$$\sigma'^m \sin(m\alpha_0 + mp) = \sigma'^m \sin m\alpha_0 \cos mp + \sigma'^m \cos m\alpha_0 \sin mp$$

oder, wenn

$$\sin mp = mp - \dots, \quad \cos mp = 1 - \frac{1}{2}m^2p^2 + \dots$$

gesetzt wird,

$$\sigma'^m \sin(m\alpha_0 + mp) = \sigma'^m \left(1 - \frac{1}{2}m^2p^2 + \dots \right) \sin m\alpha_0 + \sigma'^m (mp - \dots) \cos m\alpha_0$$

Wie nun aus der Gleichung (5) und den für n und p gegebenen Ausdrücken hervorgeht, sind σ' und p in bezug auf $t - t_0$ von der ersten Ordnung; setzt man also in der letzten Gleichung $m = 1, 2, 3 \dots$ und substituiert die damit erhaltenen Werte von $\sigma' \sin(\alpha_0 + p)$, $\sigma'^2 \sin(2\alpha_0 + 2p)$, $\dots$ in die obige Gleichung für α , so erhält man mit Vernachlässigung aller Glieder, welche in bezug auf $t - t_0$ von höherer als der dritten Ordnung sind,

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + m + \sigma' \sin \alpha_0 + \frac{1}{2}\sigma'^2 \sin 2\alpha_0 + \sigma'p \cos \alpha_0 + \frac{1}{3}\sigma'^3 \sin 3\alpha_0 + \sigma'^2 p \cos 2\alpha_0 \\ &\quad - \frac{1}{2}\sigma'p^2 \sin \alpha_0 \end{aligned}$$

Aus (5) ergibt sich aber bis auf Glieder von der Ordnung $(t - t_0)^3$ genau

$$\sigma' = n \tan \delta_0 + \frac{1}{2} n^2 \cos \alpha_0 - \frac{1}{2} n^2 p \sin \alpha_0 - \frac{1}{6} n^3 \tan \delta_0$$

Somit wird

$$(9) \quad \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + m + n \sin \alpha_0 \tan \delta_0 \\ &+ \frac{1}{4} n^2 \sin 2\alpha_0 + p n \cos \alpha_0 \tan \delta_0 + \frac{1}{2} n^2 \sin 2\alpha_0 \tan^2 \delta_0 \\ &+ \frac{1}{2} n^2 p \cos 2\alpha_0 + \frac{1}{4} n^3 \sin 3\alpha_0 \tan \delta_0 + \frac{1}{12} n^3 \sin \alpha_0 \tan \delta_0 \\ &- \frac{1}{2} p^2 n \sin \alpha_0 \tan \delta_0 + n^2 p \cos 2\alpha_0 \tan^2 \delta_0 + \frac{1}{3} n^3 \sin 3\alpha_0 \tan^3 \delta_0 \end{aligned}$$

Um eine entsprechende Formel für die Deklination abzuleiten, berücksichtige man, daß der Gleichung (8) zufolge

$$\tan \frac{1}{2}(\delta - \delta_0) = \cos(\alpha_0 + p) \tan \frac{1}{2}n - \sin(\alpha_0 + p) \tan \frac{1}{2}L' \tan \frac{1}{2}n$$

ist. Da $L' = \alpha - \alpha_0 - m$ und n in bezug auf $t - t_0$ von der ersten Ordnung sind, so kann man auf der rechten Seite der vorigen Gleichung $\tan \frac{1}{2}L' = \frac{1}{2} \tan L'$ setzen; substituiert man dann noch für $\tan L' = \tan(\alpha - \alpha_0 - m)$ seinen in (6) gegebenen Wert, so erhält man bis auf Glieder von der Ordnung $(t - t_0)^3$ genau

$$\tan \frac{1}{2}(\delta - \delta_0) = \cos(\alpha_0 + p) \tan \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} \sigma' \sin^2(\alpha_0 + p) \tan \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} \sigma'^2 \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0 \tan \frac{1}{2}n$$

Man löse jetzt $\cos(\alpha_0 + p)$ und $\sin^2(\alpha_0 + p)$ auf, setze $\sin p = p$, $\cos p = 1 - \frac{1}{2}p^2$, $\tan \frac{1}{2}n = \frac{1}{2}n + \frac{1}{24}n^3$ und vernachlässige alle Glieder, welche in bezug auf $t - t_0$ von höherer Ordnung als der dritten sind; wird sodann noch die Gleichung angewandt

$$\frac{1}{2}(\delta - \delta_0) = \tan \frac{1}{2}(\delta - \delta_0) - \frac{1}{3} \tan^3 \frac{1}{2}(\delta - \delta_0),$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} \delta - \delta_0 &= n \cos \alpha_0 - p n \sin \alpha_0 - \frac{1}{2} \sigma' n \sin^2 \alpha_0 - \frac{1}{2} p^2 n \cos \alpha_0 \\ &- \frac{1}{2} \sigma' p n \sin 2\alpha_0 - \frac{1}{2} \sigma'^2 n \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0 + \frac{1}{12} n^3 \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0 \end{aligned}$$

Hieraus folgt, wenn mit Vernachlässigung der in dem Ausdruck für σ' (S. 129) enthaltenen Glieder dritter Ordnung

$$\sigma' = n \tan \delta_0 + \frac{1}{2} n^2 \cos \alpha_0$$

gesetzt wird,

$$(10) \quad \begin{aligned} \delta &= \delta_0 + n \cos \alpha_0 - p n \sin \alpha_0 - \frac{1}{2} n^2 \sin^2 \alpha_0 \tan \delta_0 - \frac{1}{6} n^3 \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0 \\ &- \frac{1}{2} p^2 n \cos \alpha_0 - \frac{1}{2} p n^2 \sin 2\alpha_0 \tan \delta_0 - \frac{1}{2} n^3 \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0 \tan^2 \delta_0 \end{aligned}$$

