Die Kultur der Gegenwart

ihre Entwicklung und ihre Ziele

Astronomie

Hartmann, J.

1921

Die Gravitation. Von S. Oppenheim

urn:nbn:at:at-ubi:2-5970

DIE GRAVITATION.

Von

S. Oppenheim.

Newtons Principia.

I. Das Newtonsche Gesetz. Wenn die Aufgabe eines jeden Naturerkennens darin besteht, alle beobachteten und noch zu beobachtenden Erscheinungen auf ein einziges einheitliches Gesetz zurückzuführen, das uns befähigt, zukünftige Erfahrungen vorauszusehen, um nach dieser Voraussicht unser gegenwärtiges Handeln einrichten zu können, so steht unter allen wissenschaftlichen Disziplinen die theoretische Astronomie oder, wie besser gesagt werden sollte, die Mechanik des Himmels diesem wissenschaftlichen Ideal am nächsten. Durch die Newtonsche Entdeckung der allgemeinen Gravitation und des Gesetzes ihrer Wirksamkeit wurde ihr die dazu notwendige Grundlage gegeben, und schon Newton selbst erkannte ihre Tragweite. Es gelang ihm in seinem Hauptwerke: Philosophiae naturalis principia mathematica, London 1687, gewissermaßen mit einem Schlage, eine staunenswerte Menge scheinbar gar nicht miteinander zusammenhängender Erscheinungen diesem Gesetze unterzuordnen und die sich daran anschließenden Aufgaben, soweit sein mathematisches Können reichte, zu lösen.

Planeten und Monde.

An erster Stelle war es natürlich das Problem der Bewegung der Planeten und ihrer Monde am Himmel, dem er seine Kräfte widmete. Seit den ältesten Zeiten galt gerade dieses den Menschen als ein sehr schwieriges Rätsel, und an seiner Lösung hat sich ihr erstes wissenschaftliches Bestreben versucht, das mit den Namen Aristarch, Hipparch, Ptolemäus und Kopernikus verbunden erst in der Aufstellung der empirischen Gesetze dieser Bewegungen durch Kepler seinen Abschluß fand. Diese — als Ausdruck der regelmäßigen (ungestörten) Bewegungen der Planeten und ihrer Monde — konnte er erklären durch die Annahme, daß die anziehende Kraft der Sonne allein den Lauf der Planeten, und die der Planeten wieder den ihrer Monde regle. Gleicherweise führte er die vielfachen Anomalien in ihren Bewegungen, wie die retrograden Verschiebungen der Knoten der Bahn, die progressiven ihrer Apsiden, sowie die vielen sonstigen Ungleichheiten namentlich im Laufe des Erdmondes, die teils schon im Altertum bekannt waren, teils erst im Mittelalter von den Arabern, dann von Kopernikus, Tycho und Kepler neu aufgefunden wurden, auf das gleiche Prinzip zurück, sich aber hier auf den allgemeinen Gedanken stützend, daß die gegenseitige Anziehung aller die treibende Ursache ist, die ihre Bewegung beeinflußt. Ebenso gelang ihm für die seltsamen Körper, die hie und da am Himmel als Kometen auftauchen, der gleiche Nachweis, daß sie in ihrer Bewegung derselben Kraft unterworfen sind, und seinem Schüler Halley glückte daraufhin die bedeutsame Entdeckung des ersten periodischen Kometen, der wie ein Planet eine elliptische Bahn um die Sonne beschreibt. Kometen.

In gleicher Art auf Grund desselben Prinzips der allgemeinen Gravitation behandelte er das Problem der Gestalt der Erde. Er zeigte, wie ihre Abplattung sich aus ihrer Rotation und der durch sie verursachten Fliehkraft berechnen läßt, wie infolge derselben Kraft die Schwere auf ihrer Oberfläche variiert, eine Frage, zu der die damals zuerst von Richer beobachtete Tatsache, daß ein für Paris reguliertes Sekundenpendel bei seiner Übertragung nach Cayenne verkürzt werden mußte, die Veranlassung bot. In seiner und seiner Nachfolger Hand gestaltete sich gerade dieses seither unter dem Namen der Theorie der Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeitsmassen bekannte Problem zu einem, das in intensiver Weise die Mathematiker beschäftigte und in bedeutsamer Weise zur Entwicklung der Mathematik beitrug. Gestalt der Erde.

Er löste das Rätsel des Ebbe- und Flutphänomens durch die Annahme, daß die beweglichen Wassermassen auf der Erdoberfläche der anziehenden Wirkung von Mond und Sonne gehorchen, und ebenso endlich das zweitausendjährige Geheimnis der Präzession, die ihm als Wirkung der Anziehung erscheint, die die vereinigte Kraft von Mond und Sonne auf den äquatorealen Wulst der Erde ausübt. Ebbe und Flut. Präzession.

Aber noch mehr. Die Herschelsche Entdeckung der Doppelsterne (1803) und der Tatsache, daß ihre Glieder Bahnen umeinander beschreiben, führte zu der Frage nach den Gesetzen, denen diese Bewegungen gehorchen, und den Kräften, unter deren Einwirkung sie erfolgen. Die Forderung, daß sie mit der Newtonschen Gravitationskraft identisch sind, erwies sich als stets zureichend, und seitdem bildet das Problem der Bestimmung der Bahnen dieser Sterne, die Vorausberechnung ihrer gegenseitigen Lage unter der Voraussetzung, daß die zwischen ihnen tätige Kraft mit der Newtonschen Gravitation identisch ist, einen neuen wichtigen und auch interessanten Zweig der theoretischen Astronomie, dem sie mannigfache neue und merkwürdige Erfolge verdankt. Unter anderen die Entdeckung der spektroskopischen Doppelsterne, d. i. solcher Sternenpaare, die so eng aneinander stehen, daß sie bisher noch nicht visuell voneinander getrennt werden konnten, ihre Doppelnatur vielmehr bloß aus dem periodischen Auf- und Abschwanken ihrer nach dem Dopplerschen Prinzip gemessenen Radialgeschwindigkeiten zu erkennen ist. Ebenso die Entdeckung einer Gruppe optisch veränderlicher Sterne, deren genauere photometrische Beobachtung zu der Hypothese führte, daß der Verlauf ihres Lichtwechsels durch die Bewegung zweier verschieden heller oder verschieden großer Körper umeinander hervorgerufen werde, die zeitweise nebeneinander stehen und so den Eindruck eines Helligkeitsmaximums hervorrufen, zeitweise sich zum Teile bedecken Doppelsterne.

und dann ein Minimum an Helligkeit dem beobachtenden Auge darbieten. In der Tat brachten dann auch die spektroskopischen Beobachtungen eine Bestätigung ihrer Doppelnatur.

Die universelle Gültigkeit der Newtonschen Gravitation.

Damit erscheint die universelle Gültigkeit der Newtonschen Gravitation erwiesen. Ihre Wirksamkeit beschränkt sich nicht mehr einzig auf die Körper des Sonnensystems, sondern reicht weit hinaus in die fernen Räume der Fixsternwelt, so weit als bisher die Beobachtungskunst der Astronomen vordringen konnte. Unter ihrer Herrschaft schweben und bewegen sich die einzelnen Himmelskörper im unermeßlichen Raume. Verglichen mit den ungeheuren Entfernungen zwischen ihnen, sind sie alle, die großen wie die kleinen, nur wie Stäubchen von Materie zu betrachten. Trotzdem fesselt sie diese Kraft wie ein unsichtbares Band aneinander und hält sie in gegenseitiger Abhängigkeit. Einzig die Frage ist noch als unerledigt zu betrachten, ob auch eine gegenseitige Einwirkung zwischen den Fixsternen und unserem Sonnensystem vorhanden und aus den Beobachtungen konstatierbar ist.

Kant und die Newtonsche Gravitation.

So erscheint es erklärlich, daß Kant im Staunen vor dieser bewundenrungswürdigen Anordnung des Weltgebäudes die Worte ausspricht: „Gebt mir Materie, ich will euch zeigen, wie eine Welt daraus entsteht. Denn wenn Materie vorhanden ist, welche mit einer wesentlichen Attraktionskraft begabt ist, so ist es nicht schwer, diejenigen Ursachen zu bestimmen, die zu der Einrichtung des Weltsystems im Großen betrachtet haben beitragen können. Man weiß, was dazu gehört, daß ein Körper eine kugelrunde Figur erlange, man begreift, was erfordert wird, daß freischwebende Kugeln eine kreisförmige Bewegung um den Mittelpunkt anstellen, gegen den sie gezogen werden."

Ebenso erscheint es uns verständlich, wenn Kant auseinandersetzt, daß das Gesetz für die Wirkungsweise dieser Kraft schon mit unserer ganzen Raumauffassung zusammenhänge, in ihr begründet sei und so streng genommen ein aprioristisches Erkenntnisresultat bedeute. Hier ist, sagt er, Natur, die auf Gesetzen beruht, welche der Verstand a priori erkennt, und zwar vornehmlich aus allgemeinen Prinzipien der Bestimmung des Raumes.

Ist nun diese Anschauung gerechtfertigt, oder ist im Gegenteil das Newtonsche Gesetz doch nichts anderes als ein empirisches Gesetz, das nach dem Stande unseres Wissens etwa schon einer Korrektur bedürftig ist? Wohl unterliegt es keinem Zweifel, daß es bis zu einem sehr hohen Grade der Genauigkeit den tatsächlichen Verhältnissen entspricht. Aber die Frage ist, genügt es ihnen in voller Strenge und kommt ihm deshalb tatsächlich jener Grad der Sicherheit und Gewißheit zu wie den Axiomen der Mathematik oder, um nochmals einen Ausspruch Kants zu zitieren: Könnte nicht ein anderes Gesetz der Attraktion als das des umgekehrten Quadratverhältnisses der Entfernungen zu einem Weltsystem als schicklich erdacht werden?

Genauigkeit des Newtonschen Gesetzes.

II. Die Prüfung des Newtonschen Gesetzes. Um den Grad der Genauigkeit festzustellen, mit der das Newtonsche Gesetz die Bewegungen der Planeten und ihrer Monde, der Kometen, der Doppelsterne, namentlich aber des Erdmondes darstellt, wäre eine Vergleichung aller am Himmel durchgeführten Ortsbestimmungen mit der Theorie durchzuführen. Ein Riesenaufwand an Zeit und Arbeit ist dazu erforderlich, selbst wenn man die Beobachtungen so weit einschränkt, daß man nur jene benutzt, die seit dem Jahre 1750, dem Beginne der Beobachtungstätigkeit Bradleys, durchgeführt wurden, die vor diesem Jahre angestellten aber als den modernen Ansprüchen an Genauigkeit zu wenig genügend verwirft.

In neuerer Zeit ist von jenen, die eine solche Riesenarbeit unternahmen und sie auch vollendeten, Leverrier in Paris zu nennen. Die von ihm berechneten Tafeln der Planeten Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn genießen noch heute hohen Ruhm und bilden die Grundlage für viele theoretische Untersuchungen. In jüngster Zeit (1895) hat Newcomb für die vier inneren Planeten die Arbeit wiederholt. Über 72000 Positionsbestimmungen derselben, welche von 1750—1890 reichen, wurden streng reduziert, von allen ihnen möglicherweise anhaftenden systematischen Fehlern befreit und sodann mit den Leverrierschen Tafeln verglichen.

Die vier inneren Planeten.

Das Ergebnis dieser umfassenden Rechnungen läßt sich dahin aussprechen, daß alle Beobachtungen mit den Resultaten der Gravitationstheorie übereinstimmen bis auf die folgenden größeren Fehler:

1. Merkur eine säkulare Störung in der Länge seines Perihels im Betrage von $41'' \pm 2''$ für ein Jahrhundert, was so zu verstehen ist, daß die empirisch bestimmte Säkularvariation des Perihels um $41''$ in einem Jahrhundert größer ist als die rein nach der Newtonschen Theorie berechnete,

2. Venus eine säkulare Störung in der Knotenlänge ihrer Bahn in der Größe von $10''$ in einem Jahrhundert, mit einer möglichen Unsicherheit von $\pm 4''$,

3. Mars eine säkulare Störung in seiner Perihellänge von $8''$ für ein Jahrhundert mit einem mittleren Fehler von $\pm 3''.5$.

Von diesen Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung ist die in der Länge des Merkurperihels die größte. Sie war auch schon Leverrier bekannt, aber ihrer absoluten Größe nach noch nicht mit der Genauigkeit wie nunmehr seit der Diskussion Newcombs.

Die vier äußeren Planeten.

Die Theorien von Jupiter und Saturn bieten der Rechnung wegen der größeren Masse beider, wie wegen der genäherten Kommensurabilität ihrer Umlaufszeiten und daher wegen der beträchtlichen Störungen, die sie aufeinander ausüben, ziemliche Schwierigkeiten. Trotzdem ist der Erfolg der Berechnungen Leverriers, 1876, und der neueren G. W. Hills, 1895, ein glänzender. Die Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung überschreiten selten mehr als $3''$ in Länge für die älteren 1750—1825 und $1''$ für die neueren Beobachtungen des Zeitraumes 1825—1890.

Entdeckung des Neptun.

Dagegen fand Bouvard, der 1820 auf Veranlassung von Laplace die Bahnbestimmung des erst 1781 von Herschel entdeckten Planeten Uranus übernommen hatte, daß sich für alle Beobachtungen des Zeitraumes 1781 bis 1820, zu denen außerdem einzelne ältere Ortsbestimmungen des Planeten hinzukamen, in denen er noch als Fixstern beobachtet erscheint, nämlich 1753 von Bradley, 1756 von Tobias Mayer und 1763—1768 von Lemonnier, kein einheitliches Elementensystem berechnen lasse. Er verwarf daher die älteren Beobachtungen und gründete seine Tafeln bloß auf die der Jahre 1780—1821. Indes schon wenige Jahre nach deren Erscheinen zeigten sich ziemlich bedeutende Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung. Im Jahre 1830 stiegen sie auf 20″, 1840 auf 90″, 1844 auf 120″. Die wahrscheinliche Ursache dieser stetig zunehmenden Fehler dürfte von den Astronomen lebhaft diskutiert worden sein. Doch erst Bessel äußerte die bestimmte Ansicht, daß dieses Nichtstimmen des Planeten Uranus sich am einfachsten durch die Annahme eines unbekannten Planeten erklären lasse, der sich in noch größerer Entfernung von der Sonne als dieser bewege. Diese Vermutung Bessels bestätigte sich aufs glänzendste. Sie führte den jungen Leverrier zur Bahnbestimmung dieses noch nicht gesehenen Planeten und nach Veröffentlichung seiner Bahn zu seiner Entdeckung durch Galle (1846). Seitdem zeigen beide Planeten, Uranus und der neue Neptun, eine fast vollständige Übereinstimmung zwischen Beobachtung und den für sie von Newcomb berechneten Tafeln.

