

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Leitfaden der praktischen Physik

Kohlrausch, Friedrich

Leipzig [u.a.], 1896

Raummessung

[urn:nbn:at:at-ubi:2-6036](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:at:at-ubi:2-6036)

Raummessung.

18. Längenmessung.

I. Strichmaßstab.

1. Freie Ablesung. Über diese gewöhnlichste Messung sei hier nur im Interesse der Hauptfehlerquelle, der Parallaxe beim Ablesen, bemerkt:

Um das zu messende Objekt in dieselbe Ebene wie die Teilung zu bringen, ist außer den gewöhnlichen Mitteln besonders geeignet ein durchsichtiger Maßstab, den man mit der Teilung an das Objekt anlegt.

Eine Spiegelteilung, vor welcher der Gegenstand sich befindet, läßt die Parallaxe vermeiden, indem man das Spiegelbild des beobachtenden Auges mit den abzulesenden Punkten zusammenfallen läßt. An andere Teilungen kann man ein Stückchen Spiegelglas anlegen.

Am vollkommensten wird die Ablesung frei von Parallaxe durch ein zur Teilung senkrecht blickendes Fernrohr mit Parallelverschiebung.

2. Komparator. a) Ein fester Maßstab trägt einen parallel verschiebbaren Schlitten mit Mikroskop. Aus einem Kathetometer läßt sich in der Regel durch Anbringung eines Mikroskopes statt des Fernrohres und eventuell durch ein horizontales Gestell, in welchem der Stab befestigt wird, ein solcher „Komparator“ herstellen. Die an dem Maßstab gemessene Verschiebung, wenn man das Mikroskop folgeweise auf die Enden der zu messenden Länge einstellt, ergibt diese Länge. Die Bedingung genauer Parallelverschiebung des Schlittens muß um so strenger erfüllt sein, je weiter der zu messende Gegenstand von der Teilung des Komparators entfernt ist.

b) Mit einem parallel verschiebbaren Maßstab wird die zu messende Länge fest verbunden und mit ihren Endpunkten folgeweise unter dasselbe feststehende Mikroskop gebracht. Ein zweites festes Mikroskop liest die Größe der Ver-

schiebung auf dem Maßstabe ab. Je größer der senkrechte Abstand der beiden Längen, desto fehlerhafter wirkt eine Abweichung vom Parallelismus.

Daher wird vorteilhaft die zu messende Länge nicht neben, sondern in der Fortsetzung des Maßstabes befestigt.

Vgl. z. B. den Komparator von Abbe; Pulfrich, Z. S. f. Instr. 1892, 307.

c) Unabhängig von der Parallelverschiebung ist die Messung, wenn das Objekt und der Normalmaßstab unter dem Komparator ausgewechselt werden. Als solcher dient entweder wieder das verschiebbare Mikroskop auf der Teilung oder ein Paar von feststehenden, etwa auf einer Schiene angeklebten Mikroskopen.

Überschüsse über ganze Teilstriche des Maßstabes können in allen Fällen durch Okularmikrometer von bekanntem Teilwert in den Mikroskopen (vgl. unten) bestimmt werden. Im ersteren Falle auch mit dem am Schlitten befindlichen Nonius.

Bei einer feineren Messung mit Anwendung eines Nonius übersehe man nicht, erstens, daß der Nonius selbst geprüft sein muß, zweitens, daß man aus der etwaigen Fehlertabelle des Maßstabes den Fehler desjenigen Striches zu nehmen hat, an welchem die Noniusteilung einsteht.



Nonien, die auf Zehntel geteilt sind, haben entweder $\frac{9}{10}$ oder $\frac{11}{10}$ des Intervalles der Hauptteilung als Einheit. Beide

gezeichnete Nonien zeigen $0,7 p$ an. — An Zehntel-mm-Nonien lassen sich leicht aus den Abständen benachbarter Striche auch die Hundertel schätzen.