In die Gleichungen (9) und (10) sind jetzt die auf S. 130 gegebenen Ausdrücke von m , n und p zu substituieren; wendet man diese in der abgekürzten Form

$$\begin{aligned} m &= m_1 \frac{t - t_0}{100} + m_2 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 + m_3 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^3 \\ n &= n_1 \frac{t - t_0}{100} + n_2 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 + n_3 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^3 \\ p &= p_1 \frac{t - t_0}{100} + p_2 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 \end{aligned}$$

an, so folgt, wenn nach den Potenzen von $\frac{t - t_0}{100}$ geordnet wird,

$$\begin{aligned}
 (11) \quad \alpha = & \alpha_0 + [m_1 + n_1 \sin \alpha_0 \tan \delta_0] \frac{t - t_0}{100} \\
 & + [m_2 + \frac{1}{4} n_1^2 \sin 2\alpha_0 + (n_2 \sin \alpha_0 + p_1 n_1 \cos \alpha_0) \tan \delta_0 + \frac{1}{2} n_1^2 \sin 2\alpha_0 \tan^2 \delta_0] \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 \\
 & + [m_3 + \frac{1}{2} n_1 n_2 \sin 2\alpha_0 + \frac{1}{2} p_1 n_1^2 \cos 2\alpha_0 + (n_3 \sin \alpha_0 + p_2 n_1 \cos \alpha_0 + \\
 & \quad + p_1 n_2 \cos \alpha_0 + \frac{1}{4} n_1^3 \sin 3\alpha_0 + \frac{1}{12} n_1^3 \sin \alpha_0 - \frac{1}{2} p_1^2 n_1 \sin \alpha_0) \tan \delta_0 \\
 & \quad + (n_1 n_2 \sin 2\alpha_0 + p_1 n_1^2 \cos 2\alpha_0) \tan^2 \delta_0 + \frac{1}{3} n_1^3 \sin 3\alpha_0 \tan^3 \delta_0] \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (11^a) \quad \delta = & \delta_0 + n_1 \cos \alpha_0 \frac{t - t_0}{100} \\
 & + [n_2 \cos \alpha_0 - p_1 n_1 \sin \alpha_0 - \frac{1}{2} n_1^2 \sin^2 \alpha_0 \tan \delta_0] \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 \\
 & + [(n_3 - \frac{1}{2} p_1^2 n_1) \cos \alpha_0 - (n_1 p_2 + n_2 p_1) \sin \alpha_0 - \frac{1}{6} n_1^3 \sin^3 \alpha_0 \cos \alpha_0 \\
 & \quad - (n_1 n_2 \sin^2 \alpha_0 + \frac{1}{2} p_1 n_1^2 \sin 2\alpha_0) \tan \delta_0 - \frac{1}{2} n_1^3 \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0 \tan^2 \delta_0] \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^3
 \end{aligned}$$

Da oben die Werte von $m_1, n_1, p_1, m_2, n_2, \dots$ in Bogensekunden angegeben sind, so hat man bei der numerischen Berechnung der Gleichungen (11) und (11^a) $n_1^2 = n_1^2 \sin 1''$, $p_1 n_1 = p_1 n_1 \sin 1''$, $\dots$, $p_1 n_1^2 = p_1 n_1^2 \sin^2 1''$, $n_1^3 = n_1^3 \sin^3 1''$, $\dots$ zu setzen und erhält dann die mit diesen Koeffizienten behafteten Glieder in Bogensekunden ausgedrückt.

Aus der Vergleichung der Reihenentwicklungen (11) und (11^a) mit

$$\begin{aligned}
 \alpha = & \alpha_0 + \frac{d\alpha}{dt} \frac{t - t_0}{100} + \frac{1}{2} \frac{d^2\alpha}{dt^2} \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3\alpha}{dt^3} \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^3 \\
 \delta = & \delta_0 + \frac{d\delta}{dt} \frac{t - t_0}{100} + \frac{1}{2} \frac{d^2\delta}{dt^2} \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3\delta}{dt^3} \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^3
 \end{aligned}$$

ergibt sich

$$\begin{aligned}
 (12) \quad \frac{d\alpha}{dt} &= m_1 + n_1 \sin \alpha_0 \tan \delta_0 \\
 \frac{d\delta}{dt} &= n_1 \cos \alpha_0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (13) \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} &= 2(m_2 + \frac{1}{4} n_1^2 \sin 2\alpha_0) + 2(n_2 \sin \alpha_0 + p_1 n_1 \cos \alpha_0) \tan \delta_0 + n_1^2 \sin 2\alpha_0 \tan^2 \delta_0 \\
 \frac{d^2\delta}{dt^2} &= 2(n_2 \cos \alpha_0 - p_1 n_1 \sin \alpha_0) - n_1^2 \sin^2 \alpha_0 \tan \delta_0
 \end{aligned}$$