Sirius und Prokyon als Doppelsterne.

Und wie im Falle Uranus führte auch schon in einem zweiten, Doppelsterne betreffenden Falle die Kenntnis des Newtonschen Gesetzes zur Entdeckung von bisher unbekannten Körpern. Zwei Sterne, Prokyon im Sternbilde des kleinen und der helle Sirius in dem des großen Hundes erregten durch kleine innerhalb kürzerer Perioden sich wiederholende Schwankungen in ihren Eigenbewegungen die Aufmerksamkeit Bessels, der wie im Falle des Uranus auch da den Gedanken aussprach, daß diese Veränderlichkeit ihre einfachste und naturgemäße Erklärung finde in der Annahme, daß beide Sterne Doppelsterne seien, aber mit dunklen Begleitern. Das Überraschende und Neue in dieser Annahme, nämlich der Glaube an die Existenz dunkler Begleiter bei Fixsternen, brachte ihr anfangs viele Gegner, wiewohl Bessel die richtige Ansicht äußerte: Daß zahllose Sterne sichtbar sind, beweise offenbar nichts gegen das Dasein ebenso zahlloser unsichtbarer.

Die Bahn des dunklen Siriusbegleiters wurde von C. A. F. Peters 1851 berechnet und dieser selbst als ein Sternchen von der 8. Größenklasse, der nur, infolge des großen Glanzes des nahestehenden Sirius überstrahlt, schwierig zu sehen ist, durch Alvan Clark (1862) entdeckt und seitdem an vielen Sternwarten beobachtet. Die aus diesen Messungen abgeleitete Bahn sowie die von Peters aus der veränderlichen Eigenbewegung berechnete stehen miteinander in recht guter Übereinstimmung. Für Prokyon führte Auwers 1860 die Bahnbestimmung durch. Der Begleiter wurde aber erst 1896 durch Schäberle mit dem großen Refraktor der Licksternwarte als ein Sternchen 13. Größe entdeckt.

Die kleinen Planeten.

Was die Gruppe der kleinen Planeten zwischen Mars und Jupiter anlangt, so ist bis heute für wenige unter ihnen eine vollständige Bahnbestimmung und ein sorgfältiger Vergleich aller Beobachtungen mit der Theorie durchgeführt. Sie können also nicht dazu herangezogen werden, um an ihnen die Genauigkeit des Newtonschen Gesetzes zu prüfen.

Die Kometen.

Die Beobachtungen der Kometen wiederum besitzen nicht jenen Grad der Genauigkeit wie die der Planeten. Ihre unregelmäßige Figur, ihr verschwommenes Aussehen im Fernrohre machen sie zur genauen Pointierung und Messung wenig geeignet. Die bei der Bahnbestimmung von Kometen übrigbleibenden Fehler als Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung sind daher im allgemeinen größer als die nach der Reduktion von Planetenbeobachtungen sich ergebenden und eignen sich daher viel weniger als diese zur Entscheidung der Frage nach der Genauigkeit des Newtonschen Gesetzes. Trotzdem ist die Übereinstimmung selbst für jene periodischen Kometen, die in mehreren Erscheinungen beobachtet wurden — bisher etwa 23 —, eine befriedigende. Mit Ausnahme einer Anomalie, die der berühmte Enckesche Komet zeigt und die sich in einer Beschleunigung seiner Bewegung oder Verkürzung seiner Umlaufszeit, die 3.305 Jahre zählt, um etwa 1—2 Stunden von Umlauf zu Umlauf äußert.

Der Erdmond.

Am schwierigsten gestaltet sich der Vergleich zwischen Theorie und Beobachtung beim Erdmond. Hier fehlt es zwar nicht an zahlreichen, den höchsterreichbaren Grad an Genauigkeit besitzenden Beobachtungen. Dazu kommt, daß auch ältere, aus früheren Jahrhunderten, ja sogar Jahrtausenden herrührende Angaben über Sonnen- und Mondfinsternisse, von denen die Geschichte berichtet, dazu benutzt werden können, um namentlich die säkularen Änderungen seiner Bahnelemente festzulegen. Dafür aber stehen einer rein analytisch durchzuführenden Theorie seiner Bewegung fast unüberwindliche Schwierigkeiten gegenüber, teils wegen der Größe der Störungen, die die Sonne durch ihre ungeheure Masse auf die rein elliptische Bahn des Mondes um die Erde ausübt, teils wegen der Störungen der Planeten, deren Berechnung, der direkten sowohl wie der indirekten, der aus den Störungen in den Bahnelementen der Erde durch die Planeten herrührenden hauptsächlich auf mathematische Schwierigkeiten stößt.

Zu den besten der neueren Zeit angehörenden Arbeiten über die Bahn des Mondes gehören: die Mondtheorie Hansens in Gotha nebst den aus ihr berechneten Tafeln, die 1857 von der englischen Admiralität herausgegeben wurden und die Grundlage für die in allen nautischen Jahrbüchern veröffentlichten Mondephemeriden bilden, dann Delaunay's Théorie de la lune, 1860 und 1867, und endlich die vielfach in ganz neuen Rechnungsmethoden sich bewegenden Entwicklungen von G. W. Hill mit deren Ergänzungen und Vervollständigungen durch Ernst Brown.

Schon Hansen gab einen Vergleich seiner Theorie mit allen Beobachtungen des Zeitraumes von 1750—1850 und fand, daß die Fehler nur 1″—2″ in Länge betragen. Newcomb dehnte den Vergleich auf die neueren Beobachtungen aus. Er wies nach, daß die Fehler langsam bis 5″ ansteigen, ja 1890 schon 20″ betrugen und so die Hansensche Mondtheorie keineswegs eine vollständige ist. Die zutreffendste Korrektion, stellt er als Endergebnis seiner umfassenden Rechnungen fest, gehe dahin, an Stelle der von Hansen geforderten 12″.53 als säkularer Beschleunigung in der Länge des Mondes, welche Störung einer indirekten Einwirkung der Planeten, nämlich der durch sie hervorgerufenen säkularen Änderung in der Exzentrizität der Erdbahn, ihre Entstehung verdankt, die von Brown durch weitergetriebene Annäherungen berechneten 5″.81 zu setzen. Da aber die Verwertung der historischen Angaben über Finsternisse vom Jahre 382 v. Chr. an eine säkulare Beschleunigung von 8″ notwendig erscheinen lasse, so bleibe ein unaufgeklärter Rest von 2″—3″ für ein Jahrhundert übrig, um welchen der Mond sich rascher bewegt, als es die Theorie fordert. Zu ihm kommt hinzu als ein Fehler zweiter Art der Umstand, daß das Ansteigen der Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung kein gleichmäßiges ist, sondern merkwürdige Schwankungen von unregelmäßiger Periode zeige, deren Maxima in neuerer Zeit, aus der erst ununterbrochene Beobachtungsreihen über die Bewegung des Mondes vorliegen, in die Jahre 1861 und 1880 fielen, und deren Minima in 1852, 1874 und 1892 auftraten mit Amplituden von etwa 2—3″. Unexplained fluctuations nennt sie Newcomb.

Verbesserungsversuche.

III. Abänderungen des Newtonschen Gesetzes. Die Geschichte der Astronomie berichtet, daß stets, wenn die verfeinerte Beobachtungskunst der Astronomen neue Ungleichheiten in den Bewegungen der Planeten oder des Mondes erkennen ließ, deren Ableitung aus dem Newtonschen Gesetze nicht sofort gelingen wollte, der Gedanke auftrat, daß dieses Gesetz nicht genüge, um alle vorkommenden Bewegungsanomalien zu erklären, es vielmehr einer wenn auch nur geringen Korrektion bedürfe, oder daß neben der Gravitation noch Kräfte anderer Art im Sonnensystem vorhanden seien.

So fand Halley im Jahre 1693, daß seine Mondbeobachtungen und die seiner Zeitgenossen mit den Mondorten, die sich aus den aus dem Altertum überkommenen Nachrichten über Mond- und Sonnenfinsternisse ableiten lassen, nur dann in Einklang zu bringen sind, wenn man annehme, daß sich die mittlere Geschwindigkeit des Mondes in seiner Bahn um etwa 6″ im Jahrhundert beschleunige. Tobias Mayer bestätigte 1747 die Entdeckung Halleys und versuchte eine Erklärung für sie in der Annahme eines widerstehenden Mediums, in dem der Lauf des Mondes stattfinde. Die Anomalie selbst, die nach dem dritten Keplerschen Gesetze auf eine säkulare Abnahme der mittleren Entfernung zwischen Mond und Erde hinwies, erschien um so rätselhafter, als sowohl Lagrange wie Laplace in ihren mathematischen Störungstheorien das Gesetz streng bewiesen zu haben glaubten, daß die großen Achsen der Bahnen der Planeten und der Monde keinen säkularen, sondern nur periodischen Störungen unterworfen seien, und sie gerade auf dieses Gesetz besonderen Wert legten, da es in Verbindung mit den sehr kleinen Variationen der Exzentrizitäten und der Neigungswinkel der Bahnen einen Beweis für die Stabilität des Sonnensystems zu begründen schien.

Erst 1786 fand Laplace nach vielen Bemühungen den wahren Grund für die fragliche Anomalie, wie schon erwähnt, in einer indirekten Störungswirkung der Planeten, nämlich in der durch sie hervorgerufenen Variation der Exzentrizität der Erdbahn.

Clairaut, der sich seit 1743 mit einer Vervollständigung der Halleyschen Untersuchungen über die komplizierte Bahn des Mondes befaßte, fand in seinen ersten Rechnungen für die säkulare Störung des Mondperigäums einen Wert, der nur der Hälfte des aus den Beobachtungen bekannten gleichkam, und schrieb diese neue Anomalie einer Unvollständigkeit des Newtonschen Gesetzes und seiner notwendigen Ergänzung um ein der negativen dritten Potenz der Entfernung proportionales Glied zu. Erst auf Anraten Buffons hin, der auf die so wunderbare Einfachheit des Newtonschen Gesetzes hinwies, wiederholte er seine Rechnungen und kam zu dem Ergebnisse, daß er seine Näherungsrechnung zu wenig weit getrieben habe und daher diese und nicht das Newtonsche Gesetz einer Korrektur bedürfe.

Tobias Mayer, der sich ebenfalls eingehend mit der Mondtheorie befaßte, entdeckte 1752 eine kleine periodische Störung im Betrage von 8″ in ihr und suchte sie auf eine Verschiedenheit in der Anziehung der Sonne auf den Mond gegenüber der der Erde auf ihn zurückzuführen. Erst Laplace gab wieder die richtige Erklärung für sie durch den Nachweis, daß sie von der Abplattung der Erde herrühre, und daß der aus ihr erschlossene Wert für diese Größe mit den aus den geodätischen und Pendelmessungen herrührenden in sehr guter Übereinstimmung stehe.

Wird nun die moderne Astronomie, die auf Grundlage des Newtonschen Gesetzes bis auf die oben erwähnten kleinen, nur wenige Bogensekunden für ein Jahrhundert zählenden Fehler von den so verworrenen und verwickelten Bahnen des Himmelskörpers Rechenschaft gab, auch über sie in der gleichen Art triumphieren, wie es zu Ende des 18. Jahrhunderts zumeist Laplace glückte? Es ist klar, daß die Astronomen es als ihre Hauptaufgabe betrachteten, selbst diese geringen Unvollkommenheiten im Aufbau ihrer Wissenschaft zu beseitigen, und dazu mehrfache Versuche unternahmen und verschiedene Hypothesen aufstellten.

Die Merkurtheorie.

Was zunächst den größten Fehler, den in der Theorie des Merkur vorkommenden, anlangt, so teilen sich die Versuche zu seiner Beseitigung in zwei Gruppen; die erste zieht zu diesem Zwecke neue, bisher unbekannte Massen heran, eine Methode, die, wie oben berichtet wurde, im Falle des Uranus durch die Entdeckung des Neptun einen so außerordentlichen Erfolg brachte; die zweite versucht dieses Ziel zu erreichen durch eine formale Änderung, eventuelle Korrektion des Newtonschen Gesetzes selbst.

Ein intramerkurieller Planet (Vulkan).

So dachte man im Anschluß an Leverrier an einen Planeten, der noch innerhalb der Merkurbahn sich um die Sonne bewegen solle, und versuchte es unter der Annahme, daß der Fehlbetrag durch ihn als störenden Körper entstehe, seine Bahn zu berechnen. Aber um die ganze Störung von 41″ für ein Jahrhundert hervorzubringen, wäre, wie die Rechnung ergab, dem hypothetischen Planeten mindestens die gleiche Masse zuzuschreiben wie dem Merkur selbst. Auch wenn er sonst bei den alltäglichen Durchmusterungen des Himmels stets in den Sonnenstrahlen verschwände und unsichtbar bliebe, müßte er doch bei Sonnenfinsternissen als hellglänzender Stern hervortreten oder bei seinen häufigen Vorübergängen vor der Sonnenscheibe als scharf begrenzter dunkler Körper wahrzunehmen sein. Nichts von alledem ist bisher trotz eifriger Nachforschung beobachtet worden. Die Hypothese des intramerkuriellen Planeten muß daher fallen gelassen werden.

Die elliptische Gestalt der Sonne.

