Leitfaden der praktischen Physik

Kohlrausch, Friedrich

Leipzig [u.a.], 1896

Galvanismus

Galvanismus.

63. Allgemeines über galvanische Arbeiten.

I. Die Ohm'schen Gesetze.

Im einfachen, unverzweigten Stromkreise. Widerstand, Stromstärke, elektromotorische Kraft.

1. Der Widerstand w eines cylindrischen Leiters, welcher der Länge nach gleichförmig vom Strome durchflossen wird, ist seiner Länge l direkt und dem Querschnitt q umgekehrt proportional $w = \sigma \cdot l/q$. Der specifische Leitungswiderstand σ hat sehr verschiedene Gröfse. Man nennt $1/w$ das Leitvermögen, und $\varkappa = 1/\sigma$ das specifische Leitvermögen.

Ausbreitungswiderstand. Geht der Strom aus der ebenen Endfläche eines Kreiscylinders vom Halbmesser r in einen weiten Raum vom specifischen Widerstand σ' über, so beträgt der Ausbreitungswiderstand ebensoviel, als wenn man den Cylinder selbst um $0{,}80 \cdot r \cdot \sigma'/\sigma$ verlängerte, also um $0{,}80 \cdot r$, wenn die Ausbreitung in dieselbe Substanz geschieht (Rayleigh; vgl. Maxwell § 309).

Andere Gestalten. Jeder Leiter hat, wenn die Ein- und Austrittsstellen des Stromes gegeben sind, einen bestimmten Widerstand, welcher bei Raum-Erfüllung mit homogener Masse $= \sigma \cdot \gamma$ ist. γ, die Widerstandskapacität des Raumes, hängt von der Gestalt ab, ist also für den longitudinal durchströmten Cylinder $= l/q$; γ ist ferner für einen Conus von der Länge l und den Endhalbmessern r_1 und r_2, wenn der Strom durch die Endflächen gleichmäfsig hindurchfliefst, $= l/(r_1 r_2 \pi)$; für einen Hohlcylinder von der Länge h und den Halbmessern r_1 und r_2, welcher radial vom Strome durchflossen wird (ähnlich wie die Flüssigkeitsschicht in einem galvanischen Element gewöhnlicher Gestalt), $= (\log \operatorname{nat} r_2 - \log \operatorname{nat} r_1)/(2\pi h)$.

Widerstandseinheit. Das Ohm (Anh. 21) ist der Widerstand einer 106,3 cm langen Quecksilbersäule von 1 qmm bei 0°. Die ältere Definition mit 106,0 cm Länge heifst „legales Ohm"; 100 cm geben die Siemens'sche Quecksilbereinheit, 104,87 cm die British-Association-Einheit.

Also hat man Ohm : leg. Ohm : BAE : Siemens = 1,063 : 1,060 : 1,0487 : 1.

Tab. 25 enthält den auf Ohm bezogenen spec. Widerstand σ gebräuchlicher Körper, sowie $\varkappa = 1/\sigma$. Die Längen sind dabei nach m, die Querschnitte nach mm^2 gemessen vorausgesetzt. Der Widerstand eines Cylinders von l m Länge und q mm^2 Querschnitt ist $= \sigma \cdot l/q$ oder gleich $l/\varkappa q$ Ohm. Durch Multiplikation mit 1,063 kommt der Widerstand in Siem.-Einheiten. $\sigma/10000$ gibt den Widerstand eines Würfels von 1 cm^3

in Ohm und wird wohl auch spec. Widerstand genannt. $\sigma \cdot 100000$ ist der Widerstand jenes Würfels in abs. cm/sec-Einheiten, also der spec. Widerstand im [C-G-S]-System.

Die letzte Spalte von Tab. 25, sowie die Tab. 26 für Elektrolyte enthalten auf Quecksilber von 0° bezogene Leitvermögen $k = \varkappa/1{,}063$.

Widerstand eines Kupferdrahtes von 1 m Länge und d mm Durchmesser. $q = d^2 \cdot \pi/4 = 0{,}785\, d^2\,\mathrm{mm}^2$. Leitvermögen best leitenden Kupfers $\varkappa = 58$. Der Widerstand berechnet sich hiermit $= 1/(46 d^2)$ Ohm. Wiegt 1 m Kupferdraht p gr, so ist $d^2 = p/7$; der Widerstand beträgt $0{,}15/p$ Ohm.

Ein Centimeter-Würfel best leitender Schwefelsäure von 18°, also $= 0{,}01$ m, $q = 100\,\mathrm{mm}^2$, $\varkappa = 0{,}000073$, hat den Widerstand

$$l/\varkappa q = 1/0{,}73 = 1{,}37 \text{ Ohm}.$$

2. Der gesamte Widerstand mehrerer Widerstände hinter einander ist gleich ihrer Summe.

3. Die elektromotorische Kraft einer offenen Säule ist gleich dem Potential- oder Spannungsunterschied ihrer Pole. Die gesamte el. Kraft einer Kette ist gleich der algebraischen Summe der einzelnen Kräfte. Ist eine konstante Kette von der el. Kraft E und dem inneren Widerstande w_0 durch einen äufseren Widerstand w_1 geschlossen, so beträgt die Pol- oder Klemmspannung $E \cdot w_1/(w_0 + w_1)$.

4. Die Stromstärke oder Intensität i in einem Schliefsungskreise ist der el. Kraft E direkt, dem Widerstande w umgekehrt proportional. Man wählt nach Weber die Einheiten so, dafs die el. Kraft 1 im Widerstande 1 den Strom 1 erzeugt; dann ist $i = E/w$.

Solche Systeme von Einheiten werden im „absoluten" Mafssystem, sowie in dem „praktischen" System durchgeführt, in welchem die Stromstärken nach Ampere, die Widerstände nach Ohm, die el. Kräfte nach Volt gemessen werden. Vgl. Anh. 19—21. Es ist

die Stromstärke	1 Ampere	= Volt/Ohm	= 0,1 [C-G-S],
der Widerstand	1 Ohm	= Volt/Am	$= 10^9$ „ „ „
die elektrom. Kraft	1 Volt	= Am $\times$ Ohm	$= 10^8$ „ „ „

Der theoretischen Definition kommt das (internationale) Ohm

$$= 1{,}063\ \mathrm{m/mm^2\,Hg}\,0^0$$

mindestens auf $^1/_{1000}$ nahe. Dem älteren „legalen" Ohm entsprechend hat man auch das „legale" Volt $= 0{,}9972$ richt. Volt.

Die Gleichung $i = E/w$ gilt für einen Stromleiter vom Widerstand w, welcher selbst keine el. Kraft enthält, auch in dem Sinne, dafs E die Potential- oder Spannungs-Differenz der beiden Endpunkte von w bedeutet.

Hieraus folgt z. B. der Satz, dafs in der Wheatstone'schen Schaltung (Fig. am Schlufs von I) $w_1/w_4 = w_3/w_2$ ist, wenn der Brückenstrom i verschwindet. Denn an den Endpunkten des Brückendrahtes mufs dann die Spannung gleich sein, etwa $= P$. Seien die Spannungen an den anderen beiden Verzweigungspunkten P_1 und P_2, so mufs, weil offenbar $i_4 = i_1$ und $i_2 = i_3$ ist, $(P_2 - P)/w_2 = (P - P_1)/w_3$ und $(P_2 - P)/w_4 = (P - P_1)/w_1$ sein, woraus obige Beziehung folgt.

Stromverzweigung.

Wird ein Strom J in mehrere Wege vom Widerstande $w_1, w_2 \cdots$ verzweigt und sind die Zweigströme entsprechend $i_1, i_2 \cdots$, so ist

5. die Summe der Zweigströme gleich dem unverzweigten Strom:

$$i_1 + i_2 + \cdots = J.$$

6. Die einzelnen Zweigströme verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände der resp. Wege (oder direkt wie die Leitvermögen derselben):

$$i_1 : i_2 : \cdots = 1/w_1 : 1/w_2 : \cdots$$

7. Das gesamte Leitvermögen des verzweigten Weges ist gleich der Summe der Leitvermögen der einzelnen Wege;

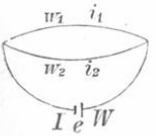
$$1/w = 1/w_1 + 1/w_2 + \cdots$$

Kirchhoff'sche Regeln.

Die Sätze 2) bis 7) sind in folgenden zweien enthalten:

A. An jedem Verzweigungspunkte ist die Summe der Stromstärken gleich Null, wenn man den ankommenden Strömen das entgegengesetzte Vorzeichen gibt wie den abfliefsenden.

B. Betrachtet man einen beliebigen in sich geschlossenen Teil der Leitung, nennt die darin vorhandenen el. Kräfte und Ströme der einen Richtung positiv, die der anderen negativ, so ist die Summe der Produkte aus den einzelnen Widerständen und den zugehörigen Stromstärken gleich der Summe der el. Kräfte.



1. Beisp. Einfache Stromverzweigung

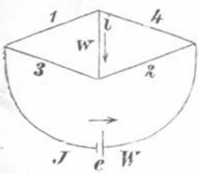
$$i_1 + i_2 = J \qquad i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0 \qquad JW + i_1 w_1 = e,$$

woraus

$$J = e \frac{w_1 + w_2}{W w_1 + W w_2 + w_1 w_2}; \; i_1 = e \frac{w_2}{W w_1 + W w_2 + w_1 w_2} \text{ etc.}$$

also z. B. $\quad J : i_1 = (w_1 + w_2) : w_2.$

2. Beisp. Wheatstone'sche Schaltung; Zweigströme und Widerstände den Zahlen entsprechend benannt:



$$J - i_1 - i_3 = 0 \qquad JW + i_1 w_1 + i_4 w_4 = e$$
$$J - i_2 - i_4 = 0 \qquad iw - i_1 w_1 + i_3 w_3 = 0$$
$$i + i_1 - i_4 = 0 \qquad iw - i_2 w_2 + i_4 w_4 = 0,$$

woraus, wenn der Brückenstrom $i = 0$ ist, folgt:

$$w_1 w_2 = w_3 w_4.$$

II. Strom-Erreger.

Amalgamiren des Zinks. Man gibt demselben mechanisch und in verdünnter Schwefelsäure oder besser Salzsäure eine metallische Oberfläche und reibt Quecksilber ein oder taucht in eine Lösung von Quecksilber-Chlorid oder Nitrat. Nach dem Gebrauch sollen die Zinke gleich gebürstet und gespült werden.

Kohlen. Manche Kohlen verringern durch längeren Gebrauch ihre Wirksamkeit. Man mufs sie durch Abfeilen oder Erhitzen zu reinigen suchen.

Thonzellen. Auswittern der Salze am Rande schädigt die Zelle rasch. Gebrauchte Zellen legt man nach oberflächlichem Abspülen und Durchfiltriren in Wasser. Bei dem Ansetzen eines Elementes soll die Zelle zuerst nicht mit Kupferlösung oder Salpetersäure, sondern mit Schwefelsäure befeuchtet werden. Man fülle ferner die Schwefelsäure zu einer um $^1/_{10}$ bis $^1/_5$ höheren Säule ein, um das Durchdringen der anderen, schwereren Flüssigkeiten zum Zink zu erschweren.

Platinmohr. Über das Überziehen von Platin oder Silber mit Platinschwarz s. 7, 18.

Gebräuchliche Flüssigkeiten.

Schwefelsäure. Für Elemente mit Zink spec. Gewicht höchstens $= 1{,}06$, d. h. etwa 50 $cm^3 H_2SO_4$ auf 1 l Wasser. Für schwache Ströme genügt meistens eine weit schwächere Säure. Wegen der Erhitzung gieſst man die Säure langsam und unter Umrühren in das Wasser. Es ist darauf zu achten, daſs die Säure durchaus kein Kupfer, auch keine Salpetersäure enthält. Reine Schwefelsäure anzuwenden ist daher geraten. Für Akkumulatoren nur reine Säure! Es soll das spec. Gew. im geladenen Zustande etwa 1,16, im ungeladenen 1,13 betragen. Bei dem Nachfüllen wird im allgemeinen 5% Säure geeignet sein.

Kupfervitriol-Lösung. Dieselbe darf gesättigt sein (spec. Gewicht gegen 1,2; etwa 1 Teil krystallisirtes Salz auf 3 Teile Wasser). In der ersten Zeit pflegt die el. Kraft etwas zu wachsen. Der Strom verbraucht die Lösung, wodurch die Säule inkonstant wird.

Salpetersäure. Dieselbe wird für stärkere Ströme „koncentrirt" angewandt (spec. Gewicht 1,3 bis 1,4).

Chromsäure. Recept nach Bunsen: 92 g pulverisirtes Kaliumbichromat ($K_2Cr_2O_7$) werden mit 94 ccm H_2SO_4 zu einem gleichförmigen Brei zusammengerieben. Ehe dieser erstarrt, setzt man 900 ccm Wasser zu und rührt, bis alles gelöst ist. Soll das Zink längere Zeit in der Flüssigkeit stehen, so ist diese Flüssigkeit mit Wasser zu verdünnen.

Elemente.

Daniell. Zn, H_2SO_4, $CuSO_4$, Cu. Elemente, die an einem kühlen Orte lange stehen können, verfertigt man aus Cylindergläsern mit Kupfervitriolkrystallen und Bleiplatte mit Guttaperchadraht am Boden; darüber ganz verdünnte Schwefelsäure und eine Zinkscheibe eingehängt.

Gewöhnliche Daniell-Elemente haben 1,08 bis 1,12 Volt. Stärkere Säure erhöht die Kraft; stärkere Kupferlösung kann bei schwachem Strome eine Verminderung bewirken. Nach Kittler gibt reines amalgamirtes Zink, verdünnte Schwefelsäure von 1,075 spec. Gewicht oder 11% H_2SO_4, koncentrirte Kupfersulfatlösung von 1,20 spec. Gewicht, reines Kupfer, welches letztere vom Strome selbst gebildet wird, 1,18 Volt. Die Temperatur hat geringen Einfluſs. Nach der Zusammensetzung pflegt die el. Kraft in der ersten Zeit etwas kleiner zu sein. Widerstand der gebräuchlichen Gröſsen etwa 0,6 bis 0,3 Ohm.

Bunsen oder Grove. Zn, H_2SO_4, HNO_3, C oder Pt. El. Kraft im guten Zustande etwa = 1,9 Volt, bei starkem Strome oder schwächerer Salpetersäure geringer. Widerstand gebräuchlicher Gröfsen etwa = 0,2 bis 0,1 Ohm.

Chromsäure-Element. Zn, H_2CrO_3, C. El. Kraft bei nicht zu starkem Strome = 2,0 Volt. Starke Ströme von langer Dauer darf man von der Chromsäure-Batterie nicht verlangen. Ist die Flüssigkeit durch den Gebrauch ganz dunkel geworden oder hat sich gar Chromalaun ausgeschieden, so sind die Elemente geschwächt und inkonstant.

Etwas kostspieliger, aber angenehmer, weil das Ausscheiden fester Körper vermieden wird, ist eine wässerige Lösung von Chromsäure mit Zusatz von Schwefelsäure.

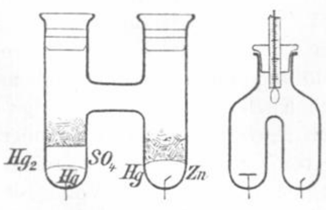
Für schwache Ströme von grofser el. Kraft sind die in der Medicin gebräuchlichen Spamer'schen Trogapparate mit Chromsäure zweckmäfsig.

Braunstein-Element. Zn, Lösung von NH_4Cl, zerkleinerter Braunstein, Kohle. Spannung stromlos etwa $1\frac{1}{2}$ Volt. Mit Strom „inkonstant", d. h. die el. Kraft nimmt mit wachsender Stromstärke ab.

Smee. Zn, H_2SO_4, Pt oder Silber mit Platinmohr überzogen. Spannung stromlos etwa $\frac{5}{4}$ Volt, mit Strom bis 0,6 Volt abwärts, je nach der Stromdichte.

Akkumulatoren. Die Säure soll stets die Platten gut 1 cm überdecken. Die Ladung ist thunlichst immer bis zur Gasbildung fortzusetzen. Stehen die Elemente ungebraucht, so soll man alle 8 bis 14 Tage wieder bis zur Gasbildung aufladen. Sehr rasche Entladung oder Verbrauch der Ladung bis zur Abnahme der Wirkung ist zu vermeiden. Stark beanspruchte Elemente sind jedenfalls alsbald wieder aufzuladen. El. Kraft beim Gebrauch = 2,0 bis 2,02 Volt; beim Laden bis 2,3 Volt. Widerstand meist sehr klein. Elemente mit innerem Kurzschlufs (welche durch die Ladung warm werden und dieselbe rasch verlieren) sind sofort zu entleeren. Abnorm grofse Spannung eines Elementes während des Ladens weist auf einen Fehler hin, der den innern Widerstand vergröfsert hat.

Clark. Reines Quecksilber, Hg_2SO_4 (Oxydul!), $ZnSO_4$, reines Zink oder Zink-Amalgam aus 90 Teilen reinen Quecksilbers und 10 Teilen reinen Zinks. Das bei gewöhnlicher Temperatur feste Amalgam wird heifs eingefüllt. Die Verbindung geschieht durch Platin-Drähte, welche durch Glasröhren von oben, oder durch das Glas geschmolzen von unten eingeführt sind. Das Quecksilber oder Amalgam mufs das Platin ganz überdecken.



Am gebräuchlichsten ist die H-Form (Lord Rayleigh; Fig. Daneben eine abgeänderte Form mit Glasstöpselverschlufs). Das Quecksilber wird mit einer Paste aus zusammengeriebenem Hg_2SO_4 mit Hg und reinen $ZnSO_4$-Krystallen bedeckt, die vorher mit koncentrirter

$ZnSO_4$-Lösung zu einem schwer flüssigen Brei angefeuchtet waren. Amalgam und Paste füllt man ohne Benetzung der Wandung ein. Eine koncentrirte Lösung von $ZnSO_4$ bedeckt das Ganze. Auf die Flüssigkeit wird heifses Paraffin gegossen, nach dem Erkalten eine Korkscheibe aufgesetzt, dann mit Marineleim oder heifs mit gutem Siegellack gedichtet. — Das käufliche reine Zinksulfat wird in Lösung mit metallischem Zink gekocht, bis sich Zinkhydrat abscheidet; dann filtrirt. Zum Zwecke der Versendungsfähigkeit wird amalgamirtes Platin anstatt Quecksilber genommen und die zweite Form, nach Aufbringen von $ZnSO_4$-Krystallen auf das Amalgam, mit der Paste ganz gefüllt.

Kahle, Z. S. f. Instr. 1892, 118; Wied. Ann. 51, 174 u. 203. 1894. — Kleine Elemente für elektrometrische Ladungen s. Quincke.

El. Kraft zwischen 10° und 30° bei der Temp. t gleich

$$1{,}433\,[1-0{,}00082\,(t-15)-0{,}000007\,(t-15)^2]$$

richtige Volt. Gröfste zulässige Stromstärke ohne Polarisation bei gebräuchlichen Gröfsen vielleicht $^1/_{20000}$ Am. Nach Überanstrengung erholt das Element sich sehr langsam.

Die Phys. Techn. Reichsanstalt beglaubigt Clark-Elemente.

Cadmium-Element (Weston). Wie das vorige, nur Cd und $CdSO_4$ anstatt Zn und $ZnSO_4$. Sein Vorteil besteht in einem viel kleineren Temperatureinflufs. El. Kraft zwischen 0° und 26°

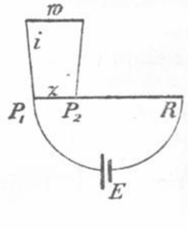
$$1{,}022\,[1-0{,}0_4122\,(t-20)-0{,}0_664\,(t-20)^2].$$

Jaeger u. Wachsmuth, El. techn. Z. S. 1894, 507.

Kalomel-Element von Helmholtz. Zink, 5 bis 10% Chlorzinklösung, fein gepulverter Kalomel, Quecksilber. Dasselbe gibt schwache Ströme lange Zeit hindurch sehr konstant.

Dynamomaschine. Maschinenströme sind wegen der Schwankungen des Gasmotors in der Regel inkonstant. Die Vergröfserung des Trägheitsmomentes durch eine Schwungscheibe ist nützlich. Sehr konstant kann der Strom werden, wenn man Akkumulatoren in passender Anzahl gleichgerichtet neben die Maschine schaltet. Für physikalische Zwecke eignen sich Gleichspannungs-Maschinen am meisten. Man soll die Maschine so wählen, dafs Akkumulatoren ohne direkte Windungen, also mit reiner Nebenschlufsmaschine geladen werden können. Vgl. noch **77a.**

Schwache el. Kräfte durch Abzweigung. Man schliefst ein Element (Daniell; Akkumulator) konstant durch einen Widerstand (Rheostat oder blanker Draht) und benutzt zwei Punkte P_1 und P_2 dieses Kreises als Pole. Ist E die el. Kraft des Elementes, R der Gesamtwiderstand obigen Kreises (Rheostat und Element) und z der Widerstand zwischen den Abzweigepunkten, so gilt als el. Kraft der Kombination der Ausdruck $E\cdot z/R$ und als ihr Widerstand $z(1-z/R)$.



Denn wenn i der Strom in einer angelegten Leitung vom Widerstande w, so ist (vgl. I am Schlufs)

$$i = Ez:[w(R-z)+wz+(R-z)z] = (Ez/R):[w+z(1-z/R)].$$

Thermo-Elemente. Über deren el. Kraft vgl. S. 115. — Siehe auch z. B. Noll, Wied. Ann. 53, 874. 1894; Dewar u. Fleming, Phil. Mag. 40, 95. 1895.

III. Strom-Verbindungen.

Die blofse Berührung starrer Leitungsteile gibt im allgemeinen keinen genügenden Schlufs. Die sich berührenden Teile sollen dann aus Platin bestehen. — Axen an Stromschlüsseln oder Kommutatoren sind ohne Schleiffedern nicht zuverlässig. Die Berührung eines Metalles mit Kohle soll in einer gröfseren Fläche stattfinden.

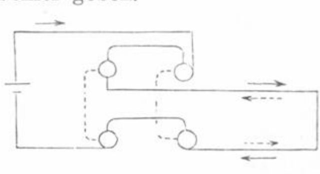
Selbst bei der Anwendung von Klemmschrauben hat man die Oberflächenteile blank zu erhalten und mufs die Schrauben fest anziehen.

Auch Quecksilber sichert nur dann eine widerstandsfreie Verbindung, wenn die das Quecksilber berührenden Metalle (Messing, Kupfer, Platin, auch wohl Eisen) amalgamirt sind; 7, 11.

Über Stöpselverbindung s. IV.

Einschaltung und Benutzung sehr kleiner Widerstände. Verbindungen, welche keine relativ beträchtlichen Übergangswiderstände enthalten, lassen sich bei Leitern wie kurze dickere Drähte oder Metallstäbe nicht mehr improvisiren. In einen solchen Leiter führt man den Strom in möglichst sicherer Weise mit Klemmen oder Quecksilber an den Enden ein, grenzt aber den zu bestimmenden oder zu benutzenden Widerstand zwischen zwei inneren Punkten des Leiters ab. Wenn z. B. von einem solchen Leiter ein Zweigstrom abgenommen werden soll, so legt man die Ableitungen nicht an die Klemmen etc., sondern an zwei Punkte oder Querschnitte des Leiters selbst.

Störende elektromagnetische oder inducirende Wirkungen der Leitungsdrähte vermeidet man dadurch, dafs man entgegengesetzt laufende Ströme dicht neben einander hat. Einzelne Drähte nahe an Nadeln, gröfsere Schleifen, insbesondere vertikal stehende, können grofse Fehler geben.



Den einfachsten Stromwender gibt ein Brett mit vier Quecksilbernäpfen $\begin{smallmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{smallmatrix}$, von denen man durch ein Paar von Metallbügeln entweder 1 mit 2 und 3 mit 4 verbinden kann oder 1 mit 3 und 2 mit 4. Zu 2 und 3 führt man die Drähte von der Säule, zu 1 und 4 die Enden des Schliefsungskreises.

IV. Rheostaten-Widerstände.

Für die Wahl des Materials ist mafsgebend die Haltbarkeit, ein geringer Einflufs der Temperatur, endlich im allgemeinen noch ein grofser spec. Widerstand; siehe hierüber Tab. 25. Die früher gebrauchten Legirungen aus Cu, Ni und Zn, wie Neusilber, Nickelin, „Platinoid“ werden verdrängt durch die von der Temperatur unabhängigeren Legirungen „Constantan“ (60 Cu, 40 Ni), auch wohl „Patentnickel“ (75 Cu, 25 Ni); in neuerer Zeit besonders durch „Manganin“ (84 Cu, 12 Mn, 4 Ni). Letzteres muſs gegen Oxydation durch einen Überzug von Schellack geschützt werden, bietet den erstgenannten gegenüber aber den Vorteil, daſs seine thermoel. Kraft gegen Kupfer viel kleiner ist. Feuſsner u. Lindeck, wissensch. Abh. d. Reichsanstalt 2, 501. 1895. Z. S. f. Instr. 1895, 394 u. 425.

Neue Drähte erleiden anfangs eine merkliche Widerstandsänderung. Auch das Aufwinden beeinfluſst den Betrag des Widerstandes. Längeres Erwärmen auf etwa 130° befördert das Konstantwerden.

Bifilare Wickelung der Widerstandsrollen. Man knickt den Draht in der Mitte und wickelt von hier aus beide Hälften mit einander. Oder man windet zwei Drähte nach Verlötung ihrer Enden mit einander auf. Solche Rollen üben keine magnetische Wirkung aus und sind nicht bei Änderungen der Stromstärke der Selbstinduktion ausgesetzt, welche leicht irre führen kann. Dagegen haben bifilar gewundene längere Drähte, besonders bei sorgfältiger Wickelung, eine beträchtliche Ladungs-Kapacität, die bei gröſseren Widerständen ebenfalls Störungen bewirken kann.

Unifilar abwechselnde Wickelung (Chaperon). Man wickelt kurze Lagen und kehrt nach jeder Lage die Windungsrichtung um, so daſs auch hier in der fertigen Rolle der Strom ebensoviele Windungen in der einen wie in der anderen Richtung durchflieſst. Dann ist sowohl die Selbstinduktion wie die Kapacität klein.

Kleine Widerstände stellt man oft zweckmäſsig durch Nebeneinanderschaltung gröſserer her.

Kleine Abänderungen eines Widerstandes w werden am einfachsten durch Nebenschaltung eines groſsen Widerstandes R bewirkt. Dadurch nämlich entsteht der Gesamtwiderstand $w \cdot R/(R+w)$ oder nahe $w(1-w/R)$.

Widerstandssätze (Rheostaten). Zur raschen Herstellung beliebiger Widerstände eignet sich die Anordnung nach je 10 Einheiten in jeder Dekade oder auch 1 1 2 4 8 16 .... — Für messende Zwecke sind die Sätze 1 2 3 4 oder 1 2 2 5 in jeder Dekade gebräuchlich. Zum Zwecke der Fehlerbestimmung (**71d**) sollte der kleinste Widerstand doppelt vorhanden sein. — 10 gleiche Widerstände w, die man beliebig neben und hinter einander schalten kann, geben eine Auswahl von 94 verschiedenen Widerständen zwischen $10w$ und $w/10$.

Die an älteren Rheostaten vorkommende Verbindung von Nachbarrollen durch gemeinsame Zuführungen zu den Klötzen bedingt Fehler (Dorn).

Stöpsel sind nur am Griffe anzufassen und vor Verletzung ihres Konus zu hüten. Sie werden mit etwas Drehung mäſsig fest eingesetzt, häufig mit einem reinen Tuch oder Leder ohne Fasern abgewischt und äuſserstenfalls, aber ganz selten, mit feinstem Schmirgelpapier abgerieben. Der Widerstand eines Stöpsels gewöhnlicher Form bleibt bei guter Behandlung unter $1/_{5000}$ Ohm. Temperatursteigerung lockert die Stöpsel. — Bei längerem Nichtgebrauch lockere man dieselben absichtlich. — Bei Kurbeln sind Axenkontakte oft unzuverlässig.

Rheostaten sollen ventilirbar und für Thermometer zugänglich sein.

Stromwärme. In w Ohm entwickeln i Am $0{,}24 \cdot w \cdot i^2$ gr-Kalor./sec (Anh. 22). Drähte von d mm Durchmesser würden ohne Wärmeabgabe sich durch i Am etwa erwärmen um $0{,}40 \cdot \sigma/(cs) \cdot i^2/d^4$ Grad/sec (σ, c, s gleich spec. Widerstand, Wärme, Gewicht); also Kupfer um $0{,}008\ i^2/d^4$, Eisen um $0{,}06\,i^2/d^4$, Konstantan, Manganin, gutes Neusilber beiläufig um $0{,}15\ i^2/d^4$ Grad.

Starkstrom-Widerstände werden frei durch die Luft oder durch ein Öl- oder Petroleum-Bad geführt. Netz- oder siebförmige Leiter sind wegen der raschen Wärmeabgabe zweckmäſsig. Die gröſste Erwärmung τ frei gespannter blanker Drähte oder Bleche vom Querschnitt q mm² und dem Umfang u mm durch den Dauerstrom i Am. läſst sich schätzen nach der Formel $\tau = C \cdot i^2/(q\,u)$, wenn man für C einsetzt: bei Cu 0,35, Fe 2, Neusilber 6, Manganin 10. Ausführlichere Angaben bei Ayrton u. Kilgour, Phil. Trans. 183 A, 376, 1892.

Abzweigungen. Die häufig vorkommende Aufgabe, Ströme zu verzweigen, läſst sich meistens mit einem Rheostaten erfüllen, indem man die Ströme in denselben teilweise an den geeigneten Metallklötzen einführt. Es sollen deswegen Vorkehrungen zu diesem Zweck vorhanden sein. Nützlich sind zum mindesten einige Stöpsel mit Klemmschrauben. Nebenstehende Figur zeigt, wie man mit einem gewöhnlichen Rheostaten an eine Galvanometerleitung, unter Einschaltung eines Widerstandes (z. B. 900 Ohm) in dieselbe, eine Nebenschlieſsung (z. B. 10 Ohm) anlegt. Die Pfeile bezeichnen den Hauptstrom. Die Verwendbarkeit eines Rheostaten wird bedeutend erweitert, wenn die einzelnen Dekaden (Zehntel, Einer u. s. w.) durch überzählige Stöpsellöcher getrennt sind, so daſs man die Abteilungen für sich gebrauchen kann. Es ist dann z. B. möglich, in einen Stromkreis einen Widerstand einzuschalten, von einem Teile des Hauptweges eine Leitung abzuzweigen und in die letztere auch noch einen Widerstand einzuschalten.

V. Wirksamkeit der Säulen und Multiplikatoren.

Für starke Ströme in kleinen Widerständen sind vorzugsweise Gröſse und geringer Abstand der Metallplatten in den Elementen, sowie Leitvermögen und Koncentration der Kupferlösung oder der Salpetersäure maſsgebend. Für Ströme in Leitungen von groſsem Widerstande kommen diese Umstände weniger in Betracht, als die Anzahl der hinter einander verbundenen Becher.

Mehrere konstante Elemente hat man, um die gröſste Stromstärke in einer gegebenen äuſseren Leitung zu erzielen, so neben oder hinter einander zu verbinden, dafs der innere Widerstand dem äufseren nahe kommt. Wegen der Polarisation ist es praktisch meist besser, den inneren Widerstand etwas kleiner zu wählen. Der Widerstand von n Elementen oder Gruppen neben einander ist n^2mal kleiner als von allen hinter einander.

Wasserzersetzung verlangt mindestens 2 Akkumulatoren, Bunsen- oder Grove'sche oder 3 Daniell'sche Becher.

Als Drahtstärke bei der Herstellung von Multiplikatoren (oder Elektromagneten) von gegebener Gestalt ist im allgemeinen diejenige zu wählen, welche den Widerstand des Multiplikators dem übrigen Widerstande ungefähr gleich macht. Nach demselben Gesichtspunkte hat man auch die auf den Multiplikatoren oft zur Verfügung stehenden verschiedenen Windungslagen hinter oder neben einander zu verbinden, wenn die gröfstmögliche Empfindlichkeit verlangt wird.

Empfindlichkeit eines Galvanometers. Der Ausschlag durch eine bestimmte Stromstärke hängt, aufser von der Konstruktion des Instruments, von der Wahl der Drahtsorte, der Astasirung und dem Skalenabstand ab. Um eine vergleichbare Charakteristik aller Konstruktionen zu haben, pflegt man jetzt als Norm anzunehmen: eine Drahtsorte, welche 1 Ohm Multiplikatorwiderstand ergeben würde, ein magnetisches Feld, welches der gegebenen Nadel eine Schwingungsdauer von 10 sec erteilt, endlich einen Skalenabstand von 2000 mm, und den Ausschlag e_0 mm anzugeben, welchen unter diesen Umständen der Strom 1 Am geben würde, wenn der Ausschlag der Stromstärke proportional wäre. Gilt nun für ein vorhandenes Instrument vom Widerstande w Ohm, der Schwingungsdauer t sec und dem Skalenabstande A mm die Empfindlichkeit e mm/Am, so ist die Normalempfindlichkeit dieser Konstruktion $e_0 = e \cdot 1/\sqrt{w} \cdot 10^2/t^2 \cdot 2000/A$.

Über Messungsmethoden in den Formen, welche sich für technische Zwecke eingebürgert haben, siehe u. a. Kittler, Hdb. d. Elektrotechnik, 2. Aufl., Stuttgart 1892; Grawinkel u. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik, 4. Aufl. Berlin 1895; Uppenborn, Kalender für Elektrotechniker.

64. Tangentenbussole (Pouillet; W. Weber).

Ein weiter Multiplikator umgibt eine kurze Magnetnadel. Die Windungsebene soll im magnetischen Meridian stehen, d. h. mit der nicht abgelenkten Nadel zusammenfallen.

I. Relative Strommessung.

Für manche Zwecke genügt es, das Verhältnis von Stromstärken zu kennen. Ist eine Nadel klein gegen ihren Abstand vom Multiplikator (oder hat der letztere eine geschlossene ellipsoidische Gestalt; Riecke), so ist die Stromstärke (Intensität; Elektricitätsfluſs in der Zeiteinheit) der trigonometrischen Tangente des Ablenkungswinkels proportional (Tab. 39; fünfstellige Tafeln von Bremiker). Also verhalten sich Stromstärken i und i', welche die Ablenkungen α und α' hervorbringen (Korrektionen s. später)

$$i : i' = \operatorname{tg}\alpha : \operatorname{tg}\alpha'.$$

II. Absolute Strommessung (W. Weber).

Weber'sche oder elektromagnetische [C-G-S]-Einheit des Stromes ist derjenige Strom, welcher die Einheit der magnetischen Wirkung (Anh. 19) im [C-G-S]-System ausübt. Eine Tangentenbussole mit n kreisförmigen Windungen vom mittleren Halbmesser R cm an einem Orte von der magnetischen Horizontal-Intensität H (**59**; Tab. 22) gibt die Stromstärke i nach diesem Maſse als

$$i = \frac{RH}{2n\pi} \cdot \operatorname{tg}\alpha = C \cdot \operatorname{tg}\alpha \,[\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}].$$

$C = RH/(2n\pi)$ ist der Reduktionsfaktor auf elektromagnetische [C-G-S]-Einheiten.

Beweis. Der Strom i durchflieſst die Länge $n \cdot 2\pi R$ im Abstande R von der kurzen Nadel M. Er sucht letztere senkrecht zur Windungsebene zu stellen und übt, wenn sie um den Winkel α abgelenkt ist, das Drehungsmoment $iM \cdot 2nR\pi/R^2 \cdot \cos\alpha = iM \cdot 2n\pi/R \cdot \cos\alpha$ aus. Das erdmagnetische rücktreibende Drehungsmoment ist $MH\sin\alpha$. Durch Gleichsetzen beider Ausdrücke entsteht die Formel. Vgl. Anhang Nr. **16** u. **19**.

Fadentorsion. Ist die Nadel am Faden vom Torsionsverhältnis Θ aufgehangen (**55**), so ist $H(1+\Theta)$ statt H zu setzen.

Verschiedene Stromeinheiten. Miſst man R und H in [mm, mg, sec], so entsteht die Stromstärke in der nach dem Vorgange von Gauſs und Weber früher gebrauchten Einheit, welche 100mal kleiner ist, da R sowohl wie H (**59**) 10mal kleinere Einheiten bekommen.

Der Strom 1 Ampere ist der 10te Teil von 1 [C-G-S]; also wird der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole auf Am, wenn man R und H in [cm, gr, sec] gemessen hat,

$$C_A = 5\,\frac{RH}{n\pi}.$$

Bestimmung des Halbmessers. Man miſst den Durchmesser direkt mit Maſsstab, Zirkel, Bandmaſs oder Komparator, oder man bestimmt den Radius aus der Länge l des Drahtes, welcher die n Windungen bildet, als $R = l/(2n\pi)$. Dünnere Drähte mifst und wickelt man unter derselben Spannung.

Genau ausmefsbare Kreisleiter sind entweder selbst abgedreht oder auf abgedrehte Rahmen aufgewunden, ein einzelner Draht z. B. auf eine Glasplatte mit eingedrehter flacher Nut und ausgedrehter Mitte zur Aufnahme der Magnetnadel.

Intensität des Erdmagnetismus. Der Reduktionsfaktor ist durch den Erdmagnetismus nach Ort und Zeit veränderlich. Wo H nicht bestimmt worden ist, kann man es angenähert aus Tab. 22 entnehmen; selbstverständlich unter dem Vorbehalt der Vermeidung von magnetischen Lokaleinflüssen, insbesondere auch durch längere Eisenmassen. Nach **61a** kann man das Zimmer auf Konstanz von H prüfen, sowie auch Beobachtungsorte mit einem Platz im Freien etc. vergleichen.

Beispiel. Ein 1948,0 cm langer Draht ist in 24 kreisförmigen Windungen aufgewunden. Dann ist $R = 1948/(48 \cdot 3{,}1416) = 12{,}92$ cm. Ferner sei H gleich 0,1920, so ist die Stärke eines Stromes, welcher den Ablenkungswinkel α hervorbringt, nach magnetischem Mafse

$$= \frac{12{,}92 \cdot 0{,}1920}{2 \cdot 24 \cdot 3{,}1416} \operatorname{tg}\alpha = 0{,}01645 \cdot \operatorname{tg}\alpha \text{ [C-G-S]}, \quad \text{oder} \quad = 0{,}1645 \cdot \operatorname{tg}\alpha \text{ Am.}$$

Günstigster Ausschlag. Ein Fehler von $0{,}1^0$ bewirkt (vgl. S. 8)

bei einem Ausschlag von	5	10	15	20	30	40^0
	85	80	75	70	60	50^0
einen Fehler im Resultat von	2	1	0,7	0,55	0,4	0,35%.

Also sind sowohl sehr kleine wie sehr grofse Ausschläge der Genauigkeit nachteilig. Für 30 cm Weite sind für Ströme $= i$ Am etwa $n = 5/i$ Windungen zweckmäfsig. Für sehr verschiedene Stromstärken mufs man verschieden empfindliche Tangentenbussolen mit Windungen von ungleicher Weite oder Anzahl anwenden. Oder die Windungen sind so angeordnet, dafs man eine gröfsere oder eine geringere Anzahl einschalten kann. Sind mehrere Drähte mit einander aufgewunden und so angeordnet, dafs alle Windungen hinter einander oder in n Gruppen neben einander geschaltet werden können, so ist der Reduktionsfaktor im letzteren Falle n mal gröfser als im ersteren. Empirisch werden zwei Instrumente auf einander reducirt, indem man an beiden den Ausschlag mifst, welchen ein und derselbe

Strom hervorbringt. Ist der Ausschlag $=\alpha_1$ am Instrument I und $=\alpha_2$ an II, so sind die Tangenten der Winkel an I mit $\mathrm{tg}\,\alpha_2/\mathrm{tg}\,\alpha_1$ zu multipliciren, um sie mit den an II gemessenen vergleichbar zu machen. Windungslagen desselben Instrumentes vergleicht man nach **69** Ie.

Man hat Tangentenbussolen mit Multiplikatoren versehen, welche man neigen kann; dann vergröfsert man C im Verhältnis des reciproken Cosinus des Neigungswinkels (Obach).

Korrektion wegen des Querschnittes der Windungen und der Nadellänge. 1. Wenn die Dimensionen des Querschnittes der Windungslage nicht klein gegen den mittleren Halbmesser R der Windungen sind, so ist die vorige Formel nicht genau. Bildet der Querschnitt ein Rechteck von der Breite b und der Dicke h, so kann man die davon herrührende Korrektion erster Ordnung durch Multiplikation von C mit $1+\frac{1}{8}b^2/R^2-\frac{1}{12}h^2/R^2$ anbringen.

