

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Die Kultur der Gegenwart

ihre Entwicklung und ihre Ziele

Astronomie

Hartmann, J.

1921

Erweiterung des Raumbegriffes. Von A. v. Flotow

ERWEITERUNG DES RAUMBEGRIFFES.

VON

A. v. FLOTOW.

I. Allmähliche Entwicklung einer Raumvorstellung im Weltall. Alle menschliche Erkenntnis fängt mit dem Augenschein an, und so ist auch das ganze Weltbild in den früheren Kulturstufen der Menschheit auf den bloßen Schein gegründet. Die Erde, der Wohnplatz des Menschen, ist für ihn der Inbegriff der Welt. Er durchstreift sie nach allen Himmelsrichtungen, aber wohin er sich auch wendet, so weit das Auge reicht, nirgends läßt sich ein Ende absehen. Über diese Welt spannt sich der Himmel in Gestalt einer flachen Kugelschale aus, in deren Mittelpunkt der Mensch selbst zu stehen scheint. Es ist die Sphäre, an der sich die himmlischen Vorgänge scheinbar abspielen, und dieses Himmelsbild bleibt allem Anscheine nach ein Bild, eine flächenhafte Erscheinung, für die uns jede Tiefenempfindung abgeht, ein Bild, das uns unnahbar vor Augen steht, weil eben alle himmlischen Vorgänge in unerreichbarer Ferne vor sich gehen. Hier haben wir keine Möglichkeit, die einzelnen Erscheinungen durch Nähertreten, durch Betrachten von verschiedenen Seiten, wie man es bei eingehender Besichtigung eines irdischen Objektes gewohnt ist, näher kennen zu lernen, und das ist es, was das Kennenlernen des Universums so erschwert.

Das Himmels-
bild eine Welt
des Scheins.

So ist es nur ganz natürlich, daß man die Vorgänge im Weltall zunächst so zu deuten suchte, wie sie sich dem Menschen von seinem subjektiven Standpunkte aus darstellen. Man vermochte nur die Richtungen nach den Gestirnen und ihre gegenseitigen Veränderungen im Laufe der Zeit in den Bereich der Untersuchungen zu ziehen, aber über Entfernung und Größe der Gestirne konnte man keinen Aufschluß erhalten. Es fehlte noch das Verständnis für die Vorstellung einer räumlichen Ausdehnung in dieser weit außerhalb der Erde gelegenen Erscheinungswelt. Wohl hatte man aus aufmerksamen Beobachtungen von Finsternissen und Sternbedeckungen auf eine Verschiedenheit in den Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde geschlossen, aber man erging sich hierbei nur in Mutmaßungen, in rohen Schätzungen, die einer sicheren Grundlage entbehrten, geschweige denn, daß von einer Bestimmung dieser Entfernungen, von einer Vergleichung derselben mit bekannten irdischen Längen die Rede sein konnte. Der weite leere Raum, der sich zwischen jener fernen Welt und der irdischen ausdehnte, schien jedes Eindringen in jene Welt auszuschließen.

Die Welt des
Seins.

Das Altertum hat im wesentlichen nur Sphärik getrieben. Man untersuchte nur die Richtungen, in denen uns die Gestirne erscheinen, nicht ihre Entfernungen von der Erde; man beschäftigte sich, um eine moderne Ausdrucksweise zu gebrauchen, mit den im vorigen Abschnitt eingehend besprochenen Polarkoordinaten ohne Rücksicht auf den Radiusvektor. Man erfand zur Erklärung des scheinbaren Verlaufes der Planetenbewegungen, wie er sich für einen Beobachter auf der Erde in ziemlich verwickelter Weise darstellt, einen sinnreichen Apparat, den wir in der Epizykeltheorie des Ptolemäus vollständig ausgearbeitet finden. Es gibt wohl kein wissenschaftliches Werk des Altertums, das zu einer solchen Bedeutung gelangt ist, wie die *μεγάλη σύνταξις* oder, wie der arabische Titel kurz lautet: *Almagest* des Claudius Ptolemäus, ein Werk, das gegen 160 n. Chr. vollendet wurde und uns in unversehrtem Zustande erhalten geblieben ist. In diesem Werke ist das ganze astronomische Wissen der damaligen Zeit niedergelegt. Andert-halb Jahrtausende blieb es die unerschöpfliche Quelle, auf die bei allen astro-nomischen Fragen zurückgegangen wurde, bis des Nikolaus Kopernikus Werk *De revolutionibus orbium coelestium libri VI* (Nürnberg 1543) der astronomischen Anschauung eine neue Richtung wies. Kopernikus ging von dem Bestreben aus, alle bekannten Erscheinungen auf eine möglichst einfache Weise zu erklären, und das gelang ihm in der Tat, indem er den subjektiven Standpunkt verließ oder, wie wir jetzt sagen können, indem er eine andere Wahl des Koordinatenanfanges traf. An Stelle der von Ptolemäus betrachteten geozentrischen Bewegung führte er die heliozentrische ein. Aber man darf dies nicht so auffassen, als ob jetzt durch das Theorem des Ko-pernikus das Lehrgebäude des Ptolemäus ins Schwanken geraten wäre; es blieb nach wie vor mit derselben Berechtigung bestehen. Man hatte jetzt eben nur die Vorgänge am Himmel von einem anderen Standpunkte aus der Be-trachtung unterworfen. Wenn man näher zusieht, so erkennt man, daß die von Apollonius erfundenen und von Ptolemäus übernommenen Epizykeln ihrer Natur nach nichts anderes sind als ein gewisser geometrischer Rech-nungsmodus, auf den im Grunde genommen auch unsere modernen analy-tischen Entwicklungen hinauslaufen. Wollen wir nämlich von der helio-zentrischen Bewegung eines Planeten auf seine geozentrische Bewegung übergehen, so gelangen wir dazu, indem wir von ersterer die heliozentrische Bewegung der Erde geometrisch, d. h. in bezug auf Größe und Richtung, in Abzug bringen. Dies führt uns aber, wenn wir konstruktiv vorgehen, zum Epizykel.

Die räumliche
Ausdehnung und
die Gesetze in
der Welt des
Seins.

Durch Kopernikus war der erste Schritt zu einer räumlichen Auf-fassung des Universums getan. Man betrachtete nicht mehr das Himmels-bild als Projektion auf die Sphäre, sondern verlegte im Geiste seinen Stand-punkt in die Sonne; man änderte seine Stellung im Raume und gelangte so zu einer einfachen Anschauung der Vorgänge in unserm Planetensystem. Im Mittelpunkt der Bewegung steht die Sonne, um sie bewegen sich die Planeten. Aber die Ausdehnungen in diesem Gebiete, die Entfernungen der

Planeten von der Sonne zu bestimmen, das lag noch nicht im Bereiche der Möglichkeit, dazu bedurfte es noch der Vervollkommenung der Beobachtungsinstrumente und Beobachtungsmethoden einerseits und der Kenntnis der Gesetze, nach denen die Bewegungen im Planetensystem vor sich gehen, andererseits.

Das Theorem des Kopernikus erhielt erst durch die Arbeiten Joh. Keplers ein scharfes Gepräge. Bereits Kopernikus war es nicht verborgen geblieben, daß seine Annahme konzentrischer Kreisbahnen nur eine Annäherung war, und er mußte, um die noch recht bemerkbaren Abweichungen zu erklären, zu exzentrischen Kreisen seine Zuflucht nehmen; auch konnte er der Epizykeln nicht gänzlich entbehren. Der bedeutungsvolle Schritt Keplers bestand darin, daß er von der Kreislinie, die man seit alters her als die vollkommenste und daher auch als die den Naturerscheinungen allein zukommende ansah, abging. Durch mühselige Versuche und Rechnungen, zum nicht geringen Teil auch untermischt mit phantastischen Spekulationen, gelangte er zu den nach ihm benannten Gesetzen der elliptischen Bewegung der Planeten, die er in seinen beiden Werken: *Astronomia nova seu de motibus stellae Martis* (Pragae 1609) und *Harmonices mundi libri V* (Lincii Austriae 1619) veröffentlichte. Es muß als ein glücklicher Umstand angesehen werden, daß Kepler einerseits die reichhaltigen und mit großer Sorgfalt von Tycho Brahe auf der Insel Hven in Dänemark in den beiden letzten Dezennien des 16. Jahrhunderts angestellten Beobachtungen als Hinterlassenschaft zufielen, und daß er andererseits zu seinen Untersuchungen gerade die Beobachtungen des Mars, dessen Exzentrizität selbst bei der damaligen Genauigkeit der Beobachtungen nicht unbemerkt bleiben konnte, heranzog. In seiner *Astronomia nova* stellt er zwei Gesetze auf, durch die Bahnform und Geschwindigkeit in der Bahn für jeden einzelnen Planeten bestimmt werden. Aber in der richtigen Erkenntnis, daß in der Natur alles mit allem in Beziehung steht, ahnte er noch die Existenz eines allgemeineren Gesetzes, eines inneren Zusammenhanges zwischen allen Planetenbewegungen, und diese Ahnung sollte er auch endlich bestätigt finden, wenn auch erst nach langen Mühsalen. Nach Art der Pythagoreer suchte er nach den harmonischen Verhältnissen, die dem gesetzmäßigen Aufbau in der Natur zugrunde liegen sollten, und versuchte seine Kombinationen ebenso auf die Distanzen der Planeten anzuwenden. Der Phantasie waren hier keine Schranken gesetzt, und es dürfen uns z. B. seine Versuche, die Verhältnisse der Längen der Saiten, die den Intervallen in der Tonlehre entsprechen, oder gar die platonischen Körper, Würfel, Tetraeder usw., mit diesen Distanzen in Beziehung zu setzen, nicht verwundern. So ist es auch einer bloßen Mutmaßung eines Zusammenhanges zwischen den Umlaufzeiten und den Distanzen der Planeten, einer Mutmaßung, die allerdings mit natürlicher Berechtigung bereits den Anschauungen der Alten über die Anordnung des Weltsystems zugrunde liegt, zu verdanken, daß Kepler die verschiedenen Potenzen der einen der Reihe nach mit denen der anderen verglich; und diese Versuche sollten von Erfolg gekrönt sein. Am 15. Mai 1618 fand er, wie er

uns in *Harmonices mundi* verheißungsvoll mitteilt, das Gesetz, daß sich die Quadrate der siderischen Umlaufzeiten irgend zweier Planeten wie die dritten Potenzen der großen Achsen ihrer Bahnen verhalten.

Diese Wechselbeziehung zwischen zwei Bahnelementen erlangt besonders dadurch eine große Bedeutung, daß sich das eine Element, die Umlaufzeit, leicht und mit großer Genauigkeit bestimmen läßt, während dies für das andere Element, die große Achse, keineswegs gilt. Die Kenntnis der Umlaufzeiten führt durch das dritte Keplersche Gesetz ohne weiteres zur Kenntnis des Verhältnisses der großen Achsen zueinander. Man kann also eine von ihnen zur Längeneinheit wählen und erhält dann die übrigen in dieser Längeneinheit ausgedrückt. Will man aber diese Längeneinheit mit unserer bekannten irdischen Längeneinheit in Beziehung setzen, so muß man eine Vergleichung beider vornehmen können; man muß in der Lage sein, wenigstens für einen Planeten die große Achse seiner Bahn bestimmen zu können, und hierzu ist es auf Grund der Keplerschen Entdeckung nur nötig, daß man zu irgendeiner Zeit die Entfernung eines Planeten von der Erde oder seine Parallaxe bestimmen kann.

Der ursäch-
liche Zusam-
menhang.

Daß die Gesetze, nach denen sich die Planeten um die Sonne und allgemein die Satelliten um ihren Zentralkörper bewegen, nur der Ausfluß eines allgemeineren Prinzips sind, mochte man wohl hier und da ahnen. Eine positive Form nahm dieser Gedanke aber erst an, als Newton die Frage aufwarf, ob nicht etwa dieselbe Kraft, die die Bewegung eines fallenden Körpers auf der Erde verursache, auch auf weitere Entfernungen im Raume wirke und so in gleicher Weise veranlasse, daß der Mond in seiner Bahn um die Erde gehalten würde. Newton nahm 1666 seine Untersuchungen auf, ließ sie aber, gewissenhaft, wie er war, zunächst wieder liegen, da der von ihm berechnete Wert der Schwerebeschleunigung nicht mit dem von Galilei aus direkten Messungen hervorgegangenen Werte übereinstimmte. Der Grund dieser Mißstimmigkeit lag aber nicht in einer Unrichtigkeit des mathematischen Ansatzes, sondern in der damals noch recht ungenauen Kenntnis der Erd-dimensionen. Als ihm 16 Jahre später die Resultate der Picardschen Gradmessung bekannt wurden und er sah, daß er mit einem viel zu kleinen Werte eines Äquatorgrades gerechnet hatte, wiederholte er seine Rechnungen und fand nun eine vollständige Übereinstimmung mit Galileis Messungsergebnissen. Das von ihm vermutete Prinzip der allgemeinen Gravitation war hiermit als richtig erwiesen und gab Anlaß zur Herausgabe seines fundamentalen Werkes: *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Londini 1687, das den Beginn einer neuen Epoche in der Geschichte der Astronomie bezeichnet; bildet es doch die Grundlage zu einem neuen Zweige des astronomischen Lehrgebäudes, der Mechanik des Himmels oder, wie man auch früher sagte, der physischen Astronomie.

Reminiscenz.

Die geistige Entwicklung, die das ganze Menschengeschlecht im Laufe der Jahrtausende durchmacht, findet ein getreues Abbild in der geistigen Entwicklung des einzelnen Menschen. Die ersten Anschauungen in der Natur

gründen sich nur auf den Schein. Man erkennt wohl die Wiederkehr gewisser hervortretender Erscheinungen, im allgemeinen erscheint aber das von der Außenwelt entworfene Bild regellos und ohne Gesetz. Mit zunehmender Erfahrung sondern sich aus der Gesamtheit der Erscheinungen Gruppen ab, die verwandte Eigenschaften zeigen, für die man Erklärungen sucht. Aber solange der Standpunkt noch ein rein subjektiver ist, werden wir über den wahren Verlauf aller Vorgänge getäuscht, wir sehen nur ihr projiziertes Bild. Erst mit Verlassen des subjektiven Standpunktes ist es möglich, eine der Wahrheit entsprechende Deutung zu geben und damit den Weg zu weiterer Erkenntnis anzubahnen, deren letztes Ziel die Ergründung der allen Erscheinungen zugrunde liegenden Ursachen ist.

Wir erleben in uns diesen geistigen Prozeß, nur mit dem Unterschiede, daß wir Erfahrung und Erkenntnis unserer Vorfahren als etwas Fertiges hinnehmen, daß wir nicht mehr die mühseligen Wege und Verirrungen, die dazu führten, zu durchlaufen brauchen. Wenn man noch hier und da auf eine geringerschätzige Meinung über die Vorstellungen, die sich die Gelehrten des Altertums und Mittelalters von der Erde und dem Weltall bildeten, stößt, so zeugt dies von einer falschen Beurteilung ihrer Leistungen. Man vergißt eben nur zu leicht, auf den subjektiven Standpunkt Rücksicht zu nehmen. Gebunden an die Scholle, die wir bewohnen, beurteilen wir alles so, wie es uns von ihr aus erscheint, wir betrachten alle Erscheinungen relativ zu unserem Standpunkt. Wollen wir uns aber hiervon freimachen, so müssen wir diesen Standpunkt seiner Lage nach kennen lernen, und dies führt zu den beiden Aufgaben, diesen Standpunkt auf der Erde selbst und sodann die Lage der Erde im Raume für jeden Augenblick unzweideutig anzugeben. Dieses Kennenlernen aber ist es, das durch die besonderen Umstände sehr erschwert ist. Könnten wir uns weit genug von der Erde entfernen, so würde es uns nicht schwer werden, etwas über die Gestalt und Bewegung der Erde auszusagen. Wir würden erkennen, daß die Erde die ungefähre Gestalt einer Kugel hat, daß die Unebenheiten ihrer Oberfläche, die auf uns als Berge und Täler oft einen ganz gewaltigen Eindruck machen, im Vergleich zur Größe der Erde ganz verschwindend wirken, daß sie rotiert und sich dabei um die Sonne bewegt. Aber es ist uns, da wir uns von der Erde nicht freimachen können, versagt, diese Tatsachen direkt festzustellen; wir können sie nur aus den veränderlichen Vorgängen in der Außenwelt schließen. Durch die Beobachtung der Gestirne wird erst die Bestimmung der Gestalt und der Größe der Erde ermöglicht.

II. Entwicklung der Vorstellungen von der Gestalt und Größe der Erde. Die ältesten Völker hatten von der Gestalt der Erde höchst mannigfache und phantastische Gedanken; ja es handelt sich oft weniger um direkte Vorstellungen als vielmehr um einen Ausdruck für etwas Unerfaßbares. Die Erde, d. i. zunächst nur das übersehbare Stück Land, ist nach den Anschauungen im Alten Testament eine begrenzte Scheibe, gegründet auf Grundfesten. Hiermit begnügt man sich, das bloße Wort muß einen Be-

Die ältesten
Anschauungen.

griff ersetzen. Man fragt sich nicht weiter, wo diese Grundfesten nun wieder aufruhon, welches schließlich die letzte aller Stützen ist. Vielleicht hat man sich sogar unter den sogenannten Angeln der Erde überhaupt keine Stützpunkte auf einer festen Basis zu denken, sondern nur in sinnbildlicher Weise vom göttlichen Willen unwiderruflich festgesetzte Punkte, von denen sich die Erde nach keiner Richtung hin entfernen kann, ausgenommen, wenn Jahwe selbst sie erschüttert, was sich dann durch Erdbeben zu erkennen gibt. Diese Anschauung der Erde als eine flache endliche Scheibe, auf die sich der Himmelsdom aufstützt, die also mit dem Weltall in physischem Zusammenhange steht, finden wir auch bei Homer und fast bei allen alten Dichtern vertreten. Der Okeanos umfließt diese Scheibe; er bildet den äußeren Abschluß der Erde und damit auch den Abschluß weiterer Vorstellungen. Aus ihm erheben sich die Gestirne, um ihren täglichen Lauf zu beginnen, in ihn sinken sie wieder zurück, nachdem sie ihren Lauf vollendet haben. Daß man die Gestirne bei ihrem Auf- und Untergange in Berührung mit der Erdgrenze annahm, geht aus der Meinung über die Äthiopier, die entlegensten Völker, die man damals kannte, hervor. Da man sie sich nahe an den Grenzen der Erdscheibe wohnend dachte, so glaubte man, sie hätten durch die größere Nähe der auf- und untergehenden Sonne ihre dunkle Hautfarbe erhalten. Man kannte zunächst nur die Länder um das Mittelländische Meer. Erst durch Alexanders des Großen Züge wurde der Orient mehr bekannt. Die weitere Entwicklung von Handel und Verkehr, die zu größeren Reisen Anlaß gab, hatte zu der Ansicht geführt, daß die Erde eine unermessliche Ebene sei. Erst die vergleichende Beobachtung der Gestirne konnte richtigere Vorstellungen von der Gestalt und Größe der Erde herbeiführen, die unbedingt den ersten Schritt zur Erkenntnis der räumlichen Anordnung des Weltalls bilden mußten.

