Leitfaden der praktischen Physik

Kohlrausch, Friedrich

Leipzig [u.a.], 1896

Magnetismus

Magnetismus.

55a. Allgemeines.

I. Magnetstäbe.

Material. Am besten ist Wolframstahl. Die geeignetste Härtungstemperatur ist etwa 800° (Kirschrotglut). Überhitzen verringert die Magnetisirbarkeit, ohne die Haltbarkeit zu erhöhen. Überhitzte Stäbe lassen sich durch Neuhärten nach vorhergegangenem Ausglühen verbessern. Vgl. Holborn, Z. S. f. Instr. 1891, 113.

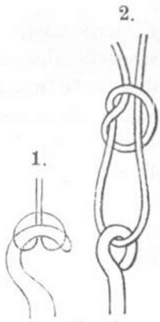
Gestalt. Die Magnetisirbarkeit wächst mit dem Verhältnis der Länge zu der Querdimension. Röhrengestalt kann sehr vorteilhaft sein. — Das magnetische Moment, welches man Stäben aus gleich beschaffenem Material von ähnlicher Gestalt erteilen kann, ist ihrer Masse proportional.

Specifischen Magnetismus eines Stabes nennt man das durchschnittliche magn. Moment seiner Volumeinheit oder auch wohl seiner Masseneinheit. 1 cm^3 wiegt etwa 7,5 g. Bei sehr gestreckter Gestalt kann man auf 1 g etwa 100 [C-G-S]-Einheiten (Anh. 15), bei dem Verhältnis Länge: Dicke = 10:1 etwa 35 permanent erreichen.

Haltbarkeit. Ein frisch magnetisirter Stab verliert einen Teil seines Magnetismus zuerst rasch, später langsamer, durch äufsere Einflüsse und auch dadurch, dafs der gehärtete Stahl schon bei gewöhnlicher Temperatur ein Anlassen erfährt. Der stationäre Zustand wird rascher erreicht, wenn man den gehärteten Stab gleich und sodann nach dem Magnetisiren jedesmal mehrere Stunden lang im siedenden Wasserdampf behandelt (Strouhal und Barus, Wied. Ann. 20, 662. 1883).

Polabstand. Für Fernwirkungen eines gewöhnlichen Magnets kann man die beiden Magnetismen in zwei Punkten, den Polen (Fernpolen) koncentrirt annehmen. Der Polabstand („reducirte" oder „virtuelle" Länge) beträgt durchschnittlich etwa $^5/_6$ der Stablänge. F. K. u. Hallock, Wied. Ann. 22, 411. 1884. Vgl. Anh. 15 u. **62b**.

Aufhängung eines Magnets. Gröfsere Magnete werden, wenn man über eine beträchtliche Höhe, etwa von der Zimmerdecke herab, verfügt, am besten an hartem Messingdraht aufgehängt, der eine grofse Tragkraft und einen mäfsigen Elasticitätsmodul (Tab. 17) besitzt. Sonst nimmt man Coconfäden (7,20; **55** Schlufs) oder Bündel von solchen. Die letzteren stellt man durch Aufwickeln eines langen Fadens über 2 Glasstäbe her, die im geeigneten Abstande an der Tischkante befestigt sind. Die beiden Enden knüpft man zusammen, spannt möglichst gleichmäfsig und schlingt die äufsersten Enden des Bündels um den oberen bez. den unteren Aufhängestift (Fig. 1),



vor dem festen Anziehen die Spannung nochmals möglichst ausgleichend.

Einzelne Fäden schlingt man, wie Fig. 2, v. S. gezeichnet, wobei der Knoten schliefslich festgezogen wird, aber so, dafs der Aufhängefaden sich noch fest schlingen läfst. Das Aufhängen in losen Schlingen ist zu vermeiden. Freie Fadenenden werden kurz abgeschnitten, um nicht Reibung zu bewirken.

Für leichte Magnete können Quarzfäden dienen (7, 21), die mit Schellack angeklebt werden.

II. Verschiedene Umstände.

Erdmagnetische Variationen. Die Unruhe des Erdmagnetismus kann zu Zeiten die Beobachtungen wesentlich stören. Gewöhnlich ist die Unruhe von Mittag an am geringsten, doch kommen magnetische Störungen zu allen Tageszeiten vor.

Astasirung einer Magnetnadel. Vorzüglich für sehr empfindliche Galvanometer wird oft eine Verminderung der erdmagnetischen Direktionskraft verlangt. Man gebraucht zu diesem Zwecke Nadelpaare mit entgegengerichteten Polen; oder man umgibt das Instrument mit einem „Schutzring" von weichem Eisen, der durch seinen eigenen Magnetismus die Wirkung des Erdmagnetismus abschwächt; oder man hängt die Nadel bifilar in verkehrter Lage auf; oder endlich, es wird ein Hilfsmagnet in geeigneter Lage (nicht zu nahe) fest angebracht, der dem Erdmagnetismus entgegenwirkt. In beiden letztgenannten Fällen werden freilich auch die Deklinationsschwankungen vergröfsert. Die letzteren Mittel kann man auch verwenden, um umgekehrt die Direktionskraft zu verstärken oder der Nadel ein anderes Azimut zu geben als das nordsüdliche.

Äufsere Störungen. Magnetische Störungen aus der Umgebung durch bewegte Magnete oder veränderliche Ströme, etwa auch durch elektrische Strafsenbahnen können die Anwendung des gewöhnlichen Magnetspiegels unmöglich machen. Eine Besserung der Verhältnisse ist an Galvanometern unter Umständen möglich durch den Schutzring oder eine vollständige Einhüllung des Instruments, einschliefslich des Multiplikators, mit weichem Eisen. Durch dicke Eisenhüllen lassen äufsere Einwirkungen sich fast ganz abhalten. An Stelle der alsdann auch wegfallenden erdmagnetischen Direktionskraft kann man die Elasticität des Aufhängefadens treten lassen, ist aber dann den Fehlern der elastischen Nachwirkung unterworfen. Oder man bringt im Innern der Eisenhülle einen Richtmagnet an. Auf dauernde Konstanz des magnetischen Feldes in dicken Eisenmassen ist nicht zu rechnen.

Mechanischen Erschütterungen unterliegen besonders stark niedrige Systeme, z. B. direkt aufgehangene magnetische Spiegel. Häufig läfst die Störung sich dadurch vermindern, dafs die magnetische Axe nicht genau horizontal liegt; dann dämpft der Kupferdämpfer auch vertikale Drehungen.

Erdmagnetische Instrumente. Für Reise- und ähnliche Zwecke sind kompendiöse Instrumente, teilweise zugleich für Deklination und Intensität bestimmt, hergestellt worden von Fox, Lamont, Meyerstein, Neumayer, Weber, Wild u. a. (vgl. **59a**).

Untersuchung von Materialien auf ihren unmagnetischen Zustand. Am einfachsten bringt man dieselben dicht an den Pol eines aufgehangenen kräftigen Magnets mit Spiegel, z. B. an den Magnet eines Bifilarmagnetometers mit dünnem Deckglase (**61**). Ganz unmagnetisch sind wenige Körper; ziehen sie nicht an, so stofsen sie ab (sind diamagnetisch). Hierher gehören die meisten organischen Körper, Wasser, reines Kupfer. Bei Metallen übersehe man nicht, dafs die Annäherung eines Leiters an sich Abstofsung bewirkt und umgekehrt. Man halte oder lege die Stücke also ruhig neben den Magnetpol. Der Magnetismus von Kupfer und dgl. stammt nicht selten von Eisenteilchen an der Oberfläche, auch von eisenhaltigem Lack. Abkochen mit verdünnter Schwefelsäure hilft dann. Nachher mit heifsem Wasser reinigen!

Über starke Felder s. **81b**.

56. Erdmagnetische Inklination.

Inklination ist der Winkel, welchen die Richtung der erdmagnetischen Kraft mit der Horizontalen bildet (Tab. 24).

Die Orientirung des geteilten Kreises in den magnetischen Meridian geschieht mit Hilfe einer gewöhnlichen Bussolennadel, wobei eine Genauigkeit bis auf 1^0 ausreichend ist.

Die Bezifferung der Kreisteilung variirt bei verschiedenen Instrumenten. Wir wollen annehmen, dafs in allen Quadranten die Bezifferung von dem horizontalen Teilstriche als Nullpunkt ausgeht. Bei jeder Nadelstellung werden beide Spitzen abgelesen und das Mittel genommen. Wegen der Reibung ist es gut, die Ruhelage der Nadel aus Schwingungsbeobachtungen abzuleiten (8; **50**, 1).

Ein Inklinatorium mit feststehendem Kreise wird zuerst nach einem von dem obersten Teilstrich herabhängenden Senkel vertikal gestellt. An einem Instrumente mit drehbarem Kreise soll die Drehungsaxe vertikal sein, was man daran erkennt, dafs die Blase einer am Instrumente angebrachten Wasserwage in jeder Stellung des Kreises dieselbe Lage einnimmt (**88, 1**).