2. Für nicht sehr kurze Nadeln kommt erstens zu obigem Ausdruck noch der Faktor $\left(1-\frac{3}{16}\mathfrak{l}^2/R^2\right)$ hinzu. Zweitens ist anstatt $\mathrm{tg}\,\alpha$ zu setzen $\left(1+\frac{15}{16}(\mathfrak{l}^2/R^2)\sin^2\alpha\right)\mathrm{tg}\,\alpha$. $\mathfrak{l}$ bedeutet den Polabstand der Magnetnadel, d. h. bei gestreckten Nadeln etwa $^5/_6$ der geometrischen Länge (**55a**, und Anh. 15).

Die vollständige Formel wird also unter Berücksichtigung der Kleinheit der Korrektionsglieder

$$i=\frac{RH}{2n\pi}\left(1+\frac{1}{8}\frac{b^2}{R^2}-\frac{1}{12}\frac{h^2}{R^2}-\frac{3}{16}\frac{\mathfrak{l}^2}{R^2}\right)\left(1+\frac{15}{16}\frac{\mathfrak{l}^2}{R^2}\sin^2\alpha\right)\mathrm{tg}\,\alpha.$$

Die von der Nadellänge herrührenden Korrektionen heben sich für $\alpha=27^0$ auf. Eine Nadellänge $l=\frac{1}{6}R$ gibt noch Abweichungen vom Tangentengesetz bis zu $1\%_0$. Excentrische Aufhängung der Nadel um $\frac{1}{4}$ des Windungsdurchmessers macht den Fehler viel kleiner (Gaugain, Helmholtz). Absolute Messungen lassen sich dann aber nicht wohl ausführen.

Tangentenbussole mit rechteckigem Reif. R bedeutet das Mittel aus dem inneren und äufseren Halbmesser, h die Dicke.

1. Statt $-\frac{1}{12}h^2/R^2$ ist wegen der Stromverteilung zu setzen $-\frac{1}{6}h^2/R^2$.

2. Der Reif sei aufgeschnitten und habe dem mittleren Radius parallele Zuleitungsstücke von der Länge l mit einem gegenseitigen Abstand a ihrer Mittellinien: In die Korrektionsklammer ist noch zuzufügen

$$+al/2\pi R\cdot(R+\tfrac{1}{2}l)/(R+l)^2.$$

F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27, 21. 1886. Siehe dort auch das Verfahren genauer Messung von R.

Den Kreisleiter kann man aus einem Draht bilden, welcher auf eine gedrehte Glas- oder Marmorplatte aufgezogen ist. Dann fallen diese Korrektionen weg. F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27, 23. 1886; Quincke ib. 48, 25. 1893.

Zuleitungen. Es ist darauf zu achten, besonders bei wenigen Windungen, daſs nicht der Strom in den äuſseren Leitungen auf die Nadel wirke. Zu- und Ableitungsdrähte werden deswegen überall dicht neben einander geführt oder um einander gewickelt.

Kommutator. Ist die Windungsebene ungenau orientirt, so werden insbesondere groſse Ausschläge nach der einen Seite zu groſs, nach der anderen zu klein. (Man erkennt hieran die richtige Aufstellung oft besser, als an der Einstellung auf den Nullpunkt, welche bei einer kurzen Nadel unzuverlässig ist.) Das Mittel aus beiden liefert den richtigen Ausschlag. Man schalte also einen Kommutator (**63** III) ein, welcher die Stromrichtung im Multiplikator umkehrt, ohne in der übrigen Leitung etwas zu verändern. Hiermit ist zugleich eine erhöhte Genauigkeit verbunden. Ein gut eingerichteter Kommutator dient ferner zum bequemen Schlieſsen und Öffnen des Stromes.

Ablesung. Bequem sind zwei zu der Nadelaxe senkrechte Zeiger. Behufs genauer Messung werden jedesmal beide einander gegenüberliegende Spitzen abgelesen. Vgl. S. 174. Zur Vermeidung der Parallaxe legt man auf die Bussole ein Stückchen Spiegelglas.

Zum Beruhigen der Nadel kann ein kleiner Magnet dienen, welcher nach dem Gebrauch hinreichend entfernt wird, oder auch der Kommutator selbst. Bei dem Umkehren des Stromes unterbricht man zunächst nur und schlieſst erst wieder, wann die Nadel auf der anderen Seite umkehrt.

Über Spiegelablesung s. **48** u. **49**.

64a. Messung starker Ströme mit Abzweigung.

Diese Bemerkungen haben für alle Galvanometer Bedeutung. Ist das Instrument für die zu messenden Ströme zu empfindlich, so führt man einen Teil des Stromes durch eine konstante Nebenschlieſsung unwirksam an dem Galvanometer vorüber.

Das Galvanometer läfst sich dann wie ein anderes verwenden, solange das Widerstandsverhältnis, also im allgemeinen auch die Temperatur, konstant bleibt.

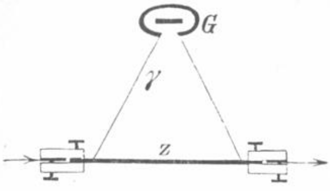
Ist C der Reduktionsfaktor des Instrumentes an sich, γ der Widerstand der Galvanometerleitung, z derjenige der Nebenleitung (der Abzweigung), so hat das abgezweigte Instrument den Reduktionsfaktor $v \cdot C$, wo das „Zweigverhältnis“ oder der „Abzweigungsfaktor“ (Beweis in Beisp. 1, S. 282)

$$v = (z+\gamma)/z \quad \text{oder} \quad 1+\gamma/z.$$

Ist $\gamma : z = 9:1$ oder $99:1$ etc., so wird $v = 10$, 100 etc.

Bequem ist also, wenn man zu einem Galvanometer vom Widerstande w über Zweigwiderstände gleich $w/9$, $w/99$ etc. verfügt oder auch über w, $8w$, $98w$, von denen w als Zweig dient, während die anderen dem Galvanometer zugeschaltet werden etc.

Kleine Zweigwiderstände müssen so in die Leitung eingeschaltet werden, dafs die Verbindungswiderstände unschädlich bleiben (vgl. S. 286), z. B. in der durch die Figur angedeuteten Verbindungsweise. Damit der erforderliche Zweigwiderstand nicht zu klein wird, kann man zum Galvanometer einen Widerstand zufügen, der dann in γ mit inbegriffen ist (Fig. zu **63** IV).



Das Metall des Zweigdrahtes mufs gegen Temperatur unempfindlich (Tab. 25) oder so dick sein, dafs es nicht durch den Strom in störender Weise erwärmt wird.

65. Sinusbussole (Pouillet).

Der Strom im Multiplikator werde durch Nachdrehen um den Winkel α wieder in die ursprüngliche Stellung zu der, alsdann ebenfalls um α abgelenkten, Nadel gebracht. Dann ist offenbar

$$i = C \cdot \sin \alpha.$$

Weil der Sinus höchstens $=1$ ist, so sind die Grenzen der Anwendbarkeit eng. Hat die Nadel noch eine besondere Teilung, so kann man stärkere Ströme mit geneigter Stellung der Nadel (etwa 45^0 und 70^0) beobachten. Um den gegenseitigen Reduktionsfaktor der Angaben bei verschiedener Neigung zu bestimmen, werden die Ablenkungswinkel α_1 und α_2 desselben Stromes bei beiden zu vergleichenden Neigungen gemessen. Dann ist $p = \sin\alpha_1/\sin\alpha_2$ dieser Faktor.

Über die absolute Bestimmung von C vergl. **69**.

Ein Vorteil der Sinusbussole besteht darin, dafs die Giltigkeit des Sinusgesetzes streng ist; ein Nachteil in zeitraubender Einstellung und doppelter Fehlerquelle.

Über das verwandte Torsionsgalvanometer siehe **77**.

66. Spiegelgalvanometer.

Für kleine, mit Spiegel und Skale (**48**, **49**) beobachtete Ablenkungen ist auch bei einem engen Multiplikator der Strom der Tangente der Ablenkung α proportional, oder auch bis zu Winkeln von einigen Graden merklich dem in Skalenteilen gemessenen Ausschlage e selbst, also

$$i = C \cdot \operatorname{tg}\alpha \quad \text{oder auch} \quad i = C/(2A) \cdot e = \mathfrak{C} \cdot e,$$

wenn A den Skalenabstand vorstellt. Über die Bestimmung des Reduktionsfaktors in absolutem Mafse vgl. **69**. Über Formen der Instrumente s. **67a**.

Die Grenze, bis zu welcher die Proportionalität angenommen werden darf, reicht im allgemeinen um so weiter, je kürzer die Nadel und je weiter der Multiplikator ist. Doch sind auch enge Multiplikatoren günstig, wenn sie zugleich breit sind. Die Abweichung von der Proportionalität ist nahe dem Quadrate des Ausschlags proportional, also $i = \mathfrak{C} n (1 + \mathfrak{C}' n^2)$. Man prüft die Konstanz, bez. man bestimmt den Korrektionsfaktor $\mathfrak{C}'$ mittels einer und derselben konstanten Säule (Daniell; Akkumulator), die man durch das Galvanometer und verschieden grofse Rheostatenwiderstände schliefst. Die Stromstärke ist dann dem Gesamtwiderstande (Säule + Galvanometer + Rheostat) umgekehrt proportional. Bei der Prüfung empfindlicher Instrumente werden die geeigneten Rheostatenwiderstände so grofs, dafs die ersten beiden Teile nur genähert bekannt zu sein brauchen.

Über ein genaues Verfahren mittels Nachdrehens des Multiplikators vgl. F. K., Wied. Ann. 26, 431. 1885.

Spiegelbussolen mit verschiebbaren Multiplikatoren (Wiedemann) werden empirisch justirt. Man vergleicht die Ausschläge durch einen und denselben Strom bei mehreren Stellungen der Multiplikatoren auf dem Mafsstabe und stellt die Ausschläge etwa graphisch dar. Wenn r der Halbmesser des Multiplikators, a sein Abstand von der kurzen Nadel, so sind die Ausschläge ungefähr mit $(a^2+r^2)^{-\frac{3}{2}}$ im Verhältnis.

Geringer Eisengehalt eines Kupferdämpfers kann bereits sehr stören, indem die Ruhelage inkonstant, oder der Ausschlag nach beiden Seiten ungleich wird. Äufserliche Spuren von Eisen werden durch Behandeln mit heifser Schwefelsäure beseitigt, die man nachher mit heifsem Wasser beseitigt. Auch Lacke sowie Hartkautschuk können durch Eisengehalt stören.

Über Kommutator vgl. **64** II, über die Messung stärkerer Ströme durch Abzweigung **64** III. — Über Aufhängung der Nadeln s. **55a**.

66a. Elektrodynamometer (W. Weber).

Dasselbe besteht aus einer festen und einer, zu dieser senkrechten, drehbaren Drahtrolle, welche beide von dem Strome durchlaufen werden. Die Direktionskraft wird von einer bifilaren Aufhängung oder von der Elasticität eines Aufhängedrahtes geliefert.

I. Dynanometer mit Ausschlägen.

Kleine Ausschläge α der beweglichen Rolle sind dem Quadrate der Stromstärke i proportional, also ist

$$i = C\sqrt{\alpha},$$

wo C ein Faktor für das betreffende Instrument ist. Die Empfindlichkeit des Instrumentes ändert man durch Verstellung des Abstandes der Bifilaraufhängung oder bei eindrähtiger Aufhängung durch Auswechseln des Aufhängedrahtes. C ist der Schwingungsdauer umgekehrt proportional. Über die absolute Bestimmung von C vgl. **69**.

Stromwechsel im ganzen Instrument ändert die Richtung des Ausschlages nicht. Mit einem Kommutator verbindet man daher nur die eine der Rollen. Für schwache Ströme wird das Dynamometer unempfindlich, da der Ausschlag dem Quadrate der Stromstärke proportional ist.

Für genaue Messungen sind Vorsichtsmafsregeln wegen des Erdmagnetismus und der elastischen Nachwirkung notwendig.

W e c h s e l s t r ö m e. Die häufigste Anwendung des Instrumentes bezieht sich auf Ströme, welche, einzeln von gleichem Stromintegral, rasch hinter einander in abwechselnder Richtung folgen. Von solchen Strömen mifst das Dynanometer nicht die Stärke im gewöhnlichen Sinne, aber die mittlere Energie des Stromes. Diese ist nämlich proportional der Summe der Produkte aus dem Quadrate der Stromstärke in die zugehörigen Zeitelemente, ausgedehnt über die Zeiteinheit, d. h. gleich dem mathematischen Ausdruck $\frac{1}{t}\int_0^t i^2 dt$, wenn i die Stromstärke und t deren Periode bedeutet. Mittlere Stromstärke eines Wechselstromes nennt man wohl die Quadratwurzel aus diesem Ausdruck.

Bei Wechselströmen ist auf die Selbstinduktion der Rollen Rücksicht zu nehmen. Insbesondere kann die Verteilung des Stromes zwischen dem Instrument und einer Abzweigung (**64** III) für rasch wechselnde Ströme von der aus den Widerständen berechneten Verteilung stark abweichen.

Ferner ist zu beachten, dafs, wenn die beiden Rollen nicht genau senkrecht aufeinander stehen, Wechselströme in der einen eine Induktion auf die andere ausüben. Um die senkrechte Stellung zu prüfen, leitet man Wechselströme nur durch die äufsere Rolle, während die innere in sich geschlossen ist. Die letztere darf dann nicht abgelenkt werden.

Bei eindrähtiger Aufhängung der beweglichen Rolle kann man für schwache Wechselströme die untere Zuleitung durch ein platinirtes (**7**, 18) Platinblech bewirken, welches in verdünnte Schwefelsäure untertaucht und zugleich zur Dämpfung dient. Den dünnen Stiel platinirt und glüht man.

II. Dynamometer mit Null-Ablesung (Siemens).

Die Stromstärke wird durch den Torsionswinkel φ einer elastischen Aufhängefeder bestimmt, indem man die abgelenkte bewegliche Rolle mittels eines Torsionskopfes auf Null zurückführt. Die Stromstärke i ist

$$i = C\sqrt{\varphi}.$$

Die Axe der beweglichen Rolle soll nordsüdlich stehen, damit der Erdmagnetismus nicht einwirkt. — Das Quecksilber der Zuleitungsnäpfe soll rein sein.

Über die Bestimmung bez. die Kontrole von C vgl. **69.**

III. Elektrodynamische Wage.

Gemessen wird die Kraft von einer festen auf eine lose, mit einer Wage verbundene Spule.

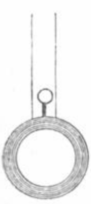
Wage von Lord Rayleigh. Eine flache, an einer Wage aufgehangene Spule befindet sich zwischen zwei gröfseren, einander gleichen und ebenfalls flachen Spulen in der Mitte. Die Axen der Spulen liegen in derselben Vertikalen. Der Abstand wird so regulirt, dafs die Kraft ein Maximum ist. In diesem Falle ist die Kraft auf die bewegliche Spule gleich dem Quadrate der Stromstärke multiplicirt mit den Windungszahlen der beiden Spulen und einem Faktor, welcher wesentlich aus dem Verhältnis der beiden Spulenhalbmesser berechnet wird. Man mifst durch Kommutiren des Stromes die doppelte Kraft an der Wage.

Wage von Helmholtz. Eine gröfsere Spule wirkt drehend auf eine, mit einem Wagebalken verbundene kleine Spule, deren Windungsfläche nach **83** bestimmt wird. Der Balken rollt auf Bändern, die zugleich den Strom zuleiten. Die Konstante des Instruments wird durch Vergleichung mit einer grofsen quadratischen Windung aus dünnem Blech, deren Wirkung auf die drehbare Spule man berechnen kann, empirisch bestimmt.

Eine andere Form bei Mascart, Exn. Rep. 19, 220. 1883; die obige Anordnung (in der Technik auch „Thomson'sche Wage“ genannt) Rayleigh, Phil. Trans. 1884, II, S. 411; Heydweiller, Wied. Ann. 44, 533. 1891, wo auch eine Anordnung ohne Wage beschrieben wird; über die Helmholtz'sche Wage s. Kahle, Wied. Ann. Bd. 58. 1896.

67. Bifilargalvanometer (Weber).

Der Strom i geht durch einen an zwei Zuleitungsdrähten aufgehangenen Multiplikator mit nordsüdlicher Windungsebene; die Fadenebene ist ostwestlich zu denken. Ist f die Gesamtfläche der Windungen (**83**), so ist fi das magnetische Moment der Stromspule und der Erdmagnetismus H (**59**) bewirkt das Drehungsmoment fiH.



D sei die Direktionskraft der bifilaren Aufhängung (**53**). f, H und D seien in [C-G-S] gemessen. Einer Ablenkung α entspricht der Strom

$$i = D/(fH) \cdot \operatorname{tg} \alpha \ [\text{C-G-S}].$$

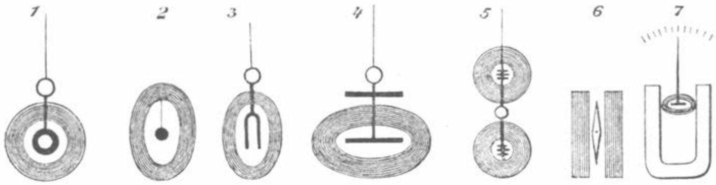
Absolute Strommessung mit Tangentenbussole und Bifilargalvanometer. Da H im Reduktionsfaktor der Tangentenbussole (**64** II) im Zähler vorkommt, so läfst die gleichzeitige Anwendung beider Instrumente einen Strom ohne Kenntnis des Erdmagnetismus absolut messen. Vgl. **77b**.

Auch f fällt heraus, wenn man so verfährt: Die Tangentenbussole mit n Windungen vom Halbmesser R sei im Abstande a nördlich oder südlich vom Bifilargalvanometer aufgestellt. Die Nadel werde um Φ abgelenkt, wenn die Wirkungen des Stromes im Bifilar und der Tangentenbussole sich summiren, um φ dagegen, wenn der Strom in der Tangentenbussole allein gewendet wird. Dann erhält man i aus

$$i^2 = \frac{R^2 D}{8\pi^2 n^2 a^3} \frac{(\operatorname{tg}\Phi - \operatorname{tg}\varphi)^2}{\operatorname{tg}\Phi + \operatorname{tg}\varphi} \operatorname{tg}\alpha.$$

Beweis einfach; vgl. **83.** Über einige Korrektionen s. **77b**.

67a. Formen der Strommesser.



1. **Galvanoskope mit Magnetnadeln.** Über den Gebrauch mit Spiegel und Skale (Fig. 1 bis 5) s. **66.** Die empfindlichsten Instrumente entstehen aus der Verbindung der Spiegelablesung mit einer in sich astatischen oder von aufsen astasirten Doppelnadel im Doppelmultiplikator (Fig. 5; Formen von Lord Kelvin, du Bois und Rubens, Paschen). Die gröfste erreichte „Normal“empfindlichkeit (S. 289) beträgt $7 \cdot 10^9$ mm/Am. Astatischen Systemen darf man, ohne eine Änderung der Empfindlichkeit befürchten zu müssen, keine starken Ströme zumuten.

Vollkommene innere Astasirung eines gewöhnlichen Nadelpaares ist schwer zu erreichen. Man hat vorgeschlagen, zwei vertikale Nadeln entgegengesetzt zu verbinden, dann entsteht die paarweise Gleichheit der Pole von selbst. Solche Nadeln kann man aber nur zwischen Multiplikatorhälften bringen; schwierig ist, dieselben genau parallel zu richten.

Will man den engen Multiplikator mit gröfserem Ausschlage benutzen, so mufs man das Instrument empirisch (**68. 69**) graduiren. Eine einfache Funktion von dem Ausschlage ist die Stromstärke im allgemeinen nicht.

Über empfindliche Gestalten der Multiplikatoren siehe u. a. W. Weber, W. Thomson, Mather.

2. **Vertikal drehbare Nadeln** (Fig. 6). Solche stehen unter dem Einflusse des Erdmagnetismus und der Schwere. Die Konstanz der An-

gaben setzt also voraus, dafs der Nadelmagnetismus und die Lage des Schwerpunkts gegen die Drehungsaxe, im allgemeinen auch die Stellung gegen den Meridian ungeändert geblieben ist. Die Skale mufs also oft kontrolirt werden.

3. **Strommesser mit Richtkraft durch einen Magnet** (Fig. 7). Besonders zum Zwecke der Messung starker Ströme gibt man der Nadel eine stärkere Direktionskraft, als die erdmagnetische, durch geeignet genäherte Stahlmagnete. Die Angaben solcher Instrumente werden durch magnetische Störungen von aufsen weniger beeinflufst; sie ändern sich aber mit dem Magnetismus jener Magnete, s. auch **55a**.

4. **Strommesser mit weichem Eisen.** S. auch 5. und 6. Unveränderlich und für manche Messungen genügend genau sind die Instrumente, bei denen der Strom auf weiches Eisen in mannichfach ersonnener Weise zunächst magnetisirend und dann drehend oder ziehend wirkt. Für mäfsige Ströme sind die Kräfte beiläufig dem Quadrate der Stromstärke proportional und in Folge dessen die Ausschläge unbrauchbar klein. Wechselströme (S. 297) wirken auf solche Instrumente. Eine Graduirung für dieselben mufs die Wechselfrequenz berücksichtigen.

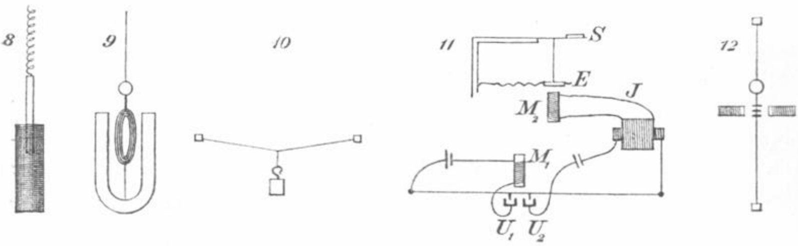
5. **Multiplikator mit weichem Eisendraht** (Bellati). Ein aufgehängter Eisendraht bilde mit der Windungsebene einen Winkel von etwa 45°. Ein Strom magnetisirt das Eisen und lenkt es infolge dessen zugleich ab. Die Ausschlagsrichtung ist von der Stromrichtung unabhängig, also kann man das Instrument für Wechselströme gebrauchen. Auch ein gewöhnliches Galvanometer mit schräg gestellter Nadel reagirt auf Wechselströme (Cheesman).

Vgl. Giltay, Wied. Ann. 25, 325. 1885.

6. **Feder-Stromwagen** (Fig. 8). Eine vertikale Spule zieht einen an einer elastischen Feder aufgehangenen Eisenkörper je nach der Stromstärke mehr oder weniger tief in sich hinein, Fig. 8. Die Elasticität von Stahlfedern ist sehr konstant. Die für schwächere Kräfte dienenden Neusilberfedern haben eine geringe elastische Nachwirkung. Die Graduirung des Instrumentes geschieht empirisch (**69**). Die Angaben sind sehr konstant, wenn man vor der Ablesung das Eisen tiefer in die Spule eintaucht, sonst bleiben dieselben bei ansteigender Stromstärke ein wenig hinter derselben zurück. Für schwache Ströme und Wechselströme gilt das unter 5 Gesagte. — Permanent magnetische Stahlnadeln sind auch für schwache Ströme geeignet. Nach längerem Nichtgebrauch magnetisirt man dieselben zuvörderst durch einen kräftigen Strom in der Spule.

7. **Drehbare Spule im Magnetfeld.** Die Windungen der nicht abgelenkten Spule sollen mit den Kraftlinien zusammenfallen. Ein Strom i erfährt dann ein ablenkendes Drehungsmoment $= i \cdot fH$, wenn f die Spulenfläche, H die Feldstärke bedeutet. Über die Anwendung des erdmagnetischen Feldes s. **67**.

Ein starkes Feld zwischen den Schenkeln eines Hufeisenmagnets liefert empfindliche Instrumente. Als Direktionskraft D der Spule dient die Elasticität von Federn (Weston) oder von Aufhängedrähten, welche zugleich den Strom zuführen (Fig. 9). Dem kleinen mit Spiegel und Skale gemessenen Ausschlage α entspricht der Strom $i = \alpha \cdot D/(fH)$. Die Proportionalität mit dem Ausschlage besteht im allgemeinen nur innerhalb enger Grenzen. Konstante Empfindlichkeit setzt ferner Konstanz des Stahlmagnetismus voraus; sie hängt auch von der Vertikalstellung ab. Fehlerquellen bilden die elastische Nachwirkung und leicht auch eine nicht zuverlässige Klemmung des Aufhängedrahtes.



Als Vorzug kommt den Instrumenten eine geringe Abhängigkeit von äufseren magnetischen Störungen zu, um so geringer, je stärker das Magnetfeld ist.

Geschlossen erfährt die Spule durch die in ihr inducirten Ströme eine Dämpfung, deren Gröfse aber nicht konstant, sondern dem Gesamtwiderstande umgekehrt proportional ist (vgl. unten).

Ein starkes Feld und feindrähtige Aufhängung, die freilich einen kleinen inneren Widerstand des Instruments ausschliefst, geben grofse Empfindlichkeit (Deprez-d'Arsonval). Eine Grenze aber ist dadurch gesetzt, dafs die gleichzeitig gesteigerte Dämpfung bis zur Unbrauchbarkeit des Instrumentes wächst, indem das Erreichen der Gleichgewichtslage Stunden beanspruchen kann. Empfindlichkeit durch feindrähtige Aufhängung dämpft weniger, als solche durch grofse Feldstärke oder Windungsfläche, wie man leicht übersieht.

Nämlich bei sehr grofser Dämpfung, wo die Trägheit der Masse nicht mehr von Bedeutung ist, gilt (78) für den Abstand x von der Gleichgewichtslage zur Zeit t die Bewegungsgleichung $-\frac{dx}{dt} = D\frac{w}{q^2} \cdot x$, wo $q = f \cdot H$ und w der Leitungswiderstand ist. $D \cdot w/q^2$ stellt also die relative Annäherungs-Geschwindigkeit an den Gleichgewichtsstand dar, welche hiernach mit abnehmendem q quadratisch, mit steigendem D nur in erster Potenz wächst.

Z. B. bewirke der Strom $i = 10^{-8}\,\mathrm{Am} = 10^{-9}$ [C-G-S] bei dem Skalenabstande 2000 mm den auf den normalen Galvanometerwiderstand $w = 1\,\mathrm{Ohm} = 10^9$[C-G-S] berechneten (S. 289) Ausschlag 1 mm, d. h. $\alpha = 1/4000$, eine im Vergleich mit andern Galvanometern mäfsige Empfindlichkeit. Dann ist also $10^{-9} = \frac{1}{4000} \cdot D/(fH)$ oder $D/(fH) = 4 \cdot 10^{-6}$. Zur Aufhängung diene ein 10 cm langer Silberdraht vom Durchmesser $2r = 0{,}01$ cm. Der Torsionsmodul des Silbers ist (**36**) $[F] = 29 \cdot 10^{10}$, also

$$D = \tfrac{1}{2}\pi[F]r^4/l = 28\,[\text{C-G-S}].$$

Danach mufs fH oder $q = 28/(4 \cdot 10^{-6}) = 7 \cdot 10^6$ sein, also $q^2 = 49 \cdot 10^{12}$. Die relative Annäherungsgeschwindigkeit wird also

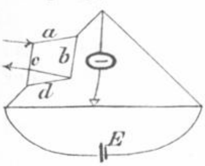
$$= D \cdot w/q^2 = 28 \cdot 10^9/(49 \cdot 10^{12}) = 1/(1800\ \text{sec}) = 1/(30\ \text{min}).$$

In 1 min nähert sich die Spule der Gleichgewichtslage um 1/30, sie gebraucht, um auf den halben Abstand zu kommen, etwa 20 min. Ein solches Instrument ist also, kurz geschlossen, unbrauchbar und verlangt einen äufsern, mehr als hundertmal gröfseren Widerstand, um brauchbar zu werden.

8. **Ballistische Galvanometer** (z. B. Fig. 4). Die Schwingungen sind hinreichend langsam, dafs Ausschläge der bewegten Nadel und Schwingungsdauern gemessen werden können. Über Aichung des Instruments s. **78a**; über Theorie **78**, über Anwendungen **78a**, **79**, **80**, **81**, **81a**, **81b**, **81c** II, **82** I u. II, **83a**, **85** 3, **86** III.

9. **Hitzdraht-Strommesser** (Cardew). Die durch einen Strom in einem Widerstande entwickelte Wärme ist dem Quadrat der Stromstärke proportional. In den Grenzen, innerhalb deren die abgegebene Wärmemenge dem Temperaturüberschusse über die Umgebung proportional und der Widerstand hinreichend konstant ist, mifst also die Temperaturerhöhung eines Drahtes das Quadrat der Stromstärke (wie bei dem Dynamometer). Die Erwärmung wird aus der Ausdehnung (Fig. 10), ev. durch eine Übertragung auf einen drehbaren Zeiger oder Spiegel, auch wohl thermoelektrisch, beurteilt. Für weitere Stromgrenzen wird empirisch geaicht. Als Leiter eignen sich Eisen, Nickel, reines Platin.

10. **Hitzdraht in der Doppelbrücke nach dem „Bolometerprincip“** (Paalzow und Rubens, Wied. Ann. 37, 529. 1889). In der grofsen Verzweigung, welche durch ein, einige Zeit zuvor geschlossenes, konstantes



Element E gespeist wird, sind die Widerstände so abgeglichen (**71b**), dafs das Galvanoskop keinen Strom zeigt. Der zu messende, konstante oder Wechsel-Strom wird alsdann durch das Viereck $a\ b\ c\ d$ geschickt, in welchem $a : b = c : d$ (z. B. $a = b = c = d$) gemacht ist, damit die beiden Stromquellen sich gegenseitig nicht beeinflussen. Durch die Stromwärme ändert sich der Widerstand des Vierecks und das Galvanometer zeigt einen der Energie des zu messenden Stromes proportionalen Ausschlag.

Um von äufseren Änderungen ungestört zu bleiben, gestaltet man dem Viereck einen Nachbarzweig der grofsen Verzweigung kongruent und schliefst beide Zweige in dasselbe Kästchen ein.

Das Verfahren kann äufserst empfindlich gemacht werden und dient z. B. zur Beobachtung der Strahlungsenergie Hertz'scher elektrischer Wellen.

11. **Telephon.** Dasselbe reagirt auf hinreichend plötzliche Stromschwankungen, insbesondere auf Wechselströme. Hier wächst die Empfindlichkeit mit der Schwingungszahl N. Bei 40 Ohm Widerstand liefs sich noch wahrnehmen (Rayleigh)

für $N =$	150	250	350	450	550	$650 \cdot 1/\mathrm{sec}$
der Strom	1400	90	22	9	6	$4 \cdot 10^{-8}$ Amp.

12. **Optisches Telephon**, Fig. 11 (M. Wien). Die vor dem Elektromagnet M_2 vibrirende Feder mit Eisenstückchen E bewegt den Spiegel S, in welchem das Bild eines Spaltes oder einer Glühlampe beobachtet wird, welches sich durch die Schwingung verbreitert. Die Anregung geschieht durch die inducirten Wechselströme des Inductoriums J, dessen primärer Strom durch den einen Quecksilber-Unterbrecher U_2 an einem gespannten Eisendraht fliefst, welcher Draht durch den Elektromagnet M_1 und den Selbstunterbrecher U_1 eines anderen Stromkreises in Schwingung versetzt wird. Dieses optische Telephon reagirt nur auf Anregungen, die mit der eigenen Schwingungsdauer übereinstimmen. Die Amplitude ist der erregenden Stromstärke ungefähr proportional. Die Abstimmung des Unterbrechers geschieht durch Längen- oder Spannungs-Änderung der Saite.

Das Rubens'sche „Vibrationsgalvanometer" (Fig. 12) benutzt ähnlich Torsionsschwingungen eines Drahtes mit Spiegelchen, die durch eiserne Querstäbchen zwischen 4 Polen von Elektromagneten angeregt werden. Bei 300 Ohm Widerstand sind Ströme von der mittleren Stärke $3 \cdot 10^{-9}$ Am noch wahrnehmbar. Die Abstimmung geschieht durch Änderung der Länge oder Belastung des Drahtes.

M. Wien, Wied. Ann. 42, 593; 44, 681. 1891. Rubens, ib. 56, 27. 1895.

68. Strommessung mit dem Voltameter (Faraday).

Die mit einem Voltameter gemessenen chemischen Zersetzungsprodukte eines Stromes lassen die Stromstärke nach einem genau definirten und mit dem vorigen vergleichbaren Mafse mit Hilfe der folgenden Sätze bestimmen.

1. Die durch verschiedene Ströme in derselben Zeit zersetzten Mengen sind der Stromstärke proportional.

2. Die Zersetzungsprodukte eines und desselben Stromes in verschiedenen Elektrolyten sind einander chemisch äquivalent. (Faraday-sches Gesetz.)

3. Der Strom 1 Am oder $0{,}1\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$ zersetzt oder scheidet aus

	Silber	Kupfer	Wasser	
in 1 Sekunde	1,118 mg	0,3284 mg	0,0933 mg	0,1740 ccm Knallgas 0° und 760 mm
in 1 Minute	67,1 mg	19,70 mg	5,59 mg	10,44 ccm Knallgas 0° und 760 mm

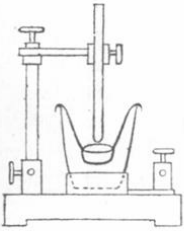
Diese Menge, das elektrochemische Äquivalent (Weber) eines Stoffes für 1 Am, soll A heifsen.

Der zu messende Strom i gehe während einer Zeit τ durch die Flüssigkeit; die dadurch zersetzte oder ausgeschiedene Menge sei m. Dann ist die Stromstärke

$$i = \frac{1}{A}\frac{m}{\tau}\,\text{Am oder} = \frac{1}{10A}\frac{m}{\tau}\,\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}/\text{sec}.$$

I. Silber-Voltameter.

15- bis 30procentige Lösung von Silbernitrat (Höllenstein) vom spec. Gew. 1,15 bis 1,35 mit einer Anode aus Silber. Gewogen wird der Niederschlag an der Kathode. Bequeme Form ist ein Silber- oder Platintiegel als Kathode (Poggendorff); ein Stift aus reinem Silber bildet die Anode. Gegen Herabfallen von Teilen der Anode schützt am besten ein eingehängtes Glasschälchen. Der Niederschlag wird mit heißem destillirten Wasser gewaschen, bis keine Reaktion des erkalteten Waschwassers auf Salzsäure erfolgt, warm getrocknet und etwa 10 min nach dem Erkalten gewogen. Starker Strom gibt leicht Silberfäden, welche nach der Anode durchwachsen und die Messung verderben.



Im Vacuum pflegt man etwa 1/1000 Silber mehr zu erhalten als in der Luft (A. Schuster u. Crossley, Proc. Roy. Soc. 50, 344. 1892; Myers, Wied. Ann. 55, 288. 1895).

II. Kupfer-Voltameter.

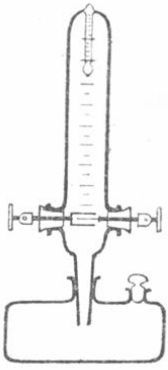
Fast gesättigte Lösung von reinem Kupfersulfat in destillirtem Wasser: etwa 1 g krystallisirtes Salz in 3 ccm Wasser gelöst; spec. Gewicht ungefähr =1,16. Anode aus reinem Kupfer; Kathode Kupfer oder Platin. Gemessen wird ebenfalls die Gewichtszunahme der Kathode, welche abgespült und rasch zwischen Fließpapier und dann wenn möglich unter der Luftpumpe oder im Exsikkator getrocknet wird.

Der Stromstärke muß die Größe der Elektroden angemessen sein. Damit der Niederschlag fest haftet, darf die Stromstärke nicht mehr als etwa 1 Am auf 25 cm² der Kathode betragen. Bei schwachem Strome können im Gegenteil große Elektroden Fehler veranlassen. Die meistens etwas sauere Kupferlösung bewirkt nämlich durch Auflösung einen der Zeit proportionalen, oft recht merklichen Verlust der Elektroden.

Vgl. hierüber Gray, Phil. Mag. 25, 179. 1888; Vanni, Wied. Ann. 44, 214. 1891, wo auch ein Recept für einwandsfreie Kupferlösungen gegeben wird.

III. Wasser-Voltameter.

10- bis 20procentige reine Schwefelsäurelösung (1,07 bis 1,14 spec. Gew.) wird zwischen blanken Platinelektroden zersetzt.



Bei starkem Strome mifst man das entwickelte Knallgas als Ganzes. Mit dicht aneinander stehenden Elektroden von etwa je 15 cm² wirksamer Fläche können so Ströme bis 40 Am noch ohne lästige Erwärmungen gemessen werden. Das neben gezeichnete Instrument wird nach dem Gebrauch (während dessen der kleine Stöpsel zu entfernen ist!) durch Umkehren wieder gefüllt. Die Elektroden sind in Wirklichkeit gegen die Stellung der Figur um 90° zu drehen. Das Knallgas soll nicht so weit entwickelt werden, dafs Stromunterbrechung eintritt, weil sonst durch einen Funken Explosion entstehen kann.

Das bei der Temperatur t unter dem Drucke p_0 mm Hg von 0° gemessene Volumen v wird auf 0° und 760 mm reducirt nach der Formel (Tab. 7)

$$m = \frac{v}{1+0{,}00367\,t} \cdot \frac{p_0}{760}.$$

Um den Druck p_0 des trockenen Knallgases zu finden, mufs von dem Barometerstand b (**20**) erstens der Druck der Schwefelsäure-Höhe über der äufseren Oberfläche abgerechnet werden. Jene Höhe sei $=h$ und die Dichtigkeit der Säure $=s$. Dann ist also von b abzurechnen $hs/13{,}6$.

Zweitens ist abzurechnen die Spannkraft des Wasserdampfs im Knallgase. Wäre dieses aus Wasser entwickelt, so würde die Spannkraft e zur Temperatur t aus Tab. 13 entnommen werden. Über der Schwefelsäure ist die Spannkraft kleiner $=k \cdot e$, wo k ein echter Bruch ist. Es ist für

	0%	18	27	33% H_2SO_4
$k=$	1,0	0,9	0,8	0,7.

Der Druck des trockenen Gases ist also
$p_0 = b - hs/13{,}6 - k \cdot e$ oder praktisch nahe $p_0 = b - h/12 - 0{,}9 \cdot e$.

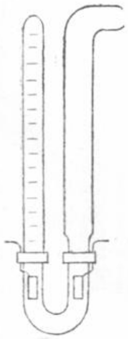
Bequeme Tabelle für 15- bis 20proc. Schwefelsäure. Die von dem Strom 1 Am entwickelte Menge feucht gemessenen Knallgases ist unter den gewöhnlichen Versuchsverhältnissen nicht weit von $\frac{1}{5}$ ccm/sec. Die folgende Tabelle gibt für verschiedene Drucke p und Temperaturen t die Korrektion, welche man an dem gemessenen Volumen anbringen mufs, um mit dem korrigirten Volumen v_0 nachher genau rechnen zu können:

$$i = 5{,}0 \cdot \frac{v_0}{\tau} \text{ Am.}$$

Man hat zu dem Zweck zu jedem beobachteten cm³ so viele Tausendtel zu addiren, bez. wenn negativ zu subtrahiren, wie die Tabelle zu t und p angibt. p ist dabei der beobachtete Gesamtdruck des Gasvolumens, d. h. $p = b - h/12$ (s. oben).

t	$p = 700$	710	720	730	740	750	760 mm
10°	+ 9	+ 24	+ 38	+ 53	+ 68	+ 82	+ 97
15°	− 13	+ 2	+ 16	+ 30	+ 44	+ 59	+ 73
20°	− 35	− 21	− 7	+ 7	+ 21	+ 35	+ 49
25°	− 58	− 45	− 31	− 17	− 4	+ 10	+ 24

F. K., Elektrotechn. Z. S. 1885, S. 190.



Bei schwachen Strömen ist, weil der Sauerstoff infolge von Ozonbildung teilweise vom Wasser absorbirt wird, nur das entwickelte Wasserstoffgas aufzufangen und durch Multiplikation mit $\frac{3}{2}$ das Volumen des Knallgases zu berechnen. Das neben gezeichnete Voltameter läfst den geteilten Schenkel durch blofses Umkehren wieder mit der Flüssigkeit anfüllen.

Da die Polarisation Wasserstoff-Sauerstoff auf Platin fast 3 Volt beträgt, so verlangt die Zersetzung mindestens 3 Daniell- oder 2 Bunsen-Elemente oder 2 Akkumulatoren.

