universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Elektrodynamische Maassbestimmungen insbesondre über elektrische Schwingungen

Weber, Wilhelm

Leipzig, 1864

II. Schwingungsbeobachtungen

urn:nbn:at:at-ubi:2-5938

Products $r\mathfrak{S}$ ein, deren Erwerbung, nach dem durch die entwickelten Gesetze gegebenen Leitfaden, durch feine und genaue Beobachtungen über die *Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Gestalt der Kette* zu versuchen, sich als das Zweckmässigste herausstellt.

Hiezu ist aber die genaueste Kenntniss der *Verhältnisse,* unter welchen über diese Abhängigkeit sichere Bestimmungen zu erlangen sind, nothwendig, deren Erörterung, wie schon bemerkt, im folgenden Abschnitte dieser Abhandlung mit der Erörterung der Mittel zur wirklichen Darstellung verbunden werden soll.

II.

SCHWINGUNGSBEOBACHTUNGEN.

24.

Methode der Beobachtung.

Nach dem im vorigen Abschnitte für die Beobachtungen gegebenen Leitfaden sollen hauptsächlich die *Amplituden-* und *Phasendifferenzen elektrischer Schwingungen* in geschlossenen Leitern beobachtet und gemessen werden. Zu diesen Beobachtungen und Messungen lassen sich nun aber keine *Galvanometer*, wie zur Beobachtung und Messung der *Intensitäten beharrlicher Ströme* gebrauchen. Denn ist im Multiplicator eines Galvanometers eine *elektrische Schwingung,* statt eines beharrlichen Stromes, vorhanden, so kann die Galvanometernadel nicht in Ruhe und Gleichgewicht bleiben, sondern muss gleichfalls Schwingungen machen, die desto kleiner werden, je kleiner der Bruchtheil ist, welchen die elektrische Schwingungsdauer von der Schwingungsdauer der Magnetometernadel bildet; würden nun aber diese Schwingungen verschwindend klein, so würde sich die Galvanometernadel ganz ebenso verhalten, wie wenn gar keine elektrische Schwingung im Multiplicator vorhanden wäre, sie würde ohne irgend eine Ablenkung in derselben Gleichgewichtslage verharren, so dass aus der Beobachtung des Galvanometers über das Vorhandensein einer elektrischen Schwingung im Multiplicator gar nichts bestimmt werden könnte. Die Beobachtung *elektrischer Schwingungen*, und namentlich die Messung ihrer *Amplituden-* und *Phasendifferenzen,* fordert daher, dass der geschlossene Leiter, in welchem die

Schwingungen statt finden, nicht bloss einen *Multiplicator*, wie zu einem *Galvanometer*, sondern auch ein als Drehwage aufgehangenes *Solenoid* bildet, welches zusammen mit dem *Multiplicator* ein *Elektrodynamometer* darstellt, dessen Construction schon in der ersten Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen (Abh. bei Begründung der K. S. Ges. d. Wiss. Leipzig 1846) beschrieben, und dessen Gebrauch zur Beobachtung *elektrischer Schwingungen* daselbst im Allgemeinen erörtert und an einem Beispiele erläutert worden ist.

Es soll nun hier im Besondern die Methode, aus Dynamometerbeobachtungen *Amplituden-* und *Phasendifferenzen elektrischer Schwingungen* in geschlossenen Leitern zu bestimmen, näher betrachtet werden, wobei zur Vereinfachung der Betrachtung vorausgesetzt werden möge, dass der vom Leiter, in welchem die Elektricität schwingt, gebildete *Multiplicator*, gleich dem Multiplicator einer Tangentenboussole, einen verticalen Ring von grösserem Halbmesser bilde, in dessen Mittelpunkte das in einem möglichst kleinen Raume concentrirte, von demselben Leiter gebildete, *Solenoid*, welches an die Stelle der drehbaren *Nadel* im Galvanometer tritt, aufgehangen sei.

