Lehrbuch der sphärischen Astronomie

Ball, Leo de

Leipzig, 1912

Kapitel XV. Bestimmung der Konstante der Lunisolarpräzession und der Eigenbewegung
des Sonnensystems

urn:nbn:at:at-ubi:2-6337

Die Reste, welche sich nach Substitution der für die Unbekannten gefundenen Werte in die Bedingungsgleichungen (16), bzw. (18) ergeben, stellen die Differenzen zwischen dem neuen Fundamentalkatalog und den zugrunde gelegten Fundamentalkatalogen dar; mit Hilfe dieser Differenzen lassen sich nach § 93[a] die zur Reduktion jedes einzelnen der ursprünglichen Fundamentalkataloge auf den neuen dienenden Tafeln bilden. Da die Differenzen zwischen den ursprünglichen Fundamentalkatalogen und den zu ihrer Bildung benutzten Katalogen bereits bekannt sind, so kann man jetzt auch für jeden dieser letzteren Kataloge eine Tafel aufstellen, mit der man alle in dem Kataloge enthaltenen Positionen (also auch die Positionen der nicht in die Fundamentalkataloge aufgenommenen Sterne) auf den neuen Fundamentalkatalog reduzieren kann.

Kapitel XV.

Bestimmung der Konstante der Lunisolarpräzession und der Eigenbewegung des Sonnensystems.

94. Bestimmung eines Näherungswertes der Konstante der Lunisolarpräzession. Aus den Gleichungen (106), (107) und (105) des § 31 folgt, wenn die von $l'\Delta\varepsilon$ und l'^3 abhängigen Glieder vernachlässigt werden, und der Buchstabe l' durch die nach S. 98 gleichbedeutende Bezeichnung $(-\psi)_t$ ersetzt wird,

$$\mathfrak{m} = (-\psi)_t \cos\varepsilon - (a)_t, \qquad \mathfrak{n} = (-\psi)_t \sin\varepsilon$$

Substituiert man hier für $(-\psi)_t$ und $(a)_t$ ihre auf S. 100, bzw. 101 gegebenen Ausdrücke, so erhält man

$$(1)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{m} &= \cos\varepsilon\left[5036''.84 + 0''.494\,\frac{t_0 - 1850}{100}\right]\frac{t - t_0}{100} - \cdots \\ &\quad - \left[13''.417 - 1''.887\,\frac{t_0 - 1850}{100}\right]\frac{t - t_0}{100} + \cdots \\ \mathfrak{n} &= \sin\varepsilon\left[5036''.84 + 0''.494\,\frac{t_0 - 1850}{100}\right]\frac{t - t_0}{100} - \cdots \end{aligned}$$

Man bezeichne jetzt mit α_1, δ_1, bzw. α_2, δ_2, bzw. α_m, δ_m die auf das mittlere Äquinox zu den Zeiten t_1, bzw. t_2, bzw. $t_m = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ bezogene Rektaszension und Deklination eines Sterns. Ferner verstehe man unter m_m und n_m die Werte, welche die in (1) enthaltenen Koeffizienten von $\frac{t - t_0}{100}$ für $t_0 = t_m$ annehmen, d. h. es sei, wenn ε_m den für die Zeit t_m gültigen Wert von ε bedeutet und zur Abkürzung

$$(2)\qquad \begin{aligned} \Psi_m &= 5036''.84 + 0''.494\,\frac{t_m - 1850}{100} \\ A_m &= 13''.417 - 1''.887\,\frac{t_m - 1850}{100} \end{aligned}$$

gesetzt wird,

$$(3)\qquad \begin{aligned} m_m &= \Psi_m \cos \varepsilon_m - A_m \\ n_m &= \Psi_m \sin \varepsilon_m \\ \varepsilon_m &= 23^\circ 27' 31''68 - 46''837 \frac{t_m - 1850}{100} - 0''009 \left(\frac{t_m - 1850}{100}\right)^2 \end{aligned}$$

Nach § 46 hat man dann bis auf inklusive Glieder zweiter Ordnung genau

$$(4)\qquad \begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha_1 + [m_m + n_m \sin \alpha_m \operatorname{tang} \delta_m] \frac{t_2 - t_1}{100} \\ \delta_2 &= \delta_1 + n_m \cos \alpha_m \frac{t_2 - t_1}{100} \end{aligned}$$