Die etwaige seitliche Verschiebung des Schwerpunktes verlangt ein Umlegen der Nadel (bei drehbarem Kreise eine Drehung des Kreises mit der Nadel um 180^0), wodurch zugleich eine Abweichung der geometrischen von der magnetischen

Axe der Nadel herausfällt (und bei drehbarem Kreise eine Abweichung der Verbindungslinie der Nullpunkte von der horizontalen Richtung). Die etwaige Längsverschiebung des Schwerpunktes verlangt ein Ummagnetisiren der Nadel. Es werde also beobachtet der Neigungswinkel φ_1 bei irgend einer Auflegung der Nadel, und ψ_1, nachdem die Nadel um ihre magnetische Axe um 180° gedreht ist; oder bei drehbarem Kreise, nachdem letzterer mit der Nadel um 180° gedreht worden ist.

φ_2 und ψ_2 seien entsprechend nach dem Ummagnetisiren die Winkel in den beiden genannten Lagen.

I. Sind die vier Winkel nahe gleich, so ist die Inklination i das arithmetische Mittel

$$i = \tfrac{1}{4}(\varphi_1 + \psi_1 + \varphi_2 + \psi_2).$$

II. Jedenfalls kann man durch seitliches Abschleifen der Nadel vor der Messung leicht bewirken, daſs φ_1 und ψ_1, sowie φ_2 und ψ_2 unter sich nahezu gleich sind; dann ist

$$\operatorname{tg} i = \tfrac{1}{2}[\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \psi_1) + \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\varphi_2 + \psi_2)].$$

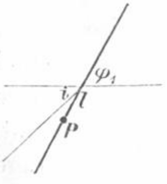
III. Sollten aber auch φ_1 und ψ_1 um einen gröſseren Betrag von einander abweichen, so setze man

$$\operatorname{cotg}\alpha_1 = \tfrac{1}{2}(\operatorname{cotg}\varphi_1 + \operatorname{cotg}\psi_1)$$
$$\operatorname{cotg}\alpha_2 = \tfrac{1}{2}(\operatorname{cotg}\varphi_2 + \operatorname{cotg}\psi_2),$$

und rechne endlich

$$\operatorname{tg} i = \tfrac{1}{2}(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2).$$

Formel II und III ergeben sich, wenn man die unbekannte Verschiebung des Schwerpunktes in ihre Komponenten parallel und senkrecht zur magnetischen Axe zerlegt denkt und nun die Bedingungen des Gleichgewichts der magnetischen und der Schwerkräfte aufstellt. Wäre z. B.



der Schwerpunkt um die Gröſse l nach dem Nordende verschoben, so ist, wenn wir Gewicht und magn. Moment der Nadel durch p und M bezeichnen, und durch C die ganze Intensität des Erdmagnetismus (**59** und Anh. Nr. 16), $pl\cos\varphi_1 = MC\sin(\varphi_1 - i)$. Wird ummagnetisirt, so ist ebenso $pl\cos\varphi_2 = MC\sin(i - \varphi_2)$.

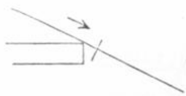
Die kreuzweise Multiplikation beider Gleichungen und die Auflösung der Sinus gibt, wenn durch $\cos i \cos\varphi_1 \cos\varphi_2$ dividirt wird,

$$\operatorname{tg} i - \operatorname{tg}\varphi_2 = \operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg} i.$$

woraus (II) folgt. Ähnlich III.

Vorausgesetzt wird, daſs der Magnetismus vor und nach dem Umstreichen der Nadel gleich ist, was bei sorgfältig gleichem Streichen einer dünnen Nadel nahe vorausgesetzt werden kann. Immerhin ist anzuraten, dafs diese Excentricität des Schwerpunktes nur kleine Differenzen der Einstellung vor und nach dem Ummagnetisiren ergibt.

Streichen der Nadel. Man fafst dieselbe auf der einen Seite in der Nähe der Drehungsaxe, setzt die andere Seite an den Pol des Magnets und führt die Nadel bis über das Ende an dem Pol entlang, etwa wie in beistehender Figur. So mögen z. B. beide Flächen des einen Endes je zweimal, dann die des anderen je viermal und endlich die des ersteren noch zweimal gestrichen werden.



Vollkommene Vorschriften s. Gaufs Werke, Bd. V, S. 444.

57. Erdmagnetische Deklination.

Deklination (Tab. 23) ist der Winkel des magnetischen mit dem astronomischen Meridian. Um die Richtung festzustellen, zählt man den Winkel vom astronomischen zum magnetischen Norden, nennt also bei uns die Deklination „westlich“. Insofern man die Lage der magnetischen Axe in einem Magnet nicht verbürgen kann, wird für eine genaue Messung die Magnetnadel in zwei Lagen beobachtet.

Zur Bestimmung nach Gaufs gehört ein Theodolit mit Horizontalkreis und eine ihrem astronomischen Azimut nach vom Theodolit aus bekannte Visirrichtung: etwa ein Fadenkreuz mit Linse im Observatorium oder eine entfernte terrestrische Marke, welche man mit Hilfe des Polarsterns oder der Sonne festgelegt hat (88. 89). Endlich ein Magnetometer, dessen Magnet sich um 180° um seine Axe drehen läfst. Das Theodoliten-Fernrohr steht nahe in der Fortsetzung des Magnets.

Am bequemsten ist, wenn der Magnet eine Längsdurchsicht hat, die am einen Ende mit einer Linse von einer Brennweite gleich der Länge des Magnets geschlossen ist. Am anderen Ende befindet sich eine Marke (Blende mit kleiner Öffnung, Fadenkreuz oder Glasteilung), welche also durch die Linse als ein fernes Objekt erscheint.

Ein mit dem Magnet verbundener Spiegel, dessen Normale nahe mit der magnetischen Axe zusammenfällt, leistet dieselben Dienste, wenn das Fadenkreuz des Theodoliten beleuchtbar ist.

Man stellt das Fernrohr auf das Spiegelbild seines Fadenkreuzes ein.

Die Bezifferung des Teilkreises werde im Sinne der täglichen Sonnenbewegung angenommen.

Nach Vertikalstellung der Drehungsaxe des Theodoliten richtet man sein Fernrohr auf die terrestrische Marke. Die Kreisablesung sei $=\alpha$. Ist Z das astronomische Azimut der Marke, von der Nordrichtung als Nullpunkt nach Westen gezählt, so müfste der Theodolit auf den Teilstrich $\alpha+Z$ gestellt werden, damit das Fernrohr nach Norden gerichtet wäre.

Man richtet das Fernrohr auf die Marke im Magnet; die Kreisablesung sei α_1. Man dreht den Magnet um 180^0 um seine Axe, so dafs die vorher untere Seite die obere wird, und stellt wiederum auf die Marke ein. Die Kreisablesung sei α_2; α_1 und α_2 weichen nur wenig von einander ab.

Nun würde offenbar

$$\delta' = \alpha + Z - \tfrac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$$

die westliche Deklination sein, wenn der Faden kein Torsionsmoment ausübte. Um letzteres zu eliminiren, mufs der Winkel bestimmt werden, um welchen der Faden bei der Beobachtung gedrillt war. Zu diesem Zwecke nimmt man den Magnet von seinem Träger am Faden ab, ersetzt ihn durch einen unmagnetischen Stab von gleichem Gewicht und beobachtet die dann erfolgende Drehung des Trägers etwa über einem untergelegten Teilkreis. Beträgt der Drehungswinkel, in dem Sinne der täglichen Sonnenbewegung positiv gerechnet, φ, so ist die Deklination

$$\delta = \delta' + \Theta\varphi,$$

unter Θ das Torsionsverhältnis (**55**) verstanden.

Variationen. Um Schwankungen der Deklination zu messen, dient ein Magnetometer, d. i. ein mit Spiegel versehener aufgehangener Magnet mit fest aufgestelltem Skalenfernrohr (**48**). Ist A der in Skalenteilen gemessene Abstand der Skale vom Spiegel, Θ das Torsionsverhältnis (**55**), so hat ein Skalenteil in absolutem Winkelmafs (Anh. 3) den Wert $(1+\Theta)/2A$; in Bogenminuten $1719(1+\Theta)/A$ (**49**).

Über die Beobachtung schwingender Nadeln s. **50**.

58. Winkelmessung mit der Bussole.

Tab. 23 enthält für die geographischen Längen und Breiten des mittleren Europa die erdmagnetische Deklination. Die Zahlen aus der Tabelle werden mit den wirklichen im Freien bis auf $^1/_2$ Grad äufserstens übereinstimmen. Hiernach läfst sich eine astronomische Richtung durch die Magnetnadel mit mäfsiger Genauigkeit festlegen.

Für den Gebrauch der betreffenden Instrumente, auf welche wir nicht näher eingehen, gelten die allgemeinen Vorschriften für Winkelmefsinstrumente. Die Genauigkeit hängt hauptsächlich von der Länge der Bussolennadel ab.

Den Einflufs der Reibung auf der Spitze verringert man durch geringe Erschütterungen der Bussole vor der Ablesung der Nadel.

Es ist noch darauf hinzuweisen, dafs eine Bussole, auf irgend eine drehbare Vorrichtung aufgesetzt, daselbst einen Teilkreis vertreten kann. Die Nadelspitze dient als Index.