Den Horizontalabstand zweier Punkte kann man mittels zweier von ihnen herabhängender Coconfäden mit angehängten Gewichten messen, die, um Schwankungen zu vermeiden, in Wasser tauchen mögen. Ebenso mißt man den Durchmesser eines horizontalen Cylinders.

Einen Komparator für Abstände beliebiger Neigung s. bei F. Braun, Wied. Ann. 41, 627. 1890.

3. Teilmaschine. Dieselbe kann zur Messung, besonders auch kleiner Längen dienen, wenn an dem Schlitten oder an dem Gestell ein Mikroskop mit Fadenkreuz sitzt. Den Wert eines Schraubenganges bestimmt man auf einem Strichmaßstabe. Wegen des toten Ganges stellt man immer von derselben Seite ein.

4. Mikroskop. Für kleine Längen wird am besten ein Mikroskop mit Okularmikrometer angewandt. Mit einem als Objekt untergelegten Glasmikrometer von bekanntem Werte wird zuerst der Teilwert des Okularmikrometers bestimmt und dann in leicht ersichtlicher Weise verfahren. Das Okularmikrometer kann selbst aus einer Glasteilung bestehen oder aus einem mit Mikrometerschraube beweglichen Faden oder Fadenpaar. An der Trommel wird die Verschiebung abgelesen.

Es ist nicht zu übersehen, daß konstante Mikroskopvergrößerung eine ungeänderte Stellung des Okularmikrometers gegen das Objektiv voraussetzt.

5. Prüfung eines Strichmaßstabes. Besitzt man einen schon verificirten Maßstab¹⁾, so ist die Aufgabe, für einen anderen Stab eine Korrektionstabelle aufzustellen, oben bereits erledigt. Andernfalls vergleicht man die angeblich gleichen Strecken des Maßstabes mit einer und derselben Länge a und bestimmt dadurch ihr gegenseitiges Verhältnis. Beide unter Nr. 2 erwähnte Komparatoren liefern das Mittel für genaue derartige Messungen. Enthält die Länge L n Unterabteilungen $a_1 a_2 \dots a_n$ und wurde gefunden $a_1 = a + \delta_1$, $a_2 = a + \delta_2$ etc. bis $a_n = a + \delta_n$, so sei $\delta = 1/n \cdot (\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n)$. Dann ist

$$a_1 = L/n - \delta + \delta_1 \quad a_2 = L/n - \delta + \delta_2 \text{ etc.}$$

Um die bei einer großen Zahl von Vergleichen sich häufenden Fehler zu vermeiden, wird man sowohl größere wie kleinere Strecken vergleichen, z. B. bei einem in mm getheilten Stabe alle dm, alle cm und alle mm; die letzteren wohl nach Nr. 4. Jede größere gemessene Abtheilung wird bei der Rechnung ihren Unterabteilungen gegenüber zunächst als Ganzes behandelt.

Über genauere Methoden s. Thiesen, Carl Rep. 15, 680. 1879; Abh. d. Phys. Techn. Reichsanst. II, 97. 1895; Benoît, Trav. et Mém. du Bureau internat. des poids et mesures II, pag. C 35 ff.; Pernet, ib. 4, 87. 1885.

6. Herstellung von Strichmaßen. Die gewöhnliche Teilmaschine benutzt den auf einer Schraube von bekannter Ganghöhe verschiebbaren Schlitten mit Reifserwerk. Um den „toten Gang“ zu eliminiren, stelle man vor jedem Strich immer

1) Durch Vermittelung der Normalaichungskommissionen sind Normalmaßstäbe zu beziehen.

von derselben Seite ein. Für Holz, Elfenbein und weiches Metall dient der Stahlstichel, sonst der Diamant. Glas pflegt man warm mit einer dünnen Wachsschicht zu überziehen, in welche nach dem Erkalten die Teilung eingetragen wird. Die Striche ätzt man glatt ein durch Flußsäurelösung oder „Diamanttinte“, die man mit dem Pinsel aufträgt, oder matt durch Dämpfe von Flußsäure (aus Flußspatpulver und Schwefelsäure) in einem Bleitroge.