Die in dem obigen Ausdruck für Ψ_m enthaltene Konstante 5036''84, d. h. der für 1850.0 gültige und auf das tropische Jahrhundert als Zeiteinheit bezogene Wert der Konstante der Lunisolarpräzession ist unter Zuhilfenahme von Beobachtungen bestimmt worden. Wie nämlich im folgenden gezeigt werden wird, läßt sich aus den Beobachtungen direkt der einer Zeit t_m entsprechende Wert von Ψ_m ableiten; bezeichnet man dann die gesuchte Konstante mit C, so folgt aus (2)

$$C = \Psi_m - 0''494 \frac{t_m - 1850}{100}$$

Zur genäherten Bestimmung von Ψ_m berücksichtige man, daß durch Substitution des in (3) gegebenen Ausdrucks von n_m in die zweite Gleichung (4)

$$\delta_2 - \delta_1 = \Psi_m \sin \varepsilon_m \cos \alpha_m \frac{t_2 - t_1}{100}$$

erhalten wird. Sind nun die Werte, welche die Rektaszension und Deklination eines dem Äquator nahen Sterns, sowie die Schiefe der Ekliptik zu zwei weit voneinander entfernten Zeiten t_1 und t_2 haben, durch die Beobachtung bekannt, und setzt man $\alpha_m = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$, $\varepsilon_m = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$, so läßt sich mit Hilfe der letzten Gleichung Ψ_m berechnen.

Gegenwärtig ist der irgend einer Zeit t_m entsprechende Wert von Ψ_m bereits ziemlich genau bekannt; man wendet daher die Beobachtungen nur mehr dazu an, eine Korrektion des für Ψ_m angenommenen Wertes zu bestimmen. Das hierzu dienende Verfahren soll in den drei folgenden Paragraphen auseinandergesetzt und begründet werden. Da übrigens der in der obigen Gleichung für C enthaltene Koeffizient 0''494 als fehlerfrei betrachtet werden darf, so stellt die für Ψ_m gefundene Korrektion gleichzeitig die an die Konstante der Lunisolarpräzession anzubringende Korrektion dar.

95. Einfluß einer Korrektion der Konstante der Lunisolarpräzession auf die Präzession in Rektaszension und Deklination. Um den für die Konstante der Lunisolarpräzession angenommenen Wert verbessern zu können, ist es erforderlich, daß für eine größere Zahl möglichst über den ganzen Himmel verteilter Sterne die auf das mittlere Äquinox zu den Zeiten t_1 und t_2 bezogenen Koordinaten α_1, δ_1, bzw. α_2, δ_2 gegeben seien. Mit Hilfe der Gleichungen (4) und der aus (2) und (3) folgenden Konstanten m_m und n_m reduziere man zunächst α_1 und δ_1 auf das mittlere Äquinox zur Zeit t_2; die so erhaltenen Werte der Rektaszension und Deklination mögen mit α'_0 und δ'_0 bezeichnet werden. Sind nun die für die Gleichungen (3) benutzten Werte von Ψ_m und A_m fehlerhaft, so sind α'_0 und δ'_0 dementsprechend zu korrigieren. Es sei $d\Psi_m$ die Korrektion von Ψ_m. Was den Wert von A_m betrifft, so hängt derselbe von den planetarischen Störungen der Lage der Ekliptik ab und läßt sich auf theoretischem Wege weit genauer bestimmen, als dies mit Hilfe der Beobachtungen möglich wäre. Der durch die Theorie gegebene Wert von A_m setzt aber die Massen der Planeten als bekannt voraus. Diese sind gegenwärtig allerdings schon sehr genau bekannt; um jedoch einer späteren Verbesserung der heutzutage für die Planetenmassen gemachten Annahmen Rechnung tragen zu können, soll auch eine Korrektion dA_m eingeführt werden. Aus (3) erhält man dann zunächst als Korrektionen von m_m und n_m