Zwischen dieser *Nadel* und jenem vom Leiter, in welchem die elektrische Schwingung statt findet, gebildeten *Solenoide* findet nun aber der wesentliche Unterschied statt, dass die *Nadel* ein *constantes magnetisches Moment* besitzt, auf welches der beharrliche Strom im Multiplicator wirkt, während das *Solenoid* ein *galvanisches Moment* besitzt, was zwar nach dem Ampère'schen Gesetze, bei gleicher Grösse, dem magnetischen Nadelmomente ganz *äquivalent* sein würde, das aber bei einer *elektrischen Schwingung* im Solenoide nicht constant, sondern mit der Phase der elektrischen Schwingung *variabel* ist. Auf dieses *variabele galvanische Moment* des Solenoids wirkt nun ferner vom Multiplicator aus kein beharrlicher Strom, sondern die im Multiplicator vorhandene *elektrische Schwingung*, deren Einwirkung auf das Solenoid ebenfalls mit der Schwingungsphase *variabel* ist.

Bezeichnet man mit a und n den mittleren Halbmesser und die Zahl der Umwindungen des *Multiplicators*, und ebenso mit a' und n' die des *Solenoids*, ferner mit i und i' die Strömungsintensitäten im Multiplicator und Solenoide, nach dem in der Galvanometrie gebrauchten *absoluten magnetischen Maasse* ausgedrückt, wonach $\frac{c}{\sqrt{8}}\,idt$ und $\frac{c}{\sqrt{8}}\,i'dt$ die Menge positiver Elektricität ist, welche während des Zeitelements dt durch den

Querschnitt des Leiters geht; so sind $n\pi aai$ und $n'\pi a'a'i'$ die *galvanischen Momente* des Multiplicators und Solenoids. Das doppelte Product dieser beiden galvanischen Momente dividirt durch den Cubus des Abstands des im Mittelpunkte concentrirten Solenoids vom Multiplicatorringe a giebt die vom Multiplicator auf das Solenoid ausgeübte *Directionskraft*, welche mit dem Sinus des Winkels, den die Solenoidaxe mit der Multiplicatoraxe bildet, multiplicirt, oder, was dasselbe ist, mit dem Cosinus des Ablenkungswinkels φ multiplicirt, den die Solenoidaxe mit der Ringebene des Multiplicators bildet, das vom Multiplicator auf das Solenoid ausgeübte *Drehungsmoment* darstellt, nämlich

$$= 2\,\frac{n\pi aai.n'\pi a'a'i'}{a^3}\,.\,\cos\varphi\,.$$

Bei der vollkommenen Analogie, die hierin zwischen der Theorie des *Elektrodynamometers* mit der des *Galvanometers* statt findet, bedarf es keiner weiteren Erörterung hierüber, sondern wir können sogleich, bei Betrachtung des Gebrauchs des Instruments, auf den Fall übergehen, wenn in dem Leitungsdrahte, zu dem auch der Multiplicator und das Solenoid gehören, *elektrische Schwingungen* vorhanden sind, wo also die *Strömungsintensitäten* i und i' mit dem Sinus eines mit der Zeit t proportional wachsenden Winkels wechseln.

Bezeichnen in diesem Falle i und i' die grössten Strömungsintensitäten, welche den grössten Sinuswerthen entsprechen, so können die Strömungsintensitäten für irgend einen Augenblick am Ende der Zeit t durch $i\sin(\mu t+\gamma)$ und $i'\sin(\mu t+\gamma')$ dargestellt werden. Die Entfernung eines schwingenden Theilchens im Multiplicator oder Solenoid von seiner Gleichgewichtslage während dieser Schwingung wird hienach für denselben Augenblick, wenn $\mathfrak{E}$ die Menge positiver Elektricität, welche in der Längeneinheit des Leiters enthalten ist, bezeichnet, durch $\frac{i}{\mu\mathfrak{E}}\cos(\mu t+\gamma)$ und $\frac{i'}{\mu\mathfrak{E}}\cos(\mu t+\gamma')$ dargestellt, worin $\frac{i}{\mu\mathfrak{E}}$ und $\frac{i'}{\mu\mathfrak{E}}$ die *Schwingungsamplitude* ist, um deren Bestimmung es sich handelt. — Doch wie man bei Strömen auf Kenntniss der Stromgeschwindigkeit selbst verzichtet und sich mit dem Product derselben in den unbekannten Faktor $\mathfrak{E}$ begnügt, ebenso begnügt man sich hier mit der Bestimmung des Products dieser Schwingungsamplitude in denselben Faktor $\mathfrak{E}$, weil die Beobachtungen uns nur gestatten, dieses Product in *absoluten Maassen* auszudrücken.