Beispiel. $v = 198$ cm³ Knallgas in $\tau = 117$ sec bei $t = 17{,}8°$ und $b = 754$ mm. Flüssigkeitssäule (20% H_2SO_4) unter dem Gase $h = 112$ mm. Also Druck des feuchten Gases $p = 754 - 112/12 = 745$ mm. Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes bei 17,8° (Tab. 13) $e = 15{,}1$, also Druck des trockenen Gases $p_0 = 745 - 0{,}88 \cdot 15{,}1 = 732$ mm. Das auf 0° u. 760 mm reducirte Volumen trockenen Knallgases also

$$m = \frac{198}{1+0{,}00367\cdot 17{,}8}\,\frac{732}{760} = 179{,}0 \text{ ccm}$$

und

$$i = \frac{1}{0{,}1740}\,\frac{179{,}0}{117} = 8{,}79 \text{ Am} = 0{,}879 [\text{C-G-S}].$$

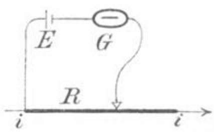
Oder: Die Tabelle gibt für $p = 745$ mm bei $15^0 = +51$, bei $20^0 = +28$, also bei $17^0{,}8 = +38$. Also

$$v_0 = 198\cdot 1{,}038 = 205{,}5, \quad \text{und} \quad i = 5\cdot 205{,}5/117 = 8{,}78 \text{ Am}.$$

68a. Strommessung mit Rheostat und Normal-Element (Kompensationsmethode).

Vgl. auch die verwandte Methode am Schlufs von **76a.**

I. Der zu messende Strom i durchfliefse einen blanken Draht, dessen Widerstand/Längeneinheit bekannt ist, mit Schleifkontakt oder einen Rheostaten, von welchem man abzweigen kann. In dem Zweige befinden sich das Galvanoskop G und ein (oder mehrere) Element von bekannter Spannung E, die Richtung von E der Stromrichtung entgegengeschaltet. Man wählt den Widerstand R der Strecke, von welcher abgezweigt wird, so, dafs der Strom in G verschwindet. Dann ist



$$i = E/R.$$

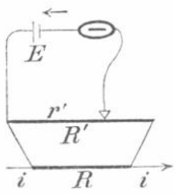
Folgt aus der zweiten Kirchhoff'schen Regel S. 282.

Für E kann ein Akkumulator, ein Daniell-, Clark- oder Cadmium-Element dienen; s. S. 283 bis 285 deren Spannungen. E in Volt, R in Ohm gibt i in Ampere.

Ein Stöpselrheostat läfst sich im allgemeinen nicht verwenden, ohne dafs durch die Herstellung des richtigen R der Gesamtwiderstand, und damit i selbst geändert wird. Nur wenn in der unverzweigten Leitung bereits ein sehr grofser Widerstand liegt, werden die Änderungen aufser Betracht bleiben können. Ein zweiter Rheostat in der unverzweigten Leitung läfst dies vermeiden. Man schaltet in diesem ebenso viel Widerstand aus bez. ein, wie man zur Herstellung des richtigen R gleichzeitig ein- bez. ausschalten mufs.

Über einen Kompensationsapparat s. Feufsner, Z. S. f. Instr. 1890. 1; Raps, ib. 1895, 215.

II. Nebenschaltung. Besonders für starke Ströme kann die folgende Anordnung zweckmäfsig sein. An einen bekannten Widerstand R der Hauptleitung, welcher nur so grofs zu sein



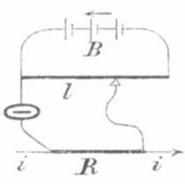
braucht, dafs $Ri > E$ (also wenn E ein Clark-Element für $i = 100$ Am z. B. $R = 0{,}02$ Ohm), wird eine Abzweigung zu einem Rheostaten gelegt. Der Übergangswiderstand mufs nur klein sein gegen den Gesamtwiderstand der Abzweigung. Der letztere heifse R', während r' derjenige Widerstand ist, von welchem man in dem Zweige wieder zu Element und Galvanoskop abzweigen mufs, um hier den Strom Null zu erhalten. Dann ist $i = E(R+R')/(Rr')$.

Folgt aus $(i-i')R = i'R'$ und $i'r' = E$, wenn i' der Strom in der Abzweigung.

Wenn R' grofs gegen R, so wird durch Stöpseln in R' der Strom i wenig geändert.

III. Übertragung. Irgend eine konstante Säule B (Akkumulatoren) wird durch einen konstanten Widerstand mit Schleifkontakt geschlossen. An diesen Strom legt man zunächst ein Normalelement (E) und ein Galvanoskop so an, dafs der Zweig stromlos ist; die Drahtlänge zwischen den Abzweigungspunkten sei für diesen Fall $= l_0$, also E/l_0 das Potentialgefälle auf dem Draht. Das Normalelement wird nun entfernt.

Nunmehr kann derselbe Draht mit dem Strome seiner Hilfsbatterie B, dessen Konstanz nötigenfalls mit irgend einem



Strommesser geprüft werden kann, zur Messung eines anderen Stromes i gebraucht werden. Von einem bekannten Widerstande R in der Leitung des letzteren zweigt man nämlich durch das Galvanoskop und ein solches Stück l des Rheostatendrahtes ab, dafs der Strom im Galvanoskop verschwindet (Fig.). Dann hat man offenbar

$$i = \frac{E}{l_0} \cdot \frac{l}{R}.$$

Fehlerquellen zu I, II u. III. Fehler können erstens aus der Stromwärme entstehen. Zweitens wird das Element E während des Ausprobirens der Widerstände von Strömen durchflossen, die, wenn sie nicht sehr schwach sind, die el. Kraft E

eines Clark-Elementes beeinträchtigen können. Es ist also zu empfehlen, während des groben Ausprobirens einen grofsen Widerstand zu E zu schalten (s. Figur und Bemerkung S. 288), den man vor der letzten Abgleichung entfernt.

69. Vergleichung und absolute Bestimmung von Galvanometerkonstanten und Graduirung eines Strommessers.

Über die sog. Normal-Empfindlichkeit von Spiegelbussolen vgl. **63** am Schlufs.

Empirische Bestimmung eines Reduktionsfaktors.

Das Gesetz für den Ausschlag α eines Galvanometers oder Dynamometers etc. sei bekannt, also z. B. die Stromstärke

$$i = C \cdot \alpha \quad \text{oder} \quad C \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \text{oder} \quad C \cdot \sin \alpha \quad \text{oder} \quad C \cdot \sqrt{\alpha} \text{ etc.}$$

Der Reduktionsfaktor C aber lasse sich nicht berechnen; dann bestimmt man denselben empirisch auf einem der folgenden Wege.

I. Mit einem Normalgalvanometer.

Diese Methoden umfassen auch die Aufgabe, zwei Galvanometerkonstanten mit einander zu vergleichen.

a) In gewöhnlicher Schaltung. Das Instrument von unbekanntem Reduktionsfaktor C wird mit einem solchen von bekanntem Reduktionsfaktor C_1 in denselben Stromkreis hintergeschaltet. Ergibt das letztere die Stromstärke i, das andere den Ausschlag α, so ist, je nach dem Instrument,

$$C = \frac{i}{\alpha} \quad \text{oder} \quad \frac{i}{\operatorname{tg}\alpha} \quad \text{oder} \quad \frac{i}{\sqrt{\alpha}} \quad \text{u. s. w.}$$

Die Galvanometer-Anzeigen können Winkel, Skalenausschläge, auch Gewichte bedeuten, aber auch Funktionen wie tangens, sinus, Wurzel eines Ausschlags etc. Zur Abkürzung denken wir uns im Folgenden diese Funktion in α etc. schon enthalten. In diesem Sinne kann man also sagen: sind α und α_1 die Ausschläge etc. beider Galvanometer, so ist

$$C : C_1 = \alpha_1 : \alpha.$$

b) Durch successive Einschaltung; nur für empfindliche Galvanometer genau und bequem. Es werde dieselbe konstante Säule folgeweise durch das eine und das andere Instrument geschlossen. Die beiden Gesamtwiderstände seien W und W_1 etc. Dann ist $C : C_1 = \alpha_1 W_1 : \alpha W$.

c) Mit Abzweigung; für Instrumente von sehr ungleicher Empfindlichkeit. Die Instrumente werden hintergeschaltet, das empfindlichere aber mit einer Abzweigung z (**64a**) versehen, während seine eigene Leitung den Widerstand γ habe. Es ist

$$C : C_1 = \alpha_1 : (\alpha(\gamma + z)/z).$$

d) Im Nebenschlufs. Ein Strom werde durch beide Galvanometer nebeneinander verzweigt, nötigenfalls unter Einschaltung von Rheostatenwiderständen. Die Gesamtwiderstände der Zweige seien w und w_1 u. s. w. Es ist

$$C : C_1 = \alpha_1 w_1 : \alpha w.$$

Meistens empfiehlt sich die Anwendung von Kommutatoren, besonders auch, um Wechselwirkungen der Galvanometer zu eliminiren.

e) Zwei Windungslagen I und II desselben Instruments reducirt man auf einander, indem man denselben Strom durch beide hintereinander schickt: erstens gleichsinnig, Ausschlag $= \alpha$; alsdann II kommutirt, Ausschlag $= \alpha'$. Es ist dann $\alpha : \alpha' = (C_1 + C_2) : (C_1 - C_2)$, also

$$C_1 : C_2 = (\alpha + \alpha') : (\alpha - \alpha').$$

II. Mit dem Voltameter.

Man läfst einen Strom durch das Galvanometer und ein Voltameter eine gemessene Zeit lang hindurchgehen. Der Ausschlag sei α; die Stromstärke i im Voltameter findet sich nach **68.** Dann ist der Reduktionsfaktor je nach der Natur des Galvanometers $C = i/\mathrm{tg}\,\alpha$ oder $C = i/\alpha$ u. s. w.

Da ein Strom, besonders bei eingeschaltetem Voltameter, selten ganz konstant bleibt, so beobachtet man die Nadel z. B. von Minute zu Minute, und nimmt schliefslich das Mittel aus den α oder $\mathrm{tg}\,\alpha$ u. s. w. Über Abzweigung am Galvanometer (nicht am Voltameter!) s. I c. Kommt der Erdmagnetismus ins Spiel, so schützt ein Kommutator (**63** III) vor den Fehlern aus der Nullpunktsverschiebung.

III. Mit einer bekannten elektromotorischen Kraft.

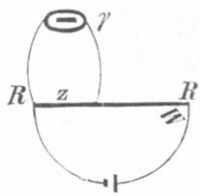
1. Direkt. Für einen empfindlichen Strommesser hat man ein oft genügendes sehr einfaches Verfahren, indem man denselben mit einer Säule von bekannter elektromotorischer Kraft

(**63** II) (Daniell, Akkumulator, für die allerempfindlichsten Instrumente auch Clark) und mit einem bekannten grofsen Widerstande zum Strome schliefst. Beträgt die Kraft E Volt, der Gesamtwiderstand w Ohm, so ist die Stromstärke

$$i = E/w \text{ Am und dann wieder } C = i/\alpha \quad \text{u. s. w.}$$

w ist also der eingeschaltete Widerstand + Galvanometer + Säule. Der letztere kann bei sehr empfindlichen Galvanometern oft vernachlässigt werden.

Stehen keine ausreichend grofsen Widerstände zur Verfügung, so legt man das Galvanometer an einen Nebenschlufs. z sei der Widerstand des letzteren, W der Gesamtwiderstand der Leitung ohne den Galvanometerzweig, welcher selbst den Widerstand γ habe, dann ist (**63** II)



$$i = E \cdot z/(W\gamma + Wz - z^2).$$

2. Mit Kompensation. Wie man eine Stromstärke mit einer bekannten el. Kraft mifst, ist in **68a** gezeigt. Der zu untersuchende Strommesser wird mit einer geeigneten Batterie, und eventuell einem Rheostaten zur Regulirung, in die Stromleitung i gesetzt; Fig. S. 307. Mit zuverlässigen Elementen und mit Umsicht angewendet ist die Methode sehr brauchbar.

Über die ballistische Konstante eines Strommessers s. **78a.**

Graduirung eines Strommessers.[1]

Für die meisten der in **67a** genannten Strommesser mufs die ganze Skale empirisch hergestellt werden. Man schaltet zu diesem Zwecke das Instrument nach I mit einem Normalgalvanometer oder nach III mit einem Normalelement in denselben Stromkreis und beobachtet eine Anzahl von Einstellungen bei verschiedenen Stromstärken, etwa mit Anwendung einer vorläufigen Grad- oder mm-Teilung, und interpolirt daraus die Teilstriche für runde Stromstärken. Eine graphische Darstellung der gemachten Beobachtungen auf Koordinatenpapier, die Stromstärke als Abscisse, die Einstellung als Ordinate genommen,

---

1) Strommesser von geeigneter Beschaffenheit werden von der Physik.-Techn. Reichsanstalt geprüft.

wird hier am dienlichsten sein. Durch die eingetragenen Punkte zieht man eine Kurve, aus welcher die anzubringende Skale entnommen wird.

Über Graduirung von Spiegel-Galvanometern s. **66.**

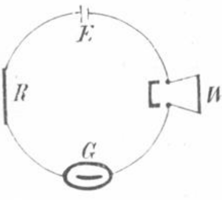
70. Widerstandsbestimmung durch Vertauschung.

Über Widerstands-Einheiten und Rheostaten s. **63** I und IV, über sichere Verbindungen **63** III. — Über Messung sehr großer Widerstände vgl. **86b.**

Widerstände auf ihre Gleichheit zu prüfen, wird verlangt sowohl bei der Kopierung eines Widerstandes, als auch bei der Bestimmung eines unbekannten Widerstandes mittels eines Satzes von bekannten Widerständen. Wir nehmen diese letztere Aufgabe an.

Widerstände sind gleich, wenn sie, einzeln in denselben Stromkreis eingeschaltet, dieselbe Stromstärke geben.

Man stellt also einen Stromkreis her, bestehend aus der galvanischen Säule *E*, dem Galvanoskop *G*, dem Rheostaten *R*.



Der zu bestimmende Widerstand *W* ist in der Zeichnung eingeschaltet, kann aber, etwa durch Herstellung einer widerstandsfreien Nebenschließung (die gewöhnlichen Stromschlüssel sind oft unzuverlässig), ausgeschaltet werden. Zuerst wird die Einstellung der Galvanoskopnadel beobachtet, während *W* eingeschaltet, der Rheostat aber gestöpselt, d. h. ausgeschaltet ist. Dann wird *W* ausgeschaltet; die Menge Rheostatenwiderstand, welche statt dessen eingeschaltet werden muſs, um die Nadel auf dieselbe Einstellung zurückzuführen, ist gleich dem gesuchten Widerstand *W*.

Wenn der Rheostat nicht Widerstände in beliebig kleinen Intervallen herzustellen erlaubt, sondern nur sprungweise verschiedene, so interpolirt man (5). Man beobachtet die Nadeleinstellungen bei dem nächst kleineren und dem nächst gröſseren Widerstand des Rheostaten. Sind die Unterschiede klein, so kann man Proportionalität zwischen Vergröſserung des Widerstandes und Verringerung des Ausschlages annehmen. Ist also die Einstellung der Nadel beobachtet

α bei dem gesuchten Widerstand W,

α_1 und α_2 bei den Rheostatenwiderständen R_1 und R_2,

so ist $$W = R_1 + (R_2 - R_1)(\alpha - \alpha_1)/(\alpha_2 - \alpha_1).$$

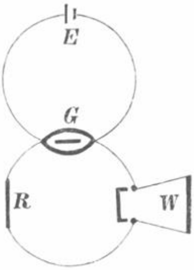
Beispiel. Eingeschaltet	W	$R_1 = 14$	$R_2 = 15$ Ohm
Nadeleinstellung	$\alpha = 45{,}3$	$\alpha_1 = 47{,}9$	$\alpha_2 = 44{,}5$

Dann ist $W = 14 + 2{,}6/3{,}4 = 14{,}76$ Ohm.

Die Methode gibt bei nicht zu kleinen Widerständen eine mäfsige Genauigkeit. Verlangt wird eine konstante Säule (Daniell, Akkumulator). Kleine Veränderungen derselben lassen sich durch passende Wiederholung der Beobachtung und Mittelnehmen eliminiren, werden auch durch rasche Beobachtung verringert.

Wenn der zu messende Widerstand klein ist, so schlägt die Nadel vielleicht über die Teilung hinaus. Man kann dies verhindern, indem man einen anderen Widerstand konstant als Ballast einschaltet. Die Messung wird aber hierdurch unempfindlicher. Besser ist es deswegen, die Ausschläge durch einen konstant hingelegten Magnet zu verringern. Oder, was das beste ist, man verschafft sich eine angemessen kleinere el. Kraft nach Fig. S. 285.

Zweigschaltung. Endlich kann es, besonders bei kleinen zu messenden Widerständen, auch vorteilhaft sein, das Galvanometer G und den zu bestimmenden Widerstand W bez. Rheostaten R in verschiedene Zweige des Stromes einzuschalten. Die Gleichheit des Ausschlages zeigt wie oben die Gleichheit der ausgewechselten Widerstände an.



Über die Berechnung des specifischen Widerstandes oder Leitvermögens s. **63**, 1.

71. Widerstandsbestimmung durch Strommessung.

I. Direkte Methode (Ohm).

Man schliefst eine Säule durch ein Galvanometer, nötigenfalls unter Zufügung eines Widerstands-Ballastes; die Stromstärke sei $= J$. Der zu bestimmende Widerstand W wird zugeschaltet; die Stromstärke sei i_0. Statt seiner wird ein bekannter Widerstand R eingeschaltet; die Stromstärke sei i. Dann ist

$$W = R\frac{J - i_0}{J - i}\frac{i}{i_0}.$$

Für J, i, i_0 werden die Ausschlagswinkel bez. deren Tangenten, Sinus u. s. w. gesetzt.

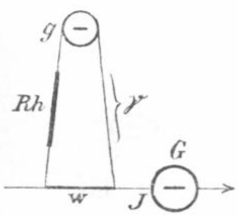
Die Methode liefert wegen der Inkonstanz der Elemente nur bei nicht zu kleinen Widerständen gute Resultate. Sind die zu vergleichenden Widerstände sehr grofs, so kann unter Umständen der übrige Widerstand vernachlässigt werden; dann fällt J weg und es ist einfach $W = R \cdot i/i_0$.

II. Abzweigungsmethoden.

Solche Methoden sind u. A. von Bedeutung, um Widerstände von Leitern zu bestimmen, die durch den Strom beeinflufst werden, z. B. von elektrischen Lampen, während sie leuchten.

Ferner sind dieselben wertvoll bei der Vergleichung kleiner Widerstände. Die Abzweigungen von den letzteren sind nach S. 286 einzurichten.

1. Man leitet einen konstanten Strom durch ein Galvanometer G (Tangentenbussole) und den zu messenden Widerstand hinter einander. An die Enden des letzteren wird eine Ableitung durch ein empfindliches Galvanometer g (Spiegelgalvanometer), dessen Reduktionsfaktor mit dem des Hauptgalvanometers verglichen ist, und durch einen zugefügten grofsen Rheostatenwiderstand gelegt. γ sei der bekannte Gesamtwiderstand dieser Ableitung, J sei die Stärke des Stammstromes, i diejenige in der Ableitung. Dann ist der gesuchte Widerstand



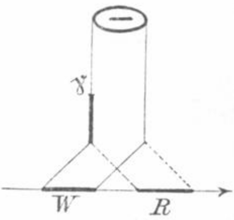
$$W = \gamma\, i/(J - i).$$

Unbequem ist hier die Vergleichung der beiden Galvanometer mit einander; vorteilhaft für manche Zwecke, z. B. für die Widerstandsbestimmung von Glühlampen, welche man doch mit starkem Strom ausführen mufs, ist, dafs der Vergleichswiderstand γ keinen starken Strom bekommt.

2. Die obige Ableitung enthalte einen Spannungsmesser (**76a, 77**) vom Widerstande γ Ohm und zeige die Spannung P Volt. Die Stärke des Stammstromes betrage J Am. Dann ist

der gesuchte Widerstand gleich $\frac{P}{J-P/\gamma}$ Ohm. Diese Methode unterscheidet sich von Nr. 1 eigentlich nur durch den Namen Spannungsmesser.

3. Sehr oft und gut brauchbar ist das folgende Verfahren. Die zu vergleichenden Widerstände W und R werden in denselben konstanten Stromkreis hinter einander geschaltet. Man legt erst an die Endpunkte des einen, dann an die des anderen Widerstandes eine Ableitung mit sehr großem Widerstande durch ein empfindliches Galvanometer oder einen Spannungsmesser an. Vorausgesetzt, daß die beiden zu vergleichenden Widerstände sehr klein sind gegen den Widerstand γ der Zweigleitung, so verhalten sie sich zu einander direkt wie die zugehörigen Stromstärken i_w und i_r oder Spannungen in den angelegten Ableitungen. Im anderen Falle hat man hinreichend genau



$$\frac{W}{R} = \frac{i_w}{i_r}\left(1 + \frac{R}{\gamma}\frac{i_w - i_r}{i_r}\right).$$

Zweckmäßig ist die Anwendung eines Kommutators am Galvanometer, oder auch an der ganzen Leitung; aber das letztere nur, wenn man sicher ist, daß die Galvanometernadel keine Fernwirkung von dem Hauptstrom erfährt.

Elektrometrische Methoden siehe **84** sowie **86a.**

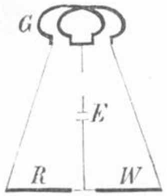
Obige Gleichungen werden durch die Ohm-Kirchhoff'schen Gesetze (**63** I) bewiesen.

71a. Differentialgalvanometer.

I. Abgleichung von Widerständen.

Zwei Widerstände sind gleich, wenn sie, als Zweig-Leitungen neben einander in einen Stromkreis eingeschaltet, den Strom in zwei gleiche Teile spalten.

Die Gleichheit zweier Ströme wird mittels des Differentialmultiplikators (Becquerel) untersucht, welcher aus zwei gleich langen, mit einander aufgewundenen Drähten besteht. Leitet man durch den einen Draht einen Strom, durch den zweiten



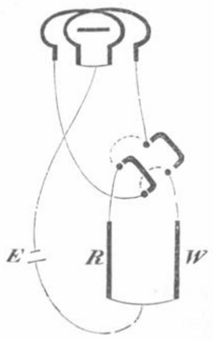
Draht den anderen Strom in entgegengesetzter Richtung, so bleibt die Nadel in Ruhe, wenn die Ströme gleich sind.

Die Verbindungen zum Zwecke der Widerstandsbestimmung zeigt die Figur. Bei G sind schematisch die beiden Windungen des Galvanometers mit ihren Endpunkten angegeben (welche letztere auch anders angeordnet sein können, was man ausprobiren mufs). In die beiden mittleren Enden verzweigt sich der Strom der Säule E, so dafs die Zweigströme die Windungen in entgegengesetzter Richtung durchfliefsen. Von den anderen Enden aus ist der eine Zweigstrom durch den zu bestimmenden Widerstand W, der andere durch den Rheostaten R geführt, worauf beide sich am anderen Pol der Säule wieder vereinigen. Die Verbindungsdrähte nach W und diejenigen nach R wählt man von gleichem Widerstande.

Der Rheostatenwiderstand, welchen man einschalten mufs, um die Galvanometernadel auf ihre Ruhelage zu bringen, ist gleich dem Widerstande W, wobei auch das Interpolationsverfahren von S. 312 in Anwendung kommen kann.

Prüfung des Differentialgalvanometers (Bosscha). 1) Die Bedingung, dafs die Ströme gleich sind, wenn die Nadel keinen Ausschlag gibt, prüft man, indem man denselben Strom durch beide Windungen in entgegengesetzter Richtung leitet, d. h. (von links nach rechts gezählt) die Drahtenden Nr. 1 und 2 mit einander, 3 und 4 je mit einem Pole der Säule verbindet. Die Nadel mufs dann ruhig bleiben. 2) Dafs der Widerstand der beiden Windungen gleich ist, konstatirt man nach der vorigen Prüfung dadurch, dafs man den Strom einer Säule sich nach dem in der Figur (oben) gegebenen Schema, aber ohne die Einschaltung von Widerständen, nur durch die beiden Windungen verzweigen läfst. Die Nadel mufs wieder in Ruhe bleiben. Eine Berichtigung des Instrumentes mittels Hinzufügens ad 1) von Windungen, ad 2) von Widerständen ist in der angegebenen Reihenfolge zu machen.

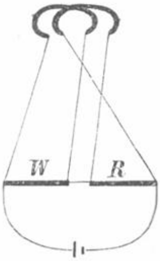
Kommutator. Von der genauen Erfüllung dieser Anforderungen macht ein Kommutator unabhängig, welcher



W und R mit einander vertauschen läſst. W und R sind gleich, wenn bei ihrer Vertauschung die Einstellung der Nadel sich nicht ändert. Oder auch: Ist R ein Rheostat, und findet man, daſs die Nadel ruhig bleibt, wenn R_1 eingeschaltet ist, bei umgelegtem Kommutator aber R_2, so ist

$$W = \tfrac{1}{2}(R_1 + R_2).$$

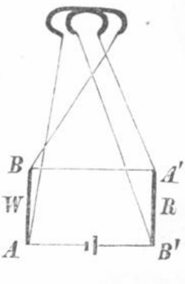
Vorteile der Methode sind ihre Empfindlichkeit und die Unabhängigkeit von der Konstanz eines Elementes.



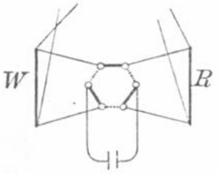
Differentialmultiplikator im Nebenschluſs. Wenn der zu messende Widerstand kleiner ist als der Widerstand in einem Zweige des Multiplikators, so erreicht man eine gröſsere Empfindlichkeit durch folgende Anordnung. Man schaltet W und R nicht neben, sondern hinter einander in den Strom einer Säule. Die beiden Multiplikatorzweige werden als Nebenschlieſsungen eingeschaltet, aber so, daſs der Strom sie entgegengesetzt durchläuft (Heaviside).

Kleine Widerstände werden am einfachsten abgeglichen, indem man neben den gröſseren von ihnen (W) einen Widerstand (γ) schaltet. Beide zusammen bedeuten dann $W \cdot \gamma/(\gamma + W)$. Gerade für kleine Widerstände ist die Messung mit dem Diff.-Multiplikator im Nebenschluſs nützlich, da Übergangswiderstände durch die Anwendung von Multiplikatoren von erheblichem Widerstande unwirksam werden (Kirchhoff).

Übergreifender Nebenschluſs (F. K.). Man eliminirt Übergangswiderstände völlig, wenn man in der vorigen Figur die beiden mittleren Ableitungen mit einander vertauscht, so daſs jeder Multiplikator mit beiden Widerständen verbunden ist. Man finde, daſs kein Ausschlag entsteht, wenn W und R_1 eingeschaltet ist. Nun werde, etwa mittels eines geeigneten Kommutators, die Stromquelle aus der Verbindung AB' in BA' gesetzt, ohne sonst etwas an den Verbindungen zu ändern. Der



Ausschlag werde jetzt Null, wenn W und R_2 eingeschaltet werden, so ist $W = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$.



Zum Auswechseln dient ein sechsnäpfiger Kommutator, dessen Quecksilbernäpfe durch drei Kupferbügel paarweise verbunden werden, entweder so, wie die ausgezogenen oder so, wie die punktirten Linien angeben.

Auch kleine Fehler des Differentialgalvanometers fallen mit heraus. Man kann Stücke von 0,01 Ohm leicht bis auf $^1/_{10000}$ ihres Betrages vergleichen.

Über die Bewirkung der kleinen Abänderungen an R durch Nebenschaltung vgl. v. S. und **63** IV.

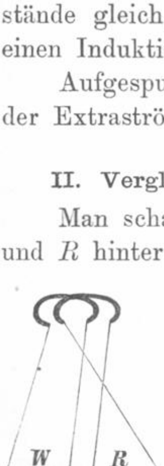
F. K., Wied. Ann. 20, 76. 1883; Exner's Rep. 19, 594. 1883.

Differential-Induktor. Eine Induktionsspule (**81**) bestehe aus zwei gleichen mit einander aufgewundenen Drähten. Mit zwei einander entgegengerichteten Enden beider Drähte wird der eine Pol eines Spiegelgalvanometers verbunden, der andere mit den zwei zu vergleichenden Widerständen. Von den anderen Enden der letzteren werden Verbindungen zu den noch nicht benutzten Induktor-Drahtenden geführt. Sind die beiden Widerstände gleich, so erfährt die Nadel keine Einwirkung durch einen Induktionsstofs.

Aufgespulte Widerstände von vielen Windungen lassen sich der Extraströme wegen nicht ohne weiteres so bestimmen.

II. Vergleichung ungleicher Widerstände (Kirchhoff).

Man schaltet die beiden zu vergleichenden Widerstände W und R hinter einander in einen Stromkreis und legt an jeden derselben eine Ableitung nach je einer Hälfte des Differentialmultiplikators, so, dafs beide Hälften entgegengesetzt durchströmt werden. Man schaltet zuerst in die an den gröfseren Widerstand angelegte Ableitung so viel Widerstand ein, dafs die Nadel keinen Ausschlag zeigt.



Wenn man alsdann einer der Ableitungen einen Widerstand γ zufügt, so wird man der anderen einen Zuwachs ϱ geben müssen, damit wieder die Nadel in Ruhe bleibt. Dann verhält sich $W : R = \gamma : \varrho$.

Denn die Ströme in den Ableitungen sind gleich, wenn ihre Widerstände sich wie $W:R$ verhalten. Sind diese Zweigwiderstände bei dem ersten Versuch w und r, bei dem zweiten $w+\gamma$ und $r+\varrho$, so ist

$$W:R=w:r=(w+\gamma):(r+\varrho)=\gamma:\varrho.$$

Das Verfahren eliminirt zugleich die Übergangswiderstände. — Die Multiplikatoren müssen genau auf gleiche Stromstärke justirt sein. Gleicher Widerstand wird nicht verlangt. — Bei momentanem Stromschlufs können Extraströme stören.

Vgl. Strecker, Wied. Ann. 25, 464. 1885.

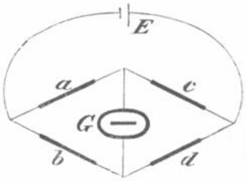
71b. Wheatstone'sche Brücke.

I. Abgleichung von Widerständen.

Bei der Stromverzweigung der Figur ist in dem Zweige G, in der „Brücke", die Stromstärke gleich Null, wenn die Widerstände sich verhalten $a:b=c:d$.

Beweis auf S. 281 oder 282.

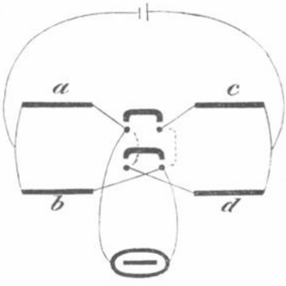
a und b seien zwei Leiter von gleichem Widerstande, c der zu bestimmende Widerstand, d der Rheostat; bei E ist eine Säule, bei G ein Galvanoskop eingeschaltet. Dann ist c gleich dem Rheostatenwiderstand, welchen man einschalten mufs, damit der Strom in G verschwindet.



Man kann auch in die Zweige a und c die als gleich bekannten, in b und d die zu vergleichenden Widerstände bringen. Wenn der Widerstand in der unverzweigten Leitung gröfser ist als in der Brücke, so bietet die Anordnung $a=b$ die gröfsere Empfindlichkeit, und umgekehrt.

Aufserdem hängt die Empfindlichkeit von der Gröfse der Zweigwiderstände ab, sowie von deren Verhältnis zu den abzugleichenden Widerständen und zum Widerstande des Galvanometers. Zweckmäfsig ist deswegen, über verschiedene Paare von gleichen Widerständen (z. B. 1 10 100 1000) zu verfügen, aus denen man die passenden wählt. Cet. par. ist ein Paar grofser Widerstände vorzuziehen, weil die Zuleitungen in diesem Falle weniger sorgfältig gemacht werden können.

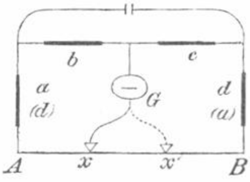
Über empfindliche Anordnung vgl. z. B. Pogg. Ann. 142, 428. 1872.



Kommutator. Von der genauen Gleichheit der Widerstände a und b macht wieder die Vertauschung unabhängig: c und d sind gleich, wenn bei ihrer Vertauschung das Galvanoskop seine Einstellung nicht ändert. Oder auch: wenn d ein Rheostat ist und wenn vor und nach der Vertauschung von c und d die Rheostatenwiderstände d_1 und d_2 eingeschaltet werden mufsten, um die Nadel auf Null zu bringen, so ist $c = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$. Die Anwendung eines Kommutators zeigt die Figur.

Interpolation. Verfügt man nicht über den genau gleichen Widerstand im Rheostaten, so interpolirt man denselben aus zwei benachbarten Beobachtungen (**5**). Bei der Anwendung des Kommutators ergibt sich dabei das folgende Verfahren. Man beobachte bei dem nahe richtigen Rheostatenwiderstande R die Einstellungen e_1 und e_2. Man vermehre R um die relativ kleine Gröfse δ und beobachte die Einstellungen e_1' und e_2'. Die Anhängsel 1 und 2 sollen dabei die Kommutatorstellungen bezeichnen. Dann ist der gesuchte Widerstand (Vorzeichen beachten!) gleich $R + \delta \cdot \dfrac{e_1 - e_2}{(e_1 - e_2) - (e_1' - e_2')}$.

Vergleichung nach Foster. In der Figur bedeuten a und d die zu vergleichenden Widerstände, b und c zwei andere



nahe gleiche Widerstände. AB ist ein längs einer Teilung ausgespannter Draht, an welchem ein Kontakt mit der Leitung zum Galvanoskop verschoben werden kann. Der Strom in der Brücke möge verschwinden, wenn der Kontakt bei x steht. Vertauscht man nun a und d, so verschwindet der Strom bei einer neuen Einstellung x'. Bedeutet r den Widerstand von 1 Sk.-Teil des Mefsdrahtes und ist die Bezifferung so eingerichtet, dafs die Zahlen von A nach B wachsen, so ist offenbar $a - d = r(x' - x)$.

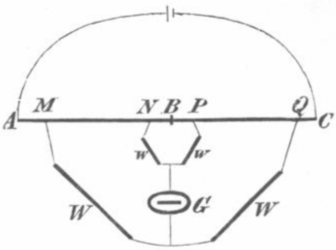
Denn der Gesamtwiderstand des Zweiges $aABd$ ist ungeändert geblieben.

r bestimmt man entweder nach Matthiessen und Hockin,

S. 323, oder man mifst als a einen bekannten Widerstand, während man für d einen dicken Kupferbügel setzt.

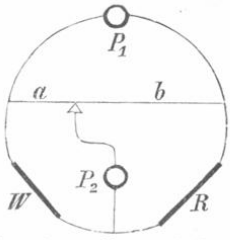
Bestimmung sehr grofser oder sehr kleiner Widerstände. Hierbei kann es notwendig oder vorteilhaft sein, die Zweige a und b in bekanntem Verhältnis (1:10, 1:100) ungleich zu wählen. Die Möglichkeit einer Kontrole durch Vertauschung fällt dann fort.

Thomson'sche Brückenschaltung. Sind die abzugleichenden Widerstände kurze dickere Drähte, so lassen sich die Anschlüsse derselben an die übrigen Leitungen oft nicht genügend widerstandsfrei herstellen. Dies wird erreicht durch die folgende Abänderung der Brückenverbindung. AB und BC seien die zu vergleichenden Drähte, bei B mit einander, bei A und C mit einer Säule verbunden. Ferner seien die beiden mit w und W bezeichneten Paare je von gleichem, nicht zu kleinem Widerstande. In G ist ein empfindliches Galvanoskop. Man sucht vier Punkte $MNPQ$, an welchen die letztgenannten Zweige, mit den Drähten gut verbunden, den Strom in G verschwinden lassen. Alsdann sind die Widerstände MN und PQ einander gleich.



II. Vergleichung von Widerständen mit dem Wheatstone-Kirchhoff'schen Brückendraht.

In der Zeichnung sollen a und b zwei Widerstände bedeuten, deren bekanntes Verhältnis man beliebig ändern kann. Z. B. können a und b zusammen einen ausgespannten gut cylindrischen Draht von einer durch die Temperatur wenig beeinflufsten Legirung (Tab. 25) bilden, bei welchem man die Widerstände der Länge proportional setzen kann. An dem Drahte ist ein Kontakt verschiebbar, der nicht widerstandsfrei zu sein braucht, von welchem die Leitung nach dem Galvanoskop geführt ist. P_1 und P_2 bedeuten die Stromquelle und das Galvanoskop. Es ist im Princip gleichgiltig, welcher von beiden



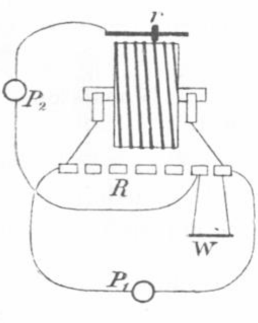
Punkten die Säule, welcher das Galvanoskop enthält. Unter Umständen kann die Empfindlichkeit in dem einen oder anderen Falle gröfser sein. Bringt man die Säule nach P_2, so funktionirt der Schleifkontakt sicherer, was eine grofse Annehmlichkeit beim Arbeiten ist. Fehler von einer Erwärmung des Drahtes durch den Strom werden bei der anderen Anordnung leichter vermieden.

Die beiden zu vergleichenden Widerstände werden bei W und R eingeschaltet. Durch Probiren wird dasjenige Verhältnis zwischen a und b gesucht, bei welchem das Galvanoskop keinen Strom anzeigt. Dann ist $W:R = a:b$.

Für die Rechnung vgl. Tab. 37 und Obach, Hilfstafeln; München 1879. Auch kann die Teilung gleich das Verhältnis a/b geben.

Die Verbindungsdrähte von R und W haben keinen Einflufs, wenn sich ihre Widerstände wie $R : W$ verhalten. Nach einem Vorversuch gleicht man daher die beiderseitigen Gesamtlängen der Drähte (von derselben Sorte) ungefähr diesem Verhältnis entsprechend ab. Bequem ist es hierfür, die Ableitung nach P_2 mittels einer verschiebbaren Klemme vorzunehmen.

Die Genauigkeit der Einstellung des Kontaktes wächst mit der Drahtlänge. Gestreckte Drähte werden ohne Unbequemlichkeit höchstens 1 m lang sein dürfen. Das Aufwinden des Drahtes in einer decimalen Zahl von Windungen auf eine drehbare isolirende Walze (Marmor, Hartkautschuk, Holz) erlaubt die Anwendung viel gröfserer Längen und gibt gröfsere Bequemlichkeit. Eine Kontaktrolle mit Nut läuft auf dem Draht. Letzterer ist mit den Axen verbunden; die Ableitung von da kann mittels einer gröfseren Anzahl federnd anliegender Drähte widerstandsfrei hergestellt werden. Bei R lassen sich Stöpselwiderstände einschalten. W ist der gesuchte Widerstand. Zum Zwecke direkter Vergleichung kann ein anderer Widerstand links geschaltet werden. P_1 und P_2 sind Stromquelle und Galvanoskop; vgl. hierüber die obige Bemerkung.



Zusatzwiderstände. Die Genauigkeit läfst sich durch Anschaltung von Widerständen erhöhen, die zur Bequemlichkeit der Rechnung passende Vielfache des Drahtwiderstandes sind. Um die Genauigkeit bei Vergleichungen in der Gegend von 1:1 sowie 1:10 zu verzehnfachen, genügen z. B. 2 Widerstände von je 4,5 mal dem Drahtwiderstand, welche man entweder beiderseitig oder beide einseitig zuschaltet. Vgl. F. K. Wied. Ann. 56, 177. 1895.

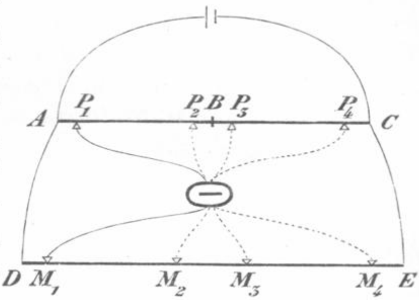
S. auch z. B. die Anordnung des Brückendrahtes von Siemens & Halske.

Vergleichung nahe gleicher Widerstände. Man eliminirt die im allgemeinen vorhandene Ungleichheit beider Drahthälften, indem man auswechselt und aus den beiden abgelesenen a/b und b/a das Mittel nimmt.

Kalibrirung des Drahtes. Hierüber vgl. **71 d** II.

Anwendung eines Rheostaten. Es kann an die Stelle von b ein Rheostat, an die Stelle von a ein bekannter Widerstand (1 10 100) gesetzt werden.

Vergleichung kurzer dicker Drähte (A. Matthiessen und Hockin). AB und BC seien die zu vergleichenden Leiter, DE sei ein gespannter Draht. Man sucht zu einem Kontaktpunkte P_1 einen Punkt M_1, welcher den Strom im Galvanometer verschwinden läfst. Denselben Erfolg sollen die Paare P_2M_2, P_3M_3 und P_4M_4 geben. Dann verhalten sich die Widerstände



$$P_1P_2 : P_3P_4 = M_1M_2 : M_3M_4.$$

Denn der Strom Null zeigt an, dafs in den zusammengehörigen Kontaktpunkten gleiches Potential herrscht (**63** I 4).

