

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Leitfaden der praktischen Physik

Kohlrausch, Friedrich

Leipzig [u.a.], 1896

Kapillarität und Reibung

Kapillarität und Reibung.

37b. Bestimmung einer Kapillarkonstante.

Die Kapillarkonstante einer Flüssigkeit kann definiert werden als das Flüssigkeitsgewicht, welches von der Längeneinheit der Berührungslinie der Oberfläche mit einer vollkommen benetzten Wand getragen wird. Dasselbe sagt: Wenn man nach dem Laplace'schen Gesetz den von der Krümmung einer Oberfläche herrührenden Kohäsionsdruck d durch den kleinsten und größten Krümmungshalbmesser r_1 und r_2 als $d = \alpha(1/r_1 + 1/r_2)$ darstellt, so ist α diese Kapillarkonstante.

Praktisch pflegt man die Längen in mm, die Kräfte oder getragenen Gewichte in mg-Gewichten auszudrücken. Bei dem Übergang zum absoluten C-G-S-System kommt von mm zu cm der Faktor 10, von mg zu gr der Faktor 1/1000, endlich vom Grammgewicht zu Dyne der Faktor $g = 981$. Die Kapillarkonstante $[\alpha]$ in diesem System ist also 9,81 mal größer als die gewöhnlich angegebene α mg-Gew./mm.

I. Aus der Steighöhe.

Ein kreisylindrisches enges Rohr wird sorgfältig gereinigt und dann längere Zeit in die zu untersuchende Flüssigkeit untergetaucht, so daß es vollkommen benetzt d. h. daß der Randwinkel = Null wird. Besonders Wasser und viele wässrige Lösungen sind schwierig zu wirklicher Benetzung zu bringen. Das Kapillarrohr wird alsdann gehoben und vertikal so gestellt, daß eine nicht bis an die obere Öffnung reichende Flüssigkeitssäule stehen bleibt. Die Höhe der letzteren sei $= H$. Wenn s ihr spezifisches Gewicht ist und r der innere Halbmesser des Rohres in mm, so wird die Kapillarkonstante gefunden

$$\alpha = \frac{1}{2} r H s \text{ mg-Gew./mm.}$$

H muß groß sein gegen r . Man hat die Höhe H zu rechnen bis zu $\frac{1}{3} r$ über dem untersten Punkte des Meniskus.

Beweis. Innerer Umfang $= 2r\pi$, gehobene Menge $= r^2\pi H s$, also trägt die Längeneinheit des Umfangs die Menge $\frac{1}{2} r H s$. — Oder: Krümmungshalbmesser der halbkugeligen Oberfläche $= r$, also der (negative) Krümmungsdruck der Oberfläche $d = \alpha \cdot 2/r$. Dieser muß gleich dem negativen hydrostatischen Druck $H \cdot s$ sein. — Eine andere, ältere Defi-

tion nennt wohl, unter Bezeichnung α^2 , das Produkt rH Kapillarkonstante. Die beiden Definitionen stehen also im Verhältnis 5:2. — Vgl. Quincke, Pogg. Ann. 160, 341. 1877.

Bei unvollkommener Benetzung mit dem Randwinkel Θ gilt $\alpha = \frac{1}{2} r H s / \cos \Theta$.

Halbmesser des Rohres. Ein Quecksilberfaden von der Länge l mm bei der Temperatur t wiege m mg, dann ist in mm (19a)

$$r = \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{m}{l} \frac{1 + 0,00018 \cdot t}{13,60}} \quad \text{oder für } 15^0 \quad r = 0,1532 \sqrt{\frac{m}{l}}.$$

Mafsgebend ist der Halbmesser am oberen Ende der gehobenen Säule, so dafs man die Länge des Quecksilberfadens zu messen hat, während seine Mitte mit dieser Stelle zusammenfällt.