Bussolen, die in der Tasche getragen werden, hauche man vor dem Gebrauch an, um die häufig vorkommende elektrische Ladung von der Deckplatte zu entfernen.

59. Bestimmung der Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus (Gaufs).

Intensität der magnetischen Kraft an einem Orte oder auch magnetische Feldstärke heifst die Kraft, welche daselbst auf einen Magnetpol Eins ausgeübt wird. Der Pol Eins ist dadurch definirt, dafs er auf einen gleichen Pol aus dem Abstande Eins die Kraft Eins ausübt (Anh. 14—16).

Auf die gewöhnliche Magnetnadel wirkt die Horizontalkomponente H der Intensität. Die Messung derselben besteht aus einer Schwingungsdauer- und einer Ablenkungsbeobachtung. Erstere gibt, wenn das Trägheitsmoment des schwingenden Magnets bekannt ist, das Produkt $P = MH$ aus dessen magnetischem Moment M und der Intensität H. Der Quotient $Q = M/H$ wird gefunden, indem man die Ablenkung einer anderen Magnetnadel durch denselben Magnet beobachtet. Aus P und Q können M und H einzeln berechnet werden.

Gaufs rechnete nach mm, mg und sec; [Mm-Mg-Sec]-System. Dem jetzigen Gebrauch entsprechend nimmt man cm und gr; [C-G-S]-System. Im alten System waren die Zahlen für H 10 mal gröfser (Tab. 28).

I. Bestimmung von MH durch Schwingungen.

Man hängt den Magnet am Faden auf (**55a**). Es sei t die auf unendlich kleine Bogen reducirte Schwingungsdauer (**52**), K das Trägheitsmoment des Magnets (**54**), Θ das Torsionsverhältnis des Fadens (**55**), dann ist das gesuchte Produkt

$$MH = \frac{\pi^2 K}{t^2(1+\Theta)} = P.$$

Denn die Direktionskraft ist $MH(1+\Theta)$, und das Quadrat einer Schwingungsdauer geteilt durch π^2 gibt das Verhältnis des Trägheitsmoments zur Direktionskraft (Anh. **10**).

Über die Bestimmung von MH mit der Wage vgl. III.

II. Bestimmung von M/H durch Ablenkungen.

Denselben Magnetstab läſst man aus zwei mal zwei gleichen gemessenen Entfernungen eine Magnetnadel ablenken. Aus den Ablenkungswinkeln erhält man M/H nach folgenden Regeln. Den Einfluſs eines Aufhängefadens s. S. 262.

Erste Hauptlage. c ist der Mittelpunkt der Bussole, NS

der magnetische Meridian. Der Magnet wird folgeweise in den gezeichneten Lagen östlich oder westlich von der Nadel in der Höhe der letzteren hingelegt. Die Abstände der Magnetmitte vom Centrum der Bussole sind paarweise gleich, $ac = bc$, $a'c = b'c$.

Der Stab befinde sich z. B. in a. 1. Man liest die Einstellung der Nadel an beiden Spitzen ab. 2. Dann dreht man den Stab um 180°, wobei sein Mittelpunkt wieder in a zu liegen kommt, und liest beide Spitzen der nach der anderen Seite abgelenkten Nadel ab. 3. Man nimmt von den Unterschieden (bez. wenn die Teilung von zwei Nullpunkten nach beiden Seiten gezählt ist, von den Summen) der beiden Einstellungen jeder Spitze die Hälfte und aus beiden Hälften das Mittel. Dieses ist der zur Stellung a gehörige Ablesungswinkel. Siehe das Beispiel.

Gerade so wird für die Stellungen a', b' und b verfahren.

Nun nimmt man aus den nahe gleichen Winkeln für a und b und denen für a' und b' die Mittel. (Jedes entsteht also aus acht einzelnen Ablesungen.) Nennen wir

φ bez. φ' die mittlere Ablenkung für a und b, bez. a' und b,
r bez. r' die halbe Länge ab, bez. $a'b'$,

so ist nach Gaufs (eine andere Formel s. S. 263)

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2}\,\frac{r^5 \operatorname{tg}\varphi - r'^5 \operatorname{tg}\varphi'}{r^2 - r'^2} = Q.$$

Die gesuchte Horizontal-Intensität oder Feldstärke ist also

$$H = \sqrt{\frac{P}{Q}}.$$

Beweis für eine kurze Nadel. Bewirkt ein westöstlich gerichteter Magnet an einer kurzen Nadel, die sich in seiner Fortsetzung in nicht zu kleinem Abstande r von seiner Mitte befindet, die Ablenkung φ, so ist nach Gaufs (Anh. 15 u. 16) $\operatorname{tg}\varphi = \frac{2}{r^3}\frac{M}{H}\left(1 + \frac{\eta}{r^2}\right)$, wo η für jeden Magnet eine Konstante ist. Dies, mit dem entsprechenden Ausdruck für den Abstand r' kombinirt, läfst η eliminiren und es kommt $r^5 \operatorname{tg}\varphi - r'^5 \operatorname{tg}\varphi' = 2(r^2 - r'^2)\cdot M/H$.

Zweite Hauptlage. Der Ablenkungsstab wird nördlich und südlich von der Bussole c in je zwei paarweise gleichen Entfernungen hingelegt. Im Einzelnen wird das vorhin beschriebene Verfahren befolgt, sowohl was die Beobachtungen als was die Berechnung der Mittelwerte betrifft. Setzen wir wieder $r = \frac{1}{2}ab$ bez. $r' = \frac{1}{2}a'b'$ und nennen φ bez. φ' die zugehörigen mittleren Ablenkungswinkel, so ist

$$\frac{M}{H} = \frac{r^5 \operatorname{tg}\varphi - r'^5 \operatorname{tg}\varphi'}{r^2 - r'^2}.$$

Die Ablesung beider Spitzen der Nadel eliminirt eine excentrische Lage der Drehungsaxe gegen die Teilung der Bussole; die Umkehrung des Stabes eliminirt eine unsymmetrische Magnetisirung des Ablenkungsstabes; für die Nadel geschieht dasselbe durch das Ablenken von beiden Seiten. Hierbei wird zugleich die Genauigkeit des Resultates ähnlich vergröfsert, wie durch die achtmalige Wiederholung einer einzelnen Ablesung.

Dafs eiserne Gegenstände zu entfernen sind (auch aus den Taschen des Beobachters, sowie Stahlbrille und mit Eisen geheftete Notizbücher), ist selbstverständlich. Um Variationen des Erd- und des Stabmagnetismus, letztere besonders durch Temperaturänderung, möglichst auszuschliefsen, werden beide Messungen rasch hintereinander ausgeführt. Über die genauere Korrektion vgl. **61** und **62 a**.

Günstigste Abstände. Für die Genauigkeit des Resultates ist am besten, das Verhältnis der beiden Entfernungen r/r' gegen 1,4 zu wählen. — Aufserdem seien natürlich die Ablenkungswinkel passend grofs. Der kleinere Abstand r' sollte nicht kleiner werden als etwa die vierfache Magnetlänge, weil sonst zu dem Gliede η/r^2 (v. S.) noch ein anderes mit $1/r^4$ von merklicher Gröfse hinzukommt (Anh. 15). Bei einer Bussole mit Teilkreis werden dann freilich die Ausschläge klein.

Spiegelablesung. Werden die Ablenkungen an einem Magnetometer mit Spiegel und Skale (**48, 49**) gemessen, so ist das Torsionsverhältnis ϑ (**55**) des Magnetometers durch Multiplikation der Tangenten mit $1+\vartheta$ in Rechnung zu setzen. Die Schwankungen der Deklination eliminirt man durch passende Abwechselung der Ablenkungen oder nach einem Hilfs-Variometer.

Vereinfachung bei wiederholter Benutzung derselben Magnete. Die Ablenkung aus zwei Abständen geschieht, um mittels der obigen Formeln die unbekannte Verteilung des Magnetismus in Stab und Nadel zu eliminiren. Wird derselbe Stab und dieselbe Nadel wiederholt benutzt, so genügt es, die Beobachtung aus zwei Entfernungen ein einziges Mal angestellt zu haben. Hieraus berechnet man ein für allemal den Ausdruck

$$\eta = r^2 r'^2 \frac{r^3 \operatorname{tg} \varphi - r'^3 \operatorname{tg} \varphi'}{r'^5 \operatorname{tg} \varphi' - r^5 \operatorname{tg} \varphi}.$$

Wenn dann später für eine Entfernung R der Ablenkungswinkel Φ gefunden ist, so hat man

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2} \frac{R^3 \operatorname{tg} \Phi}{1 + \eta/R^2},$$

resp. ohne den Faktor $\frac{1}{2}$ in der zweiten Hauptlage (v. S.).

