Die Kultur der Gegenwart

ihre Entwicklung und ihre Ziele

Astronomie

Hartmann, J.

1921

Mechanische Theorie des Planetensystems. Von J. von Hepperger

urn:nbn:at:at-ubi:2-5970

MECHANISCHE THEORIE DES PLANETENSYSTEMS.

Von
J. von Hepperger.

Unterscheidung der Planeten von den Fixsternen.

I. Die antiken Weltsysteme. Schon auf ganz früher Kulturstufe, vor den historischen Zeiten, hat die Menschheit allerorts erkannt, daß sich eine kleine Anzahl heller und auffälliger Gestirne von allen übrigen durch ihr sonderbares Fortbewegen über den Sternenhimmel auszeichnet: es sind die Planeten oder Wandelsterne. Man kannte die fünf Planeten Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn und rechnete auch die Sonne und den Mond zu ihnen.

Das geozentrische System.

Von den Babyloniern wissen wir, daß sie, wenn nicht früher so doch sicher schon im 5. Jahrhundert v. Chr. die Umlaufszeiten der fünf Planeten ziemlich genau kannten. Die Griechen haben sich in ihrem eigenen Lande mit astronomischen Beobachtungen nur wenig befaßt; desto eifriger arbeiteten sie an dem Entwurfe eines Himmelsbildes, das die Harmonie des Weltenbaues mit ihren philosophischen Axiomen und den aus Ägypten oder Babylonien bezogenen Beobachtungsergebnissen zum Ausdruck bringen sollte.

Pythagoras.

Die erste Frucht dieser Bestrebungen war das pythagoräische Weltsystem, das aus acht die Erde konzentrisch umgebenden Sphären bestand, welche die Planeten, zu denen während der ganzen Herrschaft des geozentrischen Systems auch Mond und Sonne gezählt wurden, und die Gesamtheit der Fixsterne zu tragen hatten. Jede der sieben inneren Sphären sollte mit konstanter, der Umlaufszeit des Planeten entsprechender Winkelgeschwindigkeit rotieren und außerdem an dem täglichen Umschwunge der äußersten (um die Weltachse sich drehenden) Fixsternsphäre teilnehmen. Es hat sich jedoch bald gezeigt, daß ein System konzentrischer Sphären, mochte man ihre Zahl auch noch so sehr vergrößern (Aristoteles nahm 33 revolvierende Sphären an), die Unregelmäßigkeiten der Planetenbewegungen zu erklären

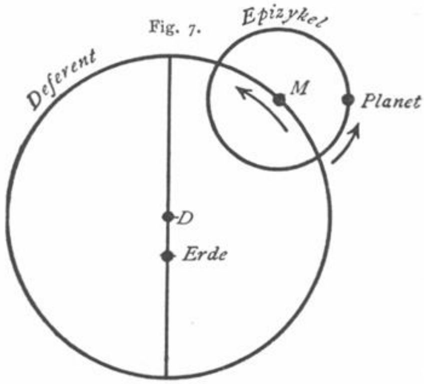
Hipparch.

nicht imstande ist. Für die Sonne erreichte Hipparch, der an den Aristotelischen Prinzipien von der Unbeweglichkeit der Erde und der gleichförmigen Bewegung der Himmelskörper in Kreisen festhielt, einen ziemlich engen Anschluß an die Beobachtungen durch die Annahme einer exzentrischen Stellung des Kreises bezüglich des Erdortes. Für den Mond bedurfte es noch der weiteren Annahme einer retrograden (von Ost nach West) Drehung der Knotenlinie (Schnittlinie der Ebenen beider Kreise) in der Ekliptik und einer gleichförmigen direkten Drehung der Apsidenlinie, der durch den

Erdort an das Zentrum des Mondkreises gehenden Geraden, in der Ebene der Mondbahn. Die Hauptzüge des verwickelten Planetenlaufes hat erst Ptolemäus, der letzte unter den hervorragenden Astronomen der Alexandrinischen Schule, durch eine geometrische Konstruktion darzustellen vermocht, indem er nach der Apollonischen Regel, welche das Vor- und Rückwärtsschreiten und den Stillstand der Planeten durch eine gleichförmige Bewegung zweier Kreise erklärt, auf dem exzentrischen Kreise *D*, Fig. 7, (dem Deferenten) einen mittleren Planeten *M* und um diesen den wahren Planeten in einem Epizykel laufen ließ.

Ptolemäus.

Fig. 7.



Die Umlaufszeit des mittleren Planeten ist für die äußeren Planeten gleichzusetzen ihrer siderischen Umlaufszeit, für Merkur und Venus aber dem siderischen Jahre, so daß die Bewegung dieser Planeten implizite bereits auf die Sonne bezogen war. Die Umlaufszeit des wahren Planeten im Epizykel (bezüglich der Linie mittlerer Planet—Erde) ist gleich der synodischen Umlaufszeit, nach welcher der Planet am Himmel wieder in dieselbe Stellung zur Sonne gelangt.

Setzt man den Radius des Deferenten gleich 1, so ist der Radius des Epizykels gleich dem Sinus des Winkels, bis zu dem sich, vom Zentrum des Deferenten aus gesehen, der wahre Planet vom mittleren Planeten entfernen kann. Dieser Winkel ist sehr nahe gleich dem arithmetischen Mittel aus zahlreichen auf die Erde bezogenen größten Elongationen des Planeten von seinem mittleren Ort und läßt sich daher durch Beobachtung bestimmen. Ptolemäus gab für die Radien der Epizykeln folgende Werte: Merkur 0.375; Venus 0.720; Mars 0.658; Jupiter 0.192; Saturn 0.109.

Ptolemäus hat das unbestrittene Verdienst, eine Theorie gegeben zu haben, welche bei passender Festsetzung der Neigung von Deferent und Epizykel gegen die Ekliptik den damaligen Beobachtungen in der Hauptsache genügte und auch eine große Entwicklungsfähigkeit zu besitzen schien, indem ja einer Vermehrung der Epizykeln, wovon man sich die Behebung gewisser Unstimmigkeiten versprach, nichts im Wege stand. Dahin waren denn auch die Bemühungen der Astronomen des Mittelalters gerichtet, ohne daß der erwartete Erfolg sich eingestellt hätte. König Alfons X. von Kastilien, welcher aus den Verhandlungen des von ihm 1240 in Toledo einberufenen Astronomenkongresses die dem ptolemäischen System erwachsenen Schwierigkeiten zu überblicken in der Lage war, scheint einer der ersten gewesen zu sein, die an der Richtigkeit dieses Systems zu zweifeln wagten.

Übergang zum heliozentrischen System. Kopernikus.

II. Das kopernikanische System. In späterer Zeit mehrten sich die Zweifler, doch erst Kopernikus hörte zu zweifeln auf. Seiner Naturanschauung widerstrebte es, eine notleidende Theorie zu akzeptieren, die die Fixsterne an eine Sphäre band und den Planeten, ohne über deren Entfernungen etwas sagen zu können, äußerst komplizierte Bahnen anwies. In dem Bestreben, die Wahrheit zu erforschen, nahm sich Kopernikus, wie er in der dem Papst Paul III. gewidmeten Vorrede zu seinem Werk „De Revolutionibus Orbium Coelestium“ bemerkt, die Mühe, alle ihm zu Gebote stehenden Schriften der alten Philosophen zu lesen, um zu erfahren, ob nicht einer unter ihnen je geglaubt habe, daß die Bewegungen der Himmelskörper andere seien, als jene annehmen, welche in den Schulen Mathematik lehren. Hierbei fand er, daß der Syrakusaner Nicetas und die Pythagoräer Heraklides und Ekphantus die Drehung der Erde von West nach Ost, Philolaus und Aristarch von Samos sogar eine fortschreitende Bewegung der Erde gelehrt haben. Durch diese Lehren auf das lebhafteste angeregt und durch das Beispiel ihrer Verkünder zu selbständiger Forschung ermutigt, verwandte Kopernikus seine ganze Energie auf die Lösung der Frage, ob nicht die Annahme einer bewegten Erde den Beobachtungen der Gestirne besser entspräche und das astronomische Weltbild einfacher und harmonischer gestalte.

Daß die Erscheinungen der täglichen Bewegung sowohl durch eine Drehung des Himmels von Ost über Süd nach West als durch eine im entgegengesetzten Sinne erfolgende Drehung der Erde erklärt werden können, war schon längst bekannt. Die herrschende Meinung von der Unbeweglichkeit der Erde gründete sich vornehmlich auf die Aristotelische Lehre, nach welcher die Erde, als aus den schwersten Elementen zusammengesetzt, die Mitte des kugelförmigen Weltalls einnehmen wird. Eine Rotation sei nicht annehmbar, weil dann die Bestandteile der Erde in kreisförmiger Bewegung erhalten würden, die den irdischen Elementen nicht eigen ist und daher als aufgezwungen bald verschwinden müßte. Ptolemäus hielt die Rotation der Erde ebenfalls für unmöglich, da hierdurch das festeste Gefüge zerfallen und die Trümmer der Erde sich in dem Weltenraum verlieren würden. Übrigens sei der Zug der Wolken, die ja an der Rotation nicht teilnehmen könnten, keineswegs vorherrschend gegen Westen gerichtet.

Kopernikus erkannte bald die Schwäche der für die Unbeweglichkeit der Erde angeführten Argumente. Wer die Erde für bewegt hält, sagt er, braucht nur zu erklären, daß die Bewegung der Erde eine natürliche und nicht eine aufgezwungene sei. Was die Natur macht, habe Bestand, nur die plötzliche Wirkung einer großen Kraft führe zur Zerstörung des Objektes. Die Erde könne daher die Rotation wohl vertragen. Wenn aber schon die Erdkugel beim täglichen Umschwunge nicht bestehen könnte, wie sollte dann die unermeßlich größere Fixsternsphäre die Rotation auszuhalten imstande sein, da ja die Geschwindigkeit mit dem Durchmesser der Kugel wächst? Es sei deshalb vernünftiger, eine Drehung der Erde als eine solche des Himmels anzunehmen. Die Bewegung der Erde habe sich schon längst auf die umgebende Luft übertragen und damit auch den Einfluß auf den Wolkenzug verloren. Diese und ähnliche Erwägungen bestimmten Kopernikus, die

Achsendrehung der Erde rückhaltlos anzunehmen. Beweisen konnte er sie allerdings nicht.

Nachdem Kopernikus die Überzeugung gewonnen hatte, daß es am Himmel auch scheinbare Bewegungen gibt, stellte er sich die Aufgabe, zu untersuchen, ob nicht die großen Unregelmäßigkeiten des Planetenlaufes durch eine fortschreitende Bewegung der Erde erklärt werden können. Für Kopernikus kamen überhaupt nur kreisförmige Bahnen in Betracht. Da Sonne und Mond mit Bezug auf die Erde Kreise zu beschreiben scheinen, so mußte die bewegte Erde als um einen dieser Körper kreisend und vom anderen umkreist angenommen werden.

Bedeutung des Deferenten und Epizikels.

Indem Kopernikus nun die nächstliegende Annahme, nämlich die einer Bewegung der Erde um die Sonne macht, fand er durch Vergleichung der Beobachtungen mit den der ptolemäischen Theorie entsprechenden Elementen der Planetenbahnen, daß der geozentrische Ort des „mittleren Planeten" mit dem heliozentrischen Orte des „wahren Planeten" in nahe Übereinstimmung gebracht werden könne, und daß daher auch die Planetenbahnen die ideale Form von Kreisen annehmen, wenn man die Sonne zum Zentralkörper des ganzen Systems macht. Bei Vernachlässigung von Neigung und Exzentrizität der Bahnen läßt sich der Übergang vom ptolemäischen zum kopernikanischen System leicht klarlegen. Seien P ein äußerer Planet, z. B. Jupiter, O sein mittlerer Ort (= Zentrum des Epizykels), E die Erde, OV, EV Linien, die gegen den Frühlingspunkt gerichtet sind, von dem aus die Längen gezählt werden, und ES die Gesichtslinie zur Sonne, so wird eine Oppositionsstellung des Planeten durch Fig. 8, die darauffolgende Konjunktion durch Fig. 9 veranschaulicht.

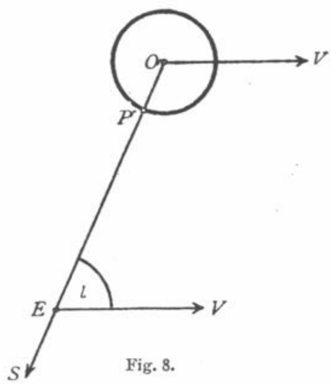


Fig. 8.

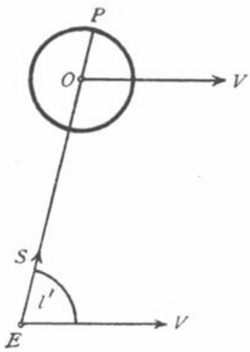
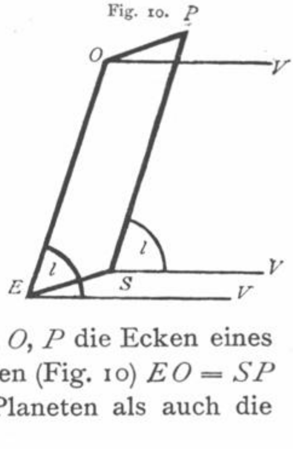


Fig. 9.

In beiden Fällen ist die Länge von P im Epizykel (mit Bezug auf O) gleich der geozentrischen Länge der Sonne. Diese Identität muß auch für jede andere Stellung der Planeten Geltung haben, da sich sowohl P im Epizykel als auch die Sonne um die Erde mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegen sollen. Die Gesichtslinie zur Sonne bleibt daher stets parallel zu OP. Nimmt man nun an, daß der Abstand der Sonne von der Erde gleich sei OP, so bilden die Punkte E, S, O, P die Ecken eines Parallelogramms, und es ist für jede Lage des Planeten (Fig. 10) $EO = SP$ und l sowohl die geozentrische Länge des mittleren Planeten als auch die

Fig. 10.



heliozentrische Länge des wahren Planeten. Für Merkur und Venus hat man sich das Sonnenzentrum als in O befindlich zu denken. Sofern es sich nur um die Bestimmung der Lage des Punktes P handelt, ist es einerlei, ob man nun annimmt, daß der Planet in der (durch die Beobachtungen) gegebenen Umlaufszeit einen Kreis mit dem Radius PS um die Sonne beschreibt, oder daß der Mittelpunkt O des Epizykels in derselben Zeit sich in einem Kreise vom Radius $EO = PS$ um die Erde bewegt und der Planet auf dem Epizykel vom Radius $OP = ES$ in einem tropischen Jahre einen vollen Umlauf um O bezüglich der Linie OV macht.

Das Weltbild jedoch, in dem die Sonne das Zentrum des ganzen Planetensystems einnimmt und die Planeten mit Einschluß der vom Monde umkreisten Erde gleichartige Bahnen von einfachster Form beschreiben, ist eben durch seine Einfachheit viel großartiger und anziehender als das System des Ptolemäus. Es könnte nicht überraschen, wenn Kopernikus sich nur aus diesem Grunde für das heliozentrische System entschieden hätte; er vermochte aber noch einen anderen Grund für die Überlegenheit seiner Lehre anzugeben.

Bestimmung der Entfernung der Planeten von der Sonne.

Ptolemäus wußte über die Entfernung der Planeten nicht mehr zu sagen, als daß ein Planet desto weiter von der Erde entfernt sei, je größer seine Umlaufszeit ist. Kopernikus aber konnte in der Erkenntnis, daß für die äußeren Planeten der Epizykel, für die inneren der Deferent die Abbildung der Erdbahn sei, das Verhältnis der Entfernungen der Planeten von der Sonne zum Erdbahnhalbmesser bestimmen und hierdurch auch die Verteilung der Planeten im Raume überblicken. Bezeichnet man dieses Verhältnis mit a, so erhält man aus den früher mitgeteilten und hier wiederholten Ptolemäischen Angaben die folgenden Werte von a, denen ich die jetzt genau bekannten richtigen Werte beifüge. Man sieht, daß in den Zahlen des Ptolemäus — ihm selbst unbekannt — schon eine ziemlich richtige Ausmessung unseres Planetensystems niedergelegt war.

Fig. 11.

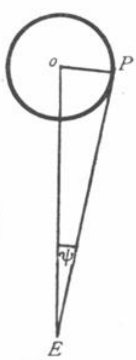


Fig. 12.

	$\frac{\text{Radius des Epizykels}}{\text{Radius des Deferenten}}$	a Ptolemäus	a richtiger Wert
Merkur	0.375	0.375	0.387
Venus	0.720	0.720	0.723
Mars	0.658	1.520	1.524
Jupiter	0.192	5.21	5.203
Saturn	0.109	9.17	9.539

Für die inneren Planeten siehe Fig. 11 (Merkur), in welcher $OE = 1$, Winkel $OEP = \psi$ = scheinbarer Radius des Epizykels und der wahre Radius des Epizykels $OP = a = \sin\psi$. Für die äußeren Planeten siehe Fig. 12 (Jupiter), in welcher $OP = 1$, scheinbarer Radius des Epizykels $= \psi$ und $OE = a = \frac{1}{\sin\psi}$.

Mit der Bestimmung des Abstandes der Planeten hat Kopernikus die Leistungen der scharfsinnigsten Denker des Altertums und Mittelalters überholt. Mit seinem Namen wird auch das heliozentrische System bleibend verknüpft sein, trotzdem wahrscheinlich schon Plato, gewiß aber Aristarch von Samos (260 v. Chr.) die Ansicht ausgesprochen hatten, der Himmel stehe still, die Erde dagegen bewege sich in einem schiefen Kreise um die Sonne und drehe sich zugleich um ihre Achse. Denn Kopernikus war es, der diese Idee aus dem Schatten der Vergessenheit zog und durch Verallgemeinerung und eingehende Begründung zu einer lebenskräftigen, wissenschaftlichen Lehre erhob. In einer Beziehung vermochte sich aber auch Kopernikus von der überlieferten Anschauung nicht freizumachen, indem er zur Darstellung der Bewegungen des Mondes und der Planeten ebenfalls nur Kreise verwendete und, da der exzentrische Kreis allein keinen genügenden Anschluß an die Beobachtungen zuließ, auch wieder zum Epizykel, für den Mond sogar zum Epi-Epizykel griff. Bei der Ungenauigkeit der damaligen Beobachtungen konnte man auch auf diesem Wege einstweilen noch eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung erreichen.

Mängel der kopernikanischen Lehre.

Die Komplikation, welche die neue Lehre durch die Verwendung der Epizykel erfuhr, und der Umstand, daß Kopernikus zur Erklärung der konstanten Richtung der Erdachse bei den verschiedenen Stellungen der Erde zur Sonne irrtümlicherweise eine jährliche konische Bewegung der Erdachse um eine Normale zur Ekliptik annahm, verschleierten die Vorzüge des heliozentrischen Systems und trugen zur Gefährdung des Erfolges des erst nach dem Tode (1543) des Verfassers erschienenen Werkes „De Revolutionibus Orbium Coelestium“ nicht wenig bei. Man darf, um die Gegnerschaft der in der alten Schule aufgewachsenen Astronomen zu begreifen, nicht übersehen, daß die Überlegenheit der kopernikanischen Lehre hauptsächlich in der idealeren Auffassung von der Einrichtung des Universums besteht, in praktischer Hinsicht jedoch, sowohl was die Güte der Darstellung der Beobachtungen als auch die auf die Berechnung der Planetenörter zu verwendende Arbeit anlangt, kaum zum Vorschein kommt. Zudem schien die Bewegung der Erde mit der Unveränderlichkeit der Lage der Fixsterne nicht vereinbar zu sein (vgl. S. 208).