S. auch das Verfahren von Foster, Wied. Ann. 26, 240. 1885.

Momentaner Schlufs. Wegen der Stromwärme kann es bei Differentialgalvanometer oder Brücke geboten sein, nur kurzen Stromschlufs anzuwenden (wofür auch Induktionsstöfse (**81**) Verwendung finden können). Dieses Verfahren kann wegen Selbstinduktion oder Kapacität in aufgespulten längeren Widerständen oder gar bei der Anwesenheit von Eisenkernen Fehler bewirken. Man vermeidet dieselben, wenn man durch einen geeigneten Strom-Doppelschlüssel S die Verbindung in der Brücke einen Augenblick später schliefst als an der Säule. Der zweite Federkontakt des Schlüssels drückt auf den dritten durch einen isolirenden Knopf.

Telephon. Dasselbe läfst sich anstatt des Galvanometers anwenden, falls die Widerstände genügend induktions- und kapacitätsfrei sind. Vgl. **72** II 2.

71c. Widerstandsvergleichung durch Dämpfung (F. K.).

Eine innerhalb eines geschlossenen Multiplikators schwingende Magnetnadel inducirt Ströme, welche auf die Bewegung der Nadel verzögernd wirken. Das logarithmische Dekrement (**51**) kleiner Schwingungen in einem breiten Multiplikator ist konstant und dem Gesamtwiderstande $\gamma + w$ des Multiplikators und des Schliefsungsdrahtes umgekehrt proportional (**78** Gl. 7).

w_1 und w_2 mögen die zu vergleichenden Widerstände bedeuten. Beobachtet man die logarithmischen Dekremente:

λ_0, wenn der Multiplikator kurz geschlossen ist,

λ_1 bez. λ_2, wenn er durch w_1 bez. w_2 geschlossen ist,

λ', bei geöffnetem Multiplikator, also z. B. durch den mechanischen Luftwiderstand,

so ist
$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_0 - \lambda_2} \frac{\lambda_2 - \lambda'}{\lambda_1 - \lambda'}.$$

Folgt aus $(\lambda_0 - \lambda') : (\lambda_1 - \lambda') : (\lambda_2 - \lambda') = 1/\gamma : 1/(\gamma + w_1) : 1/(\gamma + w_2)$.

Auch hat man $\gamma : w_1 = (\lambda_1 - \lambda') : (\lambda_0 - \lambda_1)$, wonach man einen Multiplikatorwiderstand bestimmen oder umgekehrt einen anderen Widerstand auf denselben zurückführen kann.

Schwingungsdauer und Dämpfung lassen sich durch Astasirung vergröfsern (**55a**).

Wenn λ beträchtlich ist, so hat man eine Korrektion anzubringen, nämlich von jedem beobachteten λ abzuziehen $\frac{1}{4}\lambda^3$.

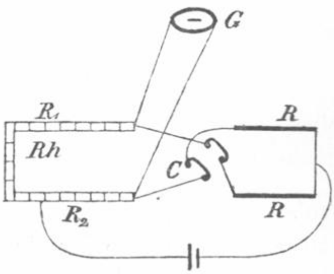
71d. Kalibrirung eines Rheostaten oder eines Brückendrahtes.

I. Stöpselrheostat.

Zur Prüfung bez. Fehlerbestimmung eines Rheostaten wird man die Stücke bez. Summen von gleichem Nennwert mit einander vergleichen.

Um Differentialgalvanometer oder Brücke anzuwenden, läfst man die Stromverzweigung von einem Klotz der Stöpselvorrichtung ausgehen. Hat der Rheostat keine Vorkehrung zu diesem Zwecke (die er haben sollte), so findet man an der Befestigungsstelle der Drähte eine Gelegenheit oder man schabt eine Stelle zu diesem Zwecke blank. Es ist nicht notwendig, dafs dieser Kontakt ganz widerstandsfrei sei.

Vergleichung in der Brücke (**71b** I). Die Poldrähte gehen zwischen die beiden gleichen Widerstände R und R und an einen Punkt des Rheostaten, neben welchem beiderseitig die dem Nennwert nach gleichen Widerstände R_1 und R_2 gezogen sind. Um Ungleichheiten der beiden R zu eliminiren, dient der widerstandsfreie Kommutator C, welcher dieselben auswechseln läfst. Die kurzen Drähte von C nach R_1 und R_2 sollen gleichen Widerstand haben. Man beobachtet die Nadeleinstellungen e_1 und e_2 bei den Kommutatorstellungen I u. II.



Man schaltet zu dem Widerstande R_1 (womöglich dem kleineren) einen relativ kleinen bekannten Widerstand δ (1 oder 0,1 oder 0,01) zu und beobachtet die Nadeleinstellungen e_1' und e_2'. Dann ist (S. 320)

$$R_2 = R_1 + \delta \frac{e_1 - e_2}{(e_1 - e_2) - (e_1' - e_2')}.$$

Auch ein Schleif-Brückendraht von bekanntem Widerstande zwischen R und R kann grofse Schärfe geben und erspart das Interpoliren; s. S. 323 oben.

Das Differentialgalvanometer kann die Brücke mit etwa gleicher Genauigkeit vertreten. Die Anordnung siehe **71a** bei „Kommutator". RW ist der Rheostat.

Kleine Widerstände. Für die Stücke 0,1 bis 1 oder 2 ist am besten das Differentialgalvanometer im Nebenschlufs oder im übergreifenden Nebenschlufs (S. 317; s. daselbst auch die Herstellung kleiner Widerstandsänderungen). Einfacher und hier meist genau genug ist die Abzweigungsmethode **71** II 3, welche den Vorteil bietet, alle notwendigen Bestimmungen ausführen zu können, auch wenn der kleinste Widerstand nicht doppelt vorhanden ist. Man kann z. B. $1+4$ mit $2+3$ oder auch 1 mit 2 vergleichen.

Verschraubungen an den Widerständen sind sorgfältig zu überwachen. Über die Behandlung der Stöpsel s. **63** IV. Von

Zeit zu Zeit ist die Kalibrirung, besonders wenn starke Ströme durchgegangen sind, zu wiederholen.

Berechnung der Korrektionstabelle. Es werde die übliche Anordnung 5, 2, 2, 1 vorausgesetzt; die einzelnen Stücke werden durch Indices bezeichnet und unterschieden. Wir nehmen noch einen zweiten Einer an, wofür etwa die Summe der Zehntel genommen werden kann. Die Beobachtung habe nun ergeben:

$$\begin{aligned} 5' &= 2' + 2'' + 1' + \alpha \\ 2'' &= 2' \qquad\qquad + \beta \\ 2' &= 1' + 1'' \qquad + \gamma \\ 1' &= 1'' \qquad\qquad + \delta. \end{aligned}$$

Aufserdem sei anderweitig, nämlich durch eine Vergleichung mit einem Normalwiderstand oder mit der höheren Reihe des Rheostaten gefunden, dafs die Summe einen Fehler ϱ besitzt,

$$5' + 2' + 2'' + 1' = 10 + \varrho.$$

Man berechne $\sigma = \frac{1}{10}(\alpha + 2\beta + 4\gamma + 6\delta - \varrho)$, so wird (vgl. **12**) die Korrektionstabelle

$$\begin{aligned} 5' &= 5 - 5\sigma + \alpha + \beta + 2\gamma + 3\delta \\ 2'' &= 2 - 2\sigma + \beta + \gamma + \delta \\ 2' &= 2 - 2\sigma + \gamma + \delta \\ 1' &= 1 - \sigma \quad + \delta \\ \text{und}\quad 1'' &= 1 - \sigma. \end{aligned}$$

Ebenso verfährt man mit den Zehnern, Hundertern u. s. w. Bei Rheostaten, welche von der Temperatur beeinflufst werden, wird es sich im Interesse kleiner Korrektionszahlen empfehlen, die Summe der sämtlichen Widerstände (oder auch der vier gröfsten) als richtig anzunehmen; ein gemeinsamer Korrektionsfaktor reducirt, wenn nötig, die aus der Tabelle korrigirten Resultate auf absolute Werte. Über den Einflufs der Temperatur siehe **71e** und Tab. 25.

Bei der Anordnung 4, 3, 2, 1 vergleicht man 4 mit $3 + 1$, 3 mit $2 + 1$, 2 mit $1 + 1'$ und 1 mit $1'$, wo unter $1'$ die Summe der Zehntel verstanden ist, oder auch $4 + 1$ mit $3 + 2$ (vgl. oben).

Für Dekaden mit 10 gleichen Widerständen ergibt das Verfahren sich von selbst.

Über eine Fehlerquelle wegen ungeeigneter Ableitungen von den Klötzen zu den Widerständen s. Dorn, Wied. Ann. 22, 558. 1884.

Drahtwiderstände werden von der Physik.-Techn. Reichsanstalt geaicht.

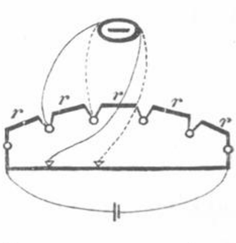
II. Kalibrirung eines Drahtes.

1. Mit zwei Schneiden. Man sendet durch den Draht einen konstanten Strom. Ein empfindliches Galvanometer mit grofsem Widerstande sei mit zwei Schneiden verbunden, welche einen konstanten Abstand von einander haben. Man setzt das Schneidenpaar auf verschiedene Strecken des Drahtes; den beobachteten Galvanometerausschlägen sind die Widerstände der Strecken proportional (**71** II). Die Konstanz des Stromes mufs geprüft werden, am einfachsten, indem man von Zeit zu Zeit auf dieselbe Strecke zurückkommt. An Walzendrähten ist die Methode besonders leicht auf die einzelnen ganzen Windungen anzuwenden.

Um nur zu prüfen, ob ein Draht gutes Kaliber hat, bewegt man die beiden Schneiden längs des Drahtes und sieht, ob das Galvanometer konstant bleibt (Braun).

2. Mit dem Differentialgalvanometer. Man versieht die Zuleitungen zu jedem Multiplikator mit Schneiden und setzt die letzteren auf den Draht so auf, dafs die Nadel in Ruhe bleibt. Die beiden Strecken haben dann gleichen Widerstand (S. 317). Vorausgesetzt ist sehr grofser Widerstand der Multiplikatorzweige, damit die Übergangswiderstände keine Fehler geben. — Die folgenden Methoden sind von Übergangsfehlern frei.

3. In der Brücken-Schaltung von Matthiessen und Hockin, S. 323 (Strouhal und Barus). Es werden einzelne, nahe gleiche Widerstände r in der Anzahl der zu vergleichenden Drahtstrecken durch Quecksilbernäpfe hinter einander geschaltet. Man vergleicht eines jener Widerstandsstücke mit den verschiedenen Strecken des Drahtes, wozu man das erste Stück nach jeder Bestimmung um einen Platz vorschiebt. Wied. Ann. 10, 326. 1880.



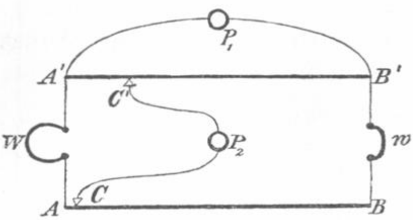
Dabei erhält man also auf dem Drahte lauter Stücke von gleichem Widerstande.

4. Mit einer Anzahl nahe gleicher Widerstände (Heerwagen). Eine Anzahl N (etwa 10) nahe gleicher Widerstände (Drahtstücke mit amalgamirten Kupferbügeln), mit Queck-

silbernäpfen beliebig hinter einander zu verbinden, liefert jedes Verhältnis $m:n$ des Drahtes, wo $m+n=N$ ist, in folgender Weise. Zwei Gruppen von m und n Stücken werden mit den Drahtabschnitten verglichen. Man vertauscht dann zwischen den beiden Gruppen einzelne Stücke, vergleicht wieder, u. s. f., bis jedes Stück $n$mal in der einen, $m$mal in der anderen Gruppe sich befunden hat. Man erhält so $m+n$ unabhängige Einstellungen des Kontakts, deren Mittel den Draht genau im Verhältnisse $m:n$ teilt.

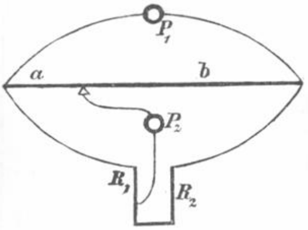
Heerwagen, Z. S. f. Instr. 10, 170. 1889. Daselbst auch Erörterungen über die Genauigkeit verschiedener Methoden.

5. Nach Foster. AB ist der zu kalibrirende Draht, $A'B'$ ein Hilfsdraht. P_1 und P_2 bedeuten Stromquelle und Galvanoskop.



Der Widerstand W ist gleich einem Bruchteil, etwa $1/_{10}$ oder $1/_{20}$ von AB; w bedeutet einen Bügel von dickem Kupferdraht. W und w lassen sich widerstandsfrei auswechseln. Man setzt den Kontakt C nahe an A und schiebt den Kontakt C' so, daſs der Strom im Galvanoskop verschwindet. Man wechselt W und w aus, läſst C' stehen und verschiebt C, bis der Strom verschwindet: der Widerstand der Verschiebungsstrecke des Drahtes ist offenbar $= W-w$. Nun läſst man C stehen, bringt W und w an ihren früheren Ort, verschiebt C' bis zum Strome Null, wechselt dann W und w wieder aus und bestimmt durch Verschieben von C die zweite Drahtstrecke, welche $= W-w$ ist, u. s. f.

Foster, Wied. Ann. 26, 239. 1885; früher J. Soc. Telegr. Eng.



6. Mit dem Rheostaten. Am einfachsten erzielt man mit einem kalibrirten Rheostaten die Korrektionstabelle für den Draht so: Man zieht im Rheostaten Widerstandsverhältnisse $R_1:R_2$ (etwa nach und nach 1:9; 2:8; 3:7 etc.; nicht zu kleine Stücke) und bestimmt so je das entsprechende Verhältnis $a:b=R_1:R_2$. Die Zuleitungen zu R_1 und R_2 wählt man hinreichend dick oder setzt sie durch Addition in Rechnung.

Einige Punkte nahe den Enden bestimmt man aufserdem mit $R_1:R_2=1:99$ u. dgl.

Korrektionstabelle. Der Brückendraht sei in 1000 Teile geteilt. Hat man durch eins der vorigen Verfahren ermittelt, dafs dem Punkte a des Drahtes, welchem also ohne Korrektion das Widerstandsverhältnis $a:(1000-a)$ entsprechen würde, in Wirklichkeit das Verhältnis $(a+\delta):(1000-(a+\delta))$ entspricht, was die Tafeln von Obach bequem angeben, so ist also δ die zur Ablesung a zuzufügende Korrektion. Man trägt die δ zu den a in Koordinatenpapier ein und verbindet die Punkte durch eine Kurve, aus welcher die Korrektionen oder eine Korrektionstabelle genommen werden. Je dichter die Punkte, desto geringer ist die bleibende Unsicherheit.

Die dauernde Giltigkeit der Tabelle kontrolire man hauptsächlich an den Enden des Drahtes. Vgl. über einfache Kontrolen F. K. Wied. Ann. 56, 178. 1895.

71e. Temperaturkoefficient eines Leiters.

Der Widerstand fast aller metallischen Leiter wächst mit der Temperatur. Hat ein Leiter bei t und t' die Widerstände w und w', so nennt man Temperaturkoefficient des Widerstandes zwischen t und t' den Faktor $\mathfrak{a}$ in der Gleichung $w'=w\,[1+\mathfrak{a}(t'-t)]$. Sind also t, t', w und w' beobachtet (**71a** und **71b**), so ist

$$\mathfrak{a}=\frac{1}{w}\,\frac{w'-w}{t'-t}.$$

Für t wählt man praktisch eine Zimmertemperatur oder auch wohl 0^0.

Zur Temperaturänderung dient etwa ein mit Filz umhülltes Petroleumbad. Soll der Koefficient sehr genau bestimmt werden, so ist natürlich eine entsprechend empfindliche Methode erforderlich. Besonders hat man bei kleinen Widerständen auf Konstanz der Verbindungen zu sehen, auch Thermoströme auszuschliefsen.

Um eine Drahtsorte zu untersuchen, wird man zwei gleiche Stücke abschneiden, das eine in ein konstant kaltes Bad bringen, das andere erwärmen. Oder man wählt das Drahtstück einem Rheostatenwiderstand nahe gleich und vergleicht die Widerstände bei verschiedenen Temperaturen des ersteren. Die kleinen Unterschiede werden am besten durch Nebenschliefsen eines Rheostaten zu dem gröfseren von beiden Widerständen bestimmt (vgl. **71a** I oder S. 287).

Besitzt man einen Normaldraht vom Widerstande W und bekanntem Temperaturkoefficienten $\mathfrak{A}$, so bringe man das zu bestimmende Drahtstück auf nahe denselben Widerstand und erwärme beide mit einander. Ist bei den Temperaturen t bez. t' der Widerstands-Unterschied, untersuchter minus Normaldraht $= \gamma$ bez. γ', so ist

$$\mathfrak{a} = \left(1 - \frac{\gamma}{W}\right)\left(\mathfrak{A} + \frac{1}{W}\frac{\gamma' - \gamma}{t' - t}\right).$$

Bei manchen Legirungen sowie für grofse Temperaturänderungen ist der Koefficient nicht konstant. Für genauere Darstellung nennt man w_0 den Widerstand bei 0^0 und setzt

$$w_t = w_0(1 + \mathfrak{a}t + \mathfrak{b}t^2 \cdots).$$

Über Temperaturbestimmung durch Widerstandsänderung s. **25** u. **47b.**

Elektrolyte. Deren Widerstand pflegt mit wachsender Temperatur stark abzunehmen. Man bezieht den Temperaturkoefficient hier besser auf die Änderung des Leitvermögens, weil dieselbe meist gleichförmiger erscheint als die Änderung des Widerstandes. Ist also k und k' das Leitvermögen bei t und t', so setzt man $k' = k[1 + \alpha(t' - t)]$, genauer auch hier $k = k_0[1 + \alpha t + \beta t^2]$. Über die Messung s. **72.**

Temperaturkoefficienten einiger Körper in Tab. 3a, 25 u. 26.

71f. Quecksilberwiderstände (Siemens).

Über Herstellung reinen Quecksilbers vgl. 7,19. Als Messungsmethode ist der übergreifende Nebenschlufs (**71a** I) am besten.

Glasröhren. Der Querschnitt wird meist zwischen etwa $\frac{1}{2}$ und 3 qmm gewählt werden; man sucht durch eine vorläufige Kalibrirung mit einem Quecksilberfaden möglichst gleichmäfsige Röhren aus. Die Herstellung einer ebenen oder besser eine Spur konvexen Endfläche geschieht durch Schleifen auf einer mit der Drehbank rotirenden Kupferscheibe mit feinem wässrigem Schmirgel.

Ausmessung. Die Länge l des Kanales wird z. B. an zwei Glasplättchen gemessen, die man mit ganz dünner Kittschicht an die Endquerschnitte anklebt. Man mifst (**18**) den Abstand von zwei Punktpaaren am inneren Rande, die sich gegenüber liegen. Der mittlere Querschnitt q findet sich aus der Wägung einer eben abgegrenzten Quecksilberfüllung des ganzen Rohres (**19**).

Die Widerstandskapacität des Rohres würde bei streng cylindrischer Gestalt betragen l/q.

Kaliberkorrektion. Wegen des ungleichmäfsigen Querschnitts kommt ein Kaliberfaktor C hinzu, welcher gröfser als 1 ist. Ein Quecksilberfaden, welcher im Mittel $n$mal kürzer ist als das Rohr, nehme in an einander stofsenden Strecken die Längen $\lambda_1, \lambda_2, \cdots \lambda_n$ ein. In erster Annäherung ist dann

$$C = 1/n^2 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n)(1/\lambda_1 + 1/\lambda_2 + \cdots + 1/\lambda_n).$$

Einen für die Rechnung bequemeren Ausdruck erhält man, wenn man $\lambda_1 = l/n + \delta_1$, $\lambda_2 = l/n + \delta_2 \cdots$ setzt, nämlich

$$C = 1 + n(\delta_1{}^2 + \delta_2{}^2 + \cdots + \delta_n{}^2)/l^2 - (\delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_n)^2/l^2.$$

Der spec. Widerstand des Quecksilbers bei der Temperatur t ist (Guillaume; Kreichgauer u. Jaeger)

$$s_t = s_0(1 + 0{,}000885 \cdot t + 0{,}00000114 \cdot t^2).$$

Mit Rücksicht auf die Ausdehnung gewöhnlichen Glases hat eine Quecksilberfüllung des Rohres (l in m, q in mm² bei 0° gemessen) bei der Temperatur t den Widerstand

$$w = C \cdot l/q \cdot (1 + 0{,}000877 \cdot t + 0{,}00000114 \cdot t^2) \text{ Siem. E.}$$

Division durch 1,063 gibt w in Ohm.[1])

Anordnung. Die Enden der Röhre werden mit Korken in kleine tubulirte Becher mit amalgamirten Elektroden gesteckt. Der Verschlufs wird mit Kollodium oder Guttapercha etc. gedichtet, das Ganze in ein Bad gestellt. Platinelektroden (**7, 11**) verunreinigen das Quecksilber nicht. Übergangswiderstände werden eliminirt, indem man den Quecksilberwiderstand zwischen zwei anderen Elektroden, welche vor den stromzuführenden Elektroden stehen, mit übergreifendem Nebenschlufs (**71a** I) bestimmt. Wegen des langsamen Abflusses der Wärme durch die Glaswand sind schwache Ströme anzuwenden.

1) Anstatt einer Quecksilbersäule von 1,063 m und 1 qmm bei 0° kann man auch eine Säule von 1,063 m setzen, welche bei 0° 14,4521 g wiegt.

Ausbreitungswiderstand. Diesen setzt man nach **63** I 1 in Rechnung, indem man zu der Länge des Kanales hinzufügt $0{,}80(r_1 + r_2)$, wenn r_1 und r_2 die End-Halbmesser des Kanales bedeuten.

Über genauere Formeln für Kalibrirung und praktische Regeln s. u. a. Siemens, Pogg. Ann. 110, 1. 1860; Rayleigh u. Sidgwick, Phil. Trans. 1883 I, 173; Strecker, Wied. Ann. 25, 252. 456. 1885; Benoît, Construct. des Étalons prototypes etc. Paris 1885; Weinstein, El.-techn. Ztschr. 1888 S. 25; Leman, Abh. d. Phys. Techn. Reichsanstalt II, 359. 1895; Jaeger, ib. S. 379. Besonders auch Dorn, Wahrsch. Wert des Ohm. ib. S. 261, auch Z. S. f. Instr. 1893, Febr.-Beiheft.

72. Widerstandsbestimmung eines zersetzbaren Leiters.

Eine Flüssigkeit, welche als Säule von der Länge l und dem konstanten Querschnitt q den Widerstand w hat, besitzt das Leitvermögen $k = l/q \cdot 1/w$. Über die Korrektion der Widerstands-Kapacität l/q für konische Röhren s. **63** I 1. Man pflegt k noch auf Quecksilber zu beziehen; dann wird man m, qmm und Siem. Einheit zu Grunde legen.

I. Mit konstantem Strome.

Soll der Widerstand eines Elektrolytes bestimmt werden, so mufs Rücksicht auf elektromotorische Kräfte der Polarisation genommen werden. Anwendbar ist die Substitutionsmethode (**70**) in folgender Gestalt.

Die Flüssigkeit bilde eine Säule von konstantem Querschnitt mit zwei Elektroden, durch Batterie, Rheostat und Galvanometer geschlossen. Die eine Elektrode ist längs der Säule verschiebbar. Ist Gasentwickelung vorhanden, so befinden die Elektroden sich in den beiden Schenkeln eines U-förmigen aufgerichteten Rohres. Der Querschnitt q des Teiles, in welchem die Verschiebung stattfindet, wird durch Ausmessen oder Auswägen mit Wasser oder Quecksilber bestimmt (**19**).

Man schaltet so viel Flüssigkeit ein, dafs der Nadelausschlag eine schickliche Gröfse hat; dann nähert man die eine Elektrode der anderen um die Länge l und schaltet so viel Rheostatenwiderstand R ein, dafs derselbe Ausschlag entsteht. R ist der Widerstand der ausgeschalteten Flüssigkeitssäule. Das Leitvermögen (**63**) der Flüssigkeit ist also $k = l/(qR)$.

Weil das Leitvermögen stark von der Temperatur abhängt, so setzt man die Röhre in ein Bad mit Thermometer.

Da die Polarisation nur bei gröſserer Stromdichte an den Elektroden konstant ist und da meist Gas entwickelt wird, so nimmt man ein Drahtnetz oder einen spiraligen Draht als Elektrode.

Auch in der Wheatstone'schen Brücke läſst sich das Leitvermögen ganz ähnlich bestimmen.

Vgl. Tollinger, Wied. Ann. 1, 510. 1877. Über Vermeidung der Polarisation durch Zinklösung siehe Paalzow, Pogg. Ann. 136, 489. 1869.

Sehr schlechte Leiter. Für sehr schlecht leitende organische Flüssigkeiten, auch ganz reines Wasser, kann der „konstante Strom" Vorteile bieten. Man nimmt etwa gewöhnliche Brückenschaltung, eine Säule von hoher Spannung und schlieſst den Strom ganz kurz. Vgl. aber die Bemerkung in **71b** über momentanen Schluſs. Die Polarisation entwickelt sich bei der geringen Stromstärke so langsam, daſs sie meistens vernachlässigt werden kann. Längerer Stromschluſs kann auch den Widerstand ändern. Über die empirische Bestimmung einer Widerstandskapacität zwischen den Elektroden s. S. 336.

F. K. u. Heydweiller, Wied. Ann. 53, 219. 1894; 54, 385. 1895; Warburg ib. S. 396.

II. Mit Wechselströmen (F. K.).

Man vermeidet den Einfluſs der Polarisation, wenn man rasch wechselnde entgegengesetzte Ströme von genau gleicher Gesamtstärke zwischen Elektroden von groſser elektrolytischer Kapacität anwendet. Gut platinirte (7, 18) Platinbleche von 10 bis 20 qcm Fläche genügen meistens. Je kleiner der zu messende Widerstand, desto gröſser und sorgfältiger platinirt müssen die Elektroden sein. Für 100 000 Ohm und mehr lassen sich auch kleinere blanke Bleche ohne Fehler verwenden.

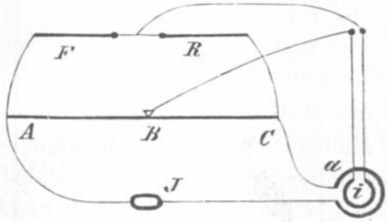
Die Wechselströme liefert ein „Sinus-Induktor", bestehend aus einem Multiplikator, innerhalb dessen ein Magnet rasch rotirt (vgl. Pogg. Ann. Jubelband S. 290), oder einfacher die inducirte Rolle eines gewöhnlichen Induktionsapparates mit rascher Stromunterbrechung.

Die Rheostatendrähte müssen ausgespannt oder bifilar gewunden sein, um Selbstinduktion auszuschlieſsen. Spulen über 1000 Ohm werden zur Vermeidung der elektrostatischen Kapacität unifilar abwechselnd gewickelt (**63** IV).

Zur Beobachtung der Wechselströme dient das Dynamometer (**66a**; auch **67a** 5) oder einfacher das Telephon **67a** 11 u. 12.

1. Elektrodynamometer in der Brücke.

Man schaltet in die Brücke nicht das ganze Dynamometer ein, weil dann die Stromstärke Null nicht scharf zu erkennen ist, sondern man leitet durch die eine Dynamometer-Rolle den ungeteilten Strom des Induktors und schaltet nur die andere Rolle in die Brücke ein.



J bedeutet den Erzeuger der Wechselströme, *a* die äufsere, *i* die innere Rolle des Dynamometers, *F* den Flüssigkeitswiderstand, *R* den Rheostatenwiderstand, je nach Bedürfnis zwischen 10 und 1000 Ohm. Die Strecke *ABC* soll die Verzweigungswiderstände bedeuten, entweder einen Draht mit Schleifkontakt oder zwei konstante Widerstände (vgl. **71b**).

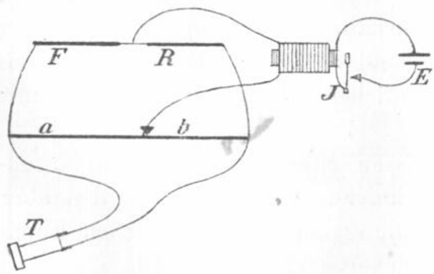
Wenn das Dynamometer keinen Ausschlag gibt, so gilt

$$F:R = AB:BC.$$

Die eine Zuleitung zur beweglichen Rolle kann bei den Wechselströmen durch eine in verdünnte Schwefelsäure (15%) tauchende platinirte Platin-Elektrode geschehen. Durch die Oberfläche der Flüssigkeit soll wegen der Reibung nur ein Draht (platinirt und geglüht; **7**, 18) central hindurchtreten. Über Senkrechtstellung der Rollen vgl. **66a** I.

2. Telephon.

Das Bell'sche Telephon ist ein empfindliches Reagens auf rasche Wechselströme. Die Methode ist natürlich auch auf metallische Widerstände anwendbar. Man verbindet die inducirte Rolle des Induktionsapparates *J* so, wie in der Figur, mit dem Flüssigkeitswiderstand *F*, dem bekannten Widerstande *R* und dem Schleifkontakt des Brückendrahtes *ab*.



Wird der Kontakt so gestellt, daſs das Telephon T schweigt, so verhält sich $F:R=a:b$.

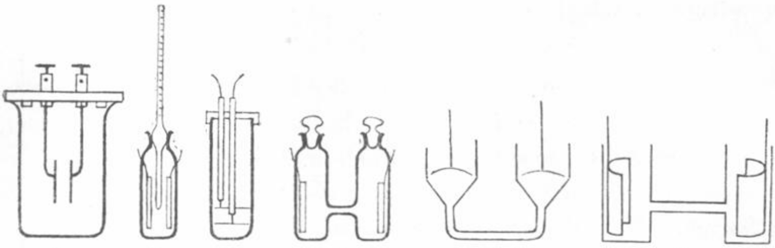
Nicht jedes Telephon eignet sich. Die Empfindlichkeit hängt von der Stärke seines Magnets, von der Beschaffenheit und der Stellung der Blechplatte und von dem Widerstande seiner Drahtwindungen ab. Oft findet man ein ganz ordinäres Telephon brauchbar. Weiche Zuleitungsschnüre zum Telephon, Verstopfen des einen Ohres mit Baumwolle sind zweckmäſsig, um störende Geräusche fernzuhalten. Ein Quecksilberunterbrecher auf weicher Unterlage kann fast vollkommen geräuschlos arbeiten. Von der Brücke und dem Telephon muſs man das Induktorium auch wegen der inducirenden und magnetischen Fernwirkung entfernt halten, von einer Walzenbrücke etwa 1 m weit; die beiderseitigen Windungen senkrecht zu einander.

Das Ton-Minimum. Unter Umständen verschwindet der Ton bei keiner Stellung des Kontakts vollständig. Ist das Minimum der Tonstärke noch deutlich ausgeprägt, so stellt man ohne merklichen Fehler auf den Punkt schwächsten Tons ein, welchen man am genauesten durch Hin- und Herschieben als die Mitte zwischen zwei Punkten gleicher Tonstärke findet. Ist es stärker verwischt, so wird erstens die Einstellung weniger genau, und zweitens können aus den Nebenumständen Fehlerquellen entstehen, die aber meistens unbedeutend sind.

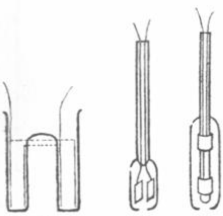
Die Ursachen der Unschärfe können sein: 1. Reste von Polarisation an Elektroden von ungenügender elektrolytischer Kapacität (d. h. zu kleiner Fläche oder schlechter Platinirung) besonders bei kleinen Widerständen. 2. Selbstinduktion in den Widerstandsrollen, bei bifilarer Wickelung jedoch kaum auftretend. 3. Elektrostatische Kapacität groſser Widerstandsrollen. Abwechselnd unifilare Wickelung aus feinem Draht (**63** IV) kann aber bis zu 30 000 Ohm brauchbar machen. 4. Elektrostatische Kapacität der Flüssigkeitszelle, besonders bei sehr schlechten Leitern von groſser Dielektricitätskonstante, z. B. reinem Wasser. Die Fehler 3 und 4 lassen sich durch Nebenschalten eines kleinen regulirbaren Kondensators neben den anderen Zweig aufheben oder vermindern. 5. Ladungen der Auſsenwände des Gefäſses in einem Wasserbad; ein Petroleumbad läſst die Störung vermeiden. 6. Elektrostatische Ladungen, welche bei sehr groſsen Widerständen die Induktionsströme begleiten können. Ableitung eines Punktes der Leitung nach der Erde (Gasleitung) pflegt zu helfen.

Bei zu messenden Widerständen von mehreren 100 000 Ohm gelingt es nicht immer, die Quellen der Unschärfe genügend zu beseitigen.

Die Widerstandsgefäfse. Soll eine vollständige, unabhängige Bestimmung des Leitvermögens gemacht werden, so mufs die Flüssigkeit in ein Gefäfs eingefüllt sein, dessen Widerstandskapacität sich berechnen läfst, also in ein cylindrisches Rohr



1. 2. 3. 4. 5. 6.



7. 8. 9.

von bekanntem Querschnitt (**19**; **19a**). Beträgt der letztere 10 bis 20 cm^2, so kann man gerade so wie unter I (S. 332) die eine Elektrode verschieben und Differenzbeobachtungen machen und ist von allen Voraussetzungen unabhängig. Oder es kann ein enges cylindrisches Rohr als Verbindung zweier Gefäfse, in denen die Elektroden stehen, angebracht sein, ähnlich wie Fig. 6. Dann ist zu der Widerstandskapacität des Rohres die Ausbreitung in die Gefäfse hinzuzufügen (S. 280).

Bequemer sind Gefäfse aus einem Stück wie Fig., und zwar für schlecht leitende Flüssigkeiten Nr. 1 u. 2, Nr. 3 (Arrhenius), Nr. 7 (Pfeiffer) und 8. Die Elektrodenpaare Nr. 8 bez. 9, mit Quecksilber-Zuleitung in einer Doppelkapillare, taucht man einfach in die schlecht bez. gut leitenden Flüssigkeiten ein. Die Widerstandskapacitäten werden empirisch ermittelt.

Empirische Bestimmung der Widerstandskapacität γ.

1. Mit einer Flüssigkeit von bekanntem Leitvermögen. Man füllt das Gefäfs z. B. mit einer der folgenden Lösungen, deren Leitvermögen ohne eine genaue quantitative Analyse hinreichend bekannt ist. Über die Herstellung von Lösungen s. **7a**. Je nachdem Gefäfse von gröfserem oder kleinerem Quecksilberwiderstande zu bestimmen sind, wählt man eine besser oder eine schlechter leitende Füllung, so dafs der Gesamtwiderstand eine passende Gröfse erhält. Es haben bei

der Temperatur t das auf **Quecksilber** (0^0) bezogene Leitvermögen K (s. auch Tab. 3a, 26 u. 27a)

wässrige Schwefelsäure von 30,4% H_2SO_4, spec. Gew. = 1,224,

$$10^7 . K = 692 + 11{,}3 \cdot (t - 18);$$

gesättigte Kochsalzlösung von 26,4% NaCl, spec. Gew. = 1,201,

$$10^7 . K = 202 + 4{,}5 \cdot (t - 18);$$

Bittersalzlösung von 17,3% $MgSO_4$ (wasserfrei), spec. Gew. = 1,187,

$$10^7 . K = 46{,}0 + 1{,}2 \cdot (t - 18);$$

Essigsäurelösung von 16,6% $C_2H_4O_2$, spec. Gew. = 1,022,

$$10^7 . K = 1{,}52 + 0{,}027 \cdot (t - 18);$$

Hundertel-normale Chlorkaliumlösung; 0,746 g KCl in 1 l,

$$10^7 . K = 1{,}147 + 0{,}0250 \cdot (t - 18);$$

Gesättigte Gypslösung $CaSO_4 + 2H_2O$

$$10^7 . K = 1{,}77 + 0{,}045 \cdot (t - 18);$$

Gesättigte Lösung von $SrSO_4$

$$10^7 . K = 0{,}121 + 0{,}0028 \cdot (t - 18).$$

Bei den letzten drei Lösungen, besonders bei $SrSO_4$ ist sehr reines Lösungswasser vorausgesetzt. Die Sättigung der Lösung durch gepulverte Substanz erfolgt meistens rasch. Die Anwesenheit einer mäfsigen Menge des Pulvers beeinflufst das Leitvermögen nicht merklich. Man wäscht das Pulver wiederholt aus, bis ein konstanter Wert des Widerstandes erhalten wird.

Um die auf das richtige **Ohm** bezüglichen Leitvermögen zu haben, mufs man die Zahlen mit 1,063 multipliciren.

Über **reines Wasser** s. 7, 2. Das beste Destillat in Luft hat etwa $K = 10^{-10}$ bei 18^0.

Die Widerstandskapacität γ eines Gefäfses, in welchem eine Flüssigkeit vom Leitvermögen K den Widerstand W ergibt, ist

$$\gamma = W \cdot K.$$

2. **Mit einem Gefäfs von bekannter Kapacität.** Man schaltet das unbekannte und das bekannte Gefäfs mit derselben Flüssigkeit gefüllt, wie F und R (Fig. S. 334) ein. Das Widerstandsverhältnis gibt dann das Verhältnis der beiden Kapacitäten. Lösungen von $KHSO_4$ oder für kleine Kapacitäten solche von Mannit und Borsäure (f. S.) sind wegen des geringen Temperatureinflusses zweckmäfsig.

Leitvermögen der Flüssigkeit.

Hat diese in einem Gefäfs von der Kapacität γ den Widerstand w, so ist ihr Leitvermögen $k=\gamma/w$.

(Welche Einheit der Rheostat besitzt, ist bei allem gleichgiltig. Man mifst eben W, also auch γ in derselben Einheit wie w.)

Bei engen Gefäfsen soll man die Ströme wegen der Wärmeentwickelung nicht stärker und länger als nötig nehmen!

Vgl. F. K. und Grotrian, Pogg. Ann. 154, 3. 1875; F. K., Wied. Ann. 6, 5. 49. 1879; 11, 653. 1880; 26, 168. 1885; 49, 223. 1893; 51, 346. 1894. Über Einflüsse auf die Güte des Tonminimums s. auch Elsas, Wied. Ann. 44, 666. 1891; M. Wien, ib. 47, 626. 1892.

Anordnung von Nernst. Eine Brückenverzweigung besteht aus vier paarweise gleichen Glasröhren, gefüllt mit einer Lösung, deren Leitvermögen von der Temperatur sehr wenig abhängt: 97 g Mannit und 33 g Borsäure in Wasser zu 1 l gelöst; $K=0{,}9\cdot 10^{-7}$. Einer von den Zweigen mufs eine in mefsbarer Weise verschiebbare Elektrode enthalten. Als Widerstandseinheit dient der dem Skalenteil dieser Verschiebung entsprechende Widerstand, in welchem man auch die Widerstandskapacität eines Mefsgefäfses ausdrückt.

Ein zu messender Flüssigkeitswiderstand, welchen man diesem Zweige hinzufügt, ist dann gleich derjenigen Verschiebung der Elektrode, welche das Telephon wieder zum Schweigen bringt.

Die Anordnung ist wegen ihrer Symmetrie den Störungen des Minimums weniger ausgesetzt und infolge dessen auch für sehr grofse Widerstände zu benutzen.

Nernst, Z. S. f. phys. Ch. 14, 642. 1894. Vgl. auch **86a** I.

Optisches Telephon s. S. 303; elektrometrische Methoden **84** III.

Äquivalent-Leitvermögen.

p gr in 1000 g oder $p'=p\cdot s$ gr in 1 liter der Lösung (Dicht. $=s$) bedeuten einen Gehalt $m=p'/A$ gr-Äqu./liter, wenn A das chemische Äquivalentgewicht des gelösten Körpers. Ist k das Leitvermögen der Lösung, so nennt man $\lambda=k/m$ das auf Quecksilber bezogene Äquivalent-Leitvermögen des Körpers. Mit wachsender Koncentration nimmt λ ab. (Vgl. **7a** und Tab. 27a.)

Elektrolytische Dissociation (Arrhenius). Unter der Annahme, dafs nur dissociirte Moleküle leiten und dafs in unendlicher Verdünnung die Dissociation vollständig erfolgt ist, erhält man den Dissociationsgrad der Lösung eines binären Elektrolytes $d=\lambda/\lambda_\infty$, wenn λ_∞ das Äquivalent-Leitvermögen in unendlicher Verdünnung ist.

Leitvermögen und Geschwindigkeit der Ionen.

Ist n die Hittorf'sche Wanderungszahl des Anions, d. h. die Geschwindigkeit des Anions geteilt durch die Summe der Geschwindigkeiten beider Ionen, also $1-n$ die Wand.-Zahl des Kations, so nennt man $u=(1-n)\lambda$ bez. $v=n\lambda$ die auf Quecksilber bezogenen Leitvermögen oder Beweglichkeiten des Kations bez. des Anions. $u+v$ ist also $=\lambda$.

