Leitfaden der praktischen Physik

Kohlrausch, Friedrich

Leipzig [u.a.], 1896

Das absolute Maßsystem

urn:nbn:at:at-ubi:2-6036

Das absolute Maſssystem.

Als Einheit für die Messung einer Gröſse genügt jede unveränderliche Gröſse derselben Art, z. B. für Länge oder Masse ein aufbewahrtes Grundmaſs; für viele Gröſsen ist aber die Aufbewahrung eines Grundmaſses unmöglich. Solche Gröſsen führt man daher mittels geometrischer, kinematischer und physikalischer Beziehungen auf andere zurück, z. B. eine Geschwindigkeit auf Länge und Zeit, eine Wärmemenge auf die äquivalente Arbeit oder auf den Temperaturgrad und das Wasser, eine Elektricitätsmenge auf die von ihr auf eine andere Menge ausgeübte Kraft. In dieser Weise aufgestellte Maſse heiſsen „abgeleitete" Einheiten.

Der Ersatz von Grundmaſsen durch abgeleitete bietet nicht nur den Vorteil, daſs die Anzahl der willkürlichen Einheiten dadurch eingeschränkt wird, sondern er dient zugleich dazu, dem mathematischen oder physischen Gesetz, welches zu der Definition der Einheit benutzt wird, eine möglichst einfache Gestalt zu geben. Jede Ableitung einer Einheit läſst sich benutzen, um die „Konstante", welche in einem Gesetz die verschiedenen Gröſsenarten verbindet und deren Zahlenwert eben von den Einheiten abhängt, auf den bequemsten Zahlenwert zu bringen.

Der durch einen bewegten Körper zurückgelegte Weg l ist der Geschwindigkeit u und der Zeit t proportional, also $l = \text{Konst.}\, ut$, wo der Zahlenwert Konst. von den Einheiten abhängt. Würde man als Geschwindigkeits-Einheit die Fall-Geschwindigkeit g am Ende der ersten Sekunde annehmen, so wäre Konst. $= g$. Setzt man aber als Einheit die Geschwindigkeit, bei welcher in der Zeit Eins der Weg Eins zurückgelegt wird, so ist Konst. $= 1$, und das Gesetz erhält die einfachste Gestalt $l = ut$.

Das System der abgeleiteten Einheiten ist zuerst für die elektrischen und magnetischen Gröſsen entwickelt worden, weil für die meisten von diesen die Aufbewahrung von Grundmaſsen

28*

unmöglich ist. Gauſs und Weber führten diese Gröſsen auf Länge, Masse und Zeit zurück. In dieser Weise abgeleitete Einheiten nennt man speciell absolute Maſse.[1])

Die Wahl der Grundmaſse für Länge, Masse und Zeit ist zunächst willkürlich. Wenn aber als Dichtigkeits-Einheit diejenige des Wassers genommen wird, so enthält die Volum-Einheit des Wassers die Massen-Einheit. Dann gehören also notwendig zusammen: mm, mg; cm, g; dm, kg; m, Tonne.[2])

In dem absoluten oder „dynamischen" Maſssystem wird die Masse von 1 cm^3 Wasser als Gramm bezeichnet, während der populäre Sprachgebrauch unter Gramm u. s. w. meistens Gewichte versteht. Z. B. also ist das Trägheitsmoment eines kleinen Körpers von m mg oder gr im Abstande a mm oder cm von einer Drehungsaxe im absoluten Maſssystem $= a^2 m$ und nicht etwa $= a^2 m/g$ zu setzen. Dagegen ist das Gewicht dieses Körpers $= gm$ und also das Drehungsmoment, welches er durch die Schwere im Horizontalabstande a von der Drehungsaxe ausübt, $= agm$; unter g die Schwerbeschleunigung verstanden. Um Zweideutigkeit zu vermeiden, sollte in dem „statischen" Maſssystem, welches das Gramm als Kraft nimmt, der Ausdruck Gramm-Gewicht gebraucht werden.

Eine auf cm, gr als Masseneinheit und sec zurückgeführte Einheit wird kurz als [cm-g-sec]- oder [C-G-S]-Einheit bezeichnet.

Gauſs hatte in seinem ersten diesbezüglichen Aufsatz (Erdmagnetismus und Magnetometer, Schumacher's Jahrbuch 1836; Gauſs' Werke Bd. 5, S. 329) den Magnetismus mittels des Grammes als Kraft-Einheit definirt und ist erst später zu der Auffassung des Grammes als Masse übergegangen. Zweifellos war dieser für die Physik und Technik so bedeutsam gewordene Schritt gerechtfertigt.

Denn da das Gewicht eines Körpers schlechthin ganz unbestimmt und selbst an der Erdoberfläche um $1/2$ Procent veränderlich ist, so kann man nicht das Gewicht irgend eines Körpers als Gewichtseinheit auf-

1) Der Name „absolut" stammt von der erdmagnetischen Intensität. Im Gegensatze zu der früher üblichen nur relativen Messung gab Gauſs in seiner *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata* eine auf Länge, Masse und Zeit zurückgeführte absolute Einheit für die Intensität.

2) Das gesetzlich festgelegte Kilogramm ist nach Mendeléeff gleich der Masse von 1000,15 ccm Wasser von 4°.

stellen. Es wäre auch verkehrt, als Gewichtseinheit das Gewicht von 1 cm^3 Wasser unter 45° Breite zu wählen, denn dann müſsten die Gewichtsätze für jede geographische Breite besonders angefertigt werden. Was man mit dem Namen „Gewichtsatz" bezeichnet, ist eben nichts anderes als ein Massensatz; und eine Wägung mit der gewöhnlichen Wage ist keine Gewichts-, sondern eine Massenbestimmung. Diese bildet auch in der That fast immer den Zweck der Wägung. Dem Chemiker, dem Kaufmann, dem Arzte ist es nicht um den Druck der Körper auf ihre Unterlage zu thun, sondern um deren Masse, denn durch diese wird die chemische Wirksamkeit, der Geld- oder der Nahrungswert u. s. w. bedingt.

Innerhalb der Physik ist die Auffassung des Grammes etc. als Masse jetzt gröſstenteils durchgeführt. Der an einzelnen Punkten (Elasticität, Kapillarität etc.) noch bestehende alte Sprachgebrauch, der allerdings praktisch bequem ist, wird nach und nach verschwinden. Was die Ausdrücke specifisches Gewicht und Dichtigkeit betrifft, so gehört der erstere in das statische, der letztere in das dynamische Maſssystem. Zahlenmäſsig führen beide Begriffe auf das nämliche hinaus, denn beide Systeme nehmen das Wasser als Einheit.

Dimensionen. Die Gröſsen stellen sich im absoluten Maſssystem als Funktionen von Länge $[l]$, Masse $[m]$ und Zeit $[t]$ dar, z. B. eine Geschwindigkeit als Länge: Zeit, ein Volumen als Länge³, eine Kraft als Länge $\times$ Masse: Zeit². Diese Ausdrücke sollen in steilen Klammern angegeben werden, also für Geschwindigkeit $[lt^{-1}]$, für Volumen $[l^3]$, für Kraft $[lmt^{-2}]$ etc. Der Exponent von l, m oder t heiſst die „Dimension" der Gröſsenart bezüglich Länge, Masse oder Zeit. Siehe Tab. 28.

Der Begriff der „Dimension", welchen bereits Fourier aufgestellt hat, dessen sehr nützliche Einführung in das Meſswesen sich an Maxwell und Jenkin anschlieſst, rechtfertigt sich durch folgende Erwägung. Eine Gleichung sagt aus, daſs ihre linke und rechte Seite nicht nur ihrem Zahlenwerte, sondern auch ihrer Gröſsenart nach gleich sind. Man kann nicht 1 Glas Wasser = 1 Glas Wein setzen; bei der Anwendung des = Zeichens müssen nicht nur die Gläser gleich groſs sein, sondern es müssen entweder beide Wasser oder beide Wein enthalten.

Drückt man nun z. B. das Galilei'sche Gesetz so aus: empfängt eine Masse m in einer Zeit t eine Geschwindigkeit u, so wirkt auf die Masse eine Kraft $k = m \cdot u/t$, so heiſst dies nicht nur, daſs k und mu/t numerisch gleich sind, sondern daſs k Krafteinheiten gleich sind m Masseneinheiten, mal u Geschwindigkeitseinheiten, durch t Zeiteinheiten, und die Forderung der Gleichheit bezieht sich auch auf die Faktoren, welche zu den Zahlenwerten links und rechts als Benennung hinzutreten; es muſs also sein

$$\text{Krafteinheit} = \frac{\text{Masseneinheit} \times \text{Geschwindigkeitseinheit}}{\text{Zeiteinheit}}.$$

Ebenso hat man bei der Zurückführung der Geschwindigkeit auf Länge und Zeit erhalten

$$\text{Geschwindigkeitseinheit} = \text{Längeneinheit} : \text{Zeiteinheit},$$

so daſs man anstatt des obigen auch sagen kann

$$\text{Krafteinheit} = \frac{\text{Masseneinheit} \times \text{Längeneinheit}}{(\text{Zeiteinheit})^2},$$

oder, die Einheiten durch geklammerte Buchstaben bezeichnet,

$$[k] = [m] \cdot [l] \cdot [t]^{-2} = [m]^1 \cdot [l]^1 \cdot [t]^{-2}.$$

In ohne weiteres verständlichen Worten drückt man dies so aus: Die Krafteinheit hat bezüglich der Massen- und Längeneinheit die Dimension 1, bezüglich der Zeiteinheit die Dimension -2.

Es steht auch frei, zu sagen, eine Kraft hat bezüglich Länge, Masse und Zeit die Dimensionen 1, 1 und -2, oder in einer Gleichung ausgedrückt, wobei die Klammern andeuten sollen, daſs man nur die Gröſsenarten in's Auge faſst, $[k] = [l m t^{-2}]$.

Es ist zu beachten, daſs dieselbe Gröſsenart verschiedene Dimensionen erhält, je nachdem man ihre Einheit von dem einen oder dem anderen Naturgesetz ableitet, also z. B. die Elektricitätseinheit aus dem Coulombschen Gesetz im elektrostatischen, oder aus der Wechselwirkung zwischen Elektricität und Magnetismus im elektromagnetischen Maſssystem. Die Vergleichung der Dimensionen führt in diesem Falle zu einer Rechtfertigung des Begriffs der „kritischen Geschwindigkeit“, eines Fundamentes der elektromagnetischen Lichttheorie.