Die Arbeiten des Kopernikus bilden die Grundlage der von E. Reinhold herausgegebenen (1551) „Prutenicae Tabulae Coelestium Motuum“, die bis zum Erscheinen von Keplers „Rudolphinischen Tafeln“ die Bewegungen der Körper unseres Sonnensystems am besten darstellten. Von der Genauigkeit dieser Tafeln darf man deshalb noch keine besonders hohe Meinung haben. Denn ein Tafelfehler konnte erst dann angenommen werden, wenn die Unsicherheit der verglichenen Beobachtung erheblich kleiner war als der Abstand des beobachteten Ortes von dem aus der Tafel berechneten Orte. Infolge vernachlässigter Pflege der Beobachtungskunst war die Unsicherheit der Winkelmessung um die Mitte des 16. Jahrhunderts noch ungefähr ebenso groß wie zu Ptolemäus' Zeiten und kaum geringer als ± 10 Bogenminuten.

Derartige Beobachtungen genügten zwar immer noch reichlich zur Konstatierung von Tafelfehlern, waren aber nicht geeignet, den Forscher in der Aufsuchung der Fehlerquellen wirksam zu unterstützen. Es mußten erst zahlreiche, enger verbundene und viel genauere Beobachtungen von Sonne, Mond und Planeten gemacht werden, bevor man die Erkenntnis gewinnen konnte, daß zur Erreichung eines genügenden Anschlusses an die Beobachtungen die Annahme von Kreisbewegungen nicht tauglich und daher durch eine andere zu ersetzen sei.

Tycho Brahe.

III. Tycho—Kepler. Ein Beobachtungsmaterial von solcher Beschaffenheit lieferte Tycho Brahe (1546—1601), ein dänischer Edelmann, den Begeisterung für die Naturbetrachtung, Erfindungsgabe und Geschick zu einem der größten Meister in der Beobachtungskunst gemacht haben.

Erhöhung der Genauigkeit der Beobachtungen.

Tycho hat sich schon frühzeitig der Astronomie gewidmet und zuerst mit billigen, zum Teil selbstverfertigten Instrumenten beobachtet, um die Genauigkeit der Vorausberechnung der Planetenörter zu prüfen. Hierbei fand er, daß alle ihm zu Gebote stehenden Tafeln, einschließlich der Reinholdschen, große Fehler aufwiesen. Aber auch die eigenen Beobachtungen befriedigten ihn nicht, da sich hieraus der Planetenlauf nur sehr unsicher darstellen ließ. In der Überzeugung, daß zur Erforschung der wahren Bahnen der Planeten eine viel genauere Kenntnis der scheinbaren Bahnen nötig sei, stellte er sich die Aufgabe, die Genauigkeit der Beobachtungen durch Vervollkommnung der Instrumente und Reduktionsmethoden zu erhöhen und die Positionen aller bewegten Himmelskörper so oft wie möglich zu bestimmen. In diesem Unternehmen ward Tycho sehr gefördert durch die dauernde Gunst seines Königs (Friedrich II.), der ihm auf der Insel Hven im Sunde die Sternwarten Uranienborg und Stjerneborg erbauen ließ und zu deren Einrichtung und Betrieb reiche Geldmittel anwies. So konnte Tycho seine konstruktiven Ideen verwirklichen und tüchtige Gehilfen heranziehen, die ihn bei allen astronomischen Arbeiten auf das wirksamste unterstützten. Durch Verbesserung der Instrumente, Ermittlung und Berücksichtigung der Fehler ihrer Aufstellung und Justierung, genauere Bestimmung der Refraktion und große Übung gelang es Tycho, Beobachtungen zu erhalten, deren durchschnittlicher Fehler 1′ kaum überstieg. Die erhöhte Genauigkeit der Messungen ließ Tycho die mit dem Namen Variation belegte Unregelmäßigkeit der Mondbewegung sowie Ungleichheiten der Bewegung des Knotens und der Neigung der Mondbahn erkennen; sie berechtigte ihn auch zur Behauptung, daß die von ihm beobachteten Kometen viel weiter entfernt waren als der Mond, da sonst deren Parallaxe nicht unmerklich geblieben wäre. Tycho hat auch einen den älteren Katalogen bedeutend überlegenen Sternkatalog angelegt. Diese Leistungen begründen das hohe Ansehen, in dem er bei seinen Zeitgenossen stand. Tycho war ein großer Beobachter, aber kein großer Denker. Ihm widerstrebte es, eine Bewegung der Erde anzunehmen; doch glaubte er die kopernikanische Lehre nicht ganz verwerfen zu sollen und suchte einen Ausgleich zwischen der älteren und neueren Lehre dadurch herbeizuführen, daß er die Unbeweglichkeit der Erde und die Rotation der Fixsternsphäre dem ptolemäischen, die Bewegung der fünf Planeten um die Sonne aber dem kopernikanischen System entnahm. Dieses Vorgehen fand nicht den erwarteten Beifall; Kepler hat in einer Polemik mit Anhängern Tychos dessen System als die aufgewärmten Brezeln der Alten bezeichnet.

Hypothese Tychos.

Nach 21jähriger Beobachtungstätigkeit auf der Insel Hven zog Tycho, dessen Stellung nach König Friedrichs Tode immer schwieriger geworden war, im Jahre 1597 nach Wandsbek und zwei Jahre später nach Prag, wohin ihn Kaiser Rudolph II. berufen hatte. In dem Bestreben, für die wissenschaftliche Verwertung der nach Tausenden zählenden Beobachtungen eine hervorragende Kraft zu gewinnen, lud Tycho Brahe den durch die Veröffentlichung des „Mysterium Cosmographicum" schon in weiteren Kreisen bekannt gewordenen Kepler zu sich nach Prag und wußte ihm die Stelle eines kaiserlichen Mathematikers zu verschaffen. Die Verbindung der zwei grundverschiedenen Männer zu gemeinsamer Arbeit dauerte nicht lange, da Tycho schon im Jahre 1601 vom Tode ereilt wurde. Seine Erben wollten den Nachlaß ganz für sich behalten, ließen sich aber von Kepler wenigstens dazu bestimmen, ihm die von Tycho so sehr gewünschte Verbesserung der Marstheorie und das hierzu dienliche große Beobachtungsmaterial anzuvertrauen.

Kepler.

Johannes Kepler, geb. 1571 zu Weil der Stadt in Württemberg, ging nach Absolvierung der Schulen zu Adelberg und Maulbronn nach Tübingen (1589), wo er Theologie und unter der Leitung Mästlins auch Mathematik und Astronomie studierte. Er wurde sofort ein eifriger Anhänger der kopernikanischen Lehre und hat sich hierdurch die Aussicht auf Erlangung eines geistlichen Amtes wesentlich verschlechtert. Als ihm, wahrscheinlich nicht ohne Mästlins Verwendung, die Stelle eines Landschaftsmathematikers von Steiermark angeboten wurde, nahm er die Stelle an und begab sich (1594) nach Graz, wo er bis zum Jahre 1600 verblieb.

Mysterium Cosmographicum.

Die Richtschnur für Keplers erfolgreiche Untersuchungen bildete der Gedanke, daß im Sonnensystem eine wunderbare Harmonie herrsche, die sich in gesetzmäßigen Beziehungen zwischen den Entfernungen und Bewegungen der Planeten offenbaren müsse. Zuerst suchte Kepler geometrische Beziehungen zwischen den von Kopernikus angegebenen Radien der Planetenbahnen zu finden. Die im „Mysterium Cosmographicum" mitgeteilte vermeintliche Lösung dieses Problems besteht darin, daß bei folgender Anordnung der fünf regelmäßigen Körper die Radien der ihnen um- und eingeschriebenen Kugelflächen (die hier mit den Planetennamen bezeichnet sind) die heliozentrischen Entfernungen der Planeten darstellen:

Saturn-Würfel-Jupiter-Tetraeder-Mars-Dodekaeder-Erde-Ikosaeder-Venus-Oktaeder-Merkur.

Wirklichen Wert hat diese Konstruktion nicht, da hierdurch den tatsächlichen Verhältnissen der Planetenabstände nur in roher Annäherung Rechnung getragen wird. Doch ist die Verfolgung des Weges, auf dem Kepler zu diesem Resultat gelangte, immerhin sehr interessant. Seine große Begabung tritt erst bei der Bearbeitung der Marsbeobachtungen zutage.

Bestimmung der Bahnen von Erde und Mars.

Nach vielen vergeblichen Versuchen, die Beobachtungen unter Verwendung der überlieferten Erdbahnelemente durch die Annahme einer Kreisbewegung des Mars darzustellen, trachtete Kepler Annahmen ganz zu vermeiden und wußte sich ein Verfahren zurechtzulegen, das ihm gestattete, die Bahn der Erde sowohl als des Mars unmittelbar aus den Beobachtungen abzuleiten. Das Verfahren beruht auf einer Kombination von Beobachtungen, die um ganze Vielfache der siderischen Umlaufszeit (U) des Mars voneinander abstehen; nach Ablauf solcher Perioden befindet sich Mars wieder in demselben Punkte seiner Bahn und hat daher bei Zugrundelegung eines fixen Äquinoktiums wieder dieselben heliozentrischen Koordinaten.

Wenn man die ohnehin geringe Neigung ($1^\circ\ 52'$) der Marsbahn vernachlässigt, wird die Auseinandersetzung der Methode sehr einfach. Von einer Beobachtung des Mars zur Zeit einer Opposition (t_0) ausgehend, erhielt man aus der Länge λ des Mars für $t = t_0 \pm jU$ ($j = 1, 2, 3 \ldots$) und der korrespondierenden Länge L der Erde (L = Sonnenlänge $+ 180^\circ$) das Verhältnis der Entfernungen der Sonne von Erde und Mars.

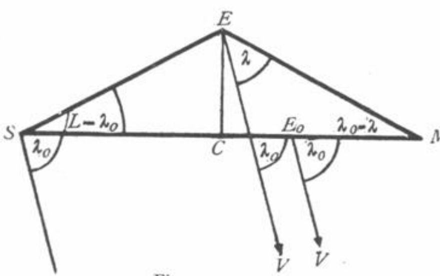


Fig. 13.

Ist $t = t_0$, so liegen Sonne, Erde, Mars in einer Geraden (SE_0M), und λ_0 ist sowohl die geozentrische als auch die heliozentrische Länge des Mars; die Länge der Erde wird ebenfalls gleich λ_0 (Fig. 13).

Zur Zeit $t_0 \pm jU$ befinde sich die Erde in E. Im Dreiecke SEM (Fig. 13) ist der Winkel bei M gleich $\lambda_0 - \lambda$, bei S gleich $L - \lambda_0$, bei E daher $180^\circ - (L - \lambda)$, und es wird

$$\frac{SE}{SM} = \frac{\sin(\lambda_0 - \lambda)}{\sin(L - \lambda)};$$

die Koordinaten von E sind:

$$SC = SE \cdot \cos(L - \lambda_0)$$
$$CE = SE \cdot \sin(L - \lambda_0).$$

Den von Kepler aus Tychos Beobachtungen durch Änderung des Wertes oder Vorzeichens von j erhaltenen Erdörtern ließ sich ganz gut ein Kreis anpassen, dessen Radius nun als Maß der Entfernung gewählt wurde. Das Verhältnis von SM zum Radius des Erdkreises gab die heliozentrische Entfernung des Mars in dem durch λ_0 bestimmten Punkte seiner Bahn.

Um andererseits eine zur Konstruktion der Marsbahn genügende Anzahl von Positionen zu gewinnen, wählte Kepler zahlreiche Paare von Beobachtungen aus, die ziemlich gleichmäßig über die Bahn des Planeten verteilt waren. Das Intervall der Beobachtungszeiten betrug für jedes Paar wieder $\pm jU$, so daß stets je zwei Beobachtungen sich auf dieselbe heliozentrische Position des Mars bezogen.

Jedes Beobachtungspaar liefert zwei Gleichungen zur Bestimmung der heliozentrischen Distanz ρ und Länge l des Mars (Fig. 14):

$$\rho \sin(l - \lambda') = r' \sin(L' - \lambda'),$$
$$\rho \sin(l - \lambda'') = r'' \sin(L'' - \lambda'').$$

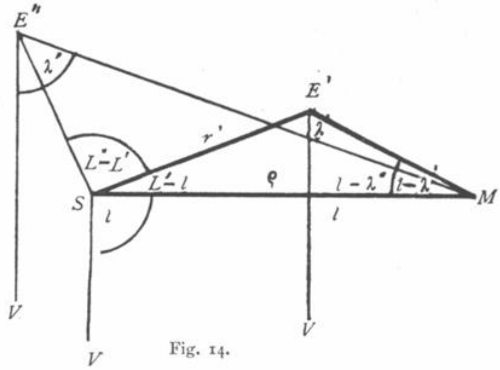


Fig. 14.

Ersetzt man in der zweiten Gleichung $l - \lambda''$ durch $l - \lambda' - (\lambda'' - \lambda')$ und dann $\rho \sin(l - \lambda')$ durch $r' \sin(L' - \lambda')$, so können die Gleichungen in einer zur Berechnung von ρ und l bequemeren Form geschrieben werden:

$$\rho \sin(l - \lambda') = r' \sin(L' - \lambda')$$
$$\rho \cos(l - \lambda') = \frac{r' \sin(L' - \lambda') \cos(\lambda'' - \lambda') - r'' \sin(L'' - \lambda'')}{\sin(\lambda'' - \lambda')}.$$

Die graphische Darstellung der auf diesem Wege erhaltenen Marsörter ließ Kepler erkennen, daß die Bahn des Mars kein Kreis, sondern eine Kurve sei, deren größter Durchmesser wohl den Sonnenort enthalten könne, aber durch ihn nicht halbiert wird. Nach längerem vergeblichen Bemühen, die charakteristische Form dieses Ovals festzustellen, legte sich Kepler die Frage vor, ob nicht etwa an Stelle des Ovals eine Ellipse zu setzen sei. Die wichtigsten Eigenschaften der Ellipse waren schon durch die Arbeiten griechischer Mathematiker bekannt geworden, so daß leicht zu entscheiden war, ob die gefundenen Marsörter durch eine Ellipse genügend genau dargestellt werden können. Kepler fand, daß dies der Fall ist, und erkannte auch, daß einer der Brennpunkte mit dem Sonnenort zu identifizieren sei. Seine nächste Arbeit war die Untersuchung der Bahnen der übrigen Planeten, deren elliptischer Charakter durch die exzentrischen Kreise der alten Theorie schon angedeutet war. Bei der großen Exzentrizität (0.093) der Marsbahn vermochte der exzentrische Kreis die Ellipse nicht mehr zu ersetzen; es blieben Fehler bestehen, die bis zu acht Bogenminuten reichten und daher die Unsicherheit der Beobachtungen weit überstiegen. Die Beobachtungen der anderen Planeten hätten wegen der viel geringeren Exzentrizität ihrer Bahnen die Entdeckung der wahren Bahnform kaum möglich gemacht; sie genügten aber, um Kepler zu überzeugen, daß das die Bewegung des Mars beherrschende Gesetz auf alle Planeten anwendbar ist. Es hat daher zu lauten: Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, die einen gemeinsamen Brennpunkt haben, in welchem die Sonne sich befindet. Die Keplerschen Gesetze.

Dieses Gesetz, das der Sonne eine dominierende Stellung im Planetensystem einräumt, verdient als das erste der Keplerschen Gesetze bezeichnet zu werden. Die Relation zwischen Sektor und Zeit ist von Kepler durch

Vergleichung der Bewegung der Erde in der Nähe von Perihel und Aphel zwar schon früher gefunden worden; sie bezog sich aber damals noch auf den exzentrischen Kreis, für den sie eigentlich nicht gilt, und erhielt den Charakter eines Gesetzes erst durch die fokale Stellung der Sonne. Dieses als allgemeingültig erkannte zweite Gesetz lautet: Die von dem Radiusvektor eines Planeten binnen verschiedenen Zeiten beschriebenen Flächen sind diesen Zeiten proportional. Beide Gesetze sind von Kepler in seinem 1609 zu Prag erschienenen Werk: „Astronomia nova de motibus stellae Martis ex observationibus Tychonis Brahe“ publiziert worden. Die lange Zeit vergeblich gesuchte Beziehung zwischen den Abständen und Bewegungen der Planeten fand Kepler im Jahre 1618; sie wurde in den 1619 zu Linz herausgegebenen „Harmonices mundi libri V“ bekannt gemacht und bildet das dritte Gesetz: Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Achsen ihrer Bahnellipsen. Diese letzte und bedeutendste Errungenschaft der Keplerschen Forschung verbindet die Glieder des Sonnensystems zu einem einheitlichen Ganzen.

Keplers Ansichten über die Gravitation.

Die Ursache der gesetzmäßigen Bewegung der Planeten zu ergründen, war Kepler nicht vergönnt, obwohl er über die Schwerkraft und ihre Wirkungen richtige Ansichten hatte, wie aus den einleitenden Bemerkungen zur Astronomia nova hervorgeht: Die Schwerkraft ist eine allen Körpern gemeinsame Eigenschaft, infolge deren sie wechselseitig nach Vereinigung streben. Bei kugelförmigen Körpern liegt die Richtung der Kraft in der Verbindungslinie der Zentren. Wäre die Erde keine Kugel, so gäbe es auch kein einheitliches Zentrum für den Fall der Körper. Zwei von der Ruhelage aus gegeneinander fallende Körper würden sich so bewegen, daß die von jedem der Körper zurückgelegte Wegstrecke im umgekehrten Verhältnisse zu seiner Masse steht. Für Erde und Mond müßte dasselbe zutreffen, falls die Revolutionsbewegung aufhörte. Alles Meerwasser würde auf den Mond übergehen, sobald es der Anziehung der Erde nicht mehr unterworfen wäre. Die Gezeiten sind durch die vom Mond bis zur Erde reichende Schwerkraft verursacht.

Keplers letzte Arbeit war die Berechnung und Herausgabe (1627) der „Tabulae Rudolphinae“, die gegenüber den Reinholdschen Tafeln einen großen Fortschritt bekunden. Kepler starb am 15. Nov. 1630 zu Regensburg. Seine Gesetze fanden anfangs geringe Beachtung; allgemeine Anerkennung wurde ihnen erst zuteil, nachdem Newton sie zur Grundlage seiner Gravitationslehre gemacht hatte.

IV. Newton und die mechanische Theorie des Planetensystems.

Newton.

Isaak Newton wurde am 25. Dezember 1642 in Whoolsthorpe (Lincolnshire) geboren und machte seine Studien an der Universität zu Cambridge, an der er später die Lehrkanzel für Mathematik versah. Von der Natur mit den herrlichsten Geistesgaben ausgestattet und durch ernste Arbeit in den Besitz eines reichen Schatzes von Kenntnissen gelangt, vermochte Newton der von ihm schon sehr frühe (1665?) gefaßten Idee von der allgemeinen Gravitation die Form eines Gesetzes zu geben, das allen Erfahrungstatsachen vollauf Rechnung trug, zu vielen Entdeckungen Anlaß gab und noch jetzt das Fundament der Himmelsmechanik bildet. Zur Beleuchtung der Situation, die Newton vorfand, mögen neben dem Hinweis auf die Arbeiten Keplers folgende Angaben dienen:

Descartes hatte bereits die analytische Geometrie begründet, Galilei die Gesetze der Trägheit und des freien Falls der Körper bekanntgemacht, Huygens das Wesen und die Wirkung der Zentrifugalkraft erforscht und Picard (1671) durch eine Gradmessung die Länge des Erdradius bestimmt. Newton hat den Weg, der ihn zu seinen Entdeckungen führte, nicht angegeben. Eine Rekonstruktion desselben bleibt daher immer mit ziemlicher Unsicherheit behaftet.