Ein Umstand machte den alten griechischen Philosophen bei ihren Erklärungsversuchen besondere Schwierigkeit; es war die sogenannte Ruhe der Erde. Die Erde, das Symbol der Festigkeit, konnte man sich nicht anders denken als auf Stützpunkten ruhend. Man hatte noch keine Ahnung, daß alle Bewegungsvorgänge im Weltenraume eben nur relativ sind. Befindet sich ein Fahrzeug in voller Fahrt, so ist es im Vergleich zu uns, wenn wir uns auf ihm befinden, in scheinbarer Ruhe, wenn wir uns aber außerhalb befinden, in Bewegung. Bei Thales finden wir die Ansicht vertreten, daß die Erde auf Wasser ruhe; als einen Beweis hierfür hielt er die aus der Erde hervorquellenden Wasser. Wenn man sich nun aber die Erde als eine unendliche Ebene, die auf festen Stützen aufruhet, dachte, wo blieben dann eigentlich die Sonne, der Mond und die Gestirne von ihrem Untergang bis zu ihrem Aufgang? Hier geht Anaximander, der Nachfolger des Thales, einen Schritt weiter. Indem er diese Frage zu beantworten sucht, kommt er zu der Schlußfolgerung, daß die Erde jedenfalls keine unendliche Ausdehnung besitzen könne, daß sie vielmehr ein ringsum abgeschlossener Körper, der frei inmitten der Himmelskugel schwebt, sein müsse. An sich erscheint dieser Gedanke recht einfach, doch stellt er einen ganz bedeuten-

den Fortschritt dar. Fragt man nun, wie sich eigentlich Anaximander das freie Schweben des Erdkörpers vorstellt, so zeigt es sich, daß in seiner Beweisführung ein Grundsatz der Newtonschen Mechanik verborgen liegt, nämlich daß gleichgroße, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte einander aufheben. Er drückt sich, wie uns Aristoteles erzählt, etwa so aus: Wenn ein Körper in der Mitte der Himmelskugel frei schwebt, so sind nach allen Richtungen hin die gleichen Umstände vorhanden, und es ist daher nicht einzusehen, daß sich der Körper nach der einen oder anderen Richtung hin bewegen solle. Da Anaximander noch an der Anschauung einer ebenen Oberfläche festhielt, so erscheint seine Vorstellung von der Erde als eine kurze runde Säule, deren Höhe zum Durchmesser sich ungefähr wie 1 : 3 verhält, als ein auf Beobachtungen basierender Schluß, nicht als bloßes Phantasiebild oder als eine philosophische Demonstration, wie wir es z. B. bei Plato finden. Wenn Plato die Erde mit einem Würfel vergleicht, so ist seine Schlußfolgerung etwa folgende: Unter den vier Elementen ist die Erde das festeste; unter allen Körpern kommt aber dem Würfel, da er die sicherste Grundfläche hat, diese Eigenschaft zu; daher muß die Erde auch die Gestalt eines Würfels haben.

Unter den verschiedenen Ansichten, die man hinsichtlich der Form der freischwebenden Erde besaß, mag wohl in dieser Zeit die der Kugelform hier und da aufgetaucht sein; sicher ist jedenfalls, daß die Pythagoreer die Lehre von der Kugelgestalt verbreiteten. Man wird wohl nicht fehlgehen, wenn man Parmenides als ersten, der die Kugelgestalt lehrte, ansieht, wird doch ihm auch die Einteilung der Erde in fünf Zonen zugeschrieben. Klar ausgesprochen finden wir aber diese Vorstellung erst bei Aristoteles, der die bisher herrschenden Ansichten kritisch zusammenstellte und die Kugelgestalt als notwendige Folge der Schwere darzustellen sucht. Hier finden wir bereits deutlich die Idee der Attraktion nach einem Massenzentrum ausgesprochen. Jedes Teilchen, so drückt er sich etwa aus, ist schwer und sinkt nach dem Mittelpunkt zu, wobei es von den folgenden Teilchen immer mehr zusammengedrückt wird. Da dies nun offenbar von allen Seiten in gleicher Weise geschieht, — denn warum sollte eine Richtung vor den andern ausgezeichnet sein? — so müssen sich die Teilchen konzentrisch um den Mittelpunkt anordnen. Durch ähnliche, wenn man so will, theoretische Schlüsse, die den inneren physischen Zusammenhang ahnen lassen, sucht auch Archimedes die Notwendigkeit der Kugelgestalt der Erde aus der Eigenschaft der Flüssigkeiten zu folgern. Er stellt den Satz auf, daß die Oberfläche einer jeden zusammenhängenden Flüssigkeit im Zustande der Ruhe sphärisch ist, und daß der Krümmungsmittelpunkt dieser sphärischen Fläche mit dem Erdmittelpunkte zusammenfällt. Außer diesem Versuche, die Theorie zum Beweise heranzuziehen, finden wir bei Aristoteles noch verschiedene Gründe der Erfahrung angeführt. Der Schatten der Erde auf dem Monde bei Mondfinsternissen ist immer kreisrund. Dieser Satz gilt aber nicht für die Kugel allein, es fehlt hier noch das Moment der Achsendrehung. Erst wenn man

Vorstellung
der Erde als
Kugel.

nachweisen kann, daß der Schatten für alle möglichen Lagen des schattenwerfenden Körpers ein Kreis bleibt, ist man berechtigt, auf eine Kugel zu schließen. Der zweite empirische Beweis bezieht sich auf die veränderte Stellung der Sterne, wenn man sich in der Nordsüdrichtung bewegt. Neue Sterne erheben sich über den Horizont, oder bisher sichtbare werden nicht mehr gesehen; Sterne, die ursprünglich das Zenit passierten, tun dies nicht mehr. So werden z. B. in Ägypten Sterne gesehen, die man in nördlicher gelegenen Gegenden nicht mehr sieht. Da sich diese Erscheinung schon bei kleineren Reisen zeigt, so schließt Aristoteles daraus, daß die Erde nicht sehr groß sein könne, und gibt an, daß die Mathematiker den Umfang zu 40 Myriaden Stadien annehmen. Wieweit sich diese Annahme der Wahrheit nähert, läßt sich nicht entscheiden, da uns die Länge des Stadiums unbekannt ist.

Die beiden
Erfahrungs-
grundsätze, die
für die Kugel-
hypothese von
Bedeutung sind.

Unter den verschiedenen Gründen der Erfahrung, die für den Beweis der Kugelgestalt der Erde noch heute im Unterrichte angegeben zu werden pflegen, sind es eigentlich nur zwei, die in ihrer geometrischen Form allein als stichhaltig erscheinen. Der eine ist die stetige Veränderlichkeit der Kulminationshöhe eines Gestirns, wenn man in der Richtung einer Mittagslinie, der andere ist die stetige Verfrühung bzw. Verspätung des Auf- oder Unterganges eines Gestirns, wenn man in der Richtung eines Parallelkreises fortschreitet. Den ersten Grund fanden wir bereits direkt bei Aristoteles ausgesprochen; ob er sich auch des zweiten als Erfahrungstatsache bewußt war, oder ob er ihn nur vermutete, da er von der Möglichkeit eines Zusammenhanges zwischen dem atlantischen und dem indischen Meere spricht, läßt sich nicht entscheiden. Auch bei Kleomedes, dem Vertreter der stoischen Schule, finden wir diese Gründe angeführt, um die Kugelgestalt der Erde als die allein zulässige unter allen andern Formen nachzuweisen. Wir wissen nicht, ob Kleomedes noch vor Ptolemäus oder erst nach ihm lebte; es ist wohl eher anzunehmen vor ihm. Daher können wir auch nicht angeben, ob Ptolemäus diesen zweiten Grund von ihm übernahm oder aus eigener Erfahrung kennen lernte. Bei seinen Untersuchungen über die verschiedenen Erdformen erörtert Ptolemäus auch die Zylindergestalt, wobei er die Grundflächen in die Richtung der Pole verlegt. Er nimmt hier also bereits eine Krümmung in der Ostwestrichtung an und zeigt, daß auch eine Krümmung in der Nordsüdrichtung stattfindet.

Mit der Vernichtung der alexandrinischen Schule durch den Araber Omar um die Mitte des 7. Jahrhunderts, also nach etwa tausendjährigem Bestehen, ging auch die damals für die ganze Welt einzige Bibliothek zugrunde, und die Wissenschaften versanken wieder in einen traurigen Urzustand. Man fiel wieder zurück in die kindlich-naiven Vorstellungen des homerischen Zeitalters, und die ganze Entwicklung der Kenntnisse mußte wieder von vorn beginnen. Da man in der christlichen Kirche zunächst auch alle Naturerkenntnis allein aus der Heiligen Schrift schöpfen wollte, so verwarfen die Kirchenväter, wie Lactantius und Augustinus, die Lehre von der Kugelgestalt der Erde, die in der Heiligen Schrift nicht nachzuweisen war. Dabei

verlor man sich in das Gebiet einer ganz abenteuerlichen Theosophie. Es kann nicht wundernehmen, wenn sich nun wieder lange Zeit solche Phantasiegebilde, wie z. B. das des Alexandriners Kosmas Indopleustes, aufrecht erhalten konnten. Um den Auf- und Untergang der Gestirne zu erklären, stellte man sich — gerade wie im grauen Altertum — die Erde als eine Masse vor, die wie ein Berg aus einer vom Ozean rings umflossenen vier-eckigen Fläche emporragt. Die Sonne umkreist in dieser Welt beständig die Erdfeste, und dadurch, daß sie hinter ihr hervortritt oder hinter ihr verschwindet, entsteht Auf- und Untergang. Man entwarf Karten, sogenannte Radkarten, die die Erde, vom Ozean umschlungen, darstellten, mit Jerusalem, dem Ausgang der christlichen Lehre, im Mittelpunkte.

Es ist recht bezeichnend für die Entwicklung der kosmischen Anschauungen, daß gerade die Kirche, die zuerst in falsch verstandener Schriftgläubigkeit zu solchen Irrtümern den Anlaß gab, es war, aus der auch die neuen Bestrebungen zur Erkenntnis der Wahrheit hervorgehen sollten. Die Regelung der kirchlichen Feste, das Bedürfnis eines geordneten Kalenders, wie überhaupt einer genauen Zeitregulierung, erforderte die Beobachtung der himmlischen Vorgänge. Die periodische Wiederkehr der himmlischen Erscheinungen und die damit im Zusammenhang stehende periodische Wiederkehr in den Veränderungen auf der Erde suchte man mathematisch und physikalisch zu erklären. So führten die Bestrebungen derselben Kirche, die zuerst durch die wörtliche Deutung der Heiligen Schrift das Vorwärtsschreiten der Erkenntnis gehemmt hatte, doch wieder zur Reform der Wissenschaft. In der Absicht, der Ehre Gottes zu dienen, duldet die Kirche keine Überschreitung der von ihr aufgestellten Lehrsätze; das gleiche Ziel mußte auch für die Wissenschaft aufgestellt werden, wenn sie in ungestörter Weise ihren Forschungen nachgehen wollte.

Man muß es daher als einen ganz besonderen Fortschritt in der Geschichte betrachten, als die Lehren des Ptolemäus von neuem wieder in Aufnahme kamen. Wir finden zwar schon in Beda Venerabilis, einem bis etwa in die Mitte des 8. Jahrhunderts lebenden englischen Mönche, einen überzeugten Anhänger der ptolemäischen Lehren, allein seine Werke fanden bei dem damaligen höchst spärlichen literarischen Verkehr nur eine sehr langsame Verbreitung. Erst im 10. und 11. Jahrhundert begegnen wir einem entschiedenen Aufschwung, hauptsächlich veranlaßt durch den zunehmenden Verkehr mit byzantinischem und spanisch-maurischem Wissen. In der Abgeschlossenheit der Klöster erwachte allmählich ein neues geistiges Leben, und man nahm das Studium der alten Klassiker wieder auf, soweit diese, und zwar meistens durch die fleißigen Übersetzungen der Araber, desselben Volkes, das zuvor die Vernichtung der alexandrinischen Schule herbeigeführt hatte, der Nachwelt erhalten geblieben waren. Man fing jetzt an, die bisherigen Radkarten zu verwerfen und durch Erdkarten zu ersetzen; man versuchte also, die gekrümmte Erdoberfläche in Projektion wiederzugeben. Endlich brach sich die ptolemäische Weltanschauung allgemein Bahn, und

Wiedergeburt
der ptolemä-
ischen Lehren.

man kann etwa das Erscheinen der Sphaera mundi des um 1256 verstorbenen Engländers Johannes de Sacrobosco als den Zeitpunkt ansehen, wo die Lehre von der Kugelgestalt der Erde wissenschaftlich wieder völlig gesichert war. Dieses Werk, das im Grunde genommen einen recht mittelmäßigen Wert hat, trotzdem aber noch bis ins 17. Jahrhundert an der Spitze der astronomischen Lehrbücher stand, gibt so recht Zeugnis, wie tief die Wissenschaft wieder gesunken war. Obwohl man aber die Kugelgestalt der Erde jetzt allgemein annahm, so war es doch noch recht schwer, sich mit all den daraus hervorgehenden Konsequenzen zu befrieden. Wir können es jetzt nicht mehr recht begreifen, welche Schwierigkeiten es machte, sich mit den Begriffen des Oben und Unten, der Gegenfüßler usf. oder z. B. mit der Vorstellung, daß das Wasser von der Erdkugel nicht abfließt, abzufinden. Uns werden eben diese Anschauungen von Kindheit auf anerzogen, wir nehmen sie als etwas ganz Selbstverständliches hin, ohne uns weiter bewußt zu werden, welche Abstraktionskraft dazu gehört.

Die ersten Versuche des Eratosthenes und Posidonius und das Prinzip der Breitengradmessung.

III. Bestimmung der Größe der Erde durch Messung. Sobald man einmal eine klare Vorstellung von der Gestalt der Erde erlangt hatte und sie als einen geometrischen Körper betrachtete, mußte auch die Idee wach werden, diesen Körper auszumessen, d. h. die ihn charakterisierenden Stücke in Einheiten eines bekannten Maßstabes anzugeben. Zur Bestimmung einer Kugel genügt aber die Kenntnis ihres Radius oder auch ihres Umfanges. Daß die Größe der Erde bereits vor der Zeit der alten Griechen durch Messung bestimmt worden wäre, ist wohl kaum anzunehmen. Wenn man in den Schriften der Alten Zahlenangaben findet, wie etwa bei Aristoteles oder Archimedes, so soll offenbar nur eine Größenordnung damit angedeutet sein, aber kein Messungsergebnis.

Nachdem durch Aristoteles die Lehre von der Kugelgestalt begründet war, dauerte es doch noch lange Zeit, bis sie sich weiter verbreitete. Erst etwa ein Jahrhundert später kam sie durch Archimedes und Eratosthenes wieder in Aufnahme. Der letztere war es, der auf die Verschiedenheit der Kulminationshöhe oder Meridianzenitdistanz eines Gestirns für zwei Orte auf demselben Meridian seine Messungsmethode gründete. Wir hatten gesehen, daß dieser Satz bereits von Aristoteles als einer der mathematisch einwandfreien Gründe zum Beweise der Erdrundung herangezogen wurde. In Syene, dem jetzigen Assuan, befand sich ein tiefer Brunnen, von dem berichtet wurde, daß er am Tage des Sommersolstitiums bis auf den Grund beschienen sei. An diesem Tage mußte hier also die Sonne gerade im Zenit stehen. Eratosthenes maß nun an demselben Tage in Alexandrien die Zenitdistanz der Sonne, wobei er sich des von Aristarch erfundenen Skaphion, eines verbesserten Gnomons, das die Zenitdistanz direkt angab, bediente. Da die Zenitdistanz in Syene Null war, so gab die in Alexandrien gemessene ohne weiteres die Amplitude des zwischen beiden Orten enthaltenen Bogens an, sie betrug $\frac{1}{50}$ des Kreisumfanges. Die Länge dieses Bogens war aber

durch die ägyptische Landesvermessung bekannt zu 5000 Stadien. Mit diesen Daten erhielt er durch ein einfaches Regeldetriexempel für den Erdradius rund 40000 Stadien.