Die Geschwindigkeiten U und V der Ionen, wenn die el. Kraft 1 Volt auf 1 cm Länge der Lösung beträgt, bekommt man folgendermafsen.

1 cm-Würfel hat den Widerstand $1/(10000 \cdot k)$ Siem.-Einh. oder $1/(10630 \cdot k)$ Ohm (**63** I). 1 Volt erzeugt hierin also den Strom $10630 \cdot k$ Am.

Der Strom 1 Am scheidet 0,00001036 g-Äqu./sec aus, der obige Strom also $10630 \cdot k \cdot 0{,}00001036 = 0{,}1102 \cdot k$ g-Äqu./sec. 1 cm^3 Lösung enthält $m/1000$ g-Äqu. Sollen $0{,}1102 \cdot k$ von diesen in 1 sec an den Endflächen frei werden, so ist die gegenseitige Geschwindigkeit der Ionen in cm/sec

$$U+V=0{,}1102 \cdot k \cdot 1000/m=110{,}2 \cdot \lambda$$

und $\quad U=110{,}2 \cdot \lambda(1-n)=110{,}2 \cdot u \qquad V=110{,}2 \cdot \lambda n=110{,}2 \cdot v.$

F. K., Wied. Ann. 50, 402, 1893; eine Tabelle für n ib. S. 387.

Tab. 27b gibt die Beweglichkeiten einiger Ionen für den Grenzzustand äufserster Verdünnung, so gut dieselben bekannt sind. Die Zahlen für mehrwertige Ionen sind weniger sicher.

72a. Löslichkeit schwer löslicher Körper.

1 mg eines Salzes in 1 l Wasser gelöst bewirkt eine Erhöhung des Leitvermögens von der Ordnung 10^{-10}, so dafs selbst Körper wie Chlorsilber oder Bariumsulfat eine gut mefsbare Vermehrung ergeben. Man wässert den gepulverten Körper aus, trocknet und zerreibt ihn noch einmal im Achatmörser, bringt ihn in das Gefäfs Nr. 2 S. 336, giefst vorsichtig Wasser von bekanntem Leitvermögen auf, schüttelt und bestimmt das Leitvermögen abermals. Meistens wird wegen der Verunreinigungen noch einmal oder mehrere Male von dem Pulver abgegossen und Wasser aufgegossen werden müssen, bis konstante Leitvermögen entstehen.

Tab. 27b gibt die auf Hg bezogenen Beweglichkeiten u und v von Ionen in äufserst verdünnter wässriger Lösung bei 18^0. Hat man nun das Leitvermögen der gesättigten Lösung bei 18^0 um k gröfser gefunden als dasjenige des lösenden Wassers, so berechnet man die in 1 l gelösten gr-Äquivalente als $m=k/(u+v)$. Ist A das Äquivalentgewicht des gelösten Körpers, so stellt also $A \cdot m$ oder $A \cdot k/(u+v)$ die Koncentration in gr/liter dar

Nur bei Anwendung sehr reinen Wassers und in verdünnter Lösung neutraler Salze darf man so rechnen.

Beispiel: $BaSO_4$, $u = 52$, $v = 62$, $u + v = 114 \cdot 10^{-7}$. Es wurde gefunden $k_{18} = 2{,}4 \cdot 10^{-10}$, also $m = 2{,}4/114 \cdot 10^{-3} = 0{,}000021$ gr-Äqu/lit. Äqu. Gew. $\frac{1}{2}$ Ba $= 68{,}5$, $\frac{1}{2} SO_4 = 48$, also $A = 116{,}5$, woraus der Gewichtsgehalt $= 116{,}5 \cdot 0{,}000021 = 0{,}0024$ gr/liter.

Vgl. Kohlrausch u. Rose, Berl. Sitz.-Ber. 1893, 453; Wied. Ann. 50, 127. 1893; Z. S. f. phys. Ch. 12, 234. 1893.

Über die Bestimmung gröfserer Löslichkeiten s. z. B. Ostwald, Physiko-chemische Methoden S. 202.

73. Widerstand einer galvanischen Säule.

Die Methoden I bis III setzen sehr konstante Säulen von nicht zu kleinem Widerstande voraus, wenn sie brauchbare Ergebnisse liefern sollen. IV und V sind in der Ausführung nicht einfach. VI ist meistens einfacher und genauer als die übrigen.

I. Mit dem Galvanometer (Ohm).

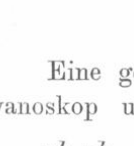
Man schliefst die Säule durch ein Galvanometer (**64** bis **67**), nötigenfalls mit so viel Widerstandsballast, dafs der Ausschlag eine passende Gröfse hat. Die Stromstärke sei J. Dann wird ein bekannter Widerstand R zugeschaltet; am besten so viel, dafs die neue Stromstärke i ungefähr die Hälfte der früheren wird. Daraus ergibt sich der Widerstand W, welchen der Stromkreis bei der ersten Beobachtung besafs,

$$W = Ri/(J - i).$$

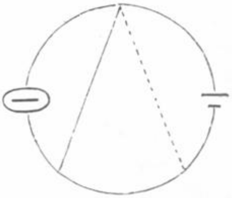
Man zieht von W den Widerstand des Galvanometers, sowie eventuell den konstanten Ballast ab.

II. Mit Galvanoskop und Rheostat.

Eine gerade Anzahl von Elementen wird durch ein Galvanoskop und einen angemessenen Rheostatenwiderstand geschlossen. w_1 sei der Widerstand aufser demjenigen der Säule. Zweitens schalte man die Becher paarweise gleichgerichtet neben einander, so wird ein anderer Rheostatenwiderstand den früheren Nadelausschlag hervorbringen. w_2 sei der jetzige Widerstand aufser der Säule. Dann hatte die Säule bei dem ersten Versuch den Widerstand $4w_2 - 2w_1$.



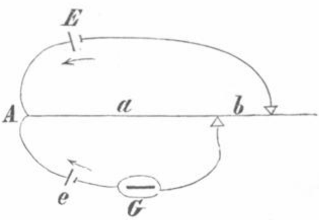
III. Durch Abzweigung (Siemens).



Die Säule sei durch ein Galvanoskop und durch eine Abzweigung geschlossen. Verlegt man die Abzweigung so, dafs wieder der frühere Nadelausschlag entsteht, so ist der frühere Widerstand auf der Seite der Säule ebenso grofs wie jetzt derjenige auf der Seite des Galvanoskopes und umgekehrt.

IV. Nach dem Kompensationsverfahren (v. Waltenhofen; Beetz).

ab ist ein ausgespannter dünner Draht von bekanntem Widerstand mit zwei verschiebbaren Kontakten, E die Säule, deren Widerstand W (wobei wir die nachher abzurechnenden Verbindungsdrähte einbegreifen) bestimmt werden soll. e ist eine s c h w ä c h e r e konstante Hilfssäule. Man stellt die Kontakte so, dafs das Galvanoskop G stromlos ist. Die Drahtstücke seien a und b. Man ändert beide Stücke in a' und b', so dafs G wieder stromlos ist; dann ist $W=(a'b-ab')/(a-a')$.



Beweis. Der Kreis $AabE$ habe den Strom i. Es ist (**63**, I, B.) $E=(W+a+b)i$; ferner $e=ai$, also $E/e=1+(W+b)/a$. Ebenso $E/e=1+(W+b')/a'$; also $(W+b')/a'=(W+b)/a$, woraus obiges folgt.

Gibt keine Stellung den Strom Null, so mufs der disponibele Widerstand vermehrt oder ein schwächeres e genommen werden.

Schliefst man nur sehr kurze Zeit (Stromschlüssel von Beetz), so kann man auch inkonstante Elemente untersuchen. Um den Widerstand mit Strom zu erhalten, legt man an E eine Nebenschliefsung, welche durch den Schlüssel bei A kurz vor der Verbindung der Säulen mit dem Rheostatendraht gelöst wird.

V. In der Wheatstone'schen Brücke (Mance).

In der Figur auf S. 322 sei im Zweige W die Säule, in P_1 das Galvanoskop, während der Zweig P_2 momentan geschlossen werden kann. Wenn der Galvanoskop-Ausschlag sich durch diesen Schlufs nicht ändert, so ist der Widerstand der Säule $W = R \cdot a/b$. Durch einen konstant genäherten Magnet kann man die Galvanoskopnadel in der Nähe der Ruhelage halten.

Man mifst hier den Widerstand der geschlossenen Säule.

VI. Durch Wechselströme.

Am einfachsten ist die Messung nach **72** II. Elemente von nicht zu kleinem Widerstande verhalten sich den Wechselströmen gegenüber ähnlich wie gewöhnliche Leiter. Mit dem Elektrodynamometer untersucht man die Elemente paarweise hinter und gegen einander geschaltet. Für das Telephon (Lefs) ist die Gegenschaltung nur dann nötig, wenn die Ströme durch ihre Stärke Nachteile bringen würden.

Nach **86** V 1 kann man das Verhältnis zweier Widerstände in Brückenschaltung auch auf das Verhältnis zweier Kondensator-Kapacitäten zurückführen, welche die beiden anderen Zweige bilden.

Vgl. hierüber Nernst u. Haagn, Z. S. f. Elektrochem. 2, 493. 1896.

73a. Widerstand eines Galvanometers.

Der Widerstand γ eines Multiplikators läfst sich wie jeder andere nach **70** bis **71c** bestimmen. Um aber die eigene Nadel zu benutzen, gibt es folgende Verfahren.

I. Direkter Schlufs.

Eine konstante Säule von bekanntem, thunlichst kleinem Widerstande (grofser Daniell, Akkumulator) wird durch das Galvanometer geschlossen, wenn nötig unter Einschaltung eines bekannten Widerstandes. w_0 sei die Summe dieses Ballastes und desjenigen der Säule. Die Stromstärke sei J. Man bringe durch Zuschaltung des Rheostatenwiderstandes R den Strom auf etwa die halbe Stärke i. Dann ist $\gamma = Ri/(J - i) - w_0$.

Denn es ist $(\gamma + w_0)J = (\gamma + w_0 + R)i$.

Hindernisse. Wegen der Inkonstanz der Elemente, der ungenauen Kenntnis ihres Widerstandes und weil bei empfindlichen Galvanometern der Ballast w_0 relativ grofs genommen werden mufs, wird das Verfahren selten genau sein.

II. Abzweigung und Strommessung.

Hier kann man, besonders bei empfindlichen Galvanometern, mit schwachen, unter Umständen auch wenig veränderlichen Strömen arbeiten, so daſs die Konstanz der Säule gewahrt bleibt.

Die Säule von bekanntem kleinem Widerstande sei geschlossen durch eine Leitung, welche sich in zwei Zweige teilt, von denen der eine aus dem Galvanometer γ, der andere aus einem bekannten Widerstande z bestehe. z möge von γ im allgemeinen nicht sehr verschieden sein.

W sei der Gesamtwiderstand des unverzweigten Teiles der Leitung, also einschlieſslich des Widerstandes der Säule. Es ist vorteilhaft, W groſs wählen zu können.

i sei die im Galvanometer beobachtete Stromstärke, wenn die Widerstände W, z und γ sind.

Bei Spiegelgalvanometern gilt für i einfach der Ausschlag, wenn er klein ist. Im übrigen vgl. **64** bis **67**.

Allgemeiner Fall. Wenn W in W', z in z' verwandelt und zu γ ein Widerstand w zugeschaltet wird, so möge die Stromstärke i' in γ entstehen. Dann ist

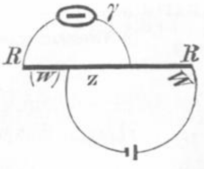
$$\gamma = \frac{i'[w(W'+z')/z'+W'] - iW}{i(W+z)/z - i'(W'+z')/z'}.$$

Denn es ist $i = \dfrac{E \cdot z}{\gamma(W+z)+Wz}$; $\quad i' = \dfrac{E \cdot z'}{(\gamma+w)(W'+z')+W'z'}$ (S. 282).

Aus dieser allgemeinen Formel ergeben sich leicht die folgenden Methoden. Die nebengesetzten Figuren zeigen an, wie man die Anordnung mit einem Rheostaten RR treffen kann, wenn man einige Stöpsel mit Klemmschrauben besitzt. Besonders Nr. 3, 4 und 7 werden sich leicht ausführen lassen.

Einzelne Fälle für den Gebrauch.

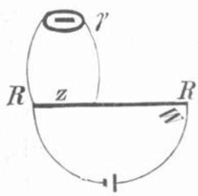
1) Man lasse W und z ungeändert, schalte aber in den Galvanometerzweig γ noch einen von γ nicht sehr verschiedenen Widerstand w. Die Stromstärke sei nunmehr $= i'$. Über i, W, z siehe oben. Dann ist



$$\gamma = \frac{i'[w(1/z+1/W)+1] - i}{(i-i')(1/z+1/W)}.$$

Ist W sehr groſs gegen z, so hat man $\gamma = w\dfrac{i'}{i-i'} - z$.

2) Man läſst bei dem zweiten Versuche W und den Galvanometerzweig ungeändert ($w=0$), verwandelt aber z in den beträchtlich gröſseren Wert z', wodurch in γ die Stromstärke i' entstehe. Es ist

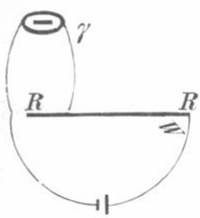


$$\gamma = \frac{i'-i}{i(1/z+1/W)-i'(1/z'+1/W)}.$$

Für groſses W entsteht $\gamma = \dfrac{i'-i}{i/z - i'/z'}$.

3) Bei dem zweiten Versuche werde W in W' verwandelt und durch das Galvanometer der ganze Strom i' geleitet (d. h. $w=0$ und $z'=\infty$). Dann ist

$$\gamma = \frac{i'W'-iW}{i(W+z)/z-i'}.$$



Ist der Widerstand des ungeteilten Bogens bei beiden Versuchen der nämliche geblieben ($W'=W$), so gilt

$$\gamma = \frac{i'-i}{i(1/z+1/W)-i'/W},$$

und wenn W sehr groſs ist, $\gamma = z(i'-i)/i$.

Im allgemeinen wird es günstig sein, wenn die eine Stromstärke etwa halb so groſs ist wie die andere. — Die Anwendung eines Kommutators an der Säule ist zweckmäſsig.

Besonders auf Spiegelgalvanometer von nicht zu groſsem Widerstande, bei denen die gewöhnlichen Methoden versagen, sind die Methoden 1 bis 3 anwendbar.

III. Abzweigung mit gleicher Stromstärke.

Um die Methoden auch auf ein Galvanoskop anwenden zu können, welches keine eigentliche Messung erlaubt, regulire man die Widerstände bei dem zweiten Versuche so, daſs die beiden Stromstärken gleich sind ($i'=i$).

In diesem Falle ist allgemein (s. oben)

$$\gamma = z\frac{w(W'+z')+z'(W'-W)}{Wz'-W'z}.$$

Man hat zwischen folgenden Methoden die Wahl.

4) Der Widerstand W der unverzweigten Leitung bleibe konstant ($W'=W$). Man füge zu dem Galvanometerzweig γ noch einen Widerstand w, der die Stromstärke erheblich (etwa

auf die Hälfte) sinken läfst. Alsdann vergröfsere man z in z', bis die frühere Stromstärke entsteht. Dann ist

$$\gamma = \frac{wz}{z'-z}\left(1+\frac{z'}{W}\right)$$

und für sehr grofses W einfach $\gamma = wz/(z'-z)$.

Bei der Ausführung nach der Figur zu Nr. 1 hat man nötigenfalls diejenigen Widerstände, welche den Strom i' genau $= i$ machen, aus zwei benachbarten Widerständen und Stromstärken zu interpoliren (5).

5) Man lasse z ungeändert, schalte w zu γ und vermindere W in W', bis die alte Stromstärke erreicht ist. Man hat

$$\gamma = w\frac{W'+z}{W-W'} - z.$$

Über Interpolation siehe 4).

6) Man läfst den Galvanometerzweig bei beiden Beobachtungen ungeändert ($w = 0$). Wenn z und W dieselbe Stromstärke geben wie z' und W' (vgl. Fig. zu Nr. 2), so ist

$$\gamma = \frac{W-W'}{W'/z'-W/z}.$$

7) Mit dem Widerstande W der Hauptleitung und dem Zweigwiderstand z (Fig. bei 2) gebe das Galvanometer denselben Ausschlag wie mit dem gröfseren Widerstande W' und ohne Abzweigung (also $w = 0$, $z' = \infty$, Fig. bei 3). Dann ist

$$\gamma = z(W'-W)/W.$$

IV. In der Wheatstone'schen Brücke (Thomson).

Das Galvanometer kommt in einen der vier Brückenzweige. Als Brücke genügt ein blofser Verbindungsdraht mit Unterbrecher. Wenn der Ausschlag sich bei Schliefsung und Öffnung der Brücke nicht ändert, so stehen die Widerstandspaare in Proportion. Zu grofse Ausschläge kann man durch einen genäherten Magnet vermindern. In der Ausführung kostet das Ausprobiren der Proportion einige Zeit.

V. Durch Dämpfung.

Nach **71c.** Wenn die log. Dekremente der Nadel sind: λ_0 bei kurzem Schlufs, λ bei Schlufs durch den bekannten Widerstand R, λ' bei offenem Multiplikator, so ist der Widerstand des Multiplikators $\gamma = R(\lambda-\lambda')/(\lambda_0-\lambda)$.

74. Vergleichung elektromotorischer Kräfte (Potentialunterschiede, Spannungen).

Um eine el. Kraft zu messen, kann man dieselbe mit der Kraft eines in Volt (**63** II u. **76**) bekannten konstanten Elementes (Daniell, Akkumulator, Clark, Cadmium-Element) vergleichen.

Zur Beurteilung der Messungen mufs man bedenken, dafs, abgesehen von zeitlichen Änderungen, die Spannung noch von der Stromstärke abhängt. Bei einer grofsplattigen Säule mit starker Salpetersäure oder Kupferlösung wird für mäfsigen Strom die Schwächung nicht merklich sein. Elemente mit verdünnten oder länger gebrauchten Flüssigkeiten und „inkonstante" Elemente (z. B. Smee, Leclanché, auch Clark) können mit starkem Strome mehrfach schwächer sein als kompensirt oder mit ganz schwachem Strome.

I. Vergleichung durch Galvanoskop und Rheostat.

Das eine Element E wird durch ein Galvanoskop und einen Rheostaten geschlossen. Der Gesamtwiderstand des Kreises bei einem passenden Ausschlag sei W. Dann ersetzt man E durch das andere Element e und bewirkt mit dem Rheostaten den früheren Ausschlag. Der Gesamtwiderstand sei jetzt w. Dann verhalten sich die Spannungen

$$E : e = W : w.$$

W und w enthalten die Widerstände des Rheostaten und der übrigen Kette einschliefslich des Elementes. Nimmt man aber die Rheostatenwiderstände grofs gegen die übrigen Teile, was durch ein empfindliches Galvanoskop immer ermöglicht wird, so kann man die letzteren vernachlässigen, oder es genügt eine Schätzung.

II. Vergleichung durch das Galvanometer (Fechner).

Erzeugen zwei el. Kräfte E und e in Stromkreisen vom Widerstand W und w die Stromstärken J und i, so ist

$$E : e = JW : iw.$$

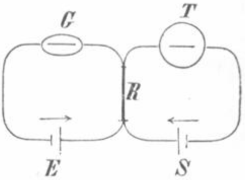
Sehr einfach wird das Verfahren, wenn man ein empfindliches Galvanometer (**66**, **75**, **77**) und einen sehr grofsen konstanten Widerstand nimmt, so dafs der Widerstand der Säulen vernachlässigt werden kann. Die Spannungen verhalten sich dann einfach

$$E : e = J : i.$$

III. Kompensationsmethode von Poggendorff.

Von einer inkonstanten Säule kann man die volle Spannung dadurch bestimmen, dafs man sie durch Kompensation stromlos macht. Die genaue Kompensation ist oft zeitraubend, weil bei dem Ausprobiren die Säule Strom bekommt, dessen Einflufs auf ihre Spannung eine Zeit lang nachwirkt. Man schalte also während des Probirens einen Widerstandsballast zu dem zu kompensirenden Element und schliefse immer nur kurze Zeit, überzeuge sich aber bei der definitiven Beobachtung durch längeren Schlufs, ob die Kompensation wirklich erreicht ist.

G ist ein Galvanoskop, T ein Galvanometer, R ein Rheostat, E eins der zu vergleichenden Elemente, S eine konstante stärkere Hilfssäule. E und S sind gegengeschaltet. Man schaltet so viel Widerstand R ein, dafs G stromlos ist, und beobachtet die Stromstärke J in T.



Jetzt schaltet man statt E die andere Säule e ein, macht G durch einen Rheostatenwiderstand r wieder stromlos und beobachtet die Stromstärke i in T. Dann ist

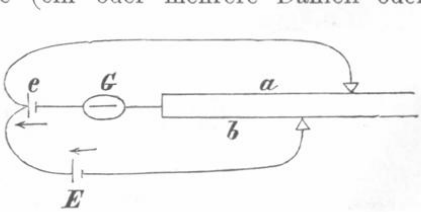
$$E : e = JR : ir.$$

Denn es ist $E = JR$ und $e = ir$ (**63** I B), da der Strom in G Null ist.

Unter Umständen kann man den Versuch durch Einschalten eines Widerstandes auch im Zweige S bequemer machen.

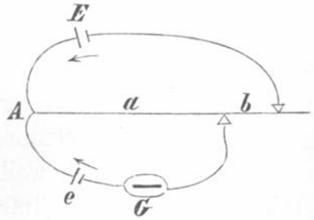
IV. Kompensations-Verfahren nach Bosscha.

Die Spannung eines Elementes e sei mit derjenigen E einer stärkeren konstanten Säule (ein oder mehrere Daniell oder Akkumulatoren) zu vergleichen. a und b seien Rheostatenwiderstände (etwa gespannte Drähte mit guten Schleifkontakten), welche die Nadel des Galvanoskops G



auf Null bringen. Bei einem zweiten Versuche mögen a' und b' dieser Anforderung genügen. Dann ist

$$E/e = 1 + (b - b')/(a - a').$$



Die Anordnung des Versuchs kann auch mit einem einzigen Draht mit zwei Schleifkontakten getroffen werden (Fig.). Es gilt dann dieselbe Beziehung.

Im ersteren Falle dürfen beide Kontakte, im letzteren darf der Kontakt hinter b keinen wechselnden Widerstand haben. Mit Quecksilber gefüllte, auf blankem Platindraht gleitende Röhrchen können brauchbar sein.

Vgl. **73** IV, wo auch der Beweis und die Bedingung der Ausführbarkeit.

V. Kompensations-Verfahren nach du Bois-Reymond.

Ist in der obigen Figur der Widerstand $a + b$ konstant, so ist bei ungeändertem E der Widerstand a, welcher den Strom in G verschwinden läfst, einfach proportional der bei e eingeschalteten el. Kraft. Also $e = C \cdot a$.

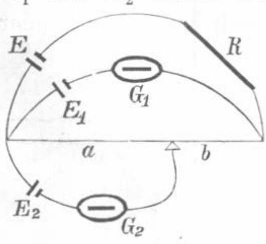
Wenn nämlich W der Widerstand der Säule E nebst Verbindungsdrähten, so ist $e : E = a : (W + a + b)$.

Den Faktor C kann man ermitteln, indem man einmal ein bekanntes Element (Daniell, Akkumulator, Clark) für e setzt.

Zur Ausführbarkeit des Verfahrens IV und V wird erfordert, dafs mindestens ein Widerstand $a = We/(E - e)$ zur Verfügung steht. Reicht a hierfür nicht aus, so mufs man eine stärkere oder gröfsere Säule E nehmen.

VI. Kompensations-Verfahren nach Clark.

Mittels zweier Galvanoskope G_1 und G_2 und einer stärkeren konstanten Hilfssäule E kann man zwei inkonstante el. Kräfte E_1 und E_2 direkt mit einander vergleichen. R sei ein Rheostat, ab ein Draht mit Schleifkontakt.



Es sei $E > E_1 > E_2$. Durch Einschalten von Widerstand in R und gleichzeitiges Reguliren des Schleifkontaktes kann man die Ströme in G_1 und G_2 zum Verschwinden bringen. Alsdann hat man offenbar $E_1 : E_2 = (a + b) : a$.

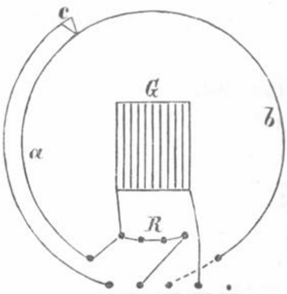
Stöpselrheostaten. Solche kann man in IV, V und VI für die Widerstände $a+b$ nehmen, indem man die Drähte von E fest an die Enden des Rheostaten bringt, mit den Drähten von e und G dagegen die beiden Seiten einer solchen Widerstandsstrecke a berührt, daſs der Strom in G verschwindet.

Elektrostatische Methoden s. in **84.**

75. Universalgalvanometer von Siemens.

Das Instrument kann gebraucht werden erstens als Sinusbussole, ferner für die Widerstandsbestimmung nach der Brückenmethode, endlich für die Vergleichung el. Kräfte.

G ist der Multiplikator, R bedeute die durch Herausziehen von Stöpseln einzuschaltenden Widerstände 1, 10, 100 oder 1000 Ohm, a und b den kreisförmig gespannten Brückendraht. I, II, III, IV, V sind Klemmschrauben, von denen III und IV durch einen Stöpsel direkt mit einander verbunden werden können. Klemme V mit einem Kontakttaster nach II wird für momentanen Schluſs statt II gebraucht. Wenn V fehlt, so kann zu diesem Zweck ein leicht zu handhabender Kontakt an II dienen. C bedeutet den verstellbaren Kontakt (die wirkliche Verbindung von C nach I liegt unter dem Instrument).



1. Sinusbussole. Man verbindet die Klemmen II (oder V) und IV mit der Leitung. Mittels R kann man zugleich einen Widerstand einschalten. Als Teilkreis dient die Gradeinteilung am Brückendraht. Vgl. **65.**

2. Widerstandsbestimmung. Man verbindet I und II (V) mit einer Säule, II und III mit dem Widerstande und setzt den Stöpsel zwischen III und IV. Man hat dann die gewöhnliche Brückenschaltung **71 b** II. Wird C so gestellt, daſs der Kontakt keinen Strom gibt, so ist $W:R=b:a$. R wählt man so, daſs b und a möglichst wenig ungleich sind. $b+a$ ist $=300$; der Nullpunkt der Teilung liegt in der Mitte. Eine Tabelle erleichtert die Rechnung.

3. Vergleichung elektromotorischer Kräfte (**74** IV u. V). Man zieht den Stöpsel III—IV heraus, setzt die Stöpsel von R aber ein, und schaltet die eine der zu vergleichenden el. Kräfte e zwischen I und IV, die (stärkere und konstante) Vergleichs-Säule E zwischen II (V) und III, und zwar gleichnamige Pole von e und E mit I und III verbunden. Dann sucht man die Strecke a, bei welcher die Nadel in Ruhe bleibt. Die Säule e muſs, wenn sie inkonstant ist, zuletzt geschlossen werden, was man mit dem Kontaktröllchen selbst oder an der Klemme I ausführt. Wenn der Widerstand w_0 der Säule E bekannt ist, so hat man $e:E = a:(a+b+w_0)$.

Ist e' eine zweite Säule und findet man für diese bei der Vergleichung mit E die Strecke a', so ist $e:e' = a:a'$.

76. Elektromotorische Kraft in absolutem Maſse.

Vgl. die Eingangsbemerkung zu **74.**

Eine el. Kraft, welche im Widerstande W den Strom J erzeugt, ist $= W\cdot J$, und zwar gemessen in dem Maſssystem, in welchem W und J gemessen sind, z. B. in [C-G-S]-Einheiten. Ohm und Ampere geben Volt, wobei zwischen „legalen" und „richtigen" Volt zu unterscheiden ist. Vgl. **63** I u. Anh. 20.

1 richtiges Volt $= 10^8[\text{cm}^{3/2}\,\text{g}^{1/2}\,\text{sec}^{-2}]$; 1 leg. Ohm $= 0{,}9972$ Ohm; 1 Siem. Einh. $= 0{,}9407$ Ohm.

I. Direkte Messung. Man schlieſst durch ein Galvanometer ev. mit zugeschaltetem Widerstand. Die Summe dieser äuſseren Widerstände sei $= w_1$, der Widerstand des Elements $= w_0$, die Stromstärke $= J$, dann ist $E = (w_0 + w_1) J$.

Bei empfindlichen Galvanometern kann w_0 und häufig auch der Galvanometerwiderstand vernachlässigt werden.

Vgl. auch **77** und die elektrometrische Methode **84a.** Über Klemmspannung **76a.**

Spannungsmesser. So heiſsen Galvanometer von sehr groſsem Widerstande, ev. einschlieſslich eines konstant vorgeschalteten Widerstandes (so daſs der Widerstand der Stromquelle dagegen vernachlässigt werden kann), wenn die Teilung gleich das Produkt Stromstärke $\times$ Widerstand, also die Spannung des Elements angibt, z. B. in Am $\times$ Ohm = Volt. Ist der Widerstand des Spannungsmessers $= w$, so multipliciren Vorschaltwiderstände von $9w$, $99w$ etc. den Wert der Teilung mit 10, 100 etc. Wenn w eine runde Zahl ist, z. B. = 10000 Ohm, so kann dieselbe Teilung auch für Strommessung beziffert sein.

Das Leitungsmaterial des Spannungsmessers soll von der Temperatur wenig beeinflufst werden (Tab. 25).

Die Prüfung eines Spannungsmessers kann mittels Strom- und Widerstandsmessung oder mit einer Säule von bekannter el. Kraft (**63** II) geschehen.

II. Ohm'sche Methode. Durch zwei Messungen eliminirt man den Widerstand Säule + Galvanometer. Man schliefst durch Rheostat und Galvanometer und beobachtet die Ströme i_1 und i_2 bei den Rheostatenwiderständen R_1 und R_2. Dann ist

$$E = i_1 i_2 (R_1 - R_2)/(i_2 - i_1).$$

Der eine Strom mag ungefähr die Hälfte des anderen sein. 35^0 und 55^0 Ausschlag sind für die Tangentenbussole am besten.

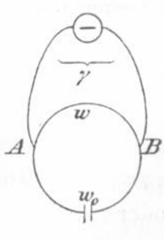
Die Methode ist auf „konstante" Elemente beschränkt; bei starken Strömen nimmt die el. Kraft aller Säulen ab (S. 346). Dynamomaschinen sind von der Methode ausgeschlossen.

III. Poggendorff'sche Kompensationsmethode. Nach der in der Fig. **74** III dargestellten Schaltung. Ist durch den Widerstand R im Rheostaten der Strom im Galvanoskop G auf Null gebracht und dann J die Stromstärke in T, so ist die el. Kraft E $$E = RJ.$$

Die Methode ist auch auf inkonstante Elemente anwendbar. Vgl. übrigens die Vorschriften unter **74** III.

76a. Potentialdifferenz im Schliefsungskreise. Klemmspannung.

Um die Potentialdifferenz (Spannungsunterschied) zu finden, welche zwischen zwei Punkten A und B eines Stromes besteht, zweigt man zwischen diesen Punkten durch ein empfindliches Galvanometer mit zugefügtem grofsem Widerstand ab. Ist γ der Gesamtwiderstand und i die Stromstärke in der Abzweigung, so ist der Spannungsunterschied P für sehr grofses γ einfach $P = i\gamma$. Ein Spannungsmesser gibt P direkt.



Sind die übrigen Widerstände gegen γ nicht zu vernachlässigen, so kommt eine Korrektion hinzu. Es sei w der Widerstand der Hauptleitung zwischen den beiden Punkten, w_0 ihr übriger Widerstand einschliefslich der Stromquelle, so war die Spannung P' vor dem Anlegen des Zweiges gleich

$$P' = i\left(\gamma + \frac{w_0 w}{w_0 + w}\right) = P\left(1 + \frac{1}{\gamma}\frac{w_0 w}{w_0 + w}\right).$$

Klemmspannung. Darunter versteht man die Potentialdifferenz an den Polen der Stromquelle (Batterie; Dynamomaschine), während dieselbe Strom gibt. Die Messung geschieht so, wie oben; nur legt man die Abzweigungspunkte an die Pole (Klemmen) der Stromquelle. Die Bestimmung ist von grofser Bedeutung bei Dynamomaschinen, da deren el. Kraft von der Stromstärke abhängt, bei Serienmaschinen sogar überhaupt nur vorhanden ist, wenn dieselben geschlossen laufen. Nur bei sehr grofsem äufseren Widerstande w ist die Klemmspannung P mit der ganzen el. Kraft E identisch; sonst ist, wenn w_0 den inneren Widerstand der Stromquelle bedeutet,

$$E = P(w_0 + w)/w \text{ oder } = i(w_0 + \gamma(w_0 + w)/w).$$

Denn wenn i_0 der Strom in der Stromquelle, so ist $i_0 = i(w + \gamma)/w$. Also $E = w_0 i_0 + \gamma i = (w_0(w + \gamma)/w + \gamma)i = (w_0 + \gamma(w_0 + w)/w)i$ q. e. d.

Messung grofser Stromstärken mit dem Spannungsmesser.

An einen Leitungsteil vom bekannten Widerstande R (etwa indem man einen Starkstrom-Präcisionswiderstand R eingeschaltet hat **63**, S. 288), legt man einen Spannungsmesser an. Aus der Spannung P findet man den Strom in R gleich P/R. Der Stammstrom ist im Verhältnis $1 + R/\gamma$ gröfser, wenn γ den Widerstand des Spannungszweiges bedeutet. Häufig wird R gegen γ zu vernachlässigen sein. Vgl. auch **68a.**

77. Torsionsgalvanometer von Siemens und Halske (Frölich).

Strommessung. Man führt die Nadel durch Drehung des Torsionskopfes um den der Stromstärke proportionalen Winkel α auf ihre den Windungen parallele Nullstellung zurück.

Die Stromstärke ist dann $i = C \cdot \alpha$. C wird mit dem Silbervoltameter (**68** I) oder mit dem Clark- etc. Element (**68a**), oder durch Vergleichung mit einem Normalgalvanometer bestimmt. Vgl. **69.** Die von S. und H. ausgegebenen zwei Arten von Instrumenten sollen $C = 0{,}001$ bez. $0{,}0001$ Am/Grad haben.

Starke Ströme werden mit Abzweigung (**64a**) gemessen. Der Multiplikatorwiderstand beider Instrumente ist auf 1 bez. 100 Ohm abgeglichen. Es bewirkt also ein Zweigwiderstand z den Reduktionsfaktor $C = 0{,}001\,(z+1)/z$ bez. $0{,}0001\,(z+100)/z$ Am. Runde Zahlen erhält man durch $z = 1/9$ 1/99 etc. bez. $z = 100/9$ 100/99 Ohm etc., nämlich $C = 0{,}01$ 0,1 etc. bez. $C = 0{,}001$ 0,01 etc.

Spannungsmessung. Die Hinterschaltung von R Ohm zu den Instrumenten bewirkt den Wert eines Skalenteiles $= 0{,}001\,(R+1)$ bez. $0{,}0001\,(R+100)$ Volt. Widerstände von $R = 9$ 99 999 Ohm bez. 900 9900 99900 Ohm können zu den Instrumenten bezogen werden. Durch dieselben wird 1 Sk.-T. $= 0{,}01$ 0,1 1 bez. 0,1 1 10 Volt. Um Fehlern der Stromwärme thunlichst aus dem Wege zu gehen, schliefse man die Ströme nur während der Messungen.

Vom Erdmagnetismus sind die Angaben bei Orientirung in den Meridian unabhängig. Änderungen des Nadelmagnetismus dagegen, welche mit der Zeit oder durch einen zu starken Strom eintreten können, ändern die Konstante, die also häufig neu zu bestimmen ist.

Ebenso ist, wenn nicht Multiplikator und Nebenwiderstände aus einem gegen Temperatur unempfindlichen Materiale bestehen, auf die letztere zu achten.

Ausführlicheres s. v. Waltenhofen, Z. S. f. Elektrotechn. 1886, S. 154. Über starke Ströme W. Kohlrausch, Centr.-Bl. f. El.-Techn. 1886, 813.

77a. Dynamomaschinen.

Die Maschine kann als Stromerzeuger (Generator) oder als Krafterzeuger (Motor) laufen. Das Folgende betrifft hauptsächlich die Generatoren.

Vgl. Silv. Thompson, Dynamoel. Machinery 5. Aufl. 1896; deutsch von Strecker u. Vesper, Halle 1896.

A. Gleichstrom-Maschinen.

Wartung. Der Kollektor ist von Metallstaub frei zu halten, zuweilen mit Schmirgelpapier überlaufen zu lassen und darauf zu reinigen. Ist er stärker angefressen oder unrund, so wird er mit einem am Maschinengestell zu befestigenden Support abgedreht. Das Anfressen wird durch leichtes Auflegen der Bürsten und Einstellung auf Funkenfreiheit eingeschränkt.

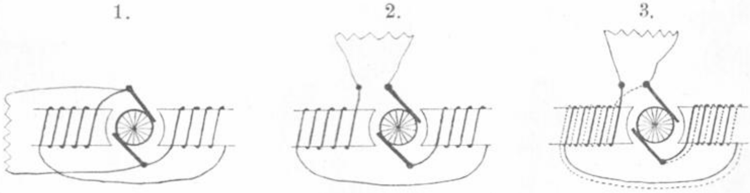
Die Funken rühren von der Selbstinduktion in dem Teile des Ankers her, welcher einen Augenblick zuvor durch die Bürste kurz geschlossen war. Die Bürsten funkeln vornehmlich dadurch, dafs sie auf Kollektorstreifen liegen, deren Ankerwindungen nicht induktionsfrei sind, d. h. nicht mit der „neutralen Zone" zusammenfallen. Die letztere steht nun, wenn die Maschine Strom hat, nicht genau senkrecht auf der Richtung des Feldes der Elektromagnetpole, sondern ist dadurch verschoben, dafs der Ankerstrom die Magnetisirungsrichtung des Ankerkernes gegen die Feldrichtung verdreht, und zwar um so stärker, je stärker der Strom ist. Die zur Funkenfreiheit nötige Verdrehung der Bürstenbrücke aus der Symmetrielage (bei dem Generator in, beim Motor entgegen dem Lauf) wächst also durch die „magnetische Rückwirkung des Ankerstromes" mit dem letzteren (mit „der Belastung"), und zwar um so stärker, je gröfser bei einer Maschine die magnetisirende Kraft des Ankerstromes relativ zur Feldstärke der Schenkelpole ist. Man probirt die funkenfreie Stellung für die zeitweilige Stromstärke durch Verdrehung des Bürstenhalters aus. Bei Maschinen mit Doppelbürsten kann weiter eine kleine gegenseitige Verschiebung der Bürsten eines Paares helfen.

Wenn keine ständige Wartung vorhanden ist, stellt man nahe für die gröfste Stromstärke ein.

Ausgefaserte oder ungleich verschlissene Bürsten sind im Schraubstock sorgfältig zu beschneiden.

Die Maschinen sollen auf Schienen stehen, damit der Riemen zur Verminderung des Gleitens bequem angezogen werden kann.

1. 2. 3.



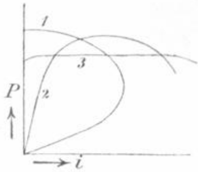
Gemäfs der Schaltung der Magnetwickelung teilt man ein in:

1. Nebenschlufsmaschine (am verbreitetsten; Lichtcentralen; Betriebsmotoren). Der Anker ist durch die (verhältnismäfsig dünndrähtige) Magnetwickelung und die äufsere Leitung nebeneinander geschlossen; Schema in Fig. 1. Die Klemmspannung ist bei kleinem äufseren Widerstande gleich Null und steigt mit dessen Anwachsen zu einem Grenzwert.

2. Hauptstrom- oder Serienmaschine (besonders als Strafsenbahnmotor; als Generator selten mehr gebraucht). Die (dickdrähtige) Magnetwickelung liegt mit Anker und der Aufsenleitung im einfachen Stromkreise (Fig. 2). Mit wachsendem äufseren Widerstand nimmt die el. Kraft des Generators bis auf Null ab. Die Klemmspannung hat für einen bestimmten äufseren Widerstand ein Maximum.

3. Gleichspannungs- oder Verbund- (Compound-)Maschine. Der Elektromagnet hat zwei Wickelungen. Die eine, dünndrähtige liegt wie bei der Nebenschlufsmaschine an den Bürsten (in Fig. 3 punktirt gezeichnet), oder auch an den Klemmen der Maschine. Die andere, dickdrähtige liegt mit dem Anker und der äufseren Leitung in Serienschaltung. Bei geeigneten Verhältnissen ist für normale Umdrehungszahl die Klemmspannung vom äufseren Widerstande wenig abhängig.