Entwicklung der Theorie der Gravitation.

Die anscheinende Unabhängigkeit der Schwere von der Höhenlage der Körper auf der Erde bestimmte Newton zur Annahme, daß die Schwerkraft der Erde bis zum Monde reiche und auch in dieser Entfernung noch genüge, um den Mond dauernd an die Erde zu binden. Eine Prüfung dieser Annahme setzte die Kenntnis des Gesetzes von der Abnahme der Schwere voraus.

Die Gleichartigkeit der Bewegung des Mondes um die Erde und der Planeten um die Sonne ließ darauf schließen, daß die Planeten durch die Schwerkraft der Sonne in ihren Bahnen erhalten werden, wenn die bezüglich des Mondes gemachte Annahme richtig ist. Die Gesetze der Planetenbewegungen waren schon gefunden. Newton bewies, daß das zweite Keplersche Gesetz eine Folge der Zentralbewegung sei.

Rechtfertigung der Annahme einer Zentralkraft.

Ist AB (Fig. 15) der Weg, den ein Planet nach dem Trägheitsgesetze in einer sehr kleinen Zeit τ zurücklegen würde, und AC die Strecke, um die sich der Planet in derselben Zeit der in S befindlichen Sonne nähern würde, falls nur die anziehende Kraft der Sonne in Betracht käme, so gelangt infolge des Zusammenwirkens der Bewegungsimpulse der Planet in den Punkt D des Parallelogramms $ABCD$. Nach abermaligem Verlauf der Zeit τ würde der tangentiellen Geschwindigkeit die Strecke $DE = AD$ entsprechen, wogegen die Fallhöhe DF der Strecke AC durchaus nicht gleich sein muß (Gleichheit bestände nur, wenn

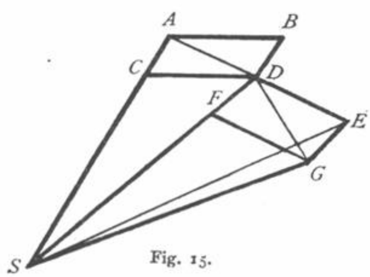


Fig. 15.

$SA = SD$ ist). Der neue Ort des Planeten wird der Punkt G des mit den Seiten DE und DF konstruierten Parallelogramms sein. Die Dreiecke SDG und SDE sind flächengleich, da sie dieselbe Grundlinie SD und wegen der parallelen Lage von DF und EG auch gleiche Höhe haben. Es sind aber auch die Dreiecksflächen SAD und SDE infolge gleichgroßer Grundlinien und identischer Höhe einander gleich und daher auch $SAD = SDG$. Je kleiner τ wird, desto näher rücken die Punkte D, G nach A hin, und desto

15*

genauer wird die Fläche des Sektors durch die des Dreiecks dargestellt. Die in gleichen Zeiten vom Radiusvektor beschriebenen Sektoren setzen sich daher aus einer gleichgroßen Zahl sehr kleiner, flächengleicher Sektoren zusammen und haben dementsprechend dieselbe Größe. Ob man sagt, die Sektorflächen sind den Zeiten proportional, oder in gleichen Zeiten sind die Sektorflächen einander gleich, ist einerlei.

Wirkungsweise der Zentralkraft.

Das dritte Keplersche Gesetz, das für Bahnen von großer Exzentrizität (Merkur: 0″206) ebenso gilt wie für solche von sehr kleiner Exzentrizität (Venus: 0″007), ließ Newton darauf schließen, daß es auch für die Kreisbahn gelte. In der Kreisbahn (Fig. 15) wird der Winkel zwischen dem Radius SA und der Tangente AB ein rechter; es steht daher auch die Linie CD auf SA senkrecht. Daraus folgt $(AD)^2 - (AC)^2 = (CD)^2 = (SD)^2 - (SC)^2$. Da die Punkte A, D, G auf einem Kreise liegen sollen, ist $SD = SA$. Setzt man $SA = a$, so kann die quadratische Gleichung geschrieben werden: $(AD)^2 - (AC)^2 = a^2 - (a - AC)^2$ oder $(AD)^2 = 2a \cdot AC$. Da bei der Kreisbewegung die Geschwindigkeit konstant ist, wird, wenn U die Umlaufszeit bedeutet, $\frac{AD}{2a\pi} = \frac{\tau}{U}$. Bezeichnet man die von der Sonne auf die Einheit der Masse des Planeten in der Entfernung a wirkende Kraft, die durch die Beschleunigung der Fallbewegung in der Richtung zur Sonne ausgedrückt wird, mit f, so ist nach dem Gesetz des freien Falles $AC = \frac{1}{2} f \tau^2$. Die Substitution der für AD und AC gefundenen Ausdrücke in die Gleichung $(AD)^2 = 2a \cdot AC$ gibt $f = \frac{4a\pi^2}{U^2}$. Für einen anderen Planeten, der die Entfernung a' und die Umlaufszeit U' besitzt, wäre die auf die Masseneinheit bezogene Anziehungskraft f' der Sonne gegeben durch $f' = \frac{4a'\pi^2}{U'^2}$. Es wird daher $\frac{f}{f'} = \frac{a}{a'}\left(\frac{U'}{U}\right)^2$, woraus mit Rücksicht auf das dritte Gesetz $\left(\frac{a'}{a}\right)^3 = \left(\frac{U'}{U}\right)^2$ folgt $\frac{f}{f'} = \left(\frac{a'}{a}\right)^2$. Damit war der Beweis erbracht, daß die anziehende Kraft der Sonne dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist.

Die Zentralkraft ist mit der Schwerkraft identisch.

Nachdem Newton in den Bewegungen der Planeten das gesetzmäßige Wirken einer Zentralkraft erkannt hatte, deren Sitz die Sonne ist, konnte er nicht mehr daran zweifeln, daß die der heliozentrischen Bewegung der Planeten analoge geozentrische Bewegung des Mondes unter dem Einflusse einer von der Erde ausgehenden Zentralkraft vor sich gehe. Diese Kraft hielt Newton für identisch mit der auf die Entfernung des Mondes reduzierten irdischen Schwerkraft und vermochte auch seine Anschauung in überzeugender Weise zu begründen.

Die Schwerkraft an der Erdoberfläche war schon genügend bekannt; sie bewirkt eine Beschleunigung g von 9.8 Meter in der Sekunde. Für die Erde kam zunächst nur die Kugelform in Betracht. Da hierbei der Zug der Schwere überall gegen den Mittelpunkt gerichtet ist, mußte das Erdzentrum als der Punkt angesehen werden, auf welchen die Entfernungen in dem Gesetze über die Abnahme der anziehenden Kraft zu beziehen sind. Bedeutet a den Radius der als kreisförmig angenommenen Mondbahn, r den Erdhalbmesser, so drückt das Verhältnis $\frac{a}{r}$ aus, wievielmal der Mond vom Attraktionszentrum weiter absteht als ein Punkt der Erdoberfläche, wo die Schwerkraft gleich g ist. Es ist daher bei Anwendung der Gleichung $f = \frac{4a\pi^2}{U^2}$ auf die Mondbewegung an Stelle von f zu setzen $g\left(\frac{r}{a}\right)^2$, woraus folgt:

$$g = a\left(\frac{2a\pi}{rU}\right)^2.$$

Die Werte der Größen auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens sind, wenn r mit dem Äquatorialradius der Erde identifiziert wird,

$$2\pi = 6.2832,$$
$$\frac{a}{r} = 60.278,$$
$$a = 384415000 \text{ Meter},$$
$$U = 27^d\,7^h\,43^m\,11^s = 2\,360\,591 \text{ Zeitsekunden}.$$

Die Rechnung ergibt $g = 9.896$ Meter in der Sekunde und stellt sonach den beobachteten Wert von g sehr nahe dar.

Das Resultat seiner Rechnung überzeugte Newton von der Richtigkeit der Annahme, daß die der Mondbewegung entsprechende Zentralkraft die Schwerkraft der Erde sei. Es erschien zugleich auch die Anwendung des aus den Planetenbewegungen abgeleiteten, die Änderung der Zentralkraft mit der Entfernung ausdrückenden Gesetzes auf die Schwerkraft der Erde gerechtfertigt, da hierdurch der Fall des Mondes gegen die Erde durch eine bekannte Kraft genügend erklärt wird, was mit Rücksicht auf den ökonomischen Haushalt der Natur von großer Wichtigkeit ist.

Nun konnte es kaum mehr einem Zweifel unterliegen, daß die durch die Planetenbewegungen angezeigte, gegen die Sonne gerichtete Kraft die Schwerkraft der Sonne ist.

Die Bewegung erfolgt in Kegelschnitten.

Zur Ableitung des Gesetzes über die Abnahme der Schwere hatte Newton die Voraussetzung gemacht, daß das dritte Keplersche Gesetz auch für Kreisbahnen gilt. Eine auf Veranlassung Hookes durchgeführte theoretische Untersuchung der Kurve, welche Geschosse (bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes) beschreiben, ließ Newton erkennen, daß bei Zugrundelegung des Gesetzes der Schwere die Bahn durch eine Ellipse dargestellt wird mit dem Erdzentrum in einem der Brennpunkte. Hierdurch war zugleich die Interpretation des ersten Keplerschen Gesetzes gefunden. Eine erweiterte Untersuchung der Zentralbewegung hatte das Ergebnis, daß das angenommene Kraftgesetz die Bewegung eines Körpers in jedem beliebigen Kegelschnitt ermöglicht. Newton bestimmte auch die Bedingungen, unter denen die Kurve ein Kreis, eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel wird; er bewies ferner, daß, soweit nur die Anziehung des Zentralkörpers Berücksichtigung findet, das dritte Keplersche Gesetz eine notwendige Folge des Gesetzes der Schwere sei.

Newtons Gravitationsgesetz. Aus der geringen Beeinflussung der Bewegung der Satelliten durch die Revolutionsbewegung der Planeten folgert Newton, daß die Anziehung der Sonne sich auch auf die Satelliten erstrecken müsse, und aus der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung, daß jeder Körper, der einen anderen anzieht, von diesem mit gleichgroßer Kraft angezogen wird (die dem Körper mitgeteilte Beschleunigung ist aber der zu bewegenden Masse umgekehrt proportional). Durch sorgfältige Experimente erkannte Newton in der Schwere eine allen irdischen Körpern gemeinsame, von Aggregatform, Mischung, Druck und Temperatur vollkommen unabhängige Eigenschaft der Materie. Diesen Gedankengang weiter verfolgend gelangte er durch Induktion zur Erkenntnis des Gesetzes der allgemeinen Gravitation: Jedes Molekül zieht alle anderen Moleküle mit einer Kraft an, die seiner Masse direkt, dem Quadrate der Entfernung des Moleküls von den anderen aber umgekehrt proportional ist. Dieses Gesetz bildet die Grundlage der Himmelsmechanik. Newton selbst hat die Fruchtbarkeit der Anwendung desselben an vielen Beispielen gezeigt. Infolge der wechselseitigen Anziehung aller Moleküle ziehen sich zwei Kugeln, in denen die Dichte konstant ist oder nur von der Entfernung vom Zentrum abhängt, so an, als ob die ganze Masse jeder Kugel in ihrem Mittelpunkte vereint wäre. Die Körper unseres Sonnensystems wirken daher fast genau so aufeinander ein wie materielle Punkte. Bei der Zentralbewegung in einer geschlossenen Kurve (Ellipse, Kreis) ist die durch die Beschleunigung gemessene Kraft, mit welcher zwei durch die Strecke a getrennte Körper sich anziehen, gleich $\frac{4a\pi^2}{U^2}$; auf die Einheit der Distanz reduziert wäre sie daher gleich $\frac{4a^3\pi^2}{U^2}$. Diese Beschleunigung ist die Summe der Beschleunigung des Begleiters in seinem Falle gegen den Zentralkörper und der des Zentralkörpers in seinem Falle gegen

Bestimmung von Massen. den Begleiter. Da in der Einheit der Entfernung die Beschleunigung nur von der Masse des anziehenden Körpers abhängt und dieser proportional ist, wird, wenn M die Masse des Zentralkörpers, m die des Begleiters ausdrückt,

$$C(M+m) = \frac{4a^3\pi^2}{U^2}.$$

Die Einheit der Masse kann stets so gewählt werden, daß $C = 4\pi^2$ wird; dann wird

$$M + m = \frac{a^3}{U^2} \text{ oder } M = \frac{a^3}{U^2\left(1+\frac{m}{M}\right)}.$$

Das dritte Gesetz in der ihm von Kepler gegebenen Form setzt daher, strenge genommen, Gleichheit der Planetenmassen voraus. Die Massen der Planeten sind zwar sehr ungleich; aber ausnahmslos sehr klein im Verhältnis zur Sonnenmasse, so daß schon $\frac{a^3}{U^2}$ einen guten Näherungswert für die

Sonnenmasse gibt. Die durch Newton veranlaßte Verbesserung des dritten Keplerschen Gesetzes besteht in der Ersetzung der Umlaufszeit U durch

$$U\sqrt{1+\frac{m}{M}}.$$

Den Zusammenhang zwischen den Größen M, m, a, U eines Systems mit den entsprechenden Größen M', m', a', U' eines anderen gibt die Gleichung

$$\frac{M'+m'}{M+m}=\left(\frac{a'}{a}\right)^3:\left(\frac{U'}{U}\right)^2,$$

welche allgemeine Gültigkeit besitzt und schon von Newton zur Bestimmung der Masse von Planeten verwendet worden ist, die mindestens einen Satelliten haben.

Sei m die zu bestimmende Summe der Massen von Erde und Mond, so geht, da nicht die Erde, sondern der Schwerpunkt des Systems Erde—Mond sich in einer Ellipse um die Sonne bewegt, die Gleichung über in:

$$\frac{m}{M+m}=\left(\frac{a'}{a}\right)^3:\left(\frac{U'}{U}\right)^2 \quad (a'=\text{Mondbahnhalbmesser},\ U'=\text{siderischer Monat}).$$

Aus den Daten:

$a' = 384\,415$ Kilometer; $U' = 27.3216$ Tage

$a = 149\,500\,000$ „ $U = 365.2564$ „

folgt

$$\frac{a'}{a}=0.002\,571,\quad \frac{U'}{U}=0.074\,801$$

und daraus für das Verhältnis der Masse von Erde + Mond zur Sonnenmasse

$$\frac{m}{M}=\frac{1}{329500}.$$

In gleicher Weise erhält man aus den in Halbmessern der Erdbahn ausgedrückten Halbachsen und den in siderischen Jahren angegebenen Umlaufszeiten der vier von Galilei entdeckten Satelliten des Jupiter das Verhältnis der Masse m' = Jupiter + Satellit zur Masse $M+m$ = Sonne + Erde + Mond; bei der Kleinheit von $\frac{m}{M}$ kommt fast nur die Sonnenmasse in Betracht.

Satellit	I	II	III	IV
$\frac{a'}{a}$	0.002 819	0.004 483	0.007 155	0.012 585
$\frac{U'}{U}$	0.004 844	0.009 723	0.019 588	0.045 692
$\frac{m'}{M+m}$	$\frac{1}{1047}$	$\frac{1}{1049}$	$\frac{1}{1048}$	$\frac{1}{1048}$

Newton vermochte auch in der allgemeinen Gravitation die Ursache vieler Erscheinungen zu erblicken, deren enge Verbindung vor ihm niemand hätte ahnen können. Mehrere Ungleichheiten der Bewegung des Mondes in seiner Bahn, die retrograde Bewegung der Knoten dieser Bahn und die

Erklärung verschiedener Erscheinungen durch die Gravitation.

Präzession der Tag- und Nachtgleichen waren schon den Astronomen des Altertums bekannt. Newton bewies, daß die Störungen der Mondbewegung durch die Verschiedenheit der von der Sonne auf die Erde und den Mond ausgeübten Anziehung veranlaßt seien. Aus der Rotation der Erde schloß er auf eine Abplattung derselben an den Polen und bestimmte auch die Größe des Anwachsens der Schwerkraft und der Länge eines Meridiangrades in der Richtung vom Äquator zu den Polen. Die Figur der Erde kann als eine mit dem Polarradius beschriebene Kugel betrachtet werden, an welche ein symmetrisch gebauter Ring angesetzt ist, der am Äquator am dicksten ist. Würde der Ring sich um die Erdachse ohne Reibung an der Kugel in 24 Stunden drehen, so müßte er infolge der Anziehung der Sonne, der gegenüber er sich ungefähr wie ein System von Satelliten verhält, eine Bewegung zeigen, die seine Knotenlinie (Durchschnittslinie von Äquator und Ekliptik) in ähnlicher Weise wie die der Mondbahn auf der Ekliptik verschiebt. Die Anziehung des Mondes wirkt in demselben Sinne und mit ungefähr doppelt so großer Kraft auf die Drehung der Ringebene ein. Durch die feste Verbindung mit der Kugel, deren Rotation durch Sonne und Mond nicht gestört werden kann, hat der Ring in dem Bestreben, die Lage seiner Knotenlinie zu ändern, noch das Beharrungsvermögen der rotierenden Kugel zu überwinden, wodurch die Knotenbewegung außerordentlich verlangsamt wird, so daß sie jährlich nur 50″ beträgt. Da einer der Knoten der Frühlingspunkt ist, bewirkt die retrograde Bewegung desselben eine jährliche Zunahme der Länge sämtlicher Gestirne um 50″, eine Erscheinung, die den Namen Lunisolarpräzession führt.

Newton war sich wohl bewußt, daß die Ausarbeitung einer Theorie der Planetenbewegungen auf Grund des Gesetzes der allgemeinen Gravitation außerordentlichen Schwierigkeiten begegnen werde. Die Keplerschen Gesetze wären nur dann strenge richtig, wenn die Sonne allein die Planeten anziehen würde. Die allgemeine Gravitation hat zur Folge, daß Richtung und Größe der momentanen Fallbeschleunigung eines Planeten von den Massen und jeweiligen Örtern der Sonne und aller anderen Planeten (mit Einschluß der Satelliten) abhängt. Die Bahnen der Planeten ändern daher fortwährend ihre Lage, Form und Dimension, und es ist nur der Geringfügigkeit der Massen sowie der stets bedeutenden Größe der gegenseitigen Entfernungen der Planeten zuzuschreiben, daß die Änderung der Bahnelemente für Jahrhunderte mit befriedigender Genauigkeit vorausberechnet werden können.

Newtons Principia. Newton hat eine Darstellung seiner Untersuchungen und Entdeckungen in dem Werke „Principia mathematica philosophiae naturalis“ gegeben, das 1687 in London erschienen ist und durch die Menge neuer und tiefer Gedanken, die Wichtigkeit der Resultate und die Fülle von Anregungen zu weiterer Forschung unsere höchste Bewunderung verdient.

So einfach das Gesetz der allgemeinen Gravitation ist, so schwierig gestaltet sich dessen Anwendung auf die Bestimmung mehrerer zu einem System verbundener Körper. Probleme dieser Art vermochte Newton nur sehr unvollständig zu lösen, da die Infinitesimalrechnung, an deren Begründung er selbst hervorragenden Anteil genommen hat, noch nicht genügend ausgebildet war. Erst 50 Jahre nach dem Erscheinen der Principia wurden durch L. Euler und A. Clairaut die Arbeiten in Angriff genommen, die den Aufbau der Himmelsmechanik auf den von Newton geschaffenen Fundamenten einleiteten. Die Literatur über diesen Gegenstand ist seither außerordentlich angewachsen und verzeichnet eine Menge ausgezeichneter Leistungen, die einen immensen Fortschritt in der Behandlung der äußerst komplizierten Probleme der Störungsrechnung bekunden und einige wichtige Eigenschaften unseres Sonnensystems offenbarten.