Man führt nun die Bezeichnungen ein

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{100} \frac{d\alpha}{dt}, \quad \frac{1}{100} \frac{d\delta}{dt} &= \text{Jährliche Präzession in Rektaszension und Deklination} \\
 \frac{1}{100} \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \quad \frac{1}{100} \frac{d^2\delta}{dt^2} &= \text{Variatio saecularis} \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \gg \\
 \frac{1}{6} \frac{d^3\alpha}{dt^3}, \quad \frac{1}{6} \frac{d^3\delta}{dt^3} &= \text{Drittes Glied der Präzession} \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \gg
 \end{aligned}$$

α'' , α''' , bzw. α' , α'' , α''' , bzw. α'_m , α''_m , α'''_m die für die Zeit t_0 , bzw. t , bzw. t_m gültigen Werte der drei ersten Differentialquotienten der Rektaszension nach der Zeit bedeuten und die höheren Differentialquotienten vernachlässigt werden, also $\alpha''_0 = \alpha''' = \alpha'''_m$ gesetzt wird,

$$(A) \quad \begin{aligned} \alpha_m &= \alpha_0 + \alpha'_0 \frac{t - t_0}{2} + \frac{1}{2} \alpha''_0 \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^2 + \frac{1}{6} \alpha'''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^3 \\ \alpha_m &= \alpha - \alpha' \frac{t - t_0}{2} + \frac{1}{2} \alpha'' \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^2 - \frac{1}{6} \alpha'''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^3 \end{aligned}$$

$$(B) \quad \begin{aligned} \alpha''_m &= \alpha''_0 + \alpha'''_m \frac{t - t_0}{2} \\ \alpha''_m &= \alpha'' - \alpha'''_m \frac{t - t_0}{2} \end{aligned}$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (A) ergibt sich

$$\alpha - \alpha_0 = (\alpha' + \alpha'_0) \frac{t - t_0}{2} - \frac{1}{2} (\alpha'' - \alpha''_0) \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \alpha'''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^3$$

Ebenso erhält man aus (B)

$$\alpha'' - \alpha''_0 = \alpha'''_m (t - t_0)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt

$$(20) \quad \alpha - \alpha_0 = (\alpha' + \alpha'_0) \frac{t - t_0}{2} - \frac{2}{3} \alpha'''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^3$$

Nun gelten auch die Entwicklungen

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha_m - \alpha'_m \frac{t - t_0}{2} + \frac{1}{2} \alpha''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^2 - \frac{1}{6} \alpha'''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^3 \\ \alpha &= \alpha_m + \alpha'_m \frac{t - t_0}{2} + \frac{1}{2} \alpha''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^2 + \frac{1}{6} \alpha'''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^3 \end{aligned}$$

Hieraus erhält man aber

$$(21) \quad 2(\alpha - \alpha_0) = 2\alpha'_m (t - t_0) + \frac{2}{3} \alpha'''_m \left(\frac{t - t_0}{2} \right)^3$$

Addiert man die Gleichungen (20) und (21), so ergibt sich

$$(22) \quad \alpha - \alpha_0 = \left\{ \alpha'_m + \frac{1}{3} \left[\frac{\alpha'_0 + \alpha'}{2} - \alpha'_m \right] \right\} (t - t_0)$$

Wenn man also α'_0 , α'_m , α' , d. h. die Werte der jährlichen Präzession in Rektaszension für die Epochen t_0 , $\frac{1}{2}(t_0 + t)$, t berechnet und diese in die Gleichung (22) substituiert, so erhält man den Betrag der Präzession $\alpha - \alpha_0$ bis auf Glieder dritter Ordnung genau. Eine entsprechende Bemerkung gilt auch für die Deklination.

Aus (21) folgt, wenn $\alpha'''_m = 0$ gesetzt wird,

$$(23) \quad \alpha - \alpha_0 = \alpha'_m (t - t_0)$$

Um also die Präzession bis auf Glieder zweiter Ordnung genau zu erhalten, hat man nur die jährliche Präzession für die Zeit $\frac{1}{2}(t + t_0)$ zu berechnen und mit $t - t_0$ zu multiplizieren.

47. Nutation in Länge und Schiefe. Bei der vorhin durchgeführten Berechnung der Änderungen, welche die auf die Ekliptik oder den Äquator bezogenen Koordinaten eines Sterns im Laufe der Zeit erfahren, kamen nur die säkularen Glieder der in der Theorie der Drehung der Erde gegebenen Gleichungen § 29, (89) und (90), bzw. (92) und (93) in Betracht; im folgenden sollen nun die durch die periodischen oder Nutationsglieder bewirkten Änderungen berechnet werden.

Da die periodischen Glieder in den für die Schiefe der Ekliptik geltenden Gleichungen (90) und (93) nur von der Änderung der Lage des Äquators herrühren, so sind diese Glieder ohne Einfluß auf die Breite eines Sterns; die Nutation in Breite ist also gleich 0. Dagegen haben die in § 29, (89) und (92) vorkommenden Nutationsglieder zur Folge, daß die Länge eines Sterns periodischen Änderungen unterworfen ist. Denkt man sich nämlich zunächst, daß der in Fig. 2 mit γ bezeichnete Punkt das mittlere Äquinox zur Zeit t bedeute, so ist nach § 45 der Bogen $\gamma D = \Pi_t + \mathcal{A}_t$; wenn also $D\sigma = s$ gesetzt wird, und λ die auf das mittlere Äquinox zur Zeit t bezogene Länge des Sterns S bedeutet, so folgt $\lambda = \Pi_t + \mathcal{A}_t + s$. Wird dagegen unter γ das wahre Äquinox zur Zeit t verstanden, und bezeichnet man den Komplex der in § 29, (92) enthaltenen periodischen Glieder mit $d\lambda$, so ist $\gamma D = \Pi_t + \mathcal{A}_t + d\lambda$ und die auf das wahre Äquinox zur Zeit t bezogene Länge $\lambda' = \Pi_t + \mathcal{A}_t + d\lambda + s$. Man hat somit