Dieses Resultat leidet nicht bloß an der Ungenauigkeit der damaligen Messungen, es war auch auf falsche Annahmen gegründet. Syene und Alexandrien liegen nicht unter demselben Meridian, sondern sind etwa 3° in Länge voneinander entfernt. Man besaß eben noch keine Methoden, um durch astronomische Beobachtungen die Längendifferenz zweier Meridiane zu bestimmen. Man mußte sich daher mit rohen Annahmen begnügen. Eratosthenes hatte als Ausgang aller Längen einen Meridian gezogen, von dem er annahm, daß er durch Meroë, Syene, Alexandria, Rhodus, Karien, Ionien, Troas, den Hellespont, Byzanz und die Mündung des Borysthenes geht. Dieser Nullmeridian spielt in der ganzen alten Geographie eine große Rolle; er wurde auch später von Posidonius benutzt. Erst Ptolemäus macht darauf aufmerksam, daß Syene und Alexandria in Länge voneinander etwas verschieden sind, wenn er auch nicht den wahren Betrag, sondern nur etwa die Hälfte angibt. Eine zweite nicht ganz richtige Annahme ist, daß die Sonne zur Zeit der Sommersonnenwende in Syene gerade im Zenit stehen soll. Mag dem nun aber sein, wie ihm wolle, jedenfalls ist der Gedankengang bei dieser ersten Gradmessung ein ganz richtiger und bildet noch heute die Grundlage des Prinzips der Breitengradmessungen: Es wird die Länge eines Meridianbogens und der zugehörige Zentriwinkel gemessen. Der erste Teil der Messung ist rein terrestrischer Natur, der zweite kann aber nur auf astronomischem Wege durch Bestimmung der Gestirnhöhen erhalten werden, und so ist die Astronomie auch zur Ausmessung der Erde selbst unentbehrlich. Eratosthenes benutzte die Sonne, während etwa anderthalb Jahrhunderte später Posidonius bei einer ähnlichen Erdmessung Beobachtungen des Sterns Kanopus (α Argus) heranzog. Von diesem hellen Stern sagt er, daß er in Griechenland gar nicht gesehen wird, wenn man aber in der Mittagslinie von Norden nach Süden geht, so wird er zuerst in Rhodus, und zwar gerade eben nur am Horizont, sichtbar. Indem er sich nun korrespondierende Beobachtungen dieses Sterns in Alexandrien verschaffte, gelangte er zur Kenntnis des zwischen beiden Orten enthaltenen Zentriwinkels. War ihm jetzt auch noch die Entfernung beider Orte bekannt, so konnte er daraus, wie Eratosthenes, die Dimensionen der Erde ableiten.

Daß Eratosthenes und Posidonius nur Breitengradmessungen ausführten, liegt in der bequemen Bestimmungsweise von Polhöhen. Hätten sie bereits über Mittel verfügt, auch den Längenunterschied zweier Orte sicher zu bestimmen, so würden sie wohl ebenso auch schon Messungen im Parallelkreise vorgenommen haben, wie es der zweite der von Aristoteles zum Beweise der Erdrundung herangezogenen Gründe verlangt.

Mit diesen Arbeiten schien man sich zu begnügen, wenigstens begegnet man bis zum 9. Jahrhundert keinem weiteren Versuch; erst bei den Arabern taucht die Idee einer Bestimmung der Größe der Erde wieder auf. Unter

Fortschritt durch
die Araber im
Mittelalter.

dem dritten Kalifen Al Mamun im Jahre 827 n. Chr. wurde in der Ebene von Sennaar in Mesopotamien die Länge eines Grades im Meridian gemessen. Der Fortschritt gegen früher aber bestand darin, daß man längs des Meridians eine Strecke abschnitt, deren Endpunkte eine Polhöhendifferenz von 1^0 aufwiesen, und daß diese Strecke tatsächlich mit einer Meßleine oder Meßplatte ausgemessen wurde. Man erhielt als Resultat, daß $56\frac{1}{3}$ arabische Meilen auf einen Meridiangrad kommen. Die arabische Meile enthält 4000 Ellen, jede Elle wird in 24 Zoll, jeder Zoll in 6 Gerstenkörner geteilt. Es ist uns aber nirgends das Verhältnis eines dieser Maße zu einem uns bekannten angegeben. Wir können daher auch nicht wissen, wie genau das Resultat dieser Messung ist. Es ist wohl nicht anzunehmen, daß den Arabern die Arbeiten von Eratosthenes und Posidonius als Muster vorgeschwebt haben, da man sich zu dieser Zeit erst mit vieler Mühe in das nicht eben leichte Studium des Almagest einzuarbeiten begann.

Fernel's Versuch.

Auch diese Arbeit steht im Laufe mehrerer Jahrhunderte vereinzelt da. Erst im Jahre 1525 unternimmt das ähnliche Experiment der französische Arzt Fernel, indem er die Länge eines von Paris bis Amiens reichenden Meridianbogens von 1^0 Amplitude aus der Anzahl der Umdrehungen seiner Wagenräder, deren Umfang er genau gemessen hatte, bestimmte. Wegen der Unebenheit des durchlaufenen Weges verringerte er das erhaltene Resultat um einen kleinen Betrag, führte also gewissermaßen, wenn auch nur schätzungsweise, eine Reduktion auf den Meridian und auf den Horizont aus. Es macht sich hier also schon das Bedürfnis geltend, aus den Unebenheiten der physischen Erdoberfläche eine mathematische Oberfläche herauszuschälen. Immer aber krankt das ganze Verfahren noch daran, durch direkte Messung die Länge eines Meridiangrades ermitteln zu wollen, denn einmal ist es sehr schwer, beim Abschreiten der Strecke die Meridianrichtung immer innezuhalten, und dann ist die Ausmessung der ganzen Strecke nur in recht unvollkommener Weise möglich.

Die Begründung
der Methode der
Triangulation
durch Snellius.

Es war daher ein bedeutsamer Fortschritt in der Geschichte der Gradmessungen, als man die direkte Methode verließ und auf indirektem Wege die sich in den Weg stellenden Schwierigkeiten zu umgehen trachtete. Dieser Umschwung wurde durch die von dem Holländer Willebrord Snellius im Jahre 1615 bei seiner Breitengradmessung zwischen Alkmaar und Bergen op Zoom angewandte Methode der Triangulation herbeigeführt. Das wesentliche daran ist, daß er die beiden Orte, deren Polhöhendifferenz durch astronomische Beobachtungen bekannt war, durch eine Dreieckskette verband und aus dieser den Abstand der Parallelkreise beider Orte durch Rechnung herleitete. Hierzu ist es aber nötig, daß man von allen Dreiecken die Winkel und außerdem von einer der Dreiecksseiten die Länge und die Richtung gegen den Meridian, also ihr Azimut, kennt. Die gesamte Messungsarbeit zerfällt hier also, wenn man von dem astronomischen Teil absieht, der Hauptsache nach in Winkelmessungen, die sich mit ziemlicher Sicherheit ausführen lassen, und in die Messung einer nur kleinen Basis, deren Lage man

sich so günstig wie nur irgend möglich wählen kann und die mit der größten Sorgfalt auszumessen ist. Noch auf einen ganz wesentlichen Umstand nahm dabei Snellius Rücksicht, nämlich daß die Dreieckspunkte in verschiedenen Höhen, die Flächen der Dreiecke also in verschiedenen Ebenen liegen. Er reduzierte demgemäß jedes Dreieck auf den Horizont und das ganze Dreiecksnetz auf das Niveau des Meeresspiegels. Hatte Eratosthenes die Idee zu einer Breitengradmessung gegeben, so zeigte jetzt Snellius durch seine Triangulationsmethode, wie diese Idee praktisch auszuführen ist, und er hat hierdurch die Grundlagen für alle unsere Gradmessungen geschaffen. Die Arbeit des Snellius fand durch Jean Picard in der 1669—70 ausgeführten Breitengradmessung zwischen Malvoisine bei Paris und Amiens eine völlige Nachahmung, nur war Picard insofern glücklicher, als man inzwischen gelernt hatte, die Winkelmeßinstrumente mit Fernrohr und Fadenkreuz zu versehen; außerdem war man auch noch in den Besitz der Logarithmen gelangt, die die umfangreichen Rechenarbeiten ganz erheblich erleichterten.

Hier setzt die eigentliche wissenschaftliche Erforschung der wahren Erdgestalt ein. Man begann an einer reinen Kugelgestalt der Erde zu zweifeln. Wenn solche Zweifel schon früher auftraten, so beruhten sie nur auf Vermutungen, die jeder sicheren Unterlage entbehrten. Bei Picard waren es Analogieschlüsse, die ihn zu der Vermutung einer ellipsoidischen Gestalt der Erdoberfläche führten, da die Planeten im Fernrohre eine solche zeigten. Huyghens und Newton wiesen auf Grund der allgemeinen Sätze der Mechanik nach, daß infolge der zugleich mit der Anziehungskraft wirkenden Zentrifugalkraft die Erde nicht die Kugelform beibehalten könne, sondern notwendig die Gestalt eines an den Polen abgeplatteten Rotationsellipsoids, eines sogenannten Sphäroids, haben müsse. Für diese aus der Theorie gefolgerte Vermutung schien auch eine von dem französischen Astronomen Richer beobachtete Tatsache zu sprechen. Richer war von der Pariser Akademie nach Cayenne in Südamerika geschickt worden, um dort Beobachtungen zur Bestimmung der Marsparallaxe anzustellen. Er hatte sich zu dem Zwecke ein Pendel mitgenommen, das er in Paris sorgfältig auf Sekundenlänge abgestimmt hatte. Allein in Cayenne fand er, daß die Schwingungen verzögert waren, und daß es daher verkürzt werden mußte, um Sekundenpendel zu bleiben. Daß es hiermit seine Richtigkeit hatte, erkannte er, als er nach Paris zurückkehrte, wo er wiederum die ursprüngliche Länge herstellen mußte, wenn in jeder Sekunde eine Schwingung erfolgen sollte. Zur Entscheidung beschloß man, die Picardsche Gradmessung nördlich bis Dünkirchen, südlich bis Collioure auszudehnen. Die Messung begann 1680 unter Cassini I und Lahire, wurde aber dann 20 Jahre unterbrochen und von Cassini II, Lahire und Maraldi fortgesetzt und 1718 beendet. Das Resultat der Messungen bewies aber im Gegenteil, daß die Erde ein nach den Polen zu verlängertes Ellipsoid sein müsse, da sich ein Meridiangrad aus dem südlichen Teile größer ergab als aus dem nördlichen. Die Franzosen verteidigten dieses Messungsergebnis, die Engländer beharrten bei ihrer aus der Theorie gefolgerten An-

Zweifel an der
Kugelgestalt
und Vermutung
einer Ab-
plattung.

sicht. Fast ein halbes Jahrhundert dauerte der Streit und hatte zur Folge, daß man sich von seiten der Pariser Akademie 1735 dazu entschloß, zwei Expeditionen auszusenden, eine nach Peru in die Gegend des Äquators, die andere möglichst nördlich nach Lappland in etwa 66° Breite. Die Messung in Lappland unter Maupertuis, Clairaut, Camus, Lemonnier, Outhier und Celsius fand bereits im Jahre 1737 ihren Abschluß, die Expedition nach Peru unter Bouguer, La Condamine, Godin, Juon und Ulloa war aber erst 1744 beendet. Das Ergebnis war, daß die von Huyghens und Newton aus der Theorie gefolgerten Vermutungen vollständig bestätigt wurden, daß also die Erde ein an den Polen abgeplattetes Rotationsellipsoid ist. Auch die Revision der französischen Gradmessung durch Cassini III und Lacaille führte zu demselben Ergebnis.

Das Ellipsoid
nur eine zweite
Annäherung.

Dieser Erfolg regte zu mannigfachen Nachahmungen und Versuchen auch in anderen Ländern an, und es galt dabei auch noch eine nicht zu beseitigende Mißstimmigkeit aufzuklären. Um die Konstanten der Meridianellipse, nämlich die halbe große Achse a und die halbe kleine Achse b , zu bestimmen, bedarf es der Ergebnisse zweier Gradmessungen, die in möglichst verschiedenen Breiten angestellt sind. Das charakteristische Merkmal für die Form der Ellipse ist die Größe der Exzentrizität. Man pflegt aber statt ihrer die Abplattung, d. i. den Unterschied der halben großen und der halben kleinen Achse, ausgedrückt in Einheiten der halben großen Achse, also das Verhältnis $\frac{a-b}{a} = \alpha$ anzugeben. Wenn man nun die bisher vorhandenen drei großen Gradmessungen, die französische, die lappländische und die peruanische, zu je zweien miteinander verbindet, so erhält man jedesmal einen besonderen Wert für die Abplattung. Aber diese Werte stehen in keinem Einklang miteinander. So ergibt sich aus der französischen und der lappländischen Gradmessung der Wert 1:145, aus der französischen und der peruanischen aber der Wert 1:304.

Auch alle zunächst folgenden Versuche zur Klärung des Problems der Figur der Erde müssen als unzureichend angesehen werden; teils lag es an der noch nicht genügenden Genauigkeit der Meßwerkzeuge, teils aber auch an der mangelnden Zuverlässigkeit in der Ausführung der Messungen selbst. Erst mit der neuen französischen Gradmessung, die 1792 unter den Stürmen der Revolution von Méchain und Delambre in mustergültiger Weise unternommen wurde und sich bis zum Jahre 1808 ausdehnte, deren offizieller Zweck die Bestimmung des Meters als Naturmaß war, beginnt die Reihe aller jener denkwürdigen Gradmessungen, die wesentlich zu unserer heutigen Erkenntnis der Figur der Erde beitragen sollten. In fast allen zivilisierten Ländern begann man, Gradmessungsarbeiten auszuführen. Aber auch die Resultate dieser neuen Messungen konnten nichts dazu beitragen, um die genannte Mißstimmigkeit zu beseitigen. Je nachdem welche Gradmessungen man miteinander verband, erhielt man jedesmal einen anderen Wert für die Abplattung. Die Unterschiede dieser verschiedenen Abplattungswerte waren

so groß, daß man sie unmöglich den bei den Messungen unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zur Last legen konnte; sie deuteten auf geringe Abweichungen der wahren Erdfigur vom Rotationsellipsoid. Um sich nun aber der wahren Gestalt und Größe der Erde möglichst zu nähern, versuchte man, ein Rotationsellipsoid zu ermitteln, das sich den zuverlässigsten Messungen gleichzeitig möglichst gut anpaßt. Die allgemeine Aufgabe lief darauf hinaus, n Unbekannte aus mehr als n Gleichungen zu bestimmen und die zwischen den einzelnen Gleichungen bestehenden Widersprüche auszugleichen; sie führte zu der von Legendre und Gauß begründeten Methode der kleinsten Quadrate, nachdem sich bereits vorher Laplace ein Ausgleichungsverfahren für seine Zwecke zurechtgelegt hatte.

Man hatte jetzt einsehen gelernt, daß wie die Kugel nur als erste An- Das Geoid
näherung, so das Sphäroid als zweite Annäherung an die wahre Erdgestalt zu betrachten ist. Man wurde zu einer schärferen Definition dessen, was man unter den Begriffen Gestalt und Größe der Erde zu verstehen hat, gedrängt. Die Erde wurde nicht mehr bloß als ein geometrischer, sondern auch als ein physikalischer Körper betrachtet, und es kam darauf an, außer den geometrischen auch die dynamischen Konstanten zu bestimmen, wenn man sich über ihre Gestalt und Größe ein richtiges Bild machen wollte. Alle derartigen Betrachtungen knüpfen sich nicht an die physische Erdoberfläche, sondern an die sogenannte mathematische Erdoberfläche, indem man von allen zufälligen Unregelmäßigkeiten, die sich in Bergen und Tälern kundgeben, ganz absieht und nur die Grundform ins Auge faßt. Diese mathematische Oberfläche wird durch die als ruhend angenommene Oberfläche der Meere, wenn man sich diese unter den Kontinenten etwa durch ein System von Kanälen miteinander verbunden denkt, dargestellt, für die J. B. Listing den Namen Geoid eingeführt hat. Sie ist eine Niveauläche, die Fläche des über die ganze Erde ausgebreitet gedachten Meeresspiegels, und in jedem ihrer Punkte schneidet sie die Richtung der Schwerkraft normal.

Die geographische Breite eines Ortes ergibt sich unmittelbar aus der im Meridian gemessenen Zenitdistanz eines Gestirns, dessen Deklination bekannt ist, und ist also leicht und verhältnismäßig sicher zu bestimmen. Man findet daher Beobachtungen dieser Art schon frühzeitig vor, und es ist leicht erklärlich, daß man zunächst nur längs der Meridiane die Erdmessungen ausdehnte, d. h. sogenannte Breitengradmessungen ausführte, denn hierbei wird die Amplitude des gemessenen Bogens aus der Differenz der Polhöhen der Endpunkte abgeleitet. Die Bestimmung der Krümmung der Erde in der Meridianrichtung stützt sich auf den ersten Erfahrungsgrundsatz der Alten für die Erdrundung, daß sich nämlich bei einer Bewegung längs eines Meridians die Polhöhe stetig ändert. Der zweite Erfahrungsgrundsatz der Alten, daß bei einer Bewegung im Parallel eine Verfrühung bzw. Verspätung des Auf- oder Unterganges der Gestirne eintritt, führt zur Bestimmung der Krümmung der Erde in der Richtung der Parallelkreise. Aber die Bestimmung des geographischen Längenunterschiedes zweier Orte war mit Schwierigkeiten verknüpft und

ergab zunächst nur sehr unsichere Resultate. Erst durch die allmähliche Entwicklung und Vervollkommnung der Zeitmessung und Signalgebung wurden die Erdmessungen längs des Parallels, die sogenannten Längengradmessungen, vorbereitet. Als Signale, die für beide Orte gleichzeitig wahrnehmbar waren, verwandte man einerseits künstliche Lichtsignale, wie Blinkfeuer, Pulverblitze, andererseits Himmelserscheinungen, in der Hauptsache Okkultationen, wie Sonnen- und Mondfinsternisse, Verfinsterungen der Jupitertrabanten, Sternbedeckungen, daneben auch das Aufleuchten von Sternschnuppen oder die Bewegung des Mondes unter den Fixsternen. Am ältesten mag wohl die Methode der Mondfinsternisse sein, durch die schon Ptolemäus die Mittelmeerländer geographisch festzulegen suchte. Aber alle diese Messungen standen noch weit hinter der Genauigkeit der Polhöhenbestimmungen zurück. Erst in neuerer Zeit, als gegen Mitte des vorigen Jahrhunderts durch Walker und Gould in Nordamerika der elektrische Telegraph in den Dienst der Längenbestimmungen gestellt wurde, erlangten die Längengradmessungen eine derartige Genauigkeit, daß sie mit den Breitengradmessungen vollständig konkurrieren können. Das bedeutendste Unternehmen dieser Art ist die 1857 von F. W. Struve vorgeschlagene und begonnene Längengradmessung im 52. Parallel. Während durch die Breitengradmessungen Gestalt und Größe der Meridiane bestimmt werden, geben die Längengradmessungen Aufschluß darüber, inwieweit die Erde wirklich als Rotationskörper betrachtet werden kann.