Man ersetzte ferner den einzelnen Planeten durch einen Ring von kleinen Planeten, die nach Art des Ringes der Asteroiden zwischen Mars und Jupiter sich um die Sonne bewegen. Man nahm an, daß dieser Ring sich direkt an die Sonne anschließe, und kam so zu der neuen Hypothese, daß die Sonne keine reine Kugel sei, sondern gleich der Erde die Form eines Rotationsellipsoides habe, deren Äquatorebene mit der Ekliptik zusammenfalle. Aber die Rechnung führt hier auf dieselbe Schwierigkeit wie im Falle eines einzelnen Planeten. Sie sagt, daß die Masse dieses äquatorealen Wulstes an der Sonne im Vergleiche zu ihrer ganzen Masse recht beträchtlich, ihre Abplattung daher zu groß sein müßte. Der Unterschied zwischen dem äquatorealen und polaren Radius wäre mindestens zu $0''.5$ anzusetzen. Die zahlreichen, in allen möglichen Richtungen am Bilde der Sonne im Fernrohre durchgeführten Messungen ihrer scheinbaren Größe lassen indes, wie Auwers durch eine sehr sorgfältige Diskussion nachwies, keine Spur einer Abplattung erkennen. Zudem lehrt auch die Theorie der Gleichgewichtsfiguren, daß die Sonne wegen ihrer recht langsamen Rotation, deren Periode 25 Tage zählt, nur eine sehr geringe Abplattung haben könne, nach Newton nur von der Größe von 1 : 38000, der als Differenz zwischen polarem und äquatorealem Radius nur $0''.05$ entsprechen könnte. Damit ist der negative Erfolg auch dieses Erklärungsversuches entschieden.

Das Zodiakallicht.

Die Hypothese der ringförmigen Ausstreuung von kleinen Planeten in dem Raume zwischen Sonne und Merkur wurde neuestens 1906 von v. Seeliger nochmals aufgenommen. Indes in einer etwas anderen Form. v. Seeliger setzt an Stelle kleiner diskreter Planetoiden fein zerstreute Materie, die scheibenförmig mit zur Ekliptik paralleler Hauptfläche um die Sonne lagere und über die Merkurbahn, ja selbst über die der Venus und die Erde hinaus fast bis an den Mars heranreiche. Auf die Annahme eines solchen Staubringes, dessen einzelne Teilchen im reflektierten Sonnenlicht schwach leuchten und dadurch sichtbar werden, führt der einfachste Versuch zur Erklärung des Zodiakallichtes, und v. Seeliger beweist, daß ganz plausible, nach keiner Richtung hin auf unzulässige oder auch nur auffallende Verhältnisse hindeutende Annahmen über die Dichte der Massen und ihre Verteilung in diesem Ringe genügen, die Bewegungsanomalie beim Merkur zu beseitigen. Ja noch mehr, es werden durch sie gleichzeitig auch die zwei weitaus kleineren und nicht so sicher verbürgten Fehler in der Theorie der beiden Planeten Venus und Mars, die oben (S. 601) mitgeteilt wurden, erklärt. Ein Umstand, der diese Hypothese als die sympathischste erscheinen läßt, da durch sie eine volle Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung in den Bewegungen der vier inneren Planeten erzielt, jeder Zweifel an der Richtigkeit des Newtonschen Gesetzes hinfällig und gleichzeitig eine Erscheinung mitbestimmt wird, die sonst ganz rätselhaft bliebe. Die Annahmen selbst über die Ausbreitung des Staubringes sind die eines solchen zwischen Sonne und Merkur und eines zweiten zwischen Erde und Mars, deren Massen zusammen zu 1 : 3.000 000 der Sonnen- oder 1 : 10 der Erdmasse anzusetzen wären.

Änderung des Exponenten.

Von den Versuchen zur Erklärung der Merkuranomalie, die auf einer Modifikation des Newtonschen Gesetzes beruhen, sei vorerst der erwähnt, nach dem man die Anziehung zweier Massenteilchen nicht mehr der zweiten Potenz ihrer Entfernung invers proportional setzt, sondern im Potenzexponenten eine geringe Abweichung von der Zahl 2 annimmt und so dem Nenner im mathematischen Ausdruck hierfür die Form $r^{2+\lambda}$ an Stelle von r^2 gibt. Schon Newton behandelte in seinen principiis diesen Fall. Er bewies, daß eine solche formale Änderung eine säkulare Störung der Perihele der Planetenbahnen verursache, und daß aus der Tatsache, daß derartige Anomalien bisher bei den Planeten nicht erwiesen wurden, ein Rückschluß auf die Genauigkeit des Exponenten 2 im Ausdruck für die Anziehungsgesetze zu ziehen sei. Umgekehrt kann man, wie zuerst Asaph Hall versuchte, diese Differenz im Newtonschen Gesetz dazu benutzen, durch sie den Fehlbetrag der Merkurtheorie zu erklären. Die Rechnung ergibt für diese Differenz den Wert $\lambda = 0.000000153$, so daß der Nenner $r^{2.000000153}$ statt r^2 zu lauten hätte. Wie man sieht, eine sehr kleine Größe, die auf die Perihelbewegungen der anderen Planeten fast ohne merklichen Einfluß ist und ebenso die säkulare Perigäumsbewegung des Mondes nur äußerst wenig ändert.

Die Unendlichkeit der Welt.

Auf die Notwendigkeit einer formalen Änderung des Newtonschen Gravitationsgesetzes weisen auch Untersuchungen hin, die mit Carl Neumann beginnen und von v. Seeliger 1896 erweitert wurden. Sie sagen, daß dieses Gesetz keineswegs als ein universelles, d. h. als ein mathematisch genauer Ausdruck für alle im Weltenraume herrschenden Anziehungskräfte gelten könne, da es mit der Annahme eines unendlichen Raumes mit unendlicher Massenerfüllung nicht verträglich sei. Denkt man sich nämlich die wirklich vorhandenen, aber diskret verteilten Massen der Sterne durch eine kontinuierliche Verteilung ersetzt und nimmt an, daß der Raum unendlich groß sei, so läßt sich beweisen, daß die auf jeden einzelnen Punkt ausgeübten Kräfte ihrer Größe und ihrer Richtung nach vollständig unbestimmt, wenn nicht gar unendlich groß würden, was natürlich jede Stabilität von in diesem Raume befindlichen endlichen und geschlossenen Systemen, wie es unser Sonnensystem ist, unmöglich macht. Man hat daher nur zwischen zwei Annahmen die Wahl, entweder zu behaupten, die gesamte Masse des Weltalls ist unendlich, dann kann das reine Newtonsche Gesetz nicht der strenge Ausdruck für die Anziehung zweier Massenkörper sein, oder dieses Gesetz als ein absolut genaues hinzustellen, dann wieder ist es unmöglich, daß der unendlich große Raum der Fixsternwelt mit Masse von endlicher Dichte erfüllt ist.

Die Theorie des Enckeschen Kometen. Das widerstehende Medium.

Nicht mindere Schwierigkeiten macht den Astronomen die Erklärung der Bewegungsanomalie in der Theorie des Enckeschen Kometen. Encke führte hierzu die Hypothese des widerstehenden Mittels ein. Anfangs mit gutem Erfolge. Vom Jahre 1819 bis 1865 in den zahlreichen Erscheinungen des Kometen war die Übereinstimmung zwischen der auf dieser Hypothese aufgebauten Rechnung mit den am Himmel beobachteten Orten eine so schöne, daß an ihrer Richtigkeit fast nicht gezweifelt werden konnte. Die angenommene empirische Korrektion betrug hierbei $0\overset{''}{.}1044$ in der täglichen Geschwindigkeit des Kometen oder $2^h 48^m$ für seinen Umlauf von 3.305 Jahren. Im Jahre 1865 trat aber eine Wendung ein. Von da ab reichten einzig die planetarischen Störungen aus, den Lauf des Kometen darzustellen. Die Berücksichtigung einer außergewöhnlichen Störung erwies sich als überflüssig. Vom Jahre 1875 an mußte sie wieder zu Hilfe gerufen werden, um einen besseren Einklang zu erzielen. Doch als neue Störung genügte der Betrag von $0\overset{''}{.}0544$ in der täglichen Bewegung oder $1^h 27^m$ Umlaufsverkürzung. Die neuesten Erscheinungen endlich aus den Jahren 1904, 1908 und 1911 geben $0\overset{''}{.}011$ als empirisch anzubringende Korrektion. Die Frage wurde nach allen diesen Ergebnissen eine noch schwierigere. Sie hat jetzt nicht nur die Anomalie selbst, sondern ihre ganz rätselhaften Änderungen zu erklären. Keinesfalls kann die Enckesche Theorie mit ihrer ursprünglichen Form, die dem widerstehenden Mittel eine regelmäßige Anordnung rings um die Sonne zuschreibt, aufrechterhalten werden, noch weniger die, welche dieses Medium mit dem Lichtäther identifiziert. Vielmehr ist sie dahin zu modifizieren, daß es in der Nähe der Sonne ganz unregelmäßig verteilt ist und dadurch ganz unregelmäßige, plötzlich sich ändernde Störungen hervorruft. Man denke etwa an Staubmassen oder Meteorströme, die der Komet in seinem Laufe um die Sonne durchquert.

Die Theorie des Erdmondes. Flutreibung und Verzögerung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde.

Die letzte unter den Abweichungen in den Bewegungstheorien der Himmelskörper sind die zwei Anomalien im Laufe des Mondes, die säkulare Beschleunigung in seiner mittleren Bewegung von etwa 2—3″ im Jahrhundert und die eigentümlichen Schwankungen, die sich in den seit 1850 stetig ansteigenden Fehlerdifferenzen zeigen. Beide sind sehr klein. Man kann auch nicht sagen, daß sie aus den Beobachtungen zweifellos konstatiert sind; besitzt doch, wie schon erwähnt, die Mondtheorie noch keineswegs jenen hohen Grad einer exakten Durchführung, wie sie den Planetentheorien zukommt. Die Versuche zu ihrer Erklärung zielen meist dahin, sie nicht als reell, sondern nur als scheinbar vorhanden anzunehmen, verursacht durch eine reelle Verzögerung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde und ihr entsprechend eine Zunahme der Länge des mittleren Sonnentages, des astronomischen Normalzeitmaßes, damit in Verbindung eine Verzögerung in der Zählung der Tage, deren Übertragung auf den Lauf des Mondes dadurch eine scheinbare Beschleunigung in seiner Bewegung bedingt. Die Rechnung lehrt, daß schon die Annahme, daß die richtige Zeit nach 100 Jahren um 4 Sekunden hinter der beobachteten zurückbleibt, wenn sie mit der jetzt beobachteten Rotationsdauer der Erde gleichmäßig fortgezählt wird, genügend ist, die Abweichungen von 2″ zu beseitigen.

Als Ursache dieser Verzögerung der Rotationsgeschwindigkeit geben Adams und Delaunay die Flutreibung an, die den hemmenden Einfluß, den die durch die Anziehung von Mond und Sonne auf die beweglichen Wassermassen auf der Erdoberfläche erzeugten Ebbe- und Flutbewegungen durch ihre Reibung am Meeresgrunde oder dieselben Fluterscheinungen in den zähflüssigen Massen im Innern der Erde auf deren Rotation ausüben. Die Wasserhülle der Erde ist, wie die Theorie dieser Erscheinungen lehrt, als ein gegen den Mond hin verlängertes Ellipsoid aufzufassen, dessen Verlängerungen, die zwei Flutberge, an den Enden des nach dem Monde gerichteten Durchmessers dem Mondlaufe folgen und daher, da dieser sehr langsam erfolgt, auch nur sehr langsam fortschreiten, während die kugelige Erde unter ihnen viel rascher rotiert. Sie wirken folglich wie die beiden Backen einer Eisenbahnbremse, die sich an das rotierende Rad anlegen und seine Umdrehung verlangsamen.

Auch zur Erklärung der periodischen Schwankungen im Laufe des Mondes könnte die gleiche Hypothese herangezogen werden. Man brauchte sie nur durch die Anschauung zu ergänzen, daß die Flutreibung keine konstante und daher eine stetige Zunahme der Tageslänge erzeugende Kraft, vielmehr periodisch veränderlich ist, so daß ihr neben der scheinbaren und konstanten Beschleunigung auch deren beobachtete unregelmäßige Variationen entsprechen.

Solange es aber nicht gelingen sollte, diese Zunahme der Tagesdauer auch aus anderen Erscheinungen zu erschließen, dürfte es schwer sein, eine so weitgehende Hypothese, wie es die geforderte Änderung unserer Zeiteinheit ist, anzunehmen. Gibt es nun Erscheinungen, die hierüber Aufschluß geben können? Die Frage ist zu bejahen. Es sind dies hauptsächlich solche, die in regelmäßig aneinander sich reihenden Zeitläufen erfolgen, andererseits recht zahlreich sind und sich mit ziemlicher Genauigkeit beobachten lassen, so daß aus den Zeitunterschieden zwischen ihrer theoretischen Vorausberechnung und der tatsächlichen Beobachtung auf Anomalien geschlossen werden könnte, die in der Zählung der Zeit auftreten. Beispiele wären: die Vorübergänge des Merkur vor der Sonnenscheibe, von denen durchschnittlich 13 in einem Jahrhundert erfolgen, ferner die Verfinsterungen und die Vorübergänge der vier hellen Jupitermonde. Leider steht eine strenge Diskussion der bisher angestellten Beobachtungen beider Erscheinungen nach dieser Richtung noch aus.

Absorption der Gravitation.

Zur Erklärung der kleinen Fluktuationen in der Bewegung des Mondes haben neuerdings fast gleichzeitig Bottlinger in München und de Sitter in Leiden (1912) eine Absorption der Gravitation heranziehen wollen, die bei

Mondfinsternissen erfolgt, wenn der von der Sonne kommende Gravitationsstrahl, ehe er auf den Mond fällt, den Erdkörper durchdringt. Die Schwächung bei diesem Durchgang verursacht eine Änderung in der Geschwindigkeit des Mondes, die einzeln wohl recht klein sein mag, aber bei der Häufigkeit von Finsternissen doch eine erkleckliche summierte Wirkung abgeben könne. Der Erfolg dieser Anschauung war aber ein negativer. Es konnten namentlich die Perioden beider Erscheinungen nicht in Übereinstimmung gebracht werden.