$$(24) \quad \lambda' = \lambda + d\lambda$$

Mit Rücksicht auf diese Gleichung bezeichnet man das Aggregat der in § 29, (92) enthaltenen periodischen Glieder als die Nutation in Länge. Die periodischen Glieder der Gleichung § 29, (93) werden unter dem Namen der Nutation in Schiefe zusammengefaßt. Die numerischen Werte der Nutation in Länge und Schiefe findet man in den astronomischen Jahrbüchern angegeben, doch ist dabei nur ein Teil der in § 29, (92) und (93) vorkommenden Nutationsglieder berücksichtigt; welches diese Glieder sind, wird ebenfalls in den Jahrbüchern mitgeteilt.

48. Nutation in Rektaszension und Deklination. In dem Dreieck PHS (Fig. 1) bedeute P den Pol des mittleren Äquators zur Zeit t , H sei wieder der Pol der Ekliptik zur Zeit t und S der Ort des Sterns. Bezeichnet man mit ϵ die mittlere Schiefe der Ekliptik zur Zeit t , mit λ und β die Länge und Breite, und mit α und δ die Rektaszension und Deklination von S , bezogen auf das mittlere Äquinox zur Zeit t , so ist $HP = \epsilon$, $PHS = 90^\circ - \lambda$, $HIS = 90^\circ - \beta$, $HPS = 90^\circ + \alpha$, $PS = 90^\circ - \delta$. Bezeichnet man jetzt noch den Winkel bei S mit S und wendet auf das Dreieck PHS die Differentialformeln der sphärischen Trigonometrie [§ 13, (20) und (17¹)]

$$\begin{aligned} \sin a \, dB &= \sin C \, db - \sin b \cos C \, dA - \cos a \sin B \, dc \\ da &= \cos C \, db + \sin c \sin B \, dA + \cos B \, dc \end{aligned}$$

an, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \cos \delta \, d\alpha &= -\sin S \, d\beta + \cos \beta \cos S \, d\lambda - \sin \delta \cos \alpha \, d\epsilon \\ d\delta &= \cos S \, d\beta + \sin \epsilon \cos \alpha \, d\lambda + \sin \alpha \, d\epsilon \end{aligned}$$

Um hieraus die Formeln für die Nutation in Rektaszension und Deklination zu erhalten, hat man anzunehmen, daß $d\beta$, $d\lambda$ und $d\epsilon$ die Nutation in Breite, Länge und Schiefe bedeuten. Dem vorigen Paragraphen zufolge ist aber die Nutation in Breite gleich 0; wenn demnach $d\beta = 0$ gesetzt und außerdem für $\cos\beta \cos S$ sein aus dem Dreieck PPS (Fig. 1) folgender Wert substituiert wird, so geben die beiden letzten Gleichungen

$$(25) \quad \begin{aligned} d\alpha &= (\cos\epsilon + \sin\epsilon \sin\alpha \tan\delta) d\lambda - \cos\alpha \tan\delta d\epsilon \\ d\delta &= \sin\epsilon \cos\alpha d\lambda + \sin\alpha d\epsilon \end{aligned}$$

Wird jetzt die auf das wahre Äquinox zur Zeit t bezogene Rektaszension und Deklination des Sterns mit α' und δ' bezeichnet, so folgt

$$(26) \quad \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + \cos\epsilon d\lambda + (\sin\epsilon \sin\alpha d\lambda - \cos\alpha d\epsilon) \tan\delta \\ \delta' &= \delta + \sin\epsilon \cos\alpha d\lambda + \sin\alpha d\epsilon \end{aligned}$$

49. Reduktion eines Sternortes von dem mittleren Äquinox zu Anfang eines tropischen Jahres t_0 auf das wahre Äquinox zur Zeit t . Es seien α_0 und δ_0 die Rektaszension und Deklination eines Sterns, bezogen auf das mittlere Äquinox zur Zeit t_0 , und zwar möge t_0 mit dem Anfange eines bestimmten tropischen Jahres zusammenfallen. Um jetzt die auf das wahre Äquinox zur Zeit t bezogenen Koordinaten zu finden, addiert man zu α_0 und δ_0 zunächst die Präzession für das Intervall zwischen t_0 und dem Beginn des tropischen Jahres T , dem der Zeitpunkt t angehört; man erhält damit die auf das mittlere Äquinox zur Zeit T bezogene Rektaszension und Deklination des Sterns. Zu diesen Werten, die mit α und δ bezeichnet werden sollen, ist dann noch die Präzession für das Intervall $t - T$ und die Nutation hinzuzufügen. Die dem Intervall $t - T$ entsprechende Präzession erhält man, indem man mit Hilfe der Gleichungen (15) zunächst die jährliche Präzession für die Zeit T berechnet und diese dann mit dem in Teilen eines tropischen Jahres ausgedrückten Zeitintervall $t - T$ multipliziert. Ist die Differenz $t - T$ ursprünglich in mittleren Tagen angegeben, so ergibt sich der in Teilen eines tropischen Jahres ausgedrückte Wert von $t - T$ aus der Gleichung

$$\tau' = \frac{t - T}{365.2422}$$

Zur Berechnung der Nutation dienen die Gleichungen (25). In diesen beziehen sich α und δ auf das mittlere Äquinox zur Zeit t ; wenn aber der Stern nicht sehr nahe beim Pol steht, so kann man für α und δ ihre auf das mittlere Äquinox des Jahresanfangs T bezogenen Werte annehmen.