Die Lotabweichungen und die allgemeine Aufgabe der Bestimmung der Figur der Erde.

Wäre die Erde in aller Strenge ein abgeplattetes homogenes Rotationsellipsoid, so würde die Normale in jedem Punkte identisch sein mit der Schwererichtung; allein, da sie von einem solchen abweicht, so treten auch Differenzen zwischen diesen beiden Richtungen auf, d. h. das geodätische Zenit fällt im allgemeinen mit dem astronomischen nicht zusammen; den Unterschied beider Richtungen nennt man die Lotabweichung. Geht man von einem astronomisch bestimmten Punkte aus und berechnet auf Grund eines angenommenen Ellipsoids die Lage eines anderen durch Triangulation mit ihm verbundenen Punktes, so gibt die Vergleichung der so berechneten Koordinaten (Länge und Breite) dieses zweiten Ortes mit den tatsächlich beobachteten Unterschiede, nämlich die Differenz der Lotabweichungen beider Orte. In der Untersuchung dieser erwuchs der Geodäsie eine ganz neue Aufgabe. Es kam jetzt darauf an, durch einheitliches Zusammenarbeiten der Staaten und Länder möglichst zahlreiche Untersuchungen über die Krümmungsverhältnisse der Erde längs der Meridiane und längs der Parallelkreise anzustellen. In diesem Sinne entwarf Generalleutnant J. J. Baeyer im Jahre 1861 den Plan zu einer Mitteleuropäischen Gradmessung, die bereits im darauffolgenden Jahre ins Leben trat und sich 1867 zur Europäischen Gradmessung, dann zur Internationalen Erdmessung erweiterte und als solche noch jetzt unausgesetzt an der großen Aufgabe, die Figur der Erde in geometrischer und dynamischer Hinsicht zu bestimmen, weiterarbeitet.

Vergegenwärtigt man sich kurz den Gedankengang, der zu einem rationalen Studium der Gestalt und Größe der Erde führt, so kommt es, wie bei allen wissenschaftlichen Untersuchungen komplizierter Erscheinungen, auch hier darauf an, aus der scheinbaren Regellosigkeit eine zweckmäßige mathematische Grundform herauszuschälen, die nun gewissermaßen als Richtschnur für die Verfolgung des wahren Verlaufes dient. Die physische Erdoberfläche mit ihren Bergen und Tälern wird durch eine Niveaulfläche, und zwar die mit der Oberfläche des als ruhend gedachten Meeres zusammenfallende ersetzt. Hierdurch wird sie erst für eine wissenschaftliche Untersuchung zugänglich gemacht. Das Geoid, wie man diese ideale Erdfigur nennt, hat sehr nahe die Form eines abgeplatteten Rotationsellipsoids. Denkt man sich nun ein abgeplattetes Rotationsellipsoid, das sich dem Geoid möglichst nahe anschmiegt, dessen Mittelpunkt mit dem Schwerpunkt des Geoids und dessen kleine Achse mit der mittleren Lage der Rotationsachse der Erde zusammenfällt, so wird dieses das mittlere Erdellipsoid genannt. Wie aber das Geoid zum mittleren Erdellipsoid liegt, läßt sich erst auf Grund geophysikalischer Messungen, wenn man auf die Massenverteilung im Innern der Erde näher eingeht, abschätzen. Bei Gradmessungen kommt nicht die Lage der Rotationsachse im Erdkörper, sondern lediglich nur ihre Richtung in Frage, insofern sich auf diese die geographischen Koordinaten, Länge, Breite und Azimut, beziehen. Man kann daher bloß sagen, daß das einer Gradmessung angepaßte Ellipsoid im allgemeinen nur achsenparallel mit dem mittleren Erdellipsoid ist. Solche Ellipsoide nennt man Bezugs- oder Referenzellipsoide. Je nachdem wie die durch Gradmessungen festgestellten Abweichungen gegen das willkürlich angenommene Bezugsellipsoid ausfallen, wird man letzteres seiner Gestalt, Größe und Lage nach so abändern, daß die gefundenen Abweichungen möglichst klein werden.

Von den zahlreichen bisher berechneten Erdellipsoiden seien hier die Dimensionen der wichtigsten angeführt, wobei a die halbe große Achse, b die halbe kleine Achse und α die Abplattung bezeichnet: Ergebnisse der Erdmessungsarbeiten.

		a	b	$1 : \alpha$
Bessel	1837/41	6 377 397 m	6 356 079 m	299.15
Clarke	1866	6 378 206 „	6 356 584 „	294.98
„	1880	6 378 249 „	6 356 515 „	293.47
legale Meter				
Helmert	1907	6 378 200 „	6 356 818 „	298.3
Hayford	1910	6 378 388 „	6 356 909 „	296.96.
internat. Meter				

Auf die Bedeutung von legalem und internationalem Metermaß wird im folgenden Abschnitt noch näher eingegangen werden. Es sei hier nur erwähnt, daß die in legalem Maße ausgedrückten Werte von a und b um 85 Meter zu vergrößern sind, wenn man zum internationalen Maß übergeht, und umgekehrt, daß die internationalen Angaben um 85 Meter zu verkleinern sind, um legale zu erhalten.

Wie man aus den Zahlen ersieht, ergeben die neueren Messungen für die halbe große Achse einen fast 1000 m größeren Wert, als Bessel gefunden hatte. Trotzdem behalten die Besselschen Dimensionen noch eine Bedeutung, da sie lange Zeit allen auf die Erddimensionen bezugnehmenden Berechnungen zugrunde gelegt wurden. Überdies werden unsere Meilenmaße, die geographische Meile und die Seemeile, als aliquote Teile des Besselschen Erdäquators und des Besselschen Erdmeridians definiert. Helmer legte seinen Berechnungen die in Europa gemessenen Meridian- und Parallelbogen zugrunde und bestimmte die Abplattung aus den letzten bis 1900 erfolgten Schweremessungen; dieser Wert der Abplattung muß als einer der besten betrachtet werden. Überhaupt dürfte nach ihm die Abplattung den Wert $1:296$ nicht übersteigen. Als die beste Annäherung an das mittlere Erdellipsoid muß jetzt das von Hayford aus den Vermessungen der Coast and Geodetic Survey in den Vereinigten Staaten von Nordamerika abgeleitete Ellipsoid, das auch von der Pariser astronomischen Konferenz 1910 angenommen worden ist, gelten. Man kann nach den neuesten Untersuchungen wohl sagen, daß der Äquatorhalbmesser auf etwa 100 Meter, die Abplattung α auf etwa $\frac{1}{300}$ ihres Betrages sicher bestimmt ist, und daß die Abweichungen des Geoids vom mittleren Erdellipsoid nur in seltenen Fällen den Betrag von 100 Meter überschreiten.

Die Maßeinheit
und ihre Wahl.

IV. Das irdische Längenmaß und seine Definition. Die Dimensionen der Erde werden in derselben Maßeinheit erhalten, die bei den Basismessungen zugrunde gelegt wurde. Von der Genauigkeit dieser Messungen hängt natürlich das berechnete Resultat ab. Das Messen ist ja nichts anderes als ein Vergleichen einer beliebigen Länge mit einer uns gegebenen, völlig bekannten Länge, die wir zur Maßeinheit wählen. Das Resultat des Messens ist eine Verhältniszahl, eine absolute Zahl, wir nennen sie die Größe der gemessenen Länge. Die Größenangabe ist von der angenommenen Maßeinheit abhängig. Je größer die Maßeinheit gewählt ist, desto kleiner, je kleiner die Maßeinheit, desto größer ist die Zahl, die das Resultat der Messung ausdrückt. Es ist daher klar, daß das Messungsergebnis für uns nur dann seinen Wert behält, wenn wir die zugrunde gelegte Maßeinheit kennen, sei es, daß wir sie im Original oder einer getreuen Kopie besitzen, sei es, daß uns ihr Zusammenhang mit einer anderen bekannten Maßeinheit gegeben ist, sei es endlich, daß wir in der Lage sind, sie auf Grund einer Definition jederzeit wiederherzustellen. So kommt es, daß die Längenangaben der Alten, bei denen das Stadium als Einheit angenommen ist, für uns keine wesentliche Bedeutung haben, da wir eben die genaue Länge des Stadiums nicht kennen. Überdies gab es noch verschiedene Stadien, wie das altägyptische, olympische, pythische, altrömische, und es läßt sich oft nicht einmal entscheiden, welches von diesen gemeint ist.

Da die Größenangabe immer nur eine Verhältniszahl ist, so wird man zweckmäßig die Maßeinheit, die ja an und für sich ganz beliebig ist, so wäh-

len, daß man sich von einer Größenangabe eine bequeme Vorstellung machen kann. Unser irdisches Maß ist jetzt fast durchgängig das Meter. Zur Bequemlichkeit benutzen wir aber auch, ganz wie es der jeweilige Zweck erheischt, einen aliquoten Teil oder ein bestimmtes Vielfaches als neue Maßeinheit. Kleine Strecken geben wir in Zentimetern oder Millimetern an, ja bei mikroskopischen Messungen nehmen wir das Mikron ($\mu = 0.001$ mm) zur Einheit, während wir hingegen bei größeren Entfernungen das Kilometer oder wohl auch die Meile verwenden. Es drängt sich uns hier ein notwendiges Prinzip auf, nämlich den Maßstab immer der Größe der zu messenden Entfernungen entsprechend so zu variieren, daß wir zu Verhältniszahlen gelangen, von denen wir uns eine klare Vorstellung machen können. Dies tritt noch mehr hervor, wenn wir auf Entfernungen im Weltenraum übergehen. Hier würde man unter Beibehaltung der für irdische Entfernungen benützten Maßeinheiten zu unvorstellbar großen Verhältniszahlen gelangen. Man wählt daher die Größe der Erde selbst, und zwar den Äquatorhalbmesser, zur Maßeinheit, wenn man die Größe und Entfernung anderer Himmelskörper angeben will. Man gewinnt eine klarere Vorstellung, wenn man sagt, die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde beträgt 58 Äquatorhalbmesser der Erde, als 50000 geographische Meilen; oder der Radius der Sonne beträgt 112 Erdäquatorhalbmesser, als 95000 geographische Meilen. Aber je weiter wir in den Weltenraum vordringen, desto mehr macht sich das Bedürfnis nach noch größeren Maßeinheiten geltend. Für die Ausmessungen der Entfernungen in unserem Planetensystem wird die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne als Einheit genommen. Man gewinnt eine ganz andere Anschauung, wenn man z. B. die mittlere Entfernung des Saturn von der Sonne durch 9.5 Erdbahnhalbmesser ausdrückt, als wenn man dafür 191 Millionen geographische Meilen angibt. Schreitet man aber noch weiter bis in die Fixsternregionen, so erscheint auch der Erdbahnhalbmesser wieder viel zu klein, um eine zweckmäßige Maßeinheit abzugeben. Man führt das Lichtjahr, d. h. den Weg, den das Licht in einem Jahre durchheilen würde, oder auch die Sternweite, d. h. die Entfernung von 206 265 Erdbahnhalbmessern, der eine Parallaxe von einer Bogensekunde entspricht, als neue Maßeinheiten ein. Die Entfernung des Sternes Wega (α Lyrae) beträgt hiernach etwa 30 Lichtjahre oder 10 Sternweiten.

Die ersten Maßeinheiten der frühesten Kulturstufen entlehnte der Mensch dem eigenen Körper, und das war am natürlichsten, ein jeder führte sie stets bei sich und hatte sie deutlich vor Augen. Fast kein Körperabschnitt des Menschen blieb als Maßangabe unbenutzt, und noch jetzt bedienen wir uns derselben, wo es eben nur auf ungefähre Größenangaben, nicht auf Messungen im eigentlichen Sinne ankommt. Auch bei der späteren Einführung genauer Maßsysteme haben diese natürlichen Maßangaben zur Richtschnur gedient. Um die Tiefe eines Gewässers oder die Höhe des Getreides auf dem Felde anzugeben, sagt man, es reicht bis zu den Knöcheln, bis zu den Knien, Hüften, Schultern usw. Bezeichnungen wie Mannshöhe, Armlänge,

Urmaße.

Handbreite, Haarbrette, faustgroß, legen reichlich Zeugnis ab, wie man sich über Längenangaben allgemein verständlich zu machen suchte. Bei der sich später notwendig machenden Aufstellung von Maßsystemen bildete die Länge des Fußes das Fußmaß, die Länge des Armes von der Achsel bis zur Spitze des Mittelfingers das sogenannte Ellenmaß. Die Entfernung der Spitzen der Mittelfinger der beiden seitwärts ausgestreckten Arme ist die Klafter. Bei größeren Entfernungen suchte man sich in den bekanntesten Bewegungsvorgängen bequemere Maßeinheiten zu verschaffen. Man mißt nach Schritten, Wegstunden, Tagemärschen, Seereisen, oder auch nach Wurfweite, Schußweite, Hörweite usw. So sind die bei den Gradmessungen des Altertums zugrunde gelegten Entfernungen offenbar nur aus der Anzahl der Tagereisen der Karawanen hervorgegangen, und der in einer Tagereise zurückgelegte Weg wurde wiederum mit dem Stadium, d. i. mit der Länge der Rennbahn, verglichen.

Notwendigkeit
von Normal-
maßen und die
Toise von
Châtelet.

Alle diese Maßeinheiten leiden an einem großen Übelstande, nämlich daß sie bis zu einem gewissen Grade unbestimmt sind, und zwar in demselben Grade, wie die einzelnen Individuen einer Rasse voneinander verschieden sind. Künste und Gewerbe verlangten aber schon eine präzisere Festsetzung der Maßeinheiten. Man war gezwungen, einen Repräsentanten herauszugreifen, seine Länge zu fixieren und ihn sorgsam aufzubewahren, wobei man seine Unveränderlichkeit voraussetzt. Wenn nun auch ursprünglich die Maßeinheiten der verschiedenen Völker aus derselben Quelle stammen mögen, so trat doch mit dem Fortschritt der Kultur bei jedem Volke und in jedem Staate die Individualität immer mehr hervor, und man suchte dies auch durch äußerliche Unterschiede zu bekräftigen. So kam es z. B., daß noch bis vor wenig Jahrzehnten jeder Staat seinen besonderen Fuß als Längeneinheit besaß. Man unterschied einen preußischen, badischen, bayerischen, württembergischen, Wiener usw. Fuß, Maße, die zwar nahezu von derselben Länge waren, deren Unterschiede aber doch bei genaueren Messungen nicht unberücksichtigt bleiben durften. Die Bestrebungen, wenigstens in allen Staaten desselben Landes ein einheitliches Maß einzuführen, reichen schon weiter zurück. In England treten sie bereits im 10., in Frankreich im 14. Jahrhundert auf. Besonders war in Frankreich eine Maßeinheit zu größerer Allgemeinheit gelangt, nämlich die Toise. Der Repräsentant ihrer Länge wurde in Paris aufbewahrt und konnte dort jederzeit entnommen werden. Die Aufbewahrung geschah allerdings in einer noch recht primitiven Form. Auf einer an der Mauer des Châtelet befestigten Eisenschiene war durch zwei Vorsprünge die Länge der Toise markiert und konnte durch einfaches Einpassen entnommen werden. Wenn nun auch diese Art und Weise wohl dem täglichen Leben, den Künsten und dem Gewerbe genügte, so entbehrte sie andererseits jeglicher wissenschaftlichen Bedeutung. Dies machte sich um so deutlicher bemerkbar, je weiter sich die geodätischen Arbeiten entwickelten, je mehr sich eine schärfere Definition der Erdgestalt herausbildete, und je mehr man bemüht war, durch möglichst genaue Messungen Aufschluß über die wahre Gestalt der Erde und über die Größe der Abweichungen von einer angenommenen mathematischen

Grundform zu erhalten. Es ist die Aufgabe der exakten Naturwissenschaften, die Erscheinungen in der Natur durch Messungen zahlenmäßig zu verfolgen und aus der Art und Weise, wie sich diese Zahlenverhältnisse im Laufe der Zeit oder bei Abänderung der begleitenden Ursachen verändern, allgemeine Naturgesetze abzuleiten. Hierbei ist es aber Bedingung, daß die zugrunde gelegten Maßeinheiten scharf definiert sind und jeglicher Zweideutigkeit entbehren, daß die Messungen aufs sorgfältigste, so genau es eben die jeweiligen Meßapparate und Maßmethoden gestatten, ausgeführt werden.

Den ersten Anlaß zu einer präzisen Definition der Länge der Toise gaben die beiden großen Gradmessungsexpeditionen, die zur Untersuchung der Frage, ob die Erde wirklich, wie es die Newtonsche Hypothese verlangte, an den Polen abgeplattet sei, von französischer Seite aus unternommen wurden. Die eine ging im Jahre 1735 unter Leitung von Bouguer und La Condamine nach Peru, die andere ein Jahr später unter Maupertuis nach Lappland. Für beide Expeditionen waren zwei ganz gleiche Maßstäbe von Eisen angefertigt worden. Die Entfernung der Endflächen eines jeden bei einer Temperatur von 13°R stellte von dieser Zeit an die französische Längeneinheit, die Toise, dar. Der Forderung der Unveränderlichkeit des Maßstabes war dadurch genügt worden, daß man die Ausdehnung des Metalls berücksichtigte und die Länge bei einer bestimmten Temperatur, nämlich 13°R , als normale Länge festsetzte. Die Unterabteilungen der Toise wurden nach der althergebrachten Duodezimalteilung gebildet. 1 Toise war gleich 6 Pariser Fuß, der Fuß zu 12 Zoll und der Zoll zu 12 Linien gerechnet. Da diese Maßstäbe mit der Toise von Châtelet nicht im Widerspruch standen, so war mit ihrer Einführung weiter keine Änderung im praktischen Leben verbunden.

Die wissenschaftliche Begründung der Toise du Pérou.