Mit diesen neuen Bezeichnungen der Strömungsintensitäten, für diesen Fall, erhält man nun das vom Multiplicator auf das Solenoid ausgeübte Drehungsmoment

$$= 2\,\frac{n\pi aai\,.\,n'\pi a'a'i'}{a^3}\,\sin(\mu t+\gamma)\,\sin(\mu t+\gamma')\,.\,\cos\varphi$$

worin i und i' von der Zeit t unabhängige constante Werthe haben.

Es leuchtet ein, dass das bewegliche Solenoid, unter der Einwirkung dieses Drehungsmoments, dessen Grösse sich mit der Zeit t fortwährend ändert, gar nicht zur Ruhe gelangen kann; es fragt sich daher, welche *Beobachtungen* lassen sich bei dieser fortwährenden Bewegung des Solenoids machen, und was lässt sich aus diesen Beobachtungen bestimmen. Zur Beantwortung dieser Frage müssen die *Bewegungsgesetze des unter Einwirkung eines solchen veränderlichen Drehungsmoments stehenden Solenoids entwickelt werden.*

Zur Vereinfachung dieser Entwickelung kann man sich zunächst an den Fall halten, wo die *Strömungsintensitäten im Multiplicator und im Solenoide immer gleich* sind, wo also

$$i = i' \text{ und } \gamma = \gamma' = 0$$

gesetzt werden kann. Für diesen Fall ergiebt sich das variabele Drehungsmoment, welches auf das Solenoid wirkt,

$$= 2\,\frac{\pi\pi nn'a'a'}{a}\,.\,i^2\,(\sin\mu t)^2\cos\varphi\,,$$

wofür auch geschrieben werden kann

$$= \frac{\pi\pi nn'a'a'}{a}\,.\,i^2\,(1-\cos 2\mu t)\cos\varphi\,.$$

Aus der Construction des *Elektrodynamometers* ist aber bekannt, dass das Solenoid *bifilar* aufgehangen ist, woraus sich bei der gegebenen Länge nebst Abstande der beiden Aufhängungsdrähte und bei dem von ihnen getragenen Solenoidgewichte eine *statische Directionskraft* für das Solenoid ergiebt, die leicht bestimmt werden kann, und mit S bezeichnet werden soll. Ist nun diese bifilare Suspension des Solenoids *in normaler Weise* so regulirt, dass das aus der *statischen Directionskraft* resultirende Drehungsmoment $= 0$ ist, wenn die Solenoidaxe der Ringebene des Multiplicators parallel, oder wenn der *Ablenkungswinkel* $\varphi = 0$ ist, so ergiebt sich für jeden beliebigen Werth von φ das auf das Solenoid wirkende *statische Drehungsmoment*

$$= -\,S\sin\varphi\,.$$

Fügt man dieses *statische* Drehungsmoment obigem *elektrodynamischen* hinzu, so giebt die Summe beider auf das Solenoid wirkenden Drehungsmomente, dividirt durch das Trägheitsmoment des Solenoids K, die Drehungsbeschleunigung des Solenoids $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ im Augenblicke am Ende der Zeit t, woraus die *Bewegungsgleichung des Solenoids* folgt, nämlich

$$\frac{\pi\pi nn'a'a'}{a} \cdot i^2 (1 - \cos 2\mu t) \cos\varphi - S \sin\varphi = K \frac{d^2\varphi}{dt^2} .$$

Setzt man hierin

$$\varphi = v + \alpha ,$$

indem man für v den durch folgende Gleichung bestimmten *constanten* Werth annimmt:

$$\text{tang } v = \frac{\pi\pi nn'a'a'}{aS} \cdot i^2 ,$$

folglich $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$; so erhält man

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{S}{K} (1 + (1 - \cos 2\mu t) \text{ tang } v^2) \cos v \sin\alpha + \cos 2\mu t . \sin v \cos\alpha) = 0 .$$

Unter der Voraussetzung, dass v und α kleine Werthe haben (welche in der Regel zulässig ist, weil das mit Spiegel versehene Solenoid ebenso wie eine Magnetometernadel beobachtet werden soll, wobei die Ablenkung des Solenoids stets innerhalb enger durch die Skalenlänge gegebener Grenzen bleiben muss), kann geschrieben werden