Bezeichnungen. i = Aufsenstrom, i_A = Ankerstr., i_N = Nebenschlufs-, i_S = Serienwicklungsstrom; w, w_A, w_N, w_S die entsprechenden Widerstände; E = elektrom. Kraft, P = Klemmspannung. Bei der Serienmaschine ist $w_A + w_S$ der Maschinen-Widerstand und die i sind alle gleich, bei der Nebenschlufsmaschine ist $i_A = i + i_N$.



Den Zusammenhang zwischen i und P für die drei Schaltungsarten zeigen die Kurven. Die gröfsten Stromstärken können übrigens wegen unzulässiger Erhitzung der Maschine nicht dauernd benutzt werden.

Technische Betriebe arbeiten meist auf konstante Spannung (an Glühlampen etc.), selten auf konstanten Strom. Um die Spannung konstant zu erhalten, dienen Regulirwiderstände, welche in Nebenschlufswickelungen oder neben Serienwickelungen geschaltet werden können.

I. Stromstärke. Über die Messung starker Ströme durch die Tangentenbussole vgl. **64**, durch Abzweigung empfindlicher Galvanometer **64a** u. **77**, durch die technischen Stromzeiger **67a**, durch Spannungsmessung an den Enden eines bekannten Widerstandes **68a** und **76a** am Schlufs.

Für feine Messungen sehr starker Ströme ist die letztere Methode unter Anwendung eines Starkstrom-Präcisionswiderstandes (S. 288) besonders geeignet.

Den Maschinenströmen kommen im allgemeinen Schwankungen zu, deren Einflufs durch gute Dämpfung der Instrumente vermindert wird. Um von mehreren Gröfsen (Strom, Spannung, Lichtstärke) richtig zusammengehörige Momentanwerte zu erhalten, geschehen die Ablesungen auf einen und denselben Takt des Motors unter ev. Auslassen bei dem Aussetzen von Gasmotoren.

II. Widerstand. Über Mefsmethoden s. **70** bis **71c**. Technisch sind hauptsächlich die betriebswarmen Widerstände von Bedeutung. Deren Messung kann, mit Ausnahme des Ankerwiderstandes, während des Betriebes durch Messung von Stromstärke und Spannung nach **71** II 2 oder sicherer nach **71** II 3 mit Einschaltung eines Starkstrom-Präcisionswiderstandes geschehen.

Den Ankerwiderstand mifst man in derselben Weise sofort nach Aufhören des Betriebsstromes mit einem Strom von nahe gleicher Stärke aus Akkumulatoren. Magnet- und Ankerwicklung werden während der Messung von einander getrennt oder der Anker festgekeilt. Unregelmäfsige Übergangswiderstände an den Bürsten eliminirt man durch Beobachtungen bei verschiedener Kollektorstellung. Die Bürsten sollen gut eingelaufen, der Kollektor frisch geschmirgelt sein.

Der Widerstand w_0 kalt und w warm liefert die Temperaturerhöhung in Graden etwa $= 250 \cdot (w - w_0)/w_0$. Die Erhöhung soll bei Dauerbetrieb höchstens 40^0 erreichen.

III. Elektromotorische Kraft. Direkt mefsbar nach **76a, 77** ist die Spannung P zwischen den Klemmen, oder P_B zwischen den Bürsten der Maschine. Ebenso ist i und i_N mefsbar.

Die gesamte el. Kraft E ist dann allgemein gleich der Bürstenspannung, vermehrt um den (kleinen) Spannungsverlust im Anker $E = P_B + i_A w_A$. Für die Nebenschlufsmaschine ist $P_B = P$, $i_A = i + i_N$. Für die Serienmaschine $P_B = P + i w_S$, $i_A = i$. Für die Verbundmaschine mit kurzem Nebenschlufs $P_B = P + i w_S$, $i_A = i + i_N$.

IV. Leistung oder Effekt (Stromarbeit pro Sekunde). Als Einheit dient das Watt = Volt $\times$ Ampere; vgl. Anh. 22. 1 Watt $= 10^7$ [C-G-S] = 0,102 kg-Gew. $\times$ m/sec = 0,00136 Pferdekr. 1 Pferdekraft = 0,736 Kilowatt (rund $^3/_4$).

Die äufsere, nutzbare Leistung ist $L = Pi$, die gesamte elektrische Leistung $= E i_A$ oder $= Pi + V$, wo V die Summe der Verluste durch Stromwärme in der Anker- und Magnetwicklung bedeutet. V ist bei Nebenschlufsmaschinen $= i_N P + i_A^2 w_A$, bei Serienmaschinen $= i^2 (w_A + w_S)$; bei Verbundmaschinen entsteht ein aus diesen zusammengesetzter Ausdruck.

Elektrisches Güteverhältnis. So heifst das Verhältnis γ der äufseren zur gesamten elektr. Leistung. Es ist also

$$\gamma = \frac{L}{E i_A} = \frac{Pi}{Pi + V}.$$

Dasselbe beläuft sich bei modernen Maschinen von über 10 K-W. auf über 90%, von 5 K-W. auf knapp 90%, von 1 K-W. auf etwa 80%.

V. Wirkungsgrad η nennt man das Verhältnis der von der Maschine geleisteten äufseren elektrischen Arbeit zu der durch die Maschine verbrauchten mechanischen Arbeit L_0, also $\eta = L/L_0 = Pi/L_0$, beide in gleichem Mafse ausgedrückt (vgl. oben). Moderne Maschinen von einer

Leistung =	100	10	2	1	0,1 Kilowatt
haben etwa η =	über 90	85—90	80	70—75	60—70%.

Elektrische Bestimmung des Arbeitsverbrauchs L_0. Aufser dem Verlust V durch Stromwärme (s. v. S.) wird eine Verlustsumme V' durch Reibung, Magnetisirungswiderstand (Hysterese) und „Wirbelströme" im Eisen bewirkt und es ist $L_0 = Pi + V + V'$.

Zuerst belastet man die Maschine bei normaler Geschwindigkeit (Tachometer von Horn; von Bufs-Sombart etc. Vgl. hierüber Kittler, Handbuch S. 474) mit vollem, oder halbem, viertel etc. Strom, mifst i_N und bestimmt Pi und V nach Nr. IV. Dann führt man den Magnetwicklungen nach Lostrennung derselben vom Anker denselben Strom i_N von aufsen zu, wobei die Maschine sehr nahe denselben Magnetismus erhält wie vorher. Nach Wegnahme des Treibriemens wird an die Bürsten von aufsen allmählich eine so hohe Spannung P' angelegt, dafs der Anker, nun als Motor leerlaufend, die vorige Geschwindigkeit bekommt. Dabei nehme er den Strom i' auf, so ist (von Riemendruck und Änderung der Anker-Rückwirkung abgesehen) $V' = i'P' - i'^2 w_A$, worin das zweite Glied meist zu vernachlässigen ist.

Damit ist L_0 gefunden und η berechenbar.

Beispiel. Eine Nebenschlufsmaschine gab bei 500 Dreh./min $P = 250$ Volt, $i = 212$ Am, also $L = 53{,}0$ Kilowatt. Dabei war $i_N = 3{,}9$ Am, also $i_A = 216$; ferner $w_A = 0{,}0662$ Ohm. Hieraus findet sich der Verlust durch Stromwärme

$$V = 216^2 \cdot 0{,}0662 + 3{,}9 \cdot 250 = 3090 + 970 = 4060 \text{ Watt}$$

(also 7,7% von L), so dafs das elektr. Güteverhältnis

$$\gamma = \frac{53{,}0}{53{,}0 + 4{,}06} = 0{,}929 \text{ gefunden ist.}$$

Als Motor leerlaufend mit 3,9 Am im Nebenschlufs brauchte die Maschine, um auf 500 Dreh./min zu kommen, eine Bürstenspannung $P' = 252$ Volt, einen Ankerstrom $i' = 6{,}40$ Am. Also ist

$$V' = 6{,}40 \cdot 252 - 6{,}4^2 \cdot 0{,}066 = 1610 \text{ Watt (d. h. } 3{,}0\% \text{ von } L)$$

und der Wirkungsgrad $\eta = \dfrac{53{,}0}{58{,}7} = 0{,}903$.

Mechanische Messung des Arbeitsverbrauchs L. Man multiplicirt die Umfangsgeschwindigkeit der Riemenscheibe der Dynamomaschine mit der Differenz der Spannungen des ablaufenden und des auflaufenden Riementeils. Multiplikation mit 9,81 verwandelt die Kg-Gew. m/sec in Watt. Zur Messung dient z. B. das Hefner'sche oder das Fischinger'sche Transmissions-Dynamometer.

(Kittler, Handbuch. 2. Aufl. I S. 434—458.)

B. Wechselstrom-Maschinen.

Die Magnete werden durch einen besonderen Strom aus einer Hilfsmaschine oder aus Akkumulatoren erregt. Man unterscheidet Ein- und Mehrphasenmaschinen. Die in Deutschland gebräuchlichen Wechselzahlen (Halbperioden /sec) liegen zwischen 80 und 100.

I. Effektive oder wirksame Stromstärke i_ε oder Stromstärke kurzweg heifst die Wurzel aus dem mittleren zeitlichen Quadrat der Stromstärke (vgl. **66a**). Ebenso definirt man die wirksame Spannung P_ε.

Also $$i_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{1}{\tau}\int_0^\tau i^2 dt\right)} \qquad P_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{1}{\tau}\int_0^\tau P^2 dt\right)},$$

wo τ, einen symmetrischen Verlauf des positiven und des negativen Stromstofses vorausgesetzt, z. B. die Dauer einer halben Periode bedeuten kann.

Die Instrumente mit quadratischer Empfindlichkeit, Elektrodynamometer (**66a**), Hitzdraht-Strommesser (**67**, 9), Elektrometer in Doppelschaltung (**84a**) geben, unabhängig von der Wechselzahl und der Gestalt der Spannungskurve, diese Gröfsen direkt. Strommesser mit weichem Eisen (**67a**, 4, 5, 6) müssen für die verschiedenen Wechselzahlen geaicht werden; geeignete Formen des Eisens können jedoch die Differenz der Angaben für Gleich- und Wechselstrom bis zu Wechseln von 100/sec auf 1 bis 2% vermindern.

Bruger, Bericht d. Elektr.-Kongresses, Frankfurt 1892, Bd. 2. S. 89ff.

II. „Scheinbarer Widerstand". Für einen unverzweigten Leiter vom Widerstande w und dem Selbstinduktionskoefficienten s (**83a**; Anh. 20b) mit sinusförmiger Endspannung von der Wechselzahl ν ist die Stromstärke

$$i_\varepsilon = P_\varepsilon / \sqrt{w^2 + \nu^2 \pi^2 s^2}.$$

$\sqrt{w^2 + \nu^2\pi^2 s^2}$ heifst der scheinbare Widerstand (Impedanz).

III. Effektive elektromotorische Kraft E_ε. Dieselbe wird aus der Klemmspannung P_ε, dem Spannungsverlust im Anker $v_\varepsilon = i_\varepsilon \sqrt{w_A^2 + \nu^2 \pi^2 s_A^2}$, der inneren Verzögerung φ_A des augenblicklichen Spannungsverlustes v gegen i, gegeben durch $\operatorname{tg} \varphi_A = \nu \pi s_A / w_A$, und der äufseren Verzögerung φ von P gegen i (vgl. V) nach der Beziehung gefunden

$$E_\varepsilon^2 = P_\varepsilon^2 + v_\varepsilon^2 + 2 P_\varepsilon v_\varepsilon \cos(\varphi_A - \varphi).$$

Die Formel setzt Sinusströme voraus. Über Messung von P_ε s. vor. S.

IV. Zeitlicher Verlauf des Stroms oder der Spannung. Zu dessen Untersuchung dient ein auf der Welle der Maschine montirter periodischer Momentan-Kontakt.

Z. B. Lenz, Pogg. Ann. 76, 494. 1849; 92, 128. 1854; Joubert Ann. de l'éc. supér. 10, 131. 1881; neuerdings z. B. Roessler, El.-techn. Z. S. 16, 316. 1894.

Unter folgeweiser Winkelverstellung des Kontakts lassen sich Spannungskurven sowohl an den Maschinenklemmen wie auch an beliebigen Apparaten im Stromkreise (Bogenlampen, Transformatoren etc.) mit dem Elektrometer oder dem ballistischen Galvanometer aufnehmen. Im letzteren Fall ist ein Kondensator parallel zu schalten, der, nach der Ladung durch den Kontakt, durch das Galvanometer entladen wird. Auch beim Elektrometer werden Schwankungen durch Kontaktverschiedenheiten mit Hilfe eines Kondensators eliminirt. Die Spannung an einem im Stromkreise sitzenden, bekannten, induktionsfreien Widerstande liefert die Kurve der Stromstärke.

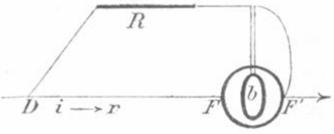
Mefsinstrumente und Mefsmethoden der Wechselstromtechnik siehe bei Feldmann, Wechselstromtransformatoren, Leipzig 1894 S. 229—405.

V. Die Leistung L eines Wechselstroms von der Momentanstärke i zwischen zwei Punkten mit der zugehörigen Spannungsdifferenz P ist allgemein (τ = halbe Periodendauer)

$$L = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i P dt.$$

Wegen Selbstinduktion, Kapacität, äufserer el. Wechselkräfte (Wechselstrommotoren) haben P und i im allgemeinen Phasendifferenz, so dafs das Integral nur im speciellen Fall gleich $P_\varepsilon i_\varepsilon$ ist. Zur direkten Messung von L, unabhängig von der Phasendifferenz, dient der elektrische Effektmesser.

Effektmesser („Wattmeter"). Derselbe besteht aus einem Dynamometer mit dickdrähtiger fester Spule (Stromspule; Widerstand $= r_f$) und dünndrähtiger beweglicher Spule (Widerstand $= r_b$) mit einem grofsen, der letzteren vorgeschalteten induktionsfreien Widerstande R. Die Leitung $r_b + R$ heifse der Spannungszweig.



Die Leistung $L = Pi$ eines Gleichstroms oder das obige Integral des Wechselstroms in einer Strecke des Stroms wird gemessen, indem man die Stromspule in i einschaltet und gleichzeitig den Spannungszweig anlegt.

Die Leistung L in dem Leitungsteile r einschl. r_f ist dem Skalenausschlage α proportional $L = A \,.\, \alpha$. Die Instrumentkonstante A würde aus dem Reduktionsfaktor C des Dynamometers für Strommessung (**66a**, **69**) als $A = C^2(R + r_b)$ entstehen. Dieselbe läfst sich direkt durch Anlegung des Effektmessers an einen bekannten Gleichstrom i vom Widerstande w einschl. r_f (also von der Leistung $i^2 w$) als $A = i^2 w/\alpha'$ ermitteln, wenn α' den hier erhaltenen Ausschlag bedeutet.

Instrumente von Bláthy (Ganz u. Comp., Helios), von Hartmann und Braun etc.

Bestimmung der Leistung. 1) Mit dem Effektmesser. Schaltung siehe Fig.; r ist der Nutzwiderstand mit den Endpunkten D und F, $DRbF'$ der Spannungszweig.

Ist der Strom im Spannungszweig im Phaseneinklang mit der Spannung DF', so liefert das gehörig geaichte Instrument die Leistung in $r +$ derjenigen in der Stromspule. Letztere ist Korrektionsgröfse und als $r_f i_\varepsilon^2$ zu bestimmen.

Soll dagegen die ganze äufsere Arbeit der Maschine gemessen werden, so fallen D und F' in die Maschinenklemmen und die kleine Leistung in der Spannungsleitung $P_\varepsilon^2/(R + r_b)$ wird addirt.

Eine sehr kleine Phasendifferenz δ zwischen Spannung DF' und Strom i_b bleibt gewöhnlich vorhanden, $\operatorname{tg} \delta = \dfrac{\nu \pi s_b}{R + r_b}$. Bei den üblichen Instrumenten ist $\delta = 0{,}001$ bis $0{,}01$. Dies bedingt, dafs die Angaben des Effektmessers, wenn die Phasendifferenz von Strom i

und Spannung DF' durch φ_n bezeichnet wird, mit $\frac{1+\delta^2}{1+\delta \operatorname{tg} \varphi_n}$ multiplicirt werden müssen. Bestimmung von φ_n siehe unter 2).

Stefan, offic. Bericht über die Wiener el. Ausstellung 1883 p. 203.

Die angegebene Korrektion gilt streng nur für Sinusströme, bleibt aber auch für stark abweichende Stromformen moderner Maschinen bis auf sehr geringe Beträge (z. B. einige Zehntausendtel) giltig.

H. F. Weber, offic. Bericht über die el. Ausstellung Frankfurt Bd. II. S. 43 ff.

2) Für Sinusform von Spannung und Strom, was konstante Selbstinduktion (kein Eisen) voraussetzt, ist

$$L = i_\varepsilon P_\varepsilon \cos \varphi,$$

wo φ Phasendifferenz zwischen i und P.

Auch für von Sinusform abweichende Ströme wird L, wie es auch die Behandlung mit Fourier'schen Reihen angemessen erscheinen läfst, in dieser Form geschrieben. Ebenso bei Anwesenheit von Eisen, wo Strom und Spannung einen unähnlichen zeitlichen Verlauf haben, die Phasendifferenz sich also nicht mehr definiren läfst. In diesen Fällen heifst der durch $\cos \varphi$ ausgedrückte Faktor „Leistungsfaktor".

Messung von L mit dem Effektmesser nach 1) und gleichzeitig Strom- und Spannungsmessung liefern den Leistungsfaktor (Phasendifferenz).

Im Anschlufs an die Gleichung zerlegt man in der Technik den Strom in einen „Wattstrom" $i_\varepsilon \cos \varphi$ und einen „wattlosen Strom" $i_\varepsilon \sin \varphi$.

3) Bei selbstinduktionslosen Widerständen (Glühlampen) ist $L = i_\varepsilon P_\varepsilon$.

4) Ist im Kreise zwar Selbstinduktion, aber kein Eisen (keine Hysteresis) und auch keine fremde el. Kraft oder Wirbelstrom vorhanden, so findet nur Energieumsatz in Joule'sche Wärme des Nutzwiderstandes r statt, dann ist L also gleich $i_\varepsilon^2 r$.

VI. Der Wirkungsgrad einer Wechselstrommaschine ergibt sich auf analogem, elektrischem Wege wie bei der Gleichstrommaschine unter A Nr. V, aber weniger einfach und unsicherer im Resultat.

Messungen an elektrischen Lampen.

Die Untersuchung elektrischer Lampen besteht in gleichzeitiger Messung der Lichtstärke und des Energieverbrauchs, also bei Gleichstrom des Produkts Spannung $\times$ Stromstärke, bei Wechselstrom seiner in B, V behandelten Leistung. Über Photometrie vgl. **47a**.

Glühlampen. Je höher die Temperatur der Faser, um so geringer ist der Energieverbrauch pro Lichteinheit, um so geringer aber auch die Lebensdauer der Lampe. Die normale Spannung, bez. seltener Stromstärke mufs daher sehr nahe innegehalten werden. 1% Änderung der Spannung bewirkt 6 bis 7% Änderung der Lichtstärke.

Die Lichtstärke wird gewöhnlich senkrecht zur Fadenebene gemessen. Die mittlere räumliche Lichtstärke wird erhalten, indem man eine um die Lampe gedachte Kugelfläche in Zonen gleichen Flächenraums und diese durch Meridiane in gleiche Teile zerlegt. Man mifst in der Richtung nach den Mitten dieser Teile hin und nimmt das Mittel. Je mehr Teile, desto genauer ist das Resultat. Die Lampen werden hierbei auf einem Gestell mit horizontaler und vertikaler Drehungsaxe mit Teilkreisen montirt.

Bogenlampen lassen sich nicht unmittelbar mit der Hefnerlampe oder Kerze vergleichen. Als Zwischenglied dient eine hochkerzige Glühlampe oder eine grofse, $\frac{1}{2}$ Stunde vor der Messung angezündete Petroleumlampe, die mit beiden Lichtern verglichen ist.

Bei Messungen nach verschiedenen Richtungen, für welche ein Handregulator am geeignetsten ist, benutzt man wohl einen um 45° gegen die Photometerbank geneigten, um eine der letzteren parallele Axe drehbaren Spiegel, mufs dann aber die Abschwächung bei der Reflexion für den Spiegel ein für allemal besonders bestimmen. Direkter ist die Anwendung eines in beliebiger Richtung einstellbaren Photometers, etwa desjenigen von Leonh. Weber mit dem Lummer-Brodhun'schen Würfel (**47a**, 2 u. 3).

Vgl. z. B. Krüss u. Voit, Bericht d. Münch. El.-Ausstellung II S. 76; v. Hefner-Alteneck, El. techn. Z. S. 1883. 445; Leonh. Weber ib. 1884. 176; Möller ib. 1884. 370. 405; Krüss, die el. Photometrie; Grawinkel u. Strecker, Hilfsbuch 1895.

77b. Galvanische Bestimmung der erdmagnetischen Horizontalintensität oder eines magnetischen Feldes.

I. Mit Voltameter und Tangentenbussole.

Derselbe Strom passirt eine Tangentenbussole mit n Windungen vom mittleren Halbmesser R cm und ein Voltameter von dem auf [C-G-S] bezogenen elektrochemischen Äquivalent A; z. B. 11,18 mg Ag. In t sec werde die Menge m ausgeschieden, während φ der mittlere Ausschlag der Bussole ist. Dann ist nach **64** und **68** die Stromstärke i einerseits $= \operatorname{tg}\varphi \cdot RH/(2\pi n)$ [C-G-S], andererseits $= m/At$, also die Horizontalintensität H

$$H = \frac{m}{At}\frac{2\pi n}{R}\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi}\,[\text{C-G-S}].$$

II. Mit Bifilargalvanometer und Tangentenbussole (W. Weber).

Der Strom durchfliefst ein Bifilargalvanometer (**67**) von der Direktionskraft D (**53**) und der Windungsfläche f (**83**) und eine Tangentenbussole (vgl. oben). Die gleichzeitigen Ablenkungen seien α am Bifilar und φ an der Tangentenbussole.

Dann erhält man die Horizontalintensität H aus

$$H^2 = \frac{D}{f}\frac{2\pi n}{R}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\varphi}.$$

Starke magnetische Felder (z. B. zwischen den Polen eines Elektromagnets). Das Verfahren ist mit einem kleinen Bifilar auch hier brauchbar.

Himstedt, Wied. Ann. 11, 828. 1880; Stenger ib. 33, 312. 1888.

Stromstärke. Man erhält zugleich die Stromstärke i in absolutem Mafse aus

$$i^2 = D/f \cdot R/2\pi n \cdot \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\varphi.$$

Der Strom wird in beiden Instrumenten kommutirt. Über Korrektionen der Tangentenbussole vgl. **64** II. Zu R kommt ev. überall der Torsionsfaktor $1+\Theta$.

Die Ausdrücke ergeben sich, wenn man aus den beiden Gleichungen der einzelnen Instrumente (**64** und **67**) i oder H eliminirt.

Vgl. F. K., Pogg. Ann. 138, 1. 1869.

III. Mit dem Bifilargalvanometer und einer Magnetnadel (F. K.).

Nördlich oder südlich im Abstande a cm von der Mitte der Bifilarrolle ist in gleicher Höhe eine kurze Magnetnadel aufgehangen. Der Strom, welcher den Ausschlag α des Bifilars bewirkt, lenke die Nadel um ψ ab. r sei der genähert bekannte mittlere Halbmesser der Bifilarrolle. Dann ist

$$H^2 = \frac{D}{a^3(1-\frac{9}{8}r^2/a^2)(1+\Theta)}\frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\psi}$$

und

$$i^2 = \frac{a^3 D}{f^2}\left(1-\frac{9}{8}\frac{r^2}{a^2}\right)(1+\Theta)\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\psi}{\cos\alpha}.$$

Nadellänge, sowie Dicke und Breite der Windungslage werden so klein vorausgesetzt, dafs ihre Quadrate gegen a^2 verschwinden.

Um a einwandsfrei zu erhalten, stellt man das Magnetometer nördlich und südlich auf, setzt für a den halben Abstand des Aufhängefadens und nimmt aus den Paaren von Ablenkungen die Mittel. Selbstverständlich kommutirt man den Strom. Vergleiche auch **60a.**

Beweis. α ist gegeben durch $D\cdot\sin\alpha = fiH\cdot\cos\alpha$. Für die Ablenkung ψ der Nadel durch den Strom der, selbst um den kleinen Winkel α abgelenkten, Rolle gilt $H(1+\Theta)\sin\psi = \dfrac{fi\cos\alpha}{a^3(1-\frac{9}{8}r^2/a^2)}\cos\psi$, woraus sich die obigen Ausdrücke ergeben.

Beobachtung aus 1. Hauptlage. Man stellt das Magnetometer östlich und westlich vom Bifilar auf; dann ist

$$H^2 = \frac{2D}{(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}(1+\Theta)}\frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\psi}.$$

Über einige Korrektionen s. F. K., Wied. Ann. 17, 737. 1882.

77c. Elektromagnetische Drehung des Lichtes (Verdet'sche Konstante).

Ein polarisirter Lichtstrahl durchsetze einen „magnetooptisch aktiven" Körper von der Länge l in der Richtung der Kraftlinien eines magnetischen Feldes H. Der Drehungswinkel α des Lichtstrahles ist dann (Faraday, Verdet)

$$\alpha = C\cdot Hl.$$

C ist die magnetooptische oder Verdet'sche Konstante des Körpers. Die Drehung findet in der Richtung des Stromes statt, welcher das magnetische Feld durch Umkreisen hervorruft.

Über die Messung von α s. **46** I 1 bis 6. Das magnetische Feld H wird zwischen breiten Elektromagnetpolen mit möglichst kleiner Durchbohrung oder für genauere Messungen in einer Spule erzeugt (**77 b** II und **81 b**).

Für Natriumlicht bei 18° ist (Arons, H. Becquerel, Bichat und de la Rive, Gordon, Köpsel, Quincke, Rayleigh, Rodger und Watson)

in	Schwefelkohlenstoff	Wasser
$C=$	$0{,}0425'$	$0{,}0131'[\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{g}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{sec}]$.

C nimmt mit wachsender Temperatur ab, auf 1° bei CS_2 um 0,00007, bei Wasser in mittl. Temp. um 0,000002. Es ist beiläufig dem Quadrat der Wellenlänge λ des Lichtes umgekehrt proportional, genauer $C = a/\lambda^2 + b/\lambda^4$.

Rodger und Watson, Phil. Trans. 186 A, 621. 1895; Z. S. f. phys. Ch. 19, 323. 1896.

Strommessung. Sehr starke Ströme lassen sich durch die Drehung z. B. in CS_2 innerhalb einer Drahtspule (**81 b** I) nach den vorigen Formeln genähert messen.

78. Die Bewegungsgesetze eines schwingenden Körpers mit elektromagnetischer Dämpfung. (Ballistisches Galvanometer.)

Es soll bedeuten

K das Trägheitsmoment des schwingenden Körpers (**54**),

D die Direktionskraft (**36**; Anh. 9), welche für eine einzelne Magnetnadel $= MH(1+\Theta)$ (Anh. 16), für einen Körper mit Direktionskraft durch einen elastischen Aufhängedraht nach **36** gleich $\frac{1}{2}\pi \cdot [F] \cdot r^4/l$,

p das Dämpfungsmoment, d. h. den Faktor, mit welchem die jeweilige Winkelgeschwindigkeit das der Bewegung widerstehende Drehungsmoment ergibt,

u_0 die Winkelgeschwindigkeit bei dem Durchgang durch die Ruhelage,

α den Ausschlag, welcher ohne Dämpfung darauf erfolgen würde,

α_1 α_2 α_3 ... die Ausschläge, welche mit Dämpfung erfolgen,

$k = \alpha_1 : \alpha_2 = \alpha_2 : \alpha_3 = \ldots$ das Dämpfungsverhältnis,

$\lambda = \log k$ das briggische logarithmische Dekrement,

$\Lambda = \log\mathrm{nat}\, k = 2{,}3026\,\lambda$ das natürliche logarithmische Dekrement (welches für schwache Dämpfung gleich $k-1$ ist),

τ die Schwingungsdauer, welche ohne Dämpfung gelten würde,

T die Schwingungsdauer mit Dämpfung.

Alsdann gelten folgende Beziehungen.

1. $$\Lambda = \frac{\pi}{2}\frac{p}{\sqrt{KD - \frac{1}{4}p^2}} = \frac{1}{2}\frac{p}{K}T \cdot \qquad \tau = \pi\sqrt{\frac{K}{D}},$$ 2.

$$T = \pi \frac{K}{\sqrt{KD - \frac{1}{4}p^2}} = \tau \frac{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}}{\pi} \quad \text{oder} \quad = \tau \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}}. \qquad 3.$$

Die Schwingungsdauer wächst also mit der Dämpfung. Für schwache Dämpfung kann man schreiben, da π^2 nahe $= 10$ und $\Lambda = k - 1$ ist, $T = \tau(1 + \frac{1}{20}(k-1)^2)$. Eine Dämpfung von einigen Procenten beeinflufst also die Schwingungsdauer nicht merklich. Vgl. Tab. 21b.

Bedeutet u_1 die Geschwindigkeit bei der ersten Rückkehr in die Gleichgewichtslage, so ist

$$u_0 = k \cdot u_1. \qquad 4.$$

Ferner ist
$$\alpha = \alpha_1 k^{\frac{1}{\pi} \cdot \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}}. \qquad 5.$$

Endlich erhält man aus dem Ausschlage die Anfangsgeschwindigkeit

$$u_0 = \pi/\tau \cdot \alpha = \pi/\tau \cdot \alpha_1 k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda}. \qquad 6.$$

π/Λ ist zum Aufschlagen des arc tg durch Multiplikation mit 57,296 in Bogengrade umzurechnen. $k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda}$ ist bis $k = 2$, d. h. bis $\lambda = 0{,}3$ oder $\Lambda = 0{,}7$ hinreichend genau $= 1 + 1{,}160 \cdot \lambda$, für schwache Dämpfung auch $= \sqrt{k}$. Vgl. hierfür und für $\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}/\pi$ bis $k = 3$ auch Tab. 21b.

Wenn das Dämpfungsmoment $p \gtreqless 2\sqrt{KD}$ wird, so geschehen keine Schwingungen mehr, sondern die rückkehrende Nadel nähert sich der Ruhelage aperiodisch.

Über die Abnahme von k bei gröfseren Schwingungen mit der Schwingungsweite s. K. Schering, Wied. Ann. 9, 471. 1880.

Dämpfung, Galvanometerfunktion und Widerstand.

Handelt es sich um ein Galvanometer, also um die Dämpfung einer Magnetnadel durch einen Multiplikator oder um die Dämpfung einer im Magnetfeld schwingenden geschlossenen Spule (**67a**, 7), so besteht zwischen log. Dekrement und Galvanometerkonstante eine nahe Beziehung. Es sei

q das von dem Strome Eins bewirkte Drehungsmoment, also die sog. „dynamische Galvanometerkonstante".

Für die Magnetnadel (Magnetismus $= M$) bedeute G die „Multiplikator-Funktion" d. h. das Drehmoment des Stromes Eins auf eine Nadel vom Magnetismus Eins, welches der Gestalt und der Windungszahl proportional ist; dann ist
$$q = GM \qquad 7a.$$

Für die Spule ist $q =$ Feldstärke $\times$ Windungsfläche
$$q = Hf. \qquad 7b.$$

In beiden Fällen gibt nach dem Induktionsgesetz (Anh. 20) $q \cdot u$ die el. Kraft, welche durch die Winkelgeschwindigkeit u entsteht. Nennt man w den Widerstand des Stromkreises in abs. Mafs, so entsteht also der Strom qu/w, und von diesem eben stammt das dämpfende Drehungsmoment, welches danach die Gröfse $q \cdot qu/w = u \cdot q^2/w$ hat. Hiernach ist also q^2/w das Dämpfungsmoment, welches wir oben p nannten und welches nach Gleichung 1. gleich $2K\Lambda/T$ ist. Also hat man

$$p = q^2/w = 2K\Lambda/T. \qquad 8.$$

p oder q^2/w, welches mit K, Λ und T so einfach zusammenhängt, ist dem

Magnetismus der Nadel, welche in dem Multiplikator schwingt, oder der Stärke des Feldes, in welchem die Spule schwingt, quadratisch proportional. Aufserdem hängt es von der Gestalt des Multiplikators ab, aber (bei Kurzschlufs) nicht von dem Querschnitt des Drahtes, mit welchem der Raum bewickelt ist. Denn wenn man diesen Querschnitt in irgend einem Verhältnis kleiner, also die Windungszahl in demselben Verhältnis gröfser nimmt, so ändert sich offenbar q in dem gleichen Verhältnis, w aber mit dem Quadrate desselben. q^2/w bleibt also konstant. $q/\sqrt{w}$ bedeutet die „dynamische Galvanometerkonstante“ für eine Wickelung, welche den Widerstand $=1$ ergibt. Der Widerstand der Zuleitungsdrähte einer aufgehangenen Spule ist hierbei nicht berücksichtigt.

Aus K, Λ und T läfst sich q bez. w nach obigem einzeln bestimmen, wenn w bez. q bekannt ist.

Endlich sei noch, wie in **64** ff.:

C der gewöhnliche „Reduktionsfaktor“ des Galvanometers, welcher aus der Ablenkung φ (bez. $\operatorname{tg}\varphi$) die Stromstärke i in abs. Mafse als $i = C\varphi$ gibt, d. h. $\qquad C = D/q$. 9.

Dies gibt für ein Nadelgalvanometer

$$C = 1/q \cdot MH(1+\Theta) = 1/G \cdot H(1+\Theta) \qquad 10\text{a.}$$

und für ein Spulengalvanometer $C = D/(Hf)$. 10b.

In Wirklichkeit rührt ein Teil der Dämpfung von dem Luftwiderstande etc. her. Es genügt, in Gl. 8 statt Λ zu setzen $\Lambda - \Lambda'$, wo Λ' das log. Dekrement ist, welches bei geöffnetem Multiplikator stattfindet.

Man setzt hier überall voraus, dafs Nadel bez. Spule kleine Bewegungen machen und nicht in Stellungen kommen, in denen die Multiplikatorfunktion bez. das magnetische Feld sich ändern (vgl. vor. S. und **66**).

Ableitung. Die Differentialgleichung der gedämpft schwingenden Nadel ist $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{p}{K}\frac{dx}{dt} + \frac{D}{K}x = 0$, wo x den zur Zeit t stattfindenden Ablenkungswinkel bedeutet. Die Integration der Gleichung ergibt für den Fall $p < 2\sqrt{KD}$ den periodischen Zustand in der Form

$$x = Ae^{-\frac{1}{2}\frac{p}{K}t} \sin\left(\frac{\sqrt{KD - \frac{1}{4}p^2}}{K}t\right) \qquad 11.$$

Daraus lassen sich die Gesetze Nr. 1 bis 10 ableiten.

Aperiodischer Zustand ($p > 2\sqrt{KD}$). Eine vorhandene Ablenkung x_0 von der Gleichgewichtslage fange zur Zeit $t=0$ an zu verschwinden. Dann besteht zur Zeit t noch die Ablenkung x, wenn $\sqrt{p^2 - 4KD} = E$ abgekürzt wird:

$$x = x_0 \cdot \tfrac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}\frac{p}{K}t}\left[\left(1+\frac{p}{E}\right)e^{\frac{1}{2}\frac{E}{K}t} + \left(1-\frac{p}{E}\right)e^{-\frac{1}{2}\frac{E}{K}t}\right]. \qquad 12.$$

Für den Grenzfall der Aperiodicität ($p = 2\sqrt{KD}$) geht dies über in

$$x = x_0 \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{p}{K}t}\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{p}{K}t\right) = x_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{D}{K}}\cdot t}\left(1 + \sqrt{\frac{D}{K}}\cdot t\right). \qquad 13.$$

Endlich für ganz langsame Bewegungen, wenn p sehr grofs gegen $2\sqrt{KD}$,

$$x = x_0 \cdot e^{-\frac{D}{p}\cdot t} = x_0 \cdot e^{-D\frac{w}{q^2}t} = x_0 \cdot e^{-C\frac{w}{q}t}. \qquad 14.$$

Es ist hiernach, wenn die Empfindlichkeit $1/C = q/D$ immer weiter gesteigert wird, für ein Spulengalvanometer eine immer langsamere Bewegung der Spule unvermeidlich, welche das Instrument schliefslich unbrauchbar macht. Das Nadelgalvanometer läfst dies durch Anwendung einer schwachen Nadel vermeiden. Vgl. auch **67a**.

78a. Messung eines kurz dauernden elektrischen Stromes oder einer Elektricitätsmenge.

I. Mit dem ballistischen Galvanometer.

Ein gegen die Schwingungsdauer kurzer Strom (Stromstofs) erteilt der Nadel, bez. der Spule, eine Geschwindigkeit und infolge deren einen (kleinen) Ausschlag, proportional mit der Elektricitätsmenge Q (Quantität, Stromintegral, Strommenge, Entladungsmenge, $\int i dt$), welche durch den Querschnitt der Leitung hindurchfliefst. Es sei C der gewöhnliche Reduktionsfaktor (**64**. **69**) des Galvanometers. Da die Ausschläge mit Spiegel und Skale beobachtet werden, so wird bequemer der Reduktionsfaktor $\mathfrak{C}$ für 1 Sk.-T. eingeführt (**66**) $\mathfrak{C} = C/(2A)$, wo A der Skalenabstand ist. τ sei die Schwingungsdauer (**52**); α, oder in Sk.-T. gemessen e, der Ausschlag der Nadel. Wenn die letztere ungedämpft ist, so hat man (vgl. unten)

$$Q = C\cdot\tau/\pi\cdot 2\sin\tfrac{1}{2}\alpha \quad \text{oder} \quad Q = \mathfrak{C}\cdot\tau/\pi\cdot e. \qquad 1.$$

$C\cdot\tau/\pi$ bez. $\mathfrak{C}\cdot\tau/\pi$ stellt also den ballistischen Reduktionsfaktor vor.

Beweis. Ist x die Ablenkung zur Zeit t, also $u = dx/dt$ die Winkelgeschwindigkeit, bedeutet ferner D die Direktionskraft, K das Trägheitsmoment, so gilt $du/dt = -D/K\cdot\sin x$. Durch Multiplikation mit $u = dx/dt$ entsteht $u\,du = -D/K\cdot\sin x\,dx$. Die Integration ergibt $\frac{1}{2}(u_0^2 - u^2) = D/K \times (1-\cos x) = D/K\cdot 2\sin^2\frac{1}{2}x$, wenn u_0 die Geschwindigkeit für $x = 0$ war. Für den Augenblick des gröfsten Ausschlags ($x = \alpha$) ist $u = 0$, also $\frac{1}{2}u_0^2 = 2D/K\cdot\sin^2\frac{1}{2}\alpha$. Mit Rücksicht darauf, dafs $D/K = \pi^2/\tau^2$, entsteht hieraus (gerade wie bei dem Pendel)

$$u_0 = 2\pi/\tau\cdot\sin\tfrac{1}{2}\alpha, \quad \text{und für kleines } \alpha \quad u_0 = \pi/\tau\cdot\alpha.$$

Wenn q die dynamische Galvanometerkonstante (**78**) bedeutet, so erteilte die Elektricitätsmenge Q die Winkelgeschwindigkeit $u_0 = Qq/K$. Da nun nach **78** Gl. 9 $q/K = 1/C\cdot D/K = 1/C\cdot\pi^2/\tau^2$, so ist $u_0 = Q/C\cdot\pi^2/\tau^2$. Andrerseits war $u_0 = \pi\alpha/\tau$. Gleichsetzung beider Ausdrücke liefert $Q = C\alpha\tau/\pi$, q. e. d.

Gedämpfte Schwingung. Auch für diese ist der Ausschlag e_1 der Strommenge proportional. Die absolute Messung verlangt aber noch die Kenntnis des Dämpfungsverhältnisses k

(**51**. Vgl. auch **78**). Es sei das natürliche log. Dekrement $\varLambda =$ log nat $k = 2{,}3026 \cdot$ log brigg k. Dann ist (Tab. 21 b)

$$Q = \mathfrak{C}\frac{\tau}{\pi} \cdot k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\varLambda} \cdot e_1 = \mathfrak{C}\frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \varLambda^2}} k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\varLambda} \cdot e_1, \qquad 2.$$

wenn τ die Schwingungsdauer der ungedämpften, T diejenige der gedämpften Schwingung ist.

Folgt aus **78** Gl. 6. Siehe ebenda die Vereinfachungen der Rechnung.

Die Elektricitätsmenge Q wird in der Einheit erhalten, welche dem Reduktionsfaktor C oder $\mathfrak{C}$ zu Grunde liegt, z. B. in [C-G-S] oder auch in Am. sec. oder Coulomb = 0,1 [C-G-S]. Über Ladungsmengen von Leidener Flaschen s. **85** III.