Die Berechtigung und den groſsen Nutzen der „Dimensionen“ zu leugnen ist nicht statthaft.

Die Dimension ist ein sehr brauchbares Prüfungsmittel von Formeln auf eine Eigenschaft, welche bei einer richtigen Formel immer vorhanden sein muſs, nämlich auf ihre Homogenität. Wenn man nämlich die in der Formel vorkommenden Gröſsenarten durch ihre Dimensionen aus einem bestimmten Maſssystem ersetzt, so muſs links und rechts dasselbe entstehen.

Z. B. ist die von einem elektrischen Strome i, dessen Potentialdifferenz in einem Leiter $= E$ ist, in der Zeit t verrichtete Arbeit $Q = Eit$. Die Dimensionen (Tab. 28) aus dem elektromagn. System eingesetzt, erhält man $Eit = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}] \cdot [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}] \cdot [t] = [l^2 m t^{-2}]$; aus dem elektrostatischen System $[l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}] \cdot [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}] \cdot [t] = [l^2 m t^{-2}]$, also in beiden Fällen die Dimension einer Arbeit (vgl. Nr. 7). — Ferner hängt die Schwingungsdauer t einer Masse vom Trägheitsmoment K mit der Direktionskraft D durch die Gleichung zusammen $t^2 : \pi^2 = K : D$. Setzt man nach 10 $K = [l^2 m]$ und nach 9 $D = [l^2 m t^{-2}]$ ein, so entsteht rechts $[l^2 m] : [l^2 m t^{-2}] = [t^2]$, wie es sein muſs, da π eine reine Zahl ist.

Die Dimension ermöglicht ferner den einfachen Übergang von einer Gruppe von Grundeinheiten, etwa mm, mg, zu einer anderen, etwa cm, gr. Denn wenn eine Grundgröſse in der abgeleiteten Gröſse auf der p^{ten} Potenz vorkommt, so ändert sich der Wert der abgeleiteten Einheit im Verhältnis n^p, sobald die Grundeinheit im Verhältnis n geändert wird. Der Zahlenwert der Gröſse ändert sich hierdurch also im Verhältnis n^{-p}.

Die Zahl, welche eine Geschwindigkeit l/t darstellt, wird bei dem Übergang von mm zu cm im Verhältnis 10^{-1} geändert, beim Übergang von Sekunde zu Minute im Verhältnis 60^{+1}. Die Zahl für eine Kraft $[lm/t^2]$, wenn wir von mm-mg zu cm-gr übergehen, ändert sich im Verhältnis $10^{-1} \cdot 1000^{-1} = 1/10000$ (Tab. 28).

Auch für das von der British Association ausgegangene „praktische" elektromagnetische Maſssystem, welches mit den Benennungen Ohm, Ampere, Volt, Farad etc. Einheiten für Widerstand, Stromstärke, Spannung, Kapacität etc. enthält, gibt es ein System von Grundeinheiten, nämlich, auſser der Sekunde als Zeiteinheit, den Erdquadranten $= 10^9$ cm als Längeneinheit und 10^{-11} g als Masseneinheit. Stellt eine abgeleitete Gröſsenart sich dar als $[l^\lambda \cdot m^\mu \cdot t^\tau]$, so ist also die Einheit im „praktischen" Maſssystem im Verhältnis $10^{9\lambda} \cdot 10^{-11\mu}$ gröſser als im [C-G-S]-System.

Z. B. ist eine Stromstärke $= [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}]$; also die Einheit Ampere $= 10^{9/2} \cdot 10^{-11/2} = 10^{-1}$ [C-G-S]-Stromeinheiten (vgl. Nr. 19). Die Arbeitseinheit 1 Volt-Ampere-Sek. oder Watt-Sek. $= [l^2 m t^{-2}]$ ist gleich $10^{18} \cdot 10^{-11} = 10^7$ [C-G-S]-Arbeitseinheiten.

Die Vorsätze Mega- oder Mikro- (z. B. Megohm oder Mikrofarad) bedeuten 10^6mal gröſsere oder kleinere Einheiten.

Maſse aus Raum und Zeit.

1. **Fläche** $f = [l^2]$. Einheit ist das Quadrat über der Längeneinheit.

2. **Raum** $v = [l^3]$. Einheit ist der Würfel über der Längeneinheit.

3. **Winkel** φ. Ein Winkel wird in der Mechanik gleich dem zugehörigen Kreisbogen, geteilt durch den Halbmesser, gesetzt. Ein kleiner Winkel ist also seinem Sinus oder seiner Tangente numerisch gleich; derjenige Winkel ist gleich Eins, dessen Bogen gleich dem Halbmesser ist. Dimension $= l/l = 1$ (d. h. von den Grundeinheiten unabhängig).

4. **Geschwindigkeit** $u = [lt^{-1}]$. Geschwindigkeit ist der zurückgelegte Weg, geteilt durch die zum Zurücklegen gebrauchte

Zeit. Die Geschwindigkeit Eins besitzt ein Punkt, der in der Zeiteinheit die Länge Eins zurücklegt.

Die Winkelgeschwindigkeit bei einer Drehung wird ebenso aus dem von einem Radius in der Zeiteinheit zurückgelegten Winkel erhalten. Dim $= [t^{-1}]$.

5. **Beschleunigung** $b = [l t^{-2}]$. Wächst die Geschwindigkeit in der Zeit t um die Gröſse u, so besitzt das bewegte Ding eine Beschleunigung $b = u/t$. Einheit ist diejenige Beschleunigung, bei welcher die Geschwindigkeit in der Zeiteinheit um Eins wächst.

Die Fallbeschleunigung beträgt 980,6 cm/sec^2 oder 9,806 m/sec^2 oder $9{,}806 \cdot 60^2 = 35302$ m/min^2.

Mechanische Maſse.

5a. **Dichtigkeit** $s = [l^{-3} m]$. Die Einheit besitzt ein Körper, der im Volumen Eins die Masse Eins hat.

6. **Kraft** $k = [l m t^{-2}]$. Das Grundgesetz der Mechanik sagt, daſs eine Kraft k, welche einer Masse m in der Zeit t eine Geschwindigkeit u erteilt, mit den Gröſsen m und u im direkten, aber mit t im umgekehrten Verhältnis steht; also $k = C \cdot um/t$. Soll die Konstante $C = 1$ werden, so muſs für u, t und $m = 1$ auch $k = 1$ sein: Einheit der Kraft ist diejenige Kraft, welche der Masse Eins in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit Eins mitteilt.

Die durch die Anziehung der Erde auf 1 mg ausgeübte Kraft beträgt hiernach 9806 mm·mg·sec^{-2} oder 0,9806 cm·g·sec^{-2}. Die [C-G-S]-Krafteinheit oder „Dyne" (Clausius) ist also ein wenig gröſser als die Anziehung der Erde auf 1 mg.

6a. **Druck** $d = [l^{-1} m t^{-2}]$. Sind Kräfte gleichmäſsig über eine Fläche verteilt, so nennt man Druck die auf die Flächeneinheit (senkrecht) wirkende Kraft. Eine Flüssigkeit von der Dichtigkeit s übt in der Tiefe h cm unter der ebenen Oberfläche den Druck ghs cm^{-1}g sec^{-2} oder Dyne/cm^2 aus, wo für 45^0 Breite $g = 980{,}6$ ist.

Der Druck von 1 cm Quecksilber ist $= 13{,}596 \cdot 980{,}6 = 13332$ und 1 Atm $= 76 \cdot 13332 = 1013200$ Dyne/cm^2.

7. **Arbeit, Energie, Lebendige Kraft, Wärmemenge** $Q = [l^2 m t^{-2}]$. Wenn der Angriffspunkt einer Kraft sich in ihrer Richtung verschiebt, so ist die von der Kraft geleistete Arbeit gleich Kraft $\times$ Weg,

$Q = k \cdot l$. Sind Weg und Kraft um den Winkel φ gegeneinander geneigt, so ist $Q = k \cdot l \cdot \cos\varphi$.

Arbeitsfähigkeit oder Potentialenergie eines Körpers oder eines Systemes ist die Summe von Arbeiten, welche der Körper oder das System durch Verschiebung unter dem Einflufs der wirkenden Kräfte leisten kann.

Gleichwertig mit Arbeit ist die lebendige Kraft, Bewegungs- oder kinetische Energie $\frac{1}{2}mu^2$ einer Masse m, welche eine Geschwindigkeit u besitzt.

Wärmemenge Eins ist diejenige Wärmemenge, welche der Arbeitseinheit äquivalent ist.

[C-G-S]-Einheit der Arbeit ist die cm-Dyne oder das „Erg" (nach Clausius), geleistet durch die Verschiebung um 1 cm des Angriffspunktes einer Dyne in ihrer Richtung. — Durch Hebung von 1 kg um 1 m (Kilogr.-meter der Technik) wird die Arbeit $1000 \cdot 980{,}6 \cdot 100 = 98060000$ Erg geleistet. — Die Wasser-gr-Calorie, welche der Hubarbeit 427 gr-Gew. $\times$ m äquivalent ist, ist $= 427 \cdot 980{,}6 \cdot 100 = 41900000\ \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$. — Eine Volumvermehrung $v\,\text{cm}^3$ unter dem konstanten Druck von p cm Quecksilber leistet die Arbeit $v \cdot p \cdot 13332$ (vgl. unter 6a); wenn $p = 1$ Atm ist, $v \cdot 1013200$ Erg.

Arbeit bei der Wärmeausdehnung eines Gases. Ein Gasvolumen v werde bei konstantem Druck d von der absoluten Temperatur T auf $T+1$ erwärmt. Die Ausdehnung ist $= v/T$, die äufsere Arbeit also $= d \cdot v/T$, nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze für eine gegebene Gasmenge eine konstante Gröfse, die man für 1 g eines Gases mit R und mit dem Namen Konstante des Gases bezeichnet. Es ist also $R = d/(sT)$, wenn s die Dichtigkeit des Gases (Tab. 1) ist, für Luft z. B. $R = 1013200/(0{,}001293 \cdot 273) = 2870000\ \text{cm}^2\text{g}/\text{sec}^2$.