Neben dieser Absorption, die Bottlinger eine innere nennt, kann auch eine kosmische angenommen werden, die bei der Ausbreitung der Gravitation in dem Medium zwischen den Himmelskörpern selbst erfolgt. Auf sie machte zuerst Laplace aufmerksam. Er untersucht ihren Einfluß in der Art, daß er dem mathematischen Ausdruck für das Newtonsche Gesetz den Faktor $e^{-\lambda r}$ hinzufügt und dann nachweist, daß der Absorptionskoeffizient λ höchstens gleich 1 : 1000000 angesetzt werden könne, wenn man nicht mit dem Laufe des Mondes, d. i. mit der Identität zwischen der Fallbeschleunigung auf der Erdoberfläche und der Anziehung des Mondes durch die Erde, für welche er eine Genauigkeit von 0.2 % ansetzt, in Widerspruch kommen wolle.

Die damit ausgesprochene neue Form des Newtonschen Gesetzes verdient auch insofern Beachtung, als durch ihre Annahme die von C. Neumann, dann von v. Seeliger hervorgehobene Schwierigkeit der Ausdehnung seiner Gültigkeit auf den unendlichen Raum verschwindet.

Descartes und Newton.

IV. Erklärung der Gravitation. Schon vor Newton hatte Descartes in seiner Wirbeltheorie einen Versuch unternommen, die Bewegung der Himmelskörper auf ein einheitliches Grundgesetz zurückzuführen. Er ging von der Annahme eines den ganzen Weltraum erfüllenden feinen Mediums, des Äthers, aus, in dem, hervorgerufen durch die rotierende Sonne, lebhafte Wirbelbewegungen stattfinden, durch welche die Planeten mitgerissen ihre ewigen Bahnen um die Sonne wie die Monde ihrerseits um die Planeten beschreiben.

Im Vergleiche zur Newtonschen Lehre schien sie einfacher und anschaulicher zu sein, aber, wie Newton hervorhebt, andererseits wieder einer mathematischen Behandlung nur schwer zugänglich. Jedermann hatte wohl schon kleine Gegenstände in Wasserwirbeln im Kreise herumtreiben gesehen und glaubte sich nach diesem Beispiel eine klare Vorstellung von der Bewegung der Planeten bilden zu können. Dem gegenüber war die Newtonsche Auffassung weniger verständlich, verlangte sie doch die viel schwierigere Vorstellung von Weltkörpern, die frei im Weltenraume schweben sollten, getragen und bewegt bloß von einer zwischen ihnen wirkenden, sonst aber nicht fühlbaren Kraft, und erweckte damit den Anschein, als ob sie die alten unerklärlichen und geheimnisvollen Eigenschaften der Körper der Aristotelischen Schule, die man seit Descartes glücklich beseitigt zu haben glaubte, wieder neu aufleben lasse.

Newton gab auf die Frage nach dem Wesen der Gravitation keine entscheidende Antwort. Mit den Worten: „Hypotheses non fingo" weist er jeden Versuch ihrer Erklärung oder Zurückführung auf einfache mechanische Vorgänge als nicht in das Gebiet der reinen Empirie gehörig zurück — wenn es ihm auch unbegreiflich scheine, wie unbeseelte rohe Materie ohne Vermittlung von sonst etwas, was nicht materiell ist, auf andere Materie ohne direkte Berührung einzuwirken imstande ist.

Die Gravitation als Fernewirkung.

Die Physik verhielt sich daher vorerst ablehnend gegen die neue Lehre, und es brauchte lange Zeit, ehe sie sich nach Gebühr Ansehen und Geltung verschaffte. Doch nach ihrem endlichen Siege kehrte sich die Sachlage rasch um. Aus den begeistertsten Anhängern Descartes' und seiner physikalischen Schule wurden ebenso glühende Verehrer Newtons und seiner Lehre von der Gravitation als einer Kraft, die ohne jede Vermittlung, d. h. ohne jede Beeinflussung durch das zwischenliegende Medium, direkt in die weitesten Fernen reiche und zu dieser Fortpflanzung keine Zeit brauche oder, wie hier ein trefflicher Ausspruch Faradays lautet, den Raum überspringe.

Zu diesem Wechsel der Ansichten trugen wesentlich zwei Umstände bei. In erster Linie die vielfachen und großartigen Erfolge, auf die die theoretische Astronomie auf Grund der Newtonschen Lehre hinweisen konnte. Sodann die Beschäftigung mit den elektrischen und magnetischen Erscheinungen, denen man sich damals mit besonderem Eifer zu widmen begann. Es zeigte sich da eine merkwürdige Analogie zwischen den Kräften, die diese Erscheinungen hervorrufen, und der Gravitation. Sie erstreckt sich sowohl auf die scheinbar unvermittelt in die Ferne gehende Art ihrer Wirksamkeit wie auch auf das Gesetz für sie. Genau so wie man den Teilchen der schweren Masse die Eigenschaft der gegenseitigen Anziehung zuschrieb, schien auch zur Erklärung der Elektrizität und des Magnetismus die Annahme zweier elektrischer und magnetischer Fluida als Träger der ihnen entsprechenden Kräfte zu genügen, und die auf dieser Stofftheorie ausgebildete mathematische Lehre dieser beiden Erscheinungsgruppen konnte über das gesamte zur Zeit experimentell bekannte Tatsachenmaterial fast vollständig Rechenschaft geben.

Analogie mit den elektrischen und magnetischen Kräften.

Lange Zeit herrschte diese merkwürdige Theorie von den drei unvermittelt in die Ferne wirkenden Kräften, der Gravitation, der Elektrizität und dem Magnetismus in der Physik. Ein Gegner entstand ihr (um 1830) in dem englischen Physiker und Experimentator Michael Faraday. Ihm schwebte als Hauptziel der Physik die Aufgabe vor, die Vorstellung dieser eigentümlichen Kräfte, die unbeirrt vom Zwischenmedium in die Ferne wirken und keine noch so geringe Zeit zu ihrer Ausbreitung benötigen sollten, zu widerlegen und sie durch die Hypothese einer stofflichen Übertragung zu ersetzen.

Faraday.

Nach zwei Richtungen war ein solcher Unmöglichkeitsbeweis zu erbringen. Einmal in dem Nachweis, daß das Medium, in dem die elektrischen und magnetischen Erscheinungen sich abspielen, auf ihren Verlauf einen wesentlichen und auch der Beobachtung zugänglichen Einfluß habe. Denn dann schreite ja die Wirkung dieser Kräfte nicht unvermittelt in die Ferne, sondern werde von Teilchen zu Teilchen durch das zwischenliegende Medium übertragen. Dann aber weiter in dem, daß das Fortschreiten dieser Wirkung eine meßbare Zeit brauche und keineswegs momentan erfolge. Der erste Nachweis gelang Faraday vollständig. Es glückte ihm durch viele Experimente zu zeigen, wie die Stärke eines Magneten oder eines elektrisch geladenen Körpers mit der stofflichen Natur des Zwischenmediums zusammenhänge und so das dem Newtonschen analoge Coulombsche Gesetz einer dieses Abhängigkeitsverhältnis charakterisierenden Korrektion bedürfe. Dagegen aber gelang es ihm noch nicht, auch die Zeit für das Fortschreiten dieser Wirkung, d. h. ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit, zu messen.

Maxwell und Hertz.

Hier setzte erst der geniale Physiker H. Hertz ein. Er fand für sie den Wert von 300000 km in der Sekunde, eine Größe, die mit der bekannten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zusammenfällt. Er wies weiter durch zahlreiche Experimente im Anschluß an die bedeutsamen analytischen Entwicklungen Maxwells, der die Faradayschen Ideen in das zur Erzielung voller Klarheit notwendige mathematische Gewand gekleidet hatte, nach, daß diese Übereinstimmung zwischen den beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten kein Zufall, vielmehr überhaupt die Gesetze der Fortpflanzung der elektromagnetischen Wellen mit denen der Lichtbewegung identisch seien. Damit erscheint die elektromagnetische Theorie des Lichtes begründet, und in der drahtlosen Telegraphie verwertet man heute die von Faraday geahnten, von Maxwell durch mathematische Deduktionen als wahrscheinlich hingestellten und von Hertz endlich experimentell nachgewiesenen elektromagnetischen Wellen für praktische Zwecke. Damit war ferner, wie Hertz sagt, die von der Wissenschaft wohl geheiligte, vom Verstande aber nur ungern getragene Herrschaft der unvermittelten Fernkräfte im Gebiete der magnetischen und elektrischen Erscheinungen für immer durch einfache und schlagende Versuche zerstört. Es blieb einzig die Gravitation übrig, für die die alte Theorie der unvermittelten Fernwirkung als zu Recht bestehend angenommen werden mußte, abgesehen von den Molekularkräften, deren Wirkungsbereich ohnehin ein äußerst kleiner ist.

Mechanismus der Gravitation.

Es ist klar, daß während dieser ganzen Entwicklungsperiode der Physik viele Versuche gemacht und die verschiedensten Hypothesen aufgestellt wurden, um auch diese Kraft ihres geheimnisvollen Gewandes zu entkleiden und auf ihre letzte Ursache zurückzuführen.

Diese verschiedenen Theorien gingen von der Annahme aus, daß ein feines Medium, der Äther, den ganzen Weltraum fülle, der, sowie er der Träger der Erscheinungen des Lichtes, der Elektrizität, des Magnetismus und der strahlenden Wärme sei, auch als Träger jener hypothetischen Bewegungen auftrete, die die letzte Ursache der Gravitation bilden. Sie unterscheiden sich nur darin voneinander, daß sie ihm verschiedene mechanische Eigenschaften zuerteilen und so auf verschiedene Arten den Mechanismus der Gravitation zu konstruieren versuchen. Die einen sprechen von Druckdifferenzen und dadurch veranlaßten Strömungen im Äther, die die in ihm eingebetteten Körper mit sich führen, ihnen einen Bewegungsantrieb von den Stellen größerer zu denen geringerer Dichte erteilen und damit eine der Gravitation analoge scheinbare Wirkung hervorrufen. Andere wieder sprechen vom Stoße der bewegten Ätheratome, darnach ein isolierter materieller Körper wohl im Äther in Ruhe bleibe, weil die von allen Seiten in gleicher Stärke auf ihn wirkenden Stöße sich gegenseitig neutralisieren, zwei Körper aber, die sich im Äther befinden, einen Bewegungsimpuls gegeneinander erfahren, weil sie sich an den zugekehrten Seiten vor den Stößen schirmen. Eine dritte Hypothese sieht die Ursache der Gravitation in Schwingungen des Äthers. Natürlich müßten diese im Gegensatze zu den Lichtschwingungen longitudinale sein. Dies führt zu der neuen Vorstellung, daß die Schwingungen Pulsationen der Körpermoleküle sind, welche durch den Äther vermittelt sich von Körper zu Körper fortpflanzen und deren Annäherung bewirken. In der Tat gelang es durch Experimente an hydrodynamischen Modellen nachzuweisen, daß zwei pulsierende Kugeln in einer fast unzusammendrückbaren Flüssigkeit aufeinander eine Anziehung ausüben, sofern die Pulsationen nach Schwingungszahl und Phase übereinstimmen. Diese Anziehung ist proportional der Intensität der Schwingungen, das wäre die Masse der Körper, und invers proportional dem Quadrate der Entfernung — in voller Analogie mit dem Newtonschen Gesetze.

Kritik der mechanischen Theorien.

Keiner dieser Erklärungsversuche bestand jedoch die Prüfung vor einer strengen Kritik. Viele begnügten sich mit der rein formalen Ableitung des Newtonschen Gesetzes und versäumten es auf die Frage näher einzugehen, ob und inwieweit der Gravitationsäther mit dem des Lichtes, der Elektrizität und des Magnetismus identifiziert werden könnte. Tatsächlich zeigte auch eine genauere Bestimmung der die spezifischen Eigenschaften des Gravitationsmediums charakterisierenden Konstanten wie seiner Dichte, seiner Elastizität in vielen Fällen die Unmöglichkeit dieser Identität. Die beiden Ätherarten müßten danach wesentliche Verschiedenheiten aufweisen und würden so zu der äußerst unwahrscheinlichen Vorstellung zweier ineinander geschachtelter Ätherarten drängen.

Eine Schwierigkeit ferner, mit der die Stoßtheorie zu kämpfen hat, besteht darin, daß nach ihr die anziehende Wirkung zweier Körper durch das Dazwischentreten eines dritten modifiziert und so eine Erscheinung hervorgerufen würde, die analog ist der inneren Absorption der Gravitation, die, wie oben S. 609 berichtet wurde, von Bottlinger und de Sitter zur Erklärung der unregelmäßigen Schwankungen in der Bewegung des Mondes mit negativem Erfolg herangezogen wurde.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.

Als letzte kommt die Frage nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation in Betracht. Diese müßte, wenn derartige Mechanismen sie tatsächlich erklären sollen, einen endlichen Wert haben, während sie nach der alten Annahme einer unvermittelten Fernwirkung unendlich ist. Ihr Einfluß würde sich in kleinen Unregelmäßigkeiten in der Bahnbewegung der

Himmelskörper äußern, die auch, wenn sie konstatiert sind, zur Berechnung dieser Geschwindigkeit dienen könnten.

Ansatz von Laplace.

Von diesem Standpunkte aus ist die Frage nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation mehrfach behandelt worden. Man versuchte durch sie namentlich die zwei bedeutungsvollsten der bekannten Anomalien, die in der Bewegung des Erdmondes und des Merkur, zu beseitigen. Der erste, der sich mit der Frage befaßte, war Laplace. Er versuchte den Einfluß einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit auf die Annahme zurückzuführen, daß der von der Sonne nach den Planeten ausgehende Gravitationsstrahl nach Art der Abberration von der reinen Richtung zum Radiusvektor ein wenig abweiche und so eine Störungskomponente hervorrufe, die auf dieser Richtung senkrecht steht und dem Verhältnisse der Geschwindigkeit des Planeten zu der der Gravitation proportional ist. Wie die Rechnung ergibt, entspringt ihr als größte Störung eine säkulare Beschleunigung in der Länge. Verwertet man sie aber dazu, durch sie die Abweichung in der Mondtheorie zu beheben, für die Laplace noch 6″ für ein Jahrhundert setzt, so folgt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation die enorme Zahl von 12000000 mal größer als die des Lichtes.