Mechanik des Himmels.

Die Mechanik des Himmels umfaßt die Gesamtheit der Probleme, die sich bei Anwendung des Gravitationsgesetzes auf die Bestimmung der Figur und Bewegung der Himmelskörper darbieten.

Daß ein isolierter Körper, dessen Teile eine genügende Bewegungsfreiheit besitzen, aber nicht Bewegungen aufweisen, die zu einer Rotation des Körpers Veranlassung geben, unter dem Einfluß der Schwere sich zu einer Kugel zusammenballen muß, ist leicht einzusehen. Schon Aristoteles hatte die Kugelgestalt der (nach seiner Ansicht ruhenden) Erde aus der Wirkungsweise der Schwere gefolgert. Anders verhält sich die Sache bei einem rotierenden Körper. Die Rotation bedingt das Auftreten einer Fliehkraft, welche die Teile des Körpers von der Umdrehungsachse zu entfernen trachtet. Es tritt daher so lange eine Verschiebung der Teile ein, bis ein Gleichgewichtszustand erreicht ist, der zur Voraussetzung hat, daß auf die an der Oberfläche gelegenen Teile keine Kräfte wirken, die eine Bewegung in peripherischer Richtung veranlassen. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn jedes Element der Oberfläche auf der Resultante der Schwer- und Fliehkraft senkrecht steht.

Die wahrscheinlichste Gleichgewichtsfigur rotierender Flüssigkeitsmassen ist das abgeplattete Rotationsellipsoid; unter Umständen kann aber auch ein 3-achsiges, um die kleinste Achse sich drehendes Ellipsoid, sowie ein aus diesem durch Hervortreten einer verhältnismäßig kleinen Masse (am Ende der großen Achse) gebildeter birnförmiger Körper mit den Gleichgewichtsbedingungen verträglich sein.

Figur der Himmelskörper.

Die Figur der Himmelskörper ist nicht ohne Einfluß auf die Bewegungen derselben, sofern es sich um ein System von zwei oder mehreren Körpern handelt. Ist die Rotationsgeschwindigkeit so klein, daß die Körper noch als kugelförmig angesehen werden können, so bleibt die Lage der Rotationsachsen unverändert, und es vollzieht sich die fortschreitende Bewegung jedes Körpers, wie wenn dessen ganze Masse im Schwerpunkte vereint wäre. Zwei derartige Körper bewegen sich daher in einem Kegelschnitt. Hat aber einer der Körper die Gestalt eines Ellipsoids, so tritt im allgemeinen eine Störung der Lage seiner Rotationsachse und eine Störung der Revolutionsbewegung des anderen Körpersein. Die Mechanik zeigt, wie die Bewegun-

Probleme der Mechanik des Himmels.

gen der Rotationsachse und der beweglichen Teile des Körpers mit Bezug auf dessen Schwerpunkt vor sich gehen, und in welcher Weise die Abweichung des Körpers von der Kugelgestalt (bei Rotationsellipsoiden die Abplattung) die Bewegung des umkreisenden Körpers beeinflußt. Bezüglich der Erde handelt es sich um die Theorien der (durch die Anziehung von Sonne und Mond veranlaßten) Präzession und Nutation, der Ebbe und Flut des Meerwassers und der Luft und der durch die Abplattung der Erde hervorgerufenen im Maximum 7″ bis 8″ betragenden Störung der Mondbewegung in Länge und Breite.

Bei nachträglicher Berücksichtigung der von der Abplattung herrührenden Störungen werden die relativen Bewegungen der zu einem System verbundenen Körper auf die ihrer Schwerpunkte zurückgeführt, in deren jedem die Masse des ganzen Körpers vereint zu denken ist.

Berechnung der Störungen.

In einem solchen System materieller Punkte hängen die Bewegungen nur von den Massen und den für irgendeine gemeinsame Epoche geltenden Koordinaten und Geschwindigkeiten der Punkte ab, so daß, wenn für jeden Punkt die Masse, die 3 Koordinaten und 3 Geschwindigkeitskomponenten gegeben sind, die Verteilung der Punkte in jedem früheren oder späteren Zeitpunkt durch das Gravitationsgesetz bestimmt wird. Die Differentialgleichungen der Bewegung sämtlicher Punkte sind leicht zu bilden; zur Integration derselben reicht aber der mathematische Apparat auch in seiner gegenwärtigen Ausbildung im allgemeinen nicht hin, wenn die Zahl der Punkte größer ist als 2. Schon das Dreikörperproblem ist daher nicht allgemein lösbar. Wird aber die Bewegung jedes Punktes hauptsächlich nur durch die Anziehung e i n e s Punktes beeinflußt, so kann die leicht zu gewinnende Kenntnis der genäherten Bahnen zu deren sukzessiver Verbesserung benutzt werden. Dieser Fall trifft in unserem Sonnensystem zu, da die Bewegungen der Planeten um die Sonne und die der Satelliten um ihre Planeten nahezu in Ellipsen erfolgen. Ort, Größe und Richtung der Geschwindigkeit eines Planeten zu irgendeiner Zeit bestimmen die Elemente der Keplerschen Ellipse, welche der Planet beschreiben würde, wenn er in seiner weiteren Bewegung nur der Anziehung der Sonne unterworfen wäre. Den durch die Anziehung der übrigen Körper hervorgerufenen Änderungen des heliozentrischen Ortes und der heliozentrischen Geschwindigkeit kann daher jederzeit durch Änderung der ursprünglichen Bahnelemente um verhältnismäßig kleine Korrektionsglieder Rechnung getragen werden. Diese Änderungen werden Störungen genannt. Die Abhängigkeit derselben von den ursprünglichen Elementen und von den Massen und Bahnelementen der störenden Körper in analytischer Form auszudrücken, bildet eines der wichtigsten, aber auch schwierigsten Probleme der Himmelsmechanik, dessen Behandlung zwar keine vollständig befriedigende Lösung gebracht, aber doch dahin geführt hat, daß wir im Wege fortgesetzter Annäherungen die selbst im Laufe mehrerer Jahrhunderte angewachsenen Störungen noch mit erheblicher Genauigkeit zu bestimmen imstande sind.

Auf den Ergebnissen der Störungsrechnung beruhen die Tafeln zur Bestimmung der geozentrischen Bewegung der Sonne und des Mondes und der heliozentrischen Bewegung der Planeten (mit Ausschluß der Erde). Gegenwärtig bedient man sich gewöhnlich der Tafeln von S. Newcomb für Sonne, Merkur, Venus, Mond, Uranus, Neptun, jener von G. Hill für Jupiter, Saturn und für den Mond der Tafeln von P. Hansen.

Stabilität des Systems der großen Planeten.

Der Theorie der Störungen verdanken wir die Kenntnis einiger wichtiger Eigenschaften des Systems der großen Planeten. Hierher gehört vor allem die Unveränderlichkeit der großen Achsen der Planetenbahnen, womit gesagt sein soll, daß diese Achsen nicht fortschreitende, sondern nur kleine periodische Änderungen ihrer Größe erfahren, weshalb die Umlaufszeiten nur kleinen Schwankungen unterliegen können.

Exzentrizität und Neigung der Bahnen gegen eine feste Ebene zeigen im Laufe von Jahrtausenden größere Änderungen, ohne aber gewisse Grenzen überschreiten zu können. Als feste Ebene wird gewöhnlich die einer bestimmten Epoche entsprechende Ekliptik angenommen; die Grenzen für die Neigungen liegen besonders für die außerhalb der Marsbahn befindlichen Planeten viel enger, wenn man statt der Ekliptik die sogenannte „Unveränderliche Ebene" wählt, die dadurch ausgezeichnet ist, daß mit Bezug auf sie die Summe der Projektionen der mit den Massen multiplizierten, von den Radienvektoren der Planeten überstrichenen Flächen jederzeit größer ist als mit Bezug auf irgendeine andere Ebene. Stockwell gibt folgende Grenzwerte an:

	Grenzen der Exzentrizität		Grenzen der Neigung gegen die Ekliptik für 1850		Grenzen der Neigung gegen die Unveränderliche Ebene	
Merkur	0.1215	0.2317	3° 47′	10° 36′	4° 44′	9° 11′
Venus	0.0000	0.0706	0 0	4 51	0 0	3 16
Erde	0.0000	0.0694	0 0	4 41	0 0	3 6
Mars	0.0185	0.1397	0 0	7 28	0 0	5 56
Jupiter	0.0255	0.0608	0 0	2 4	0 14	0 29
Saturn	0.0124	0.0843	0 0	2 36	0 47	1 1
Uranus	0.0118	0.0780	0 0	2 42	0 54	1 7
Neptun	0.0056	0.0145	0 0	2 23	0 34	0 47

Die Unveränderlichkeit der großen Achsen und die enge Begrenzung der Schwankungen von Exzentrizität und Neigung der Bahnen bedingen die Stabilität des Systems der großen Planeten, d. h. dessen Fortbestand unter nahe gleich bleibenden Verhältnissen für Hunderttausende von Jahren, sofern nur die gegenseitige Anziehung von Sonne und Planeten in Betracht kommt.

Der Glaube an einen harmonischen Bau des Planetensystems hat Kepler veranlaßt, nach gesetzmäßigen Beziehungen zwischen den Bahnhalbmessern der Planeten zu forschen. Das Ergebnis seiner mühevollen Arbeit im „Mysterium" fand indessen wenig Beachtung, da es ein wirkliches Gesetz nicht enthielt und die Abgeschlossenheit des Systems der 6 (alten) Planeten voraussetzte. Mehr Glück hatte Titius (Professor in Wittenberg), der eine sehr einfache Formel fand (1766), die zwar auch nicht der Ausdruck eines Gesetzes ist, aber den Plan der Reihung der Planeten ziemlich gut skizziert. Die Formel besagt, daß die mittleren Abstände der Planeten, wenn man den Erdbahnhalbmesser = 10 annimmt, durch Addition der Zahl 4 zu den Gliedern der gesetzmäßig fortschreitenden Reihe 0, 3, 6, 12, (24), 48, 96 ... erhalten werden. Der Umstand, daß an der durch den Abstand 24 + 4 = 28 bezeichneten Stelle kein Planet sich vorfand, gab zunächst Anlaß zur Frage nach der Existenz eines zwischen Mars und Jupiter gelegenen Planeten. Daß diese Frage zu bejahen sei, wurde allgemein angenommen, nachdem sich herausgestellt hatte, daß auch der Abstand des von W. Herschel (1781) entdeckten Planeten Uranus durch die Titiussche Formel (192 + 4) nahe richtig angegeben wird.

Asteroiden. Entdeckung der ersten kleinen Planeten.

Die Nachricht, daß am 1. Januar 1801 von Piazzi (Palermo) ein Planet gefunden wurde, dessen Bewegung mit der des vermuteten Lückenplaneten verträglich sei, erregte daher weniger Überraschung als Befriedigung. Der Planet, dem der Namen Ceres gegeben worden ist, hatte die Helligkeit eines Sternes 8. Größe und konnte nur während 6 Wochen beobachtet werden. Nun galt es für die Sicherung des neuen Planeten zu sorgen, die nur durch eine gute Bahnbestimmung erzielt werden konnte. Diese Aufgabe stellte sich C. F. Gauß, und es gelang ihm binnen kurzer Zeit, die Bahnelemente zu berechnen und daraus eine Oppositions-Ephemeride abzuleiten, welche die rasche Auffindung der Ceres ermöglichte.

Starkes Anwachsen der Zahl der Entdeckungen.

Ceres konnte nicht lange als das einzige Bindeglied zwischen Mars und Jupiter angesehen werden, da der zweite der kleinen Planeten, Pallas benannt, schon im Jahre 1802 entdeckt worden ist. Die nächsten Jahre brachten noch zwei neue Funde, nämlich Juno (1804), Vesta (1807). Erst nach vier Dezennien (1845) folgte die Auffindung eines fünften Körpers dieser Gruppe (Asträa), und nun begann man auch systematisch nach weiteren Asteroiden zu suchen. Seit 1847 ist kein Jahr vergangen, das nicht neue, zuweilen sogar recht zahlreiche Entdeckungen kleinerer Planeten gebracht hätte. Besonders die Einführung der photographischen Methode durch M. Wolf hat die Auffindung dieser lichtschwachen Objekte sehr erleichtert. Als die erfolgreichsten Entdecker sind zu nennen: J. Palisa (Wien), Charlois (Nizza), M. Wolf (Heidelberg). Man bezeichnet die kleinen Planeten kurz durch eine der Reihenfolge ihrer Entdeckung entsprechende, in einen Ring geschlossene Nummer, so daß also ① oder auch (1) die Ceres, (4) die Vesta bedeutet.

Gesamtmasse.

Gegenwärtig kennt man ungefähr 800 kleine Planeten, von denen die meisten auch zur Zeit ihrer Opposition kleiner sind als 10. Größe. Da es eine untere Grenze für die Größe kaum geben dürfte, ist die Zahl der vorhandenen Asteroiden als außerordentlich groß anzunehmen. Ihre Gesamtmasse ist jedenfalls sehr klein und kann die des Mars nicht viel übersteigen, da sie sich sonst in merklichen Störungen der Marsbahn äußern müßte. Die

Massen der bekannten Asteroiden machen zusammen wahrscheinlich noch nicht den 1000. Teil der Erdmasse aus.

Die Frage, ob die Asteroiden durch Zerstörung eines großen Planeten entstanden seien, ist noch als offen zu betrachten. Die berechneten Bahnen ergeben keinen Kreuzungspunkt, doch ist es immerhin möglich, daß das Versagen dieses Kriteriums den Bahnstörungen durch die Planeten zuzuschreiben ist. Es verdient jedenfalls Beachtung, daß sich verschiedene Gruppen bilden lassen, deren jede aus mehreren in sehr ähnlichen Bahnen kreisenden, kleinen Planeten besteht und durch Teilung eines Körpers entstanden sein könnte.

Beobachtungen der Asteroiden sind nur in der Nähe der Zeit ihrer Opposition ausführbar. Das mittlere Intervall zwischen aufeinanderfolgenden Oppositionen, d. i. die synodische Umlaufszeit, ist die Zeit, in welcher der Winkel zwischen den Radiusvektoren der Planeten und der Erde von 0° bis 360° zunehmen würde, wenn beide Körper sich mit ihren mittleren Geschwindigkeiten in kreisförmigen Bahnen in derselben Ebene bewegten. Das Problem der Bestimmung dieser Zeit ist ungefähr dasselbe, wie das der Berechnung des Intervalls zwischen den Bedeckungen des kleinen Zeigers einer Uhr durch den großen. In einer Stunde bewegt sich der große Zeiger um 60, der kleine um 5 Teilstriche weiter, so daß die Vergrößerung des Winkels zwischen beiden Zeigern 55 Teilstriche beträgt. Das Intervall der Koinzidenzen setzt aber eine relative Bewegung um 60 Teilstriche voraus und ist daher gleich $\frac{60}{55}$ Stunden. Es sei nun wieder U die siderische Umlaufszeit eines kleinen Planeten, nach Jahren gemessen. In einem Jahre dreht sich der Radiusvektor der Erde um 360°, der des Asteroiden in demselben Sinne um $\frac{360^\circ}{U}$. Da U größer ist als 1, wird die jährliche relative Bewegung durch $360^\circ - \frac{360^\circ}{U}$ dargestellt. Damit diese Bewegung 360° betrage, ist daher die Zeit $\frac{360^\circ}{360^\circ\left(1-\frac{1}{U}\right)}$ nötig. Hierfür kann man auch schreiben $\frac{U}{U-1}$.

Intervall der Oppositionen.

Die synodische Umlaufszeit des Planeten (1) Ceres ist, da $U = 4.603$, gleich 1.278 Jahre. Je größer die Umlaufszeit U wird, desto mehr nähert sich das Intervall zwischen den Oppositionen der Einheit, einem Jahre.

Die kleinste Halbachse (1.46) besitzt der Planet „Eros“, die größte (5.28) „Hektor“; die erstere ist kleiner als die des Mars (1.52), die letztere größer als die des Jupiter (5.20), so daß die Breite des Asteroidengürtels die der Zone zwischen den mittleren Bahnen von Mars und Jupiter um ein geringes übertrifft. Infolge der großen Exzentrizität (0.22) und kleinen Neigung (12°) seiner Bahn kann sich Eros unter allen bekannten Planeten der Erde am meisten nähern. Die größte Annäherung (bis auf 22 Millionen Kilometer) tritt ein, wenn der Periheldurchgang in die Zeit der Opposition fällt. Ein nahes Zusammentreffen dieser Momente wird im Jahre 1931 erfolgen und den Astronomen eine günstige Gelegenheit bieten, Positionsmessungen des

Ausdehnung des Asteroidenringes.

Eros zu einer voraussichtlich genaueren Bestimmung der Sonnenparallaxe zu verwerten.

Achillesgruppe.

Während Eros durch die Kürze seiner Umlaufszeit sich von den übrigen Asteroiden wesentlich unterscheidet, teilt Hektor mit drei anderen Planeten, nämlich Achilles, Patroklus und Nestor die Eigenschaft, in großer Nähe der Jupiterbahn zu kreisen. Diese die Achillesgruppe bildenden Planeten sind besonders dadurch interessant, daß ihre Stellung ungefähr der Bedingung entspricht, die einen Spezialfall des Dreikörperproblems kennzeichnet. Denn soweit es nur auf die Anziehung von Sonne und Jupiter ankommt, muß ein Planet, der an einem Eckpunkte eines gleichseitigen Dreieckes steht, dessen andere Ecken durch Jupiter und die Sonne eingenommen werden, stets in derselben relativen Stellung zu diesen zwei Körpern verharren. Wenn die Bedingung nur angenähert erfüllt ist, wirken die Jupiterstörungen im Sinne einer Erzielung des stabilen Zustandes und veranlassen den Planeten zur Ausführung einer pendelartigen Bewegung um den Gleichgewichtspunkt, der gewöhnlich Librationspunkt genannt wird.

Für 1912 Juni 10 ergibt die Berechnung des heliozentrischen Winkels zwischen Jupiter und den Planeten der Achillesgruppe folgende Werte:

(588) Achilles	54° 27	(624) Hektor	54° 4
(617) Patroklus	– 61 11	(659) Nestor	78 1

Die Planeten (588), (624), (659) haben den Librationspunkt östlich von Jupiter, (617) jedoch hat denselben westlich. Nach der Störungstheorie soll sich der Planet Achilles höchstens bis zu 17 nach der einen oder anderen Seite vom Librationspunkte (60°) entfernen können, so daß sein heliozentrischer Abstand von Jupiter als zwischen den Grenzen 43° und 77° schwankend anzunehmen wäre. Der Unterschied der mittleren täglichen Bewegung dieser zwei Planeten soll kleiner bleiben als 8″; gegenwärtig beträgt er ungefähr 4″. Die Verfolgung des Laufes der jupiternahen Planeten wird eine erwünschte Kontrolle so manchen Resultats der Störungsrechnung liefern.

Lücken im Asteroidenringe.