Arbeit bei der Vergasung. 1 gr-Molekel jedes vollkommenen Gases oder Dampfes (z. B. 32 g Sauerstoff oder 2,01 g Wasserstoff) hat bei 0° und 1 Atm das Volumen 22400 cm³, bei der abs. Temp. T und dem Drucke d [C-G-S] also $22400 \cdot 1013200/d \cdot T/273 = 83100000\,T/d\ \text{cm}^3$ (Avogadro'sches Gesetz). Die bei der Vergasung unter konstantem Druck bei der Temperatur T geleistete äufsere Arbeit beträgt also $831 \cdot 10^5 \cdot T$ Erg, und die hierzu bei der Temperatur T verbrauchte äufsere Wärmemenge ist also $831 \cdot 10^5\,T/(419 \cdot 10^5) = 1{,}98 \cdot T$ also nahe $2 \cdot T$ Wasser-g-Cal.

Zweiter Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie (Clausius). Ein Körper oder ein System von Körpern durchlaufe einen vollkommenen (umkehrbaren) thermodynamischen Kreisprocefs. Er nehme dabei die in Arbeitsmafs ausgedrückte Wärmemenge Q bei der abs. Temperatur T auf und gebe Q' bei T' ab. Dann ist erstens $Q - Q'$ die geleistete äufsere Arbeit oder die, in Arbeitsmafs ausgedrückte, in Arbeit umgesetzte Wärmemenge; zweitens gilt

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{T}{T'} \quad \text{oder} \quad \frac{Q - Q'}{Q} = \frac{T - T'}{T} \quad \text{(Carnot'scher Satz).}$$

Lösungen. Die moderne Lösungstheorie beruht auf der Annahme (van't Hoff), daſs der osmotische Druck des gelösten Körpers (z. B. auf eine nur für das Lösungsmittel durchlässige Wand) dem Avogadro'schen Gesetze folgt. Hieraus ergibt sich z. B. das Gesetz der Gefrierpunkts-Erniedrigung einer Lösung etwa folgendermaſsen. Der Gefrierpunkt des Lösungsmittels sei $= T$, derjenige einer (verdünnten) Lösung von m gr-Mol. in 1 g des Lösungsmittels $= T'$. Man kann sich einen Kreisproceſs denken, bei welchem 1 g Lösungsmittel durch Zufuhr der Wärmemenge $\varkappa$ (Schmelzwärme) bei T geschmolzen und dann die obige Menge m des Körpers gelöst wird, wobei durch den osmotischen Druck die Arbeit $m \cdot 831 \cdot 10^5 T$ Erg geleistet d. h. die Wärmemenge $m \cdot 1{,}98\, T$ gr-Cal. in äuſsere Arbeit umgesetzt werden kann. Das Lösungsmittel läſst man dann bei der Temperatur T' wieder ausfrieren, wobei der Körper herausfällt. Hierauf den zweiten Hauptsatz angewandt, erhält man $m \cdot 1{,}98\, T/\varkappa = (T - T')/T$, oder die Erniedrigung $T - T' = m \cdot 1{,}98\, T^2/\varkappa$ (vgl. S. 122, wo aber 1000 g anstatt 1 g Lösungsmittel eingesetzt sind und infolge dessen 0,00198 kommt).

Ähnlich wird die Siedepunktserhöhung verdünnter Lösungen abgeleitet.

7a. Leistung $[l^2 m t^{-3}]$ gleich Arbeit in der Zeiteinheit.

1 Erg/sec $= 1020 \cdot 10^{-11}$ Kg-Gew. m/sec $= 136 \cdot 10^{-12}$ Pferdestärke.

8. Drehmoment $P = [l^2 m t^{-2}]$. Dasselbe ist gleich dem Produkt aus einer Kraft k in ihren Hebelarm l, $P = k \cdot l$.

9. Direktionskraft $D = [l^2 m t^{-2}]$. Dieselbe miſst die Stabilität der Gleichgewichtslage eines um eine Axe drehbaren Körpers. Ablenkung des Körpers um den kleinen Winkel φ erzeugt ein mit φ proportionales Drehmoment P. Das konstante Verhältnis $P/\varphi = D$ heiſst die auf den Körper ausgeübte Direktionskraft.

Die Direktionskraft eines Pendels mit der Masse $m = 1$ kg in einem Abstande $l = 1$ m von der Drehungsaxe beträgt $100 \cdot 1000 \cdot 980{,}6 = 98\,060\,000$ cm$^2 \cdot$ g $\cdot$ sec^{-2}, denn das Drehmoment für einen kleinen Ablenkungswinkel φ ist $= l m g \cdot \varphi$.

Die von der Schwere ausgeübte Direktionskraft einer bifilaren Aufhängung (**54**) von dem Fadenabstande 10 cm, der Fadenlänge 200 cm, der Masse 1000 g ist $\frac{1}{4} \cdot 10 \cdot 10/200 \cdot 1000 \cdot 980{,}6 = 122\,600$ cm^{2}g sec^{-2}.

10. Trägheitsmoment $K = [l^2 m]$. Das T.-M. einer Masse m im Abstand l von einer Drehungsaxe ist $K = l^2 m$. Vgl. **54**.

Das T.-M. des obigen Pendels ist also $100^2 \cdot 1000 = 10^7$ cm$^2 \cdot$ g. Ein rechteckiger 50 g schwerer Stab von 1 dm Länge, 1 cm Breite hat das auf seinen Mittelpunkt bezogene T.-M. $\frac{1}{12}(10^2 + 1^2) \cdot 50 = 421$ cm$^2 \cdot$ g.

T.-M. K, Direktionskraft D und Schwingungsdauer t hängen durch die Gleichung $t^2/\pi^2 = K/D$ zusammen.

10a. Elasticitätsmodul $\eta = [l^{-1} m t^{-2}]$. Setzt man die Verlängerung λ, welche ein Stab von der Länge L und vom Querschnitte l^2 durch eine Zugkraft k erfährt, $\lambda = 1/\eta \cdot kL/l^2$, so ist η der Elasticitätsmodul. $\sqrt{\eta/s}$ gibt die Schallgeschwindigkeit.

Die praktisch gebrauchten Elasticitätsmoduln kg-gewicht/mm² sind mit $1000 \cdot 981 \cdot 100 = 98100000$ zu multipliciren, um für das [C-G-S] System zu gelten. Vgl. S. 149.

Elektrostatische Maſse.

11. Elektricitätsmenge $\varepsilon = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Zwei punktförmige E.-M. ε und ε' im Abstande l stoſsen sich mit einer Kraft $k = \text{Konst.} \times \varepsilon\varepsilon'/l^2$ ab. Der Faktor Konst. hängt von den Einheiten ab. Damit Konst. $= 1$, also $k = \varepsilon\varepsilon'/l^2$ wird, nehmen wir unter dem Namen „mechanische" oder „elektrostatische" Einheit der E.-M. diejenige Menge, welche eine ihr gleiche Menge aus der Entfernung Eins mit der Kraft Eins abstöſst.

Das Quadrat einer E.-M. ist im elektrostat. System gegeben als eine Kraft $[lmt^{-2}]$ multiplicirt mit dem Quadrat einer Länge; also ist die Dimension einer E.-M. $= \sqrt{l^3 mt^{-2}} = l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}$.

Elektrische Feldstärke $F = [l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Die an einem Orte auf die El.-Menge Eins ausgeübte Kraft heiſst die el. Feldstärke daselbst. Die Einheit derselben findet sich also im Abstande Eins von der El.-Menge Eins.

Kraftlinien (Faraday). Die Kraftwirkung von Elektricitäts-Mengen kann man darstellen durch Linien. Von jeder Elektricitäts-Einheit gehen 4π Kraftlinien aus. Die Richtung der Linien gibt die Kraftrichtung, ihre Dichtigkeit, d. h. ihre Anzahl in einem Bündel vom senkrechten Querschnitt 1, gibt die Feldstärke an dem betr. Orte.

Im Abstande l von der El.-Menge ε ist die Feldstärke $= \varepsilon/l^2$. Die $4\pi\varepsilon$ Kraftlinien sind daselbst über die Kugelfläche $4\pi l^2$ gleichmäſsig verteilt, ihre Dichtigkeit ist also $4\pi\varepsilon/(4\pi l^2) = \varepsilon/l^2$, q. e. d.

12. Elektrostatisches Potential oder Spannung $V = [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Wenn Massen vorhanden sind, welche anziehende oder abstoſsende Kräfte nach dem umgekehrten Quadrat der Entfernung ausüben, so nennt man Potentialfunktion oder auch Potential dieser Massen auf einen in der Nachbarschaft befindlichen Punkt denjenigen Ausdruck, dessen Gefälle nach irgend einer Richtung die auf eine Masse Eins an dem Punkte nach dieser Richtung ausgeübte Kraft, bei El.-Mengen also die Feldstärke ergibt. Gefälle ist die Gröſse, um welche der Ausdruck abnimmt, wenn man von dem betrachteten zu einem nahe benachbarten Punkte übergeht, geteilt durch den Abstand beider Punkte; oder kurz der negative Differentialquotient des Ausdrucks nach der betrachteten Richtung. Danach ist das Potential der El.-Menge ε auf einen Punkt im Abstande l gleich ε/l; mehrere El.-Mengen $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots$, z. B. die Teile der el. Ladung eines Körpers, geben auf einen Punkt, welcher um $l_1, l_2 \ldots$ von ihnen entfernt ist, das Potential $\varepsilon_1/l_1 + \varepsilon_2/l_2 + \cdots$

Einheit des elektrostatischen Potentials ist demnach das Potential der El.-Menge Eins auf einen Punkt im Abstande Eins.

Das Potential hat die fernere wichtige Bedeutung, daſs es die Arbeit angibt, welche die elektrischen Kräfte leisten, wenn jene El.-Menge Eins von ihrem Orte zu einem sehr groſsen Abstand von den wirkenden Mengen übergeführt wird.