Etwas weitgehender als bei Laplace ist der Ansatz der Störungsgleichungen bei Lehmann-Filhés und v. Hepperger. Das Ergebnis ihrer Berechnungen ist jedoch noch ungünstiger. Sie erhalten nämlich an Stelle einer säkularen Beschleunigung eine solche Verzögerung.

Ersatz des Newtonschen durch ein elektrodynamisches Fernkraftgesetz.

Schließlich wären hier zu erwähnen die Versuche, das Newtonsche Gesetz, das in seiner formalen Gleichheit mit dem Coulombschen Gesetz für ruhende Körper gilt, zu ersetzen durch das Webersche oder Riemannsche, die, wie bekannt, die ersten Arten elektrodynamischer Fernkraftgesetze waren und als eine Art Übertragung der Anziehungsgesetze zwischen ruhenden auf die zwischen bewegten Körpern aufgefaßt werden können. Die Berechnung der Planetenbewegungen auf ihrer Grundlage führte merkwürdigerweise nur auf säkulare Perihel- und nicht mehr auf Längenstörungen. Die Schwierigkeiten der Mondtheorie bleiben durch sie gänzlich unerledigt und, verwertet man sie zur Behebung der der Merkurbewegung, so resultiert für die in ihnen auftretende kritische Geschwindigkeit, die identisch wäre mit der Fortpflanzung der Gravitation, ein Wert, der nur $\frac{1}{\sqrt{3}}$ bzw. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ mal so groß ist als die des Lichtes.

Nach allen diesen mißlungenen Versuchen sprach Paul du Bois Reymond in einem vor der physikalischen Gesellschaft in Berlin im Jahre 1898 gehaltenen Vortrag so wie über mehrere andere auch über das vorliegende Problem der Zurückführung der Gravitation auf mechanische Kräfte sein düsteres Ignorabimus aus und wollte damit aus seiner bisherigen Ungelöstheit auf seine Unlösbarkeit schließen.

V. Elektronentheorie. Seitdem trat aber wieder die Elektrizitätslehre in eine neue Entwicklungsphase. Es ist dies die interessante Theorie der Elektronen. Durch sie wird erst das volle Übergewicht der elektromagnetischen Lichttheorie und der ihr zugrundeliegenden Gedanken über die alte Mechanik der Fernkräfte ausgesprochen und ein neues Weltbild, das elektromagnetische, begründet, in dem die Elektronen die Hauptrolle spielen. Darauf, welche Bedeutung diese neue Theorie für die gesamte Physik hat, kann hier nicht näher eingegangen werden. Es muß genügen, nur jene Momente zu erwähnen, die der speziellen Anwendung auf die Astronomie dienen. Diese sind: die Möglichkeit der Begründung der Trägheit der Materie und ein neuer Versuch der Erklärung der Gravitation durch ihr Zurückführen auf das Spiel von Elektronen. Die Elektronentheorie.

Der Gedankengang, der zu dem ersten Punkte führt, ist der folgende: Tritt man an eine Stromleitung heran und schließt den Strom, so lehrt das Experiment, daß er nicht sofort in voller Stärke durch den Draht fließt, sondern einige Zeit braucht, um zu voller Stärke anzuwachsen. Die Ursache davon liegt in der Selbstinduktion, d. i. in der Tatsache, daß der Strom im Momente des Schließens einen sich selbst entgegengesetzt gerichteten Strom, den Schließungsstrom, hervorruft, der trotz seiner kurzen Lebensdauer den primären Strom nicht sofort, sondern allmählich zu seiner vollen Intensität ansteigen läßt. Oder, mit anderen Worten, der beginnende Strom verbraucht einen Teil seiner Energie zur Erzeugung des ihm entsprechenden magnetischen Feldes, und erst wenn dieses vorhanden ist, fließt der Strom in normaler Stärke so lange weiter, als seine Quelle, die elektromotorische Kraft, reicht. Im Momente des Unterbrechens zeigt sich eine neue Eigentümlichkeit, das Entstehen des Öffnungsstromes. Er ist dem ursprünglichen gleichgerichtet, verstärkt ihn daher und bewirkt an der Unterbrechungsstelle ein Überfließen des Stromes, das sich in der Form eines hellen Funkens äußert. Oder die durch das Verschwinden des magnetischen Feldes in der Umgebung des unterbrochenen Stromes freiwerdende Energie treibt ihn noch ein wenig in der alten Richtung weiter. Es hat den Anschein, als ob der Strom noch weiter fließen wollte, da er aber dies nicht kann, sich durch einen Funken Luft macht. Die Trägheit der Materie.

Beide Erscheinnngen stehen in einer merkwürdigen Analogie mit der Trägheit der Materie. Will man einen Stein fortschleudern, so ist dazu eine Kraft notwendig, die ihn in Bewegung setzt. Der Stein, der in Ruhe war, sträubt sich dagegen, aus dem Zustande der Ruhe plötzlich in den der Bewegung überzugehen, genau so wie der elektrische Strom im Momente des Schließens. Ist der Stein aber wieder in Bewegung, so will er in diesem Zustande beharren. Er wehrt sich gegen den Übergang in die Ruhe, wie der einmal fließende Strom gegen die Unterbrechung.

Der elektrische Strom täuscht uns also eine Art Trägheit vor. Es scheint, als ob er eine gewisse Masse hat, wie der Stein seine träge Masse. In dieser Auffassung ist die ältere mechanistische Theorie begründet, nach Elektromagnetischer Ursprung der Trägheit.

der die Trägheit zu den fundamentalen Eigenschaften der Körper gehört und sonst unerklärbar ist. Nun kehrt man den Sachverhalt um. Man sagt, nicht der elektrische Strom täuscht uns die Trägheit vor, sondern die Trägheit des Steines ist die scheinbare und besteht in Wirklichkeit in dem Spiel der Elektronen in ihm, den durch sie hervorgerufenen Strömen und deren Selbstinduktion.

Damit erscheint der erste Punkt der Bewegungsastronomie, nämlich das Rätsel der Trägheit der Materie, in einem neuen Lichte, wenn nicht vielleicht gelöst.

H. A. Lorentz' Theorie der Gravitation.

Der zweite Punkt bezieht sich auf das Gravitationsproblem. Seiner Erklärung legt H. A. Lorentz die Auffassung zugrunde, daß ungleichnamige Elektrizitäten sich um ein ganz geringes stärker anziehen, als sich gleichnamige abstoßen. Die Differenz mag so gering sein, daß sie weitaus unter der Empfindlichkeitsgrenze aller, selbst der bestkonstruierten Meßapparate liege. Trotzdem resultiert aus ihr eine anziehende Kraft zwischen nicht geladenen, sich aus einer gleichgroßen Menge positiver und negativer Ionen zusammensetzenden Körper, die hinreicht, die Newtonsche Gravitation zu erklären. Doch folgt für sie nicht mehr das reine Newtonsche Gesetz, sondern es treten Zusatzglieder auf, welche von der Eigenbewegung der Sonne, von der relativen Bewegung der Planeten gegen die Sonne im Verhältnisse zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation, die hier als mit der des Lichtes identisch angesetzt wird, abhängen. Als größte Störung resultiert eine säkulare Perihelbewegung, die auf dem Planeten Merkur angewendet bloß $7''.2$ statt der fraglichen $41''$ gibt. Die Theorie weist also einen negativen Erfolg auf, mindestens keinen vollen positiven, um sie restlos zu akzeptieren.

VI. Die Relativitätslehre. An die Elektronentheorie schließt deren neueste Ergänzung, die „revolutionäre“ Relativitätstheorie Einsteins, an. Ihren Ursprung nahm sie aus der Frage, welche Rolle der Äther in dem elektro-

Der Äther.

magnetischen Weltbilde spielt. Beharrt er in absoluter Ruhe und ist der Ätherinhalt der bewegten Körper an deren Bewegung nicht beteiligt, oder im Gegenteile wird er durch sie mit fortgerissen und nimmt an ihrer Bewegung teil?

Einige Erscheinungen sprechen zunächst für die erste Anschauung, die des absolut ruhenden Äthers. Zu ihnen gehören hauptsächlich die astronomischen, nämlich die Aberration mit dem Ergänzungsversuch von Airy, der in dem Nachweis besteht, daß der Aberrationswinkel unabhängig ist davon, ob das Fernrohr mit Luft oder mit Wasser gefüllt ist, und nur abhängt von dem Verhältnisse der Bahngeschwindigkeit der Erde zu der des Lichtes; dann der Dopplereffekt. Für die zweite Anschauung des mitbewegten Äthers sprechen wieder Tatsachen, die darauf hinweisen, daß es keinen „Ätherwind“ gibt, indem es bisher nicht gelungen ist, in irgendwelchen optischen und elektromagnetischen Versuchen den Einfluß der Bewegung der Erde auf deren Verlauf wahrzunehmen. Der Grundgedanke für diese Experimentaluntersuchungen läßt sich in der folgenden Weise charakterisieren: Man beobachtet eine optische oder elektrische Erscheinung, einmal bei einer Versuchsanordnung in der Richtung der Bewegung der Erde um die Sonne, dann in der entgegengesetzten oder in der darauf senkrechten. Ist der Äther ruhend, existiert also eine Erdbewegung gegen ihn, so müßte sich in den Zahlenwerten der Größen, welche die beobachtete Erscheinung bestimmen, eine Differenz erweisen. Doch alle Versuche, solche Differenzen herauszufinden, blieben bisher erfolglos.

Die H.A. Lorentzsche Kontraktionshypothese.

Wie ist nun der da auftauchende Widerspruch zu beheben? Zunächst nahm Lorentz von den beiden Grundanschauungen über die Beteiligung des Äthers an der Bewegung der Körper die erstere, die vom ruhenden Äther spricht, als die den experimentell festgelegten Tatsachen angemessenere an, und ergänzte sie, um auch den widersprechenden Beobachtungen gerecht zu werden, durch die folgende, ganz sonderbare Hypothese. Sie besteht in der Annahme, daß alle Dimensionen eines Körpers in der Richtung seiner Bewegung gegen den Äther in einem bestimmten, von seiner Geschwindigkeit abhängigen Verhältnisse verkürzt werden und nur in der zur Bewegung senkrechten ungeändert bleiben. Die Längenmessungen fallen daher anders aus, wenn sie in der Richtung der Erdbewegung, anders, wenn sie in der darauf senkrechten erfolgen. Nur merkt der Beobachter nichts davon, weil ja auch sein Maßstab in gleicher Art geändert wird. Das genügt aber noch nicht. Gleichzeitig muß eine ähnliche Änderung in der Auffassung der Zeit Platz greifen. Auch ihr Verlauf ist ein anderer für einen ruhenden Beobachter, ein anderer für einen mitbewegten, ohne daß beide den da auftretenden Unterschied merken, weil beider Uhren in gleicher Art an dieser Änderung beteiligt sind, selbst abgesehen von der der Entfernung der beiden Beobachter voneinander entsprechenden Differenz ihrer Ortszeiten. — Mit dieser Hilfshypothese überwand Lorentz die Schwierigkeiten, die sich einer einheitlichen Auffassung über die Rolle des Äthers in dem elektromagnetischen Weltbilde, ebenso wie in der Übertragung der Maxwellschen Grundgesetze von ruhenden auf bewegte Körper entgegenstellten.

Einsteins Theorie.

Die Lorentzsche Hypothese wurde jedoch in jüngster Zeit, 1905, durch den weitaus allgemeineren und widerspruchlosen Gedankengang Einsteins, der seiner Relativitätstheorie zugrundeliegt, entbehrlich gemacht. Ihm liegen zwei Aussagen zugrunde, und eine Zerlegung danach dürfte auch zu ihrer Darstellung am geeignetsten sein. Die erste Aussage erstreckt sich auf die Relativität der Bewegungen, die zweite auf die der Zeit, und beide vereint führen nach Minkowski zu einem neuen Weltbild, in dem Raum und Zeit in engster Abhängigkeit von- und untrennbar miteinander verbunden auftreten.

Die Relativität der Bewegungen.

Der ersteren gemäß stellt das neue Prinzip die Forderung auf, daß alle Koordinatensysteme, auf die in den physikalischen Lehren die Bewegungen der Körper bezogen werden, gleichberechtigt sein sollen, keines vor einem anderen irgendwie einen Vorzug haben dürfe. Für die Naturgesetze, die aus den Erscheinungen abgeleitet werden, sind daher nur solche sie erklärenden

Gleichungen als zu Recht bestehend anzusehen, die in allen möglichen Koordinatensystemen, sie mögen durch irgendwelche beliebige Substitutionen ineinander übergeführt werden, gleiche analytische Form besitzen oder, dies in der kurzen, aber prägnanten Sprechweise der Mathematik ausgedrückt, es sind nur solche Gleichungen zur Beschreibung der Naturerscheinungen heranzuziehen, welche beliebigen Substitutionen gegenüber, bei beliebigen Übertragungen also von einem Koordinatensystem in ein anderes, invariant bleiben. Die Erfahrung, welche sagt, daß, soweit unsere Beobachtungen reichen, stets alle Naturereignisse in gleicher Art erfolgen, ob sie sich in einer ruhenden oder einer bewegten Welt abspielen, verlangt diese Forderung ausnahmslos.

Die Galilei-Newtonsche Transformation.