Nach Bunsen kopirt man Teilungen von einem Originalmaßstabe mittels einer langen Stange mit zwei Spitzen. Das Original und der zu teilende Stab werden in dieselbe gerade Linie festgelegt, die eine Spitze wird in die Teilstriche gesetzt, mit der anderen werden kurze Striche gezogen.

II. Kontaktmaßstäbe.

Den gegenseitigen Abstand zweier Endflächen eines Körpers zu messen, dienen zunächst mit geringerer oder größerer Genauigkeit die unter dem Namen Schustermaß, Fühlhebel, Kontaktschraube käuflichen Längen- und Dickenmesser. Man achte auf die Richtigkeit ihres Nullpunktes, bez. bringe die notwendige Korrektur an.

Einen genauen Dickenmesser nach Abbe s. Z. f. Instr. 1892, 310.

7. Sphärometer. Zu feinen Dickenmessungen dient die Schraube im Sphärometer. Diesem in der Konstruktion mannichfaltigen Instrumente liegt als gemeinsames Beobachtungsmittel zu Grunde, daß eine bestimmte Höhe genau erkennbar gemacht ist, auf welche zuerst eine Spitze der vertikal verschiebbaren Meßschraube gebracht wird, alsdann die eine Begrenzung des zu messenden Körpers, während die gegenüberliegende Begrenzung mit derselben Schraubenspitze in Kontakt ist. Im letzteren Falle wird die Schraube um eine Anzahl Umgänge zurückgedreht sein müssen. Die Ganzen werden gezählt oder an dem seitlichen Maßstäbchen abgelesen; Bruchteile liefert die Kreisteilung, die sich mit der Schraube vor einem Index dreht. Die Zahl der Umgänge, mit der Höhe eines Schraubenganges multiplicirt, giebt die Körperdicke. — Drahtdicken u. dgl. werden zwischen Schneiden oder Platten gemessen.

Bei der einfachsten Form des Sphärometers tritt die untere

Spitze der Schraube in Berührung mit der Planfläche, auf welche die drei festen Fußspitzen aufgesetzt werden. Der eingetretene Kontakt wird daran erkannt, daß das Instrument nicht mehr feststeht, sondern um die verstellbare Spitze wackelt oder sich leicht auf derselben drehen läßt. Legt man zwischen Spitze und Unterlage noch eine Glasplatte, deren obere Fläche jetzt die Höhenmarke darstellt, so wird die eintretende Berührung scharf wahrnehmbar durch eine Verschiebung der zwischen der Platte und der Unterlage entstandenen Interferenzstreifen, die bei der Beleuchtung mit Natronlicht besonders deutlich hervortreten.

Oder es ist ein Fühlhebel oder ein Fühlniveau der Gegenstand, mit welchem der Kontakt stattfindet. Man stellt dann stets auf denselben Teilstrich des Zeigers oder auf dasselbe Einspielen der Libellenblase ein.

Die Höhe des Schraubenganges wird mit einem Körper von bekannter Dicke oder nach I, 2 oder 3 bestimmt.

Über die genaue Prüfung von Schrauben vgl. das Bessel'sche Verfahren in Weinstein, Maßbestimmungen, 2, 290. 1888.

Über die Messung eines Krümmungshalbmessers s. 43 I.

Feinere Konstruktionen von Sphärometern nach Mayer und Bamberg s. z. B. bei Czapski, Z. S. f. Instr. 1887, 297.

8. Der Kontaktkomparator für Vergleichung größerer Endmaße hat ebenfalls Fühlhebel oder Fühlniveau, eventuell in Verbindung mit einer Mikrometerschraube. Die Messungsmethoden sind im Princip einfach.

Korrekturen.