Die mittleren Abstände der kleinen Planeten sind nicht gleichmäßig abgestuft. Der Stufenwert ist an jenen Stellen auffallend groß, wo die Umlaufszeit eines supponierten Planeten in einfachem, durch kleine, ganze Zahlen ausgedrücktem Verhältnisse ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ . . .) zur Umlaufszeit des Jupiter steht. Es lag nahe, die Ursache dieser Erscheinung darin zu suchen, daß in diesen Fällen Jupiter, der überhaupt die größten Störungen der Asteroidenbahnen bewirkt, schon nach einem Umlaufe oder nach wenigen Umläufen wieder die ursprüngliche Stellung zum Asteroiden und dessen Bahn einnimmt, und durch die nach Ablauf einer bestimmten Periode in demselben Sinne erfolgenden Störungen den Asteroiden immer mehr von seiner anfänglichen Bahn abdrängt. Die Versuche, die Lücken im Ringe der kleinen Planeten so aus den Prinzipien der Mechanik des Himmels zu erklären, hatten aber nicht den erwarteten Erfolg, indem sich für die Bahnen angenommener Lückenplaneten nur periodische Änderungen der Halbachsen ergaben.

Kometen. Ansichten der Astronomen des Altertums.

Dem Laufe der Kometen wurde bis zum Ende des 16. Jahrhunderts nur wenig Beachtung geschenkt, da man fast allgemein der aus dem Altertum überkommenen Ansicht huldigte, daß die Kometen Gebilde seien, die dem Kosmos nicht angehören und daher auch keine gesetzmäßigen Bewegungen haben können. Zwar sollen sie von den Pythagoräern als Himmelskörper angesehen worden sein, die sich um die Sonne bewegen; dieselbe Meinung hatte der römische Philosoph Seneca, der glaubte, daß man über die Bewegung der Kometen nur wegen der Seltenheit ihres Erscheinens und der Größe ihrer Umlaufszeiten noch sehr wenig wisse und in nicht allzuferner Zeit durch fortgesetzte Beobachtungen hierüber belehrt werden würde. Die Vorherrschaft behielt jedoch stets die Aristotelische Lehre, nach welcher die Kometen atmosphärische Erscheinungen sind, hervorgerufen durch die Entzündung und Verbrennung von der Erde aufsteigender trockener Dünste in den oberen Luftregionen. Die Unhaltbarkeit dieser Lehre wurde erst offenbar, als Tycho Brahe aus seinen Beobachtungen den Beweis erbrachte, daß die in den Jahren 1577, 82, 85, 90, 93, 96 erschienenen Kometen keine merkliche Parallaxe besaßen und daher jedenfalls viel weiter als der Mond von der Erde entfernt gewesen sein mußten.

Form der Kometenbahnen.

Mit dieser Erkenntnis wuchs auch das Interesse der Astronomen an der Bewegung der Kometen. Kepler schloß aus den beobachteten Örtern zweier Kometen auf eine nahezu geradlinige Bahn. Hevel (1668) erkannte, daß man eine Krümmung der Bahn in der Nähe des Perihels annehmen müsse, und glaubte, daß die Bewegung der Kometen in einer Parabel oder einer der Parabel nicht unähnlichen Linie, die auch die Form einer Hyperbel haben könne, erfolge. Daß die Bahn des im Jahre 1664 erschienenen Kometen parabolisch sei, sprach zuerst Borelli (1665) aus. Beweiskräftig waren aber erst die Folgerungen, die Newton aus den Beobachtungen des großen Kometen vom Jahre 1680 zog. Pastor G. Dörfel (Plauen) stellte schon 1681 die Hypothese auf, daß dieser Komet sich in einer Parabel bewegt habe, und zwar so, daß die Sonne im Brennpunkte gestanden sei. Newton aber vermochte aus einigen Beobachtungen parabolische Bahnelemente abzuleiten, welche den beobachteten Lauf des Kometen so nahe richtig darstellten, daß über die Berechtigung der Annahme einer von der Einheit nur sehr wenig verschiedenen Bahnexzentrizität kein Zweifel mehr bestehen konnte. Nach der Methode Newtons berechnete dann E. Halley die parabolischen Bahnen von 24 in dem Zeitraume 1337—1698 beobachteten Kometen. Hierbei ergaben sich für drei in den Jahren 1531, 1607 und 1682 erschienene Kometen so nahe gleiche, auf eine Identität der Objekte hinweisende Bahnelemente, daß Halley den Spezialfall einer ausgesprochen elliptischen Bahn vor sich zu haben glaubte und eine Wiederkehr der Erscheinung für das Jahr 1759 in Aussicht stellte. Der Komet wurde in dem bezeichneten Jahre tatsächlich aufgefunden und ist der erste der als periodisch erkannten Kometen. Er führt seither den Namen Halleys und ist 1835 und 1910 wieder in die Sonnennähe gelangt. Bis jetzt sind mehr als

Parabolischer Typus vorherrschend.

300 Kometen bekannt geworden, deren Bahnen mit einiger Sicherheit berechnet werden konnten. Die meisten dieser Bahnen sind parabolisch geformt, d. h. die Exzentrizität derselben ist so nahe der Einheit gleich, daß eine Abweichung der Bahn von einer Parabel aus den Beobachtungen nicht konstatiert werden kann. Es ist aber nicht ausgeschlossen, daß unter den Kometen, deren Elemente als parabolisch angenommen worden sind, viele vorkommen, die nach Hunderten oder Tausenden von Jahren wiederkehren. Für etwa 50 Kometen sind elliptische Elemente gefunden worden, aber nur 20 Kometen wurden in mehr als einer Erscheinung beobachtet. Der Grund für den Mißerfolg der Auffindungsversuche mag entweder in der Unsicherheit der Bestimmung der Umlaufszeit und der hieraus resultierenden Ungenauigkeit der Aufsuchungsephemeriden oder in einem Zerfall des Kometenkörpers gelegen sein. Eine Teilung von Kometen ist schon öfters beobachtet worden. Ein klassisches Beispiel für die Wirkung solcher Vorgänge bietet der Bielasche Komet, der in vier Erscheinungen einfach gesehen worden ist, in den zwei darauffolgenden (1846, 1852) aber als Doppelkomet erschien und später nicht mehr gefunden werden konnte.

Stellung der Kometen zum Sonnensystem.

Nur sehr wenige Kometen bewegten sich der Rechnung gemäß in hyperbolischen Bahnen. Wenn wir von den störenden Einflüssen der Planeten absehen und die aus den Beobachtungen abgeleitete Bahn zur Bestimmung der Geschwindigkeit verwenden, mit welcher ein Komet in die Attraktionssphäre der Sonne eingetreten ist, so finden wir, daß diese Geschwindigkeit für Kometen mit parabolischen Bahnelementen gleich Null ist, für solche mit hyperbolischen Elementen aber einen endlichen Wert besitzt. Die überwiegende Mehrheit der Kometenbahnen bekunden den parabolischen Typus. Mit Rücksicht auf den Umstand, daß die Bahnachsen keine bestimmte Richtung bevorzugen, können wir daher annehmen, daß die meisten der sichtbar gewordenen Kometen einem System kosmischer Materie entnommen sind, das fast symmetrisch zur Sonne, aber in außerordentlich großen Entfernungen von ihr gelegen ist und sich in derselben Richtung und derselben Geschwindigkeit im Raume bewegt wie die Sonne. Es ist, wie neuere Untersuchungen gezeigt haben, sehr wahrscheinlich, daß ursprünglich alle Kometen derselben Hülle unseres Sonnensystems angehörten und bei ihrer Annäherung an die Sonne durch die Anziehung der Planeten eine Störung der parabolischen Bewegung in mitunter merklicher Weise erlitten haben. Die Parabel bildet den Übergang von der Ellipse zur Hyperbel. Bewirken die Störungen eine Vergrößerung der Bahngeschwindigkeit, so wird aus der Parabel eine Hyperbel, im entgegengesetzten Falle aber eine Ellipse. Jene Kometen, deren Bahnbestimmung auf hyperbolische Elemente geführt hat, besaßen schon bei ihrem Sichtbarwerden eine hyperbolische Geschwindigkeit. Die Rückwärtsrechnung der Störungen hat nun ergeben, daß die Bahnexzentrizitäten um so kleiner waren, je weiter die Kometen von der Sonne abstanden und Grenzwerten zustrebten, die im Hinblick auf die Unsicherheit der gesamten numerischen Rechnung mit der Einheit identifiziert werden konnten.

Die ursprünglich parabolische Bahn eines Kometen kann durch die Störungen der Planeten auch in eine elliptische verwandelt werden. Die Störungen wachsen im allgemeinen um so mehr an, je mehr sich der Komet einem der Planeten nähert und je länger er in dessen Nähe verweilt. Da die Planetenbahnen mit der Ekliptik einen kleinen Winkel einschließen, so haben Kometen, deren Bahnneigung gegen die Ekliptik groß ist, nur wenig Chancen, eine bedeutende Störung ihrer Bewegung zu erfahren, weil die Wahrscheinlichkeit einer großen Annäherung an einen Planeten gering ist und bei eintretender Proximität die Distanzänderung rasch vor sich geht. Je kleiner der spitze Winkel zwischen Kometenbahn und Ekliptik wird, desto größer wird die Wahrscheinlichkeit für ein nahes Zusammentreffen des Kometen mit einem Planeten. Die Dauer gegenseitiger Nähe kann aber nur dann lange währen, wenn die Bewegung des Kometen rechtläufig ist, d. h. in demselben Sinne erfolgt wie die Planetenbewegungen. Kometen, die sich rückläufig bewegen, können nur bei sehr naher Begegnung mit einem Planeten ansehnliche Bahnstörungen erleiden. Elliptische Bahnen.

Für die Richtigkeit dieser Betrachtungen spricht auch die Erfahrung, da unter den 20 Kometen, bei denen mindestens eine Wiederkehr beobachtet worden ist, nur einer (Halley) rückläufig ist und 16 Bahnneigungen besitzen, die kleiner sind als 30°. Die Umlaufszeiten dieser Kometen sind vorwiegend klein (zwischen 3 und 7 Jahren); die Bahnexzentrizitäten liegen zwischen den Grenzen 0.41 (Komet Holmes) und 0.97 (Komet Halley) und schließen sich nahe an die größte Exzentrizität der Planetenbahnen an, sofern man die kleinen Planeten berücksichtigt. Das Aphel der elliptischen Bahn kommt ungefähr dort zu liegen, wo die Störungen die größte Verminderung der Bahngeschwindigkeit bewirkt haben.

Bei der großen Mehrheit der Kometen, die sich in ausgesprochen elliptischen Bahnen bewegen, befindet sich das Aphel in der Nähe der Jupiterbahn. Die Umlaufszeiten dieser Gruppe, die mehr als 30 Kometen umfaßt und die Kometenfamilie des Jupiter genannt wird, schwanken zwischen 3 und 8 Jahren. Wenn auch Jupiter als der mächtigste unter allen Planeten die größte Eignung zum Einfangen von Kometen hat, muß doch mit der Möglichkeit gerechnet werden, daß nicht alle direkt von Jupiter unserm Sonnensystem einverleibt worden sind, sondern aus einer geringeren Zahl von Mutterkometen entstanden, da bei dem losen Gefüge der Kometen eine Teilung derselben unter dem Einflusse der nach verschiedenen Richtungen wirkenden Anziehung von Sonne und Jupiter oder einem anderen Planeten leicht erfolgen kann. Von den Kometenfamilien der übrigen Planeten ist die des Uranus durch 2, die des Neptun durch 6 Individuen vertreten. Die Kometen 1862 III und 1889 III haben die Apheldistanzen 47.6 bzw. 49.8; es ist von mehreren Astronomen darauf hingewiesen worden, daß die Aphele dieser Kometen die Existenz eines Planeten vermuten lassen, dessen mittlere Entfernung von der Sonne ungefähr um die Hälfte größer ist als die Entfernung Neptuns. Kometenfamilien.

Verwandte Kometen.

Von großem Interesse sind noch jene Kometen, die durch die Ähnlichkeit ihrer Bahnen die Hypothese eines gemeinsamen Ursprungs gerechtfertigt erscheinen lassen. Man kennt schon mehrere solcher Kometensysteme, unter denen das aus den retrograden, perihelnahen großen Kometen 1843 I, 1880 I, 1882 II und wahrscheinlich noch einigen anderen bestehende an erster Stelle genannt zu werden verdient. Als weitere Systeme können mit einiger Wahrscheinlichkeit gelten die Kometen 1742—1907 II; 1812—1884 I; 1815—1887 V; 1884 III—1892 V. Es besteht auch die Möglichkeit eines Zusammenhangs zwischen dem durch die Kürze der Umlaufszeit (3.3 Jahre) ausgezeichneten Enckeschen Kometen und dem Kometen 1907 VI (Wolf), da nach Backlund vor einigen tausend Jahren das Aphel des ersteren Kometen mit dem Perihel des letzteren sehr nahe zusammenfiel. Der gemeinsame Ursprung zweier Kometen wird durch die Ähnlichkeit der Bahnelemente noch nicht verbürgt; zum Nachweise desselben wäre es notwendig, die Bewegung der Kometen unter Berücksichtigung der planetarischen Störungen so weit nach rückwärts zu verfolgen, bis nicht nur die Bahnen, sondern auch die Kometen einander so nahe liegen, daß die Wahrscheinlichkeit der Existenz eines Vereinigungspunktes fast zur Gewißheit wird. Um den Vereinigungspunkt zu erhalten, müßte man auch die Massen der Kometen kennen, da deren gegenseitige Anziehung in der Nähe dieses Punktes sehr merkliche Bahnstörungen bewirken kann. Je größer die zwischen der Teilung und den ersten Beobachtungen des Kometen liegende Zeitstrecke ist, desto schwerer läßt sich der Nachweis eines gemeinsamen Ursprungs erbringen, da bei der Unbeständigkeit der Kometen anzunehmen ist, daß nach der Teilung noch ein weiterer mit einer Änderung der Bahn verbundener Verlust der Materie eingetreten sei. Sind die Bahnen der Teilkometen gut bestimmt und so gelegen, daß die Proximität der Kometen der Erscheinung derselben nicht allzuweit vorausgegangen ist, so kann man, wie es für den Bielaschen Kometen der Fall war, die Kometenmassen dadurch bestimmen, daß man durch passende Wahl derselben die Erzielung eines Vereinigungspunktes anstrebt.

Unbeständigkeit der Kometenbahnen.

Kometen, welche den Bezirk unseres Planetensystems in parabolischen oder hyperbolischen Bahnen verlassen, kehren nicht mehr zur Sonne zurück und entziehen sich daher fernerer Beobachtung. Periodische Kometen sind als Bürger unseres Sonnensystems zu betrachten, im allgemeinen jedoch nur für eine beschränkte Zeit, da die planetarischen Störungen, welche die Elliptizität der Bahnen bewirkt haben, die Bahnen wieder zu parabolischen oder hyperbolischen machen können. Die beobachtete Bewegung der Kometen läßt sich infolge der Unbeständigkeit dieser Gebilde für lange Zeiträume überhaupt nur ausnahmsweise durch die Rechnung gut darstellen, soferne man nur die Anziehung der Sonne und Planeten berücksichtigt. Gewöhnlich ist man genötigt, eine von Zeit zu Zeit erfolgte Änderung der Elemente anzunehmen, die sich hauptsächlich in einer Beschleunigung oder Verzögerung der mittleren Bewegung äußert, deren Ursache nicht mit Sicherheit angegeben werden kann. Ein widerstehendes Mittel (meteorische Materie) bewirkt eine Beschleunigung (durch Verkleinerung der Bahnhalbachse), ein partieller Zerfall der Kometen je nach Umständen eine Beschleunigung oder Verzögerung. Die Vorausberechnung der Elemente, und darunter besonders die Perihelzeit, ist daher immer mit größerer Unsicherheit behaftet, als man nach den Grundlagen der Rechnung vermuten möchte. Für den Halleyschen Kometen, der eine relativ große Beständigkeit zu besitzen scheint, betrug der Fehler der auf Grund von Beobachtungen aus den Jahren 1759 und 1835 vorausberechneten Perihelzeit 3.4 Tage. In Anbetracht der großen Umlaufszeit (76 Jahre) des Kometen ist dieser Fehler nicht bedeutend, da eine geringfügige unbeachtet gebliebene Änderung der mittleren täglichen Bewegung während der Sonnennähe im Jahre 1835 denselben zu erklären vermag. Viel größere Fehler sind zu erwarten, wenn die elliptischen Elemente nur aus Beobachtungen berechnet sind, die während einer einzigen Erscheinung eines Kometen erhalten wurden. Die Grenzen, innerhalb deren die Fehler wahrscheinlich liegen, können durch einfache Rechnungsoperation aus den bei der Bahnbestimmung benutzten Daten ermittelt werden. Für den im Jahre 1815 von Olbers entdeckten Kometen ergab die Rechnung eine Umlaufszeit von 71.84 Jahren und als Fehlergrenze $\pm$ 1.6 Jahre. Im Jahre 1887 ist der Komet von Brooks zufällig aufgefunden worden. Der Lauf des Kometen in dieser Erscheinung zeigte, daß von den früher berechneten Elementen nur die Umlaufszeit einen erheblichen Fehler (0.81 Jahre) besaß, der aber noch völlig innerhalb der vorausbestimmten Unsicherheitsgrenze lag. Je größer die heliozentrische Bewegung eines Kometen in der zwischen den äußersten Beobachtungen liegenden Zeitstrecke ist, und je genauer die Beobachtungen sind, desto sicherer lassen sich die Elemente überhaupt bestimmen. Die Sicherheit der berechneten Umlaufszeit wächst dabei stärker als die der übrigen Elemente.

Unsicherheit der berechneten Umlaufszeit.

V. Die Bahnbestimmung. Die Mechanik des Himmels lehrt, wie man die Änderungen bestimmen kann, welche die Bahnelemente eines sich um die Sonne bewegenden Körpers durch die Anziehung der Planeten erleiden. Da diese Änderungen von den jeweiligen Bahnelementen abhängen und im allgemeinen nur bei Zugrundelegung sehr genäherter Elemente mit wünschenswerter Genauigkeit zu erhalten sind, so ist die Ausarbeitung einer vollständigen Theorie der Bewegung eines Planeten (Kometen) nur im Wege fortgesetzter Annäherung möglich. Der erste Schritt besteht in der Ableitung genäherter Elemente aus wenigen, aber auf einen kleinen Zeitraum verteilten Beobachtungen unter der Annahme, daß die Bahn in aller Strenge ein Kegelschnitt sei, in dessen einem Brennpunkte das Sonnenzentrum ruht. Der bewegte Körper wird als ein materieller Punkt von verschwindend kleiner Masse betrachtet, auf den nur eine Kraft wirkt, nämlich die Anziehung der im Sonnenzentrum vereinigt gedachten Masse der Sonne. Das Ziel der Bahnbestimmung bildet die Beschaffung einer gewissen Anzahl von Konstanten, den sogenannten Bahnelementen, die alle Daten enthalten müssen, deren

16*

man bedarf, um den heliozentrischen Ort des den gemachten Annahmen gemäß sich bewegenden materiellen Punktes für jede beliebige Zeit berechnen zu können. Dieses Erfordernis ist erfüllt, wenn die räumliche Lage und die Gestalt des Kegelschnittes gegeben sind und überdies die Zeit bekannt ist, in welcher sich der bewegte Körper in einem bestimmten Punkte des Kegelschnittes befindet.

Erklärung der Bahnelemente.