Dem Gesagten zufolge hat man also, wenn α' und δ' die auf das wahre Äquinox zur Zeit t bezogene Rektaszension und Deklination bedeuten,

$$(27) \quad \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + r'(m + n \sin\alpha \tan\delta) + \cos\epsilon d\lambda + (\sin\epsilon \sin\alpha d\lambda - \cos\alpha d\epsilon) \tan\delta \\ \delta' &= \delta + r'n \cos\alpha + \sin\epsilon \cos\alpha d\lambda + \sin\alpha d\epsilon \end{aligned}$$

In der Praxis werden diese Ausdrücke in zwei verschiedenen Formen angewandt. Setzt man zunächst

$$(28) \quad \begin{aligned} f &= \tau' m + \cos \varepsilon d\lambda \\ g \sin G &= -d\varepsilon \\ g \cos G &= \tau' n + \sin \varepsilon d\lambda \end{aligned}$$

so erhält man

$$(29) \quad \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + f + g \sin(G + \alpha) \tan \delta \\ \delta' &= \delta + g \cos(G + \alpha) \end{aligned}$$

Die Werte von f , $\log g$ und G findet man in den Jahrbüchern angegeben; wie aber schon in § 47 erwähnt wurde, berücksichtigen die Jahrbücher nur einen Teil der in den Ausdrücken für $d\lambda$ und $d\varepsilon$ enthaltenen Glieder. Bezeichnet man die vernachlässigten Glieder mit $d_2\lambda$ und $d_2\varepsilon$ und die in den Jahrbüchern berücksichtigten mit $d_1\lambda$ und $d_1\varepsilon$, so ist $d\lambda = d_1\lambda + d_2\lambda$, $d\varepsilon = d_1\varepsilon + d_2\varepsilon$. Will man nun nachträglich den Einfluß von $d_2\lambda$ und $d_2\varepsilon$ in Rechnung bringen, so setze man

$$f' = \cos \varepsilon d_2\lambda, \quad g' \sin G' = -d_2\varepsilon, \quad g' \cos G' = \sin \varepsilon d_2\lambda$$

und addiere dann zu den aus (29) mit Benutzung der Jahrbuchwerte von f , g und G folgenden α' und δ'

$$\begin{aligned} d_2\alpha &= f' + g' \sin(G' + \alpha) \tan \delta \\ d_2\delta &= g' \cos(G' + \alpha) \end{aligned}$$

Eine andere Form, die Reduktion auf den wahren Ort zu berechnen, ist die folgende. Man setze

$$\begin{aligned} \tau' m + \cos \varepsilon d\lambda &= Am + E \\ \tau' n + \sin \varepsilon d\lambda &= An \\ -d\varepsilon &= B \end{aligned}$$

oder

$$(30) \quad \begin{aligned} A &= \tau' + \frac{\sin \varepsilon}{n} d\lambda \\ B &= -d\varepsilon \\ E &= \left(\cos \varepsilon - \frac{m}{n} \sin \varepsilon \right) d\lambda \end{aligned}$$

Ferner setze man

$$(31) \quad \begin{aligned} a &= m + n \sin \alpha \tan \delta, & a' &= n \cos \alpha \\ b &= \cos \alpha \tan \delta, & b' &= -\sin \alpha \end{aligned}$$

Es wird dann

$$(32) \quad \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + Aa + Bb + E \\ \delta' &= \delta + Aa' + Bb' \end{aligned}$$

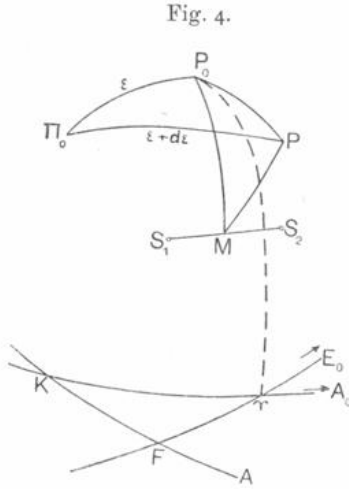
Die in den Jahrbüchern gegebenen Werte von A , B und E sind ebenfalls unter Vernachlässigung eines Teils der Glieder von $d\lambda$ und $d\varepsilon$ berechnet. Um die vernachlässigten Glieder, die wieder mit $d_2\lambda$ und $d_2\varepsilon$ bezeichnet werden mögen, zu berücksichtigen, setze man

$$A' = \frac{\sin \varepsilon}{n} d_2\lambda, \quad B' = -d_2\varepsilon$$

und addiere zu den Werten von α' und δ' , welche sich unter Anwendung der dem Jahrbuche entnommenen Werte von A , B und E ergeben haben,

$$\begin{aligned} d_2 \alpha &= A'a + B'b \\ d_2 \delta &= A'a' + B'b' \end{aligned}$$

50. Einfluß der Präzession und Nutation auf den Positionswinkel zweier Fixsterne. In Fig. 4 sei γA_0 der mittlere Äquator zur Zeit t_0 und P_0 sein Pol,