9. Temperatur. Die Längen ändern sich mit der Temperatur. Ist β der Ausdehnungskoeffizient eines Stabes (26; Tab. 9), l die Länge bei einer Temperatur t , l' bei t' , so ist $l' = l(1 + \beta(t' - t))$.

Hat man mit einem Maßstabe vom Ausdehnungskoeffizient β_0 und der Normaltemperatur t_0 bei einer Temperatur t eine scheinbare Länge l gefunden, so ist ebenso die wahre Länge $l(1 + \beta_0(t - t_0))$.

Vgl. auch das Beispiel zu 3, I.

10. Luftfeuchtigkeit. Holz und Elfenbein ist in seiner Gestalt auch von der Feuchtigkeit abhängig. Wenig beeinflusst

wird in der Richtung der Faser Ahorn und Fichte, stark dagegen Mahagoni, Eiche und Nufsbaum. Paraffiniren des Holzes (7, 19) schützt gegen Hygroskopie unvollständig, ein Schellacküberzug oder besser Tränken mit Schellack ist wirksamer.

11. Durchbiegung. Die Länge der Axe eines Stabes ändert sich durch mäfsige Durchbiegungen nur wenig. Die Abstände von Punkten auferhalb der Axe können dadurch aber in leicht ersichtlicher Weise vergrößert oder verkleinert werden. Es empfiehlt sich im allgemeinen, einen Mafsstab, wenn er in horizontaler Lage gebraucht wird, in zwei Querschnitten zu stützen, die je um $\frac{2}{9}$ der Länge von den Enden abstehen. Auch die Aufbewahrung geschieht so am besten.

18a. Kathetometer (Dulong und Petit).

Das Kathetometer dient zur Messung von Vertikalabständen. Ein horizontales, um die Vertikale drehbares Fernrohr ist mittels Schlitten an einem vertikalen Mafsstabe verschiebbar. Auf gröfsere Entfernungen ist das Kathetometer wegen der Ungenauigkeit der Einstellung, wegen der Krümmung des Mafsstabes und wegen der grofsen Fehler durch Schwankungen nur mit Mifstrauen zu verwenden. Die Justirung des Instruments geschieht folgendermafsen.

1. Das Fernrohr ist um seine Sehrichtung drehbar: das Fadenkreuz wird so gestellt, dafs bei dieser Drehung der anvisirte Punkt sich nicht gegen das Fadenkreuz verschiebt.

2. Die Kongruenz der beiden Cylinder, in denen das Rohr sich dreht, wird mit der aufzusetzenden Wasserwage konstatiert, welche dieselbe Einstellung zeigen mufs, wenn man das Fernrohr in seinen Lagern umlegt und nun die Libelle in ihrer alten Lage aufsetzt.

3. Die Drehungsaxe des Kathetometers wird vertikal gemacht, indem man die Fufsschrauben so regulirt, dafs die Libelle des Instruments bei der Drehung eine konstante Einstellung gegen ihre Teilung ergiebt. Über die beste Reihenfolge bei der Einstellung der Fufsschrauben und über das Justiren der Libelle selbst vgl. 88.

4. Die vertikale Stellung des Mafsstabes wird hinreichend genau mit einem Senkel erkannt, bezüglich danach regulirt.

5. Die horizontale Richtung der Fernrohraxe erkennt man, da nach Nr. 1 die Sehaxe mit der geometrischen Axe übereinstimmt, und wenn nach Nr. 2 die beiden Lagercylinder des Rohres gleich dick sind, mit der Fernrohrlibelle, die bei dem Umsetzen die frühere Einstellung der Blase auf ihrer Teilung zeigen muß. Oder auch, da nach Nr. 3 die Drehungsaxe vertikal ist: man visirt einen Punkt an, dreht das Instrument um 180° und legt das Fernrohr um; dann muß der vorher anvisirte Punkt dieselbe Höhe gegen das Fadenkreuz zeigen.