13. Elektrische Kapacität, elektrostatisch gemessen, $c = [l]$. Damit eine El.-Menge ε auf einem Leiter im Gleichgewicht sei, muſs sie sich so verteilen, daſs das Potential V im Leiter konstant ist. Wenn die Umgebung keine elektrischen Ladungen enthält (auſser den etwa von dem Körper selbst influenzirten Ladungen), so sind Potential (Spannung) und El.-Menge einander proportional; $\varepsilon = c \cdot V$. Das Verhältnis $c = \varepsilon/V$ nennt man elektrostatische Kapacität des Leiters.

Die Einheit der Kapacität hat ein Leiter, welcher durch die Einheit der El.-Menge zum Potential Eins geladen wird, also z. B. eine Kugel vom Halbmesser 1.

Die Kapacität einer einzelnen Kugel ist gleich ihrem Halbmesser, denn die El.-Menge ε, über eine Kugeloberfläche vom Halbmesser r verteilt, übt auf den Mittelpunkt, folglich auf jeden Punkt der Kugel das Potential ε/r aus. Andere Beispiele s. **86** I.

Das Potential eines geladenen Leiters ist also identisch mit der El.-Menge, die in einer mit ihm durch einen sehr dünnen Draht verbundenen entfernten Kugel vom Halbmesser Eins bei dieser Ladung des Körpers enthalten wäre.

13a. Dielektricitätskonstante $D = [l^0 m^0 t^0]$. Ein Kondensator, welcher mit Luft als Dielektricum die Kapacität c besitzt, hat, wenn die Luft überall da, wo merklich Kraftlinien hindurchgehen, durch ein Dielektricum von der D.-K. D ersetzt wird, die Kapacität $D \cdot c$.

Ersetzt man in derselben Weise die Luft durch eine die Elektricität leitende Flüssigkeit vom Leitvermögen Eins, so hat der Raum zwischen den Belegungen den Leitungswiderstand $1/(4\pi c)$ (vgl. 13c). Z. B. gilt für zwei Flächen f im relativ kleinen Abstande l von einander die Kapacität $f/(4\pi l)$ und der Widerstand l/f.

13b. El. Stromstärke $i = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}]$, el.-statisch gemessen, ist die durch einen Querschnitt des Leiters in der Zeit Eins fliefsende El.-Menge (11). Stromeinheit ist also der Strom, bei welchem diese Menge $= 1$ ist.

13c. El. Widerstand $w = [l^{-1} t]$, el.-statisch gemessen, ist die Potentialdifferenz (12), welche zwischen den Enden des Leiters bestehen mufs, um den Strom Eins (13b) hervorzubringen.

1 Ohm hat $1{,}111 \cdot 10^{-12}$, ein Quecksilberwürfel von 1 cm Seite bei 0^0 hat $1{,}0453 \cdot 10^{-16}$ el.-stat. [cm^{-1} sec] Widerstandseinheiten.

Elektrisches Leitvermögen einer Substanz ist der reciproke Widerstand eines cm-Würfels zwischen zwei gegenüberliegenden Seiten.

Magnetische Mafse.

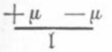
14. Freier Magnetismus, oder Stärke eines Magnetpoles $\mu = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Schreibt man das Gesetz, nach welchem zwei hypothetische Mengen μ und μ' freien Magnetismus (oder zwei punktförmige Magnetpole von der Stärke μ und μ') sich aus dem Abstande l mit der Kraft k abstofsen, $k = \mu\mu'/l^2$, so ist Einheit des freien Magnetismus (oder der Stärke des Magnetpoles) diejenige Menge (oder derjenige Magnetpol), welche auf eine gleiche aus dem Abstande Eins die Krafteinheit ausübt.

15. Stabmagnetismus oder magnetisches Moment $M = [l^{5/2} m^{1/2} t^{-1}]$ Jeder Magnet hat gleich viel positiven und negativen Magnetismus. Der einfachste Magnetstab würde aus zwei gleich starken punktförmigen Polen bestehen. Ein Magnet aus zwei Polen von der Stärke $\pm\mu$ im gegenseitigen Abstande l hat das magnetische Moment $M = l\mu$. Mit M sind die Wirkungen in die Ferne proportional. Das magn. Moment Eins würde durch zwei Pole $\mu = \pm 1$ im Abstande Eins gegeben sein.

Die Einheit [cm, g] ist 10000mal gröfser als [mm, mg].

Specifischer Magnetismus oder Magnetisirung heifst das Verhältnis des Stabmagnetismus zum Volumen oder auch wohl zu der Masse des Magnets. 1 g Stahl hat bei guten, sehr dünnen Stahlmagneten höchstens etwa 100 $cm^{5/2} \cdot g^{-1/2} \cdot sec^{-1}$.

Fernwirkung eines Magnets. Erste Hauptlage. L sei der Abstand des Magnetpols μ' von der Mitte des Magnets $\mu\mathfrak{l}$. Die gesamte Kraft auf μ' ist die Differenz der von den beiden Polen ausgeübten Kräfte, also



$$k = \mu\mu'[1/(L-\tfrac{1}{2}\mathfrak{l})^2 - 1/(L+\tfrac{1}{2}\mathfrak{l})^2] = \mu\mu'\cdot 2L\mathfrak{l}/(L^2-\tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2)^2.$$

$\mathfrak{l}\mu$ ist der Stabmagnetismus $= M$. Also wird

$$k = 2M\mu' L/(L^2-\tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2)^2 = 2M\mu'/L^3\cdot(1-\tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2/L^2)^{-2} \qquad 1.$$

oder durch Reihenentwickelung (vgl. S. 9, Gl. 1)

$$k = 2M\mu'/L^3\cdot(1+\tfrac{1}{2}\mathfrak{l}^2/L^2+\tfrac{3}{16}\mathfrak{l}^4/L^4+\cdots)$$

Man sucht aus so groſsen Entfernungen zu arbeiten, daſs das dritte Glied zu vernachlässigen ist. Ist L so groſs gegen $\mathfrak{l}$, daſs man auch $\frac{1}{2}\mathfrak{l}^2/L^2$ gegen 1 vernachlässigen kann, so wird einfach $k = 2M\mu'/L^3$.

Zweite Hauptlage. μ' sei wieder im Abstande L von der Mitte des Magnets gelegen. Der ungleichartige Pol übt eine Anziehungskraft $= \mu\mu'/(L^2+\frac{1}{4}\mathfrak{l}^2)$, der gleichartige eine gleich groſse Abstoſsungskraft aus. Beide Kräfte setzen sich nach dem Parallelogramm in eine der Stabaxe parallele Kraft

$$k = \mu\mu'/(L^2+\tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2)\cdot\mathfrak{l}/\sqrt{L^2+\tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2} = M\mu'/L^3\cdot(1+\tfrac{1}{4}\mathfrak{l}^2/L^2)^{-\frac{3}{2}} \qquad 2.$$

zusammen, wofür geschrieben werden kann

$$k = M\mu'/L^3\cdot(1-\tfrac{3}{8}\mathfrak{l}^2/L^2+\tfrac{15}{128}\mathfrak{l}^4/L^4+\cdots)$$

Bei sehr groſser Entfernung L wird $k = M\mu'/L^3$.

Ersetzen wir den Pol μ' durch eine auf der Kraftrichtung senkrechte kurze Magnetnadel von der Länge $\mathfrak{l}'$ mit den Polen $\pm\mu'$, so erfährt die Nadel ein Drehmoment $2k\cdot\mathfrak{l}'/2 = k\mathfrak{l}'$. Da $\mu'\mathfrak{l}'$ das magn. Moment der Nadel $= M'$, so beträgt das Drehmoment P aus groſser Entfernung L

in der 1. Hauptlage $P = 2MM'/L^3$;

in der 2. Hauptlage $P = MM'/L^3$,

wozu wegen der Magnetlänge nötigenfalls die oben in den Klammern gegebenen Korrektionsfaktoren kommen.

Man kann also auch definiren: Die Einheit des Stabmagnetismus hat ein Magnet, welcher auf einen gleichen aus der groſsen Entfernung L in 1. Hauptlage das Drehmoment $2/L^3$, oder in 2. Hauptlage $1/L^3$ ausübt.

Ist die Nadel nicht so kurz, daſs man $\mathfrak{l}'^2$ gegen L^2 vernachlässigen kann, so kommt zu dem Ausdruck für k noch der Faktor hinzu:

in der 1. H.-L. $1-\frac{3}{4}\mathfrak{l}'^2/L^2$,

in der 2. H.-L. $1+\frac{3}{2}\mathfrak{l}'^2/L^2$.

Bildet die kurze Nadel mit der Kraftrichtung den Winkel φ, so ist obiges Drehmoment mit $\sin\varphi$ zu multipliciren.

Die Ausdrücke für ideale Magnete mit Punkt-Polen gelten nahe auch für wirkliche Magnete von gestreckter Form. Für Fernwirkungen gibt es zwei „Pole", in denen der positive und der negative Magnetismus koncentrirt gedacht werden können. Bei den gewöhnlichen Magneten beträgt der Polabstand (die reducirte Länge) etwa $^5/_6$ der Stablänge. Über die empirische Bestimmung s. **62 b.**

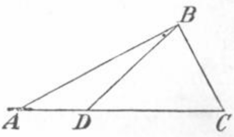
Genauer als die Reihenentwickelung mit einem Korrektionsgliede rechnen die nicht gekürzten Formeln 1 und 2 v. S. Nach diesen sind die Ausdrücke für M/H S. 263 gebildet.

Zerlegung eines Magnets in Komponenten. Einen Magnet M, welcher mit der Verbindungslinie L den Winkel α bildet, darf man für Fernwirkungen in zwei Stäbe von der Stärke $M\cos\alpha$, bez. $M\sin\alpha$ zerlegen, welche aus der 1., bez. der 2. Hauptlage wirken.

16. Magnetische Intensität eines Ortes oder magnetische Feldstärke $H = [l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}]$. Der Ort eines Magnetpols übt im allgemeinen (durch Erdmagnetismus oder benachbarte Magnete oder elektrische Ströme) eine mit μ proportionale Kraft k auf den Pol μ aus $k = \mu \cdot H$. Die Gröſse H, welche also die Kraft auf einen Einheitspol gibt, heiſst Intensität der magnetischen Kraft, oder magnetische Intensität, oder Stärke des magnetischen Feldes.