KA sei der wahre Äquator zur Zeit t und P sein Pol, γE_0 sei die Ekliptik zur Zeit t_0 und Π_0 ihr Pol, M sei der Mittelpunkt des die beiden Sterne S_1 und S_2 verbindenden Bogens. Setzt man jetzt $P_0MS_2 = p_0$, $PM S_2 = p$, $PM = 90^\circ - \delta$, so folgt aus dem Dreieck P_0PM

$$\cos \delta \sin(p - p_0) = -\sin PP_0 \sin PP_0M$$

Es ist aber der Winkel $PP_0M = PP_0\Pi_0 - MP_0\Pi_0$ und, wenn die Rektaszension von M , bezogen auf das mittlere Äquinokx zur Zeit t_0 , mit α_0 bezeichnet wird, $MP_0\Pi_0 = \alpha_0 - 270^\circ = 90^\circ + \alpha_0$. Somit wird $PP_0M = PP_0\Pi_0 - MP_0\Pi_0 = -(90^\circ - PP_0\Pi_0) - \alpha_0$ und demnach

$$(33) \quad \cos \delta \sin(p - p_0) = \sin PP_0 \sin PP_0\Pi_0 \sin \alpha_0 + \sin PP_0 \cos PP_0\Pi_0 \cos \alpha_0$$

Nun ist γ der Pol von Π_0P_0 und F der Pol von Π_0P ; also ist in dem Dreieck $P\Pi_0P_0$ der Winkel bei Π_0 gleich dem Bogen γF , und dieser ist (wenn das tropische Jahr als Zeiteinheit angenommen wird) gleich der Summe aus dem in § 32 für $(-\psi)_t$ gefundenen Ausdruck und den periodischen Gliedern der Gleichung § 29, (89). Setzt man den Winkel $P\Pi_0P_0 = \mathcal{P}$ und beschränkt sich auf die Hauptglieder, so erhält man

$$(34) \quad \mathcal{P} = \left[5036''.8 + 0''.5 \frac{t_0 - 1850}{100} \right] \frac{t - t_0}{100} - 1''.1 \left(\frac{t - t_0}{100} \right)^2 - 17''.2 \sin \Omega + 0''.2 \sin 2\Omega - 1''.3 \sin 2L$$

Die Seite $P_0\Pi_0$ des Dreiecks $P\Pi_0P_0$ ist gleich der mittleren Schiefe der Ekliptik zur Zeit t_0 , d. h. gleich dem Werte, den der in § 32 mit $(\epsilon)_t$ bezeichnete Winkel für $t = t_0$ annimmt. Die Seite $P\Pi_0$ ist gleich der Summe aus dem in § 32 mit $(\epsilon')_t$ bezeichneten Winkel und den periodischen Gliedern der Gleichung § 29, (90). Setzt man $P_0\Pi_0 = \epsilon$ und $P\Pi_0 = \epsilon + \delta\epsilon$, wo

$$(35) \quad \delta\epsilon = 9''.2 \cos \Omega - 0''.1 \cos 2\Omega + 0''.6 \cos 2L$$

angenommen werden kann, so folgt aus dem Dreieck $P\Pi_0P_0$

$$\begin{aligned} \sin PP_0 \sin PP_0\Pi_0 &= \sin(\epsilon + \delta\epsilon) \sin \mathcal{P} \\ \sin PP_0 \cos PP_0\Pi_0 &= \cos(\epsilon + \delta\epsilon) \sin \epsilon - \sin(\epsilon + \delta\epsilon) \cos \epsilon \cos \mathcal{P} \end{aligned}$$

Diese Ausdrücke sind nun in die Gleichung (33) einzuführen; setzt man dann noch die Sinus der Winkel $p - p_0$, $\mathcal{P}$ und $\delta\epsilon$ ihren Bögen gleich, sowie ihre Cosinus gleich 1, so erhält man

$$(36) \quad p - p_0 = [\mathcal{P} \sin \epsilon \sin \alpha_0 - \delta\epsilon \cos \alpha_0] \sec \delta$$

51. Einfluß einer Korrektur der Nutationskonstante, bzw. der Konstante der Lunisolarpräzession auf die Nutation. Ist der wahre Wert der Nutationskonstante gleich $9''.21(1+i)$, so ergibt sich aus § 29, daß die dort für $-\psi_c$ und $\mathcal{A}\epsilon_c$ gegebenen Ausdrücke (75) und (76) mit $1+i$ multipliziert werden müssen, oder daß an die aus (75) und (76) folgenden Werte von $-\psi_c$ und $\mathcal{A}\epsilon_c$ die Korrekturen $i(-\psi_c)$, bzw. $i\mathcal{A}\epsilon_c$ anzubringen sind.

Man nehme jetzt an, daß auch der in § 29 angenommene, für 1850.0 gültige Wert der Konstante der Lunisolarpräzession, d. h. der Wert $-\left(\frac{d\psi}{dt}\right)_{t=0} = 5036''.95$ eine Korrektur erfordere, und daß der wahre Wert dieser Konstante gleich $5036''.95(1+\omega)$ sei; es folgt dann aus (77'), wenn gleichzeitig für $-\left(\frac{d\psi_c}{dt}\right)_{t=0}$ der aus (75) sich ergebende Wert $3438''.8$, multipliziert mit $1+i$, eingesetzt wird

$$\begin{aligned} -\left(\frac{d\psi_{\odot}}{dt}\right)_{t=0} &= 5036''.95(1+\omega) - 3438''.8(1+i) \\ &= 1598''.15(1+3.15\omega - 2.15i) \end{aligned}$$

Da nun bei der Berechnung der in § 29 für $-\psi_{\odot}$ und $\mathcal{A}\epsilon_{\odot}$ gegebenen Ausdrücke (78) und (79)

$$-\left(\frac{d\psi_{\odot}}{dt}\right)_{t=0} = 1598''.15$$

angenommen wurde, so sind die aus (78) und (79) folgenden Werte von $-\psi_{\odot}$ und $\mathcal{A}\epsilon_{\odot}$ um $-\psi_{\odot}(3.15\omega - 2.15i)$, bzw. $\mathcal{A}\epsilon_{\odot}(3.15\omega - 2.15i)$ zu korrigieren.