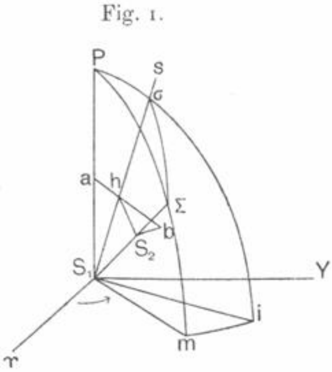
$$dm_m = d\Psi_m \cos\varepsilon_m - dA_m, \qquad dn_m = d\Psi_m \sin\varepsilon_m$$

Mit Benutzung dieser Ausdrücke ergibt sich aus (4), wenn die wegen der Fehler von Ψ_m und A_m korrigierten Werte von α'_0 und δ'_0 mit α' und δ' bezeichnet werden,

$$(5)\quad \begin{aligned} \alpha' &= \alpha'_0 + d\Psi_m(\cos\varepsilon_m + \sin\varepsilon_m \sin\alpha_m \operatorname{tang}\delta_m)\frac{t_2 - t_1}{100} - dA_m\frac{t_2 - t_1}{100} \\ \delta' &= \delta'_0 + d\Psi_m \sin\varepsilon_m \cos\alpha_m \frac{t_2 - t_1}{100} \end{aligned}$$

96. Berücksichtigung der Eigenbewegung des Sonnensystems. Wenn die Differenzen zwischen den heliozentrischen Koordinaten α_2 und α_1, bzw. δ_2 und δ_1 nur von der innerhalb des Zeitintervalls $t_2 - t_1$ stattfindenden Änderung der Lage des Äquators, bzw. des Äquinoktiums herrührten, so würden die durch die Gleichungen (5) bestimmten Koordinaten α' und δ' den beobachteten Werten α_2 und δ_2 gleich gesetzt werden können. Anders aber verhält sich die Sache, wenn sich das Sonnensystem im Raume fortbewegt. In Fig. 1 seien S_1 und S_2 die Örter der Sonne zu den Zeiten t_1 und t_2. Durch S_2 denke man sich drei zueinander senkrechte Gerade gezogen*), von denen die erste zu dem der Zeit t_2 entsprechenden mittleren Äquinox, die zweite zu einem dem mittleren Äquator zur Zeit t_2 angehörigen Punkte von der Rektaszension 90°, und die dritte zu dem der Zeit t_2 entsprechenden mittleren Ort des Pols gerichtet sein soll; parallel zu diesen drei Richtungen ziehe man $S_1\gamma$, S_1Y und S_1P. Es sei jetzt s der Ort eines Sterns im Raume und σ sein Ort an der Sphäre, gesehen von S_1 aus; ist dann S_1i die Schnittlinie der Ebene $PS_1\sigma$ mit der Ebene des Äquators, so geben $\gamma S_1 i$ und $iS_1\sigma$ die Werte der Rektaszension und Deklination des Sterns, gesehen von dem Orte der Sonne zur Zeit t_1, aber

Fig. 1.



*) In Fig. 1 nicht gezeichnet.

bezogen auf den mittleren Äquator und das mittlere Äquinox zur Zeit t_2 an. Da diese aber gleich den aus (5) folgenden Werten von α' und δ' sind, so hat man $\gamma S_1 i = \alpha'$ und $i S_1 \sigma = \delta'$. Die Richtung $S_1 S_2$ der Bewegung des Sonnensystems treffe die Sphäre im Punkte Σ, und es sei $S_1 m$ die Durchschnittslinie der Ebene $PS_1\Sigma$ mit der Ebene $\gamma S_1 Y$ des Äquators; wenn dann $\gamma S_1 m = A$ und $m S_1 \Sigma = D$ gesetzt wird, so bedeutet A die Rektaszension und D die Deklination des Zielpunktes der Sonnenbewegung. Man ziehe jetzt $S_2 b$ senkrecht zu der Ebene $PS_1 i$, und ziehe in dieser Ebene die Gerade bha senkrecht zu $S_1\sigma$; verbindet man dann den Durchschnittspunkt h der Geraden bha und des Radiusvektors $S_1\sigma$ mit S_2, so steht hS_2 senkrecht zu $S_1\sigma$.