Der Maßstab der lappländischen Gradmessung wurde auf der Rückreise beschädigt, der andere aber, der für die Messungen am Äquator gedient hatte, sollte für die Folgezeit zu einer großen Bedeutung gelangen. Er ist allgemein bekannt unter dem Namen Toise du Pérou, und die in anderen Ländern seitdem angestellten Gradmessungen beruhen auf der Vergleichung mit dieser Längeneinheit. Die auf diese Einheit gegründeten Messungen werden so lange ihren Wert behalten, als diese Einheit uns erhalten bleibt, sei es nun im Original oder in genauen Kopien oder aber im Zusammenhange mit anderen vorhandenen Maßeinheiten. Sobald dies nicht mehr der Fall ist haben diese Messungen vollständig ihren Wert verloren, da ja dann die damit erzielten Resultate nur das Verhältnis zu einem nicht mehr bekannten Maße ausdrücken. Man sah sich daher veranlaßt, für die Aufbewahrung und Erhaltung dieses Maßstabes die größten Vorsichtsmaßregeln zu treffen.

Die Toise war eine sogenannte willkürliche Maßeinheit, sie stand mit keiner in der Natur vorkommenden Länge in Beziehung, sondern war aus alter Gewohnheit hervorgegangen. Die Französische Revolution, die nach allen Richtungen hin nicht bloß Ordnung schaffen, sondern hauptsächlich reformierend wirken wollte, hatte ihr Augenmerk auch auf das Maß- und

Die Bestrebungen zur Einführung eines Naturmaßes und das legale Meter.

Gewichtswesen gerichtet. Man wollte ein Maßsystem schaffen, das nicht mehr aus nationalen Gewohnheiten hervorging, sondern dem die Idee des Naturmaßes zugrunde lag. Dieses Maßsystem sollte zu einem ganz internationalen werden. Bereits im 17. Jahrhundert war die Idee eines durch die Natur gegebenen Längenmaßes aufgetaucht. Huyghens hatte für physikalische Messungen die Wirkung der Schwerkraft in Betracht gezogen und die Länge des Sekundenpendels als Längeneinheit vorgeschlagen. Diese Frage wurde jetzt wieder näher untersucht; jedoch man entschied sich, das neue Maß den Erddimensionen selbst zu entnehmen. Der zwischen Dünkirchen und Barzelona gelegene Meridian sollte durch eine große Triangulation ganz genau gemessen und daraus die Länge des ganzen Meridians berechnet werden. Als Längeneinheit sollte dann für das neue Maßsystem der zehnmillionste Teil des Erdmeridianquadranten festgesetzt werden, das sogenannte Meter. Die Unterabteilungen und Vielfachen sollten nicht mehr nach dem duodezimalen, sondern nach dem dezimalen Systeme gebildet werden.

So gut der Gedanke auch an und für sich ist, so wird doch der erstrebte Zweck, ein Maß zu besitzen, das wir jederzeit aus der Natur direkt entnehmen können, das uns also niemals verloren gehen kann, nicht erreicht. In der Tat, wir besitzen kein Maß, das uns die Natur unmittelbar liefert, immer müssen wir es uns erst auf experimentellem Wege herstellen, und es wird daher stets von der jeweiligen Messungsgenauigkeit abhängig sein. Die Idee, ein wirkliches Naturmaß besitzen zu können, wird illusorisch. Es ist wohl kaum anzunehmen, daß diese Tatsache Männern wie Condorcet, Lagrange, Laplace, Monge u. a., die in die von der französischen Nationalversammlung eingesetzte Kommission gewählt waren, entgangen ist. Es ist wohl vielmehr anzunehmen, daß sie unter dem Scheine, der Sache der Revolution selbst zu dienen, ihre wissenschaftlichen Forschungen ungestört fortsetzen wollten. Hierfür spricht auch der Umstand, daß man sich bereits mit einem provisorischen Meter begnügte, da der Nationalkonvent nicht lange auf ein Resultat warten wollte. Definitiv abgeschlossen wurde die ganze Angelegenheit erst 1799 und führte zu dem Resultat:

1 Meter = 443.296 Par. Linien der Toise du Pérou bei 13° R.

Man bezeichnet dieses Meter als „legales Meter“. Es wurde materiell durch die Länge eines Platinstabes bei 0° dargestellt und in dieser Form am 4. Messidor des Jahres VII der Republik dem Staatsarchiv zu Paris übergeben, wodurch es seinen Namen *mètre des archives* erhalten hat.

Frägt man sich, was durch die Einführung dieses neuen Maßes nun eigentlich erreicht wurde, so muß man sagen, daß an Stelle der ursprünglichen Maßeinheit, der Toise, von jetzt an ein bestimmter Teil derselben als neue Maßeinheit unter dem neuen Namen Meter eingeführt wurde, ohne aber damit zu einem Naturmaß gelangt zu sein; denn dieses Meter ist eben nur definiert durch die Messung des Bogens zwischen Dünkirchen und Barzelona und bleibt insofern eine willkürlich festgesetzte Maßeinheit. Seitdem

waren nun aber die Messungen immer weiter fortgesetzt worden. Bessel fand bei seiner Berechnung der Erddimensionen den Meridianquadranten um 856 Meter größer; ja bei Zugrundelegung der neuesten Ergebnisse ist er sogar etwa 2 km größer. Das gute an dem ganzen Unternehmen war aber die Einführung der dezimalen Teilung und das Bestreben, allen Ländern ein gemeinsames Maß zu verschaffen. Das metrische System bildet jetzt die Grundlage für die Maßsysteme fast aller zivilisierten Völker. Eine Ausnahme macht u. a. England, das noch an seiner alten Einteilung festhält. Man kann wohl sagen, daß durch die Convention du mètre am 20. Mai 1875 die Frage nach einer allgemeinen Längeneinheit entschieden war. Es wurde die Errichtung eines internationalen ständigen Bureaus für Maß und Gewicht mit dem Sitz in Paris festgesetzt, dessen hauptsächlicher Zweck in der Herstellung und Aufbewahrung gemeinsamer Urnormale (internationale Prototype), in der Herstellung ganz genauer Kopien derselben für die einzelnen Staaten (nationale Prototype) und in der Vergleichung aller dieser Normale untereinander bestehen sollte.

Im Laufe der Zeit hatte sich ergeben, daß die Wahl des Metalls, das für das mètre des archives verwendet worden war, keine ganz glückliche war. Es stellten sich Unzulänglichkeiten heraus, die bei der Vergleichung mit Kopien störend wirkten. Die Internationale Meterkonvention sah sich daher im Jahre 1889 veranlaßt, das Original durch ein neues Prototyp zu ersetzen. Man stellte nach den bewährtesten Methoden eine Reihe von Maßstäben her, die möglichst genau gleich dem Originale waren. Unter diesen wurde durch Vergleichung der beste und dem Original am nächsten kommende ausgesucht und als internationales Meterprototyp im internationalen Maß- und Gewichtsbureau im Pavillon de Breteuil bei Paris niedergelegt. Dieses als „internationales Meter“ bezeichnete Maß war um ein wenig kleiner ausgefallen als das legale Meter. Die genaue Untersuchung ergab

Das internationale Meter.

$$1 \text{ Meter legal} = 1.000\,0133\,55 \text{ Meter international.}$$

Man hat also den Betrag einer im legalen Metermaße angegebenen Länge mit dem Faktor 1.000 0133 55 ($\text{Log} = 0.000\,0058\,0$) zu multiplizieren, um für dieselbe Länge den entsprechenden Betrag ausgedrückt im internationalen Metermaße zu erhalten. Durch das Reichsgesetz vom 26. April 1893 wurde das internationale Meter im Deutschen Reiche eingeführt.

Das Maß- und Gewichtswesen hat sich in seiner Verwaltung heute zu großer Vollkommenheit entwickelt, es sind eine ganze Reihe guter Kopien des Meters, die mit dem Original verglichen sind, vorhanden. Es steht daher wohl kaum zu befürchten, daß uns diese Längeneinheit verloren gehen könne. Bei der großen Bedeutung dieser Einrichtung ist es aber nicht zu verwundern, daß man unausgesetzt noch auf Mittel sann, die festgesetzte Maßeinheit mit einer in der Natur vorkommenden und als unveränderlich geltenden Länge zu vergleichen, und man richtete sein Augenmerk wieder auf die schon früher, damals jedoch vergeblich in Betracht gezogene Wellenlänge des Lichtes.

Bestrebungen zur Einführung der Wellenlänge des Lichts als Längeneinheit.

Es ist nun in neuerer Zeit dem amerikanischen Physiker A. Michelson bei seinen Versuchen über Interferenz bei hohen Gangunterschieden gelungen, mit Hilfe homogenen Lichtes größere Strecken direkt in Wellenlängen auszumessen. Die Wellenlänge des Lichtes müssen wir aber als ein unveränderliches Naturmaß ansehen, wenigstens hat sich bis jetzt nichts dagegen einwenden lassen; dazu kommt noch, daß dieses Maß verhältnismäßig leicht herzustellen und zu behandeln ist, Eigenschaften, die für den Erdumfang in keiner Weise zutreffen. Die Sache liegt jetzt also so, daß wir das internationale Meter durch die Anzahl der Wellenlängen eines bestimmten homogenen Lichtes ausdrücken und dadurch vor gänzlichem Verlust schützen können. Es ist dies ein Weg, den man wohl schon früher bei den Bestrebungen, ein unveränderliches und stets rekonstruierbares Naturmaß einzuführen, in umgekehrter Weise zur Definition einer praktischen Längeneinheit eingeschlagen hätte, wenn man eben damals bereits in der Lage gewesen wäre, solche kurze Strecken, wie es die Wellenlängen des Lichtes sind, wirklich zu messen.

Die Möglichkeit, die Wellenlänge des Lichtes zu messen, erlangte man zuerst durch den bekannten Fresnelschen Spiegelversuch. Durch Umänderung desselben brachte es nun Michelson dahin, Interferenzen mit hohen Gangunterschieden zu erhalten, und so war es jetzt möglich, auch größere Strecken direkt durch Wellenlängen auszumessen.

Um von diesen Größen einen Begriff zu bekommen, seien hier die Resultate der Messungen Michelsons für die rote, grüne und blaue Kadmiumlinie angeführt. Er fand:

1 Meter	=	1553 163.5	Wellenlängen der roten	Kadmiumlinie
1 „	=	1966 249.7	„ „	grünen „
1 „	=	2083 372.1	„ „	blauen „

oder umgekehrt:

1 Wellenlänge der roten	Kadmiumlinie	=	643.847 22 $\mu\mu$
1 „ „	grünen	„	= 508.582 40 „
1 „ „	blauen	„	= 479.991 07 „

wo $\mu\mu$ die bekannte Bezeichnung für 0.000 001 mm ist.

Derartige Untersuchungen werden immer noch fortgesetzt. Sieben Jahre, nachdem Michelson zu seinen interessanten Resultaten gelangt war, stellten Perot und Fabry ähnliche Versuche an, verfahren aber nach einer wesentlich anderen Methode. Hierbei gelangten sie zu Resultaten, die mit denen von Michelson innerhalb 0.1 Wellenlänge, also bis auf 64 $\mu\mu$ übereinstimmten. Dieser Unterschied liegt aber völlig innerhalb der Grenzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler. Man kann daher jetzt die Länge der konventionellen Metereinheit als ein stets rekonstruierbares Maß, das nicht verloren gehen kann, ansehen.

V. Die Entfernung der Gestirne und die Parallaxe. War die Astronomie zu der ersten Gewinnung des Metermaßes aus den Gradmessungen

unumgänglich notwendig, so kann man das jetzt nicht mehr sagen, wo die Maßeinheit entweder durch die metallenen Kopien des internationalen Meters oder gar durch die Wellenlänge des Lichtes definiert ist. Vielmehr treten nunmehr astronomische Arbeiten als notwendiges Bindeglied erst dann ein, wenn dieses kleine, für den Menschen noch handliche Metermaß zur Ausmessung zunächst der Erde selbst, dann aber auch der ganzen himmlischen Erscheinungswelt dienen soll. Man hatte sich wohl im Altertume Begriffe über Sonne, Mond und Planeten gebildet, und es regte sich auch der Wunsch, ihre wahren Größen und Entfernungen kennen zu lernen. Aber man verlor sich hierbei in Spekulationen, und zwar um so mehr, je weiter man noch davon entfernt war, die Mathematik zur Anwendung zu bringen und genaue Messungen anzustellen. Dialektik und Sophistik beherrschten die Wissenschaften. Man war bestrebt, die Erscheinungen in der Natur den aufgestellten Erklärungen anzupassen und nicht umgekehrt. Bei der Aufstellung allgemeiner Philosopheme über das Weltgebäude ließ man den Gedanken freien Lauf und konnte dies um so ungestörter tun, als der Phantasie in dem weiten Himmelsraume durch die Erfahrung noch keine Grenzen gesteckt waren. Namentlich war es die Schule der Pythagoreer, die ihre Vorstellung von der Welt an arithmetische Untersuchungen, an absonderliche Eigenschaften der Zahlen, an die Tonverhältnisse in der Musik und verwandte Dinge knüpfte und eine Harmonie der Sphären schuf. Es waren geistige Spielereien, die jeder Erfahrungsgrundlage entbehrten und daher auch von nicht langem Bestehen sein konnten.

fernungen im
Weltenraume.

Vor Eintritt der alexandrinischen Schule ist noch an keine wissenschaftliche Astronomie zu denken. Vorstellungen von der Entfernung der Himmelskörper konnte man sich gar nicht machen. Wohl hatte man vermutet, daß Mond und Sonne der Erde näher waren als die Fixsternsphäre, und hatte aus den Beobachtungen von Sonnenfinsternissen geschlossen, daß der Mond der Erde näher sein müsse als die Sonne, jedoch beruhten die Angaben über die Entfernungen nur auf Mutmaßungen, nicht auf Messungen, ja man glaubte, daß sich Sonne und Mond noch innerhalb der Erdatmosphäre befänden. Eine Vermutung trat aber bereits frühzeitig hervor, daß nämlich der weiter entfernte Himmelskörper auch längere Zeit zu einem Umlauf brauche. So findet man bei Plinius in seiner *historia naturalis* die Meinung geäußert, daß die Sonne zwölfmal weiter als der Mond von der Erde entfernt sein müsse, da sie einen Umlauf erst in der zwölffachen Zeit vollendet. Diese Vermutung, die einem natürlichen Gefühl entsprang, sollte erst etwa zwei Jahrtausende später durch Kepler zu einem festen Gesetz ausgebildet werden, das für die Bestimmung der Entfernungen in unserem Planetensystem von fundamentaler Bedeutung sein sollte. Aber vorläufig bewegte man sich nur in bloßen Mutmaßungen, die sich auf keine Messungen gründeten. Erst als man die Mathematik in den Bereich der Untersuchungen zog, begann man methodisch vorzugehen, man begann zu messen.

Um die Entfernungen der Gestirne zu bestimmen, bedienen sich die

Indirekte Be-
stimmung von

Entfernungen
und die
Parallaxe.

Astronomen desselben Verfahrens, das von den Geodäten bei terrestrischen Vermessungen angewandt wird. Man wählt eine Grundlinie, deren Länge man durch Messung mit einem Maßstabe so genau als nur möglich ermittelt, und beobachtet von den beiden Endpunkten aus die Richtungen nach dem Objekt, dessen Entfernung bestimmt werden soll. Die Richtungsänderung infolge der Veränderung des Standpunktes des Beobachters wird allgemein als Parallaxe bezeichnet. Sie wird in dem von der gemessenen Grundlinie und dem betrachteten Objekt gebildeten Dreieck durch den Winkel am Objekt dargestellt. Die Parallaxe ist somit nichts anderes als die scheinbare Größe der gegebenen Basis, betrachtet von dem Objekt aus. In dem genannten Dreieck sind nun eine Seite und die beiden anliegenden Winkel bekannt; man kann daher die beiden anderen Seiten, also die Entfernungen des Objektes von den beiden Endpunkten der Basis berechnen. Kennt man die Länge der Basis nicht, so erhält man aus der gemessenen Parallaxe nur das Verhältnis der Entfernungen. Die Bestimmung wird stets um so unsicherer, je größer die Entfernung des Objektes im Vergleich zur Länge der gegebenen Basis, je kleiner also die Parallaxe ist.

Die Parallaxe
bei der Be-
stimmung von
Entfernungen
der Himmels-
körper.

Der Übertragung dieser Methode auf die Bestimmung der Entfernungen der Himmelskörper setzen sich jedoch Schwierigkeiten in den Weg. In dem weiten Himmelsraume handelt es sich immer nur um Entfernungen, die im

Verhältnis zu den Grundlinien, die wir zu wählen imstande sind, sehr groß sind. Je nach der benutzten Grundlinie unterscheidet man in der Astronomie eine tägliche und eine jährliche Parallaxe. Bei der täglichen Parallaxe dient der Erdradius als Basis, bei der jährlichen der Radius der Erdbahn. Zur Veranschaulichung der täglichen Parallaxe diene Fig. 5. Denken wir uns die Erde zunächst als Kugel mit dem Radius r , so schneidet die durch den

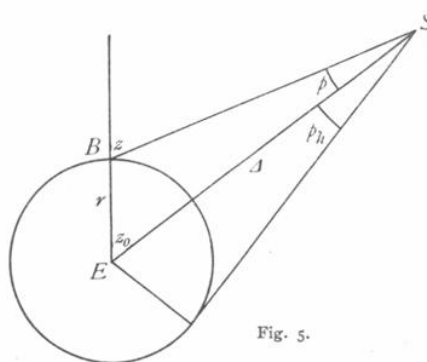


Fig. 5.