Gröfsere Schwingungen reducirt man nach **49** auf den Sinus des halben einseitigen Ausschlages (vgl. oben den Beweis). Von einem beobachteten Ausschlage $= e$ Sk.-T. zieht man also die Gröfse $\frac{11}{32}e^3/A^2$ ab, wo A den Abstand der Skale vom Spiegel bedeutet.

Vgl. auch **79**!

II. Durch dauernde Ablenkung.

Kann man die Elektricitätsmenge Q längere Zeit rasch wiederholt (Nmal in 1 sec) durch das Galvanometer schicken, so entsteht eine dauernde Ablenkung α. Dann ist $Q = C \cdot \alpha / N$ oder $= \mathfrak{C} \cdot e/N$. Hier ist ev. das Korrektionsglied mit $\mathfrak{C}'$ zu berücksichtigen (**66**).

Anwendungen.

Eine el. Kraft E wirke während der Zeit t; das Produkt Et heifst Zeitintegral oder kurz Integral der el. Kraft. Ist E nicht konstant, z. B. bei einer Induktionsmaschine, einem Erdinduktor etc., so hat man anstatt $E \cdot t$ die Summe der Produkte $E \cdot dt$ über alle Zeitelemente dt, also $\int E\,dt$ zu setzen.

Wenn w der Widerstand des Kreises, so ist die Stromstärke in jedem Augenblick $i = E/w$ und die in der Zeit t hindurchgegangene Elektricitätsmenge

$$Q = \frac{Et}{w} \quad \text{oder} \quad Q = \frac{1}{w}\int_0^t E\,dt.$$

Es ist aber nicht zu vergessen, dafs auch der Strom von einer konstanten el. Kraft im Anfang inkonstant ist, wenn der Stromkreis Selbstinduktion enthält (Anh. 20 b). Die Fehlerquelle läfst sich dadurch vermindern, dafs man induktionsfreien Widerstandsballast einschaltet.

Durch Messung eines Stromstofses Q sind folgende Aufgaben möglich:

1) Bestimmung eines Widerstandes. Entweder in absolutem Maſse, wenn Et oder $\int Edt$ gegeben sind (**82** II, III, V), oder vergleichungsweise durch Einschaltung der Widerstände in denselben Induktionskreis (**81**).

2) Bestimmung eines Integrales elektromotorischer Kraft; wenn der Widerstand bekannt ist, in absolutem Maſse (**81b** II; **81c** II; **83a**, 1 u. 2; **83b**, I) oder vergleichend (**80**). Hierher gehört die

Bestimmung magnetischer Momente. Zu vergleichende Stäbe werden einzeln in die Mitte einer längeren engen Spule plötzlich hineingeschoben oder herausgezogen. Die Stromintegrale sind den Magnetismen proportional. Hat die lange Spule eine gleichmäſsige Wickelung von n Windungen/cm, ist w, der Widerstand des Kreises, ebenso wie Q in [C-G-S] gemessen (1 Ohm $= 10^9$ cm/sec), so erhält man das magnetische Moment eines Stabes (vgl. Anh. 20) $M = Q \cdot w/(4\pi n)$[C-G-S].

Man kann die Ausschläge leicht multipliciren (**79** I).

3) Messung kurzer Zeiten (Pouillet), z. B. Schuſs-, Fall- oder Stoſszeiten. Der Strom einer konstanten el. Kraft E wird zu Anfang der Zeit (z. B. wann der Hahn des Gewehrs aufschlägt oder die stoſsenden Kugeln sich berühren) geschlossen, zu Ende derselben (z. B. wann das Geschoſs die Scheibe trifft oder einen gespannten Draht durchschneidet etc.) unterbrochen. Ist E und der Widerstand w des Stromkreises in [C-G-S] bekannt, so bekommt man die Zeit $t = Q \cdot w/E$ in sec. Vgl. aber die Bemerkung vor. S. unten.

Pendelunterbrecher (v. Helmholtz). Derselbe läſst durch zwei Hebel, an welche das schwere Pendel schlägt, zwei Stromkontakte in kleinem Zeitintervall in Thätigkeit setzen und hierdurch z. B. zwei Stromkreise nach einander öffnen oder einen Strom für die Zwischendauer durch ein Galvanometer schlieſsen, wobei etwa der erste Kontakthebel vor seinem Wegschlagen als Nebenschluſs benutzt worden war. Der eine Kontakt ist mikrometrisch verstellbar. Hierdurch läſst sich auch das Anwachsen eines Stromes in den ersten Augenblicken (vgl. oben) feststellen bez. in Rechnung setzen.

Der Apparat wird nach 3 empirisch geaicht oder es werden die Zeitunterschiede aus den Fallgeschwindigkeiten u berechnet, welche man aus der Fallhöhe ableitet. Hat nämlich das Pendel die Schwingungsdauer τ und wird es aus einem Ablenkungswinkel A losgelassen, so ist bei einem Ablenkungswinkel α die Winkelgeschwindigkeit $= 2(\pi/\tau)\cdot\sqrt{\sin^2\frac{1}{2}A - \sin^2\frac{1}{2}\alpha}$; die Lineargeschwindigkeit u eines Punktes vom Radius r ist also

$$u = r\cdot 2(\pi/\tau)\cdot\sqrt{\sin^2\tfrac{1}{2}A - \sin^2\tfrac{1}{2}\alpha}.$$

Vgl. Helmholtz, Berl. Monatsber. 1871, 295; Schiller, Pogg. Ann. 152, 535. 1874.

79. Die Multiplikations- und die Zurückwerfungs-Methode (Gaufs und Weber).

Zur Messung kurz dauernder Wirkungen auf ein ballistisches Galvanometer, z. B. besonders zur Messung inducirter Ströme, ist es oft zweckmäfsig, die Impulse regelmäfsig zu wiederholen. Hierdurch entsteht bei Dämpfung schliefslich eine sich konstant erhaltende Bewegung (so, wie die Amplitude eines Uhrpendels, welches bei jeder Schwingung einen Impuls durch das treibende Gewicht erhält, aber durch Reibung und Luftwiderstand gedämpft wird, nach einer Reihe von Schwingungen konstant wird). Die Beobachtung dieses Endzustandes kann man beliebig oft wiederholen und einen genauen Mittelwert nehmen. Ein weiterer Vorzug besteht darin, dafs beim Beginn der Beobachtungen nicht notwendig Ruhe bestehen mufs.

Wir nehmen an, dafs die Schwingungen so klein bleiben, bez. dafs der Dämpfer so breit oder bei einem Spulengalvanometer das magnetische Feld genügend weit konstant sei, dafs wirklich ein konstantes Dämpfungsverhältnis besteht.

Gröfsere Ausschläge reducirt man nach S. 369 auf den Sinus des halben Winkels.

I. Multiplikationsmethode.

Das Verfahren ist dem Beispiel des Uhrpendels analog. Man erteilt den Impuls; der Körper schwingt hinaus und kehrt zurück. Im Augenblicke, wo er seine Gleichgewichtslage rückwärts durchschreitet, erteilt man den zweiten Stofs in entgegengesetzter Richtung wie den ersten, so dafs die Bewegung vermehrt wird. Bei dem folgenden Durchgang durch die Gleichgewichtslage erfolge wieder ein Stofs im ersten Sinne, u. s. f. Die Schwingungen werden allmählich weiter, erreichen aber endlich einen konstanten Grenzwert.

Kleine Schwingungen vorausgesetzt, ist der Grenzbogen proportional dem Geschwindigkeitszuwachs durch den einzelnen Stofs, also auch der jedesmal durch das Galvanometer geflossenen Elektricitätsmenge.

Der erste Ausschlag durch einen einmaligen Stofs wird aus dem Grenzbogen A erhalten $= \frac{1}{2}A(k-1)/k$, wenn k das Dämpfungsverhältnis bedeutet (**51**). Der erste Ausschlag α, welcher ohne Dämpfung entstehen würde, wird gefunden für eine mäfsige Dämpfung $\alpha = \frac{1}{2}A\cdot(k-1)/\sqrt{k}$

und allgemein $\alpha = \frac{1}{2}A\cdot\frac{k-1}{k}\cdot k^{1/\pi\cdot\operatorname{arc\,tg}\pi/\Lambda}$,

wo $\Lambda = \log\operatorname{nat} k = 2{,}3026 \log\operatorname{brigg} k$ ist (Tab. 21b).

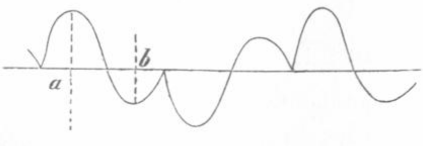
Aus α wird die dem einzelnen Stromstofs entsprechende Strommenge Q nach **78a** Gl. 1 berechnet.

Beweis. Beim Hinausschwingen sei u_0 die Anfangsgeschwindigkeit; dann ist nach **78** Gl. 6 offenbar $u_0 = \pi/\tau\cdot\frac{1}{2}A\cdot k^{1/\pi\cdot\operatorname{arc\,tg}\pi/\Lambda}$. Bei der Rückkehr in die Ruhelage ist die Geschwindigkeit $u_1 = u_0/k$. Die Differenz $u_0 - u_1 = u_0(k-1)/k = u$ ist der durch den Stofs geleistete Ersatz. Diesem allein würde ohne Dämpfung entsprechen der Ausschlag $\alpha = \tau/\pi\cdot u_0(k-1)/k$. Obiges u_0 eingesetzt, gibt den Ausdruck.

II. Zurückwerfungsmethode.

Das Verfahren liefert zugleich das Dämpfungsverhältnis.

Man teilt einen Stofs mit, läfst hinaus-, zurück-, nach der anderen Seite hinaus-, und wieder zurückschwingen. In dem Augenblick, in welchem alsdann die Gleichgewichtslage passirt wird, erteilt man den zweiten Stofs in entgegengesetzter Richtung wie den ersten. Dadurch tritt, da durch die Dämpfung Geschwindigkeit



eingebüfst worden ist, Zurückwerfung ein. Nun läfst man abermals zweimal umkehren und wirft bei der nächsten Erreichung der Gleichgewichtslage wieder zurück, u. s. f. Schliefslich nehmen die Ausschläge der Nadel konstante Werte an. Dann herrschen also Schwingungen von der in der Figur graphisch dargestellten

Form, wo die Zeiten als Abscissen, die Skalenteile, von der Ruhelage der Nadel an gerechnet, als Ordinaten gelten.

Die Herbeiführung dieses gleichförmigen Zustandes kann dadurch beschleunigt werden, dafs man den ersten Stofs geeignet abschwächt.

Die Zurückwerfungsmethode liefert also, nachdem man den Mittelwert je aus den entsprechenden Beobachtungen genommen hat, vier Umkehrpunkte auf der Skale. Die Differenz a der beiden äufseren soll der grofse, die Differenz b der inneren Umkehrpunkte soll der kleine Schwingungsbogen heifsen.

Das Dämpfungsverhältnis ist offenbar $k = a/b$.

Der Ausschlag α, welchen ein einzelner Stofs ohne Dämpfung hervorbringen würde, ist

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\frac{a^2+b^2}{\sqrt{ab}} \cdot k^{-1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \Lambda/\pi} \quad \text{oder auch} \quad = \tfrac{1}{2}\frac{a^2+b^2}{\sqrt{ab}} \frac{k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\Lambda}}{\sqrt{k}}.$$

Der Faktor von $\frac{1}{2}(a^2+b^2)/\sqrt{ab}$ kann mit höchstens 1/1000 Fehler bis zu $k = 1{,}1$ vernachlässigt und bis zu $k = 2$ gleich $k^{-\Lambda/\pi^2}$ gesetzt werden (vgl. Tab. 21 b).

Aus α erhält man durch Multiplikation mit π/τ oder $\sqrt{\pi^2+\Lambda^2}/T$ (wo τ ohne, T mit Dämpfung gilt) die durch den einzelnen Stofs mitgeteilte Winkelgeschwindigkeit.

Unter Umständen kann man die „Zurückwerfungsmethode" zweckmäfsig abändern, indem man den Stofs nach der dritten oder vierten Schwingung erteilt.

Beweis ähnlich wie oben.

W. Weber, Abh. Sächs. Ges. d. Wiss. I, 341. 1846; oder Weber's Werke Bd. III, 438 u. 441. 1893. Über den Einflufs der Dauer und Rechtzeitigkeit der Stromstöfse siehe Dorn, Wied. Ann. 17, 654. 1882.

80. Erdinduktor (W. Weber).

I. Hervorbringung bekannter Integrale von el. Kraft.

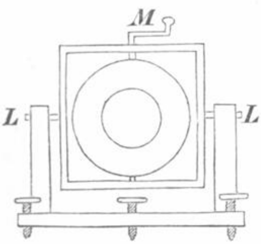
Eine Spule von der Windungsfläche f (83) werde im magnetischen Felde H gedreht; die Fläche bilde vor und nach der Drehung die Winkel φ_1 und φ_2 mit der Richtung von H. Dann ist $\int E dt = H \cdot f(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2)$ (Anh. 20). φ ist von 0 bis 360^0 durchzuzählen. Man kann so beliebige Integrale von el. Kraft hervorbringen. Bei vertikaler Windungsfläche ist H die Horizontalintensität und φ das Azimut gegen den magnetischen Meridian.

Gewöhnlich dreht man um 180^0 aus der einen in die andere Ostwestlage der Spule, dann ist also

$$\int E dt = 2 H f.$$

II. Bestimmung der Inklination.

Die Bestimmung beruht auf der Vergleichung der durch die horizontale und vertikale Komponente des Erdmagnetismus in der Spule inducirten Ströme. Das Verhältnis der Galvanometerausschläge durch beide gibt die Tangente des Inklinationswinkels.



Die Galvanometernadel ist durch den Multiplikator, bez. noch durch einen Kupferrahmen gedämpft. Die Dämpfer sollen hinreichend breit sein, daſs das Dämpfungsverhältnis bei beiden Induktionen gleich groſs ist. Andernfalls entstehen bei der Multiplikationsmethode Korrektionen, bei der Zurückwerfung weniger.

V e r t i k a l e K o m p o n e n t e. Man legt die Axe M horizontal und orientirt sie mit Hilfe einer Magnetnadel in den magnetischen Meridian. Mittels einer Wasserwage wird die Axe LL horizontal gemacht.

Nun wird mit der hinteren Fuſsschraube die Drehungsaxe M der Spule g e n a u horizontal gelegt, d. h. so, daſs die Luftblase der Wasserwage bei dem Umsetzen auf den beiden gleich dicken Zapfen von M dieselben Teilstriche einnimmt. Jetzt wird ein Satz von Induktions-Beobachtungen ausgeführt, wobei die Spule jedesmal rasch von dem einen zu dem anderen Anschlag um 180^0 gedreht wird.

H o r i z o n t a l e K o m p o n e n t e. Man stellt die Spule aufrecht (Fig.), lehnt sie an einen der Anschläge und setzt auf die Axe M eine Wasserwage nordsüdlich auf. Die hintere Fuſsschraube wird so gedreht, daſs die Luftblase in den beiden Anschlagstellungen der Spule dieselben Teilstriche einnimmt. Nun wird wie vorher ein Satz Induktions-Beobachtungen ausgeführt, möglichst unter Innehaltung der Drehungsgeschwindigkeit.

Induktionsmethoden. Beide Induktionssätze werden in gleicher Weise ausgeführt: am besten mit Zurückwerfung (**79** II). Vgl. oben. Die Multiplikation setzt man entweder bis zu einem konstanten Grenzbogen fort; oder, wobei man aber mit ruhendem Galvanometer beginnen mufs, man gibt bei beiden Induktionen dieselbe Anzahl von Stöfsen und addirt beide Male eine gleiche Anzahl von Bögen von gleicher Ordnungszahl. Diese Summe, bez. der Grenzbogen, oder endlich bei der Zurückwerfung der Ausdruck $(a^2+b^2)/\sqrt{ab}$, werde mit S bezeichnet, in den beiden Axenstellungen durch den Index 1 und 2 unterschieden, so ist die Inklination J gegeben durch

$$\operatorname{tg} J = S_1/S_2 .$$

Prüfungen. Die Windungsfläche soll in den Anschlagstellungen senkrecht auf der zu bestimmenden erdmagnetischen Komponente stehen. Dafs dieselben um 180 differiren, wird mit einem versilberten Planglase auf der Axe M leicht erkannt. Im Übrigen wird die Prüfung des Rahmens mit einer Wasserwage und einer Bussole meistens ausreichen. Wenn nicht, so beschränkt man mit dem Ringsektor (Fig.) den Spielraum der Drehung auf etwa 30°. Induktionsbeobachtungen aus beiden Stellungen geben dann, wenn die Stellung unrichtig ist, einen ungleichen Nadelausschlag.

Ein Fehler von 1° in den Stellungen kommt kaum in Betracht. Die Axe MM dagegen ist sorgfältig zu orientiren.

Man vermeidet Fehlerquellen leichter, wenn man nicht mit vertikaler und horizontaler Drehungsaxe arbeitet, sondern wenn man aus einigen Beobachtungen mit einer der Inklination nahe gelegenen Axenrichtung die genaue Inklinationsrichtung der Axe bestimmt, in welcher keine Induktion stattfinden würde (Schering). Die Axen-Neigung wird mit aufgesetztem Spiegel durch den Theodolit ermittelt.

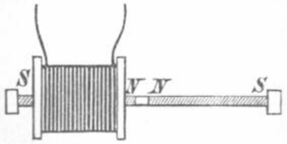
Vgl. W. Weber, Werke, Bd. II, 277. 1892; Schering, Gött. Nachr. 1882, 345.

81. Magnet-Induktor (Gaufs. Weber).

Integrale elektromotorischer Kraft von beliebigem Betrage kann man durch die gegenseitige Verschiebung eines Magnets und einer Spule erhalten. Wechselt man zwischen zwei bestimmten Stellungen, so entstehen je nach der Richtung entgegengesetzte Integralwerte von gleicher Gröfse.

Absoluter Integralwert. Das Einschieben eines Magnets vom Magnetismus M (62) aus gröfserer Entfernung in die Mitte einer längeren, engen Spule, welche n Windungen auf jeder Längeneinheit hat, liefert den Wert $\int E dt = 4\pi n \cdot M$ (Anh. 20).

Doppelmagnet-Induktor. Die Anordnung der Fig. ist für konstante Induktionsstöfse besonders geeignet. Der Doppelmagnet wird ganz durch die Spule oder die Spule über den Magnet geschoben. Die Endstellungen sind mittels der verstellbaren Anschläge oder durch Filzstücke u. dgl. so regulirt, dafs in ihrer Nähe keine Induktion stattfindet. Selbstverständlich darf die Verschiebung das Galvanometer nicht durch Fernwirkung beeinflussen.



Widerstandsbestimmung. Wird die Spule durch ein Galvanometer geschlossen, so ist die Strommenge dem Gesamtwiderstande umgekehrt proportional. Nach 78a oder 79 kann man die Menge messen.

w_0 sei der Widerstand Induktor + Galvanometer; zugeschaltet werde ein Widerstand w_1; die Nadelausschläge seien bezüglich α_0 und α_1. Dann ist $w_1/w_0 = (\alpha_0 - \alpha_1)/\alpha_1$. Hiernach kann man w_0 durch w_1 oder w_1 durch w_0 ausdrücken. Wenn w_2 statt w_1 zugeschaltet wird, sei der Ausschlag α_2. Dann erhält man $w_1/w_2 = (\alpha_0 - \alpha_1)/(\alpha_0 - \alpha_2) \cdot \alpha_2/\alpha_1$. Hier ist merklich konstante Dämpfung vorausgesetzt. Andernfalls s. 78 Gl. 5 oder 79 II.

Auch für Nullmethoden (71a u. b) sind Induktionsstöfse brauchbar, wenn die Widerstände nicht stärkere Selbstinduktion haben.

81a. Magnetischer Induktionskoefficient eines Stabes in schwachem Felde.

Die temporäre Änderung des Magnetismus eines Stabes von der Gestalt gewöhnlicher Magnete in einem magnetischen Felde von der Ordnung des horizontalen Erdmagnetismus bis zu Feldstärken gegen vielleicht 4 [C-G-S] ist nahe der Feldstärke proportional. Verstärkungs- und Schwächungs-Koefficienten permanenter Magnete sind nahe gleich. Bei gewöhnlichen Magneten beträgt die Änderung für die Feldstärke 1 [C-G-S] etwa 1,5 bis 2 [C-G-S] auf 1 ccm Stahl, oder 0,2 bis 0,3 auf 1 g. Die Zahl hängt von Gestalt, Härte, chemischer Beschaffenheit ab und ist für unmagnetisches Material etwas gröſser als für magnetisirtes.

Ein nordsüdlich hängender Magnet also hat einen, um einige Hundertel [C-G-S] auf das Gramm Stahl gröſseren Magnetismus als in der Ost-Westlage. Der Überschuſs im Verhältnis zum eigenen Magnetismus des Stabes heiſst Induktionskoefficient durch die Horizontalkomponente (Lamont).

Messung mit dem Erdmagnetismus (Weber). Eine um 180^0 drehbare enge Spule, welche länger sein soll als der Magnetstab, ist durch ein Galvanometer geschlossen. Man dreht aus der einen Meridianlage in die andere. Der Ausschlag betrage: α_0, wenn die Spule allein gedreht wird; α, wenn dieselbe mit dem in der Spulenaxe befestigten Stabe gedreht wird; α_1, wenn ein Stäbchen vom bekannten Magnetismus M_1 (**62**) aus einiger Entfernung in die leere Spule bis zur Mitte rasch eingeschoben oder von hier herausgezogen wird.

Der durch die nordsüdliche Lage in dem ersteren Stabe inducirte Magnetismus ist dann $m = \frac{1}{2} M_1 (\alpha - \alpha_0) / \alpha_1$; der durch das magnetische Feld Eins inducirte Magnetismus ist $= m/H$, wenn H den Erdmagnetismus bedeutet (**59**; Tab. 22); endlich der „Induktionskoefficient“ $\varDelta$, wenn M den ganzen Magnetismus bedeutet, $\varDelta = m/M$.

Man wird für diese Beobachtungen meistens die Multiplikation gebrauchen (**79**). Bei schwächerer Dämpfung kann man Zeit sparen, wenn man nicht bis zu konstantem Grenzausschlage inducirt, sondern in allen Fällen für α den gleichvielten Schwingungsbogen oder besser die Summe einer gleichen Anzahl Bogen von denselben Ordnungsnummern setzt.

Untersuchung mit einem Strom. Anstatt Spule und Magnet gegen den Erdmagnetismus umzulegen, kann man dieselben ruhen lassen, aber eine zweite Spule darüber wickeln oder schieben, in welcher ein gemessener Strom i geschlossen oder geöffnet oder rasch kommutirt werden kann. Die innere Spule erfährt dann eine el. Kraft durch die äuſsere Spule und eventuell durch den Magnet. Die Beobachtungen entsprechen genau den obigen. Das magnetische Feld in der Stromspule ist $= 4\pi n i$, wenn n die Windungszahl auf der Längeneinheit derselben vorstellt.

Vgl. F. K., Wied. Ann. **22**, 417. 1884; Sack, ib. **29**, 53. 1886.

81b. Bestimmung eines starken magnetischen Feldes.

Erzeugung starker Felder.

In einer Kupferspule kann man ohne erhebliche Kühlung bis zu einer Feldstärke von etwa 800 [C-G-S] kommen, mit starker Kühlung bis etwa 1500.

Zwischen den Polen eines Elektromagnets mit kegelförmig zugestutzten Polschuhen kann die Feldstärke bis zu 40000 betragen. Die höchste Stärke liefert ein Kegel vom halben Winkel 55°, ein möglichst gleichmäfsiges Feld ein solcher von 40° (Stefan, Wied. Ann. 38, 440. 1889; Ewing u. Low, Phil. Trans. 180, 221. 1889; du Bois'scher Ringmagnet, Wied. Ann. 51, 537. 1894).

I. Bestimmung in einer Spule durch Rechnung.

In einer im Verhältnis zu ihrer Länge engen gleichmäfsig bewickelten Spule von n Windungen auf jedem cm der Länge bewirkt der Strom i [C-G-S] (**64. 68. 68a. 69**) das magnetische Feld $4\pi n i$ [C-G-S].

Vorausgesetzt wird hierbei eine so grofse Entfernung a vom Ende, dafs r^2/a^2, wenn r der Spulenhalbmesser, gegen 1 verschwindet. Sonst ist das Feld in der Axe um den Bruchteil $\frac{1}{2}(\sqrt{r^2+a^2}-a)/\sqrt{r^2+a^2}$ kleiner und beträgt also in der Endfläche $2\pi n i$, da für $a=0$ jener Bruchteil $=\frac{1}{2}$ wird.

In einem Punkt der Axe einer Spule von der Länge l, welcher um a von der einen Endfläche absteht, ist die Feldstärke

$$2\pi n i[a\cdot(r^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}+(l-a)\cdot(r^2+(l-a)^2)^{-\frac{1}{2}}],$$

also mitten $4\pi n i\cdot l/\sqrt{l^2+4r^2}$ und am Ende $2\pi n i\cdot l/\sqrt{l^2+r^2}$.

II. Durch Induktion (Verdet).

Ein kleiner ebener Leiter (Kreisdraht) von der Windungsfläche f wird, mit seiner Ebene senkrecht zu den Kraftlinien, aus gröfserer Entfernung plötzlich in das Feld hineingestofsen oder aus demselben herausgezogen. Er ist mit einem Spiegel-Galvanometer von nicht zu kleiner Schwingungsdauer verbunden.

Ist H die Stärke des Feldes, so wird dadurch eine el. Kraft von dem Integralwerte $f\cdot H$ inducirt. (Herumdrehen um 180° statt herausziehen würde $2f\cdot H$ geben.)

Das Galvanometer gebe hierbei den in Skalenteilen gemessenen ersten Ausschlag e. Ist bei Multiplikation (**79** I) der Grenzbogen E gefunden, so ist, wenn k das Dämpfungsverhältnis, $e=\frac{1}{2}E(k-1)/k$. Dann hat man

$$H = P\cdot e/f.$$

Bestimmung der Versuchskonstante P.

1. Mit dem Erdinduktor (**80**). In derselben Leitung befinde sich ein Erdinduktor von der Fläche f_0 konstant eingeschaltet. Umdrehung desselben um 180^0 erzeuge den Ausschlag e_0; H_0 sei die erdmagnetische Intensität senkrecht zu der Windungsebene des Induktors (**59**). Dann ist (Quincke, Wied. Ann. 24, 349. 1885)

$$P = 2H_0 f_0/e_0.$$

2. Mit dem Magnetinduktor. Eine gestreckte Drahtspule mit der Windungszahl N auf jeder Längeneinheit ihrer Axe sei mit dem kleinen Induktor und dem Galvanometer konstant eingeschaltet. Ein kurzer Magnet von dem Moment M (**62**) werde rasch in die Mitte der Spule eingeschoben oder von dort herausgezogen. Die Nadel mache den ersten Ausschlag e'. Dann ist (**63** am Schlufs und Anh. 20)

$$P = 4\pi NM/e'.$$

3. Aus dem Reduktionsfaktor des Galvanometers. Der gewöhnliche Reduktionsfaktor auf [C-G-S] sei $= C$(**64** II; **69**) oder der Reduktionsfaktor $\mathfrak{C}$ für 1 Skalenteil $\mathfrak{C} = C/(2A)$, wenn A den Skalenabstand bedeutet (**66**). Es sei ferner k das Dämpfungsverhältnis, $\varLambda = \log\text{nat}\, k$ (**51**) und endlich τ die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel. w bedeute den Widerstand Galvanometer + kleiner Induktor in absolutem Mafse, d. h. den in Ohm ausgedrückten Widerstand multiplicirt mit 10^9 (Anh. 21). Dann ist

$$P = \mathfrak{C} w\tau/\pi \cdot k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\varLambda}.$$

Über die Berechnung des Exponentialfaktors s. Tab. 21 b und die Bemerkung zu **78** Gl. 6.

Beweise. Das el. Kraft-Integral ist bei der Messung Hf (Anh. 20), bei der ersten P-Bestimmung $2H_0 f_0$ (**80** I), bei der zweiten $4\pi NM$ (Anh. 20). Da der Widerstand konstant, so folgt sofort

$$P = Hf/e = 2H_0 f_0/e_0 = 4\pi NM/e'.$$

Der Ausdruck unter 3 ergibt sich daraus, dafs einerseits die Elektricitätsmenge des Stofses $Q = Hf/w$, andererseits nach **78a** Gl. 2

$$Q = \mathfrak{C}\tau/\pi \cdot e \cdot k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\varLambda}.$$

III. Mit einem kleinen Bifilargalvanometer.

Auf horizontale Felder beschränkt, s. **77b** II.

IV. Mit der Wage.

Eine kleine Spule wird, die Windungsfläche parallel der Drehaxe der Wage, mit einem Wagebalken fest verbunden und in das Feld gebracht, so dafs sie den Kraftlinien parallel steht. Ein Gegengewicht von m gr am Balken l sei nötig, um das Drehmoment auf die Spule aufzuheben. Dann ist $H = lgm/(fi)$.

Angström, El. techn. Z. S. 10, 543. 1889.

V. Aus der Dämpfung einer schwingenden Spule.

Eine kleine Spule vom Trägheitsmoment K cm$^2 \cdot$g und der Windungsfläche f cm^2, die Windungsebene parallel der Feldrichtung, mit einem Gesamtwiderstande w Ohm $= 10^9 w$ cm/sec, habe das Dämpfungsverhältnis k und zugleich die Schwingungsdauer T. Dann ist die Feldstärke

$$H = \sqrt{2K}/f \cdot \sqrt{w\Lambda/T}.$$

Es ist $\Lambda = \lg \text{nat}\, k$. T kann ev. aus der Schwingungsdauer ohne Dämpfung τ als $T = \tau \cdot \sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}/\Lambda$ berechnet werden.

[Vgl. 78 Gl. 1—3, 7b u. 8.]

VI. Aus der Drehung der Polarisationsebene nach 77c.

Man benutzt z. B. Platten aus schwerem Flintglase in durchgehendem oder in, auf der versilberten Rückseite reflektirtem Licht. Schwach keilförmige Gestalt gestattet, störende Reflexe abzublenden. Die Platte wird in dem bekannten magnetischen Felde einer Spule oder durch Vergleichung mit einer Schwefelkohlenstoffschicht geaicht.

Vgl. H. du Bois, Wied. Ann. 51, 549. 1894; Magnet. Kreise S. 328, Berl. 1894.

VII. Aus der Steighöhe magnetischer Flüssigkeiten (Quincke).

In dem magnetischen Felde befinde sich die Oberfläche einer Lösung eines Eisen-, Mangan- oder Nickelsalzes in einem Steigrohre, welches mit einem aufserhalb des Feldes liegenden Rohre kommunicirt. Durch das magnetische Feld werde die Höhendifferenz h zwischen den beiden Niveaus bewirkt. Dann ist

$$H = C \cdot \sqrt{h}.$$

C wird für die betr. Flüssigkeit in einem bekannten Felde bestimmt. Kennt man den Magnetisirungskoefficienten $\varkappa$ (Anh. 16) der Flüssigkeit, so ist, wenn s ihr spec. Gewicht und g die

Schwerbeschleunigung, $C = \sqrt{2gs/\varkappa}$. Koncentrirte Eisenchloridlösung hat etwa (h in cm) $C = 7000$.

Quincke, Wied. Ann. 24, 347. 1885; du Bois ib. 35, 137. 1888; auch: Magnetische Kreise S. 333. 1894.

VIII. Aus Widerstands-Änderungen des Wismuts.

Der Widerstand von Wismut wächst im magnetischen Felde (Righi): für kleines H beschleunigt, von etwa $H = 10000$ [cm, g] an ungefähr gleichförmig, bei $H = 20000$ etwa das Doppelte des Ausgangswertes erreichend. Eine ebene Spirale aus gepreſstem Wismutdraht, zur Vermeidung von Induktion am besten bifilar gewunden, erfährt bei Querstellung gegen die Kraftlinien die stärkste Änderung.

Das Messungsverfahren ergibt sich, wenn man den Widerstand als Funktion des magnetischen Feldes kennt, von selbst. Die Tabelle oder Kurve muſs empirisch hergestellt werden. Der Gang wird aber von der Temperatur beeinfluſst. Nach Henderson ist, wenn man den Widerstand im unmagnetischen Felde als Ausgangspunkt nimmt, derjenige im Felde H [C-G-S] für reines gepreſstes Wismut

	$H = 0$	2000	4000	6000	8000	10000	12000 [C-G-S]
bei 18^0	1,00	1,046	1,14	1,24	1,36	1,48	1,59
bei 0^0	1,00	1,064	1,18	1,32	1,46	1,59	1,73.

	$H = 0$	15000	20000	25000	30000	35000	40000 [C-G-S]
bei 18^0	1,00	1,80	2,09	2,39	2,70	3,03	3,37.

Ferner $w_{18}/w_0 = 1{,}070$ im unmagnetischen Felde.

Vgl. Lenard, Wied. Ann. 39, 619. 1890; du Bois, magnet. Kreise p. 333 Berl. 1894; Henderson. Wied. Ann. 53, 912. 1894.

81 c. Bestimmung eines Magnetisirungs-Koefficienten.

Entsteht in einem magnetischen Material durch eine daselbst herrschende magnetisirende Intensität $\mathfrak{H}$ die „Magnetisirung“, d. h. das magnetische Moment der Volumeinheit J, so nennt man $\varkappa = J/\mathfrak{H}$ den Magnetisirungs-Koefficient (Susceptibilität) des Körpers.

$\varkappa$ ist nur für diamagnetische sowie schwach magnetische Körper eine Konstante. Für Eisen steigt mit wachsender Feldstärke $\varkappa$ von einem kleinen, den schwächsten Feldern zukommenden Anfangswerte zunächst zu einem Maximalwerte, nimmt dann wieder ab und wird schlieſslich Null, da auch durch eine unendlich starke magnetisirende Kraft nur ein endlicher Grenzwert der Magnetisirung erzielt wird (etwa 1700 [C-G-S] für Schmiedeeisen, 1250 für Guſseisen, 540 für Nickel, 1300 für Kobalt).

Gröfse und Gang des Magnetisirungs-Koefficienten werden aufser durch den mechanischen Zustand durch chemische Beimengungen besonders stark beeinflufst. Über einige Eisensorten s. Tab. 24a.

$1+4\pi\varkappa$ wird Permeabilität genannt. Vgl. S. 448.

Entmagnetisirende Intensität. In jedem Körper, mit Ausnahme eines gleichförmig nach seiner Axe magnetisirten Ringes oder unendlich langen Stabes, bewirkt der Magnetismus des Körpers selbst Kräfte, welche der von aufsen wirkenden magnetisirenden Kraft H entgegenstehen. Es besteht also eine innere „entmagnetisirende Intensität“ H_i, welche von H abzurechnen ist, um die wirkliche magnetisirende Intensität $\mathfrak{H}$ zu erhalten. Also ist

$$\mathfrak{H}=H-H_i. \qquad 1.$$

H_i ist im allgemeinen durch den Körper hindurch ungleich verteilt. Nur in einem gleichförmig nach einer Hauptaxe magnetisirten Ellipsoid herrscht ein konstanter, der Magnetisirung proportionaler Wert $H_i=P\cdot J$. Hier ist also

$$2. \quad \mathfrak{H}=H-P\cdot J \quad \text{und} \quad J=\varkappa(H-PJ) \quad \text{oder} \quad J=\varkappa H/(1+\varkappa P). \qquad 3.$$

Ein Ellipsoid mufs sich also in einem konstanten magnetischen Feld gleichförmig magnetisiren. Der „Entmagnetisirungsfaktor“ P hängt vom Axenverhältnis ab.

Rotationsellipsoid. Die Magnetisirung finde nach der Richtung der Rotationsaxe l statt, der Rotationsdurchmesser sei $=d$. Es sei $d<l$ und $e=\sqrt{1-d^2/l^2}$ die Excentricität. Dann ist nach Neumann (Vorles. üb. Theor. d. Magn. p. 74)

$$P=4\pi\frac{1-e^2}{e^3}\left(\tfrac{1}{2}\lg\operatorname{nat}\frac{1+e}{1-e}-e\right). \qquad 4.$$

Für eine Kugel ist $P=\frac{4}{3}\pi=4{,}19$, für einen relativ unendlich langen Stab $=0$, für eine dünne, breite, der Dicke nach magnetisirte Platte hat es den gröfsten Wert 4π.

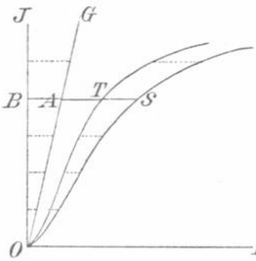
Cylinder. Für einen Cylinder von der Länge l und dem Durchmesser d gilt genähert dieselbe Formel, um so näher, je gröfser l/d ist (Kirchhoff, Oberbeck).

Tabelle für P (Ellipsoid).

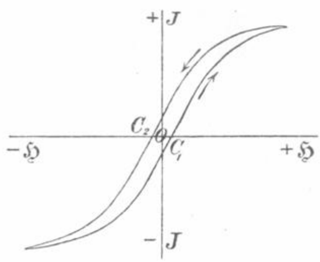
l/d	P	$P\cdot l^2/d^2$	l/d	P	$P\cdot l^2/d^2$	l/d	P	$P\cdot l^2/d^2$
5	0,701	17,5	40	0,0266	42,5	100	0,0054	54,0
10	,255	25,5	50	,0181	45,3	150	,0026	58,3
15	,135	30,4	60	,0132	47,5	200	,0016	64,0
20	,085	34,0	70	,0101	49,5	300	,0007	67,5
25	,059	36,7	80	,0080	51,2	400	,0004	72,0
30	,043	38,8	90	,0065	52,5	500	,0003	75,0

Aus du Bois, Magn. Kreise S. 45; Über Cylinder s. Mann, Diss. Berlin 1895.

Graphische Darstellung. Scheerung. Man kann die beobachteten Magnetisirungen J als Ordinaten zu den Intensitäten H auftragen und die Kurve OS ziehen, welche aber nach dem früheren nicht nur von dem Material, sondern auch von der Gestalt des untersuchten Körpers abhängt. Zu J, als bloſser Eigenschaft des Materials, gehört als Abscisse die wirkliche magnetisirende Intensität $\mathfrak{H} = H - P \cdot J$ (Gl. 2). Die entsprechende Kurve OT kann aus OS durch folgende „Scheerung" erhalten werden (Lord Rayleigh). Man zieht eine Gerade OG, bei welcher zur Abscisse H die Ordinate $J = H/P$ d. h. zur Ordinate J die Abscisse $P \cdot J$ gehört. Durch einen Punkt S der Kurve legt man dann eine Parallele SAB zur Abscisse und trägt eine Strecke $ST = AB$ von S aus nach links ab; dann ist offenbar T ein Punkt der gesuchten Kurve. Denn die Abscisse zu T ist ja gegen H um AB d. h. um $P \cdot J$ verkleinert. Phil. Mag. 22, 175. 1886.



Remanenter Magnetismus. Wegen der Koercitivkraft gehört zu jeder Feldstärke bei abnehmender Magnetisirung ein stärkerer Magnetismus, als bei zunehmender. Geht man mit der Magnetisirung also wiederholt aufwärts, dann abwärts durch Null hindurch zu entgegengesetztem Magnetismus und wieder rückwärts, so stellen die Beobachtungen sich durch 2 Kurven dar, welche eine Schleife bilden etwa von der Gestalt der Figur, falls man hoch hinauf magnetisirt hat. Das Flächenstück zwischen den beiden Kurven (die Arbeit bei dem magnetisirenden Kreisproceſs) kann als Maſs für die Remanenz des Magnetismus, die „Hysterese" dienen (Warburg, Ewing).



Als Maſs der Koercitivkraft betrachtet man die Intensität OC_1 oder OC_2 (Fig.), welche in einem Stabe, der ganz ruhig gehalten wird, nach einer Magnetisirung in der anderen Richtung den unmagnetischen Zustand herstellt. Bei weichem Eisen etwa $= 2$, steigt sie für gehärteten Wolframstahl auf etwa 50—70.

Man wendet langgestreckte Stäbe an, damit die entmagnetisirende Kraft klein ist; Erschütterungen sind zu vermeiden.

I. Bestimmung mit dem Magnetometer.

Der Stab wird in eine Spule gebracht, deren Strom für die Strecke des Stabes ein gleichförmiges magnetisches Feld gibt (**81b** I), und das magn. Moment M bei verschiedener Feldstärke gemessen (**62**). Wenn V das Stabvolumen, so ist die Magnetisirung $J = M/V$.

Die, der Stromstärke proportionale, Wirkung der Spule selbst auf die Nadel wird für eine passende Stromstärke gemessen und danach in Rechnung gesetzt; oder besser, man kompensirt die Spulenwirkung durch eine jenseit des Magnetometers angebrachte zweite Spule, durch welche stets derselbe Strom geht.