Vereinfachung durch Einführung des Polabstandes. Den Magnetismus gestreckter Stäbe kann man bei Fernwirkungen in zwei Punkten, den Polen (Fernpolen) koncentrirt annehmen. In den gewöhnlichen Magneten liegen diese Pole um etwa je $1/_{12}$ der Länge von den Enden entfernt. Der Polabstand des

Stabes beträgt also $^5/_6$ der ganzen Länge. Derselbe soll mit $\mathfrak{L}$ bezeichnet werden. Ebenso sei $\mathfrak{l}$ der Polabstand der Nadel. Dann ist der Korrektionsfaktor η, kleine Ablenkungen vorausgesetzt, (**62b** und Anh. 15)

in erster Hauptlage $\eta = +\frac{1}{2}\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{4}\mathfrak{l}^2$

in zweiter „ $\eta = -\frac{3}{8}\mathfrak{L}^2 + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2$.

Abänderung der Gaufs'schen Formeln. Bei kurzen Magnetnadeln rechnen die folgenden Formeln, besonders für kleine Abstände, genauer als die vorigen.

1. Hauptlage 2. Hauptlage

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2}\left[\frac{r^2 - r'^2}{r^{\frac{1}{2}}\operatorname{tg}\varphi^{-\frac{1}{2}} - r'^{\frac{1}{2}}\operatorname{tg}\varphi'^{-\frac{1}{2}}}\right]^2 \qquad \frac{M}{H} = \left[\frac{r^2 - r'^2}{\operatorname{tg}\varphi^{-\frac{2}{3}} - \operatorname{tg}\varphi'^{-\frac{2}{3}}}\right]^{\frac{3}{2}}$$

oder bei Beobachtung aus nur einem Abstande R:

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2}R^3\operatorname{tg}\Phi\left(1 - \frac{1}{4}\frac{\mathfrak{L}^2 - \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2}{R^2}\right)^2; \quad \frac{M}{H} = R^3\operatorname{tg}\Phi\left(1 + \frac{1}{4}\frac{\mathfrak{L}^2 - 4\mathfrak{l}^2}{R^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

F. K. Wied. Ann. 31, 613. 1887.

Korrektion wegen des von der Erde inducirten Magnetismus. Während der Schwingungen liegt der Magnet nordsüdlich; sein Magnetismus M ist deswegen durch den Erdmagnetismus ein wenig verstärkt. Er betrage jetzt $M(1+\varDelta)$, wo man $\varDelta$ den Induktionskoefficient durch die erdmagnetische Horizontalkomponente nennt. Die früher bestimmte Gröfse P (S. 260) stellt also nicht MH, sondern $MH(1+\varDelta)$ vor und man hat nicht $H = \sqrt{P/Q}$, sondern

$$H = \sqrt{\frac{P}{Q}}\sqrt{\frac{1}{1+\varDelta}}.$$

Der Korrektionsfaktor für H wegen des inducirten Magnetismus ist also $\sqrt{1/(1+\varDelta)}$ oder merklich $1 - \frac{1}{2}\varDelta$.

Über die Messung von $\varDelta$ s. **81a**. Für die gewöhnlich gebrauchten Magnete kann man $\varDelta$ ungefähr schätzen nach der Regel, dafs das magnetische Feld 1 [C-G-S] in 1 g Stahl ungefähr den Magnetismus 0,25 [C-G-S] inducirt. Wiegt der Magnet also p gr und ist H der Erdmagnetismus, so ist zu schätzen $M\cdot\varDelta = 0{,}25\cdot p\cdot H$ oder $\varDelta = 0{,}25\cdot p\cdot H/M$.

Beispiel. I. Bestimmung von MH.

Trägheitsmoment. Der rechteckige Magnetstab war 10,00 cm lang und 1,25 cm breit. Er wog 119,86 g. Nach **54** folgt

$$K = 119{,}86(10{,}00^2 + 1{,}25^2)/12 = 1014{,}4\ \text{cm}^2\cdot\text{g}.$$

Torsionsverhältnis. Eine ganze Umdrehung des Aufhängefadens drehte den Magnet um 1,4°. Also ist (**55**) $\Theta = \frac{1,4}{360 - 1,4} = 0,0039$.

Schwingungsdauer. Beobachtet $= 7,414$ sec, bei einem Schwingungsbogen von 30°. Also auf unendlich kleine Schwingungen reducirt (**52**)

$$t = 7,414 - 7,414 \cdot 0,0043 = 7,382 \text{ sec.}$$

Man hat also $MH = \frac{\pi^2 \cdot K}{t^2(1+\Theta)} = \frac{3,1416^2 \cdot 1014,4}{7,382^2 \cdot 1,0039} = 183,01 \text{ cm}^2 \cdot \text{g/sec}^2$.

II. Bestimmung von M/H.

Eine Bussole stand auf dem Teilstrich 50 eines in cm geteilten, ostwestlich gerichteten Meterstabes. Der vorige Magnet wurde folgeweise mit seinem Mittelpunkte auf die Teilstriche 10 20 80 90 gelegt, und in jeder Stellung um 180° umgelegt. Als z. B. der Magnet auf 10 lag, wurde abgelesen

	1. Spitze	2. Spitze	
N.-Pol zugewandt	99,4°	279,8°	
S.-Pol zugewandt	79,9°	260,6°	
Halbe Differenz	= 9,75°	9,60°	Mittel = 9,67°.

Gerade so wurde gefunden, als der Mittelpunkt des Magnets lag

$$\left.\begin{array}{ll} \text{auf } 20 \text{ cm} & 22,41^0 \\ \text{„} \ 80 \ \text{„} & 22,67^0 \\ \text{„} \ 90 \ \text{„} & 9,87^0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \text{Im Mittel also} \\ \varphi' = 22,54^0 \text{ für } r' = 30 \text{ cm} \\ \varphi = \ 9,77^0 \ \text{„} \ r = 40 \ \text{„} \end{array}$$

Also $M/H = \frac{1}{2}(40^5 \cdot \text{tg}\, 9,77^0 - 30^5 \cdot \text{tg}\, 22,54^0)/(40^2 - 30^2) = 5388 \text{ cm}^3$

und $H = \sqrt{(183,01/5388)} = 0,1843 \text{ cm}^{-\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}$.

Der Ausdruck η (S. 262) würde nach diesen Versuchen sein

$$\eta = 40^2 \cdot 30^2 \frac{30^3 \cdot \text{tg}\, 22,54^0 - 40^3 \cdot \text{tg}\, 9,77^0}{40^5 \cdot \text{tg}\, 9,77^0 - 30^5 \cdot \text{tg}\, 22,54^0} = 36,3 \text{ cm}^2.$$

In der That führt auf den Wert 5388 auch die Formel

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2} \frac{30^3 \cdot \text{tg}\, 22,54^0}{1 + 36,3/900} \quad \text{oder} \quad = \frac{1}{2} \frac{40^3 \cdot \text{tg}\, 9,77^0}{1 + 36,3/1600}.$$

Rechnung mit Polabständen. Der Magnet war 10,00, die Nadel 2,0 cm lang, also die Polabstände

$$\mathfrak{L} = \tfrac{5}{6} \cdot 10 = 8,3 \text{ cm} \qquad \mathfrak{l} = \tfrac{5}{6} \cdot 2,0 = 1,7 \text{ cm.}$$

Angenommen nun, daſs nur die Ablenkung $\Phi = 9,77^0$ aus dem Abstande $R = 40$ cm beobachtet wäre, so würde man rechnen (S. 263)

$$M/H = \tfrac{1}{2} R^3 \text{tg}\, \Phi (1 - \tfrac{1}{4}(\mathfrak{L}^2 - \tfrac{3}{2}\mathfrak{l}^2)/R^2)^2 = 5510(1 - 0,0101)^2 = 5399.$$

Um die Bruchteile von Graden nicht in Minuten umrechnen zu müssen, benutze man die fünfstelligen Tafeln von Bremiker.

III. Bestimmung von $M \cdot H$ mit der Wage (Töpler).

Eine eisenfreie feine Wage ist um eine Vertikalaxe drehbar. Der Balken stehe im magnetischen Meridian. Mit dem Wagebalken ist der Magnet M in vertikaler Stellung fest verbunden; das von dem horizontalen Erdmagnetismus H mittels M auf die Wage ausgeübte Drehungsmoment ist $= MH$. Dreht man die ganze Wage um 180^0, so wirkt dasselbe Drehungsmoment nach der entgegengesetzten Richtung. Man wird also zum Äquilibriren in den beiden Stellungen verschiedene Gewichte nötig haben.

Beträgt dieser Unterschied m gr, ist l cm die Länge des Wagearmes, endlich $g = 981$ cm/sec^2 die Schwerebeschleunigung, so ist offenbar

$$M \cdot H = \tfrac{1}{2} g m l \,\mathrm{cm^2 \cdot g/sec^2}.$$

Vgl. Töpler, Wied. Ann. 21, 158. 1884; Freyberg ib. 25, 511. 1885.

59a. Magnetischer Theodolit.

Ein magnetischer Theodolit (Lamont, Meyerstein, Neumayer) enthält die Hilfsmittel zur Bestimmung der Deklination und der Horizontal-Intensität vereinigt. In der Drehungsaxe steht das Magnetometer; das Fernrohr sitzt, wie am Spektrometer, aufsen. Über Deklinationsbestimmung vgl. **57**.