II. Aus der Höhe von Luftblasen oder Flüssigkeitstropfen (Quincke).

1. Luftblasen. Man erzeugt in der Flüssigkeit in einem Trog mit einer vertikalen Planwand eine breite Luftblase (20 mm oder mehr) unter einer eingetauchten horizontalen Platte. Wenn h der Vertikalabstand von dem flachen untersten Teil der Blase bis zu dem Punkte weitester horizontaler Ausbauchung ist, so hat man

$$\alpha = \frac{1}{2} s \cdot h^2.$$

2. Tropfen. Eine Flüssigkeit, welche auf ebener Unterlage einen nicht benetzenden breiten Tropfen bildet, z. B. auch ein geschmolzenes Metall, dessen Tropfen auf einer erwärmten Platte erstarrt sind, läfst sich mittels dieser Tropfen genau ebenso untersuchen. h bedeutet den Vertikalabstand der Kuppe von der grössten horizontalen Ausbauchung.

Man misst diese Höhen mit einem kleinen Kathetometer (cf. Quincke l. c.) oder mit dem Sphärometer, dessen Schraubende man mit einer feinen Spitze oder auch mit einer kleinen horizontalen Scheibe versieht.

Über die Korrektion auf unendlich grofse Blasen oder Tropfen vgl. Quincke l. c. S. 354; für kleinere Dimensionen Lohnstein, Wied. Ann. 54, 713. 1895.

Randwinkel. Kennt man noch die ganze Höhe h' der Blase oder des Tropfens, so wird der Randwinkel Θ zwischen Flüssigkeit und Platte erhalten aus $\cos \frac{1}{2} \Theta = h' / (h\sqrt{2})$.

III. Aus der Länge von Oberflächenwellen (L. Matthiessen).

Oberflächenwellen auf Flüssigkeiten werden teils durch die Schwere, teils durch die Oberflächenspannung fortbewegt. Bedeutet λ die Wellenlänge, N die Schwingungszahl, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u oder $N\lambda$ gegeben (W. Thomson) durch

$$u^2 = N^2 \lambda^2 = g \left(\frac{\lambda}{2\pi} + \frac{\alpha}{s} \frac{2\pi}{\lambda} \right).$$

Bei sehr kurzen Wellen von wenigen mm Länge kann man das erste Glied vernachlässigen und hat $N^2 \lambda^2 = g\alpha \cdot 2\pi/\lambda s$, also, $g = 9810 \text{ mm/sec}^2$ gesetzt,

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} s \frac{\lambda^3 N^2}{g} = \frac{1}{61600} s \lambda^3 N^2 \frac{\text{mg-Gew.}}{\text{mm}}.$$

Man bringe zwei leichte Stäbchen, welche an die Enden einer Stimmgabel von bekanntem N (37a; Tonhöhe zwischen c und c_1 etwa) angeklebt sind, mit der Oberfläche der Flüssigkeit in Berührung und schlage die Stimmgabel an. Dann bilden sich zwischen den Spitzen stehende Wellen, deren λ (das Doppelte des Abstandes benachbarter Wellenberge) mit einem Cirkel und Maßstab in mm ausgemessen wird.

Matthiessen, Wied. Ann. 38, 118. 1889, wo $T = \alpha/s$ gesetzt ist.

IV. Durch Abtropfen.

Der Tropfen, welchen eine horizontale kreisförmige Fläche vom Halbmesser r mm tragen kann, wiegt höchstens $2r\pi \cdot \alpha$ mg. Findet man das Gewicht fallender Tropfen von einer sehr gut benetzten vertikal stehenden, unten eben geschliffenen Röhre vom äußeren Halbmesser r gleich m , so kann man $\alpha = m/(2r\pi)$ schätzen.

Auch von geschmolzenen Metallen läßt α sich so bestimmen, indem das untere Ende eines Drahtes vom Halbmesser r mm (S. 151) in einer kleinen Flamme von möglichst niedriger Temperatur geschmolzen wird, bis der anhängende Tropfen abfällt.

Das Verfahren unterliegt natürlich manchen Fehlerquellen.

Quincke, Pogg. Ann. 134, 365. 1868. Einen Apparat für die Messung s. Traube, Physik. Chem. Methoden S. 43. 1893.