Beobachtungsort B , den Erdmittelpunkt E und den beobachteten Stern S gelegte Ebene die Erdoberfläche in einem Kreise. Ist noch z die Zenitdistanz des Sternes und Δ seine Entfernung vom Erdmittelpunkte, so liefert der Sinussatz der ebenen Trigonometrie im Dreieck EBS sofort die Beziehung

$$\sin p = \frac{r}{\Delta} \sin z$$

wo p der Winkel ist, unter dem die Basis r von dem Sterne aus erscheint. Dieser Winkel ist nach obiger Definition die Parallaxe des Sternes S . Ist noch z_0 die geozentrische, am Erdmittelpunkt gemessene Zenitdistanz von S , so ist

$$z = z_0 + p$$

d. h. infolge der täglichen Parallaxe p erscheint die Zenitdistanz des Sternes im Beobachtungsorte um den Betrag p größer als im Erdmittelpunkte, der

Stern scheint tiefer zu stehen, seine Höhe über dem Horizonte ist um den Winkel p vermindert. Man nennt daher p auch die Höhenparallaxe. Wie aus obiger Formel hervorgeht, verschwindet sie für $z = 0$, also im Zenit, dagegen erreicht sie ihren größten Betrag p_h für $z = 90^\circ$, also im Horizont des Beobachtungsortes. Es ist somit

$$\sin p_h = \frac{r}{\Delta}$$

und diesen Maximalwert p_h nennt man die Horizontalparallaxe. Sie ist nichts anderes als der scheinbare Halbmesser der Erdscheibe für einen auf dem Sterne S befindlichen Beobachter.

Da die Erde keine Kugel, sondern, wie wir sahen, sehr nahe ein Ellipsoid ist, so werden die Verhältnisse in Wirklichkeit etwas weniger einfach. Wählt man als Basis nicht einen beliebigen Erdradius r , sondern den Halbmesser des Erdäquators a , so führt dieser größte Wert p_a der Parallaxe den Namen Äquatorial-Horizontalparallaxe, und man hat also

$$\sin p_a = \frac{a}{\Delta}$$

Aus den bekannten Dimensionen des Erdellipsoids kann man für jeden Erdort den zugehörigen Wert r , also auch p_h aus p_a leicht berechnen. Schreibt man obige Gleichungen in der Form

$$\Delta = \frac{r}{\sin p} \sin z = \frac{r}{\sin p_h} = \frac{a}{\sin p_a}$$

so sieht man, daß durch die Messung der Parallaxe auch sofort die Entfernung Δ des Sternes ermittelt ist. Das ist die große Bedeutung der Parallaxe.

Es braucht kaum gesagt zu werden, daß sich die Entfernungsmessung um so schwieriger gestaltet, je kleiner die Parallaxe ist, und so erklärt es sich, daß die historische Entwicklung von der größten Parallaxe, der des Mondes, beginnend zu immer kleineren, der Sonnenparallaxe und den Sternparallaxen, fortschreiten mußte. Die Versuche der Alten, Entfernungen im Raume zu bestimmen, erstrecken sich daher lediglich auf Mond und Sonne.

Daß der Mond uns von allen Himmelskörpern am nächsten ist, erkannte man schon frühzeitig aus verschiedenen Erscheinungen; er war der einzige Himmelskörper, auf dessen großer Scheibe man verschiedenartige hellere und dunklere Gebiete unterscheiden konnte, er bewegte sich weit rascher als alle anderen „Planeten“ der Alten, und endlich sah man ihn vor den Fixsternen, den Planeten und der Sonne vorüberziehen und diese verdecken. Die richtige Deutung der Mondphasen dadurch, daß der Mond sein Licht von der Sonne empfängt, sowie der Sonnen- und Mondfinsternisse waren ebenso früh gesicherte Erfahrungen. Die Finsternisse, die Mondphasen und die Auf- und Untergänge, die einzigen ohne alle Instrumente im Altertum beobachtbaren Erscheinungen, wurden in sinnreicher Weise benutzt, um eine erste rohe Bestimmung der Entfernungen von Mond und Sonne zu erhalten.

Die frühesten Bestrebungen und die Methode des Aristarch.

Den ersten Versuch, durch Messungen und daran anschließende geometrische Betrachtungen das Verhältnis der Entfernung der Sonne zu der des

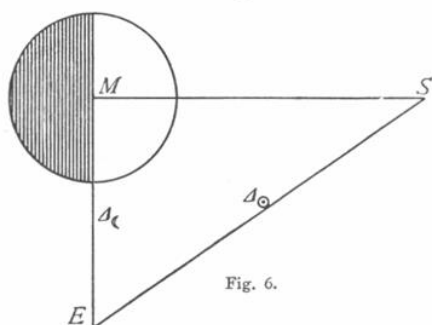


Fig. 6.

Mondes zu bestimmen, machte Aristarch von Samos um 280 v. Chr. Er ging von dem völlig richtigen Gedanken aus, daß in dem Dreieck Erde-Sonne-Mond (Fig. 6) der Winkel am Monde dann ein rechter sei, wenn uns die Mondscheibe genau halb erleuchtet erscheint. Gelingt es also, den Augenblick dieser Halbierung, der sogenannten Dichotomie (erstes oder letztes Viertel), genau festzustellen und dann

den Winkelabstand des Mondes von der Sonne, den Winkel E , zu messen, so erhält man daraus direkt das Verhältnis der Entfernungen

$$\frac{\Delta_S}{\Delta_E} = \frac{1}{\cos E}$$

Aristarch nahm $E = 87^\circ$ an und folgerte, da damals die trigonometrischen Funktionen noch nicht bekannt waren, auf sehr geschicktem geometrischen Wege, daß obiges Verhältnis zwischen 18 und 20 liegen müsse; in der Tat ist $\sec 87^\circ = 19,1$, so daß nach Aristarch die Entfernung der Sonne das 19fache der Entfernung des Mondes betrug. Die Methode war richtig, aber der gefundene Wert noch viel zu klein (19 statt 400), weil sich der Moment der Dichotomie nicht scharf genug beobachten läßt.

Bestimmung der
Mondparallaxe
durch Hipparch.

Hiermit war der erste Schritt zu einer Bestimmung der Entfernungen der Himmelskörper getan, und wenn er auch zu einem Resultat führte, das noch weit von der Wahrheit entfernt war, so war doch der Anlaß zu weiterer Forschung gegeben. Hipparch, der die große Unsicherheit der Aristarchschen Methode sehr wohl erkannte, suchte deshalb nach einem anderen Wege. Bei seinen Bestrebungen, alle bisher bestehenden astronomischen Ansichten und Bestimmungen gründlich zu prüfen und, was nicht genügend verbürgt erschien, durch neue Beobachtungen zu verbessern, entdeckte er auch die Mondparallaxe. Den Anlaß dazu gaben ihm die Sonnenfinsternisse, von denen er wußte, daß sie an allen Orten in ganz verschiedener Weise in Erscheinung treten. Bei der Verfolgung der Mondbewegung stieß er nämlich auf eine Ungleichheit, die nicht die Bewegung des Mondes in seiner Bahn, sondern nur seine Lage in bezug auf den Horizont des Beobachtungsortes betrifft. Diese Ungleichförmigkeit in der Bewegung wird dadurch hervorgerufen, daß die Erde zur Entfernung des Mondes nicht mehr im Verhältnis eines Punktes steht, d. h. daß man die Horizontalebene des Beobachtungsortes und die dazu parallel durch das Erdzentrum gelegte Ebene nicht mehr als zusammenfallend ansehen darf. Sie bewirkt, daß der Mond die durch den Beobachtungsort gehende Horizontalebene beim Aufgange später, beim Untergange aber früher passiert als die durch das Erdzentrum ge-

legte parallele Ebene, d. h. daß der Aufgang verzögert, der Untergang beschleunigt erscheint. Überhaupt werden infolge der Parallaxe die verschiedenen Zenitdistanzen, wie die Formel S. 202 zeigt, in verschiedener Weise beeinflusst. Beobachtet man daher den Mond in verschiedenen Zenitdistanzen, so läßt sich die Ungleichförmigkeit in der täglichen Bewegung des Mondes und also die Horizontalparallaxe ermitteln.

Den hier skizzierten Weg schlug Hipparch zur Bestimmung der Horizontalparallaxe des Mondes ein. Die Bezeichnung parallaktische Ungleichheit, die man für diese Ungleichförmigkeit der täglichen Bewegung gewählt hat, stammt noch aus der Zeit, da man nur Sphärik trieb, und ist hier nur in diesem Sinne zu verstehen. In neuerer Zeit wird die gleiche Bezeichnung in der Himmelsmechanik für die Störungen des Mondes in seiner Bahn, die von dem wechselnden Verhältnisse zwischen den Entfernungen des Mondes und der Sonne von der Erde, also zwischen den Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes, abhängen, gebraucht.

Es mag wohl versucht worden sein, in gleicher Weise auch bei der Bestimmung der Parallaxe der Sonne vorzugehen, jedoch mußte dieser Versuch notwendig an der bedeutend größeren Entfernung der Sonne, der eine Parallaxe von etwa neun Bogensekunden entspricht, scheitern. Um diese Größe messen zu können, bedurfte es erst der Entwicklung und Entdeckung ganz neuer Methoden und der Erfindung genauer Meßinstrumente. Aber trotzdem ist bereits von Hipparch ein neuer Versuch zur Bestimmung der Sonnenparallaxe gemacht worden; er gründet sich auf die Beobachtung zentraler Mondfinsternisse. Den Ausgangspunkt bildet ein von ihm bewiesener geometrischer Satz, dem zufolge die Summe der Parallaxen von Sonne und Mond fast gleich ist der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Schattenkegels der Erde in der Entfernung des Mondes. Den scheinbaren Halbmesser der Sonne nahm Hipparch zu $\frac{1}{4}$ Grad an, für die Parallaxe des Mondes setzte er gemäß der Bestimmung von Aristarch das 19fache der Sonnenparallaxe. Den scheinbaren Halbmesser des Schattenkegels der Erde in der Entfernung des Mondes bestimmte er aus der Zeit, die der Mond bei totaler Verfinsterung zu seinem Durchgange durch den Schatten braucht. Diese Zeit beträgt $2\frac{1}{2}$ Stunden. Da er nun außerdem noch wußte, daß sich der Mond täglich um $51^m = 765'$ verspätet, so erhielt er aus diesen Daten für den scheinbaren Halbmesser des Erdschattens $40'$. Wenn man diese Werte in die obige geometrische Beziehung einführt, so ergibt sich die Parallaxe des Mondes zu $52\frac{1}{4}'$, die der Sonne zu $2\frac{3}{4}'$. Für den Mond wird also die Parallaxe nahezu richtig erhalten, dagegen ist sie für die Sonne wegen des erwähnten Fehlers der obigen von Aristarch übernommenen Verhältniszahl bei weitem zu groß.

Auch bei Posidonius finden wir ganz ähnliche Messungen auf Grund der Beobachtungen von Sonnenfinsternissen angestellt. Er fand für Sonnen- und Mondparallaxe Werte, die der Wahrheit schon recht nahe kommen; besonders der von ihm gegebene Wert der Sonnenparallaxe von $\frac{1}{4}'$ läßt einen

Hipparchs
Versuch zur
Bestimmung
der Sonnen-
parallaxe.

Posidonius'
Bestimmungen.

ganz bedeutenden Fortschritt erkennen. Leider wissen wir aber nicht, auf welche Weise er zu diesem Werte gelangt ist, und es läßt sich daher kein Urteil fällen, inwieweit seine Angaben auf wirklichen Beobachtungen beruhen oder nur Vermutungen sind. Eine Frage tritt aber bei ihm zum ersten Male auf: warum Sonne und Mond am Horizont größer erscheinen als in größerer Höhe. Diese Erscheinung, die er den am Horizont lagernden Dünsten zuschreibt, beurteilt er in ganz richtiger Weise als eine Täuschung. Sie hat noch späterhin vielfach zu den verschiedensten Erklärungen Anlaß gegeben. Das wesentliche Moment dabei ist wohl aber rein psychologischer Natur. Wir schätzen die Ausdehnung in vertikaler Richtung geringer als in horizontaler, so daß wir z. B. einen Mast für länger halten, wenn er umgelegt, als wenn er aufgerichtet ist. Hierzu kommt noch der Umstand, daß wir uns im Laufe unserer Entwicklung angeeignet haben, räumlich oder perspektivisch zu sehen, d. h. wir haben die Fähigkeit verloren, die Sehwinkel rein objektiv zu beurteilen, und setzen auf Grund unserer Erfahrungen die scheinbaren Größen ohne weiteres unbewußt in lineare um.

Genauere Bestimmung der Mondparallaxe durch Ptolemäus.

Etwa drei Jahrhunderte später nahm Ptolemäus die Messung der Mondparallaxe wieder auf und suchte sie zu verbessern. Er konstruierte zu diesem Zweck ein besonderes Instrument, das Triquetrum oder parallaktische Lineal, das er im fünften Buche seines Almagest beschreibt. Es entspricht ganz unseren vertikalen Kreisen, nur daß an Stelle des Kreisbogens die Sehne tritt. Es wird also hier die einem beobachteten Winkel entsprechende Sehne gemessen, zu der dann aus der Sehnentafel der zugehörige Winkel entnommen wird. Das Instrument wird vertikal aufgestellt und dient zum direkten Messen von Zenitdistanzen. Auf diese Messungen gründete Ptolemäus seine Bestimmung der Mondparallaxe, indem er geschickt die günstigsten Umstände, nämlich die Zeiten der größten und kleinsten Meridianhöhe des Mondes, benutzte. Die Meridianzenitdistanzen unterscheiden sich dann um $57^{\circ} 12'$, und diese große Verschiedenheit ist für die Bestimmung der Parallaxe besonders günstig. Ptolemäus fand für die Mondparallaxe den Wert $58'.7$, der nur um $1'.7$ zu groß ist; das ist für die Messungen mit dem primitiven Triquetrum gewiß ein ausgezeichnetes Resultat und ein schöner Beweis für die vortreffliche Beobachtungskunst des Ptolemäus.

Vervollkommenung der Parallaxenbestimmung, moderne Resultate.

Mit diesen Ergebnissen erschienen die Untersuchungen über Entfernungen im Raume auf lange Jahrhunderte hinaus abgeschlossen. Bis ins 17. Jahrhundert finden wir keine neue Methode entstanden. In der Tat hätte auch kein weiterer Fortschritt mehr erreicht werden können, da die Parallaxen aller Himmelskörper mit alleiniger Ausnahme der Mondparallaxe für das unbewaffnete Auge völlig unmerklich sind. Erst mit der Erfindung des Fernrohrs beginnt eine neue Ära in der Geschichte der praktischen Astronomie. Das bewaffnete Auge konnte jetzt der angewandten Vergrößerung entsprechend kleinere Winkelunterschiede wahrnehmen, und mit der Verschärfung des Sehens ging die rasche Vervollkommenung der Meßwerkzeuge und die Ausbildung der Beobachtungsmethoden Hand in Hand. Bisher kannte

man nur absolute Positionsbestimmungen, d. h. man bezog die beobachteten Richtungen immer direkt auf die fundamentalen Richtungen und Ebenen, die durch die Schwerkraft, die Rotationsachse der täglichen Drehung des Himmelsgewölbes und durch die Ebene der scheinbaren Sonnenbahn, die Ekliptik, gegeben sind. Durch die Einführung der mikrometrischen Messungen wurde man jetzt in die Lage gesetzt, die relative Lage zweier nahe in derselben Richtung erscheinenden Himmelskörper zu bestimmen, und hiermit war der Parallaxenbestimmung ein neuer und besserer Weg wie bisher gewiesen, nämlich die Methode der relativen Parallaxen.

Die Bestimmung der Parallaxe setzt immer die Beobachtung desselben Objekts von zwei verschiedenen Standpunkten aus voraus. Es läßt sich dies auf doppelte Weise erreichen. Man vergleicht die Beobachtungen, die von zwei verschiedenen Orten der Erde aus, also von zwei Beobachtern, zu gleicher Zeit gemacht sind, miteinander. Der Unterschied der beiden gleichzeitig beobachteten Richtungen führt zur Kenntnis der Parallaxe, deren Basis zunächst der Abstand der beiden Beobachtungsorte ist. Durch solche gleichzeitige Beobachtungen macht man sich von der eigenen Bewegung des Gestirns frei, man ist also von den Mond- oder Planetentafeln unabhängig, was bei dem zweiten Wege nicht der Fall ist. Dieser gründet sich darauf, daß sich die Erde im Raume bewegt, und daß irgendein Ort der Erde zu verschiedenen Zeiten andere Lagen im Raume einnimmt. Will man auf diese Weise die Parallaxe bestimmen, so muß man die Bewegung der Erde und des Gestirns kennen. Das so erhaltene Resultat ist daher mit den Fehlern der Mond- und Planetentafeln behaftet.

Die Erde führt zunächst zwei Bewegungen aus, die den Ort des Beobachters im Raume fortwährend ändern: eine tägliche Bewegung um die Erdachse und eine jährliche Bewegung um die Sonne. Die tägliche Bewegung geht vollkommen gleichförmig vor sich, und diese Gleichförmigkeit erkennen wir an der scheinbaren täglichen Bewegung der Fixsterne, zu deren Sphäre, wie die griechischen Astronomen sagten, die Erde im Verhältnis eines Punktes steht. Ist das Gestirn uns aber nahe genug, wie der Mond, so erscheint seine tägliche Bewegung gegenüber den Fixsternen durch die tägliche Parallaxe verändert. Diese Erscheinung mußte bei der großen Nähe des Mondes den Alten bereits auffallen, und wir haben gesehen, wie Ptolemäus seine Parallaxenbestimmungen mittels Messung von Zenitdistanzen ausführte. Diese Messungen wurden aber noch durch die Refraktion und durch ungenügende Kenntnis der Mondbewegung beeinflusst, Fehler, die Ptolemäus noch nicht vermeiden konnte.

Die moderne Astronomie beherrscht aber alle diese Einflüsse in hohem Maße und hat zu den genannten beiden Beobachtungsmethoden noch eine ganze Reihe anderer hinzugefügt, so daß uns jetzt die Mondparallaxe sehr genau bekannt ist. Sie beträgt nach Hansen in der mittleren Entfernung des Mondes

$$p_{\text{C}} = 57' 2'' \cdot 27$$

woraus sich als mittlere Entfernung des Mondes

$$\Delta_{\zeta} = 60.2741 a = 384452 \text{ km}$$

ergibt. Da ferner in der mittleren Entfernung der scheinbare Halbmesser des Mondes $15' 32''.59$ beträgt, so ergibt sich für die Mondkugel ein Durchmesser von 3476 km, d. i. etwa ein Viertel des Erddurchmessers.