Die in dem Zeitintervall $t_2 - t_1$ von der Sonne durchlaufene Strecke $S_1 S_2$ kann man nun als die Resultante der drei Komponenten $S_1 h$, hb und bS_2 betrachten. Wird $S_1 S_2 = Q$ und der Winkel $\sigma S_1 \Sigma = \Delta$ gesetzt, so ist $S_1 h = Q \cos\Delta$ und $S_2 h = Q \sin\Delta$. In Anbetracht der großen Entfernung der Fixsterne unterscheidet sich $S_1 h$ nur wenig von $sS_1 - sS_2$; wenn also $sS_1 = \varrho$ und $sS_2 = \varrho + d\varrho$ gesetzt wird, so hat man

$$(6) \qquad d\varrho = -Q\cos\Delta$$

Ferner erhält man, wenn der Winkel $ahS_2 = x$, also $S_2 hb = 180^\circ - x$ gesetzt wird, $bS_2 = S_2 h \sin x = Q \sin\Delta \sin x$ und $hb = -S_2 h \cos x = -Q\sin\Delta\cos x$. Die Komponente bS_2 der Sonnenbewegung hat zur Folge, daß der Stern s um den in Teilen des Radius ausgedrückten Winkel $\frac{S_2 b}{sS_2}$ senkrecht zu der Ebene $PS_1 i$, und zwar in der zu bS_2 entgegengesetzten Richtung, also in der Richtung der wachsenden Rektaszensionen hin verschoben erscheint. Setzt man $sS_2 = sS_1 = \varrho$ und substituiert für $S_2 b$ den vorhin gefundenen Wert, so ergibt sich für die Verschiebung der Ausdruck $Q\sin\Delta\sin x : \varrho$; dies ist auch die ganze senkrecht zur Ebene $PS_1 i$ stattfindende Verschiebung, welche der Stern infolge der Bewegung der Sonne von S_1 nach S_2 erleidet, denn die Komponenten $S_1 h$ und hb der Sonnenbewegung bewirken nur eine Verschiebung in der Ebene $PS_1 i$. Wenn aber die von S_2 aus gesehene Rektaszension von s mit $\alpha' + d\alpha'$ bezeichnet wird, so läßt sich die senkrecht zur Ebene $PS_1 i$ stattfindende Verschiebung des Sterns auch durch $\cos\delta' d\alpha'$ ausdrücken; man hat demnach

$$(7) \qquad \cos\delta' d\alpha' = \frac{Q}{\varrho}\sin\Delta\sin x$$

Die in der Ebene $PS_1 i$ liegende und zu $S_1\sigma$ senkrechte Komponente hb der Sonnenbewegung hat zur Folge, daß der Stern um den in Teilen des Radius ausgedrückten Winkel $\frac{hb}{sb}$ in der Ebene $PS_1 i$, und zwar in der zu hb entgegengesetzten Richtung, also im Sinne der wachsenden Deklinationen verschoben erscheint; setzt man hier $sb = sS_1 = \varrho$ und substituiert für hb seinen oben gefundenen Wert, so erhält man für die Verschiebung des Sterns den Ausdruck $-Q\sin\Delta\cos x : \varrho$. Wenn aber die von b aus oder — was gleichbedeutend ist — die von S_2 aus gesehene Deklination von s mit $\delta' + d\delta'$ bezeichnet wird, so läßt sich die zuletzt berechnete Verschiebung auch durch $d\delta'$ ausdrücken; somit folgt .

$$d\delta' = -\frac{Q}{\varrho}\sin\varDelta\cos x \tag{8}$$

Mit Zuhilfenahme des sphärischen Dreiecks $P\Sigma\sigma$, worin $\Sigma\sigma = \varDelta$, $P\sigma = 90^\circ - \delta'$, $P\Sigma = 90^\circ - D$, ferner der Winkel bei P gleich $\alpha' - A$ und der Winkel bei σ gleich x ist, lassen sich $\sin\varDelta\sin x$, $\sin\varDelta\cos x$ und $\cos\varDelta$ berechnen; substituiert man die so gefundenen Ausdrücke in die Gleichungen (7), (8) und (6), so erhält man

$$\begin{aligned} d\alpha' &= \frac{Q}{\varrho}\cos D\sin(\alpha' - A)\sec\delta' \\ d\delta' &= -\frac{Q}{\varrho}[\cos\delta'\sin D - \sin\delta'\cos D\cos(\alpha' - A)] \\ d\varrho &= -Q[\sin\delta'\sin D + \cos\delta'\cos D\cos(\alpha' - A)] \end{aligned} \tag{8a}$$