37c. Bestimmung des Reibungskoeffizienten einer Flüssigkeit durch Kapillarausfluss (Poiseuille, Hagenbach).

Reibungskoeffizient oder Zähigkeitskonstante η heisst die Kraft, welche der Bewegung einer Flüssigkeitsschicht von der Flächeneinheit dadurch entgegenwirkt, dass dieselbe sich mit der stationären Geschwindigkeit 1 im Abstände 1 (eigentlich mit der unendlich kleinen Geschwindigkeit u im Abstände u) vor einer ruhenden Schicht parallel vorbei bewegt. Die Längen pflegen in cm, die Kräfte praktisch in gr-Gewichten ausgedrückt zu werden. Im abs. C-G-S-System ausgedrückt wird der Reibungskoeffizient also $g=981$ mal grösser als bei der praktischen Definition.

Durch ein Kapillarrohr von der Länge l und dem Halbmesser r oder dem Querschnitt q (19a) fliesst unter dem konstanten Drucke p in der Zeit τ ein Flüssigkeitsvolumen v aus

$$v = \frac{1}{\eta} \frac{\pi}{8} \frac{r^4}{l} p \cdot \tau \quad \text{oder} \quad = \frac{1}{\eta} \frac{1}{8\pi} \frac{q^2}{l} p \cdot \tau.$$

$1/\eta$ heisst wohl Fluidität der Flüssigkeit.

1. Bestimmung von η . Ein kreiszylindrisches Kapillarrohr ist mit einem Behälter verbunden, der dieselbe Flüssigkeit enthält. Die freie Oberfläche der letzteren werde in konstanter Druckhöhe h erhalten. Um die Gegenkraft der Oberflächenspannung eines Tropfens zu vermeiden, erfolgt der Austritt aus dem Rohre am besten in ein weiteres Gefäss. h ist dann die Höhendifferenz beider freien Oberflächen. Wenn h nicht konstant ist, so gilt die mittlere Höhe während des Versuchs. Ist s das spec. Gewicht der Flüssigkeit, so beträgt der Druck hs . Fliesst in τ Sekunden das Volumen v aus, so ist also

$$\eta = \frac{\pi}{8} \frac{r^4 h s \tau}{lv} \quad \text{oder} \quad = \frac{1}{8\pi} \frac{q^2 h s \tau}{lv} \frac{\text{gr-Gew. sec}}{\text{cm}^2}.$$

In [C-G-S]-Einheiten wird

$$[\eta] = \frac{981}{8\pi} \frac{q^2 h s \tau}{lv} [\text{cm}^{-1} \cdot \text{g} \cdot \text{sec}^{-1}].$$

Die Ausführung kann in verschiedener Form geschehen. Am einfachsten ist ein vertikales Kapillarrohr mit einem oben angeblasenen, oder, wenn man genauer messen will, durch Schlauchverbindung angesetzten kleinen Behälter. Unten mündet das Rohr in ein Gefäss, welches die Flüssigkeit enthält. Durch Aufsaugen wird der Behälter gefüllt. Man lässt zwischen zwei Marken ausfliessen und beobachtet die Zeit.

Das Volumen zwischen den Marken wird durch Auswägen (19a) bestimmt. Als Druckhöhe gilt, wenn das Gefäß nach oben und unten symmetrisch gestaltet ist, die mittlere Höhe des Behälters über dem mittleren Stand des Niveaus im unteren



Gefäß; man markirt also am Behälter den Stand der Flüssigkeitsoberfläche bei halber Füllung durch einen Diamantstrich. (Ist die Höhe des Behälters selbst nicht klein gegen die Druckhöhe, so kommt wegen der ungleichen Zeit des Abfließens der oberen und unteren Hälfte eine etwas kleinere Höhe in Rechnung. Für einen cylindrischen Behälter von der Länge l , bez. eine Kugel vom Halbmesser r ziehe man von h ab $\frac{1}{12} \frac{l^2}{h}$ bez. $\frac{1}{20} \frac{r^2}{h}$.)