Angaben in mm, mg sind durch 10 zu teilen, um in cm, g verwandelt zu werden.

Die von einem Magnet M von A aus an dem Orte B bewirkte Intensität erhält man aus dem rechtwinkligen Dreieck ABC. Es sei $AD = \frac{1}{3} AC$. Dann ist BD die Richtung und $M \cdot AB^{-3} \cdot BD/AD$ die Intensität der Kraft in B (Gauſs). Beweis leicht durch Zerlegung von M nach Nr. 15 am Schluſs.



Das Drehmoment auf einen zur Kraftrichtung senkrechten Magnet mit zwei Polen $\pm\mu$ vom Abstande $\mathfrak{l}$, also vom magn. Moment $M = \mu \cdot \mathfrak{l}$, ist $2\mu H \cdot \frac{1}{2}\mathfrak{l} = \mu\mathfrak{l}H = MH$, bez. $MH\sin\varphi$, wenn der Magnet im Winkel φ gegen die Kraftrichtung liegt. Also MH ist die Direktionskraft. Für die Schwingungsdauer t, wenn K das Trägheitsmoment ist (vgl. Nr. 10), gilt also $t^2/\pi^2 = K/(MH)$. Für horizontal drehbare Magnete ist H die Horizontalkomponente der Feldstärke.

Z. B. sei $H = 0{,}2\,\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}$. Ein dünner Magnet wiege 20 g und habe 10 cm Länge, also $K = 20 \cdot 10^2/12 = 167\,\mathrm{cm}^2\mathrm{g}$. Der Magnetismus des Stabes sei $M = 400\,\mathrm{cm}^{5/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}$. Dann ist $t = 3{,}14\sqrt{167/(400 \cdot 0{,}2)} = 4{,}5$ sec.

Ablenkung einer kurzen Nadel durch einen Magnet. Ein Magnet M befinde sich in 1. Hauptlage zu einer Nadel vom Moment M' im Abstand L. Wenn φ der Ablenkungswinkel, so müssen für diesen Winkel die Drehmomente $2MM'/L^3 \cdot (1 + \frac{1}{2}\mathfrak{l}^2/L^2)\cos\varphi$ vom Magnet und $M'H\sin\varphi$ vom Erdmagnetismus gleich sein. Also ist

$$\operatorname{tg}\varphi = 2/L^3 \cdot M/H \cdot (1 + \tfrac{1}{2}\mathfrak{l}^2/L^2).$$

In der 2. Hauptlage fällt der Faktor 2 weg, und anstatt $\frac{1}{2}\mathfrak{l}^2$ kommt $-\frac{3}{8}\mathfrak{l}^2$. Die S. 262 mit η bezeichnete Gröſse hat also die Bedeutung, daſs bei kurzer Nadel in erster H.-L. $\sqrt{2\eta}$, in zweiter $\sqrt{-\frac{8}{3}\eta}$ den Pol-Abstand des Magnets darstellt.

Kraftlinien (Faraday). Kraft-Richtung und Stärke des magn. Feldes an irgend einem Orte werden gegeben durch Richtung und Dichte der Kraftlinien; unter Dichte deren Anzahl auf die senkrecht zu der Richtung gelegte Flächeneinheit verstanden. Die Anzahl, welche durch eine anders gerichtete Flächeneinheit geht, gibt die Feld-Komponente senkrecht zu dieser Flächeneinheit. Von einem Magnetpol $+\mu$ oder $-\mu$ treten $4\pi\mu$ positive oder negative Kraftlinien in den umgebenden Raum aus.

17. Magnetisirungs-Koefficient $\varkappa$ einer Substanz (oder „Susceptibilität") ist das Verhältnis der „Magnetisirung" (des specifischen Magnetismus pro Volumeinheit) eines Körperelementes zu der gesamten magnetisirenden Intensität $\mathfrak{H}$, die sich aus den äuſseren Kräften und den von der magnetischen Nachbarschaft herrührenden zusammensetzt; vgl. **81c**. $\varkappa$ ist nur für diamagnetische und schwach magnetische Körper konstant. Über Eisen s. **81c** und Tab. 24a. Zugleich ist für Eisen bekanntlich $\varkappa$ bei ansteigender Magnetisirung kleiner als bei absinkender („Hysterese"). $1+4\pi\varkappa$ nennt man „Permeabilität"; den reciproken Wert „Widerstandskoefficient". $(1+4\pi\varkappa)\cdot\mathfrak{H}=\mathfrak{B}$ heiſst „Induktion" (vgl. **81c** II). Es besteht also die Beziehung $4\pi\varkappa\mathfrak{H}=\mathfrak{B}-\mathfrak{H}$. $\varkappa$ hat die Dimension Null.

Ein langer Stab vom Querschnitt f, der sich in einem magnetischen Felde H, parallel den Kraftlinien gelegt, zum Betrage $\varkappa H$ per Volumeinheit magnetisirt, hat Pole von der Stärke $f\cdot\varkappa H$ und vereinigt in dieser Eigenschaft $4\pi f\varkappa H$ Kraftlinien. Hierzu die Kraftlinienzahl fH wegen des Feldes selbst addirt, gibt $fH(1+4\pi\varkappa)$ als die Zahl im Innern des Stabes. Sieht man also fH als einen Fluſs von Kraftlinien in der Luft an, $fH(1+4\pi\varkappa)$ ebenso im Stabe, so verhalten sich die beiden Flüsse so, wie z. B. elektrische oder Wärme-Ströme, die durch dieselbe el. Kraft oder dasselbe Temperaturgefälle in zwei Leitern vom Leitvermögen 1 und $1+4\pi\varkappa$ erzeugt werden.

Chemisches Maſs der Elektricität.

18. Stromstärke, chemische Einheit. Die Einheit hat der Strom, welcher in der Zeit Eins die Einheit der chemischen Wirkung ausübt. Kennte man die absolute Anzahl der Atome, so wäre die El.-Menge Eins diejenige Menge, welche mit einem einwertigen Atom wandert. Solange man die Atomzahlen nicht kennt und sich auf ausgeschiedene Massen bezieht, ist das chemische Strommaſs ein willkürliches Maſs, weil die durch den Strom ausgeschiedene Menge eines Elektrolytes von der Substanz abhängt. Im Anschluſs an die in der Chemie gebräuchlichen Zahlen ist für eine chemische Stromeinheit der Strom, welcher in 1 sec 1 gr-Äquivalent eines Elektrolytes zersetzt oder 1 gr-Äqu. eines Ions (z. B. nahe 1 g Wasserstoff; vgl. Tab. 29) ausscheidet, am bequemsten. Diese Einheit ist gleich 9650 elektromagnetischen (19) und gleich $290 \cdot 10^{12}$ elektrostatischen [C-G-S]-Einheiten (13b).

Elektromagnetische Maſse.

19. Stromstärke, elektromagnetisch gemessen $i = [l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}]$; Weber'sche Einheit. Die (transversale) Kraft zwischen einem Stückchen von der Länge l eines Stromes i und einem Magnetpol μ, welcher sich in der Senkrechten auf l in einem Abstande L befindet, setzen wir $k = li\mu/L^2$, wodurch die elektromagnetische Stromeinheit definirt ist als der kreisförmige Strom vom Halbmesser 1, dessen Längeneinheit auf einen Magnetpol 1 im Mittelpunkte die Kraft 1 ausübt.

Der ganze Kreisstrom i vom Halbmesser R übt also auf einen Pol μ im Mittelpunkt die Kraft $k = \mu i \cdot 2\pi R/R^2 = \mu i \cdot 2\pi/R$ aus.

Die [cm-g]-Stromeinheit ist 100mal gröſser als die [mm-mg]-Einheit.

Elektrodynamische Stromeinheit. Dieselbe ist mit der elektromagnetischen identisch, wenn man das Ampere'sche Gesetz so ausspricht: Zwei gleichgerichtete Ströme i und i' in den geradlinigen Leitern l und l' in dem (relativ groſsen) gegenseitigen Abstand L ziehen sich mit der Kraft $2li \cdot l'i'/L^2$ an, wenn sie zur Verbindungslinie senkrecht stehen; sie stoſsen sich mit der Kraft $li \cdot l'i'/L^2$ ab, wenn sie mit der Verbindungslinie zusammenfallen. In einer anderen gegenseitigen Lage zerlegt man sie parallelepipedisch in Komponenten, welche eine der obigen Stellungen haben oder auf einander senkrecht stehen. Die letzteren Teile wirken nicht auf einander.

Magnetisches Moment eines geschlossenen Stromes. Ein ebener, geschlossener, wie oben gemessener Strom i von der umflossenen Fläche f wirkt in dieFerne wie ein senkrecht durch f gesteckter Magnet $M = fi$. Man kann also auch sagen: Strom Eins ist der Strom, welcher die Flächeneinheit umflieſsend in die Ferne wirkt wie ein Magnet Eins.

Beweis für einen Kreisstrom vom Halbmesser r, welcher auf einen in seiner Axe im Abstande L gelegenen Magnetpol μ wirkt. Jedes Stückchen λ übt die Kraft aus $k = \lambda i \mu/(L^2 + r^2)$. Die Komponente dieser Kraft nach der Axe ist $= k \cdot r/\sqrt{L^2 + r^2} = \lambda \cdot ri\mu/(L^2 + r^2)^{3/2}$. Die Summe aller dieser Komponenten ist $2\pi r \cdot ri\mu/(L^2 + r^2)^{3/2}$ oder für ein groſses L

gleich $2 \cdot \pi r^2 \cdot i \cdot \mu / L^3$. Die anderen Kraftkomponenten heben sich auf. Der Strom wirkt also wie ein Magnet vom Moment $\pi r^2 \cdot i$ q. e. d.

Drehmoment auf einen geschlossenen Strom. Die Windungsfläche f einer vom Strome i durchflossenen drehbaren Spule in einem Magnetfelde, dessen Stärke senkrecht zur Drehaxe $= H$ ist, bilde den Winkel φ mit der Richtung von H. Dann ist das Drehmoment $= f i H \cos\varphi$.