Die Intensitätsbestimmung umfafst, wie in **59**, erstens die Beobachtung von Schwingungsdauer und Trägheitsmoment des Magnets, zweitens die Beobachtung der Ablenkungen einer Nadel. Der Ablenkungswinkel wird mit dem Theodolitenfernrohr selbst gemessen, indem man dasselbe der abgelenkten Nadel nachdreht. Eine Marke in der durchbohrten Nadel oder das Bild des beleuchteten Fadenkreuzes (**39**, 2) in einem Spiegel an der Nadel dient zum Einstellen.

Bei dem vielfach benutzten Lamont'schen Theodolit ist das Fernrohr mit dem Magnetometer und der Schiene, auf welche der Ablenkungsmagnet gelegt wird, zusammen drehbar. Daher steht die Nadel bei der Ablesung senkrecht auf der Verbindungslinie nach dem Magnet, und es kommt anstatt der Tangente der Sinus des Ablenkungswinkels. Man rechnet nach der Formel

$$\frac{M}{H}\left(1 + \frac{\eta}{R^2}\right) = \tfrac{1}{2} R^3 \sin\varphi.$$

Das zweite Korrektionsglied mit $1/R^4$, welches sonst noch wirksam werden kann, pflegt man dadurch zu beseitigen, dafs man die Nadel 2,1 mal kleiner nimmt wie den Magnet; dann heben sich Magnet- und Nadellänge nahe heraus.

Die Gröfse η wird, wie in **59** S. 262, durch Beobachtungen aus zwei Entfernungen ein für allemal ermittelt. So wie dort lenkt man sowohl von Westen wie von Osten ab, jedesmal in zwei Lagen des Magnets. Über die Korrektion wegen des von der Erde inducirten Magnetismus s. S. 263.

Ein leichter transportabler und zu handhabender magnetischer Theodolit ist von Neumayer konstruirt worden. Die Nadel wird mittels Spiegels beobachtet, ist umlegbar, spielt aber auf einer Spitze. Die Fadenaufhängung wird nur bei den Schwingungen des Magnets angewandt.

S. Eschenhagen in Kirchhoff, Anleitung zur deutschen Landes- und Volksforschung S. 118.

60. Bestimmung der Horizontal-Intensität mit dem kompensirten Magnetometer (nach W. Weber).

Das kompensirte Magnetometer besteht aus einer Bussole und einem Rahmen mit 4 Magneten. Die beiden kleineren wirken aus erster, die gröfseren gleichsinnig aus zweiter Hauptlage. Erstere sind doppelt, letztere dreimal so lang, breit und dick wie die Nadel. Der Abstand der gröfseren Stäbe soll nahe das 1,20fache des kleineren sein.

Man orientirt die Bussole so, dafs bei dem Auflegen des Rahmens die Verbindungslinie der gröfseren Magnete nordsüdlich steht. Man legt den Rahmen in zwei um 180^0 verschiedenen Stellungen auf. Die halbe Differenz der Nadeleinstellungen ist der Ablenkungswinkel φ.

Um die Schwingungen zu beobachten, kann man einen Spiegel an den Rahmen anschrauben. Zur Bestimmung des Trägheitsmoments dienen überzuhängende Gewichte.

I. Vergleichung der Horizontal-Intensitäten an zwei Orten. Dieselben verhalten sich umgekehrt wie die Tangenten der Winkel, $H_1 : H_2 = \operatorname{tg} \varphi_2 : \operatorname{tg} \varphi_1$.

Um Temperatur-Unterschiede in Rechnung zu setzen, mufs man den Temperaturkoefficient der Magnete kennen (**62a**). — Unabhängig von Änderungen der Stäbe macht die an beiden Orten beobachtete Schwingungsdauer t_1 und t_2 des Rahmens, nachdem man alle 4 Magnete gleichgerichtet hat. Dann ist

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{t_2}{t_1} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_1}}.$$

II. Absolute Bestimmung. Nennen wir $2r$ bez. $2R$ den Abstand der Mittelpunkte der kleineren bez. gröſseren Magnete von einander; die Schwingungsdauer mit gleichgerichteten Magneten t; wenn die kleineren Magnete um 180^0 gedreht sind, τ; ferner Θ das Torsionsverhältnis des Fadens im ersteren Falle, K das Trägheitsmoment, so ist

$$H = \frac{\pi}{t\tau}\sqrt{\frac{K}{\operatorname{tg}\varphi}\left(\frac{\tau^2 - t^2}{r^3} + \frac{\tau^2(1-2\Theta)+t^2}{2R^3}\right)}.$$

Vgl. F. K., Pogg. Ann. 142, 551. 1871.

60a. Bestimmung der Horizontal-Intensität auf bifilarmagnetischem Wege (F. K.).

I. Bestimmung von MH. Absolutes Bifilarmagnetometer.

Die Suspension einer bifilaren Aufhängung (Fig. S. 248) sei ostwestlich gerichtet. Man lege einen Magnetstab ein und beobachte die jetzige Einstellung der Ableseskale. Man lege dann den Magnet um und lese wieder ab. Die Hälfte des Winkels zwischen beiden Stellungen sei gleich α (**48**. **49**).

Die Direktionskraft der Bifilarsuspension, nach **53** bestimmt, sei $= D$; H sei der Erdmagnetismus und M der Stabmagnetismus. Dann ist
$$MH = D \operatorname{tg}\alpha.$$

II. Bestimmung von M/H.

Der obige Magnet, ostwestlich gerichtet, lenke in der zweiten Hauptlage eine kurze Magnetometernadel, die sich also nördlich oder südlich vom Magnet befindet, aus der groſsen Entfernung r um den Winkel φ ab. Es sei Θ das Torsionsverhältnis dieser Nadel (**55**) und $\mathfrak{L}$ der Polabstand des Magnetstabes (d. h. $^5/_6$ der Stablänge; S. 262 und **62b**). Dann ist
$$\frac{M}{H} = r^3\left(1 + \tfrac{3}{8}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right)(1+\Theta)\operatorname{tg}\varphi.$$

Durch Multiplikation beider Gleichungen kann man M erhalten; die Division liefert
$$H^2 = \frac{D}{r^3(1+\Theta)(1+\tfrac{3}{8}\mathfrak{L}^2/r^2)}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\varphi}.$$

Von Schwankungen des Stab- und des Erdmagnetismus wird man unabhängig, wenn der Stab, während er bifilar aufgehängt ist, zugleich das Magnetometer ablenkt. Man beobachtet mit nördlich und südlich gestelltem Magnetometer. Abstand r ist die halbe Entfernung des Aufhängefadens in beiden Stellungen.

Für wiederholte Bestimmungen werden am bequemsten zwei stehen bleibende Magnetometer gleichzeitig verwendet. α ist dann das Mittel aus beiden Ablenkungen. Um Unsymmetrien zu eliminiren, wird einmal auch die Ablenkung α' mit vertauschten Magnetometern beobachtet. Dann hat man die Ablenkungen in der normalen Stellung ein für allemal mit $1+\frac{1}{2}(\alpha'-\alpha)/\alpha$ zu multipliciren.

Korrektionen. Aus der Wirkung der Nadel auf den Magnet und der schrägen Stellung des letzteren entsteht bei gleichzeitiger Beobachtung von α und φ eine kleine Korrektion. $\varkappa$ sei das Verhältnis des Nadelmagnetismus bez. der Summe beider Nadelmagnetismen zum Erdmagnetismus, so ist der Ausdruck für H^2 zu multipliciren mit

$$(1-2\varkappa/r^3)(\cos\alpha-2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\varphi).$$

Skalenabstände. Sind die Skalenabstände des Bifilar und des Unifilar nahe gleich, so braucht man nur den Unterschied beider Abstände genau zu messen, was mit Hilfe ausgespannter Fäden leicht geschieht.

Erste Hauptlage. Man kann das Unifilarmagnetometer östlich und westlich vom Bifilarmagnet aufstellen, dann gilt

$$H^2=\frac{2D}{r^3(1+\Theta)(1-\frac{1}{2}\mathfrak{L}^2/r^2)}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\varphi}\left(1+\frac{\varkappa}{r^3}\right)(\cos\alpha+\tfrac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\varphi).$$

Vgl. F. K., Wied. Ann. 17, 765. 1882.

Kreismagnet. Wird als Bifilarmagnet ein weiter horizontal magnetisirter Kreis aus Stahldraht genommen, der umgelegt werden kann und ein kleines Magnetometer in seinem Mittelpunkt ablenkt, so gilt mit den früheren Bezeichnungen, aber r jetzt in der Bedeutung des Kreishalbmessers, wenn α und φ nahe gleich grofs sind,

$$H^2=\frac{D}{r^3(1+\Theta)}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sin\varphi}.$$

Stroud, Proceed. Roy. Soc. 48, 260. 1890.

61. Zeitliche erdmagnetische Intensitätsvariationen.

Haltbarkeit der Magnete. Die erdmagnetischen Intensitätsvariometer beruhen auf der Unveränderlichkeit von Magnetstäben, welche niemals vollkommen zu erreichen ist. Über ein Verfahren, die Veränderlichkeit zu vermindern, s. **55a.**

I. Bifilarvariometer (Gaufs).

Ein Magnet ist an 2 Fäden von kleinem Abstande bifilar aufgehängt (**53**). Die Verbindungslinie der oberen und diejenige der unteren Befestigungspunkte der Fäden werden so gegen einander gedreht, dafs das erdmagnetische und das statische (durch die Schwere und die Elasticität hervorgebrachte) Drehungsmoment der Fäden zusammen den Magnet ostwestlich stellen.