Je kleiner die Dimensionen, desto weniger Flüssigkeit genügt, aber um so vorsichtiger muß man sich gegen feste Partikelchen in der Flüssigkeit schützen. Die Rohrweite richtet sich nach der Zähigkeit des Stoffes. 1 bis 5 min Ausflußzeit wird am besten sein.

1^o Temperatur beeinflusst die Zähigkeit um Procente. Die nebengezeichnete Anordnung läßt sich in ein Bad stellen. Durch einen gut schließenden Kautschukstopfen tritt das Reibungsrohr und ein Rohr für Luftaustritt in das Vorratsgefäß.

Beispiel. Volumen $v = 57,32 \text{ cm}^3$. Rohrlänge $l = 50,54 \text{ cm}$. 45,33 cm des Rohres faßten 7,347 g Hg von 18°; also Querschnitt

$$q = \frac{7,347}{45,33 \cdot 13,596 (1 - 0,00018 \cdot 18)} = 0,01196 \text{ cm}^2.$$

Wasser von 19,5°: Druckhöhe $h = 53,7 \text{ cm}$. Ausflußzeit $\tau = 100,9 \text{ sec}$. Also

$$\eta = \frac{1}{8\pi} \frac{0,01196^2 \cdot 53,7 \cdot 0,9985 \cdot 100,9}{50,54 \cdot 57,32} = 0,00001063 \text{ gr-Gew. sec/cm}^2 = 0,01043 [\text{cm}^{-1} \text{ g sec}^{-1}].$$

2. Relative Bestimmung. Man benutzt die vorige Anordnung; aber anstatt dieselbe auszumessen, vergleicht man die Ausflußzeit unter gleichen Umständen mit derjenigen einer bekannten Flüssigkeit. Sind τ_1 und τ_2 die Zeiten, s_1 und s_2 die specifischen Gewichte, so verhalten sich die Reibungskoeffizienten

$$\eta_1 : \eta_2 = s_1 \tau_1 : s_2 \tau_2.$$

Für Wasser von der Temperatur t ist, Längen und Volumina in cm, die Zeit in sec (O. E. Meyer, Wied. Ann. 2, 394. 1877):

$$\eta = \frac{0,00001809}{1+0,0331 \cdot t + 0,000244 \cdot t^2} = \frac{0,00001080}{1+0,0250(t-18) + 0,000146(t-18)^2}.$$

Für [C-G-S]-Einheiten werden die Zähler = 0,01775 bez. 0,01059. Hiernach kann man durch Vergleichung mit Wasser die Reibung absolut bestimmen.

Korrektion wegen der Geschwindigkeit. Obige Formeln gelten für hinreichend enge oder lange Röhren, d. h. für kleine Geschwindigkeit des Durchflusses. Ist die Bewegungsenergie der Flüssigkeit ein merklicher Bruchteil der von den Druckkräften gethanen Arbeit, so ist das nach diesen Formeln zu groß gefundene η zu multipliciren mit

$$1 - \frac{v^2}{\pi^2 g r^4 h \tau^2} = 1 - \frac{0,000103 \cdot v^2}{r^4 h \tau^2}.$$

g ist die Schwerbeschleunigung. Für cm und sec ist $g=981$ und für diesen Fall gilt der Faktor 0,000103.

Vgl. Hagenbach, Pogg. Ann. 109, 385, 402. 1860; O. E. Meyer, Wied. Ann. 2, 387. 1877. — In dem Nenner der Korrektion stand früher noch $2^{1/2}$, welcher Faktor wegfällt. F. Neumann, Einleit. in d. theor. Physik S. 262, 1883. Gartenmeister, Z. S. f. phys. Chemie 6, 524. 1890. — Eine Anordnung zur Messung in hoher Temp. s. Heydweiller, Wied. Ann. 55, 561. 1895.

Über Zähigkeitsmessungen durch die Dämpfung eines mit Flüssigkeit gefüllten schwingenden Gefäßes vgl. O. E. Meyer, Wied. Ann. 43, 1. 1891; Mützel ib. S. 15.