Die Summe der im vorigen für $-\psi_c$ und $-\psi_{\odot}$ gefundenen Korrekturen stellt die Korrektur des in § 29 für $-\psi = -\psi_c - \psi_{\odot}$ gegebenen Ausdrucks (89) dar; desgleichen gibt die Summe der für $\mathcal{A}\epsilon_c$ und $\mathcal{A}\epsilon_{\odot}$ erhaltenen Korrekturen die an $\mathcal{A}\epsilon = \mathcal{A}\epsilon_c + \mathcal{A}\epsilon_{\odot}$, d. h. an den aus § 29, (90) für $\epsilon' - \epsilon_0 = \mathcal{A}\epsilon$ sich ergebenden Ausdruck anzubringende Korrektur an. Bezeichnet man also die Korrekturen der aus (89) und (90) folgenden Werte von $-\psi$ und $\epsilon' - \epsilon_0 = \mathcal{A}\epsilon$ mit $\mathcal{A}(-\psi)$, bzw. $\mathcal{A}(\mathcal{A}\epsilon)$, so erhält man

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(-\psi) &= 3.15\omega(-\psi_{\odot}) - i[2.15(-\psi_{\odot}) - (-\psi_c)] \\ \mathcal{A}(\mathcal{A}\epsilon) &= 3.15\omega \cdot \mathcal{A}\epsilon - i[2.15\mathcal{A}\epsilon_{\odot} - \mathcal{A}\epsilon_c] \end{aligned}$$

Multipliziert und dividiert man die von ω abhängigen Glieder mit $5036''.95$ und die von i abhängigen mit $9''.21$, setzt man dann $5036''.95\omega = \mathcal{A}p$ und $9''.21i = \mathcal{A}v$, wo nun $\mathcal{A}p$ und $\mathcal{A}v$ die Korrekturen der für die Konstante der Lunisolarpräzession, bzw. die Nutationskonstante angenommenen Werte bedeuten, so folgt

$$(37) \quad \begin{aligned} \mathcal{A}(-\psi) &= \mathcal{A}p \frac{3.15(-\psi_{\odot})}{5036''.95} - \mathcal{A}v \frac{2.15(-\psi_{\odot}) - (-\psi_e)}{9''.21} \\ \mathcal{A}(\mathcal{A}\varepsilon) &= \mathcal{A}p \frac{3.15 \mathcal{A}\varepsilon_{\odot}}{5036''.95} - \mathcal{A}v \frac{2.15 \mathcal{A}\varepsilon_{\odot} - \mathcal{A}\varepsilon_e}{9''.21} \end{aligned}$$

Man bezeichne jetzt mit $d\lambda''$ und $d\varepsilon''$ den Komplex der in $-\psi$, bzw. $\mathcal{A}\varepsilon$ enthaltenen Nutationsglieder. Um dann den Einfluß der Korrekturen $\mathcal{A}p$ und $\mathcal{A}v$ auf die Werte von $d\lambda''$ und $d\varepsilon''$ zu erhalten, führe man in die Gleichungen (37) an Stelle von $-\psi_e$, $-\psi_{\odot}$, $\mathcal{A}\varepsilon_e$ und $\mathcal{A}\varepsilon_{\odot}$ die in den Ausdrücken § 29, (75) und (76), bzw. (78) und (79) enthaltenen Nutationsglieder ein; mit Rücksicht aber darauf, daß $\mathcal{A}p$ und $\mathcal{A}v$ als sehr klein angenommen werden dürfen, brauchen nur die Hauptglieder in Betracht gezogen zu werden. Setzt man demgemäß

$$\begin{aligned} -\psi_e &= -17''.23 \sin \Omega & \mathcal{A}\varepsilon_e &= 9''.21 \cos \Omega \\ -\psi_{\odot} &= -1.27 \sin 2L & \mathcal{A}\varepsilon_{\odot} &= 0.55 \cos 2L, \end{aligned}$$

so folgt, wenn die Korrekturen von $d\lambda''$ und $d\varepsilon''$ aus einem alsbald ersichtlichen Grunde mit $\mathcal{A}(d\lambda)$, bzw. $\mathcal{A}(d\varepsilon)$ bezeichnet werden,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(d\lambda) &= -0.0008 \mathcal{A}p \sin 2L + \mathcal{A}v(-1.87 \sin \Omega + 0.30 \sin 2L) \\ \mathcal{A}(d\varepsilon) &= +0.0003 \mathcal{A}p \cos 2L + \mathcal{A}v(\cos \Omega - 0.13 \cos 2L) \end{aligned}$$

Der oben für die Konstante der Lunisolarpräzession angegebene Wert ist aller Wahrscheinlichkeit nach um weniger wie 1" fehlerhaft; nimmt man aber selbst an, daß die mit $\mathcal{A}p$ bezeichnete Korrektur dieser Konstante, absolut genommen, gleich 1" wäre, so sind die von $\mathcal{A}p$ abhängigen Glieder der zwei letzten Ausdrücke kleiner als 0''.001 und können daher vernachlässigt werden. Damit ergibt sich

$$(38) \quad \begin{aligned} \mathcal{A}(d\lambda) &= \mathcal{A}v(-1.87 \sin \Omega + 0.30 \sin 2L) \\ \mathcal{A}(d\varepsilon) &= \mathcal{A}v(\cos \Omega - 0.13 \cos 2L) \end{aligned}$$