Die mit Spiegel und Skale abzulesende geringe Drehung, welche der Magnet durch eine Änderung der erdmagnetischen Horizontalintensität erfährt, kann der Änderung proportional gesetzt werden. Wachsende Intensität dreht den Nordpol nach Norden; es ist bequem, wenn dieser Drehung wachsende Skalenteile entsprechen.

Bestimmung des Skalenwertes E. Die Änderung der Intensität, welche einer Drehung der Nadel um 1 Sk.-T. entspricht, und zwar in Bruchteilen der Intensität selbst gemessen, soll E heifsen. Wenn also der Einstellung des Bifilarmagnetometers auf den Skalenteil p die Intensität H entspricht, so ist diejenige bei der Einstellung p'

$$H' = H[1 + E(p' - p)].$$

1. Man läfst auf das Bifilarvariometer in gleicher Höhe aus der nicht zu kleinen Entfernung r im Norden oder Süden einen nordsüdlich gerichteten Magnet vom Polabstand $\mathfrak{L}$ ($^5/_6$ der Länge) ablenkend wirken. Einer Umdrehung dieses Magnets um 180^0 möge eine Drehung der Nadel um n Sk.-T. entsprechen; $\mathfrak{l}$ sei der Polabstand der Bifilarnadel. Dann ist der Skalenwert

$$E = \frac{1}{n}\frac{4}{r^3}\frac{M}{H}\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2} - \tfrac{3}{4}\frac{\mathfrak{l}^2}{r^2}\right).$$

M ist der Magnetismus des ablenkenden Stabes, der aber nur im Verhältnis zum Erdmagnetismus bekannt zu sein braucht, was nach **59** II oder **62** II durch eine einfache Ablenkung zu erreichen ist.

Beweis. Der Stab M, aus einer grofsen Entfernung r wirkend, vermehrt bez. vermindert in seinen beiden Lagen die Intensität H um $2M/r^3$. Da die Einstellung sich bei dem Umlegen von M um n Sk.-T. ändert, so bedeutet 1 Sk.-T. also die Änderung $4M/(nr^3)$, oder in Teilen der Intensität selbst $4M/(nr^3H)$ q. e. d. Über das Korrektionsglied siehe S. 263 und Anh. 15.

2. Mit dem Torsionskreise. Hat das Instrument einen Torsionskreis, so ergibt sich E aus dem Winkel α, welchen die Vertikalebenen der oberen und der unteren Aufhängepunkte mit einander bilden, wenn A der Skalenabstand,

$$E = (1/2A) \cdot \operatorname{cotg} \alpha.$$

α wird bestimmt, indem man den Magnet in der Bifilarsuspension um 180^0 umlegt und nun den Torsionskreis um 2α dreht, bis wieder die Ostwestlage eingetreten ist.

Das Verfahren setzt Aufhängefäden von geringer Torsionskraft voraus, z. B. aus feinem Messingdraht.

Die Bifilarnadel m steht immer so nahe senkrecht zum Meridian, dafs das erdmagnetische Drehungsmoment mit Hm zu bezeichnen ist. Das bifilare Drehungsmoment ist $D \sin\alpha$ (**53**). Also haben wir $Hm = D \sin\alpha$. Wenn sich nun H in $H(1+E)$ und α in $(\alpha + 1/2A)$ ändert, d. h. wenn sich das Instrument um 1 Skalenteil dreht, so ist wieder

$$Hm(1+E) = D\sin(\alpha + (1/2A)) = D(\sin\alpha + (1/2A)\cdot\cos\alpha).$$

Beiderseitige Division mit $Hm = D \sin\alpha$ ergibt obiges E.

Über die Bestimmung von E aus Torsions- und Schwingungsbeobachtungen vgl. Gaufs, Result. d. magn. Vereins 1841, S. 1, oder Abh. Bd. 5, S. 404, und Wild, Carl Repert. 16, 325. 1880. Vgl. ferner F. K., Wied. Ann. 15, 536. 1882.

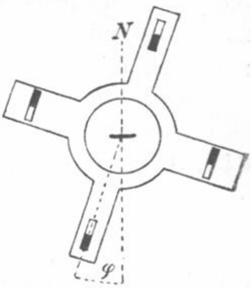
Temperatur-Korrektion. Erwärmung schwächt den Stabmagnetismus, läfst also den Erdmagnetismus kleiner erscheinen. Ein wenig wirkt auch die Ausdehnung der Suspension und der Drähte. Ist μ der Temperaturkoefficient des Magnets (**62a**), β der Ausdehnungskoefficient der Suspension, β' derjenige der Drähte, so verlangt 1^0 Temperaturänderung eine Korrektion um $(\mu + 2\beta - \beta')/E$ Skalenteile. Für eine Aufhängung ganz aus Messing wird der Ausdruck $= (\mu + 0{,}000018)/E$.

II. Ablenkungsvariometer (F. K.).

Eine Magnetnadel kann, anstatt durch bifilare Aufhängung, auch durch Ablenkungsstäbe senkrecht zum Meridian gerichtet werden und stellt dann ein Intensitätsvariometer dar. Für vorübergehende Beobachtung läfst ein solches Instrument sich leicht improvisiren.

Skalenwert. Man kann verfahren, wie unter I, Nr. 1.

Vierstab-Variometer. Auf einem horizontal drehbaren Rahmen sind vier gleiche Magnete befestigt, so dafs auf den Mittelpunkt zwei aus erster und zwei aus zweiter Hauptlage wirken. Die ersteren haben einen 1,12mal gröfseren Abstand als die letzteren; alsdann bewirken nämlich die 4 Stäbe um den Mittelpunkt herum eine möglichst konstante Richtkraft. Diese Richtkraft soll etwas gröfser sein als die erdmagnetische, was durch passende Stellung der Magnete bewirkt wird. Den Mittelpunkt bildet ein Magnetometer.



Aufstellung. Die genaue Orientirung zum Meridian geschieht so: Man stellt den Rahmen auf den Nullpunkt seiner Teilung, und zwar so, dafs die Richtkraft der Magnete dem Erdmagnetismus entgegenwirkt. Die Drehungsaxe wird mit der Libelle vertikal gemacht. Nun dreht man das ganze Instrument, bis die Nadel sich in die Richtung der vier Stäbe einstellt, und schraubt es fest. Jetzt liegt der Nullpunkt der Teilung im Meridian.

Nun wird der Rahmen um einen solchen Winkel φ gedreht, dafs die Nadel senkrecht zum Meridian steht, und in dieser Lage festgestellt. Der Skalenwert ist, wenn A den Skalenabstand in Sk.-T. bedeutet,

$$E = (1/2A) \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Die Empfindlichkeit $1/E$ kann also beliebig grofs gemacht werden dadurch, dafs φ sehr klein wird. Letzteres ist der Fall, wenn man die 4 Stäbe so stellt, dafs ihre Richtkraft den Erdmagnetismus nur wenig übertrifft.

Beweis wie in **61a** II.

Wenn die Drehungen bei den Variationen gröfsere Beträge erreichen, so treten Korrektionsglieder hinzu. Unter gewöhnlichen Verhältnissen sind dieselben ohne Bedeutung.

Temperatur-Korrektion. Höhere Temperatur läfst den Erdmagnetismus zu grofs erscheinen. Den Einflufs bestimmt man im Winter durch abwechselnde Beobachtung im warmen und kalten Zimmer. Sind p_1 und p_2 die Skaleneinstellungen bei den Temperaturen t_1 und t_2, so beträgt die Korrektion der Ablesung für jeden Grad $(p_1 - p_2)/(t_1 - t_2)$. — Geht man später zu einem anderen Skalenwert E' über, so ist dieser Ausdruck natürlich mit E/E' zu multipliciren.

F. K., Wied. Ann. 15, 540. 1882.

61a. Vergleichung der Horizontal-Intensität an zwei Orten.

I. Durch Schwingungen.

Man läfst eine und dieselbe Magnetnadel an beiden Orten schwingen; die Intensitäten verhalten sich

$$H_1 : H_2 = t_2^2 : t_1^2.$$

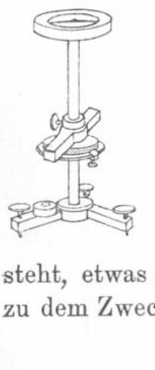
Bei Anspruch an Genauigkeit müssen die Temperatur- und erdmagnetischen Schwankungen (**62a** und **61**) in Rechnung gesetzt werden.