Die Bedeutung
der Parallaxe
für die
Erkenntnis der
Ausdehnungen
im Weltenraum.

War, wie wir sahen, namentlich durch die Messung des Ptolemäus die Entfernung des Mondes schon ziemlich genau bekannt geworden, so herrschte doch über die Entfernung der Sonne noch bis zum Ausgang des Mittelalters völlige Unklarheit. Sowohl die Dichotomiebeobachtung des Aristarch als auch die Finsternisrechnung des Hipparch hatte auf eine Sonnenparallaxe von $3'$ geführt, und dieser Wert behielt daher über ein Jahrtausend lang seine Geltung. Bevor dieser durch den richtigen Wert von etwa $8''.8$ ersetzt, also die Sonnenentfernung von 1200 auf 24000 Erdradien hinausgerückt werden konnte, mußten einerseits die Beobachtungshilfsmittel durch die Erfindung des Fernrohrs (1608) wesentlich verschärft, andererseits neue theoretische Grundlagen der Planetenbewegung geschaffen werden. Gerade dieser letztere wichtige Fortschritt, die Entdeckung der Keplerschen Gesetze, ging nun wieder aus einer konsequenten und umfassenden Untersuchung des Einflusses der Parallaxe auf die scheinbaren Örter der Planeten am Himmel hervor — jedoch nicht der täglichen, sondern der jährlichen Parallaxe.

Erst nach der Annahme des Kopernikanischen Weltsystems konnte von einer jährlichen Parallaxe die Rede sein. Die Erde beschrieb nun um die Sonne eine ausgedehnte Bahn, von deren verschiedenen Punkten aus gesehen namentlich die Planeten sehr große parallaktische Verschiebungen erleiden mußten. Gerade diese Verschiebungen waren es, die den scheinbaren Lauf der Planeten am Himmel so kompliziert gestalteten und im Altertum zu der Epizykeltheorie den Anlaß gegeben hatten. Im nächsten Kapitel werden wir sehen, wie Kepler unter Benutzung der vortrefflichen Marsbeobachtungen Tycho Brahes die parallaktischen Verschiebungen dieses Planeten ermittelte und durch eine rein geometrische Berechnung der ganzen Marsbahn zu seinen bekannten Gesetzen gelangte, die in einer vorher ungeahnten Weise zur Ausmessung des ganzen Planetensystems und zur Erweiterung des Raumbegriffes beitragen sollten. Erst später wird daher von der genauen Bestimmung der Sonnenparallaxe und den planetarischen Entfernungen die Rede sein.

Auch die Fixsterne mußten nach der Kopernikanischen Lehre durch die jährliche Bewegung der Erde parallaktische Verschiebungen erleiden, und daß man solche auf keine Art nachweisen konnte, ist lange Zeit als ein gewichtiger Einwand gegen das neue Weltsystem erhoben worden. Nahm man aber, was ja für jeden Einsichtigen bald unabweisbar war, dieses System an, so mußten mit jeder Verfeinerung der Beobachtungen die Sternparallaxen kleiner und kleiner angenommen werden, um in den Bereich der Unmerkbarkeit zu rücken: jede Verschärfung der astronomischen Messungen schob die Grenzen des vom Menschengeniste umfaßten Raumes weiter und weiter hinaus. Auch darüber wird später noch eingehend zu berichten sein.

Literatur.

1. Allgemeine Angaben betreffend die Geschichte der Astronomie.

Will man sich von der allmählichen Entwicklung der astronomischen Weltanschauung, von der sich nach und nach vertiefenden Auffassung der uns unter dem Inbegriff des Himmels erscheinenden Außenwelt und von der Bedeutung, die dabei unser Standpunkt auf der Erde und die Erde selbst als Ganzes hat, ein Bild verschaffen, so muß man die Geschichte der Astronomie näher verfolgen. Man wird dann oft finden, daß selbst unseren ganz modernen Forschungen ein Gedankengang zugrunde liegt, der ebenso alt ist wie die Wissenschaft selbst, nur daß es früher an Mitteln und Wegen zu einer praktischen Durchführung fehlte. Erst hierdurch wird es möglich, unsern gegenwärtigen Kulturzustand in der richtigen Weise zu verstehen, abhängig von dem Wandel menschlicher Erkenntnis.

Von den Werken, die die Geschichte der Astronomie im allgemeinen behandeln, seien hier als hauptsächlichste erwähnt:

BAILLY, JEAN SYLVAIN, *Histoire de l'Astronomie ancienne depuis son origine jusqu'à l'établissement de l'École d'Alexandrie*. Seconde édition. Paris, 1781.

—, *Histoire de l'Astronomie moderne depuis la fondation de l'École d'Alexandrie jusqu'à l'époque de 1781*. Nouv. édition. 3 Vol. Paris, 1785.

—, *Traité de l'Astronomie indienne et orientale*, ouvrage qui peut servir de suite à l'Histoire de l'Astronomie ancienne. Paris, 1787.

DELABRE, JEAN BAPTISTE JOSEPH, *Histoire de l'Astronomie ancienne*. 2 Vol. Paris, 1817.

—, *Histoire de l'Astronomie du moyen âge*. Paris, 1819.

—, *Histoire de l'Astronomie moderne*. 2 Vol. Paris, 1821.

—, *Histoire de l'Astronomie au dix-huitième siècle*, publiée par C. L. MATHIEU. Paris, 1827.

Diese Reihe wird noch vervollständigt durch ein erst kürzlich herausgegebenes Werk DELAMBRES, das als eine Geschichte der Erdmessung gedacht war:

—, *Grandeur et Figure de la Terre*. Ouvrage augmenté de notes, de cartes, et publié par les soins de G. BIGOURDAN. Paris, 1912.

MÄDLER, JOH. HEINRICH V., *Geschichte der Himmelskunde von der ältesten bis auf die neueste Zeit*. 2 Bde. Braunschweig, 1873.

WOLF, RUDOLF, *Geschichte der Astronomie*. München, 1877.

Von mehr speziellem Charakter sind das die Zeit KEPLERS behandelnde und in vorzüglicher Weise dargestellte Werk:

APELT, E. F., *Die Reformation der Sternkunde*. Ein Beitrag zur deutschen Kulturgeschichte. Jena, 1852,

ferner das mehr auf eine Philosophie der Wissenschaften hinielende Werk:

WHEWELL, WILLIAM, *Geschichte der inductiven Wissenschaften von der frühesten bis zu unserer Zeit*. Nach dem Englischen mit Anmerkungen von J. J. v. LITTROW. 3 Teile. Stuttgart, 1840—41.

Für die Zeit des klassischen Altertums namentlich kommen in Betracht als allgemeine Werke:

HEIBERG, J. L., *Naturwissenschaften und Mathematik im klassischen Altertum*. Leipzig, 1912.

HOPPE, EDMUND, *Mathematik und Astronomie im klassischen Altertum*. Heidelberg, 1911.

SARTORIUS, MAX, *Die Entwicklung der Astronomie bei den Griechen bis Anaxagoras und Empedokles*, im besonderen Anschluß an Theophrast. Inauguraldissertation. Halle, 1883.

SCHAUBACH, JOH. KONRAD, *Geschichte der griechischen Astronomie bis auf Eratosthenes*. Göttingen, 1802.

und insbesondere die astronomische Geographie berücksichtigend:

ÖTTINGER, LUDW., Die Vorstellungen der alten Griechen und Römer über die Erde als Himmelskörper. Freiburg, 1850.

SCHAEFER, H. W., Die astronomische Geographie der Griechen bis auf Eratosthenes. Progr. Flensburg, 1873.

Die Entwicklung der mathematischen Geographie behandelt in eingehender Weise und unter Angabe einer reichhaltigen Literatur das Werk:

GÜNTHER, SIEGMUND, Handbuch der mathematischen Geographie. Stuttgart, 1890.

Auch mag hier noch der Abhandlung:

ITTER, FR. CARL REINH., Über den Begriff des Horizontes, insbesondere des geographischen oder natürlichen, und dessen geschichtliche Entwicklung. Progr. Marburg, 1857 gedacht werden.

2. Besondere Angaben zu den einzelnen Abschnitten.

Zu Abschnitt I.

S. 177. In einer seiner populären Vorlesungen sagt der unsterbliche BESSEL, daß man nach den Graden der Fortschritte im Verstehen des Buches der Natur in der bisherigen Geschichte des Menschengeschlechtes vier Perioden unterscheiden kann. Die erste liegt vor der Sintflut, in ihr lernt das Menschengeschlecht das Gehen und treibt Kinderspiele, ohne sich weiter um das Buch der Natur zu kümmern. Die zweite Periode umfaßt die Psalmen DAVIDS und die Gesänge HOMERS, in ihr lernt man seine Buchstaben kennen, ohne einen Zusammenhang zu ahnen. Die dritte Periode beginnt nach HOMER, es ist die des Buchstabierens. Die vierte Periode endlich ist die des Lesens, sie beginnt mit NEWTON.

Über den Zustand der Himmelskunde in den beiden ersten Perioden läßt sich nur wenig berichten, mit der dritten beginnt aber ihre Entwicklung als Wissenschaft. Alle menschliche Erkenntnis fängt mit dem Augenschein an, und so finden wir auch hier zunächst das Bestreben, alle Vorgänge im Weltall so zu deuten, wie sie uns erscheinen. Der nächste Schritt besteht in der Erkenntnis der Vorgänge, wie sie tatsächlich sind. Endlich, und hier setzt die vierte Periode ein, sucht man nach allgemeinen Gesetzen, die als Ursache aller Vorgänge angesehen werden können. Drei große Fragen an die Natur sind es, die im Laufe der dritten und vierten Periode nacheinander beantwortet werden, nämlich: wie erscheint es, wie ist es, und warum ist es so? Hierdurch wird in natürlicher Weise Form und Inhalt des ursprünglichen Lehrgebäudes der Astronomie bestimmt, das sich in einen sphärischen, einen theorischen und einen physischen Teil gliedert, und wir finden diese Dreiteilung in der Geschichte der Astronomie dokumentiert durch die klassischen Werke von PTOLEMAEUS, KOPERNIKUS, KEPLER und NEWTON. Durch die Anwendung der Photographie und Spektralanalyse auf die Himmelskörper ist seit etwa Mitte des vorigen Jahrhunderts ein ganz neuer Zweig, die Astrophysik, hinzugetreten, die, so abgesondert sie auch durch ihre Aufgabe, die physikalische Beschaffenheit der Himmelskörper zu studieren, dazustehen scheint, doch auch neue Gesichtspunkte über die Bewegungen und Entfernungen im Raume eröffnet und eine wesentliche Ergänzung der eigentlichen Astronomie bildet.

S. 178. Die μεγάλη σύνταξις des CLAUDIUS PTOLEMAEUS scheint gegen 160 n. Chr. beendet worden zu sein. Durch die Übersetzung der Araber erhalten geblieben, erschien sie zuerst 1538 aus der Baseler Druckerei von JOHANNES WALDER (Valderus). Diese editio princeps wurde von SIMON GRYNÆUS besorgt. 1813—16 erschien eine französische Ausgabe durch den Abbé NICOLAS HALMA; sie fand besonders wegen der von DELAMBRE gegebenen Anmerkungen bei den Astronomen große Anerkennung, obwohl sie vom Standpunkte des Philologen nicht einwandfrei ist. 1898 und 1903 wurde durch J. L. HEIBERG eine Ausgabe besorgt, die ganz und gar der modernen Textkritik entspricht und durch die Übersetzung von KARL MANITIUS (Leipzig, 1912) der Allgemeinheit zugänglich gemacht wurde. Eingereiht ist diese Ausgabe in die Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana.

Im Almagest finden wir die Grundlagen der ebenen wie sphärischen Trigonometrie vollständig entwickelt, wenn auch noch nicht in der uns gebräuchlichen Form. Das Werk

enthält somit die einzige Trigonometrie des Altertums. Eine Darstellung derselben gibt FR. W. WILBERG in seinen beiden Programmabhandlungen: Die Trigonometrie der Griechen, aus dem *Almagest* des Ptolemäus dargestellt (Essen, 1838/39).

Wie M. CHASLES in seiner Geschichte der Geometrie (deutsch von SOHNCKE. Halle, 1839) angibt, gebührt APOLLONIUS der Ruhm, die Geometrie auf die Astronomie angewandt zu haben, da man ihm die Theorie der Epizykel zuschreibt.

Eine deutsche Ausgabe der *De revolutionibus orbium coelestium libri VI* des NIK. KOPERNIKUS wurde von C. L. MENZZER und Dr. M. CANTOR (Thorn, 1879) besorgt.

S. 179. Eine Gesamtausgabe der Werke KEPLERS besorgte CH. FRISCH in 8 Bänden (Frankfurt a. M., 1858—71). Im Vol. III ist die *Astronomia nova*, im Vol. V die *Harmonia mundi* wiedergegeben.

S. 180. NEWTONS Prinzipien wurden erst durch die mannigfachen, mit Anmerkungen versehenen Ausgaben und Übersetzungen zugänglicher. Die von NEWTON selbst noch besorgte editio ultima erschien 1723 zu Amsterdam. Die von TH. LE SEUR und F. JACQUIER besorgte erste Genfer Ausgabe erschien 1739—42 in 3 Bänden. Eine deutsche Ausgabe besorgte J. P. WOLFERS (Berlin, 1872).

Zu Abschnitt II.

S. 181. Über die Vorstellungen von der Welt im Alten Testament entwirft G. SCHIAPARELLI ein anschauliches Bild in: Die Astronomie im Alten Testament, übersetzt von W. LUEDTKE (Gießen, 1904).

S. 182. ALEXANDERS DES GROSSEN Zug war, wie sich A. v. HUMBOLDT (*Kosmos II*) ausdrückt, eine wissenschaftliche Expedition im eigentlichsten Sinne des Wortes.

Über die Anschauung des THALES berichtet uns SENECA in *Naturalium quaestionum libri VII*.

S. 183. ARISTOTELES gibt eine Zusammenstellung der bisherigen Ansichten über die Gestalt der Erde in *De coelo libri IV*.

Die Äußerung PLATOS findet man in seinem: *Timaeus Locrus* oder Weltall und Weltseele.

Die Anschauungen des PARMENIDES und EMPEDOKLES entwickelt E. F. APELT in seiner Schrift: *Parmenidis et Empedoclis doctrina de mundi structura* (Jena, 1857).

Die Schrift des ARCHIMEDES *περί τῶν ὀχουμένων* ist nicht im Urtext vorhanden. Von F. COMMANDINUS wurde sie ins Lateinische übersetzt (vgl. A. G. KÄSTNER, Geschichte der Mathematik II); eine deutsche Übersetzung gab NIZZE heraus (Stralsund, 1824).

S. 184. KLEOMEDES Ansichten und Erwägungen finden wir in seiner *κυκλική θεωρία μετεώρων* zusammengestellt.

S. 185. Über die Entwicklung der Lehre von der Kugelgestalt der Erde im Mittelalter entwerfen die beiden Schriften von SIEGM. GÜNTHER: Studien zur Geschichte der mathematischen und physikalischen Geographie. 1. Heft: Die Lehre von der Erdrundung und Erdbewegung im Mittelalter bei den Occidentalen (Halle a. S., 1877). 2. Heft: Die Lehre von der Erdrundung und Erdbewegung im Mittelalter bei den Arabern und Hebräern (Halle a. S., 1877) ein reichhaltiges Bild.

S. 186. JOH. DE SACROBOSCO (auch Sacrobusto) hatte gegen Ende des 13. Jahrhunderts eine *Sphaera mundi* verfaßt. Sie stellt Auszüge aus den Werken von PTOLEMAEUS, ALFRAGANUS, ALBATEGNIUS u. a. zusammen, ohne etwas Neues zu geben. Damit war aber ein leicht verständliches und den geringen Anforderungen der damaligen Zeit vollauf genügendes Lehrbuch geschaffen. Diesem Umstande hatte das Buch auch nur sein Ansehen zu verdanken, ein Ansehen, das so weit ging, daß jeder, der sich berufen fühlte, über Astronomie zu schreiben, den Namen SACROBOSCO an die Spitze seines Werkes setzen zu müssen glaubte. Die *Sphaera mundi* war eines der ersten astronomischen Werke, das durch Druck vervielfältigt wurde; 1472 wurde es durch ANDREAS GALLUS zu Ferrara besorgt.

Zu Abschnitt III.

S. 186. ARISTOTELES berichtet in seinem bekannten Werk *De coelo*, daß die Mathematiker den Erdumfang zu 40 Myriaden Stadien annehmen; hiermit kann er aber wohl nur griechische Mathematiker meinen und nicht, wie BAILLY annimmt, Völker einer noch weiter zurückliegenden Zeit.

In seiner Sandrechnung (Arenarius, $\Psi\alpha\mu\mu\iota\tau\eta\varsigma$) gibt ARCHIMEDES an, daß manche den Erdumfang zu 30 Myriaden Stadien annehmen, womit er wohl Angaben von ARISTARCHOS und EUDOXOS meint.

KLEOMEDES ist der einzige Schriftsteller, der uns über die Arbeiten des ERATOSTHENES und POSIDONIUS in seiner $\kappa\upsilon\kappa\lambda\iota\kappa\eta\ \theta\epsilon\omega\rho\iota\alpha\ \mu\epsilon\tau\epsilon\omega\rho\omega\nu$ berichtet.

Über das Skaphium des ARISTARCH berichtet uns VITRUVIUS. Der Schatten des Gnomon fiel hier nicht auf eine horizontale Fläche, sondern auf die Innenseite einer um den Gnomon als Radius geschlagenen Kugelfläche. Man las hier also direkt die Größe des Bogens, nicht die Tangente des Bogens ab.

S. 187. Wieweit die alten Messungen mit der Wirklichkeit übereinstimmen, läßt sich nicht nachweisen, da wir die Länge des Stadiums nicht sicher kennen. Auch gab es verschiedene Arten von Stadien, so daß wir auch noch in diesem Punkte im ungewissen sind. LEPSIUS will zwar in seiner Abhandlung: Das Stadium und die Gradmessung des Eratosthenes auf Grundlage der ägyptischen Maße (Zeitschr. f. ägyptische Sprache und Altertumskunde, 15. Jahrg.) das sogenannte ägyptische Stadium ziemlich sicher bestimmt haben und unter Berücksichtigung der verschiedenen Fehlerquellen die Messung des ERATOSTHENES bis auf 14% richtig halten, allein es ist dies doch sehr schwer zu entscheiden, da man sich eben wegen der Willkürlichkeit des Maßstabes leicht zu Trugschlüssen verleiten läßt. Man kann nur sagen, daß die Größenordnung sicher gestellt war.