Wie aus den in § 29 für $\mathcal{A}$ und ε abgeleiteten Gleichungen (91^a) und (91^b) erhellt, müssen die durch die Gleichungen (38) bestimmten Korrekturen der Nutationsglieder von $-\psi$ und $\mathcal{A}\varepsilon$ auch an die in § 29 für $\mathcal{A}$ und ε gegebenen Ausdrücke (92) und (93) angebracht werden. Da nun die periodischen Glieder der zwei letztgenannten Ausdrücke in §§ 47 und 48 mit $d\lambda$ und $d\varepsilon$ bezeichnet worden sind, so wurden vorhin die aus den Gleichungen (38) folgenden Korrekturen dieser Glieder mit $\mathcal{A}(d\lambda)$, bzw. $\mathcal{A}(d\varepsilon)$ bezeichnet. Dem § 47 zufolge stellt $d\lambda$ die Nutation in Länge dar und $d\varepsilon$ die Nutation in Schiefe; $\mathcal{A}(d\lambda)$ und $\mathcal{A}(d\varepsilon)$ geben also die Korrekturen der Nutation in Länge, bzw. Schiefe an.

Um die Korrektur der Nutation in Rektaszension und Deklination zu erhalten, gehe man von der Gleichung (26) aus. Dieser zufolge ergibt sich für die auf das mittlere Äquinox zur Zeit t bezogenen Äquatorealkoordinaten eines Sterns, wenn α' und δ' die auf das wahre Äquinox zur Zeit t bezogene Rektaszension und Deklination, und $d\lambda$ und $d\varepsilon$ die Nutation in Länge und Schiefe bedeuten,

$$(39) \quad \begin{aligned} \alpha &= \alpha' - \cos \varepsilon d\lambda - (\sin \varepsilon \sin \alpha d\lambda - \cos \alpha d\varepsilon) \tan \delta \\ \delta &= \delta' - \sin \varepsilon \cos \alpha d\lambda - \sin \alpha d\varepsilon \end{aligned}$$

Denkt man sich jetzt, daß α' und δ' beobachtete Werte darstellen, und bezeichnet man mit $[\alpha]$ und $[\delta]$ die Werte, welche sich für α und δ ergeben, wenn in den Gleichungen (39) die der Nutationskonstante $9''.21$ entsprechenden Werte von $d\lambda$ und $d\epsilon$ angewandt werden, so erhält man für die der Korrektur $\mathcal{A}\nu$ der Nutationskonstante entsprechenden Korrekturen von $[\alpha]$ und $[\delta]$

$$\begin{aligned}\mathcal{A}[\alpha] &= -\cos \epsilon \mathcal{A}(d\lambda) - [\sin \epsilon \sin \alpha \mathcal{A}(d\lambda) - \cos \alpha \mathcal{A}(d\epsilon)] \tan \delta \\ \mathcal{A}[\delta] &= -\sin \epsilon \cos \alpha \mathcal{A}(d\lambda) - \sin \alpha \mathcal{A}(d\epsilon)\end{aligned}$$

Hierin sind für $\mathcal{A}(d\lambda)$ und $\mathcal{A}(d\epsilon)$ ihre Ausdrücke (38) zu substituieren. Führt man diese Substitution aus und setzt $\epsilon = 23^\circ 27'$, so erhält man

$$\begin{aligned}\mathcal{A}[\alpha] &= -\mathcal{A}\nu[-1.72 \sin \Omega - (0.744 \sin \alpha \sin \Omega + 1.000 \cos \alpha \cos \Omega) \tan \delta + \\ &\quad + 0.28 \sin 2L + (0.119 \sin \alpha \sin 2L + 0.129 \cos \alpha \cos 2L) \tan \delta] \\ \mathcal{A}[\delta] &= -\mathcal{A}\nu[-0.744 \cos \alpha \sin \Omega + 1.000 \sin \alpha \cos \Omega + \\ &\quad + 0.119 \cos \alpha \sin 2L - 0.129 \sin \alpha \cos 2L]\end{aligned}$$

Wird noch zur Abkürzung

$$\begin{aligned}(40) \quad & u \sin U = -1.000 \cos \alpha & v \sin V &= +0.129 \cos \alpha \\ & u \cos U = -0.744 \sin \alpha & v \cos V &= +0.119 \sin \alpha \\ \text{und} & & & \\ (40^a) \quad & u' \sin U' = +1.000 \sin \alpha & v' \sin V' &= -0.129 \sin \alpha \\ & u' \cos U' = -0.744 \cos \alpha & v' \cos V' &= +0.119 \cos \alpha\end{aligned}$$

gesetzt, so folgt

$$(41) \quad \begin{aligned}\mathcal{A}[\alpha] &= -\mathcal{A}\nu[-1.72 \sin \Omega + 0.28 \sin 2L + \{u \sin(\Omega + U) + v \sin(2L + V)\} \tan \delta] \\ \mathcal{A}[\delta] &= -\mathcal{A}\nu[u' \sin(\Omega + U') + v' \sin(2L + V')]\end{aligned}$$

Die strengen Werte von α und δ sind dann

$$(41^a) \quad \begin{aligned}\alpha &= [\alpha] + \mathcal{A}[\alpha] \\ \delta &= [\delta] + \mathcal{A}[\delta]\end{aligned}$$