6. Dafs der Schlitten und das Fernrohr wirklich die vorausgesetzte Parallelverschiebung haben, erkennt man an der konstanten Einstellung der Libelle. Eventuell hat man, besonders bei gröfserem Abstände der zu messenden Höhe, entweder vor jeder Einstellung die Lage des Fernrohrs auf denselben Stand der Libellenblase zu korrigiren oder man mißt noch einmal mit umgelegtem Fernrohr und um 180° gedrehtem Instrument und nimmt aus beiden Ablesungen das Mittel.

7. Über Temperaturkorrektion siehe 18, 9.

18b. Ophthalmometer (Helmholtz).

Dasselbe dient zur Messung kleiner Abstände. Das Instrument besteht aus zwei gleich dicken, nebeneinander vor dem Objektiv eines Fernrohrs befindlichen Glasplatten, welche sich um eine gemeinsame Axe gleichzeitig um gleiche Winkel, aber gegeneinander drehen lassen. Die Gröfse der Drehung wird an Teilkreisen abgelesen. In der Nullpunktstellung liegen beide Platten in der zur Sehlinie des Fernrohrs senkrechten Ebene.

Man stellt auf die beiden Punkte, deren gegenseitiger Abstand gemessen werden soll, gleichzeitig ein, indem man durch Drehung der Glasplatten die beiden durch die Lichtbrechung in den schrägen Gläsern abgelenkten Bilder zum Zusammenfallen bringt. Der Abstand des Objekts vom Instrument ist ohne Einfluß.

Ist φ der Drehungswinkel aus der Nullstellung,

a die Dicke der Platten,

n das Lichtbrechungsverhältnis der Gläser,

so berechnet man den linearen Abstand e der beiden Punkte

$$e = 2a \cdot \sin \varphi \frac{\sqrt{(n^2 - \sin^2 \varphi)} - \cos \varphi}{\sqrt{(n^2 - \sin^2 \varphi)}}$$

Die Konstanten des Ophthalmometers $2a$ und n kann man entweder einzeln direkt an den herausgenommenen Glasplatten bestimmen (18, insbesondere 18, 7 bez. 39a und 40 II); oder besser, man stellt auf einige Abstände einer mm-Teilung ein, mindestens natürlich auf zwei. Wenn auf mehrere, so ermittelt man $2a$ und n nach der Methode der kleinsten Quadrate (3 III und IV).

Insofern man keine vollkommene Symmetrie des Instrumentes voraussetzen kann, ist es gut, jede Messung zweimal, mit entgegengesetzten Neigungen der Glasplatten auszuführen und aus den beobachteten φ das Mittel zu nehmen.

19. Bestimmung eines Hohlvolumens durch Auswägen.

Käufliche Mefßgefäße sind oft sehr unrichtig¹⁾, Gewichtsätze viel zuverlässiger. Man bestimmt oder kontrolirt ein Volumen durch Auswägen mit Wasser oder Quecksilber, bei genaueren Bestimmungen durch Doppelwägung (11).

Die füllende Flüssigkeit zeige in der Luft das Nettogewicht m gr; dann ist das Volumen in cbcm

$$v = \frac{m}{s} \left(1 + \frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma} \right),$$

wenn s , σ und λ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, der Gewichtstücke und der Luft (0,0012; Tab. 6 und 15) bedeuten; vgl. 11 II und Tab. 8.

Für Wasser siehe s in Tab. 4. Für Wasser mit Messinggewichten gewogen ist hinreichend genau $\frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma} = 0,00106$ (S. 50), und man kann einfach rechnen $v = m(2,00106 - s)$. Ein von der Wage angegebenes Gramm Wasser von 15° entspricht dem Volumen 1,0019 cbcm. Für andere Temperaturen findet man die Zahlen, alle auf das Glasvolumen bei 15° reducirt, in dem zweiten Teil von Tab. 4.

Für Quecksilber von der Temperatur t ist die Dichtigkeit $s = 13,596(1 - 0,000181t)$ und $\frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma} = -0,000055$.

Ein „Gramm“ Quecksilber von 15° hat das Volumen 0,07375 cbcm.