Es werde jetzt die jährliche lineare Bewegung der Sonne mit q bezeichnet. Man hat dann

$$Q = q(t_2 - t_1),$$

und es stellt $\frac{q}{\varrho}$ die jährliche Winkelgeschwindigkeit der Sonne, gesehen von einem Stern in der Entfernung ϱ, dar. Substituiert man den für Q erhaltenen Ausdruck in die Gleichungen (8^a) und setzt zur Abkürzung

$$X = q\cos D\cos A, \qquad Y = q\cos D\sin A, \qquad Z = q\sin D, \tag{9}$$

so folgt

$$\begin{aligned} d\alpha' &= \left[\frac{X}{\varrho}\sin\alpha' - \frac{Y}{\varrho}\cos\alpha'\right]\sec\delta'(t_2 - t_1) \\ d\delta' &= \left[\frac{X}{\varrho}\cos\alpha'\sin\delta' + \frac{Y}{\varrho}\sin\alpha'\sin\delta' - \frac{Z}{\varrho}\cos\delta'\right](t_2 - t_1) \\ d\varrho &= -[X\cos\alpha'\cos\delta' + Y\sin\alpha'\cos\delta' + Z\sin\delta'](t_2 - t_1) \end{aligned} \tag{10}$$

97. Bestimmung der Korrektion eines Näherungswertes der Konstante der Lunisolarpräzession sowie der Größe und Richtung der Bewegung des Sonnensystems. Den beiden vorhergehenden Paragraphen zufolge wird die Rektaszension und Deklination eines zu der Zeit t_1 beobachteten Sterns, bezogen auf das mittlere Äquinox zur Zeit t_2 und gesehen von dem Ort der Sonne zur Zeit t_2, gleich $\alpha' + d\alpha'$, bzw. $\delta' + d\delta'$, wo für α', δ', $d\alpha'$ und $d\delta'$ ihre in (5) und (10) gegebenen Ausdrücke zu substituieren sind. Dabei ist jedoch stillschweigend vorausgesetzt, daß der Stern in dem Zeitintervall $t_2 - t_1$ seinen Ort nicht ändert. Unter der Annahme nun, daß auch die Sterne sich im Raume bewegen, und daß infolgedessen die Rektaszension und Deklination eines Sterns sich jährlich um μ, bzw. ν ändert, hat man zu $\alpha' + d\alpha'$ und $\delta' + d\delta'$ noch $\mu(t_2 - t_1)$, bzw. $\nu(t_2 - t_1)$ zu addieren, um den Ort des Sterns zur Zeit t_2 zu erhalten. Bezeichnet man also wieder mit α_2 und δ_2 die zur Zeit t_2

beobachtete und auf das mittlere Äquinox zur Zeit t_2 bezogene Rektaszension und Deklination, so müßte, wenn man von den zufälligen Beobachtungsfehlern absieht,

$$(11)\qquad \alpha_2 = \alpha' + d\alpha' + \mu(t_2 - t_1), \qquad \delta_2 = \delta' + d\delta' + \nu(t_2 - t_1)$$

sein. Wie aber im vorigen Kapitel auseinandergesetzt ist, sind die Beobachtungen auch mit systematischen Fehlern behaftet. Bedeuten nun c_α und c_δ die Korrektionen, welche an die zur Zeit t_1 beobachteten Koordinaten anzubringen sind, wenn letztere mit den zur Zeit t_2 erhaltenen Koordinaten homogen werden sollen, so hat man die Gleichungen (11) durch die folgenden zu ersetzen

$$(12)\qquad \begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha' + d\alpha' + \mu(t_2 - t_1) + c_\alpha \\ \delta_2 &= \delta' + d\delta' + \nu(t_2 - t_1) + c_\delta \end{aligned}$$