Daß eine derartige Invarianz, d. h. Unveränderlichkeit der Form der Bewegungsgleichungen der Mechanik, in bezug auf geradlinige und gleichförmige Bewegungen besteht, weiß man schon von lange her. In ihr ist ja nichts anderes als das Gesetz der Trägheit enthalten, das zuerst von Galilei ausgesprochen wurde und nach Newton lautet: Die Materie besitzt das Vermögen zu widerstehen, deshalb beharrt jeder Körper, soweit es an ihm ist, in seinem Zustande der Ruhe oder der geradlinig-gleichförmigen Bewegung. Substitutionen daher, die einer derartigen Bewegung eines Körpers entsprechen, die sich als mit einer Verschiebung des Anfangspunktes des Koordinatensystems identisch erweist, es mag diese Verschiebung konstant oder gleichmäßig mit der Zeit anwachsen, müssen die für sie charakteristischen Gleichungen ihrer Form nach unberührt lassen. Sind sohin x, y und z die Koordinaten eines Punktes, bezogen auf ein willkürlich angenommenes Koordinatensystem; ξ, η und ζ die desselben Punktes für ein anderes, das aber mit dem ersteren parallele Achsen hat, so kann man setzen entweder

$$x = \xi + a_x, \quad y = \eta + a_y, \quad z = \zeta + a_z,$$

wo die Zeichen a_x, a_y und a_z irgendwelche der Zeit nach konstante Größen vorstellen, oder auch

$$x = \xi + \mathfrak{v}_x t, \quad y = \eta + \mathfrak{v}_y t, \quad z = \zeta + \mathfrak{v}_z t,$$

wo erst die $\mathfrak{v}_x$, $\mathfrak{v}_y$ und $\mathfrak{v}_z$ solche bedeuten, aber mit der Zeit t multipliziert eine geradlinig-gleichförmige Bewegung des Koordinatensystems bedingen, und wird finden, daß für beide die Bewegungsgleichungen ihre Form beibehalten. Diese Substitution wird die Galilei-Newtonsche genannt.

Die Drehungstransformation.

Wesentlich anders verhält es sich jedoch bei Drehungen. Schon Newton erkannte dies und gibt dieser Erkenntnis Ausdruck durch die Worte: „Die wirkenden Ursachen, durch welche absolute und relative Bewegungen voneinander verschieden sind, sind die Fliehkräfte von der Achse der Bewegung. Bei einer nur relativen Kreisbewegung existieren diese Kräfte nicht, aber sie sind kleiner oder größer, je nach Verhältnis der Größe der Bewegung.“ Er zählt die geradlinig-gleichförmigen Bewegungen zu den relativen, d. h. aus den Beobachtungen nicht ableitbaren, die drehenden zu den absoluten, weil an den durch sie hervorgerufenen Wirkungen der Fliehkraft erkennbar. Werden daher die Bewegungsgleichungen der Mechanik nach dem Newtonschen zweiten Hauptgesetze (die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und erfolgt nach der Richtung der geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt) angeschrieben und auf sie jene Substitution angewendet, die einer Rotation um eine willkürliche Achse im Raume entspricht:

$$\begin{aligned} x &= a_1\xi + b_1\eta + c_1\zeta, \\ y &= a_2\xi + b_2\eta + c_2\zeta, \\ z &= a_3\xi + b_3\eta + c_3\zeta, \end{aligned}$$

wobei die Koeffizienten a, b, c Funktionen der Zeit sind und den bekannten Orthogonalitätsbedingungen genügen müssen —, so ändern sie ihre Form; sie sind dieser Substitution gegenüber nicht mehr invariant, und will man die Invarianz herstellen, so muß man gewisse Zusatzglieder hinzufügen. Diese stellen somit die Wirkung der Fliehkraft vor, die dadurch definiert erscheint als eine der Trägheit der Körper entspringende Widerstandskraft gegen die drehende oder allgemeiner gegen jede Art krummliniger Bewegung.

In beiden behandelten Fällen oder für beide Arten von Transformationen wurde aber die Zeit nicht mit in die Veränderung einbegriffen, gleichsam als ob sie — unbeeinflußt durch diese Bewegungen — unabhängig von allen Veränderungen derselben dahinfließt.

Die Relativität der Zeit. Die zweite Aussage Einsteins bezieht sich auf die Zeit. Sie fordert für sie die gleiche Relativität wie für die Bewegungen im Raume, nämlich ihre Abhängigkeit sowohl von dem Standpunkte wie von der Bewegung des Beobachters. Aber während diese dem Verständnisse keine größeren Schwierigkeiten bietet, als sie schon durch die von den Elementarschulen her in uns eingeimpfte Umwälzung von dem Ersatz der geozentrisch-Ptolemäischen durch die Kopernikanisch-heliozentrische Weltanschauung geläufig gemacht wird, wirkt jene mit ihrer ganz neuen Vorstellung über das Wesen der Zeit, die Zeitmessung durch unsere Uhren und die Unmöglichkeit der Erfahrung für die Gleichzeitigkeit zweier Erscheinungen verwirrender und bedeutet eine Umänderung unseres gewohnten Vorstellungskreises und eine Neuerung, gegen die die erwähnte gering und viel weniger revolutionär ist.

Worin besteht nun die neu aufzunehmende Relativität der Zeit? Gesetzt, es seien mehrere Beobachter auf der ruhenden Erde, die da ein Ereignis beobachten. Sie stellen ihre Untersuchung an und notieren die zugehörigen Zeitmomente. Die einzelnen Angaben werden nur um konstante Beträge voneinander abweichen, die gewissermaßen rein lokale Verschiebungen der wirklichen gegen eine einheitlich anzunehmende Erdzeit darstellen. Anders verhält es sich aber auf der bewegten Erde, anders, wenn angenommen wird, daß sich die Beobachter auf verschiedenen Weltkörpern befinden, die sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten in beliebigen Richtungen bewegen. Es gibt kein Mittel, um aus den gefundenen Daten die Gleichzeitigkeit der Erscheinungen herauszulesen, ebensowenig wären, wenn mehrere Ereignisse beobachtet würden, die einzelnen Zeitdifferenzen konstant. Was die Uhren zeigen, ist lokale Zeit, ihr Gang ist veränderlich mit der Bewegung der Beobachter und ihre Angaben daher nicht direkt miteinander vergleichbar. Oder dies in die Sprache der Mathematiker übersetzt, definiert man in einem sonst beliebigen Koordinatensystem die Koordinaten eines Punktes durch x, y und z und fügt etwa als vierte Koordinate die Zeit t hinzu, nimmt ferner für ein anderes System als analoge Größen ξ, η, ζ und τ an, so sagt die Newtonsche Mechanik, daß, wenn in einem bestimmten Momente, den man dann als Nullpunkt der Zeitzählung wählt, $t = \tau = 0$ ist, für alle folgenden stets die Identität

$$t = \tau$$

gilt. Das scheint selbstverständlich zu sein, ist aber nach der Einsteinschen Lehre nicht richtig, denn die Zeitmessung ist, selbst wenn sie in beiden Systemen mit gleichen Uhren vorgenommen würde, doch eine verschiedene.

Die Gleichwertigkeit von Raum und Zeit. Die Vorzugsstellung, die nach Newton der Zeit gegenüber der Raummessung eingeräumt wird, gebührt ihr nicht. Vielmehr haben beide gleichwertig in die die Naturgesetze darstellenden Gleichungen einzugehen und stellen eine einheitliche Mannigfaltigkeit von vier Dimensionen vor, die Raum-Zeit heißen möge, an Stelle ihrer früheren Trennung in zwei verschiedene von den Dimensionen drei und eins. Fortan sollen, wie Minkowski, der diesen Gedanken zuerst aussprach, sagt, Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Union beider soll Selbständigkeit bewahren.

Erstreckt sich sohin der Newtonsche Begriff der Relativität bloß auf rein räumliche Änderungen und damit in Verbindung auf reine Bewegungserscheinungen, oder in der mathematischen Darstellung auf Substitutionen, in denen nur die drei Koordinaten x, y und z des empirischen dreidimensionalen Raumes vorkommen mit völliger Isolierung der Zeit, so fordert die volle Einsteinsche Relativitätslehre demgegenüber die Invarianz der Bewegungsgleichungen für die vier Größen x, y, z und die Zeit t in gleicher Art als einander nach jeder Richtung hin gleichwertig und zusammengehörig. Nur muß die Koordinate t, damit sie in derselben Maßeinheit auftrete, wie es die x, y und z als Längenmaße sind, durch das Produkt ct ersetzt werden, in dem die Größe c eine Geschwindigkeit bedeutet und zunächst noch ganz unbekannt ist. Zu ihrer Bestimmung werde das Theorem vom ruhenden Äther benutzt, das sagt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes konstant und von jeder Bewegung der Lichtquelle unabhängig ist.

Die Lichtfortpflanzung. Es seien im Raume (mit 3 Dimensionen) zwei Beobachter gegeben. Der eine ruhe und messe die Koordinaten beliebiger Punkte durch x, y und z sowie die Zeit durch t, der zweite bewege sich mit beliebiger Geschwindigkeit und finde für die Koordinaten derselben Produkte die Größen ξ, η und ζ und für die Zeit τ. In einem bestimmten Momente, wo sich beide Beobachter an derselben Stelle des Raumes (nebeneinander) befinden, welche Stelle als Anfangspunkt der beiden Koordinatensysteme, sowie die entsprechende Zeit, da sie nebeneinander liegen, als Nullpunkt ihrer Zählung angenommen werde, soll ein Lichtsignal abgegeben werden. Die entstehende Lichtwelle verbreitet sich kugelförmig. Der ruhende Beobachter wird finden, daß er stets im gemeinschaftlichen Zentrum der einzelnen sich ausbreitenden Kugeln liegt, deren Radien

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = ct$$

sind, wenn c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes bedeutet, oder daß für ihn, wie man durch Quadrieren dieser Beziehung findet, die analytische Gleichung der Kugelwellen durch

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

gegeben ist. Zu genau dem gleichen Ergebnisse soll nun auch der zweite Beobachter kommen, trotz seiner Bewegung und seiner wachsenden Entfernung von der Lichtquelle, von der die Kugelwellen ausgehen. Auch für ihn werden alle Punkte, die das Lichtsignal nach der für ihn geltenden Zeit τ erreicht, auf einer Kugel liegen, deren Gleichung durch

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - c^2\tau^2 = 0$$

ist. Die aus beiden Gleichungen folgende Identitätsbeziehung

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - c^2\tau^2 = 0$$

nennt man die Gleichung der Lichtfortpflanzung.

Die imaginäre Zeitkonstante.

Sie lehrt ein Doppeltes. Erstens folgt aus ihr, daß die oben noch unbestimmt gelassene Größe c, die dazu dient, die Zeit t durch Multiplikation mit ihr in ein Längenmaß zu transformieren, mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu identifizieren ist. Sodann aber sagt sie, daß die vier Koordinaten x, y, z und ct, oder ξ, η, ζ und $c\tau$ doch nicht so gleichwertig sind, als es nach der Relativitätslehre Einsteins den Anschein hat, sondern daß die Zeitkoordinate ct mit ihrem negativen Quadrate, d. h. mit einem imaginären Werte, in diese Hauptgleichung eingeht. Damit erscheint die Zeit doch wieder vor den drei anderen Koordinaten, die den natürlichen Raum messen, bevorzugt und ihr eine Ausnahmestellung eingeräumt.

Zur Erzielung einer symmetrischen Form für alle Entwicklungen seien von nun ab die vier Koordinaten der raum-zeitlichen Mannigfaltigkeit mit x_1, x_2, x_3 und x_4 bezeichnet, die ersteren, x_1, x_2 und x_3, seien identisch mit den rein räumlichen x, y und z, die vierte, x_4, ist gleichzusetzen ict. Dann ist die Distanz eines beliebigen Punktes vom Anfangspunkte bestimmt durch

$$D = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}$$

und ferner die Größe eines Linien- und Bogenelementes durch

$$ds = \sqrt{dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2},$$

welche Gleichungen als Verallgemeinerungen des für den dreidimensionalen Raum geltenden pythagoräischen Lehrsatzes gelten können. Endlich stellt die spezielle Relation $ds = 0$ die Gleichung der Lichtfortpflanzung vor.

Die Lorentz-Transformation.

Auf dieser Grundlage baut sich die neue Gravitationslehre Einsteins auf. Doch ehe die Behandlung dieser vorgenommen werde, möge vorerst ein einfacheres Beispiel durchgeführt werden. Ihm mögen die folgenden Annahmen zugrunde liegen. Es seien x_1, x_2, x_3 und x_4 die vierdimensionalen Koordinaten eines Punktes in einem beliebig festgelegten Bezugssystem, ξ_1, ξ_2, ξ_3 und ξ_4 die analogen desselben Punktes für ein zweites System, zwischen beiden werde eine lineare Substitution vorausgesetzt, die sie ineinander transformiert, wobei aber die Bedingungsgleichung

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2$$

gelte. Dann führen, wie die Rechnung lehrt, wie aber hier nicht weiter gezeigt werden kann, die Substitutionsgleichungen physikalisch genau auf die eigentümliche Anschauung, die, wie oben auseinandergesetzt wurde, als die Lorentzsche Kontraktionshypothese bezeichnet wurde. Sie sind daher als der mathematische Ausdruck dieser Hypothese aufzufassen und werden in diesem Sinne die Lorentztransformation genannt, sowie die auf sie aufgebaute Relativitätstheorie die spezielle heißt.

Die Einsteinsche Transformation.

Der Einsteinsche Gedanke reicht jedoch weit über diese einfache Substitution hinaus. Einstein setzt zwischen den zwei Koordinatengruppen der x und ξ eine Substitution mit Koeffizienten fest, die nicht mehr konstant, sondern als veränderlich und als Funktionen der Koordinaten selbst anzusehen sind. Sie sei in infinitesimaler Darstellung gegeben durch

$$\begin{aligned}
dx_1 &= a_1 d\xi_1 + b_1 d\xi_2 + c_1 d\xi_3 + \mathfrak{d}_1 d\xi_4,\\
dx_2 &= a_2 d\xi_1 + b_2 d\xi_2 + c_2 d\xi_3 + \mathfrak{d}_2 d\xi_4,\\
dx_3 &= a_3 d\xi_1 + b_3 d\xi_3 + c_3 d\xi_3 + \mathfrak{d}_3 d\xi_4,\\
dx_4 &= a_4 d\xi_1 + b_4 d\xi_4 + c_4 d\xi_4 + \mathfrak{d}_4 d\xi_4.
\end{aligned}$$

Durch sie transformiert sich der Ausdruck ds für das Linienelement

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

in die neue Form

$$\begin{aligned}
ds^2 = {} & g_{11} d\xi_1^2 + g_{12} d\xi_1 d\xi_2 + g_{13} d\xi_1 d\xi_3 + g_{14} d\xi_1 d\xi_4\\
& + g_{21} d\xi_1 d\xi_2 + g_{22} d\xi_2^2 + g_{23} d\xi_2 d\xi_3 + g_{24} d\xi_2 d\xi_4\\
& + g_{31} d\xi_1 d\xi_3 + g_{32} d\xi_2 d\xi_3 + g_{33} d\xi_3^2 + g_{34} d\xi_3 d\xi_4\\
& + g_{41} d\xi_1 d\xi_4 + g_{42} d\xi_2 d\xi_4 + g_{43} d\xi_3 d\xi_4 + g_{44} d\xi_4^2.
\end{aligned}$$

In ihr addieren sich wohl wegen der Beziehungen $g_{12} = g_{21}$, $g_{13} = g_{31}$ usw. die Glieder $g_{12} d\xi_1 d\xi_2$ und $g_{21} d\xi_1 d\xi_2$ und entsprechend zu $2 g_{12} d\xi_1 d\xi_2$ usw. Doch sei hier die offene Form beibehalten aus einem Grunde, dessen Berechtigung sofort einleuchten dürfte.