1) Die Glasbläser pflegten bisher das cbcm von dem scheinbaren Gewicht des Wassers von 15° in Luft abzuleiten. Dadurch wird das Liter um 1,9 cbcm zu groß!

Über Reinigung des Quecksilbers s. 7, 1; Genauerer über die Ausdehnung des Quecksilbers in 24.

Soll das Volumen des Gefäßes von der Beobachtungstemperatur t auf eine andere t_0 umgerechnet werden, so ist

$$v_0 = v(1 + 3\beta(t_0 - t)),$$

wenn β den linearen Ausdehnungskoeffizient (Tab. 9) des Gefäßes bedeutet. Für gewöhnliches Glas im Mittel $3\beta = 1/40000$.

Bei Gefäßen zur Volummessung mittels Ausgufs rechnet man natürlich das Gewicht des benetzten Gefäßes ab. Sorgfältig konstante Behandlung bezüglich der Art und Dauer des Abtropfens oder Ausblasens ist nötig, wenn dieser Gebrauch genaue Resultate geben soll.

Den Einfluß des Flüssigkeitsmeniskus eliminiert man thunlichst, indem man immer in gleicher Weise abliest und zwar in der Regel am besten in der den Meniskus berührenden Horizontalebene. Das zur Vermeidung der Parallaxe notwendige Visiren in einer und derselben Richtung wird durch ein Fernrohr erreicht, welches an einer vertikalen Stange verschiebbar ist; oder einfacher, indem man stets einen und denselben fernen Punkt als Augenpunkt nimmt.

Kalibrierung eines Gefäßes mit Quecksilber. Die konstante und bekannte Quecksilberfüllung (spec. Gewicht s. vor. S. oder 19a) eines oben abgeschliffenen, mit einer Platte bedeckten kleinen Gefäßes, etwa eines unten geschlossenen Glasröhrchens wird wiederholt in das zu kalibrierende Gefäß eingegossen und darin der Stand des Quecksilbers jedesmal abgelesen. Der Einfluß des Meniskus läßt sich ermitteln, indem man eine verdünnte Lösung von Sublimat auf das abgelesene Quecksilber aufgießt, wodurch dessen Oberfläche sich abflacht. (Bunsen, gasometrische Methoden.)

19a. Kalibrierung einer engen Glasröhre.

Das gereinigte und durch einen Luftstrom gut ausgetrocknete Rohr wird horizontal über einen Maßstab (mit Spiegel zur Vermeidung der Parallaxe) gelegt und ein Faden von reinem Quecksilber eingebracht, den man verschieben kann. Letzteres geschieht durch Neigen und Klopfen, oder mittels eines Stückchens Kautschukschlauch am Rohre; man verschleift

das Ende des Schlauches mit der einen Hand und kann nun mit der andern Hand durch Luftdruck oder auch, wenn man den Schlauch vorher gedrückt hatte, durch Saugen, den Faden vor- oder rückwärts bewegen.

Um die Röhre in gleiche Volumina abzuteilen, bringt man den Faden in nahe aneinander schließende Lagen und notirt seine Längen, denen dann gleiche Volumina entsprechen. Bei der Einteilung in viele Unterabteilungen häufen sich die Ablesefehler. Es ist in diesem Falle besser, Beobachtungen mit größeren und kleineren Fäden zu kombinieren. Um z. B. in 25 Teile zu teilen, mag man zuerst mit einem Faden von $\frac{1}{5}$ der Rohrlänge messen und die entstandenen Abteilungen dann mit einem 5mal kleineren Faden teilen.

Die Resultate wird man in einer Tabelle oder in einer Kurve auf Koordinatenpapier darstellen und für zwischenliegende Querschnitte die Werte interpolieren.

Über feinere Kalibrierungsmethoden vgl. Marek, Carl Rep. 15, 300. 1879; Benoît, Trav. et Mém. du Bureau internat. des Poids et Mes. 2, 35.