Substituiert man jetzt für α', δ', $d\alpha'$, $d\delta'$ ihre in (5) und (10) gegebenen Ausdrücke, wobei man aber in (10) α' und δ' mit α_m und δ_m vertauschen kann, so erhält man

$$(13)\qquad \begin{aligned} &(\cos\varepsilon_m \cos\delta_m + \sin\varepsilon_m \sin\delta_m \sin\alpha_m)\frac{d\Psi_m}{100} + \frac{X}{\varrho}\sin\alpha_m - \frac{Y}{\varrho}\cos\alpha_m = \\ &\qquad = \frac{\alpha_2 - \alpha_0'}{t_2 - t_1}\cos\delta_m - \left(\mu - \frac{dA_m}{100} + \frac{c_\alpha}{t_2 - t_1}\right)\cos\delta_m \\ &\sin\varepsilon_m \cos\alpha_m \frac{d\Psi_m}{100} + \frac{X}{\varrho}\cos\alpha_m \sin\delta_m + \frac{Y}{\varrho}\sin\alpha_m \sin\delta_m - \frac{Z}{\varrho}\cos\delta_m = \\ &\qquad = \frac{\delta_2 - \delta_0'}{t_2 - t_1} - \left(\nu + \frac{c_\delta}{t_2 - t_1}\right) \end{aligned}$$

Wären nun die Bewegungen gar keinem Gesetz unterworfen, so würden die auf der rechten Seite der letzten Gleichungen vorkommenden μ und ν bald positiv, bald negativ sein; falls also die Anzahl der benutzten Sterne groß ist, und Sterne mit ausnahmsweise großer Bewegung ausgeschlossen werden, könnte man annehmen, daß sowohl die Werte von μ als diejenigen von ν sich gegenseitig aufheben. Ist diese Annahme richtig, so kann man in den Gleichungen (13) auch einfach $\mu = \nu = 0$ setzen; führt man dann außerdem noch die Abkürzungen ein

$$\varDelta\mathfrak{a} = \frac{\alpha_2 - \alpha_0'}{t_2 - t_1}, \qquad \varDelta\mathfrak{d} = \frac{\delta_2 - \delta_0'}{t_2 - t_1},$$

so folgt

$$(14^{a})\qquad \begin{aligned} &(\cos\varepsilon_m \cos\delta_m + \sin\varepsilon_m \sin\delta_m \sin\alpha_m)\frac{d\Psi_m}{100} + \frac{X}{\varrho}\sin\alpha_m - \frac{Y}{\varrho}\cos\alpha_m = \\ &\qquad = \varDelta\mathfrak{a}\cos\delta_m + \left(\frac{dA_m}{100} - \frac{c_\alpha}{t_2 - t_1}\right)\cos\delta_m \end{aligned}$$

$$(14^{b})\qquad \begin{aligned} &\sin\varepsilon_m \cos\alpha_m \frac{d\Psi_m}{100} + \frac{X}{\varrho}\cos\alpha_m \sin\delta_m + \frac{Y}{\varrho}\sin\alpha_m \sin\delta_m - \frac{Z}{\varrho}\cos\delta_m = \\ &\qquad = \varDelta\mathfrak{d} - \frac{c_\delta}{t_2 - t_1} \end{aligned}$$

Um diese Gleichungen auflösen zu können, muß man die Werte von ϱ, d. h. die Entfernungen der Sterne kennen; da diese aber unbekannt sind, so ist man gezwungen, eine Hypothese zu machen. Man kann nun beispielsweise annehmen, daß gleich helle Sterne im Durchschnitt auch gleich weit von uns entfernt sind. Ist letzteres wirklich der Fall, so würde man alle Gleichungen, welche sich auf die Sterne von den Größen m bis $m+1$, $m+1$ bis $m+2$, ... beziehen, in je eine Gruppe vereinigen und jeder Gruppe einen mittleren Wert von ϱ beilegen können; mit Rücksicht aber darauf, daß eine solche Annahme sich nur dann einigermaßen rechtfertigen läßt, wenn die Zahl der auf eine Größenklasse entfallenden Sterne groß ist, wird man die Gleichungen, welche sich auf die verhältnismäßig kleine Zahl der den 2 oder 3 ersten Größenklassen angehörigen Sterne beziehen, am besten überhaupt nicht benutzen. Man denke sich nun für sämtliche Sterne einer bestimmten Größenklasse die Gleichungen (14^a) und (14^b) gebildet und nach der Deklination der Sterne geordnet. Nimmt man dann an, daß c_α und c_δ für alle innerhalb einer Zone von beispielsweise 15° oder 30° Breite gelegenen Sterne konstant sind, und bildet zur Vereinfachung der Rechnung für alle Sterne einer Zone, deren Rektaszensionen z. B. zwischen 0^h und 2^h, 2^h und 4^h, usw. liegen, je ein Mittel aus den Gleichungen (14^a), bzw. (14^b), so kann man aus diesen 24 Mitteln die wahrscheinlichsten Werte der Unbekannten $\frac{d\Psi_m}{100}$, $\frac{X}{\varrho}$, $\frac{Y}{\varrho}$ und $\frac{Z}{\varrho}$, als Funktionen von dA_m, c_α und c_δ ausgedrückt, ableiten. So z. B. erhält man aus (14^a), wenn a und b Konstanten bedeuten,