Zur Präzisierung der Bahnlage sind drei Elemente nötig, die auf die Ekliptik und den Frühlingspunkt bezogen zu werden pflegen. Denken wir uns, um die für die Auswahl der Elemente maßgebenden Gesichtspunkte besser zu überblicken, auf die Sonne versetzt, so würde der Planet (Komet), da dessen Bahnebene durch die Sonne gehen soll, sich in einem, die Erde (den Fall einer Koinzidenz der Bahnebenen ausgenommen) in einem anderen größten Kreise der Himmelssphäre zu bewegen scheinen. Diese Kreise schneiden sich in zwei diametral gegenüberliegenden Punkten der Sphäre, den Knoten der Bahn, die sich dadurch unterscheiden, daß der eine, der aufsteigende Knoten, vom Planeten beim Übertritte aus der den Südpol enthaltenden, durch die Ekliptik begrenzten Hemisphäre in die nördliche Hemisphäre passiert wird, wogegen der andere, der niedersteigende Knoten, in entgegengesetzter Richtung durchlaufen wird. Kennt man die Lage eines Knotens in der Ekliptik und den an diesem Knoten auftretenden Winkel zwischen den Richtungen der scheinbaren Bewegung von Erde und Planet, so ist man über die Lage des die scheinbare Bahn des Planeten darstellenden Kreises zur Ekliptik vollständig orientiert. Es ist allgemein üblich, die Lage der Knoten durch die Angabe der Länge (Ω) des aufsteigenden Knotens festzustellen; der Winkel, unter dem die Kreise sich schneiden, heißt die Neigung (i) der Bahn. Wenn die heliozentrischen Längen des Gestirnes bei fortschreitender Zeit wachsen (direkte Bewegung), ist i ein spitzer Winkel, bei abnehmender Länge (retrograde Bewegung) ein stumpfer Winkel. Die Elemente Ω, i bestimmen also nicht nur die Lage des Kreises, in dem die scheinbare Bewegung des Planeten vor sich geht, sondern auch die Richtung der Bewegung. Eine in der Ekliptik liegende Bahn hat entweder $i = 0^\circ$ oder $i = 180^\circ$; im ersten Falle ist die Bewegung direkt, im zweiten retrograd. In beiden Fällen gäbe es keinen Knoten, und es hätte daher Ω keine Bedeutung. Je näher i diesen Grenzen liegt, desto unsicherer fällt die Bestimmung von Ω aus, d. h. desto geringeren Einfluß hat ein Fehler in Ω auf die heliozentrischen Koordinaten des bewegten Körpers.

Wäre die wahre Bahn ein Kreis, so bedürfte es zur Feststellung seiner Lage keines weiteren Elementes. Alle anderen Kegelschnitte aber haben nur eine durch den Brennpunkt gehende Symmetrieachse, die große Achse des betreffenden Kegelschnittes, deren Lage in der scheinbaren Bahn bekannt sein muß, weil die Geschwindigkeit der Bewegung vom Winkel abhängt, den der Radiusvektor mit ihr einschließt. Da diese große Achse des Kegelschnittes durch den dem Brennpunkte zunächst gelegenen Punkt der Kurve, das Perihel, hindurchgeht, geschieht die Orientierung des Kegelschnittes in der Ebene der Bahn am zweckmäßigsten durch die Angabe der Lage des Punktes der Sphäre, auf den der dem Perihel zukommende, kürzeste Radiusvektor hinweist. Um diesen Punkt zu finden, braucht man nur seinen Abstand (ω) vom aufsteigenden Knoten zu kennen. Das Element ω ist der heliozentrische Winkel, um den die von der Sonne zum aufsteigenden Knoten gezogene Linie im Sinne der Bewegung des Gestirnes gedreht werden muß, um das Perihel in sich aufzunehmen.

Die Gattung des Kegelschnittes hängt nur von einer Konstanten, nämlich der Exzentrizität (e) ab. $e = 0$ definiert den Kreis, $0 < e < 1$ die Ellipse, $e = 1$ die Parabel und $e > 1$ die Hyperbel. Wird nun noch die Periheldistanz (q) angegeben, die beim Kreise mit dem Radius identisch ist, so ist auch die Größe des Kegelschnittes vollständig bestimmt. Für die Ellipse wird statt q gewöhnlich die große Bahnhalbachse (a) angegeben, die mit q durch die Gleichung $q = a(1 - e)$ verbunden ist und in einfacher Beziehung zur Umlaufszeit (U) steht, da — abgesehen von den Massen m — in Jahren ausgedrückt $U = a^{\frac{3}{2}}$ ist.

Die Verbindung zwischen Ort und Zeit wird gewöhnlich durch die Angabe der Perihelzeit (τ) hergestellt. Für eine Kreisbahn wäre anzugeben, welchen Abstand vom aufsteigenden Knoten der Planet zu einer bestimmten Zeit hat, eventuell die Zeit der Passage dieses Knotens.

Zur Bestimmung der sechs Elemente (Ω, i, ω, e, q, τ) ist die Kenntnis von sechs auf bekannte Zeitmomente bezogenen Beobachtungsdaten notwendig. Die Bestimmung würde sich am einfachsten gestalten, wenn die drei heliozentrischen Koordinaten und die drei Komponenten der Geschwindigkeit des Planeten (Kometen) für einen gegebenen Zeitpunkt bekannt wären. Das Problem ist aber auch dann noch leicht in aller Strenge zu lösen, wenn statt der Geschwindigkeitskomponenten die drei heliozentrischen Koordinaten für einen zweiten Zeitpunkt gegeben sind; oder was bei der Leichtigkeit der Verwandlung geozentrischer in heliozentrische Örter auf dasselbe hinauskommt, wenn zwei vollständige geozentrische Örter bekannt sind. Der Beobachter kann jedoch nur den Ort an der Sphäre angeben, in dem sich das Objekt befindet, nicht aber dessen Entfernung. Der sphärische Ort wird durch zwei Koordinaten (Rektaszension und Deklination oder Länge und Breite) bestimmt. Es müssen daher drei Beobachtungen der Bahnbestimmung zugrunde gelegt werden. Bei Voraussetzung einer parabolischen Bahn ($e = 1$) genügen fünf Daten, bei der einer Kreisbahn ($e = 0$, ω gegenstandslos) vier; im letzten Falle reichen also zwei Beobachtungen zur Bahnbestimmung aus. Bahnbestimmung.

Die Entwicklung der zur Lösung eines Problems dienenden Methoden hängt in der Regel von der Aktualität des Problems ab. Bis zur Entdeckung des ersten der kleinen Planeten war das Bedürfnis nach einer Methode der Bahnbestimmung aus wenigen Beobachtungen nur durch das Erscheinen von Kometen veranlaßt. Schon Newton hat einen Weg zur Bestimmung para- Newton.

bolischer Elemente gezeigt. Seine Methode, die in der Hauptsache eine graphisch-konstruktive ist, leistete der Wissenschaft sehr gute Dienste, war aber doch zu umständlich, als daß sie sich auf die Dauer hätte behaupten können. Das Bestreben der Astronomen, die Methode Newtons durch eine bessere zu ersetzen, blieb lange Zeit ohne Erfolg. Erst in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts vermochte J. H. Lambert einen wirklichen Fortschritt in der Behandlung des Kometenproblems anzubahnen. Lambert hat aus den Gesetzen der Zentralbewegung einige für die Bahnbestimmung sehr wichtige Relationen abgeleitet und als erster eine Gleichung zur Bestimmung der heliozentrischen Entfernung des Kometen für die Zeit der mittleren Beobachtung aufgestellt. Er war aber nicht imstande, seine Errungenschaften für die Bahnbestimmung genügend zu verwerten.

Bestimmung einer parabolischen Bahn.

Eine vollständige, den Anforderungen von Theorie und Praxis in vorzüglicher Weise entsprechende Lösung des Problems der Bestimmung einer parabolischen Bahn gelang erst H. W. Olbers, dessen Abhandlung „Über die leichteste und bequemste Methode, die Bahn eines Kometen aus einigen Beobachtungen zu berechnen“ (Weimar 1797) noch heute den vielsagenden Titel rechtfertigt. Die Olberssche Methode beruht auf der bei kleinen Zwischenzeiten nahe richtigen Voraussetzung, daß in jeder Bahn die Sehne zwischen den äußeren Örtern des bewegten Körpers durch den von der Sonne zum mittleren Orte führenden Radiusvektor so geteilt wird, daß die beiden Abschnitte sich zueinander verhalten wie die Zwischenzeiten. Aus dieser für die Kometen- und Erdörter gemachten Annahme läßt sich, wie schon Lambert gezeigt hat, das Verhältnis der geozentrischen Distanzen ρ, ρ' des Kometen für die Zeit der ersten und dritten Beobachtung direkt bestimmen. Olbers tat aber noch einen wichtigen Schritt, indem er aus dem Verhältnisse der Distanzen diese selbst so bestimmte, daß die zwischen der ersten und dritten Beobachtung liegende Zeit der zur parabolischen Bewegung des Kometen vom ersten zum dritten Orte nötigen Zeit gleich wird. Hierzu diente ihm die Eulersche Gleichung, welche die heliozentrischen Distanzen r, r' des Kometen in den Zeitmomenten t, t' und die zu r, r' gehörige Sehne s des vom Kometen durchlaufenen Bogens mit dem Intervall $t' - t$ verbindet und lautet $(r + r' + s)^{\frac{3}{2}} \mp (r + r' - s)^{\frac{3}{2}} = 6\,k\,(t' - t)$, wo bei ersten Bahnbestimmungen fast immer das obere, für eine weniger als 180° betragende heliozentrische Bewegung des Kometen gültige Vorzeichen zu nehmen ist. k bedeutet die mittlere tägliche Bewegung der Sonne. Die geozentrischen Distanzen ρ, ρ' erhält man durch indirekte Rechnung, indem man z. B. für ρ einen Wert annimmt, der mittels des bekannten Verhältnisses $\frac{\rho'}{\rho}$ zum zugehörigen Werte von ρ' führt. Nun sind zwei geozentrische Örter des Kometen gegeben, aus denen die heliozentrischen Örter und mithin auch r, r', s gefunden werden. Die Einsetzung dieser Werte in die Eulersche Gleichung wird einen Unterschied zwischen den Werten der linken und rechten Seite der Gleichung ergeben, der durch fortgesetzte Änderung in der

Annahme über ρ zum Verschwinden gebracht werden muß. Ist dies erreicht, so entsprechen ρ, ρ′ den Anforderungen des Problems.

Von dem Problem der Bahnbestimmung ohne eine Voraussetzung über die Exzentrizität haben J. L. Lagrange (1778) und P. S. Laplace (1780) elegante, analytische Lösungen gegeben, die jedoch für die astronomische Praxis nur geringe Bedeutung erlangten. Lagrange gründet seine Methode auf drei Beobachtungen und gelangt durch Entwicklung der Dreiecksflächen (Sonnenort, Kometenörter) nach Potenzen der Zwischenzeiten mittels eines passend gewählten Eliminationsverfahrens zu einer Gleichung 8. Grades, die zur Bestimmung des Radiusvektors des Kometen für die Zeit der mittleren Beobachtung dient. Nach Auflösung der Gleichung wird sofort ein heliozentrischer Ort und nach kurzer Rechnung auch Größe und Richtung der heliozentrischen Geschwindigkeit bekannt, worauf die Elemente leicht berechnet werden können. Die Lagrangesche Methode ist in neuester Zeit (1911) von C. V. L. Charlier ausgestaltet und in praktischer Hinsicht vervollkommnet worden.

Bestimmung einer elliptischen Bahn.

Lagrange.

Bei der Methode von Laplace sind schon die Grundlagen so gewählt, daß die Bestimmung der heliozentrischen Koordinaten und Geschwindigkeitskomponenten für eine gegebene Zeit möglichst einfach wird. Die Methode ist nämlich nur dann anwendbar, wenn aus dem Komplex der Beobachtungen für irgendeinen Zeitpunkt außer dem sphärischen Ort des Kometen (Planeten) auch die Geschwindigkeit und Beschleunigung der Ortsänderung abgeleitet werden können. Sind diese Größen bekannt, so erhält man ohne große Mühe die drei Koeffizienten einer aus vier Gliedern bestehenden Gleichung 8. Grades, die r (heliozentrische Distanz) finden läßt. Zu dem nun leicht zu ermittelnden heliozentrischen Orte erhält man aus drei linearen Gleichungen die Geschwindigkeitskomponenten. In der Praxis hat sich diese elegante Methode nicht bewährt, da die Grundlagen der Rechnung nur in seltenen Fällen mit wünschenswerter Genauigkeit bestimmbar sind.

Laplace.

Diese Methoden scheinen lange Zeit ganz unbeachtet geblieben zu sein. Denn als nach der Entdeckung (1801) des ersten Asteroiden (Ceres) an die Astronomen die Aufgabe herantrat, eine Bahnbestimmung praktisch durchzuführen, blieben die gewiesenen Wege ungenützt. Die Sicherung dieses teleskopischen Objektes ist K. F. Gauß zu verdanken, der, kaum 24 Jahre alt, in durchaus selbständiger Weise sich ein Verfahren zur Bahnbestimmung aus einigen Beobachtungen zurechtgelegt hatte und mit Erfolg praktisch zu verwerten wußte. Gauß hat sein Verfahren so lange geheim gehalten, bis er es unter Verwertung der bei der Berechnung der Bahnen von Pallas, Juno, Vesta gewonnenen Erfahrungen zu einer äußerst zweckmäßigen, formvollendeten Methode ausgebildet hatte. Die Veröffentlichung geschah in seinem epochemachenden Werke „Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium, Hamburg 1809“, das als Lehrbuch der Bahnbestimmung auch heute noch in unvermindertem Ansehen steht. Gauß drückt die Bedingung, daß die drei heliozentrischen Örter des Planeten (Kometen)

Gauß.

in einer durch die Sonne gehenden Ebene liegen sollen, durch drei Gleichungen aus, die nur die Verhältnisse der Dreiecksflächen und die drei geozentrischen Entfernungen (ρ_1, ρ_2, ρ_3) des Planeten als Unbekannte enthalten. Die Elimination von ρ_1 und ρ_3 führt zu einer Gleichung zwischen ρ_2 und den Verhältnissen der Dreiecksflächen, die in erster Annäherung durch die bekannten Zwischenzeiten und die 3. Potenz der unbekannten heliozentrischen Entfernung r_2 dargestellt werden können, so daß eine Gleichung zwischen ρ_2 und r_2^3 resultiert. In dem aus den Örtern der Sonne, des Planeten und der Erde für die Zeit der zweiten Beobachtung gebildeten Dreiecke ist der an der Erde auftretende Winkel sowie die Seite Sonne—Erde bekannt. Wählt man den von ρ_2 und r_2 am Planeten eingeschlossenen Winkel (z) als neue Unbekannte, so erhält man, da ρ_2 und r_2 durch diese ausgedrückt werden können, eine Gleichung zur Bestimmung von z. Die Auflösung dieser Gleichung gibt z, wodurch ρ_2 und dann ρ_1, ρ_3 bekannt werden. Nun sind alle geozentrischen Örter vollständig bestimmt, und man braucht bloß die beiden äußeren Örter in heliozentrische zu verwandeln und daraus die Elemente zu berechnen. Die Gaußsche Methode, die für das allgemeine Bahnbestimmungsproblem ungefähr dieselbe Bedeutung besitzt wie die Olberssche Methode für das einfachere Kometenproblem, ist noch gegenwärtig in fast allgemeinem Gebrauch. Es sind an ihr im Laufe der Zeiten zwar nicht unerhebliche Verbesserungen angebracht worden, die jedoch das Wesen der Methode unberührt gelassen haben.

Bahn des Uranus.

Nachdem genäherte Bahnelemente des Planeten Uranus bekannt geworden waren und hierdurch die Möglichkeit vorlag, die Bahn dieses dem freien Auge gerade noch sichtbaren Gestirns nach rückwärts zu verfolgen, wurden Nachforschungen nach zufällig noch vor der Entdeckungsepoche (1781) gemachten Positionsbestimmungen angestellt, die das Ergebnis hatten, daß Uranus in der Zeit von 1690 bis 1781 zwanzigmal beobachtet, aber für einen Fixstern gehalten worden war. Wenn auch diese Beobachtungen, und darunter besonders die ältesten, keine große Genauigkeit besaßen, so waren sie doch wegen ihrer Verteilung über einen ganzen Umlauf des Planeten für die Bahnbestimmung sehr wichtig. Bouvard, der um das Jahr 1820 die Ausarbeitung einer Theorie der Bewegung des Uranus unter Berücksichtigung der Jupiter- und Saturnstörungen in Angriff nahm, vermochte nicht eine Bahn zu finden, die sich sowohl den alten als auch den neuen zwischen 1781 und 1820 erhaltenen Beobachtungen befriedigend anschloß, und gründete infolgedessen seine Theorie bloß auf die neuen Beobachtungen. Die Bouvardschen Tafeln des Uranus wiesen schon nach kurzer Zeit bedeutende Fehler auf und gaben hierdurch Anlaß zur Prüfung des von Bouvard angewandten Verfahrens. Der große deutsche Astronom F. Bessel äußerte sich in einem 1840 in Königsberg gehaltenen und in seinen nachgelassenen Papieren aufgezeichneten Vortrage, daß er die von Bouvard ausgeschlossenen Beobachtungen einer scharfen Kritik und einer neuen Berechnung unterworfen habe, wodurch er die volle Überzeugung gewann, daß die „vor-

Anscheinende Unvereinbarkeit der alten und neuen Beobachtungen.

Ansicht Bessels.

handenen, bis zu einer ganzen Bogenminute reichenden Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung keineswegs den Beobachtungen zuzuschreiben sind und nur in einer neuen physischen Entdeckung ihre Erklärung finden können. Zweifel an der Richtigkeit der Anziehungslehre seien nicht statthaft; wahrscheinlich wird gerade diese Lehre die Abweichungen erklären, indem sie zugleich eine Entdeckung im Sonnensystem bringen wird. Fernere Versuche der Erklärung werden nämlich die Absicht verfolgen, einem unbekannten Planeten jenseits des Uranus, der vielleicht wegen zu großer Lichtschwäche nicht sichtbar ist, eine Bahn und eine Masse anzuweisen, welche so beschaffen sind, daß daraus Störungen des Uranus hervorgehen, welche die jetzt nicht vorhandene Übereinstimmung seiner Beobachtungen herstellen. Eine Bestätigung des Daseins des neuen Planeten würde durch dessen voraussichtlich nachweisbare Störungen auf die Bahn des Saturn sich ergeben." Bessels prophetische Worte sollten bald in Erfüllung gehen, jedoch nicht bevor der Mund, der sie gesprochen, sich für immer geschlossen hatte (17. März 1846). Im Sommer 1845 begann Leverrier seine berühmt gewordenen Untersuchungen, welche zunächst den Zweck verfolgten, den ganzen beobachteten Lauf des Planeten unter Berücksichtigung der bekannten Störungen möglichst gut darzustellen, und insoweit ein günstiges Ergebnis hatten, als die Längen der 26 durch Zusammenfassung von ungefähr je 10 Beobachtungen gebildeten Normalörter von den berechneten Längen nur im Betrage bis höchstens 20″ abwichen, während die Unterschiede in den Breiten ganz unbedeutend waren. Leverrier erkannte, daß die Fehler in Länge noch immer weit außerhalb der Unsicherheitsgrenzen der Beobachtungen lagen, und suchte nun, ganz im Sinne der Besselschen Ausführungen, von denen er jedoch wahrscheinlich keine Kenntnis hatte, Masse und Bahn des störenden Planeten zu bestimmen. Da auch darauf Rücksicht zu nehmen war, daß die Einführung neuer Störungen eine Änderung der bereits erhaltenen Elemente der Uranusbahn bedingt und daher das Problem der Bahnbestimmung mit einer großen Zahl von Unbekannten belastet, sah sich Leverrier veranlaßt, eine die Lösung des Problems vereinfachende Annahme zu machen. Diese besteht in der durch die Analogie mit den Bahnen der äußeren Planeten und durch die gute Darstellung der Breiten des Uranus gerechtfertigten Voraussetzung einer verschwindend kleinen Bahnneigung des störenden Planeten. Leverrier hätte sein Ziel viel leichter erreichen können, wenn er die weitere Annahme einer Kreisbahn gemacht hätte, die in Anbetracht der geringen, im Mittel nur 0.06 betragenden Exzentrizität der Bahnen von Jupiter, Saturn und Uranus ebenfalls sehr plausibel erscheinen mußte. Er hielt es jedoch für angezeigter, keine Unbekannte, die er bestimmen konnte, unbestimmt zu lassen. Als Näherungswert für die Bahnhalbachse wurde die doppelte Entfernung des Uranus angenommen.