Absolutes Kaliber. Eine Quecksilbermasse von m mg (11 und 19) hat bei der Temperatur t das Volumen $v = m(1 + 0,000181t)/13,596 = m(1 + 0,000181t) \cdot 0,07355$ cmm. Der mittlere Querschnitt q der gemessenen Strecke beträgt, wenn l mm die Länge des Fadens ist, $q = v/l$ qmm.

Der Halbmesser r einer kreisförmigen Röhre wird natürlich als $r = \sqrt{(q/\pi)}$ gefunden.

Meniskus. Wegen der Krümmung der Endflächen wird die Quecksilbermenge, also auch der oben berechnete Querschnitt zu klein sein, wenn man l zwischen den Kuppen der Menisken gemessen hat. Unter der für enge Röhren gestatteten Annahme, daß die Endflächen Kugelkappen sind, berechnet man den mittleren Querschnitt

$$q = \frac{1}{l - \frac{1}{2}(h+h')} \left[m(1 + 0,000181 \cdot t) \cdot 0,07355 - \pi \frac{h^3 + h'^3}{6} \right].$$

h und h' sind die Höhen der beiden Menisken.

Querschnitt aus der Wägung eines Rohres. Hat ein Kreisrohr vom äußeren Durchmesser R , der Länge l und dem spezifischen Gewicht s der Rohrschubstanz das Gewicht m , so ist der innere Querschnitt $= R^2\pi - m/ls$. Für dünnwandige Röhren

ist dieses Verfahren brauchbar. s bestimmt man oder setzt für gewöhnliches Glas $s = 2,5$.

Optische Bestimmung des inneren Durchmessers. Sieht man aus einiger Entfernung auf das Rohr, so ist der scheinbare innere Durchmesser gleich dem wirklichen multipliziert mit dem Lichtbrechungsverhältnis des Rohres (Fig.) vorausgesetzt, daß die innere und die äußere Rundung des Rohres kreisförmig ist. Bei gewöhnlichem Glase also beträgt der wirkliche innere Durchmesser $\frac{2}{3}$ von dem scheinbaren. So kann man mit einem vorgehaltenen Maßstab genähert oder mit dem Ophthalmometer (18b) genauer den Durchmesser von außen bestimmen. Um nicht durch Reflexe getäuscht zu werden, halte man das Rohr vor eine gleichmäßig erhellte Fläche. Röhren, deren Durchmesser-Verhältnis kleiner als $\frac{3}{2}$ ist, kann man natürlich so nicht messen.



Aus der kapillaren Steighöhe. Steigt eine Flüssigkeit vom spezifischen Gewichte s und der Kapillarkonstante α (Wasser 7,8, Alkohol $2,3 \frac{mg}{mm}$) in dem gut benetzten Rohre um die Höhe H an, so ist der Halbmesser des Rohres $r = 2\alpha/Hs$. Vgl. 37b.

Temperatur. Für 1° wächst für gewöhnliches Glas ein Durchmesser um $\frac{1}{120000}$, ein Querschnitt um $\frac{1}{60000}$.

19b. Schwerbeschleunigung. Länge des Sekundenpendels.

Schwerbeschleunigung g ist die Zunahme der Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers in 1 sec. Dieselbe beträgt im Mittel für 45° 980,6 und für die geographische Breite φ und die Höhe H Meter über dem Meere (Tab. 8a)

$$g = 980,6(1 - 0,0026 \cdot \cos 2\varphi - 0,0000002 \cdot H) \text{ cm/sec}^2.$$

Die lokalen Abweichungen von dem so berechneten Werte dürften innerhalb 0,2 cm bleiben.