Die Bewegungsgleichungen.

Als zu erfüllende Bedingung zieht Einstein das Trägheitsprinzip der klassischen Mechanik heran, nach dem jede kräftefreie Bewegung (im dreidimensionalen Raume) eine geradlinige und gleichförmig ist, verallgemeinert es aber, in Anlehnung an die Definition der geraden Linie als kürzester Entfernung zwischen zwei Punkten, für seine vierdimensionale Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit in die Bedingung, daß die Bahnlinie des kräftefrei sich bewegenden Punktes ein Extremwert des Weges zwischen zwei beliebig angenommenen festen Punkten sei.

Diese erste Bedingung liefert die Bewegungsgleichungen der neuen Mechanik. Sie sind natürlich nicht mehr so einfach wie die analogen der Newtonschen. Sondern sie enthalten Zusatzglieder von einem ziemlich komplizierten Bau, geradeso wie Zusatzglieder auftreten, wenn man die einfachen Newtonschen Gleichungen der kräftefreien Bewegung auf den Fall einer Rotation anwendet oder ihre Invarianz für die entsprechende Substitution herstellen will.

Die Feldgleichungen.

Außerdem sind auch noch Gleichungen abzuleiten, denen die Größen g in dem neuen Ausdruck für das Bogenelement ds zu genügen haben. Einstein findet sie nach mehrfachen mißglückten Versuchen, nach öfterem Hin- und Hertasten in gewissen, rein geometrischen Relationen, die auf Gauß, Riemann, Christoffel u. a. zurückgehen und allgemein beliebigen Substitutionen gegenüber invariant bleibende Eigenschaften einer vier- bzw. n dimensionalen Mannigfaltigkeit repräsentieren. Diese zweite Gruppe heißen die Feldgleichungen.

Durch beide Aufstellungen ist das Ziel, das Einstein vorschwebte, erreicht, seine Aufgabe in allgemeinster Weise gelöst. Er ist im Besitze von Gleichungen für kräftefreie oder rein aus der Trägheit der Materie entspringende Bewegungen, die beliebigen Substitutionen gegenüber invariant sind und daher die Forderung der allgemeinsten Relativität in bezug auf Raum und Zeit erfüllen. Er hat ferner ebensolche Invariante, d. h. demselben Prinzip genügende Feldgleichungen als Gleichungen, die für die Substitutionskoeffizienten bestehen und sie bestimmen. Es bleibt daher nur mehr die Frage zur Beantwortung übrig nach der physikalischen Bedeutung der durchgeführten Entwicklungen, der allgemeinen Substitution und der durch sie in die Bewegungsgleichungen neu hinzugekommenen Zusatzglieder.

Die nullte Annäherung.

Hierzu schlägt Einstein den Weg der sukzessiven Näherungen ein. Er meint, daß, wenn im allgemeinsten Fall das von ihm neu definierte Trägheitsfeld durch das System der unbekannten Größen

$$\begin{matrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44}, \end{matrix}$$

deren Zahl wegen der Relationen $g_{12} = g_{21}$ usw. 10 beträgt, bestimmt wird, sich für die Newtonsche Mechanik dieses System auf

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{matrix}$$

reduziert zufolge der Schreibweise

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2.$$

Durch diese Wertbestimmung der Größen werden beide Felder, das Newtonsche und das Einsteinsche, identisch. Einstein nennt die dadurch festgesetzte Annäherung die „nullte".

Die erste Annäherung.

Von ihr geht er zur „ersten" über durch die Annahme, daß einzig an Stelle von $g_{44} = -1$ zu setzen sei $g_{44} = -1 + \varphi$, wo φ die Unbekannte des Problems bedeutet, die als Funktion der vier Koordinaten x durch die Feldgleichungen zu bestimmen wäre, während alle anderen g ihre der nullten oder Newtonschen Näherung entsprechenden Werte 1 oder 0 beibehalten. Es zeigt sich nach Durchführung der Rechnung, und darin liegt das merkwürdige und überraschende Ergebnis des ganzen Gedankenganges und der bezüglichen Entwicklungen Einsteins, daß die Bewegungsgleichungen nunmehr ganz die Form erhalten, die man für sie nach der alten klassischen Mechanik unter Einführung der Newtonschen Gravitation als wirkenden Kraft erhält, daß ebenso die Feldgleichungen mit der Laplace-Poissonschen Gleichung übereinstimmen, der das Newtonsche Gravitationspotential genügt, kurz, daß die neu eingeführte Größe φ sich ganz so verhält wie dieses Potential.

Die zweite Annäherung.

Aber nun noch mehr. Führt man die zweite Näherung durch, indem man auch den anderen g-Größen Werte erteilt, und zwar den g_{11}, g_{22}, g_{33} solche, die sich nur um kleine Beträge von 1 unterscheiden, und ebensolche kleine den anderen $g_{12} = g_{21}, g_{13} = g_{31}, g_{23} = g_{32}$, während man immer noch die $g_{14} = g_{24} = g_{34} = g_{41} = g_{42} = g_{43} = 0$ annimmt, so ergeben sich neue Gleichungen, in denen zu den dem reinen Newtonschen Potential φ entsprechenden Gliedern Zusatzteile als Korrektionen hinzukommen. Faßt man sie als Störungsglieder auf, so bedingen sie eine säkulare Perihelstörung, die angewendet auf den Planeten Merkur gerade und fast bis auf die Sekunde genau den fraglichen Fehlbetrag in der Theorie dieses Planeten erreicht, dagegen auf die anderen Planeten und die Bewegung des Erdmondes bezogen nur unmerkliche, weit unter die aus den Beobachtungen konstatierbare Grenzen fallende Beträge liefert.

Theorie der Gravitation.

Ohne Einführung irgendwelcher hypothetischer Massen, ohne Einbeziehung irgendwelcher willkürlicher Konstanten, wie sie gerade die vielen künstlichen zur Erklärung der Gravitation aufgestellten Mechanismen notwendig machten, rein aus dem einzigen Erfahrungssatze heraus, nämlich dem Prinzipe der Invarianz der die Naturgesetze darstellenden Gleichungen, das streng genommen die letzte und allgemeinste Fassung des Galilei-Newtonschen Trägheitsgesetzes ist, die der elektromagnetischen Erklärung der Trägheit entspricht — wird das Gravitationsfeld definiert, und die neue Definition gibt sofort, was ein nicht hoch genug anzuschlagender Erfolg ist, eine volle Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung.

Das Wesen der Gravitation läßt sich danach in Zusammenfassung der bisherigen Auseinandersetzungen und aus ihnen gezogenen Schlüsse am besten wohl durch folgende Worte charakterisieren: Eine Gravitation im Sinne der alten Mechanik existiert nicht. Sie entsteht erst in dem Augenblicke und ist aufzufassen als ein Trägheitswiderstand dagegen, daß wir den materiellen Körpern eine raum-zeitliche Bewegung allgemeinster Art aufzuzwingen versuchen. Ihr Auftreten ist also daran geknüpft, daß die Koeffizienten g oder, wie Einstein sie nennt, die einzelnen Gravitationspotentiale nicht konstante, sondern raum-zeitlich veränderliche Größen, d. h. Funktionen der vier Raum-Zeit-Koordinaten x_1, x_2, x_3 und x_4 sind. Etwa so, wie wir auch sagen: Die Fliehkraft eines Körpers existiert nicht. Sie entsteht erst in dem Momente, als, und ist daher aufzufassen als ein Trägheitswiderstand dagegen, daß wir dem Körper eine rotierende Bewegung oder eine krummlinige Bewegung allgemeinster Art aufzwingen wollen, aber eine solche, zu deren Bestimmung nur die drei rein räumlichen Koordinaten x_1, x_2 und x_3 herangezogen erscheinen, die Zeit als vierte Koordinate nicht direkt in Frage kommt.

Die Identität von Trägheits- und Anziehungsmasse.

Diese Auffassung über das Wesen der Gravitation zieht eine Konsequenz nach sich, auf die Einstein in seinen Entwicklungen besonderes Gewicht legt. Es ist dies der Satz von der Identität zwischen träger und schwerer Masse, über den er sich äußert, daß gerade das Bedürfnis, in ihn eine tiefere Einsicht zu erlangen, für ihn Veranlassung war zu der intensiveren Beschäftigung mit der Frage nach dem Wesen der Gravitation.

Schon Newton unterschied, wie bekannt, streng zwischen der Masse eines Körpers und seinem Gewicht. Jene erschien ihm als Wirkung der Trägheit, dieses als Wirkung der Erdanziehung. Aber er stellte durch viele Experimente, nämlich die Beobachtung der Schwingungsdauer von Pendeln aus verschiedenem Material fest, daß beide einander proportional sind. Bessel in Königsberg bestätigte dieses Ergebnis durch ebensolche Beobachtungen, für die es ihm gelang, eine Genauigkeit zu erzielen, die nur einen wahrscheinlichen Fehler von 1 : 100 000 der Schwingungsdauer der Pendel offen ließ. Eine noch größere Genauigkeit erzielte neuerdings (1890) Eötvös in Budapest, indem er an Stelle von Pendeln die empfindlichere Drehwage verwendet. Sie reicht an 1 : 10 000 000 heran, bis zu welcher Grenze nunmehr die Proportionalität zwischen träger und schwerer Masse experimentell festgelegt erscheint. Für Einstein wird sie aber zu einer vollen Identität. Denn sowie ein Zentrifugalfeld nichts anderes ist als ein Trägheitsfeld, verursacht durch eine dem bewegten Körper auferzwungene Rotation oder in mathematischer Richtung ausgesprochen, durch die ihr entsprechende Substitution im empirischen dreidimensionalen Raume, so verhält sich auch ein Schwerefeld wie ein Trägheitsfeld bezüglich einer Substitution allgemeinster Art, aber nunmehr in der vierdimensionalen Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit. Beide Felder müssen, sofern sie unter gegebenen Verhältnissen auf materielle Körper wirken, durch dieselbe Naturkonstante bestimmt sein, oder träge und schwere Masse sind identisch.

Die Krümmung des Raumes.

Doch reicht die Bedeutung der Einsteinschen Lehre weit über diese Analogie hinaus. Es ergibt sich dies aus der folgenden Überlegung. Die Relationen nämlich, die er zur Aufstellung der Feldgleichungen der Gravitationen benutzt — und die, wie S. 623 erwähnt, auf Gauß und Riemann zurückgehen, — stellen gewisse invariante Eigenschaften einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit vor und bestimmen als solche deren Krümmungsverhältnisse. Während das Grundelement eines Euklidischen Kontinuums, die unendlich kleine Bogenlänge, durch

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

Die Krümmungsverhältnisse des Raumes.

definiert wird, erscheint in einem Raume von allgemeineren geometrischen Eigenschaften, besonders von anderen Krümmungsverhältnissen die gleiche Größe durch

$$\begin{aligned} ds^2 = g_{11}dx_1^2 &+ 2g_{12}dx_1dx_2 + 2g_{13}dx_1dx_3 + 2g_{14}dx_1dx_4 \\ &+ \quad g_{22}dx_2^2 \quad + 2g_{23}dx_2dx_3 + 2g_{24}dx_2dx_4 \\ &\qquad\qquad\qquad + \quad g_{33}dx_3^2 \quad + 2g_{34}dx_3dx_4 \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + \quad g_{44}dx_4^2 \end{aligned}$$

charakterisiert, in welcher Gleichung die Koeffizienten g_{ik} Werte haben, die mit dem Orte im Kontinuum sich ändern und aus denen nach bestimmten Rechenregeln diese Krümmungsverhältnisse abgeleitet werden können. So gilt, um einige Beispiele zu geben, in der Ebene als einer Euklidischen Mannigfaltigkeit zweier Dimensionen, wie in der Elementargeometrie gezeigt wird, die Beziehung

$$ds^2 = dx^2 + dy^2,$$

dagegen auf einer Kugelfläche als einem zweidimensionalen Kontinuum von einer konstanten Krümmung, deren Größe dem Radius der Kugel gleichkommt,

$$ds^2 = d\varphi^2 + \cos^2\varphi\, d\lambda^2,$$

wenn φ die geographische Breite und λ die Länge eines Punktes der Fläche bedeuten, und ein noch komplizierterer Ausdruck für eine ellipsoidische Fläche, wovon die Geodäten zu erzählen wissen, wenn sie mehrere über größere Gebiete der Erdoberfläche sich erstreckende Dreiecke miteinander zu verbinden haben.

Die Tatsache, daß in einem Gravitationsfelde ein solcher Ausdruck für das Bogenelement als die Distanz zweier unendlich naher Punkte sich als notwendig erweist, führt zu der Anschauung, daß die Einsteinsche Physik ihren Betrachtungen nicht mehr die einfachste Euklidsche Geometrie zugrunde legen darf, vielmehr annehmen muß, daß das Vorhandensein eines Gravitationsfeldes in der „Welt", wie man auch kurz nach Minkowski die vierdimensionale Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit nennt, eine von Ort zu Ort variierende Krümmung in ihr hervorruft, mindestens an jenen Stellen, wo Materie sich befindet. Die Gravitation erscheint damit in einer wesentlich anderen Beleuchtung wie vorher, als eine Folge der durch die Anwesenheit der Materie erzeugten Änderungen der Krümmungsverhältnisse des Raumes.

Die sphärische Krümmung des Raumes.