Berechnung der Masse und Bahn eines Planeten durch Leverrier.

Leverrier begegnete im Laufe der Rechnung manchen Schwierigkeiten, die nicht so sehr in der Natur des Problems als in der Unsicherheit der numerischen Bestimmung der Unbekannten gelegen waren, und gelangte erst nach zweckmäßiger Änderung des Operationsplanes zu Elementen, welche eine im allgemeinen befriedigende Darstellung sämtlicher Normalörter des Planeten Uranus ergaben. Die Mitteilung des Massenwertes und der Bahnelemente des neuen Planeten an die Pariser Akademie erfolgte am 31. August 1846. Nun galt es die Aufsuchung des Planeten zu betreiben. Mit den Pariser Fernrohren durfte man kaum hoffen, den Planeten an seiner Scheibenform zu erkennen; geeignete Sternkarten waren nicht zur Hand. In Paris muß es wohl bekannt gewesen sein, daß in Berlin neue Sternkarten angefertigt wurden, da einige hiervon schon ausgegeben waren. Und so schrieb Leverrier am 18. September 1846 an Galle einen Brief, worin er ihn nach einigen Worten des Dankes für die Übersendung einer Abhandlung mit der Position des Planeten bekannt machte und um dessen Aufsuchung bat. Galle erhielt den Brief am 23. September und äußert sich über das Weitere folgendermaßen: „Ich war damals alleiniger Assistent der Berliner Sternwarte; d'Arrest war Studiosus der Astronomie, wohnte aber in einem Nebengebäude der Sternwarte. Als ich ihm von dem Brief Mitteilung machte, sprach er den Wunsch aus, am Abend an der Beobachtung teilnehmen zu dürfen. Die Durchmusterung der betreffenden Himmelsgegend nach einem Planeten von merklichem Durchmesser führte zu keinem Ziele. Es mußte also an eine Sternkarte oder Zeichnung gedacht werden. Dabei äußerte d'Arrest, daß vielleicht unter den Berliner akademischen Sternkarten die betreffende Stelle schon sich befinden könnte. Wir gingen dieserhalb in das Zimmer Enckes (Direktor), wo diese Sternkarten lagen, und in der Tat fand sich ein Abdruck der Sternkarte von Bremiker, hora XXI, die eben erst in Berlin fertig geworden und im Buchhandel noch nicht ausgegeben war. Mit dieser Karte kehrte ich zu dem Refraktor zurück und fand nach einigen Vergleichungen jener Himmelsgegend den betreffenden Stern 8. Größe, den ich dann auch d'Arrest zeigte. Auch Encke nahm Kenntnis davon; die Bewegung konnte jedoch erst in der folgenden Nacht mit Sicherheit konstatiert werden."

Auffindung des Planeten Neptun durch J. G. Galle.

Wenn auch der Ruhm der theoretischen Entdeckung des unter dem Namen Neptun bekannten Planeten unstreitig Leverrier gebührt, so muß doch auch das Verdienst J. Adams' anerkannt werden, der schon im Oktober 1845 genäherte und anfangs September 1846 sehr befriedigende Elemente des Planeten dem Direktor der Greenwicher Sternwarte G. B. Airy bekannt gegeben hatte. Die Veröffentlichung erfolgte aber erst nach der am 13. November 1846 gemachten Mitteilung der Resultate an die Astronomische Gesellschaft in London. Die Untersuchung Adams' ist nicht so eingehend geführt wie die Leverriers. Nach den Arbeiten Adams' liegt der Ort des Planeten von der durch Galle beobachteten Position um $2^\circ 27'$, nach denen Leverriers aber nur um $52'$ ab.

Die Elemente, zu denen diese Forscher gelangt sind, befinden sich in naher Übereinstimmung, weichen jedoch von den wahren bedeutend ab:

	Beobachtung	Leverrier	Adams
Bahnhalbachse	30.05	36.15	37.25
Exzentrizität	0.0088	0.1076	0.1206
Länge des Perihels	47° 12′	284° 6′	299° 11′
$\frac{\text{Masse Neptuns}}{\text{Masse der Sonne}}$	0.000051	0.000107	0.000150

Es erscheint auf den ersten Blick verwunderlich, daß so verschiedene Systeme, wie die zwei ersten, sowohl die Störungen für die Zeiten der von Leverrier benutzten Beobachtungen als auch den Ort des Planeten für die Entdeckungszeit nahe richtig darstellen können. Bei näherer Betrachtung zeigt sich jedoch, daß die Störungen nur in der Nähe der Konjunktion (1651, 1822) des Uranus und Neptun, jedesmal während etwa 40 Jahren von Bedeutung sind und innerhalb des Zeitraumes von 1690 bis 1800 fast gar nicht zur Geltung kommen. Von 1800 bis 1845 erreichen die Fehler in Länge nur 5°, in Entfernung etwa $\frac{1}{14}$ der wahren Entfernung. Deshalb ist die Richtung der störenden Kräfte nur wenig fehlerhaft angenommen, die Intensität allerdings etwas zu klein; dieser Fehler wird aber durch die größer angenommene Masse Neptuns teilweise kompensiert.

Die Auffindung Neptuns wurde durch den Umstand sehr erleichtert, daß die Nachforschung in eine Zeit fiel, wo der Fehler des aus den Leverrierschen Elementen berechneten Ephemeridenortes sehr klein war; schon 10 Jahre früher oder später hätte dieser Fehler eine solche Größe erreicht, daß die Aufsuchung des Planeten wahrscheinlich erfolglos geblieben wäre.

Die Beobachtungen Neptuns ergaben, daß dessen mittlere Entfernung von der Sonne viel kleiner ist, als sie nach der Titiusschen Regel sein sollte. Man dachte nun daran, daß es noch andere Planeten geben könne, die sich nicht in die Titiussche Regel einfügen lassen, und fand auch bald verschiedene Anzeichen für das Vorkommen von Planeten innerhalb der Merkurbahn. Die Frage nach dem Vorhandensein intramerkurieller Planeten erhielt eine große Bedeutung durch die Untersuchungen Leverriers, welche dargetan hatten, daß die säkulare (in einem Jahrhundert erfolgende) Bewegung des Perihels der Merkurbahn um 40″ größer ist, als sie nach der auf das genaueste durchgeführten Rechnung sein sollte. Diese säkulare Beschleunigung der Perihelbewegung läßt sich durch die Annahme eines oder mehrerer Planeten innerhalb der Merkurbahn sehr gut erklären. Es sind auch schon oft Notizen über den Vorübergang dunkler Körper vor der Sonnenscheibe erschienen, die aber einerseits wegen der Unerfahrenheit der Beobachter, andererseits wegen der Unwahrscheinlichkeit, daß derartige Phänome, die sich nicht selten wiederholen müßten, der Wahrnehmung berufener Forscher stets entgangen sein sollten, nicht glaubwürdig sind. Es hat auch die systematische Suche nach intramerkuriellen Planeten bei Gelegenheit totaler Sonnenfinsternisse nie Erfolg gehabt. Für die Annahme sonnennaher, unbekannter Planeten liegt ein triftiger Grund überhaupt nicht vor, da die

Frage nach der Existenz intramerkurieller und transneptunischer Planeten.

erwähnte Störung der Merkurbahn durch eine bekannte Erscheinung (siehe Zodiakallicht) vollständig erklärt werden kann. Dagegen läßt sich mit einiger Berechtigung erwarten, daß in größeren Entfernungen von der Sonne verhältnismäßig kleine Planeten noch zu finden sein werden. Prof. Forkes hat aus den Apheldistanzen etlicher Kometen auf die Existenz zweier Planeten in den Entfernungen 100 und 300 von der Sonne geschlossen. Die Apheldistanzen der Kometen 1862 III und 1889 III sind 47.6 und 49.8. Ein Planet, dessen Abstand von der Sonne ungefähr 50 mal größer ist als der Erdbahnradius, würde das nahe Zusammentreffen der Aphele erklären. Eine nahe gleiche Entfernung von der Sonne müßte nach den Rechnungen von Prof. Todd und W. H. Pickering der Planet haben, der die noch unerklärten, allerdings sehr kleinen Störungen der Bewegung des Uranus verursachen könnte. Seine Masse soll nur das Doppelte der Erdmasse ausmachen und seine Helligkeit etwa der eines Sternes 13. Größe gleichkommen. Der Einfluß dieses ungefähr in der Ebene der Ekliptik angenommenen Planeten auf die Bewegung Neptuns ist noch kaum nachweisbar; dagegen scheint ein anderer Planet die Neptunbahn zu stören, da sich nach den Untersuchungen W. H. Pickerings die Breiten Neptuns nicht mit befriedigender Genauigkeit darstellen lassen. Die Abweichungen erreichen zwar kaum 2″, entsprechen aber, was ihre Verteilung anlangt, nicht dem Gesetze des Zufalls. Sie deuten vielmehr auf Störungswirkungen hin, die von einem der Sonne im Vergleich zu Neptun nahen Körper ausgehen, dessen Ort an der Sphäre gegenwärtig nicht sehr weit vom nördlichen Pole der Ekliptik abliegen dürfte.

Meteore.

VI. Meteore und Zodiakallicht. Die Meteore, die wir je nach ihrem Glanze Sternschnuppen oder Feuerkugeln (Bolide) nennen, haben zwar schon von alters her die Aufmerksamkeit auf sich gezogen und die Phantasie der Menschen lebhaft beschäftigt, doch ist es erst der Forschung des 19. Jahrhunderts gelungen, über die Provenienz und Bewegung dieser leuchtenden Gebilde einen im allgemeinen befriedigenden Aufschluß zu geben. In früheren Zeiten war die Meinung vorherrschend, daß die Meteore Produkte der Erdatmosphäre seien. Man hielt sie auch wohl für Bestandteile des Auswurfes der Vulkane des Mondes oder der Erde. Es fehlte zwar nicht an Männern der Wissenschaft, die für den kosmischen Ursprung der Meteore eintraten, wohl aber an Beobachtungen, die eine sichere Prüfung der verschiedenen Theorien zuließen. Gelegentliche Beobachtungen von Feuerkugeln, die ungefähr gleichzeitig in weit voneinander entfernten Ortschaften gesehen wurden, deuteten darauf hin, daß die Flugbahnen mehr als 60 Kilometer über der Erdoberfläche lagen. Daß auch Sternschnuppen in so großen Höhen aufleuchten, hielt man aber nicht für wahrscheinlich. Brandes und Benzenberg, die im Jahre 1798 systematische Höhenbestimmungen auszuführen begannen, mußten die anfangs gewählte Standlinie bedeutend vergrößern, um in dem Dreiecke, das durch die geradlinige Verbindung des

Höhe der Meteore.

Ortes des Aufleuchtens bzw. Verlöschens der Sternschnuppe und der beiden Beobachtungsstationen gebildet wird, die Höhe aus der Grundlinie und den anliegenden Winkeln mit einiger Sicherheit berechnen zu können. Die gefundenen Höhen lagen vorwiegend zwischen den Grenzen 150 und 70 Kilometer. Bei Einbeziehung neuerer Bestimmungen ergibt sich für die mittlere Höhe des Aufleuchtens ungefähr 120, für die des Verlöschens etwa 85 Kilometer. Die scheinbare Bewegung der Sternschnuppen vollzieht sich fast immer in einem Bogen größten Kreises an der Sphäre. Körper, die nicht kugelförmig sind, können durch den Widerstand der Luft von der ursprünglichen Bewegungsrichtung sehr stark abgelenkt werden. Es sind auch, allerdings selten, Sternschnuppen beobachtet worden, deren scheinbare Bahnen scharfe Krümmungen aufwiesen.

Scheinbare Bewegung.

Der Widerstand der Luft ist auch die direkte Ursache für das Aufleuchten der an sich dunklen Meteore. Dringt ein solcher Körper mit einer Geschwindigkeit, die bis zu 70 Kilometer in der Sekunde betragen kann, in die Erdatmosphäre ein, so wird seine Geschwindigkeit durch den Luftwiderstand stark vermindert, wobei ein entsprechender Teil der lebendigen Kraft in Wärme umgesetzt wird, die den Körper und vielleicht auch die ihn umgebende Gasschicht zum Leuchten bringt.

Helligkeit.

Die Helligkeit der Sternschnuppen ist während der kurzen Dauer ihrer Sichtbarkeit nahezu konstant. Eine untere Grenze dürfte es hierfür kaum geben, da mitunter Sternschnuppen beobachtet worden sind, die im Gesichtsfelde großer Fernrohre gerade noch wahrnehmbar waren. Die obere Grenze ist ungefähr die Helligkeit der Venus, da Meteore, die noch heller sind und schon deutliche Schatten werfen, Feuerkugeln genannt werden. Helle Sternschnuppen und Feuerkugeln hinterlassen gewöhnlich leuchtende Spuren, die längere Zeit (bis zu einigen Minuten) sichtbar bleiben und zuweilen eine Änderung der Form erkennen lassen. Meteore, welche uns als Sternschnuppen erscheinen, werden schon in den oberen Luftschichten vollständig verdampft. Größere Meteore haben einen längeren Bestand und können, wenn ihre Masse sehr beträchtlich ist, unter günstigen Umständen die Atmosphäre nach außen hin wieder verlassen oder auf die Erde fallen. Gewöhnlich geht dem Sturz auf die Erde ein von einer starken Detonation gefolgtes Platzen des Meteors voraus, dessen Ursache in Spannungen zu suchen ist, die durch das zu langsame Abströmen der Wärme von außen nach innen oder durch die Erhitzung eingeschlossener Gasmengen entstehen. Auf die Erde gestürzte Meteore heißen Meteorsteine oder Aerolithe. Sie werden nach dem Vorherrschen von Eisen oder nichtmetallischen Bestandteilen in Eisenmeteorite (Siderite), die reich an Nickeleisen sind, und Steinmeteorite (Kieselsäure, Tonerde, Kalk, Magnesia) eingeteilt. Eine Zwischenstufe bilden die Mesosiderite, welche Eisen und Stein zu fast gleichen Teilen enthalten. In den meisten Steinmeteoriten kommt auch etwas Eisen vor. In allen bisher untersuchten Meteoriten hat sich noch kein chemisches Element nachweisen lassen, das nicht auch auf der Erde vorkäme. Das Gewicht der aufgefun-

Zusammensetzung.

denen Aerolithe variiert zwischen wenigen Grammen und Tausenden von Kilogrammen. Die Gewichtsbestimmung der Sternschnuppen ist sehr unsicher, da sie sich nur auf die Dauer und Intensität der Lichtentwicklung gründen kann. Es scheint, daß das Gewicht selten mehr als einige Gramm beträgt.

Sternschnuppenschwärme. Radiationspunkt.

Die Häufigkeit der Sternschnuppen ist eine sehr veränderliche Größe. Während ein Beobachter durchschnittlich nur 4—6 Sternschnuppen in der Stunde sehen kann, läßt sich in manchen Nächten in derselben Zeit mehr als die zehnfache Anzahl wahrnehmen. Schon einige Male hat sich das Sternschnuppenphänomen in einer Pracht gezeigt, die, wie Augenzeugen berichten, jeder Beschreibung spottet, indem die ganze Himmelsdecke zeitweilig von einem Feuerregen (Leonidenstrom) überflutet schien. Bei einer solchen Gelegenheit (1833) ist die wichtige Entdeckung gemacht worden, daß die scheinbaren Bahnen aller beobachteten Sternschnuppen nicht regellos über den Himmel verteilt, sondern so gelegen waren, daß sie nach rückwärts verlängert sich ungefähr in demselben Punkte der rotierenden Sphäre schneiden. Seither wurde für viele andere Sternschnuppenfälle das Vorhandensein gemeinsamer Schnittpunkte der Bahnen konstatiert. Da diese Punkte gewissermaßen die Ausstrahlungszentren für die zugehörigen Sternschnuppen darstellen, werden sie Radiationspunkte oder Radianten genannt. Jeder Radiant ist unendlich weit entfernt zu denken; seine Rektaszension und Deklination sind von der Lage des Beobachters auf der Erde vollständig unabhängig. Die zu einem Radianten gehörigen Sternschnuppen bewegen sich in parallelen Bahnen, deren in unserer Atmosphäre gelegene Teile sehr nahe geradlinig sind, da nur bei dieser Anordnung ein gemeinsamer, unendlich weit entfernter Schnittpunkt auftritt. Die durch den Luftwiderstand erzeugte, im allgemeinen geringe Ablenkung der Bahnen von der ursprünglichen Bewegungsrichtung offenbart sich in einer geringen Verschiebung Schnittpunkte, die jedoch fast alle innerhalb einer eng umschriebenen Fläche liegen. Als Radiationspunkt hat dann der Schwerpunkt dieser Fläche zu gelten. Eine im Radiationspunkt aufleuchtende Sternschnuppe bleibt stationär; je weiter vom Radiationspunkt weg das Aufleuchten erfolgt, desto länger ist gewöhnlich die scheinbare Bahn der Sternschnuppe. Der Komplex der in parallelen Bahnen sich bewegenden Meteoriten (Sternschnuppen) heißt ein Meteoriten(Sternschnuppen)-Schwarm. Der Radiant ist für die Bewegung des Schwarmes von besonderer Wichtigkeit, weil die vom Radianten gegen das Erdzentrum gezogene Linie die Richtung markiert, in welcher der Schwarm gegen die Erde vordringt. Ist außer der Richtung noch die Größe der Geschwindigkeit bekannt, so kann man die heliozentrische Bahn des Schwarmes bestimmen.

Sporadische Sternschnuppen.

Außer den gruppenweisen, mit einiger Sicherheit als Individuen eines Schwarmes anzusehenden Sternschnuppen gibt es eine Unzahl von sporadischen Sternschnuppen, die keine Zusammengehörigkeit zu besitzen scheinen und sich so bewegen, als ob ihre Radianten ziemlich gleichmäßig über die ganze Sphäre verteilt wären. Die Häufigkeit ihres Erscheinens ist nicht konstant, sondern zeigt eine deutlich markierte tägliche und ebenso auch eine jährliche Variation. Die Zahl der in einer Stunde einem Beobachter sich darbietenden Sternschnuppen wächst vom Abend bis gegen 3 Uhr morgens auf das Zwei- bis Dreifache und nimmt dann langsam wieder ab. Dividiert man die Zahl der in jeder Nacht gesehenen Sternschnuppen durch die entsprechende Stundenzahl und bildet so die mittlere stündliche Häufigkeit, so findet man, daß diese Größe im Frühling ein Minimum (3.6), zu Beginn des Herbstes ein Maximum (7.0) wird und in den Solstitien ungefähr denselben Wert (5.0) annimmt. Unter allen Sternschnuppen kommen mehr als die Hälfte vom Osten her, während die von Norden, Westen, Süden kommenden der Zahl nach nicht sehr verschieden sind. Die Ursache dieser Ungleichmäßigkeit in der Häufigkeit und in der Bewegungsrichtung der Sternschnuppen ist, wie Schiaparelli nachgewiesen hat, die Bewegung der Erde um die Sonne. Bei gleichförmiger Verteilung und gleicher Energie der Radianten müßte, wenn sich die Erde in Ruhe befände, die Häufigkeit der Sternschnuppen konstant sein. Die jeweilige Bewegung der Erde erfolgt nach dem Punkte der Ekliptik, in welchem sich die Sonne drei Monate früher befunden hat. Dieser Punkt wird der Apex der Erdbewegung genannt.