Magnet. Feld einer Stromspule. Eine gleichmäſsig mit n Windungen auf jeder Längeneinheit bewickelte cylindrische Spule mit dem Strom i wirkt nach auſsen genau wie die Belegungen der beiden Endflächen mit freiem Magnetismus von der Flächendichte ni. Im Innern einer im Verhältnis zum Durchmesser langen Spule entsteht ein magnetisches Feld von der Stärke $= 4\pi n i$. Näheres s. **81b** I.

Ein langer geradliniger Strom i bewirkt in einem Punkte, welcher den Abstand a vom Drahte und einen gegen a sehr groſsen Abstand von den Drahtenden hat, die transversale Feldstärke $i \cdot 2/a$.

Elektrochemisches Äquivalent (Faraday, Weber). Der Strom 1 [C-G-S] zersetzt in 1 sec 0,000933 g Wasser oder scheidet 0,01118 g Silber aus. Allgemein scheidet er von einem Körper vom Äquivalentgewicht A (Sauerstoff $= 16$) die Menge $A \cdot 0{,}0001036$ g/sec ab.

Verhältnis der elektromagnetischen zur elektrostatischen Stromeinheit (Weber u. R. Kohlrausch). $300 \cdot 10^8$ statische sind gleich einer magnetischen [C-G-S]-Einheit. Die Dimensionen stehen im Verhältnis $v = (l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}) : (l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}) = l/t$. Nach Maxwell ist dieses Verhältnis v gleich der Lichtgeschwindigkeit. Vgl. 13b.

„Praktische" Einheit.[1]) 1 Ampere $= 0{,}1$ cm$^{1/2}$ g$^{1/2}$ sec^{-1} $= 300 \cdot 10^7$ elektrostatischen [C-G-S] oder 0,0933 mg/sec Wasser oder 1,118 mg/sec Silber.

19a. Strommenge, Elektricitätsmenge, elektromagnetisch gemessen $\varepsilon = [l^{1/2} m^{1/2}]$. Die von dem Strome Eins in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Leitung beförderte Menge ist die Elektricitätsmenge oder Quantität Eins nach dem betreffenden Strommaſse.

---

1) Daſs es ein Fehler war, die [C-G-S]-Einheit durch 10 geteilt in die Praxis einzuführen, so daſs sie bei allen elektromagnetischen Beziehungen mit 10 zurück multiplicirt werden muſs, ist zu spät erkannt worden. Es gibt keinen anderen zweckmäſsigen Ausweg, als den von der Technik adoptirten, daſs man im Elektromagnetismus nicht nach Ampere, sondern mit der Weber'schen [C-G-S]-Einheit rechnet.

„Praktische" Einheit. Die Elektricitätsmenge, welche bei der Stromstärke 1 Am in 1 sec durch den Querschnitt der Leitung fliefst, heifst 1 Coulomb $= 0{,}1\ \mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}$. Dieselbe enthält also $300 \cdot 10^7$ elektrostatische Einheiten, sie scheidet 1,118 mg Silber aus (19).

20. Elektromotorische Kraft oder Potentialunterschied, elektromagnetisch gemessen $e = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}]$. Das absolute Mafs für diese Gröfse ist von Weber aus den Erscheinungen der Magnet-Induktion abgeleitet worden. Das Gesetz lautet in dem einfachsten Falle: In einem magnetischen Felde H (16) werde ein gerader, zur Richtung von H senkrechter Leiter von der Länge l senkrecht zu sich selbst und zu H mit der Geschwindigkeit u verschoben. Die hierdurch in dem Leiter inducirte el. Kraft e ist proportional l, H und u. Wir setzen $e = lHu$. Dann gilt als Einheit der elektromotorischen Kraft diejenige, welche in der Längeneinheit inducirt wird, wenn dieselbe im Felde 1 unter obigen normalen Verhältnissen mit der Geschwindigkeit 1 bewegt wird.

Die el. Kraft stellt sich also dar als Länge $\times$ magnetische Intensität $\times$ Geschwindigkeit $= l \cdot l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1} \cdot l t^{-1} = l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}$.

Bewegt man z. B. an einem Orte des mittleren Deutschlands, wo die gesamte erdmagnetische Intensität $= 0{,}45\ \mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-1}$ ist, einen senkrecht zur Inklinationsrichtung gehaltenen geraden Draht von 1 m Länge mit der Geschwindigkeit 1 m/sec senkrecht zu sich und zu H, so wird die el. Kraft $= 100 \cdot 0{,}45 \cdot 100 = 4500\ \mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{sec}^{-2}$ inducirt.

Gesetz der Magnet-Induktion nach Neumann. Dieselbe absolute Einheit der el. Kraft liegt dem Induktionsgesetz in folgender Form zu Grunde. Ein beliebig gestalteter Leitungsdraht werde in der Nähe von Magneten mit der Geschwindigkeit u bewegt. Um die in dem Leiter inducirte el. Kraft zu erhalten, denken wir ihn von dem Strome 1 Weber durchflossen. Dann würden von den Magneten auf den Strom Eins Kräfte ausgeübt werden, und p sei in irgend einem Augenblick deren Komponenten-Summe nach der Richtung der wirklich ausgeführten Bewegung. Die in diesem Augenblick inducirte el. Kraft ist alsdann $e = -pu$. Im Falle drehender Bewegung ist für p das Drehmoment in der Drehungsebene und für u die Winkelgeschwindigkeit zu setzen.

Dämpfung. Ein Magnet, welcher sich in einem Multiplikator, oder ein Multiplikator, welcher sich in einem magnetischen Felde dreht, erzeugt oder erfährt eine el. Kraft, gleich der Winkelgeschwindigkeit, multiplicirt mit dem Drehmoment, welches ein Strom Eins im Multiplikator in der augenblicklichen Stellung bewirken würde. Ist der Multiplikator geschlossen, so bewirkt der entstehende Strom eine Dämpfung. Vgl. **78** und S. 301.

Kraftlinien. Für viele Fälle übersichtlich ist das Induktionsgesetz in folgender Form: Wird ein Leiter in einem magnetischen Felde bewegt (oder auch ein Magnet in der Nähe eines Leiters), so ist die el. Kraft gleich der in der Zeiteinheit von dem Leiter geschnittenen (Vorzeichen!) Anzahl von Kraftlinien (vgl. 16).

Magnetismus, der in der Nähe eines Leiters entsteht (bez. verschwindet), erzeugt denselben Integralwert el. Kraft, wie wenn er aus groſser Entfernung auf irgend einem Wege an seinen Ort bewegt würde (und umgekehrt). Für einen geschlossenen Leiter ist dieser Integralwert gleich dem Zuwachs (bez. der Abnahme) an der Zahl der Kraftlinien, welche die Fläche durchsetzen. Bei mehrfachen Windungen sind alle Windungsflächen zu rechnen (immer die Vorzeichen beachten!).

Die el. Kraft 1 $cm^{3/2} g^{1/2} sec^{-2}$ ist $= 1000\, mm^{3/2} mg^{1/2} sec^{-2}$ $= \frac{1}{300} \cdot 10^{-8}$ elektrostatischer [C-G-S]-Potentialeinheiten oder etwa $= \frac{1}{11} \cdot 10^{-7}$ Daniell $= \frac{1}{19} \cdot 10^{-7}$ Bunsen $= \frac{1}{20} \cdot 10^{-7}$ Akkumulator.

Erdinduktor (**80. 82**). Wir denken uns die Windungen auf eine zur Richtung des Erdmagnetismus senkrechte Ebene projicirt. Die Summe der Flächenprojektionen ändere in irgend einem Augenblick ihre Gröſse um die kleine Gröſse df in der kleinen Zeit dt. Dann ist die in diesem Augenblick inducirte el. Kraft e gleich der erdmagnetischen Intensität H multiplicirt mit der Geschwindigkeit df/dt der Flächenänderung; $e = H \cdot df/dt$. Wird der Multiplikator aus einer Anfangsstellung senkrecht zur Richtung von H um 180° gedreht, so beträgt der Integralwert der el. Kraft dieses Induktionsstoſses $\int e\,dt = 2fH$. Die Sätze gelten auch, wenn die Drehaxe nicht zur Feldrichtung senkrecht steht, falls man als H die gröſste Feldkomponente in der Drehungsebene nimmt, also für eine vertikale Axe die Horizontalkomponente des Feldes.

Die Sätze sind in dem allgemeineren Satz enthalten: Ein geschlossener ebener Leiter von der Windungsfläche f werde in einem magnetischen Felde bewegt (welches nicht homogen zu sein braucht). H_1 und H_2 seien die Komponenten der Feldstärke senkrecht zur Windungsfläche (Vorzeichen!) zu Anfang und zum Schluſs der Bewegung. Dann ist der Integralwert der inzwischen inducirten el. Kraft $\int e\,dt = f(H_1 - H_2)$. Wird also z. B. der Induktor aus einer Stellung senkrecht zur Intensität H eines Feldes aus diesem herausgezogen, so ist $\int e dt = fH$. Alle diese Sätze ergeben sich leicht aus dem Neumann'schen Induktionsgesetz oder aus dem Satz von den Kraftlinien.

Magnetinduktor (81). In eine gegen ihren Durchmesser lange Spule werde aus gröfserer Entfernung ein Magnet vom Moment M eingeschoben, so dafs er sich schliefslich der Spulenaxe parallel in der Spule hinreichend weit von ihren Enden (81 **b** I) befindet (bez. er werde aus dieser Lage herausgezogen). Oder auch es entstehe (bez. verschwinde) innerhalb der Spule der Magnet M. Der Integralwert der dabei inducirten el. Kraft ist $= 4\pi n M$. n bedeutet die Windungszahl auf der Längeneinheit der Spulenaxe. Vgl. auch 20b.

„Praktische" Einheit. Es ist 1 Volt $= 10^8$ [C-G-S]. el. m. Also 1 elektrostatische [C-G-S]-Potentialeinheit = 300 Volt; 1 Daniell etwa = 1,1 Volt (bis 1,2 Volt); 1 Bunsen etwa = 1,9 Volt. 1 Akkumulator = 2,0 Volt; 1 „legales" Volt = 0,9972 Volt.