II. Bestimmung durch inducirte Ströme.

„Induktion“. Die Magnetisirung des Stabes in einem Querschnitt sei $= J$, das dieselbe bewirkende Feld in dem Sinne von S. 382 $= \mathfrak{H}$. Dann nennt man $4\pi J + \mathfrak{H}$ die magnetische Induktion in dem Querschnitt (Anh. 16 und 20). Wenn nämlich der Körper an der betrachteten Stelle von einer kurzen engen Spule von der Windungszahl N umgeben ist, so wird in derselben durch das Entstehen oder Verschwinden des Feldes und des Magnetismus ein el. Kraft-Integral (**78a**) inducirt

$$\int E\,dt = q(4\pi J + \mathfrak{H})N \qquad 5.$$

wo q der Querschnitt, qJ also das magn. Moment der Längeneinheit des Stabes ist. Statt $(4\pi J + \mathfrak{H})$ kann man auch schreiben $\mathfrak{H}(1 + 4\pi\varkappa)$. $q(4\pi J + \mathfrak{H})$ heifst Induktionsflufs.

Man mifst nach **78a** mit einem in den Stromkreis eingeschalteten ballistischen Galvanometer die Elektricitätsmenge Q des Induktionsstofses, setzt (w = Gesamtwiderstand)

$$Q \cdot w = \int E\,dt = q(4\pi J + \mathfrak{H})N$$

also
$$J = \frac{1}{q}\,\frac{1}{4\pi}\left(\frac{Q \cdot w}{N} - \mathfrak{H}q\right). \qquad 6.$$

Alle Gröfsen sind in [C-G-S] auszudrücken.

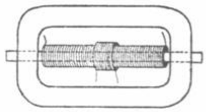
Das magnetisirende Feld wird in der Regel durch eine enge lange Spule hervorgebracht (**81b** I). Die kleine sekundäre befindet sich gewöhnlich, dicht schliefsend über den Eisenstab geschoben, innerhalb der ersteren. Ist sie aufsen über die magnetisirende Spule geschoben, so wie in der Figur (folg. S.), so ist in Formel 6 statt $-\mathfrak{H}q$ zu setzen $-\mathfrak{H}(q + q')$, wenn q' den nicht vom Eisen ausgefüllten Querschnitt der Spule bedeutet.

Die Dauer des Induktionsstromes mufs kurz gegen die Schwingungsdauer des Galvanometers sein, was bei Elektromagneten mit grofsen Eisenmassen nicht immer der Fall ist.

Abziehen der Induktionsspule. Anstatt das magn. Feld verschwinden zu lassen, kann man die kleine Spule plötzlich abziehen.

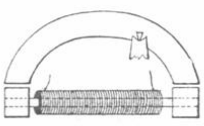
Magnetisirung eines permanenten Magnets. Dieselbe läfst sich für jeden Querschnitt dadurch messen, dafs man, so wie eben, von dem letzteren eine kurze enge Spule abzieht. Das magn. Moment der Längeneinheit ist $= Qw/(4\pi N)$; vgl. Formel 6.

Schlufsjoch (Hopkinson). Kürzere Stäbe kann man, um die „Selbst-Entmagnetisirung“ (S. 382) zu vermeiden, durch ein weiches schmiedeeisernes Joch von grofser Masse gut verbunden schliefsen. Die primäre und die sekundäre Spule sind über den Stab geschoben.



III. Mit der Wage (du Bois).

Der von der Magnetisirungsspule umgebene Stab ist mit seinen Enden in eiserne Backen gespannt, über denen sich sehr dicht ein starker eiserner Bügel als Wagebalken mit zwei ungleichen Hebelarmen befindet. Die Differenz der durch Anziehung entstehenden Drehmomente, durch Laufgewichte gemessen, ist dem Quadrate der Induktion (vgl. II) genähert proportional. Die Aichung auf absolutes Mafs mufs mit einem anderweitig untersuchten Stabe geschehen.



H. du Bois, Magnetische Kreise p. 367, Berlin 1894. Ebenda, sowie bei Ewing, Magnet. Induktion, übers. von Holborn u. Lindeck, 1892 siehe nähere Angaben über die obigen und andere Mefsmethoden.

82. Absolute Widerstands-Messung (W. Weber).

Vgl. 78—80 und Anhang 19—21.

Hier soll nur eine Übersicht der Methoden gegeben werden.

I. Aus der Dämpfung eines schwingenden Magnets.

Es soll bedeuten

k das Dämpfungsverhältnis einer Magnetnadel im geschlossenen Multiplikator (**51**),

$\Lambda = \log \operatorname{nat} k$ das natürliche log. Dekrement,

Λ' dasselbe bei unterbrochener Leitung (Luftdämpfung),

τ die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel (**52**),

G die statische Galvanometerkonstante d. h. das Verhältnis des (kleinen) Ausschlags zur Stromstärke in [C-G-S], wenn das magn. Feld $= 1$ wäre, ohne Fadentorsion,

M den Magnetismus, Θ den Torsionskoefficient der Nadel,

H die erdmagnetische Horizontalintensität.

1. Dann ist der absolute Widerstand Multiplikator + Schlufsleitung in elektromagnetischem Weber'schem Mafse

$$w = \frac{\pi^2}{2\tau} \frac{G^2}{\Lambda - \Lambda'} \frac{M}{H(1+\Theta)} \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}}. \qquad 1.$$

Über die Bestimmung von M/H s. **59** II.

Galvanometerkonstante. Für einen kreisförmigen Multiplikator von n Windungen vom Halbmesser R mit kurzer Nadel im Mittelpunkte würde $G = 2\pi n/R$ sein (**64** II), mit dem Korrektionsfaktor $1 - \frac{1}{8} b^2/R^2 + \frac{1}{12} h^2/R^2 + \frac{3}{16} \mathfrak{l}^2/R^2$ für Breite b, Dicke h der Windungslage und Polabstand $\mathfrak{l}$ der Nadel.

Für einen engen Multiplikator bestimmt man G empirisch mittels eines Stromes, welchen man gleichzeitig ganz durch eine Tangentenbussole und abgezweigt durch den Multiplikator gehen läfst (Dorn). Sind die Ablenkungswinkel bez. φ und φ', die Torsionskoefficienten bez. Θ und Θ', während G' die Konstante der Tangentenbussole, v der Abzweigungsfaktor (**64a**) ist, so hat man $G = vG' \cdot \mathrm{tg}\,\varphi/\mathrm{tg}\,\varphi' \cdot (1+\Theta)/(1+\Theta')$.

Über die Ausführung s. F. K., Wied Ann. 35, 710 u. 745. 1888.

II. Durch Induktionsstöfse mit dem Erdinduktor.

Ein Erdinduktor mit vertikaler Drehungsaxe (**80**) sei durch das Galvanometer geschlossen. Aufser den obigen Bezeichnungen sei

f die Windungsfläche des Induktors (**83**),

α der Nadelausschlag durch einen einzelnen Induktionsstofs ohne Dämpfung, in dem Sinne von S. 365 u. 368, bei Drehung um die vertikale Axe wie in **80.**

2. Ist die Empfindlichkeitskonstante des Multiplikators bekannt oder wie oben bestimmt, so braucht man das Dämpfungsverhältnis nur so weit, wie es zur Berechnung von α gefordert wird. Es ist nämlich

$$w = \frac{2\pi}{1+\Theta} \frac{fG}{\alpha\tau}. \qquad 2.$$

3. Statt der Empfindlichkeitskonstante genügt eine genaue Kenntnis der Dämpfung. Es ist, wenn

K das Trägheitsmoment der Nadel bedeutet,

$$w = \frac{8}{\pi} \frac{f^2 H^2 \tau}{\alpha^2 K} \frac{\Lambda - \Lambda'}{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}}. \qquad 3.$$

4. Mit Hilfe der bekannten Beziehung (Anhang Nr. 10) $K = MH(1+\Theta)\tau^2/\pi^2$ kann man K eliminiren und erhält

$$w = \frac{8\pi}{1+\Theta}\frac{f^2}{\alpha^2\tau}\frac{H}{M}\frac{\varLambda-\varLambda'}{\sqrt{\pi^2+\varLambda^2}}. \qquad 4.$$

Die Gröfse α kann bei 2. durch Multiplikation oder Zurückwerfung, bei 3. und 4. mufs sie durch Zurückwerfung bestimmt werden, um zugleich die Dämpfung zu erhalten. Sind hierbei die beiden stationären Schwingungsbögen in absolutem Mafse $= a$ und b, so hat man also zu setzen (**79** II)

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\frac{a^2+b^2}{\sqrt{ab}}\left(\frac{b}{a}\right)^{1/\pi\cdot\operatorname{arc\,tg}\varLambda/\pi}$$

und
$$\varLambda = 2{,}3026(\log a - \log b).$$

Über Vereinfachungen der Rechnungen s. Tab. 21b und S. 366, 373.

Die vorigen Methoden leiten sich aus **78** ab. Denn es ist $G = q/M$, also nach Gl. 7a, 8 und 3 daselbst

$$\frac{M^2G^2}{w} = 2K\frac{\varLambda-\varLambda'}{T} \text{ oder } = 2K\frac{\varLambda-\varLambda'}{\tau\sqrt{1+\varLambda^2/\pi^2}},$$

woraus
$$w = \frac{1}{2}\frac{M^2\tau}{K}\frac{G^2}{\varLambda-\varLambda'}\sqrt{1+\frac{\varLambda^2}{\pi^2}}.$$

Indem man K durch $MH(1+\Theta)\tau^2/\pi^2$ ersetzt, folgt unsere Gl. 1.

Ein Induktionsstofs durch die Horizontalkomponente H liefert ferner die Strommenge $2fH/w$ und teilt hierdurch der Nadel eine Winkelgeschwindigkeit mit (Gl. 6):

$$u_0 = \frac{2fH}{w}\frac{q}{K} = \frac{2fH}{wK}\sqrt{2wK\frac{\varLambda-\varLambda'}{T}} = \frac{fH}{\sqrt{w}}\sqrt{\frac{8(\varLambda-\varLambda')}{KT}}.$$

Hieraus folgt $w = f^2H^2/u_0^2\cdot 8(\varLambda-\varLambda')/(KT)$. Indem man noch (**78**, Gl. 6 u. 3) $u_0 = \pi/\tau\cdot\alpha$ und $T = \tau\sqrt{1+\varLambda^2/\pi^2}$ setzt, kommt die Gleichung 3.

Gl. 2 endlich kommt aus 3, wenn man hier nach **78** Gl. 8, 7a u. 3

$$\varLambda-\varLambda' = q^2T/(2wK) = G^2M^2\tau\sqrt{\pi^2+\varLambda^2}/(2wK\pi)$$

einsetzt und dann noch statt K schreibt $MH(1+\Theta)\tau^2/\pi^2$.

Alle Gröfsen sind in [C-G-S] auszudrücken. w liefert dann, durch 10^9 geteilt, den Widerstand in Ohm.

Die Methoden 2 und 3 können mit astatischer Nadel arbeiten.

Über inkonstantes Dämpfungsverhältnis vgl. K. Schering, Wied. Ann. 9, 471. 1880. Auch die Selbstinduktion der Spulen bewirkt eine Korrektion; s. Dorn; ib. 17, 783. 1882. Endlich können auch lokale Variationen des Erdmagnetismus Korrektionen verlangen.

III. Mit dem rotirenden Erdinduktor (Weber).

Ein Kreisring vom mittleren Halbmesser r mit n Windungen rotire um eine vertikale Axe Nmal in 1 sec, d. h. mit der Winkelgeschwindigkeit $2\pi N$. In einem Augenblick, wo die Axe des Ringes mit dem magn. Meridian den Winkel φ bildet, wird in ihm inducirt die el. Kraft $E = 2\pi N \cdot nr^2\pi \cdot H \sin\varphi$, also der Strom E/w. Der Strom erzeugt ein magnetisches Feld in seinem Mittelpunkt $E/w \cdot 2\pi n/r$, dessen zum Erdmagnetismus senkrechte Komponente

$$E/w \cdot 2\pi n/r \cdot \sin\varphi = 1/w \cdot 4\pi^3 N n^2 r H \sin^2\varphi$$

beträgt. Der Mittelwert dieser Komponente während einer halben Umdrehung ist

$$1/w \cdot 4\pi^3 N n^2 r H \cdot 1/\pi \cdot \int_0^\pi \sin^2\varphi \, d\varphi = 1/w \cdot 2\pi^3 N n^2 r H.$$

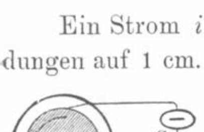
Eine Magnetnadel im Mittelpunkt werde hierdurch um den Winkel α dauernd abgelenkt. Dann ist

$$1/w \cdot 2\pi^3 N n^2 r H \cos\alpha = H \sin\alpha, \text{ woraus } w = 2\pi^3 N n^2 r \operatorname{ctg}\alpha.$$

Korrektionen stammen aus dem Querschnitt der Windungslage, der Fadentorsion, der Selbstinduktion und der Induktion der Magnetnadel auf die Spule.

IV. Mit einer im magnetischen Felde rotirenden Scheibe (Lorenz).

Ein Strom i durchfließe eine lange Drahtspule von n Windungen auf 1 cm. Das magnetische Feld in der Spule ist (**81 b** I) $= 4\pi n i$. Eine Metallscheibe vom Halbmesser r rotirt in diesem Felde mit N/sec Umdrehungen, die Kraftlinien senkrecht schneidend. Ein Kontakt drückt gegen das Centrum, ein zweiter schleift an der Peripherie der Scheibe. Zwischen diesen Punkten wird dann, da ein Radius der Scheibe in der Zeiteinheit offenbar eine Fläche $N \cdot r^2\pi$ beschreibt, also $4\pi n i \cdot N r^2 \pi$ Kraftlinien schneidet, eine el. Kraft inducirt $4\pi^2 n r^2 N \cdot i$.



Derselbe Strom i durchfließt den zu messenden Widerstand w, erzeugt also an dessen Enden die Spannung $w \cdot i$. Die Umdrehungszahl N wird so regulirt, daß diese Spannung der obigen gleich ist, was an dem Strom Null in einem Galvanometer erkannt wird. Dann ist also $w = 4\pi^2 n N r^2$.

In Wirklichkeit verlangt die endliche Länge der Spule eine erhebliche Korrektion; vgl. **81 b** I.

Anstatt der rotirenden Scheibe kann eine geeignet rotirende Spule angewandt werden (Lippmann).

V. Aus der wechselseitigen Induktion zweier Stromleiter (Kirchhoff).

Der wechselseitige Induktionskoefficient (**83 b**) zweier Spulen sei $= P$. Derselbe wird aus der Gestalt und der Lage der Spulen berechnet, was im allgemeinen eine verwickelte Arbeit ist. Einfach wird der Fall einer langen Spule vom Halbmesser r, gleichmäfsig mit n Windungen auf die Längeneinheit bewickelt, über welche eine enge, kurze Spule von m Windungen geschoben ist (Roiti, Himstedt). Von einer Korrektion, welche von der beschränkten Länge der ersteren Spule herrührt, abgesehen, ist dann $P = 4\pi^2 r^2 n m$ (Anh. 20b).

In der primären Spule entstehe oder verschwinde der Strom i. Das hierbei inducirte Integral el. Kraft ist $\int E dt = Pi$.

Die in dem sekundären Stromkreis inducirte Strommenge ist also $Q = Pi/w$. Dieselbe wird nach **78 a** gemessen und liefert dann w in absolutem Mafse.

Mit Hilfe eines Stromunterbrechers im primären Stromkreis, welcher den Strom i in 1 sec Nmal unterbricht (**37 a**), wobei aber mittels eines Disjunktors nur die Schliefsungs- oder die Öffnungsströme in der inducirten Spirale zu Stande kommen, kann man die Bestimmung von Q auf dauernde Ablenkungen zurückführen (Roiti, Himstedt).

Die Ablenkung eines Galvanometers im sekundären Stromkreis sei hierbei $= \alpha_1$, der inducirende Strom i gebe an demselben Galvanometer die Ablenkung α_2, dann ist

$$w = NP \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1 .$$

Denn es ist $NPi/w = C \operatorname{tg} \alpha_1$ und $i = C \operatorname{tg} \alpha_2$. Anordnung und Korrektionen s. bei Himstedt, Wied. Ann. 26, 547. 1885.

VI. Aus der Stromwärme.

Ein Strom i $\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$ (**64** ff.) entwickele in einem Leiter in t sec die Wärmemenge q (**29**—**31**), dann ist der abs. Widerstand w dieses Leiters

$$w = A \cdot \frac{q}{i^2 t} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

A ist das abs. mechanische Äquivalent der Wärmeeinheit, also z. B. $A = 41\,900\,000 \text{ cm}^2 \text{ g sec}^{-2}$/Wasser-gr-cal. (Anh. 7).

83. Bestimmung der Windungsfläche einer Drahtspule.

I. Aus den gemessenen Durchmessern. Am direktesten, aber entweder mühsam oder weniger genau ist die Ausmessung des Durchmessers jeder Windungslage an mehreren Stellen (mit dem Kathetometer oder dem Cirkel) oder auch des Umfanges (mit dem Bandmaſs). Von dem an der äuſseren Oberfläche der Schicht gemessenen Durchmesser ist natürlich die Drahtdicke abzurechnen.

Ist nur die Windungszahl N, sowie der innere und der äuſsere Halbmesser r_0 und r_1 gemessen, so hat man bei gleichmäſsiger Wickelung $f = \frac{1}{3}\pi N(r_0^2 + r_0 r_1 + r_1^2)$.

II. Aus der Drahtlänge. Für eine nicht zu feine Drahtsorte kann man die Summe der Windungsflächen einer Spule messen, indem man bei dem Aufwinden die Windungszahl und die Länge des Drahtes bestimmt.

Bilden kreisförmige Windungen eine Lage von rechteckigem Querschnitt, ist l die Drahtlänge, n die Anzahl der Windungen, h die Höhe der Windungslage, so wird die Windungsfläche f gefunden $f = l^2/4\pi n + \frac{1}{12}\pi n h^2$.

Wegen des Einsinkens der Drähte und des Zusammenpressens der Bespinnung wird der so gemessene Wert mehr oder weniger zu groſs ausfallen.

Vgl. H. Weber, der Rotationsinduktor, Leipzig 1882.

III. Durch magnetische Fernwirkung (F. K.) Derselbe Strom durchflieſse die Spule und eine Spiegel-Tangentenbussole mit einer Windung vom Halbmesser R. Auf die kurze Nadel wirken beide Teile des Stromes gleichzeitig. Die Stromleiter sollen folgende Stellung gegen einander haben.

Die Spulenaxe liegt ostwestlich. Ihr Mittelpunkt hat den Abstand a von der Nadel und liege von dieser entweder östlich oder westlich (1. Hauptlage), oder nördlich oder südlich (2. Hauptlage). Den Abstand wählt man so, daſs die beiden Wirkungen auf die Nadel, wenn sie entgegengesetzt gerichtet sind, sich nahe aufheben. Ist letzteres genau der Fall, so hat man in erster H.-L. $f = a^3\pi/R$.

Andernfalls betrage der Ausschlag Φ, wenn beide Ströme gleichsinnig wirken, und φ, wenn man den Strom in der Tangentenbussole allein kommutirt. Dann ist

$$f = \frac{a^3\pi}{R}\,\frac{\operatorname{tg}\Phi + \operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\Phi - \operatorname{tg}\varphi}.$$

In der zweiten H.-L. kommt der Faktor 2 hinzu.

Denn da die Drehungsmomente des Stromes i auf die Nadel M von der Spule und von der Tangentenbussole zusammen demjenigen des Erdmagnetismus H das Gleichgewicht halten müssen, so hat man (für die 1. H.-L.) $2Mif/a^3 \cdot \cos\Phi + Mi2\pi/R \cdot \cos\Phi = MH \sin\Phi$ oder

$$2i(f/a^3 + \pi/R) = H \operatorname{tg}\Phi;$$

ebenso: $$2i(f/a^3 - \pi/R) = H \operatorname{tg}\varphi.$$

Hieraus folgt durch Division der obige Ausdruck.

Korrektionen. 1. Wegen des Polabstands $\mathfrak{l}$ der Nadel ist der Ausdruck für f in 1. H.-L. mit $1 + \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2/a^2 + \frac{3}{16}\mathfrak{l}^2/R^2$, in 2. H.-L. mit $1 - \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2/a^2 + \frac{3}{16}\mathfrak{l}^2/R^2$ zu multipliciren.

2. Die Abnahme der Kraft mit $1/a^3$ ist nicht streng richtig. L soll die Länge, r_1 und r_0 den äufseren und inneren Halbmesser der Spule bezeichnen. a sei so grofs, dafs L^4 und r^4 gegen a^4 zu vernachlässigen sind. $(r_1^5 - r_0^5)/(r_1^3 - r_0^3)$ heifse k. Dann dividirt man den obigen Ausdruck für f in der 1. H.-L. durch $1 + (\frac{1}{2}L^2 - \frac{9}{10}k)/a^2$, in der 2. H.-L. durch $1 + (\frac{27}{40}k - \frac{3}{8}L^2)/a^2$.

3. Wegen Korrektionen der Tangentenbussole s. **64**, S. 292.

Abstandsmessung. Um a zu messen, kann man z. B. die Tangentenbussole folgeweise auf beiden Seiten von der Spule aufstellen und für a den halben Abstand der beiden Lagen des Nadelfadens setzen.

Stromschwankungen werden um so unschädlicher, je kleiner φ' ist. Liegt φ' auf der anderen Seite als φ, so ist es negativ zu nehmen.

Vgl. über die Ausführung und eingehendere Angaben der Korrektionen F. K., Wied. Ann. 18, 513. 1883. (Unter λ wird daselbst die ganze Nadellänge verstanden. In den Formeln für 1te H.-L. ist dort irrtümlich $\frac{1}{3}$ statt 0,52 als Faktor des Korrektionsgliedes mit λ^2/a^2 gesetzt.)

83a. Selbstinduktions-Koefficient eines Leiters (Maxwell).

Koefficient der Selbstinduktion (elektromagnetische Kapacität; elektrodynamisches Potential eines Leiters auf sich selbst oder kurz Selbstpotential) Π heifst der Faktor, mit welchem die Änderungsgeschwindigkeit di/dt des Stromes in dem Leiter zu multipliciren ist, um die el. Kraft der Induktion (des Extrastromes) zu erhalten. Vgl. Anh. 20b.

Über die Berechnung des Selbstpotentiales von Rollen s. Stephan, Wied. Ann. 22, 107. 1884; Über die Messung oder Berechnung kleiner Selbstpotentiale M. Wien, ib. 53, 928; Prerauer 53, 772. 1894.

Drückt man die zur Messung dienenden Gröfsen im [C-G-S]-System aus, so wird der Ind.-Koefficient in [cm] erhalten; aus Ohm, Farad etc. in „Quadrant" (wohl bezeichnender, als die Benennung „Henry").

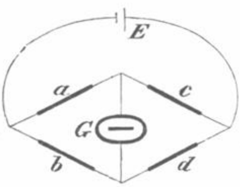
Über einen Leiter, dessen Selbstinduktion im Verhältnis 1 : 300 mefsbar veränderlich ist, s. M. Wien, Wied. Ann. 57, 249. 1896.

Bei den Messungen ist auf ausreichende gegenseitige Entfernung der Leiter zu achten.

Sind Eisenkerne etc. vorhanden, so hängt der Ind.-Koefficient von der Stromstärke ab.

Bestimmung in der Brücke.

1. Nach Dorn. Der zu bestimmende Leiter sei im Zweige a enthalten. G ist ein ballistisches Galvanometer vom Widerstande γ. In den ungeteilten Strom kommt ein zweites Galvanometer. Die Widerstände werden so abgeglichen, dafs in G kein Strom, also dafs $a:b=c:d$ ist. Die Nadel des Instrumentes im Hauptstrom zeige die Ablenkung φ. Der Hauptstrom wird unterbrochen. Durch den dabei in a entstehenden Extrastrom mache die Nadel von G den Ausschlag e. Ihre Schwingungsdauer und ihr Dämpfungsverhältnis seien τ und k (**51**). $\varLambda = \log\operatorname{nat} k$.



Wir setzen $n=[\gamma(a+b+c+d)+(a+b)(c+d)]/d$.

Dann ist das Selbstpotential Π des Leiters a

$$\Pi = n\cdot\frac{\tau}{\pi}\,\frac{\mathfrak{c}}{\mathfrak{C}}\,\frac{e}{\varphi}\,k^{1/\pi\cdot\operatorname{arctg}\pi/\varLambda}.$$

$\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{c}$ bedeuten den Reduktionsfaktor (**64** II, **66**, **68a**, **69**) des Hauptgalvanometers bez. Brückengalvanometers. Ist das erstere eine Tangentenbussole, so hat man für φ zu setzen $\operatorname{tg}\varphi$.

Beweis: Ist $J=\mathfrak{C}\varphi$ der Stammstrom, i_a der Strom in a, so hat man zunächst $i_a=J(b+d)/(a+b+c+d)$. Während des Verschwindens von i_a ist die el. Kraft in a zur Zeit t gleich $\Pi\cdot di_a/dt$, der Strom i in G also (S. 282, 1. Beispiel) $i=\Pi\dfrac{di_a}{dt}\,\dfrac{c+d}{\gamma(a+b+c+d)+(a+b)(c+d)}$. Drückt man hier i_a durch J aus und berücksichtigt ferner, dafs $a:b=c:d$ oder $ad=bc$ gemacht war, also $(b+d)(c+d)=(a+b+c+d)d$, so findet man $i=\Pi\cdot dJ/dt\cdot 1/n$. Also ist

$$\int i\,dt=\Pi J/n \text{ oder } \Pi=n\int i\,dt\cdot 1/J=n\cdot \mathfrak{c}\tau/\pi\cdot e\cdot k^{1/\pi\cdot \operatorname{arctg}\pi/\Lambda}\cdot 1/\mathfrak{C}\varphi,$$

wenn $\mathfrak{c}$ und $\mathfrak{C}$ die Reduktionsfaktoren der beiden Galvanometer sind.

Zur direkten Vergleichung werden die beiden Galvanometer zu verschieden empfindlich sein. Wie man sich durch Widerstände, Abzweigungen u. s. w. hilft, um $\mathfrak{c}/\mathfrak{C}$ zu bestimmen, s. in **69**.

Zur Rechnung vgl. S. 366 u. Tab. 21b.

2. Nach Rayleigh. Anstatt den Stammstrom J zu messen, kann man einfacher an G selbst den Ausschlag e' bei Dauerstrom beobachten, nachdem man einen kleinen Widerstand w in den Zweig a zugeschaltet hat.

Dann ist $\Pi=w\cdot\tau/\pi\cdot e/e'\cdot k^{1/\pi\cdot\operatorname{arctg}\pi/\Lambda}$.

Denn nach dem Zufügen von w entsteht ein Strom in der Brücke

$$\mathfrak{c}\cdot e'=J\cdot\frac{wd}{(a+b)(c+d)+\gamma(a+b+c+d)}=J\frac{w}{n}\cdot$$

3. Vergleichung zweier Selbstpotentiale (Maxwell). In den Zweigen a und c mögen sich, hinreichend weit von einander aufgestellt, die Leiter mit den Selbstpotentialen Π und Π' nebst Rheostaten- oder Draht-Widerständen befinden; b und d seien induktionsfrei. Die Widerstände werden derartig abgeglichen, dafs die Nadel von G sowohl bei Dauerstrom wie bei der Schliefsung oder Öffnung ruhig bleibt.

Dann ist $\Pi/\Pi'=b/d(=a/c)$.

Diese Beziehung folgt aus Nr. 1, vor. S., denn man kann den Ausschlag Null ansehen als aus den beiden entgegengesetzt gleichen von Π und Π' herrührenden Ausschlägen $\alpha=A\cdot\Pi/n$ und $\alpha=A\cdot\Pi'/n'$ zusammengesetzt, wo A den gemeinsamen Ausdruck $\mathfrak{c}/\mathfrak{C}\cdot\tau/\pi\cdot 1/\varphi\cdot k^{1/\pi\cdot\operatorname{arctg}\pi/\Lambda}$ bezeichnet. n und n' aber unterscheiden sich nur durch die Nenner d und b. Also ist $\Pi/\Pi'=n/n'=b/d$.

4. Vergleichung eines Selbstpotentials mit der Kapacität eines Kondensators (Maxwell). Die Spule mit dem Selbstpotential Π befinde sich im Zweige a; dem Zweige d wird ein Kondensator von der elektromagnetisch gemessenen Kapacität C (**86**) parallel geschaltet, d. h. die Enden von d werden durch kurze Drähte mit den beiden Belegungen verbunden. Bleibt die Nadel von G sowohl bei Dauerstrom wie

bei Schliefsung oder Öffnung ruhig, so ist $\Pi/C = a \cdot d = c \cdot b$. Die Widerstände a, d oder b, c in [cm/sec] gemessen und C elektromagnetisch in [$cm^{-1}sec^2$], erhält man Π in [cm]. Wahre Ohm und Farad geben Π in „Quadrant"; s. Anh. 20a, 20b, 21.

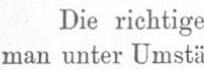
5. Vergleichung durch das akustische oder optische Telephon. Die Methoden 3 und 4 sind auch so auszuführen, dafs man in die Brücke statt des Galvanometers ein Telephon schaltet und als Stromquelle ein kleines Induktorium oder zum optischen Telephon einen synchronen Unterbrecher nimmt; s. Fig. S. 301 u. 334. Wenn die Reaktion des Telephons verschwindet, gelten die unter 3 bez. 4 aufgestellten Gleichungen.

Einstellungsverfahren für Nr. 3, 4 u. 5. Die Aufgabe umfafst jedesmal zwei zu erfüllende Bedingungen: erstens müssen die 4 Widerstände in Proportion stehen, zweitens mufs diese Proportion gerade diejenige sein, welche den zu vergleichenden Selbstinduktionen etc. entspricht. Verlangt wird also auf jeder Seite ein verstellbarer Verzweigungspunkt. Man kann z. B. für die Zweige b und d einen Brückendraht mit Schleifkontakt nehmen oder für b einen konstanten Widerstand, für d einen Rheostaten. Auch in ac ist ein Schleifkontakt bequem; doch wird daselbst oft auch ein Rheostat notwendig sein. Insofern die Leiter mit Induktion den Zweigen zugeschaltet werden, ist ihr Widerstand in dem betr. Zweige natürlich zuzurechnen.

Die richtigen Verhältnisse mufs man ausprobiren, wobei man unter Umständen so verfahren kann: Man stellt $a:c$ so, dafs die Reaktion des Stromprüfers ein Minimum wird, alsdann $b:d$, dann wieder $a:c$ etc. bis man die Reaktion Null gefunden hat.

Bestimmung durch Abzweigen.

6. Der Leiter w mit Selbstinduktion Π wird mit einem induktionslosen Widerstande w' in den Kreis eines sinusartigen



Wechselstroms von der Wechselzahl (d. h. der doppelten Periodenzahl) ν/sec eingeschaltet. Man legt ein Elektrometer in Doppelschaltung (**84a** II) oder eine Abzweigung von grofsem Widerstande durch ein Dynamometer oder durch ein Hitzdrahtgalvanometer an die Enden von w, dann von w', und mifst die mittleren Quadrate der Klemmspannungen oder der Zweigströme L bez. L'; L' sei durch geeignete Wahl von w' am besten etwa gleich L gemacht. Dann ist

$$L : L' = (w^2 + \pi^2 \nu^2 \Pi^2) : w'^2$$

also

$$\Pi = \frac{1}{\pi \nu} \sqrt{\frac{L}{L'} w'^2 - w^2}.$$

Mit einem in den Hauptstrom eingeschalteten Dynamometer etc. oder einem an zwei Punkte konstant angelegten Elektrometer prüft man die Konstanz der Energie des Wechselstromes bez. stellt ihre Änderung fest. Beträgt die mittlere Energie zu beiden Versuchen E bez. E', so ist L/L' in obiger Formel mit E'/E zu multipliciren.

$\sqrt{w^2 + \pi^2 \nu^2 \Pi^2}$ entspricht bei dem Leiter mit Selbstinduktion dem Widerstande eines induktionslosen Leiters und wird wohl der „scheinbare Widerstand“ oder die „Impedanz“ des ersteren für eine Wechselzahl ν genannt. Vgl. auch **77a**, B und Anh. 20b.

Vgl. 1. Dorn, Wied. Ann. 17, 783. 1882; 2. Lord Rayleigh, Phil. Trans. 1882 II, S. 661; 3. Maxwell, Elektr. II, Art. 757; 4. ib. Art. 778; 5. M. Wien, Wied. Ann. 44, 689. 1891; 57, 249. 1896, wo auch Hindernisse und Schwierigkeiten besprochen werden. Über die Theorie auch Oberbeck, ib. 17, 826. 1882. Andere Methoden mit dem Magnetinduktor: F. K. ib. 31, 594. 1887; mit dem optischen Telephon von bekannter Periode M. Wien l. c.; auch Roiti, Foster, Joubert. Über einen Sinusinduktor s. F. K. Pogg. Ann. Jubelbd. S. 292. 1874. Eine Zusammenstellung vieler Methoden, Berechnungsformeln und der Litteratur in Heydweiller, Elektr. Messungen S. 179ff. Leipz. 1892.

83b. Gegenseitiger Induktionskoefficient.

In einem Leiter I ändere sich eine Stromstärke mit der Geschwindigkeit di/dt. In einem benachbarten Leiter II werde hierdurch eine el. Kraft $\Pi_{12} \cdot di/dt$ inducirt, dann heifst Π_{12} der Induktionskoefficient von I auf II. Es ist immer $\Pi_{12} = \Pi_{21}$. Vgl. auch Anh. 20b und den Eingang zu **83a**.

I. Direkte Bestimmung.

Durch den einen Leiter werde der gemessene Strom i geschickt, der andere sei durch ein ballistisches Galvanometer (**67a**, 8) zu einem Kreise vom Widerstande w geschlossen. Unterbrechung oder Schliefsung des primären Kreises bewirke im sekundären den Stromstofs Q (**78a** I), dann ist

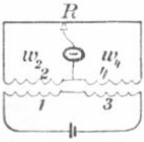
$$\Pi_{12} = w \cdot Q/i.$$

Denn es ist $\int e\,dt = \Pi_{12} \cdot i$ und $Q = 1/w \cdot \int e\,dt$.

Q/i läfst sich ersetzen durch den Ausdruck $\frac{\tau}{\pi} \frac{\mathfrak{c}}{\mathfrak{C}} \frac{e}{\varphi} k^{1/\pi \cdot \operatorname{arc\,tg} \pi/\varLambda}$; vgl. über die Bedeutung dieser Gröfsen **83a** 1.

II. Vergleichung zweier gegenseitiger Ind.-Koefficienten (Maxwell, Elektr. § 755).

Man schaltet die inducirenden Rollen 1 und 3 mit einer Batterie und einem Stromschlüssel zu einem Stromkreise, die inducirten 2 und 4 mit induktionsfreien Rheostatenwiderständen, deren Verhältnis man ändern kann, zu einem zweiten Kreis, den man durch ein Galvanoskop überbrückt.



Bleibt das letztere bei Stromwechsel ruhig, so ist

$$\Pi_{12} : \Pi_{34} = w_2 : w_4,$$

wenn w_2 und w_4 die Gesamtwiderstände links und rechts von der Brücke bezeichnen.

Beweis: Die el. Kräfte in den Zweigen durch die Entstehung etc. des primären Stromes stehen jederzeit im Verhältnis $\Pi_{12} : \Pi_{34}$.

Anstatt Batterie und Galvanoskop werden Induktionsapparat und Telephon oft bequemer sein. — Stromerreger und Stromprüfer kann man auch auswechseln.

Sind die Widerstände der Rollenpaare ungleich, so schaltet man vorteilhaft die weniger ungleichen in denselben Stromkreis.

III. Abgleichung eines gegenseitigen und eines Selbstinduktionskoefficienten (Maxwell, Elektr. § 756).

Gegeben seien zwei gegen einander verstellbare Rollen, z. B. die Anordnung von M. Wien, Wied. Ann. 57, 249. Die eine Rolle kommt in die unverzweigte Leitung, die andere in den Zweig a der Brücke (Fig. S. 392) und zwar so gerichtet, daſs ihre Selbstinduktion Π der von der anderen Rolle erlittenen Induktion Π_{12} entgegengesetzt wirkt. Die Widerstände werden mit Dauerstrom bis zur Stromlosigkeit der Brücke, d. h. $a:b=c:d$ abgeglichen, dann werden die Rollen so gegen einander verstellt, daſs die Stromlosigkeit auch bei Stromwechsel erhalten bleibt. Dann ist $\Pi = \Pi_{12}(1+a/b)$ oder $\Pi_{12}(1+c/d)$.

Folgt daraus, daſs das el. Kraft-Integral in a bei Entstehung des Stammstromes J, des Zweigstromes i in a gleich $\Pi_{12}J - \Pi i$ auf Null gebracht und daſs auſserdem (S. 392) $J : i = (a+b+c+d) : (b+d)$ ist.

S. auch M. Wien, Wied. Ann. 44, 697. 1891; Heydweiller ib. 53, 499. 1894.

83c. Transformatoren.

I. Inducirte el. Kraft. Es seien $w_1 w_2$; $p_1 p_2$; $i_1 i_2$ die Widerstände, und die (effektiven) Klemmspannungen und Stromstärken (d. h. die in **77a** B I mit P_ε und i_ε bezeichneten Gröfsen) in beiden Wicklungen, L_1 die den Primärklemmen zu-, L_2 die von den Sekundärklemmen abgeführte Leistung (S. 356), $e_1 e_2$ die zusammen durch die Oscillationen des Magnetismus und der Ströme durch gegenseitige und Selbstinduktion primär und sekundär inducirten (effektiven) el. Kräfte. Für moderne Transformatoren sind e und p nahe gleich, und es gilt unabhängig von der Stromform sehr nahe die Beziehung

$$e_1 = p_1 - \frac{w_1 L_1}{p_1}; \quad e_2 = p_2 + \frac{w_2 L_2}{p_2}.$$

Danach lassen sich e_1 und e_2 bestimmen, da die Gröfsen rechts nach **77a** B zu messen sind.

II. Das Übersetzungsverhältnis p_2/p_1 ist sehr nahe gleich e_2/e_1 und dies sehr nahe gleich dem Verhältnis der Windungszahlen. Zwei auf einander reducirte Wechselstromspannungsmesser (**77a** B I), der für die Hochspannung mit geeignet gröfserem, induktionsfreiem Vorschaltwiderstand, dienen zur Messung.

Bei konstantem p_1 nimmt p_2 vom Leerlauf bis zur Vollbelastung (vgl. die obige Formel) nur sehr wenig ab, z. B. bei Transformatoren für mehr als 2 Kilowatt Leistung um 2 bis 3%.

III. Wirkungsgrad L_2/L_1. Derselbe wird, analog wie unter **77a**, A V angegeben, folgendermafsen durch eine Verlustbestimmung ermittelt.

Mit der, durch die Konstruktion des Transformators bedingten normalen Leistung L_2 wird die mit dem Effektmesser bestimmte Leistung l' verglichen, welche in die Primärwicklung bei normalem p_1 und offenem Sekundärkreis hineinfliefst. Indem man bei diesem Leerlaufversuch die Spannung p_1 ebenso hoch hält, wie bei dem Normalbetrieb (schärfer ist das wenig verschiedene e_1 an der Hand der unter I gegebenen Formeln konstant zu halten), so ist die Magnetisirung in beiden Fällen dieselbe, also auch der Hysteresis- und Wirbelstromverlust V'. l' liefert, ev. um das sehr kleine $w_1 i_1'^2$ vermindert, dieses V'.

Dazu kommt das für die Ströme bei Normalbetrieb zu ermittelnde $V = i_1^2 w_1 + i_2^2 w_2$ (vgl. S. 357).

Der gesamte aus diesen vier Gröfsen bestehende Transformatorenverlust beträgt bei modernen Apparaten

für eine Leistung von	> 20	von 5	von 1 Kilowatt
	$< 3\%$	etwa 5%	etwa 8%.

Der durch die Phasenverschiebung φ zwischen Spannung und Stromstärke bedingte Leistungsfaktor der in die Primärwicklung eingeführten Energie (vgl. S. 361) ist bei Vollbelastung kaum von 1 verschieden, da alsdann diese Phasenverschiebung sehr klein ist. Derselbe sinkt mit Abnahme der Belastung zunächst langsam, dann schneller bis auf etwa 0,6 bei Leerlauf (für die jetzt gebrauchten eisengeschlossenen Typen).

IV. Phasenverschiebung φ. Gemessen seien die (effektive) Klemmspannung p, Stromstärke i und die Leistung L. Die Phasenverschiebung ist gegeben durch $\cos\varphi = L/(pi)$.

Die Phasen von Primär- und Sekundärstrom sind bei Vollbelastung für einen modernen Transformator, auf gleiche Richtung im Raum bezogen, fast genau entgegengesetzt.