$$\frac{d\Psi_m}{100} = a + b\left(\frac{dA_m}{100} - \frac{c_\alpha}{t_2 - t_1}\right) \tag{15^a}$$

und aus (14^b), wenn mit a' und b' ebenfalls Konstanten bezeichnet werden,

$$\frac{d\Psi_m}{100} = a' + b'\frac{c_\delta}{t_2 - t_1} \tag{15^b}$$

Ähnliche Gleichungen folgen für $\frac{X}{\varrho}$, $\frac{Y}{\varrho}$ und $\frac{Z}{\varrho}$. Die in dieser Weise aus den einzelnen Zonen sich ergebenden Werte der Unbekannten $\frac{d\Psi_m}{100}$, $\frac{X}{\varrho}$, ... sind sodann noch in Mittelwerte zu vereinigen. Setzt man endlich in den für $\frac{X}{\varrho}$, $\frac{Y}{\varrho}$ und $\frac{Z}{\varrho}$ gefundenen Ausdrücken $dA_m = c_\alpha = c_\delta = 0$, und substituiert die damit erhaltenen Werte in die durch ϱ dividierten Gleichungen (9), so erhält man A, D und $\frac{q}{\varrho}$.

Um den Nutzen zu erläutern, den man aus der Darstellung der Unbekannten $\frac{d\Psi_m}{100}$, $\frac{X}{\varrho}$, ... als Funktionen von $\frac{dA_m}{100}$, c_α, ... ziehen kann, nehme man an, daß man mit Benutzung der in zwei Sternkatalogen gegebenen Rektaszensionen die Gleichung

$$\frac{d\Psi_m}{100} = -0\overset{''}{.}015 + 0.8\left(\frac{dA_m}{100} - \frac{c_\alpha}{t_2 - t_1}\right)$$

gefunden habe, und daß nun spätere Untersuchungen zu dem Resultat führen, daß alle Rektaszensionen des der Epoche t_1 entsprechenden Katalogs die konstante Korrektion $c_\alpha = +0^s\!.05 = +0''\!.75$ erfordern. Ist die Epochendifferenz $t_2 - t_1$ beispielsweise gleich 50 Jahre, so wird jetzt $\frac{c_\alpha}{t_2 - t_1} = +0''\!.015$; durch Substitution dieses Wertes in die obige Gleichung ergibt sich sofort der korrigierte Wert

$$\frac{d\Psi_m}{100} = -0''\!.027 + 0.8\,\frac{dA_m}{100}$$

Im vorigen ist angenommen worden, daß man für jeden Stern zwei den Epochen t_1 und t_2 zugehörige mittlere Positionen kenne. Sind aber die Sterne häufiger beobachtet worden, so reduziere man alle Positionen auf dasselbe Äquinox und leite nun für jeden Stern die jährliche Eigenbewegung in Rektaszension und Deklination ab. In den Gleichungen (14^a) und (14^b) lassen sich dann an Stelle von $\Delta\mathfrak{a}$ und $\Delta\mathfrak{d}$ die erhaltenen Eigenbewegungen anwenden, gleichzeitig sind für α_m und δ_m die auf ein der mittleren Epoche der Eigenbewegungen nahe gelegenes Äquinox bezogenen Koordinaten zu substituieren. Setzt man ferner