Die Annahmen in den geographischen Positionen der Orte waren noch recht mangelhaft; besonders was die geographische Länge anlangte, mußte man sich auf bloße Schätzungen beschränken, so daß die ersten Versuche, die Erde durch Karten darzustellen, noch sehr der Willkür unterworfen waren. Über diese Versuche gibt uns FR. WILBERG in seiner Programmabhandlung: Das Netz der allgemeinen Karten des Eratosthenes und Ptolemaeus (Essen, 1834) ein anschauliches Bild.

Die Gradmessungen des Altertums sowie die Meinungen der Alten über die Größe der Erde findet man eingehender erörtert in der Programmabhandlung von WILL. ABENDROTH: Darstellung und Kritik der ältesten Gradmessungen (Dresden, 1866) und in der Inauguraldissertation von JOHN CHRIST. LOW: De iis, quae veteres philosophi de magnitudine telluris memoriae prodiderunt (Lugduni Batavorum, 1808).

S. 188. Über die arabische Messung berichtet uns ALFRAGANI rudimenta astronomiae et ALBATEGNII liber de motu stellarum, ex observationibus tum propriis tum PTOLEMAEI; cum JO. DE REGIOMONTE oratione introductoria, demonstrationibus geometricis et additionibus. Beide Werke wurden 1537 zu Nürnberg von MELANCHTHON herausgegeben.

Das eigenartige Messungsverfahren FERNELS, das trotz seines rohen Apparates zu einem verhältnismäßig guten Resultat führte, findet man in seiner: Cosmotheria seu de forma mundi et de corporibus coelestibus libri duo (Paris, 1528) beschrieben.

Die bahnbrechende Vermessungsarbeit des SNELLIUS, die Methode der Triangulation, ist in seinem Werke: Eratosthenes Batavus seu de terrae ambitus vera quantitate suscitatus (Leiden, 1617) eingehend beschrieben. Die nach gleichem Muster ausgeführte Gradmessung PICARDS wurde unter dem Titel: La mesure de la Terre (Paris, 1671) herausgegeben.

S. 189. Das Ergebnis der Gradmessung, die als Erweiterung der PICARDSchen Messung zur Entscheidung der Frage der Abplattung dienen sollte, gibt JACQUES CASSINI (CASSINI II.) in seinem Traité de la grandeur et de la figure de la Terre (Paris, 1720).

S. 190. Die für die Frage der Abplattung entscheidenden Messungen in Peru und Lappland sind hauptsächlich durch die Werke: BOUGUER, La figure de la Terre (Paris, 1749); DE LA CONDAMINE, Mesure des trois premiers degrés du méridien dans l'hémisphère australe (Paris, 1751) und MAUPERTUIS, La figure de la Terre (Paris, 1738) in die Öffentlichkeit gelangt.

S. 191. WALBECK war der erste, der die Methode der kleinsten Quadrate auf die Kombination mehrerer Gradmessungen anwandte. In seiner Dissertatio de forma et magnitudine telluris ex dimensionibus arcus meridiani dimetiendis (Åbo, 1819) legt er der Berechnung der Erddimensionen sechs Breitengradmessungen zugrunde. BESSEL hat seine berühmte Aus-

gleichung in den *Astronom. Nachrichten* Bd. 14 gegeben mit einer nachträglichen Korrektur in Bd. 19.

Für die Entwicklung der Erdmessung möge hier noch auf die folgenden Aufsätze hingewiesen werden: F. W. BESSEL, Über das, was uns die Astronomie von der Gestalt und dem Inneren der Erde lehrt (Nr. 2 der Populären Vorlesungen über wissenschaftliche Gegenstände. Herausgegeben von H. C. SCHUMACHER, Hamburg, 1848); L. POSCH, Geschichte und System der Breitengradmessungen. Eine Inauguraldissertation (Freysing, 1860); A. NAGEL, Die Hauptmomente der Entwicklungsgeschichte der Gradmessungen (Dresden, 1873); ERNST MAYER, Über die Gestalt und Größe der Erde. Eine historisch-geodätische Studie (Fiume, 1876).

Die Bezeichnung Geoid hat LISTING zuerst in einer kleinen Abhandlung: Über unsere jetzige Kenntnis der Gestalt und Größe der Erde (Göttingen, 1872) gegeben. Die Definition des Geoids wurde aber bereits klar und deutlich von C. F. GAUSS in seiner: Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona durch Beobachtungen am Ramsdenschen Zenithsector (Göttingen, 1828) und von BESSEL in *Astronom. Nachr.* Bd. 14 aufgestellt. In seiner Abhandlung: Die Figur der Erde. Ein Beitrag zur europäischen Gradmessung (Publikation des Kgl. Preuß. Geodätischen Institutes. Berlin, 1878) macht H. BRUNS einige Einschränkungen und gibt eine schärfere Fassung der Aufgabe der Geodäsie. Als Fortsetzung seiner obengenannten Abhandlung gab LISTING noch die folgende: Neue geometrische und dynamische Konstanten des Erdkörpers (Göttingen, 1878) heraus, wo er die auf physikalischem Wege ermittelten Konstanten, nämlich Schwerkraft und Länge des Sekundenpendels, als dynamische bezeichnet.

S. 192. Die erste in Deutschland ausgeführte Bestimmung der Längendifferenz mit Hilfe des elektrischen Telegraphen fand 1858 zwischen Altona und Schwerin statt; vgl. C. A. F. PETERS, Über die Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen Altona und Schwerin, ausgeführt im Jahre 1858 durch galvanische Signale (Altona, 1861).

Der Entwurf zu einer mitteleuropäischen Gradmessung ist von J. J. BAEYER in seiner Schrift: Über die Größe und Figur der Erde. Eine Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung nebst einer Übersichtskarte (Berlin, 1861) niedergelegt. Über den Fortgang der Arbeiten in allen Ländern geben die Verhandlungen und Publikationen der Internationalen Erdmessung laufenden Bericht.

S. 193. Eine treffliche Darstellung der Begriffe Geoid und Erdellipsoid sowie der Grundlagen zu ihrer Bestimmung geben die beiden Schriften: A. BÖRSCH, Die Grundlagen der Bestimmung der Erdgestalt (Leipzig, 1905) und F. R. HELMERT, Geoid und Erdellipsoid. Vortrag gehalten am 16. Dez. 1912 (Berlin, 1913). Eine ausführliche Übersicht aller Bestrebungen, Figur und Größe der Erde zu bestimmen, und deren Resultate gibt G. PERRIER, La figure de la Terre. Revue de Géographie annuelle. Tome II (Paris, 1908) sowie die bereits anfangs erwähnte Geschichte der Erdmessung von DELAMBRE.

S. 194. Betreffs der neuesten Bestimmungen der Erddimensionen vgl. F. R. HELMERT, Die Größe der Erde. 1. Mitteil. (Sitzungsber. d. Kgl. Preuß. Akademie der Wiss. Physikal.-math. Classe. Berlin, 1906) und JOHN F. HAYFORD, The Figure of the Earth and Isostasy from Measurements in the United States (Washington, 1909) nebst der Ergänzung: Supplementary Investigations in 1909 of the Figure of the Earth and Isostasy (Washington, 1910).

Zu Abschnitt IV.

S. 194. Einen allgemeinen Überblick über die Entstehung der Maße und Maßsysteme und über die Bestrebungen, sie zu regulieren und zu verwalten, geben: F. W. BESSEL, Über Maß und Gewicht im allgemeinen und das Preußische Längenmaß im besonderen (Nr. 8 der Populären Vorlesungen über wissenschaftliche Gegenstände. Herausgegeben von H. C. SCHUMACHER. Hamburg, 1848); C. A. NAGEL, Über Urmaße und Maßsysteme. Vortrag (Dresden, 1858); W. FOERSTER, Gemeinsames Maaß und Gewicht und der Pariser Vertrag vom 20. Mai 1875 (Nr. 2 der Sammlung von Vorträgen und Abhandlungen, 2. Folge. Berlin, 1887); W. BLOCK, Maße und Messen (Leipzig, 1913).

Über die im Altertum angewandten Maße und über Versuche, sie mit neueren Maßen zu vergleichen, ist viel geschrieben worden. Hier seien nur folgende Arbeiten erwähnt:

G. GROSSE, Metrologische Tafeln über die alten Maaße, Gewichte und Münzen Roms und Griechenlands, nebst dem Verhältniß derselben gegen bekannte französische und deutsche, zur Erklärung alter Schriftsteller, nach Hrn. ROME DE L'ISLE. Mit einigen Berichtigungen von Herrn Hofrath KÄSTNER (Braunschweig, 1792); L. IDELER, Über die Längen- und Flächenmaße der Alten. 3 Teile (Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften zu Berlin, hist.-philolog. Klasse. Berlin, 1813/27); JOH. FR. WURM, De ponderum, nummorum, mensurarum, ac de anni ordinandi rationibus apud Romanos et Graecos (Stutgardiae, 1821); L. FENNER VON FENNEBERG, Untersuchungen über die Längen-, Feld- und Wegemaße der Völker des Alterthums, insbesondere der Griechen und der Juden (Berlin, 1859); F. HULTSCH, Griechische und römische Metrologie (Berlin, 1862); R. LEPSIUS, Die Längenmaße der Alten (Berlin, 1884).

S. 198. Die berühmte Gradmessung zwischen Dünkirchen und Barzelona und die Begründung des metrischen Systems behandelt das Werk: *Base du système métrique décimal, ou mesure de l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et Barcelone, exécutée en 1792 et années suivantes*, par MM. MÉCHAIN et DELAMBRE, rédigée par M. DELAMBRE, 3 Tomes (Paris, 1806—10). Eine teilweise Übersetzung ist in letzter Zeit von W. BLOCK (Ostwalds Klassiker Nr. 181. Leipzig, 1911) herausgegeben worden. Ferner sei hier noch erwähnt: FRED. A. P. BARNARD, *The metric system of weights and measures*. Revised edition (New-York, 1872); G. BIGOURDAN, *Le système métrique des poids et mesures* (Paris, 1901).

S. 199. Das Internationale Maß- und Gewichtsbureau in Paris gibt Berichte und Abhandlungen über seine fortlaufenden Arbeiten heraus. Von den *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures publiées sous l'autorité du Comité international*, par le directeur du Bureau erschien Tome I 1881 zu Paris.

Durch Gesetz vom 17. August 1868 wurde vom Norddeutschen Bunde das metrische System in Deutschland eingeführt. Organisation und Verwaltung des ganzen Maß- und Gewichtswesens unterstehen der Kaiserl. Normal-Aichungs-Kommission, deren Veröffentlichungen ursprünglich unter dem Titel: „Metronomische Beiträge“ herausgegeben wurden. Von den 7 Heften, die zu Berlin 1870—90 erschienen, ist besonders Heft 5 bemerkenswert: *Zur Geschichte und Kritik der Toisen-Maß-Stäbe*. Ein Beitrag zur definitiven Einordnung der auf das altfranzösische System begründeten Messungen in das metrische System. Von C. F. W. PETERS (Berlin, 1885). Die „Beiträge“ werden noch jetzt unter dem Titel: „Wissenschaftliche Abhandlungen“ fortgesetzt.

Für die Vergleichung der verschiedenen Normalmaße untereinander kommen hauptsächlich in Betracht: H. W. DOVE, *Über Maaß und Messen oder Darstellung der bei Zeit-, Raum- und Gewichtsbestimmungen üblichen Maaße, Meßinstrumente und Meßmethoden*, nebst Reductionstafeln. 2. Aufl. (Berlin 1835); F. W. BESSEL, *Darstellung der Untersuchungen und Maaßregeln, welche, in den Jahren 1835 bis 1838, durch die Einheit des Preußischen Längenmaßes veranlaßt worden sind* (Berlin, 1839); H. JAMES, *Comparisons of the Standards of Length of England, France, Belgium, Prussia, Russia, India, Australia, made at the Ordnance Survey Office, Southampton, by Captain A. CLARKE*. Vol. I (London, 1866); *Maßvergleichungen*. Herausgegeben von dem Centralbureau der Europäischen Gradmessung (unter J. J. BAEYER). 2 Hefte (Publikat. des Kgl. Preuß. Geodätischen Instituts. Berlin, 1872—76); F. R. HELMERT, *Die Europäische Längengradmessung in 52 Grad Breite von Greenwich bis Warschau*. 1. Heft: *Hauptdreiecke und Grundlinienanschlüsse von England bis Polen* (Berlin, 1893). (Veröffentl. des Kgl. Preuß. Geodät. Instituts und Centralbureaus der Internat. Erdmessung.) Hier kommt namentlich das 4. Kapitel in Betracht, das die Grundlinien und ihre Anschlüsse an das Hauptnetz behandelt. In Band XII der *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures* (Paris, 1902) gibt J. RENÉ BENOÎT eine *Détermination du rapport du Yard au Mètre*. England hält noch jetzt an seiner alten Maßeinheit, dem Yard, und an der Duodezimaltheilung fest. 1 Yard ist gleich 3 engl. Fuß, der Fuß zu 12 Zoll gerechnet. Für die Beziehung des englischen Fußes zu dem Meter hat man

$$1 \text{ Meter legal} = 3.28086938 \text{ engl. Fuß}$$

$$1 \text{ „ internat.} = 3.28082556 \text{ „ „}$$

S. 200. Es ist interessant, die ebenso wichtigen wie mühevollen Versuche zu verfolgen, die die Wellenlänge des Lichtes zur Ausmessung des Meters nutzbar zu machen bestrebt sind. Die grundlegende Arbeit findet man im XI. Bande der *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures* (Paris, 1895) wiedergegeben als: *Détermination expérimentale de la valeur du mètre en longueurs d'ondes lumineuses* par M. ALBERT A. MICHELSON. *Mémoire traduit sur le manuscrit anglais par M. J. RENÉ BENOÎT*. Man vergleiche hierzu ev. das Kapitel über Interferenz des Lichtes in MÜLLER-POUILLETS Lehrbuch der Physik und Meteorologie, 9. Aufl., Band II, 1 (Braunschweig, 1897).

Zu Abschnitt VI.

S. 204. Die klassische Abhandlung ARISTARCHS ist uns noch erhalten geblieben. Eine lateinische Übersetzung trägt den Titel: *Aristarchi de magnitudinibus et distantis solis et lunae liber, cum Pappi explicationibus*. A. F. COMMANDINO latine, cum comment. Pisauri 1572. Eine deutsche Übersetzung erschien von A. NOKK als Beilage zu dem Freiburger Lyzeums-Programme von 1854. Eine neue Ausgabe obiger Abhandlung nebst englischer Übersetzung und inhaltreichen geschichtlichen Untersuchungen über die griechische Astronomie erschien soeben unter dem Titel *Aristarchus of Samos* von Sir THOMAS HEATH (Oxford, 1913).

Auf welche Weise er den Wert für den scheinbaren Durchmesser des Mondes erhalten hat, gibt er selbst uns nicht an, dagegen hat uns AMBROS. THEODOS. MACROBIUS in seinen *Commentarii in Ciceronis somnium Scipionis* (*Opera quae supersunt* Vol. 1, Quedlinburgi, 1848) eine Methode überliefert, die vielleicht in ähnlicher Weise von ARISTARCH angewandt wurde und auf der Messung des scheinbaren Durchmessers der Sonne beruht, den er dem Durchmesser des Mondes gleichsetzt. In der Zeit, wo die Sonne im Äquator steht, wird an dem von ihm erfundenen Skaphium der Schatten in seiner Ausdehnung vom ersten Augenblick des Erscheinens über dem Horizont an bis zu dem Moment, wo gerade der untere Rand der Sonne den Horizont berührt, gemessen. Wie uns ARCHIMEDES in seinem *Arenarius* berichtet, nahm ARISTARCH den Sonnendurchmesser zu $\frac{1}{720}$ der Sonnenbahn, also zu 30 Bogenminuten an.

S. 206. Auf die von PTOLEMAEUS in seinem *Almagest* angeregten Untersuchungen und Beobachtungen zur Bestimmung der Mondparallaxe geht in anschaulicher Weise die Abhandlung von K. MANITIUS, *Die Parallaxen des Mondes und seine Entfernung von der Erde nach Ptolemäus* (Weltall, 10. Jahrg.) ein.

Die Arbeiten des POSIDONIUS kennen wir nur durch KLEOMEDES aus seiner *κυκλική θεωρία μετεώρων*. Eine eingehendere Untersuchung über diese Arbeiten stellt FRIEDR. HULTSCH an in der Schrift: *Poseidonios über die Größe und Entfernung der Sonne* (Abhandl. der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Phil.-hist. Klasse. N. F. Bd. 1 Nr. 5. Berlin, 1897).

Die scheinbare Gestalt und Größe des Himmelsgewölbes ist schon mehrfach der Gegenstand eifriger Diskussion gewesen. So gibt A. G. KÄSTNER in dem Vollständigen Lehrbegriff der Optik nach Herrn ROB. SMITHS Englischem mit Änderungen und Zusätzen (Altenburg, 1755) im 1. Buch Kap. 5 den Versuch einer Darstellung psychologischer Täuschungen. Neuerdings ist ein interessanter Aufsatz von WILH. FILEHNE: *Über die scheinbare Form des Himmelsgewölbes und die scheinbare Größe der Gestirne und Sternbilder* (Deutsche Revue, Nov. u. Dez. 1912) erschienen. Den Versuch einer mathematischen Bestimmung der Gestalt macht M. DROBISCH in der Schrift: *Über die Bestimmung der Gestalt des scheinbaren Himmelsgewölbes* (Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss., Jahrgang 1854); und E. REIMANN in: *Beiträge zur Bestimmung der Gestalt des scheinbaren Himmelsgewölbes*. 2 Teile (Progr. Hirschberg, 1890/91).