II. Durch Ablenkungen.

Lenkt eine und dieselbe ostwestliche Direktionskraft die Nadel an den beiden Orten um α_1 und α_2 ab, so ist (**60**, I)

$$H_1 : H_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 : \operatorname{tg} \alpha_1 .$$

Lokal-Variometer (F. K.). Eine viel gröfsere Empfindlichkeit wird erzielt, wenn man die ablenkenden Magnete so anordnet, dafs die Magnetnadel um nahe 90^0 abgelenkt wird, so wie in **61** II. Das Vierstab-Variometer ist das empfindlichste Lokalvariometer und kann lokale Variationen auf $^1/_{10000}$ genau messen. Wir wollen hier eine einfachere Form mit einem drehbaren Magnet unter einer Bussole zu Grunde legen. Das erstere Variometer mit dem Spiegel wird im Princip genau so behandelt.



1. Die Drehungsaxe des Instruments sei mit Hilfe der Libelle vertikal gemacht.

2. Richtiger Abstand des Magnets. Die Wirkung des letzteren mufs, wenn er im Meridian steht, etwas stärker sein, als der Erdmagnetismus. Man regulirt zu dem Zwecke den Abstand, während der Magnet Nordpol nach

Norden steht, bis die Nadel sich Nordpol nach Süden stellt. Je gröſser die Empfindlichkeit werden soll, desto geringer muſs der Kraftüberschuſs des Magnets gewählt werden.

3. Orientirung in den Meridian. Man stellt den Magnet auf den Nullpunkt seiner Kreisteilung und dreht das ganze Instrument, bis die Nadel dem Magnet parallel steht. Wir nehmen an, daſs sie alsdann auch auf den Nullpunkt der Bussolenteilung zeigt.

4. Drehungswinkel φ des Magnets. Man dreht den Magnet nach der einen Seite, bis die Nadel auf 90^0 zeigt, und fixirt den einen Anschlag des Magnets auf diese Stellung. Man verfährt ebenso nach der anderen Seite. Jetzt ist das Instrument fertig. Die Hälfte des Drehungswinkels zwischen den beiden Anschlägen heiſse φ.

5. Vergleichung von H an zwei Orten. Man stellt das Variometer an dem Vergleichspunkt I auf, orientirt es, wie unter 3, in den Meridian und legt den Magnet zuerst gegen den einen, alsdann gegen den anderen Anschlag. Wir wollen die Nadelspitze immer auf derjenigen Seite der Bussole ablesen, auf welcher die Bezifferung nach Norden wächst. Der Nordpol der Nadel zeige hier die Einstellung p_n; alsdann, nach dem Umlegen des Magnets, zeige der Südpol p_s, beides in Bogengraden. Wir bilden die Differenz und nennen dieselbe

$$p_n - p_s = \delta_1 .$$

Jetzt bringen wir das Variometer an den Punkt II und verfahren genau so; die eben beschriebene Differenz habe hier den Wert δ_2.

Dann wird das Verhältnis der erdmagnetischen Felder an beiden Orten erhalten als

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{1 + \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_1}{1 + \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_2},$$

wofür bei kleinem δ_1 und δ_2 gesetzt werden darf

$$(H_1 - H_2)/H = [0{,}0087 \cdot \operatorname{tg}\varphi] \cdot (\delta_1 - \delta_2) = C \cdot (\delta_1 - \delta_2).$$

Der Reduktionsfaktor $C = 0{,}0087 \cdot \operatorname{tg}\varphi$ bekommt für $\varphi = 29{,}8^0$ den bequemen Wert 0,0050.

Beweis. Der Magnet übe an dem Orte der Bussole eine Richtkraft J auf eine Nadel Eins aus. Dann ist offenbar $J\cos\varphi = H$, wo H diejenige Feldstärke bedeutet, bei welcher die Nadel durch den um φ

gedrehten Magnet um 90° abgelenkt wird. An dem Punkte I wirkt also auf die Nadel eine Nordkomponente $H_1 - H$; senkrecht dazu eine Komponente $J \sin\varphi = H \operatorname{tg}\varphi$. Stellt sich hierbei die Nadel unter einem Winkel ε_1 gegen die Ostwestrichtung ein, so ist also

$$\operatorname{tg}\varepsilon_1 = (H_1 - H)/(H \operatorname{tg}\varphi), \qquad \text{also} \qquad (H_1 - H)/H = \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\varepsilon_1 .$$

Ebenso für den Punkt II. Da ε_1 und ε_2 unsere $\frac{1}{2}\delta_1$ und $\frac{1}{2}\delta_2$ bedeuten, so findet man hieraus leicht die obige Gleichung. Die praktische Gleichung für kleine Winkel ergibt sich, wenn man $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta = \frac{1}{2}\delta/57{,}3^0 = 0{,}0087 \cdot \delta$ setzt.

Temperatur. Der Temperatureinfluſs wird durch Beobachtungen im kalten und im warmen Petroleumbad ähnlich wie in **61** am Schluſs bestimmt und in Rechnung gesetzt. Kann man die Ablesungen an den verschiedenen Orten rasch hintereinander machen, so hält man die Temperatur des Magnets am besten konstant, indem man ihn nötigenfalls noch mit Watte oder Filz umhüllt.

Vgl. F. K., Wied. Ann. 19, 138. 1883 und 29, 51. 1886.

62. Bestimmung eines Stabmagnetismus in absolutem Maſse.

I. Die genaue Ausführung dieser Aufgabe wird durch die in **59** oder **60a** beschriebenen Beobachtungen geleistet, denn aus den beiden beobachteten Zahlen $MH = P$ und $M/H = Q$ fällt durch Multiplikation H heraus und es wird erhalten $M = \sqrt{PQ}$. M ist der Magnetismus (das magnetische Moment) des zu den Schwingungen und Ablenkungen gebrauchten Stabes nach absolutem Maſse (Anh. 15 und Tab. 28).

Der auf S. 264 gebrauchte Magnet hat also den Magnetismus

$$M = \sqrt{183{,}01 \cdot 5388} = 993{,}0 \text{ cm}^{5/2}\,\text{g}^{1/2}\,\text{sec}^{-1}.$$

Über Verteilung des Magnetismus s. **81c.**

II. Bestimmung aus Ablenkungen.

Wegen der Veränderlichkeit des Stabmagnetismus durch Temperatur und Zeit ist groſse Genauigkeit selten gefordert. Insofern nun die horizontale Intensität H für den Beobachtungsort genähert bekannt ist (Tab. 22), so genügen oft Ablenkungsbeobachtungen nach **59**, II.

Meistens wird man nur aus einer Entfernung abzulenken brauchen. Wenn nämlich φ die Ablenkung einer kurzen Nadel im Abstand r von der Mitte des Magnets, $\mathfrak{L}$ der Polabstand, d. h. $^5/_6$ der Länge des Magnets, so findet man den Stabmagnetismus M für eine Ablenkung

aus 1. Hauptlage $\qquad$ aus 2. Hauptlage

$$M = \tfrac{1}{2} r^3 H (1 - \tfrac{1}{2} \mathfrak{L}^2/r^2) \operatorname{tg} \varphi; \qquad M = r^3 H (1 + \tfrac{3}{8} \mathfrak{L}^2/r^2) \operatorname{tg} \varphi.$$

Für ein Magnetometer ist der Ausdruck wegen der Torsion mit $1 + \Theta$ zu multipliciren (**55**).

Bei der Untersuchung eines nicht stabförmigen Magnets, beispielsweise auch eines magnetischen Minerales, dessen magnetische Axe sich nicht aus der Gestalt erkennen läßt, bringt man durch Drehen den Körper in die Stellung, in welcher die ablenkende Wirkung am größten ist. Zugleich erhält man hierbei die Lage der magnetischen Axe.

III. Bestimmung durch Schwingungsbeobachtung.

Für einen Magnetstab von regelmäßiger Gestalt läßt sich das Trägheitsmoment K (**54**) berechnen, und man erhält aus der Schwingungsdauer t

$$M = \frac{\pi^2 K}{t^2 H (1 + \Theta)}.$$

IV. Bestimmung durch bifilare Aufhängung.

Nach **60a**, I auszuführen.

V. Mit der Wage (Helmholtz).

Erforderlich sind drei Magnetstäbe. Die gesuchten magnetischen Momente seien $M_1 M_2 M_3$, die Polabstände ($^5/_6$ der Stablängen) bez. $\mathfrak{L}_1 \mathfrak{L}_2 \mathfrak{L}_3$.

Der Stab M_1 wird vertikal an das eine Ende einer eisenfreien empfindlichen Wage gehängt, der Stab M_2 horizontal an das andere Ende und zwar dem Wagebalken parallel und in die Höhe des Mittelpunktes von M_1. Die Wage sei zunächst ins Gleichgewicht gesetzt. Nun kehre man den einen der Stäbe um, so daß der Ort der Pole vertauscht ist. Das Gleichgewicht der Wage wird gestört sein und man müsse auf einer Seite p gr auflegen, um die Wage wieder einzustellen. Die Schwerbeschleunigung sei $g = 981$ cm/sec^2.

Der im Verhältnis zur Stablänge beträchtliche Abstand der beiden Schneiden von einander betrage r cm. Dann ergibt diese Messung das Produkt der beiden magnetischen Momente in absoluten cm-gr-Einheiten

$$M_1 M_2 = \frac{1}{12} \frac{r^4 p \cdot g}{1 - \frac{5}{2} \mathfrak{L}_1^2/r^2 + \frac{10}{3} \mathfrak{L}_2^2/r^2} = P_{12}.$$

Um die Unsymmetrie der Magnetisirung zu eliminiren, kann man den Versuch wiederholen, indem man auch den anderen Magnet umhängt, und aus beiden Werten das Mittel nehmen.