$$\frac{dA_m}{100} - \frac{c_\alpha}{t_2 - t_1} = k\,, \qquad \frac{c_\delta}{t_2 - t_1} = l\,,$$

so hat man unter k und l systematische Korrektionen der angewandten Eigenbewegungen zu verstehen. Die Gleichungen wird man wieder in Gruppen vereinigen; dabei kann man entweder wie vorhin annehmen, daß im Durchschnitt gleich helle Sterne gleichweit von uns entfernt sind, oder aber man kann die Annahme machen, daß nicht die Helligkeit der Sterne, sondern die Größe ihrer Eigenbewegung das Maß für die Entfernung bildet. Im letzten Falle leitet man mit Hilfe der Komponenten $\Delta\mathfrak{a}$, $\Delta\mathfrak{d}$ der Eigenbewegung und unter Benutzung der Gleichungen

$$\Delta s \sin p = \Delta\mathfrak{a} \cos\delta_m\,, \qquad \Delta s \cos p = \Delta\mathfrak{d}$$

den jedem Stern zugehörigen Wert (Δs) der Eigenbewegung im größten Kreise ab, und legt nun allen Sternen, für welche Δs innerhalb passend gewählter Grenzen liegt, eine und dieselbe mittlere Entfernung bei; die diesen Sternen entsprechenden Bedingungsgleichungen lassen sich dann zur Bestimmung von $d\Psi_m$, $\frac{X}{\varrho}$, $\frac{Y}{\varrho}$ und $\frac{Z}{\varrho}$ benutzen. Was die Sicherheit dieser Werte betrifft, so ist im Auge zu behalten, daß bei der Aufstellung der Gleichungen (14^a) und (14^b) die den Sternen eigentümlichen Bewegungen (deren Komponenten mit μ und ν bezeichnet wurden) als regellos angenommen worden sind. Diese Annahme entspricht gewiß nicht der Wirklichkeit; da uns aber die in den Bewegungen vorhandenen Gesetze ganz unbekannt sind, so ist man vorläufig noch genötigt, die Bewegungen der Sterne so zu behandeln, als wären sie regellos.

98. Bestimmung der Größe und Richtung der Bewegung des Sonnensystems mit Hilfe spektroskopischer Beobachtungen. Mittels eines Spektroskops läßt sich die Geschwindigkeit bestimmen, mit der sich ein Stern auf einen Beobachter zu- oder von ihm fortbewegt. Befreit man diese Geschwindigkeit von dem Einfluß der Drehung der Erde um ihre Achse, sowie von dem der jährlichen Bewegung der Erde, so erhält man die Komponente der Geschwindigkeit, mit der sich der Stern relativ zur Sonne bewegt, bezogen auf die Verbindungslinie des Sterns mit der Sonne. Die hier angegebene Reduktion wird bereits vom Beobachter ausgeführt. Bezeichnet man nun eine solche Geschwindigkeitskomponente oder die sogenannte radiale Geschwindigkeit mit G, so ist G die Resultante aus der durch die dritte der Gleichungen (10) bestimmten Komponente $d\varrho : (t_2 - t_1)$ und der in die Verbindungslinie des Sterns mit der Sonne fallenden Komponente g der Geschwindigkeit des Sterns im Raum; man hat also

$$G = -[X \cos\alpha_m \cos\delta_m + Y \sin\alpha_m \cos\delta_m + Z \sin\delta_m] + g$$

Macht man jetzt wieder die Annahme, daß in den Bewegungen der Sterne keine Gesetzmäßigkeit herrscht, und daß demnach die Werte von g bald positiv, bald negativ sind, so kann man g ganz vernachlässigen und somit aus einer großen Zahl von Sternen X, Y und Z bestimmen; mit Hilfe der Gleichungen (9) erhält man dann weiterhin A, D und q. Da die von den Beobachtern angegebenen Geschwindigkeiten in Kilometern ausgedrückt sind und sich auf die mittlere Zeitsekunde als Einheit der Zeit beziehen, so bezieht sich auch der für q erhaltene Wert auf diese Einheiten.