Potentialdifferenz oder Spannung. Die el. Kraft einer Säule ist proportional dem Potentialunterschiede der offenen Säule an den Polen. Indem man die beiden Gröfsen identificirt, erhält man also auch im elektromagnetischen Mafssystem den Begriff Potential, welcher mit dem Begriff el. Kraft gleichartig ist.

Man kann den Begriff auch so definiren. Potential auf einem vom Strome durchflossenen Leiter ist die Gröfse, deren Gefälle oder negativer Differentialquotient die auf die Elektricitätsmenge Eins ausgeübte Kraft ergibt.

20 a. Kapacität, elektromagnetisch gemessen, $c = [l^{-1} t^2]$. Kapacität eines Leiters heifst auch hier die El.-Menge (19a), welche derselbe enthält, wenn er zum Potential Eins oder von der el. Kraft (20) Eins geladen ist, während die Leiter der Umgebung das Potential Null haben. Vgl. auch 13 u. 13a.

Da im statischen [C-G-S]-System die Einheit für die Elektricitätsmenge $3 \cdot 10^{10}$ mal kleiner, diejenige des Potentials $3 \cdot 10^{10}$ mal gröfser ist als im magnetischen Mafssystem, so ist die Einheit der Kapacität dort $9 \cdot 10^{20}$ mal kleiner.

„Praktische" Einheit. Die Kapacität eines Kondensators, welcher zum Potential 1 Volt geladen die Elektricitätsmenge 1 Am·sec oder Coulomb hält, ist 1 Farad $= 10^{-9}$ [cm^{-1}sec^2] el.-magn. oder $= 9 \cdot 10^{11}$ [cm] el.-stat. (vgl. 13). Das Mikrofarad ist der millionte Teil des Farad.

Ein Luftkondensator von der Fläche f cm² und dem kleinen Abstand l cm hat eine Kapacität $=f/4\pi l$[cm] elektrostatisch (13 und 13a), also $f/(4\pi l\cdot 9\cdot 10^5)$ Mikrofar. Z. B. für $f=100$ cm², $l=0{,}1$ cm ist die Kapacität $=100/(4\cdot 3{,}14\cdot 0{,}1\cdot 9\cdot 10^5)=0{,}000088$ Mikrofar.

20b. Induktions-Koefficient oder elektrodynamisches Potential, $\Pi=[l]$. Π ist der Faktor, mit welchem die zeitliche Änderung di/dt eines Stromes zu multipliciren ist, um die Gröfse der durch diese Änderung zur Zeit t inducirten el. Kraft e zu erhalten.

Selbstinduktions-Koefficient oder Selbst-Potential eines Leiters. Die inducirte el. Kraft ist der Stromrichtung stets entgegengerichtet $e=-\Pi\cdot di/dt$. Vgl. **83a.** Für eine gestreckte Spule von dem gegen die Länge l kleinen Halbmesser r mit N Windungen gilt nahe $\Pi=4\pi^2N^2(\sqrt{l^2+r^2}-r)\cdot r^2/l^2$, also wenn r sehr klein gegen l, $\Pi=4\pi^2N^2r^2/l$.

Wird eine el. Kraft E durch einen Leiter vom Widerstande w und vom Selbstpotential Π zur Zeit Null geschlossen, so ist zur Zeit t die Stromstärke $i=E/w\cdot(1-e^{-w/\Pi\cdot t})$ (Helmholtz). Π/w heifst wohl Relaxationszeit.

Wechselströme mit Selbstinduktion. In einer Leitung vom Widerstande w und vom Selbstpotentiale Π wirke eine sinusförmige el. Kraft $A\cdot\sin(\pi/\tau\cdot t)$ oder $A\cdot\sin(\pi\nu\tau)$, wo τ die halbe Dauer der Periode oder $\nu=1/\tau$ die Wechselzahl ist. Dann gilt für die Stromstärke i die Gleichung $A\cdot\sin(\pi\nu t)=wi+\Pi\cdot di/dt$. Hieraus findet man, wenn die Stromstärke ebenfalls periodisch geworden ist (also die ersten Augenblicke nach dem Anlaufen ausgeschlossen), $i=\dfrac{A\cdot\sin\pi\nu(t-\Theta)}{\sqrt{w^2+\pi^2\nu^2\Pi^2}}=\dfrac{A\cdot\sin(\pi\nu t-\varphi)}{\sqrt{w^2+\pi^2\nu^2\Pi^2}}$, wo der konstante Wert Θ die in Zeit ausgedrückte, $\varphi=\pi\nu\Theta$ die in „Winkel" ausgedrückte Phasenverzögerung des Stromes gegen die el. Kraft darstellt. φ ist gegeben durch $\operatorname{tg}\varphi=\pi\nu\Pi/w$.

$\sqrt{w^2+\pi^2\nu^2\Pi^2}$ ist der scheinbare Widerstand („Impedanz"). w und Π sind in [C-G-S] oder in Ohm und Quadrant (s. Nr. 20a u. 21) auszudrücken.

Über die Bezeichnungen „effektive" Stromstärke oder el. Kraft s. S. 358.

Bei sehr grofser Wechselzahl wird auch für einen geradlinigen dicken guten Leiter der scheinbare Widerstand gröfser als der Ohm'sche, nämlich im Verhältnis $\left(1+\dfrac{\pi^2}{12}\dfrac{\nu^2}{\gamma^2}-\dfrac{\pi^4}{180}\dfrac{\nu^4}{\gamma^4}\cdots\right):1$, wenn γ den Widerstand von 1 cm in [C-G-S] bedeutet (Nr. 21). Falls das Leitmaterial magnetisch ist, hat man μ/γ statt $1/\gamma$ einzuführen, wo $\mu=1+4\pi\varkappa$; vgl. Nr. 17 (Rayleigh, Phil. Mag. 21, 387. 1886).

Gegenseitiger Induktions-Koefficient. Derselbe kann auch definirt werden als das el. Kraft-Integral $\int e\,dt$, welches in dem einen Leiter auftritt, während im anderen der Strom Eins entsteht oder verschwindet.

Über eine im Verhältnis zu ihrem Halbmesser r lange Spule von je n Windungen auf jeder Längeneinheit sei eine im Verhältnis zu jener

Länge kurze und enge Spule von der Gesamtwindungszahl N geschoben. In einer der Spulen entstehe oder verschwinde der Strom i. Dabei entsteht in der anderen $\int e dt = 4\pi^2 n N r^2 \cdot i$. Also $\Pi = 4\pi^2 n N r^2$.

Liegt die kurze Spule innerhalb der langen, so ist $\int e dt = 4\pi n f \cdot i$, wo f die gesamte Windungsfläche der kurzen Spule bedeutet. fi entspricht dem M in Nr. 20 bei „Magnetinduktor".

Ist die lange Spule die primäre und wird durch den Strom zugleich ein durch beide Spulen gehender, gegen die sekundäre Spule langer Eisenstab magnetisirt, bedeutet hierbei m das entstehende magnetische Moment der Längeneinheit in der Nähe der kleinen Spule, so kommt zu den obigen $\int e dt$ hinzu $4\pi m \cdot N$.

Für zwei beliebige geschlossene Leiter ist der gegenseitige Ind.-Koefficient gleich $\int\int \frac{1}{r} \cos(dl_1, dl_2) \cdot dl_1 \cdot dl_2$, wenn dl_1 und dl_2 die in einer bestimmten Richtung herum gezählten Längenelemente der Leiter bedeuten und r den gegenseitigen Abstand von dl_1 und dl_2 (Neumann).

In der Sprache der Kraftlinien kann man Π gleich der Summe der magnetischen Kraftlinien setzen, welche bei der Entstehung der Stromeinheit in der inducirenden Leitung durch die sämtlichen Windungen der inducirten Spule neu hindurchtreten (Vorzeichen!).

Die dem Ohm-Ampere-Volt-System entsprechende Einheit ist der Quadrant („Henry") $= 10^9$[cm].

21. Leitungswiderstand, elektromagn. gemessen, $w = [lt^{-1}]$. Um in dem Weber'schen Mafssystem, nach Feststellung der Einheiten für Strom und el. Kraft, die Widerstandseinheit zu erhalten, benutzt man das Ohm'sche Gesetz. Der Widerstand desjenigen Leiters ist Eins, in welchem die elektromotorische Kraft Eins den Strom Eins erzeugt.

Widerstand = El. Kraft/Strom $= [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}]/[l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}] = [l/t]$.

Der Widerstand erscheint also gleichbedeutend mit einer Geschwindigkeit und läfst sich in der That durch eine solche darstellen. Z. B. ist der Widerstand eines geradlinigen Drahtes von der Längeneinheit gegeben durch diejenige Geschwindigkeit, mit welcher man ihn in einem magnetischen Felde Eins unter den S. 451 beschriebenen Verhältnissen bewegen mufs, damit in ihm der Strom Eins entstände, wenn die Enden durch einen widerstandslosen Leiter (auf welchen natürlich keine Induktion stattfände) mit einander verbunden wären.

1 cm³-Quecksilber-Würfel von 0° hat den Widerstand 94080 cm/sec.

1 el. stat. Widerstandseinheit cm^{-1} sec $= 900 \cdot 10^{18}$ cm/sec el. magn.

„Praktische" Einheit. 1 Ohm $= 10^9$ cm/sec $=$ 1 Volt/Am

$= 1{,}063$ Siem.-E. oder $= 1{,}063\,\mathrm{m/mm^2\,Hg\,0^0} = \frac{1}{900} \cdot 10^{-9}$ elektrostat. [C-G-S]-Widerstands-Einheiten.[1])

Das frühere „legale“ Ohm ist $= 1{,}060\,\mathrm{m/mm^2\,Hg\,0^0} =$ 0,9972 richtige Ohm.

Specifischer Widerstand $[l^2 t^{-1}]$. Den spec. Widerstand Eins hat ein Leiter, welcher als Säule von der Länge und dem Querschnitt 1 den Widerstand 1 ergibt.

Im el. magn. [C-G-S]-System ist also der spec. Widerstand des Quecksilbers, nämlich der Widerstand eines cm-Würfels Quecksilber, bei $0^0 = 94080\,\mathrm{cm^2/sec}$. — Rechnet man aber den Widerstand in Ohm, die Länge in m, den Querschnitt in mm², so ist der spec. Widerstand Hg 0⁰ gleich 0,9408 zu setzen. Der reciproke spec. Widerstand heiſst Leitvermögen des Körpers.