Ebenso werde gefunden $M_1 M_3 = P_{13}$ und $M_2 M_3 = P_{23}$. Aus den drei Gleichungen findet man

$$M_1 = \sqrt{\frac{P_{12} \cdot P_{13}}{P_{23}}} \quad \text{u. s. w.}$$

Vgl. Helmholtz, Sitzungsber. d. Berliner Akad. 16, 405. 1883.

Über die Verteilung des Magnetismus in einem Stabe und über Magnetisirungskoefficienten weichen Eisens s. **81c**.

62a. Temperaturkoefficient eines Magnets.

Temperaturkoefficient μ heifst die durch $+1^0$ hervorgebrachte relative Abnahme des Magnetismus. Je gröfser der specifische Magnetismus, desto kleiner ist im allgemeinen der Temp.-Koefficient. Er beträgt bei guten Magneten etwa 0,0003 bis 0,001.

Die Methoden in **62** lassen auch den Einflufs der Temperatur bestimmen, aber wenig genau. Man mufs die durch die Erwärmung bewirkten Ausschläge vergröfsern.

I. Kompensation (Weber).

Man nähert einem Magnetometer von kurzer Nadel den Magnet von der einen Seite bis zu dem mäfsigen Abstande r, hebt aber die grofse Ablenkung durch einen Hilfsstab nahezu wieder auf. Nun wird der erste Stab auf verschiedene Temperaturen t_1 und t_2 gebracht; n sei dabei der Unterschied der beiden Einstellungen, A der Skalenabstand.

Der Temperaturkoefficient μ ist dann $\mu = C \cdot n/(t_1 - t_2)$. Den Faktor C bekommt man folgendermafsen.

1. Wenn der Magnet aus der gleichen Entfernung eine kurze Bussolennadel um φ ablenkt, so ist $C = \dfrac{1}{2A \cdot \operatorname{tg} \varphi}$.

2. Ist der Magnetismus M des Stabes bekannt, so hat man, wenn $\mathfrak{L}$ der Polabstand des Stabes (S. 263),

in erster Hauptlage / in zweiter Hauptlage

$$C = \frac{H}{M}\frac{r^3}{4A}\left(1 - \tfrac{1}{2}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right); \qquad C = \frac{H}{M}\frac{r^3}{2A}\left(1 + \tfrac{3}{8}\frac{\mathfrak{L}^2}{r^2}\right).$$

3. Oder man nähert den Magnet und den Hilfsstab folgeweise in einzelnen Absätzen, so daſs die Näherung des einen immer die Nadel nahe an das eine Ende der Skale bringt, die Näherung des andern an das entgegengesetzte Ende. Die letzte Näherung bringe die Nadel wieder nahe auf die alte Ruhelage. N sei die Summe sämtlicher Skalenverschiebungen, die nach und nach durch den Magnet (nicht durch den Hilfsstab) hervorgebracht wurden, nach **49**, S. 240 auf Gröſsen korrigirt, die der Tangente der Ausschlagswinkel proportional sind. Dann ist offenbar $C = 1/N$.

II. Durch bifilare Aufhängung (Wild).

Der Magnet wird in einer empfindlichen Bifilarsuspension ostwestlich aufgehängt und durch Heizung u. s. w. des Raumes auf verschiedene Temperaturen gebracht. E sei der Skalenwert (**61** I). Bewirkt eine Erwärmung t die Verschiebung n, so ist $\mu = nE/t - 2\beta + \beta'$. β und β' sind die Ausdehnungskoefficienten der Suspension und des Aufhängedrahts. Schwankungen des Erdmagnetismus (**61**) muſs man in Rechnung setzen.

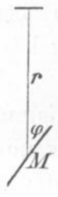
Wild, Carl Rep. 9, 277. 1873.

III. Durch 90°-Ablenkung eines Magnetometers (F. K.).

Der Magnet wird in der Höhe der (kurzen) Magnetometernadel horizontal mit seinem Mittelpunkt im Meridian der Nadel so angebracht, daſs die Nadel sich ostwestlich stellt. Er bilde in dieser Stellung mit dem Meridian den Winkel φ. Man erwärme den Magnet um t; die Nadel drehe sich dadurch um den Winkel ε. Dann ist der Temperaturkoefficient

$$\mu = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{tg}\,\varphi \cdot \varepsilon/t.$$

Mit kleinem φ ist die Methode sehr empfindlich.



Beweis. Da die Nadel ostwestlich steht, so stammt ihre Direktionskraft nur von dem Magnet und beträgt $M/r^3 \cdot \sin\varphi$. Die Ablenkung ε bedeutet also ein neues Drehmoment $\varepsilon \cdot M/r^3 \cdot \sin\varphi$, welches andrerseits gleich $2\Delta M/r^3 \cdot \cos\varphi$ ist, wenn ΔM die von der

Erwärmung bewirkte Änderung des magnetischen Moments bedeutet. Also hat man $\varDelta M = \frac{1}{2} M \cdot \varepsilon \operatorname{tg} \varphi$ und den Temp.-Koeff.

$$\mu = 1/t \cdot \varDelta M/M = \tfrac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \cdot \varepsilon/t.$$

Vgl. F. K., Wied. Ann. 22, 420. 1884, auch über Korrektionen.

62b. Polabstand eines Magnets.

Unter Polen werden hier die Punkte verstanden, in denen man die beiden Magnetismen eines gestreckten Stabes für Fernwirkungen koncentrirt annehmen darf, wenn die 4. Potenz des Verhältnisses der Magnetlänge zu der Entfernung gegen 1 vernachlässigt werden kann.

Der Magnet lenke eine in gleicher Höhe befindliche kurze Magnetnadel aus den beiden Entfernungen a_1 bez. a_2 — die Entfernungen von Mitte zu Mitte gemessen — um φ_1 bez. φ_2 ab. Der Polabstand der Nadel, d. h. $^5/_6$ ihrer Länge, sei $= \mathfrak{l}$. Man berechne zunächst

$$\eta = a_1^2 a_2^2 \frac{a_1^3 \operatorname{tg} \varphi_1 - a_2^3 \operatorname{tg} \varphi_2}{a_2^5 \operatorname{tg} \varphi_2 - a_1^5 \operatorname{tg} \varphi_1}.$$

Der Polabstand $\mathfrak{L}$ des Magnets ist dann, im Anschlufs an die Gaufs'schen Formeln (S. 261), durch die folgenden Ausdrücke gegeben. Es ist für Beobachtungen aus

erster Hauptlage	zweiter Hauptlage
$\mathfrak{L}^2 = +2\eta + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2,$	$\mathfrak{L}^2 = -\frac{8}{3}\eta + 4\mathfrak{l}^2.$

Den abgeänderten Formeln S. 263 entsprechend hat man $\mathfrak{L}^2 =$

in erster H.-L.	in zweiter H.-L.
$4\dfrac{a_1^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg} \varphi_1^{\frac{1}{2}} - a_2^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg} \varphi_2^{\frac{1}{2}}}{a_1^{-\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \varphi_1^{\frac{1}{2}} - a_2^{-\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \varphi_2^{\frac{1}{2}}} + \frac{3}{2}\mathfrak{l}^2$	$4\dfrac{a_1^2 \operatorname{tg} \varphi_1^{\frac{2}{3}} - a_2^2 \operatorname{tg} \varphi_2^{\frac{2}{3}}}{\operatorname{tg} \varphi_2^{\frac{2}{3}} - \operatorname{tg} \varphi_1^{\frac{2}{3}}} + 4\mathfrak{l}^2.$

Um eine Unsymmetrie in der Verteilung der Magnetismen zu eliminiren, beobachtet man stets unter Umlegung des Magnets um 180° die doppelte Ablenkung. Ferner wird der Magnet folgeweise auf beide Seiten des Magnetometers gelegt; a_1 oder a_2 bedeuten jedesmal den halben Abstand zwischen zusammengehörigen Stellungen des Magnets.

Von Schwankungen der Temperatur und des Erdmagnetismus macht man sich unabhängig durch die gleichzeitige Anwendung zweier Magnetometer, zwischen denen der Magnet aus zwei symmetrisch gegen die Mitte gelegenen Stellungen wirkt. Ist E der Abstand beider Magnetometerfäden von einander und E' die Strecke, um welche der Magnet verschoben wird, so ist $a_1 = \frac{1}{2}(E-E')$ und $a_2 = \frac{1}{2}(E+E')$. Nach dem ersten Beobachtungssatz vertauscht man die Magnetometer mit einander, wiederholt die Beobachtungen und nimmt aus den zusammengehörigen Ablenkungen die Mittel. Die Skalenabstände brauchen nur genähert bekannt zu sein. Über Reduktionen s. **49.**

F. K. u. Hallock, Wied. Ann. 22, 412. 1884; F. u. W. Kohlrausch, ib. 27, 45. 1886.