Zunächst nahm Einstein an, daß die Welt eine Mannigfaltigkeit sei, die im ganzen die einfache Struktur eines Euklidschen Raumes (Krümmung = o) besitze und nur da, wo Materie in ihr lagert, durch sie gewissermaßen in dieser ihrer natürlichen Krümmung gestört werde. Aber diese Annahme ließ sich nicht vereinen, weder mit der Vorstellung einer unendlichen Ausdehnung des Raumes mit einer nahe gleichförmigen Verteilung von Masse in ihm, noch mit der zweiten, den Beobachtungen auf Grund von Sternzählungen mehr entsprechenden, einer endlichen Insel im sonst unendlichen leeren Raum. Sie führte fast zu den gleichen Widersprüchen, die von Neumann und Seeliger, wie schon S. 607 erwähnt, nach den Grundsätzen der alten klassischen Mechanik aufgedeckt wurden. Erst die Annahme einer vollsphärisch gekrümmten Welt, die da, wo Materie in ihr eingebettet ist nur feinere Krümmungsunterschiede aufweist, etwa wie ein See, um wieder ein Beispiel einer zweidimensionalen Mannigfaltigkeit zu entnehmen, auf der Oberfläche der Erde im ganzen sphärisch gewölbt ist, außerdem aber infolge äußerer Einflüsse von Tausenden von Wellen durchsetzt wird, löste alle Widersprüche und brachte die ersehnte Übereinstimmung besonders mit dem bekannten Hauptergebnis der stellarastronomischen Beobachtungen, nach dem alle Sterngeschwindigkeiten im Raume im Durchschnitt von gleicher Größe sind, nämlich alle mit ihren 30—100 km in der Sekunde recht klein und gering gegenüber der Fortpflanzung des Lichtes, die 300000 km/sec beträgt. Die Welt ist mithin sphärisch gekrümmt, endlich, aber — trotz ihrer Endlichkeit — unbegrenzt.

Sowie es ehemals unseren Vorfahren wunderbar erschien, daß ein Mensch, der auf der kugeligen Erde fortwährend geradeaus geht, doch wiederum zu seinem Ausgangspunkte zurückkommt, so dürfte es vielleicht einmal geschehen, daß die Menschen von der Erde weg in den Sternenraum eindringen werden, um nach langer Wanderung durch ihn ebenso wieder auf die Erde zurückzugelangen. Aber fragt es sich, was hat man unter einer solchen Wanderung in unserer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit zu verstehen, in der die drei rein räumlichen Koordinaten der einen zeitlichen gleichwertig gegenüberstehen? Bezieht sie sich bloß auf die in jedem Zeitmomente ($x_4 =$ const) aus der Welt ausgeschnittene dreidimensionale, wirklich räumliche Mannigfaltigkeit, deren Endlichkeit wohl damit verständlich erscheint, während die vierte oder Zeitkoordinate x_4 doch unendlich werden kann? Oder erstreckt sich diese Endlichkeit auch auf sie, so daß sie in sich zurückkehrt und einen ununterbrochenen Kreislauf darstellt? Fragen solcher Art drängen sich auf, aber zunächst steht die Antwort auf sie noch in weiter Ferne. Trotzdem wollen wir sagen: *Veniet tempus, quo posteri nostri tam aperta nos nescisse mirentur.*

Die Krümmung der Lichtstrahlen.

Mit der Tatsache der Krümmung des Raumes ist, wie Einstein weiter ausführt, als ein neues Ergebnis von fundamentaler Wichtigkeit eine gleiche Krümmung der Lichtstrahlen verknüpft, da für deren Fortpflanzung nicht mehr die einfachen, aus der Euklidschen Geometrie fließenden Bewegungsgleichungen gelten, sondern jene, die dem komplizierteren, durch die einzelnen Gravitationspotentiale g bestimmten Ausdruck für das Bogenelement entsprechen. Wo die Euklidsche Geometrie noch halbwegs als zutreffend angesehen werden kann, bewegt sich das Licht geradlinig, wie dies ja von alters her bekannt ist. Kommt aber ein Lichtstrahl in das Gravitationsfeld eines Körpers, der stark genug ist, um eine größere Störung der Krümmungsverhältnisse des Raumes an dieser Stelle hervorzurufen, so muß er sich dieser Störung fügen, mithin eine krummlinige Bahn beschreiben, geradeso wie ein geschleuderter Stein im Gravitationsfeld der Erde seine krummlinige parabolische Wurfbahn beschreibt. Einstein berechnete, daß die Sonne Masse genug besitze, um in dieser Hinsicht den merklichen und daher den Messungen zugänglichen Betrag von 1″.7 zu erzeugen, und machte dann die folgende Prophezeiung: Man beobachte einmal die Richtung, von der das Licht eines Sternes zu uns kommt, wenn es knapp an der Sonne vorbeistreicht, der Stern daher uns in deren Nähe zu stehen scheint, und sodann dieselbe Richtung, wenn die Sonne wiederum weit weg von ihm sich befindet. Zwischen beiden muß sich je nach der scheinbaren Entfernung des Sternes von der Sonne eine maximale Differenz von 1″.7 zeigen. Aber eine solche Beobachtung ist nur bei Gelegenheit einer Sonnenfinsternis möglich, da ja sonst Sterne, die mit ihr nahe an demselben Punkte des Himmels stehen, nicht sichtbar sind. Die Sonnenfinsternis vom 29. Mai 1919 bot eine passende Gelegenheit, um diese Prophezeiung Einsteins auf ihre Richtigkeit zu prüfen, und ihr Ergebnis war deren glänzende Bestätigung, ein Erfolg, der in seiner wissenschaftlichen Bedeutung an die von Bessel geahnte Existenz, von Leverrier durchgeführte Berechnung des Planeten Neptun und dessen Entdeckung durch Galle 1846 heranreicht.

Die Verschiebung der Spektrallinien. Eine weitere Prophezeiung Einsteins bezieht sich auf kleine Verschiebungen der Linien in den Spektren der Fixsterne und natürlich auch der Sonne gegenüber ihrer Lage in den auf der Erde erzeugten. Sie werden hervorgerufen durch den Übergang des Lichtes von einem Gravitationsniveau, wie es Sterne und Sonne vorstellen, in das niedere der Erde. Doch sind diese Verschiebungen sehr klein. Sie liegen fast schon unterhalb der Grenze dessen, was heute die Astronomen selbst mit ihren Riesenhilfsmitteln der Beobachtung, beispielsweise mit dem mächtigen Gitterspektroskop an dem ebenso mächtigen 50 m-Turmteleskop der Mt.-Wilson-Sternwarte leisten können. Weder diese direkten Arbeiten, noch auch statistische Untersuchungen, die zu ihrer Ableitung aus Linienmessungen bei einer sehr großen Zahl von Sternen unternommen wurden, brachten bisher mit aller Strenge die erwartete Bestätigung. Wie nicht zu zweifeln, dürfte wohl auch hier der Erfolg nicht ausbleiben; für uns erübrigt nur der Trost, der in den Worten Senecas liegt: *Contenti simus inventis, aliquid veritati et posteri conferant.*

Literatur.

Die Geschichte der Gravitationslehre seit Newton (ihre Vorgeschichte findet sich am besten behandelt in dem Buche: FERDINAND ROSENBERGER, Isaak Newton und seine physikalischen Prinzipien [Leipzig 1895, F. A. Barth]) fällt fast vollständig zusammen mit der Entwicklungsgeschichte der Mechanik. Ihre Darstellung ist daher zum größten Teile in dem schönen Artikel von E. WIECHERT, Die Mechanik im Rahmen der Physik, Band Physik der Kultur der Gegenwart, enthalten und bedarf nur einer Ergänzung und breiteren Ausführung im Hinblicke auf die besondere Berücksichtigung rein astronomischer Fragen. Ein spezielles zusammenfassendes Werk hierüber ist zwar nicht vorhanden, aber doch vielfach kleinere Arbeiten und Referate, von denen besonders zu erwähnen wären: das Referat von P. DRUDE, Über Fernwirkungen, in den Ann. der Physik und Chemie, Band 62 (1897), der Artikel von J. ZENNECK, Gravitation, in Band V 2 der Enzyklopädie der math. Wissenschaften, und des Verf. eigene vorbereitende Arbeiten zu dem Artikel: Kritik des Newtonschen Gravitationsgesetzes, der für Band VI derselben Enzyklopädie bestimmt ist und 1921 erscheinen dürfte. Eine populäre Darstellung gibt des Verf. Büchlein in der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt" (Leipzig, B. G. Teubner): Das astronomische Weltbild im Wandel der Zeit, I. Teil, 3. Auflage. Vom Altertum bis zur Neuzeit, II. Teil, 2. Auflage. Moderne Astronomie.

Viel reichhaltiger ist die Literatur, sowohl die wissenschaftliche wie die populäre, über die Relativitätslehre Einsteins, trotz ihrer Jugend. Die klassische Arbeit EINSTEINs, mit der sie begann, erschien 1905 in den Ann. d. Phys. Band 17, die weiteren Arbeiten teils in denselben Annalen, teils in den Berichten der Berliner Akademie der Wissenschaften. Von populären oder zusammenfassenden Arbeiten zu Einsteins Lehre seien hier erwähnt: die von ihm selbst herrührende: Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, gemeinverständlich, in der Sammlung Vieweg (Braunschweig 1917), sodann die von E. FREUNDLICH, Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationslehre (Berlin 1917, J. Springer); ferner Dr. FR. BEER, Die Einsteinsche Relativitätstheorie und ihr historisches Fundament, sechs Vorträge für Laien (Wien 1920); für ein eingehenderes Studium, aber nur für mathematisch durchaus gebildete Leser sei das Buch H. WEYL, Raum, Zeit, Materie (Berlin 1918, J. Springer) empfohlen.

Literatur zu den einzelnen Abschnitten.

II. Die Arbeiten Leverriers erschienen in den „Annales de l'observatoire de Paris, mémoires, und zwar Band 4 (1858) Erde bzw. Sonne, Band 5 (1859) Merkur, Band 6 (1861) Venus und Mars, Band 12 (1876) Jupiter und Saturn, Band 14 (1877) Uranus und Neptun. Die umfassenden Arbeiten Newcombs und Hills sind enthalten in Washington Astron. Papers, prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac, und zwar Band 6 (1898) Tables of the four inner planets, Band 7 (1898) Tables of Uranus and Neptun und 7 (1898) Tables of Jupiter and Saturn. Sie fanden ihren Abschluß in dem kleinen Büchlein: The Elements of the four inner planets and the fundamental constants of the Astronomy (Washington 1895).

III. Die historischen Beispiele sind entnommen der Mécanique céleste von P. S. Laplace, Tome 4. Zur Merkurtheorie ist maßgebend das Referat von J. BAUSCHINGER, Untersuchungen über die Bewegungen des Planeten Merkur (München 1884). Die Arbeit von SEELIGER, Das Zodiakallicht und die empirischen Glieder in der Bewegung der inneren Planeten, erschien

(München 1906) in den Berichten der bayerischen Akad. d. Wiss.; die „Über die Unmöglichkeit der Ausdehnung des Newtonschen Gesetzes auf die unendliche Welt" in den Astr. Nachr. Band 137 (1895) und in den Ber. der bayer. Ak. der Wiss. (1896).

Eine Geschichte des Enckeschen Kometen gibt J. HOLETSCHEK, Über die Bewegungs- und Helligkeitseigentümlichkeiten des Enckeschen Kometen, in dem Astron. Kalender der Wiener Sternwarte (1915).

Zur Mondtheorie wären noch zu erwähnen: F. TISSERAND, Note sur l'état actuel de la théorie de la lune, in dessen Méc. céleste Band III (1894), dann, außer den zahlreichen Arbeiten Newcombs, gewissermaßen als deren Abschluß, sein Vortrag vor dem internationalen Kongreß der Mathematiker in Rom 1908: La théorie du mouvement de la lune, son histoire et son état actuel; endlich der Artikel von E. BROWN, Theorie des Erdmondes, in Band VI 2 der Enzykl. der math. Wissenschaften.

Über Flutreibung siehe besonders G. H. DARWIN, Ebbe und Flut, sowie verwandte Erscheinungen im Sonnensystem, übersetzt von AGNES POCKELS (Leipzig 1902, B. G. Teubner).

Die Abhandlungen BOTTLINGERs und DE SITTERs über die Absorption der Gravitation bei Mondfinsternissen erschienen die ersteren in den Ber. der bayer. Akad. (1912, 1918), die zweite in den Proceedings der Akademie von Amsterdam (1912).

IV. Hierzu ist besonders das schon vorher zitierte Referat von P. DRUDE, Über Fernwirkungen, hervorzuheben, das auch sonst alle Literaturnachweise bringt.

Der Vortrag von PAUL DU BOIS-REYMOND erschien in der „Naturwissenschaftlichen Rundschau" Band 3: Über die Gravitation. Eine Entgegnung auf ihn, „Über die Fernkraft und das durch Paul du Bois-Reymond aufgestellte dritte Ignorabimus" gab C. ISENKRAHE (Leipzig 1889, B. G. Teubner).

V und VI. Die umfassende Literatur über die Elektronentheorie von H. A. LORENTZ und die Relativitätstheorie von A. EINSTEIN einzeln anzuführen, ist heute fast schon unmöglich. Von zusammenfassenden Arbeiten seien zu erwähnen und wurden auch in dem vorliegenden Artikel zu Rate gezogen: H. A. LORENTZ, Considerations of Gravitation. Proceed. of Acad. of Amsterdam (1900); M. LAUE, Das Relativitätsprinzip (Braunschweig 1911); A. EINSTEIN selbst, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie (Leipzig 1916, J. A. Barth); dann die Darstellung in CHWOLSONs Lehrbuch der Physik, Band 4. 2. Hälfte (Braunschweig 1913), die Bearbeitungen von MAX BORN, Einsteins Theorie der Gravitation und der allgemeinen Relativität, in der Phys. Zeitschrift Band 17 (1916); ferner von FR. KOTTLER, Über die physikalischen Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie, Ann. der Physik Band 56 (1918) und W. DE SITTER, On Einsteins Theory of Gravitation and its astronomical consequences, in den Monthly Notices of the Royal Astron. Society (1916—1918).