Tägliche und jährliche Variation der Häufigkeit.

Durch die Bewegung der Erde erfährt jeder Radiationspunkt eine scheinbare Verschiebung in der Richtung gegen den Apex. Bedeuten G, V die linearen Geschwindigkeiten der Bewegung der Erde und des Schwarmes, ψ' den im größten Kreise gemessenen Abstand des Apex von dem durch den Schnittpunkt der scheinbaren Bahnen bestimmten, sogenannten scheinbaren Radiationspunkte, so erhält man nach den Prinzipien der relativen Bewegung den Abstand ψ des (in demselben größten Kreise gelegenen) wahren Radiationspunktes vom Apex durch die Formel

$$\sin(\psi - \psi') = \frac{G}{V} \sin \psi'.$$

An einem Orte, wo der Apex gerade im Zenit steht (was nur in den Tropen möglich ist), kann ein Beobachter alle scheinbaren Radianten sehen, deren Zenitdistanzen zwischen $0°$ und $90°$ liegen. Die vom Zenit am weitesten entfernten Radianten, welche noch bis zum Horizonte gehoben werden, sind nach obiger Formel jene, für welche ψ die Bedingung erfüllt $\sin(\psi - 90°) = \frac{G}{V}$. Setzt man für $\frac{G}{V}$ den nahe richtigen Wert $\frac{1}{\sqrt{2}}$, so ergibt sich $\psi = 135°$. Bei gleichmäßiger Verteilung der wahren Radianten verhält sich daher die Zahl der sichtbaren Radianten zur Zahl aller Radianten wie die Fläche einer Kugelkalotte vom sphärischen Radius $135°$ zur Fläche der ganzen Kugel, d. i. wie $1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ zu 2. Der Beobachter überblickt daher ungefähr $\frac{5}{6}$ aller Radianten, sein Antipode nur $\frac{1}{6}$. Liegt der Apex im Horizonte, so ist die Hälfte aller Radianten sichtbar. Unter Voraussetzung gleicher Energie der Radianten ist die Zahl der erscheinenden Sternschnuppen der Zahl der sichtbaren Radianten proportional. Die Häufigkeit der Sternschnuppen wäre dann nur von der Höhe des Apex abhängig. Die gemachten Voraussetzungen sind zwar nicht streng richtig, aber, wenn man von den dichteren Sternschnuppenschwärmen absieht, im großen und ganzen doch nahe zutreffend. Die tägliche Variation der Häufigkeit ist darin begründet, daß der Apex ungefähr um 6^h abends seinen tiefsten und 12^h später seinen höchsten Stand erreicht. Die den Beobachtungen zufolge in den letzten Morgenstunden eintretende, geringe Abnahme der Häufigkeit wird wohl hauptsächlich der beginnenden Dämmerung zuzuschreiben sein. In ähnlicher Weise findet die jährliche Variation ihre Erklärung, da vom Frühling zum Herbste die Deklination des Apex von -23° bis $+23^\circ$ zunimmt, und daher für nördliche Breiten der Apex immer weniger tief unter den Horizont sinkt und in den Morgenstunden sich immer höher über denselben erhebt. In den Solstitien ist die Deklination des Apex dieselbe (0°), die mittlere stündliche Häufigkeit daher gleich. Da der Apex auf seinem Wege von der unteren zur oberen Kulmination und daher während der ganzen oder wenigstens des weitaus größten Teiles jeder Nacht sich auf der Ostseite des Meridians befindet, kommen auch die meisten Sternschnuppen von Osten her.

Amplitude der Variation.

Die berechneten Amplituden beider Variationen hängen wesentlich vom angenommenen Werte der Größe $\frac{G}{V}$ ab. Schiaparelli hat gefunden, daß die beobachteten Amplituden der täglichen Variation am besten dargestellt werden, wenn für V ungefähr die Geschwindigkeit (42 Kilometer) gesetzt wird, welche ein sich in einer Parabel bewegender Körper in der Einheit der Entfernung (Erdbahnhalbmesser) von der Sonne besitzt. Die hieraus sich ergebende Gleichheit der typischen Bahnform von Sternschnuppen und Kometen brachte Schiaparelli auf den Gedanken, daß die Sternschnuppen denselben Ursprung haben wie die Kometen und vielleicht aus diesen entstanden seien. Um die Berechtigung dieser Anschauung einer Prüfung unterziehen zu können, berechnete er die parabolischen Elemente gut beobachteter Sternschnuppenschwärme aus deren scheinbaren Radianten. Die Kenntnis von V genügt nämlich zur Bestimmung der Lage des wahren Radianten, worauf Größe und Richtung der heliozentrischen Geschwindigkeit des Schwarmes gegeben sind, die zusammen mit dem der Beobachtungszeit entsprechenden Erdorte, der zugleich als Ort der Sternschnuppen aufgefaßt werden kann, ausreichende Grundlagen für die Bahnbestimmung bilden. Eine Bestätigung des vermuteten Zusammenhanges zwischen Sternschnuppen und Kometen ließ nicht lange auf sich warten, da sich binnen wenigen Jahren herausstellte, daß die Bahnelemente mehrerer periodischer Kometen eine frappante Ähnlichkeit mit den Elementen von Sternschnuppen aufweisen. Der dem Bielaschen Kometen entsprechende Schwarm von Meteoriten hat in den Jahren 1872 und 1885 zu prächtigen Sternschnuppenfällen Veranlassung gegeben.

Zusammenhang von Sternschnuppen und Kometen.

Die Zuordnung ist folgende:

Scheinbarer Radiant	Sternschnuppen	Fallzeit	Komet	Periode des Kometen
Leier	Lyriden	23—27. April	1861 I	415 Jahre
Perseus	Perseiden	9—14. August	1862 III	120 „
Löwe	Leoniden	13—15. November	1866 I	$33\frac{1}{5}$ „
Andromeda	Bieliden	23. November	Biela	$6\frac{3}{4}$ „

Die zu diesen Strömen gehörigen Meteoriten bilden je einen die Sonne umgebenden elliptischen Ring, der von der Ekliptik so geschnitten wird, daß die Erde in ihrer Bewegung um die Sonne nur eine der Schnittstellen passiert. Die Dauer der Tätigkeit des Radianten bestimmt die Breite des Meteoritenringes. Die Lyriden und Perseiden sind ziemlich gleichmäßig über die ganze Bahn verteilt, da sie jedes Jahr in ungefähr gleichbleibender Anzahl erscheinen. Dagegen ist bei den Strömen der Leoniden und Bieliden die überwiegende Mehrheit der Meteoriten in einem relativ kleinen Teile des Ringes enthalten. Die erwähnten, außerordentlich reichen Fälle der Leoniden und Bieliden sind auf den Durchgang der Erde durch diese Anhäufungen von Materie zurückzuführen. Die Leoniden haben sich schon oft in sehr großer Menge gezeigt. Prof. A. Newton konnte das Leonidenphänomen bis in das Jahr 902 zurückverfolgen und durch eingehende Untersuchungen feststellen, daß die Hauptmasse der Meteoriten zu einer Wolke verdichtet ist, die etwa den 15. Teil des Ringes einnimmt und von der Erde im Mittel alle $33^1/_4$ Jahre durchquert wird. Die Umlaufszeit des Schwarmes ist daher fast identisch mit der des Kometen 1866 I. Die Begegnung mit der Erde verspätet sich (infolge einer Drehung der Ringebene) durchschnittlich um $1^1/_2$ Tage im Jahrhundert. Newtons Vorhersagung (1864) eines großartigen Sternschnuppenfalles für das Jahr 1866 ging in der Nacht vom 13. auf den 14. November in Erfüllung; von 12^h bis 2^h sind in Greenwich 6900 Meteore beobachtet worden. Die nächste Begegnung der Wolke mit der Erde hätte im Jahre 1899 stattfinden sollen; sie ist jedoch unterblieben, da, wie die Rechnung zeigte, die Störungen durch die Planeten eine beträchtliche Änderung des Radiusvektors der Wolke bewirkt haben.

Ringförmige Anordnung der Meteoriten.

Daß die hier angeführten Schwärme einen mit den betreffenden Kometen gemeinsamen Ursprung haben, ist kaum zu bezweifeln. Es ist jedoch schwer zu entscheiden, ob sie durch partiellen Zerfall der Kometen entstanden sind oder als Bestandteile derselben Staubwolke eine den Kometen koordinierte Stellung einnehmen. Es gibt gewiß viele Schwärme, die aus Wolken kosmischen Staubes hervorgegangen sind, denen die zur Bildung von Kometen nötige Verdichtung fehlt. Die Dehnung von Wolken zu ringförmigen Gebilden ist eine Folge der Anziehung von Sonne und Planeten. Eine kosmische Wolke, die sich in einer parabolischen oder hyperbolischen Bahn um die Sonne bewegt, wird wohl in der Nähe des Perihels eine Verlängerung in der Bewegungsrichtung erfahren, aber in gleichen Entfernungen von der Sonne (vor und nach dem Periheldurchgange) dieselbe Ausdehnung besitzen. Wird jedoch durch die Wirkung der Planeten die Bahn elliptisch, so muß, da die Umlaufszeit der Teilchen, die bei der Perihelpassage der Sonne näher liegen, kleiner ist als die der weiter entfernten Teilchen, eine Zerstreuung derselben eintreten, welche im Laufe der Zeit zur Umbildung der Wolke in einen Ring führt. Hierbei können besonders dichte und daher mehr zusammenhängende Teile der Wolke der Auflösung lange widerstehen. Der Grad der Zerstreuung über die ganze Bahn gibt einen Anhaltspunkt zur Beurteilung der Zeit, während welcher der Schwarm in der Attraktionssphäre der Sonne verweilt hat. Das Alter der Perseiden ist hiernach höher anzunehmen als das der Leoniden.

Zodiakallicht. In einer gewissen Verwandtschaft zu den Meteorschwärmen mag auch das Zodiakallicht stehen. Es ist dies ein über den Tierkreis verteilter zarter Lichtschimmer, dessen Helligkeit mit der Entfernung von dem durch das Sonnenzentrum eingenommenen Punkte der Ekliptik langsam abnimmt, in Entfernungen über $170°$ jedoch, d. i. nahe dem Gegenpunkte der Sonne, wieder merklich anwächst und hierdurch zum Auftreten des unter dem Namen Gegenschein bekannten Phänomens Veranlassung gibt. Die Sichtbarkeit des Zodiakallichtes und Gegenscheines wird durch die allgemeine Absorption des Lichtes in unserer Atmosphäre sehr stark beeinflußt. Da um so weniger Licht absorbiert wird, je durchsichtiger die Luft ist, und je näher die Stelle, von der das Licht ausgeht, dem Zenit liegt, so ist die volle Entfaltung des Zodiakallichtes nur bei großer Durchsichtigkeit der Luft und bei großer Neigung der Ekliptik zum Horizonte zu erwarten. In den Tropen sind bei schönem Wetter diese Bedingungen gewöhnlich erfüllt. Deshalb zeigt sich auch dort das Zodiakallicht sehr oft in seiner ganzen Pracht und läßt sich in der Regel leicht über den ganzen Himmel verfolgen. Einen besonders schönen Anblick gewährt der hellste Teil, ein Lichtkegel, der bei anbrechender Nacht im Westen, vor Eintritt der Morgendämmerung aber im Osten auf dem Horizonte zu ruhen scheint und an Glanz die Milchstraße nicht unwesentlich übertrifft.

In höheren geographischen Breiten, wie z. B. in Deutschland, ist die Luft nicht so durchsichtig und die Stellung der Ekliptik zum Horizonte lange nicht so günstig wie in den Tropen. Dementsprechend ist das Zodiakallicht nur selten eine augenfällige Erscheinung. Es ist im allgemeinen am besten zu sehen, wenn der Winkel zwischen Ekliptik und Horizont möglichst groß ist und die Sonne nicht zu tief unter dem Horizonte steht, was im Frühling nach der Abenddämmerung und im Herbste vor der Morgendämmerung zutrifft. Der Lichtkegel kann jedoch nur selten über den Meridian hinaus verfolgt werden. Immerhin gelingt es bisweilen, die Verbindung des Lichtkegels mit dem Gegenschein wahrzunehmen.

Gegenschein. Der Gegenschein ist im Jahre 1854 von Brorsen auf der Sternwarte in Senftenberg (Böhmen) entdeckt worden; er ist zur Zeit der Frühlingsnachtgleiche am deutlichsten zu sehen und scheint von einer ovalen, unscharf begrenzten Fläche des Himmels auszugehen, deren größter Durchmesser in der Ekliptik liegt und nach Schätzungen Nijlands etwa 12° beträgt, während auf den kleinsten Durchmesser nur ungefähr 9° entfallen. Die Mitte der Fläche ist von der Sonne ziemlich genau um 180° entfernt, befindet sich jedoch gewöhnlich 1° bis 2° nördlich von der Ekliptik.

Spektrum des Zodiakallichtes.

Das Spektrum des Zodiakallichtes hat große Ähnlichkeit mit dem Sonnenspektrum. In den auf der Licksternwarte erhaltenen Spektrogrammen lassen sich mehrere Fraunhofersche Linien (*G*, *H*, *K*) mit Sicherheit nachweisen. Das Auftreten dieser Linien beweist, daß der größte Teil des Lichtes reflektiertes Sonnenlicht ist.

Das Zodiakallicht mußte hier erwähnt werden, weil neuerdings gewisse Störungen in der Bewegung der Planeten durch dasselbe zu erklären versucht wurden. Die plausibelste Deutung des Zodiakallichtes beruht auf der Annahme einer äußerst fein zerstreuten, um die Sonne gelagerten und über die Erdbahn hinausreichenden Materie, die über einen Raum von linsenförmiger Begrenzung ungefähr symmetrisch zur Ebene der Ekliptik verteilt ist. Das von den Teilchen dieser Materie gegen die Erde zurückgeworfene Sonnenlicht bedingt die Erscheinung des Zodiakallichtes. Nimmt man ferner an, daß die Teilchen eine rauhe Oberfläche besitzen, so läßt sich auch das Phänomen des Gegenscheines theoretisch begründen. Die gesamte Masse der Teilchen kann nicht ohne Einfluß auf die Bewegung der Planeten bleiben. Nach den Untersuchungen v. Seeligers läßt sich unter der Annahme, daß die Masse der in der Volumeneinheit enthaltenen Teilchen mit der Entfernung von der Sonne abnimmt, ein Wert für die gesamte Masse angeben, der nicht nur die Beschleunigung der Bewegung des Merkurperihels vollständig erklärt, sondern auch geringe, der Theorie der Bewegung von Merkur, Venus, Erde, Mars anhaftende Unvollkommenheiten zu verbessern scheint. Dieser Wert ist $\frac{1}{10}$ der Erdmasse. Auf die Bewegung der anderen großen Planeten hat die Materie des Zodiakallichtes keinen merklichen Einfluß.

Masse der staubförmigen Materie.

Literatur.

S. 216. Eine ausführliche Darstellung der alten Planetentheorien gibt N. HERZ, Allg. Einleitung in die Astronomie, in Valentiners Handwörterb. der Astronomie.

S. 233. Die neuesten Werke über Mechanik des Himmels sind: F. TISSERAND, Traité de Mécanique Céleste I—IV (Paris, 1889—96); C. V. J. CHARLIER, Die Mechanik des Himmels I—II (Leipzig, 1902—07); H. POINCARÉ, Leçons de Mécanique Céleste (Paris, 1905—10). Einen Überblick über die Entwicklung der Theorie der Figur der Himmelskörper gibt S. OPPENHEIM, Die Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeitsmassen und die Gestalt der Himmelskörper I—II (Prag, 1906—07). Die Präzession behandelt ausführlich L. DE BALL, Lehrbuch der sphärischen Astronomie (Leipzig, 1912).

S. 235. Der Titel der Arbeit J. N. STOCKWELLS lautet: Memoir on the Secular Variation of the Elements of the Orbits of the eight principal Planets (Washington, 1872).

S. 238. Einen Beitrag zur Forschung nach den Ursachen der Lücken gibt A. PREY, Über die Lage der Lücken im Systeme der kleinen Planeten in ihrer Beziehung zu den übrigen Distanzen im Sonnensystem (Astron. Nachr. Bd. 189, 1911).

S. 239. Über Helligkeit, Form und Natur der Kometen siehe: J. HOLETSCHEK, Untersuchungen über die Größe und Helligkeit der Kometen und ihrer Schweife (Wien. Denkschr. Bd. 63, 77, 88); J. v. HEPPERGER, Über die physische Beschaffenheit der Kometen (Astron. Kalender, Wien, 1887).

S. 240. Die Stellung der Kometen bezüglich unseres Sonnensystems wird erörtert in den Abhandlungen: G. SCHIAPARELLI, Orbites cométaires, courants cosmiques, météores (Bulletin astronomique 27, 1910); C. HILLEBRAND, Über die wahrscheinliche Bahnform und den Ursprung der Kometen (Wien. Denkschr. 81); G. FAYET, Recherches concernant les excentricités des Comètes (Paris, 1906).

S. 241. M. ROLLER hat in dem Aufsatze: Reihung der elliptisch berechneten Kometen nach Apheldistanzen (Astron. Nachr. Bd. 75, 1864) zuerst auf die zwischen gewissen Kometen und großen Planeten bestehenden Beziehungen hingewiesen. Denselben Gegenstand behandeln: H. C. WILSON, The Comet Families of Saturn, Uranus and Neptun (Popular Astronomy 17, 1909); W. H. PICKERING, A statistical investigation of cometary Orbits (Harvard Annals 61, 1909).

S. 245. Eine Auseinandersetzung der besprochenen sowie auch neuerer Methoden geben J. BAUSCHINGER, Die Bahnbestimmung der Himmelskörper (Leipzig, 1906); J. KLINKERFUES, Theoretische Astronomie III. Ausgabe, Neubearbeitung von H. BUCHHOLZ (Braunschweig, 1912). Die neueren grundlegenden Untersuchungen über die Planetenbahnen und Störungen verdanken wir namentlich S. NEWCOMB.

S. 250. Der Bericht über die Auffindung Neptuns ist dem von W. FOERSTER geschriebenen Nekrologe entnommen (Vierteljahrsschrift der Astr. Gesellsch. 46, 1911).

S. 252. Die oben erwähnte Arbeit PICKERINGS (Harvard Annals 61) enthält auch Anhaltspunkte für die Annahme der Existenz unbekannter Planeten.

S. 252f. Das grundlegende Werk für die Meteorastronomie bildet G. SCHIAPARELLIS Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen, Autorisierte deutsche Ausgabe der Note e Riflessioni sulla Teoria astronomica delle stelle cadenti von G. BOGUSLAWSKI (Stettin, 1871). Ergänzungen hierzu bilden: E. WEISS, Beiträge zur Kenntnis der Sternschnuppen I—II (Wien Akad. Sitzungsb. 57 und 62); E. WEISS, Höhenbestimmung der Sternschnuppen (Wien Denkschr. 1905); G. v. NIESSL, Theoretische Untersuchungen über die Verschiebung der Radiationspunkte aufgelöster Meteorschwärme (Wien Akad. Sitzungsb. 1881).

S. 258. J. MÖLLER, Beobachtung des Zodiakallichtes in verschiedenen Breiten (Astron. Nachr. Bd. 170, 1905). Über die Masse der Materie des Zodiakallichtes siehe H. SEELIGER, Das Zodiakallicht und die empirischen Glieder in der Bewegung der inneren Planeten (Kgl. Bayer. Akad. 1906).