22. Stromarbeit, Stromwärme. Die innere Stromarbeit, welche sich z. B. in der Erwärmung eines Leiters äuſsert, ist, auſser der Zeit, dem Quadrate der Stromstärke und dem Widerstande, oder, was dasselbe bedeutet, der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke proportional (Joule). Die Bedeutung der absoluten Maſse zeigt sich darin, daſs ihre Einführung auch hier die Proportionalität in Gleichheit verwandelt. Die Stromarbeit Q ist also $Q = i^2 w t = e i t$. Dieser Satz gilt sowohl für das elektrostatische wie das elektromagnetische System. Daſs das Produkt el. Kraft (Potential) mal Stromstärke mal Zeit in beiden Fällen die Dimension $l^2 m t^{-2}$, d. h. diejenige einer Arbeit hat, ist S. 438 gezeigt worden. Nennt man diejenige Wärmemenge Eins, welche der Arbeitseinheit äquivalent ist, so ist Q auch die entwickelte Stromwärme (Clausius, Thomson).

„Praktische“ Einheit für die Stromleistung d. h. für die Stromarbeit in 1 sec: 1 Watt = 1 Volt $\times$ Am; s. auch S. 458.

Ableitung. Der obige Satz bedarf für das elektrostatische System keines Beweises. Für das elektromagnetische folgt er aus den Gesetzen der Magnet-Induktion in einem bewegten Leiter (S. 451) und der Erhaltung der Energie. In einem geschlossenen Leiter, der unter dem Einfluſs eines Magnetes bewegt wird, wird ein Strom inducirt, auf welchen nun durch den Magnet eine mechanische („ponderomotorische“) Kraft ausgeübt wird, welche stets der wirklich ausgeführten Bewegung entgegenwirkt. Man verrichtet also durch diese Bewegung eine Arbeit; deren Gröſse ist gleich

---

1) Gesetzlich ist die Reihenfolge der Definitionen der praktischen Einheiten: 1 Ohm $= 1{,}063\,\mathrm{m/mm^2\,Hg\,0^0}$; 1 Am $= 1{,}118$ mg Silber/sec; 1 Volt = Ohm $\times$ Ampere.

dem Produkt aus dem Weg in die widerstehende Kraft. Der Weg ist = Geschwindigkeit $\times$ Bewegungsdauer $= u \cdot t$; die Kraft ist jedenfalls der Stärke i des inducirten Stromes proportional. Wir können also die Kraft $= p \cdot i$ setzen und die verrichtete Arbeit $= p \cdot iut$.

Der Faktor p bedeutet offenbar diejenige Kraft, welche unter den gegebenen Verhältnissen von dem Magnet auf einen Strom Eins im Leiter ausgeübt werden würde. Dann aber sagt das Induktionsgesetz (S. 451), daſs $p \cdot u$ die inducirte el. Kraft e nach absolutem Maſse darstellt; wir haben also die verrichtete Arbeit $p \cdot iut = eit$. Dies heiſst: wenn wir einen Leiter so bewegen, daſs durch Magnet-Induktion in ihm die el. Kraft e und der Strom i entsteht, so verrichten wir während der Zeit t die Arbeit eit oder i^2wt.

Da nun nach ausgeführter Bewegung als Wirkung dieser Arbeit in einem metallischen Leiter (bei der Elektrolyse wäre noch die chemische Arbeit zu berücksichtigen) nur die durch den Strom in dem Leiter entwickelte Wärmemenge vorhanden ist, so folgt aus dem Gesetz der Gleichheit von Wärme und Arbeit, daſs eit (oder i^2wt) eben diese Wärmemenge darstellt, in welche diese mechanische Arbeit durch Vermittelung des Stromes umgesetzt worden ist; natürlich diejenige Wärmemenge als Einheit angenommen, welche der Arbeitseinheit äquivalent ist.

Unmittelbar aber ist die in dem Leiter entwickelte Wärme doch nur eine innere Wirkung des Stromes, und so haben wir in i^2wt oder eit die durch einen Strom i, wenn er einen Leiter vom Widerstande w durchflieſst, oder wenn er von der el. Kraft e hervorgebracht wird, erzeugte Wärmemenge, oder mit anderen Worten die von ihm verrichtete innere Arbeit.

Galvanische Elemente. Der Verbrauch von 1 gr-Äqu. im Element gibt (vgl. Nr. 19) die Strommenge 1/0,0001036 [C-G-S], also bei der el. Kraft e die el. Arbeit (einschlieſslich etwaiger Stromwärme im Element) $e/0{,}0001036$ Erg, entsprechend $e/(0{,}0001036 \cdot 41900000) = e/4340$ gr-Cal. Würde die Wärmeentwickelung S, welche dem chemischen Proceſs im Element pro gr-Äquivalent entspricht, ganz in elektrische Energie umgesetzt, so würde die el. Kraft $e = 4340 \cdot S$ [C-G-S] $= 0{,}0000434 \cdot S$ Volt sein. Vgl. auch folg. S.

Einfluſs der Temperatur auf die el. Kraft. Ein in beiden Richtungen unpolarisirbares Element (bei welchem die Stromumkehr den chemischen Vorgang umkehrt, z. B. Daniell mit $ZnSO_4$ statt H_2SO_4; Clark) habe die el. Kraft e bei der Temperatur T, e' bei der etwas verschiedenen Temperatur T'. Dasselbe liefere bei T Strom bis zum Verbrauch von 1 gr-Äqu., also die elektrische Arbeit e/c, wo $c = 0{,}0001036$.

Q sei die in Arbeitsmaſs ausgedrückte Wärmetönung, welche der Summe der Processe entspricht, so muſs, um das Element auf T zu erhalten, ihm die Wärmemenge $e/c - Q$ zugeführt (bez. $Q - e/c$ entzogen) werden. Der chemische Proceſs werde bei der Temp. T' durch einen Gegenstrom rückgängig gemacht. Die hierauf von auſsen zu verwendende

Arbeit (z. B. durch eine Dynamomaschine) beträgt e'/c. Die gesamte während des Kreisprocesses vom Element nach auſsen geleistete Arbeit ist also $(e-e')/c$.

Nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik (s. Nr. 7) muſs also sein $(e-e')/c:(e/c-Q)=(T-T'):T$, oder der Temp.-Koefficient der el. Kraft $\frac{e-e'}{T-T'}=\left(\frac{e}{c}-Q\right)\frac{c}{T}=\frac{e-0{,}0001036\cdot Q}{T}$ (Helmholtz).

e ist also von der Temperatur unabhängig, wenn die el. Kraft genau „der chemischen Wärmetönung entspricht", wenn die chemische Energie sich durch den Strom gerade in elektrische umsetzt, was z. B. bei dem Daniell-Element nahe der Fall ist. Denn die gleichzeitige Auflösung von 1 gr-Äqu. Zn zu $ZnSO_4$ und Abscheidung von Cu aus $CuSO_4$ gibt die Wärmetönung $S=25060$ gr-Kal., also $Q=25060\cdot 41900000=1050\cdot 10^9$ Erg. Eine solche el. Arbeit würde beim Verbrauch vom 1 gr-Äqu. im Element von der el. Kraft $e=0{,}0001036\cdot 1050\cdot 10^9=1{,}09\cdot 10^8$[C-G-S] $=1{,}09$ Volt geleistet werden. Dies ist aber nahe die el. Kraft Daniell. Ist aber, wie gewöhnlich, z. B. bei dem Clark-Element, die el. Kraft kleiner, als die so berechnete, so nimmt dieselbe mit wachsender Temperatur ab.

Stromwärme. Der Strom 1 $cm^{1/2}\,g^{1/2}\,sec^{-1}$ im Widerstande 1 Ohm $=10^9$ cm sec^{-1} verrichtet in der Sekunde die Arbeit $10^9\,cm^2\,g\,sec^{-2}$. Da nun 41900000 solcher Arbeitseinheiten der Wasser-gr-Kalorie (vgl. Nr. 7) entsprechen, so beträgt die von dem Strome 1 [C-G-S] in 1 Ohm entwickelte Wärmemenge $10^9/41900000=23{,}9$ gr-Kalorien. Nach dem Ausdruck $Q=i^2wt$, und da 1 Am $=0{,}1$ [cm, g] ist, entwickelt also der Strom i Am in w Ohm während t sec die Wärmemenge $0{,}239\cdot i^2wt$ gr-Kalorien.

Statt dessen kann man z. B. auch so sagen: Die elektrom. Kraft 1 Volt $=10^8\,cm^{3/2}\,g^{1/2}\,sec^{-2}$ bringe den Strom 1 Am $=0{,}1\,cm^{1/2}\,g^{1/2}\,sec^{-1}$ hervor. In einer Sekunde wird dadurch die Arbeit 1 Volt·Am·sec $=10^7\,cm^2\,g\,sec^{-2}$ geleistet. Wollen wir dies in technische Hub-kg-meter umrechnen, so ist (Nr. 7) 1 kg-Gew. $\times$ meter $=98060000\,cm^2\,g\,sec^{-2}$. Durch Division findet man die Arbeit 1 Volt·Am·sec $=0{,}102$ kg-Gew. $\times$ meter. In Wärme umgerechnet gibt dies, wie oben, $102/428=0{,}239$ gr-Kal.

Setzt man eine Pferdekraft $=75$ kg-Gew. $\times$ meter/sec, so ist also die Stromleistung in 1 sec, nämlich 1 Watt $=1$ Volt·Am $=10^7$ Erg/sec $=0{,}102$ kg-Gew. meter/sec $=0{,}00136$ Pf.

Die Weber'schen Einheiten lassen sich also, nach Feststellung der Stromeinheit, auch folgendermaſsen definiren. Die Einheit der elektromotorischen Kraft ist diejenige el. Kraft, welche dadurch, daſs sie den Strom Eins hervorbringt, in der Zeit Eins die Arbeitseinheit verrichtet.

Oder auch: Widerstandseinheit ist der Widerstand desjenigen Leiters, in welchem der Strom Eins in der Zeiteinheit die Einheit der Arbeit verrichtet.