Bestimmung mit dem Pendel. Es wird im allgemeinen nicht leicht sein, g genauer zu bestimmen, als es aus der Formel berechnet wird. Als Übungsaufgabe soll die Messung mit einem Fadenpendel beschrieben werden. Eine gut abgedrehte, möglichst schwere Kugel von etwa 2 cm Durchmesser hänge an einem thunlichst leichten und weichen Faden über eine Schneide

bereits eine so lange Zeit, daß eine konstante Pendellänge entstanden ist. Diese Länge l sei gezählt von der Schneide bis zum Mittelpunkt der Kugel, sie wird also mit einem spiegelnden Maßstab (18, 1) oder mit dem Kathetometer (18a) gemessen als das arithmetische Mittel aus den Abständen bis zum obersten und dem untersten Punkte der Kugel.

Schwingungsdauer τ . Finden in t sec k Schwingungen statt, so ist $\tau = t/k$. Wenn die Länge zwischen 99 und 100 cm gewählt wird, so kommt die Dauer der Sekunde nahe, und man beobachtet nach der Methode der Koincidenzen. Liegt zwischen zwei auf einander folgenden Koincidenzen der Pendelschwingung mit einer vollen Sekunde eine Zeit $= n$ sec, so ist

$$\tau = \frac{n}{n-1} \quad \text{oder} \quad \tau = \frac{n}{n+1},$$

je nachdem das Pendel hinter der Uhr zurückbleibt oder ihr vorausseilt. Die Koincidenz wird mit dem Auge beurteilt oder nach dem Gehör auf die Umkehr des Pendels oder auf seinen Durchgang durch die Mitte bezogen. Eine gröfsere Beobachtungsreihe kann man nach § II berechnen, wenn die Amplitude klein oder wenig veränderlich war.

Korrekturen der beobachteten Schwingungsdauer τ . 1) Amplitude. Dieselbe sei $= \alpha$. Korrektur $= -\tau \cdot \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{4} \alpha$. Für α wird meistens das Mittel aus einer Beobachtung zu Anfang und zum Schluss genügen. Vgl. auch § 2.

2) Trägheitsmoment der Kugel. Eine punktförmige Masse würde rascher schwingen als die Kugel vom Radius r . Korrektur $= -\tau \cdot \frac{1}{2} r^2/l^2$.

3) Faden. Der mitschwingende Faden hat die Schwingungsdauer der Kugel allein vermindert. Korrektur $= +\tau \cdot \frac{1}{2} \mu/m$, wenn μ und m die Masse des Fadens und der Kugel.

Beweis. Ein Pendel mit punktförmiger Masse von der Länge l würde haben $\tau_0 = \pi \sqrt{l/g}$. Unser Pendel, wenn K sein Trägheitsmoment (§ 4), D die Direktionskraft ist (Anh. 9), hat (Anh. 10)

$$\begin{aligned} \tau &= \pi \sqrt{\frac{K}{D}} = \pi \sqrt{\frac{ml^2 + \frac{2}{3}mr^2 + \frac{1}{2}\mu l^2}{g(ml + \frac{1}{2}\mu l)}} \\ &= \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{\frac{1 + \frac{2}{3}r^2/l^2 + \frac{1}{2}\mu/m}{1 + \frac{1}{2}\mu/m}} = \tau_0 \sqrt{1 + \dots} \end{aligned}$$

Anwendung der Näherungsformeln S. 9 ergibt leicht die Korrekturen 2 und 3.

4) Auftrieb in der Luft. Die Schwere der Kugel wäre im leeren Raum im Verhältnis $1 + \lambda/s$ größer gewesen, wenn λ und s die Dichtigkeit der Luft (15) und der Kugel (Tab. 1). Korrektur der Schwingungsdauer $= -\tau \cdot \frac{1}{2} \lambda/s$.

5) Inhomogenität der Kugel. Man hängt dieselbe, oben und unten vertauscht, um, beobachtet wieder und nimmt das Mittel.

Nicht berücksichtigt sind Fadensteifheit und mitschwingende Luftmasse.

Die korrigierte Schwingungsdauer heiße τ_0 , dann ist $g = \pi^2 l / \tau_0^2$. Die Länge l_s des Sekundenpendels würde sein $l_s = l / \tau_0^2$.