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{S}{K} (\alpha \sec v + \cos 2\mu t . \sin v) = 0 ,$$

woraus durch Integration erhalten wird:

$$\alpha = \frac{\sin v}{4\mu\mu \frac{K}{S} - \sec v} \cdot \cos 2\mu t + A \sin (t - B) \sqrt{\frac{S \sec v}{K}} ,$$

wo A und B die beiden Integrationsconstanten sind. Bezeichnet man nun mit τ und θ die Schwingungsdauer des Solenoids, welche der statischen Directionskraft S und dem Trägheitsmomente K entspricht, und die Schwingungsdauer der Elektricität im Leitungsdrahte, so ist

$$\frac{K}{S} = \frac{\tau\tau}{\pi\pi} \quad \text{und} \quad \mu = \frac{\pi}{\theta} ;$$

folglich ist

$$\alpha = \frac{\sin v}{4 \frac{\tau\tau}{\theta\theta} - \sec v} \cdot \cos \frac{2\pi}{\theta} t + A \sin \frac{\pi}{\tau} (t - B) \sqrt{\sec v} ,$$

oder, für den angenommenen kleinen Werth von v, und $A = 0$ gesetzt (das heisst abgesehen von derjenigen Schwingung, welche das Solenoid

machen würde, wenn es bloss unter der Einwirkung der statischen Directionskraft S und der elektrodynamischen $\frac{nn'\pi^2a'^2i^2}{a}$ stände, da diese Schwingung durch bekannte Beruhigungsmittel bei den Beobachtungen leicht zu dämpfen ist),

$$\alpha = \frac{\theta\theta}{4\tau\tau - \theta\theta} \cdot v \cos\frac{2\pi}{\theta} t \ .$$

Als Beispiel diene der Fall, der in den folgenden Beobachtungen vorkommen wird, wo in Secunden ausgedrückt

$$\tau = 15 \ , \qquad \theta = \frac{1}{520}$$

war, und wo sich also

$$\alpha = \frac{1}{243.10^6} \cdot v \cos\frac{2\pi}{\theta} t$$

ergiebt, das heisst, wo α gegen v ganz verschwindet. Dasselbe findet bei allen Beobachtungen, welche hier betrachtet werden sollen, statt.

Wenn α verschwindet kann nun die *constante Ablenkung des Solenoids* v mit grösster Genauigkeit unmittelbar beobachtet werden, und man findet daraus

$$i = \frac{1}{\pi a'}\sqrt{\frac{aS \operatorname{tang} v}{nn'}} \ ,$$

wodurch, wenn aus Zählung der Umdrehungen des rotirenden Magnets die Schwingungsdauer θ bekannt ist, die elektrische Schwingung im geschlossenen Leiter vollständig bestimmt wird, nämlich

$$i \sin\frac{\pi}{\theta} t = \frac{\sin\frac{\pi}{\theta} t}{\pi a'} \cdot \sqrt{\frac{aS \operatorname{tang} v}{nn'}} \ .$$

Wäre im geschlossenen Leiter, statt der elektrischen Schwingung, ein *constanter Strom* von der Intensität $i\sqrt{\frac{1}{2}}$ vorhanden, so würde das vom Multiplicator auf das Solenoid ausgeübte Drehungsmoment

$$= \frac{\pi\pi nn'a'a'}{a} i^2 \cos\varphi$$

sein, und dieses Drehungsmoment mit dem statischen Drehungsmoment $-S \sin\varphi$ zusammen müsste beim Gleichgewichte $= 0$ sein, woraus die *Ablenkung des Solenoids* φ *beim Gleichgewichte*

$$\varphi = v$$

folgen würde. Hienach lässt sich das Resultat obiger Betrachtung so aussprechen: *Wenn die Schwingungsdauer der Elektricität im geschlossenen Leiter ein sehr kleiner Bruchtheil von der statischen Schwingungsdauer des Solenoids ist, verhält sich das Solenoid gerade so, wie wenn im Leiter ein*

constanter Strom vorhanden wäre, dessen Intensität zum Intensitäts-Maximum i der bei der elektrischen Schwingung statt findenden Strömungen sich verhält wie $1 : \sqrt{2}$.

Es findet alsdann eine Ablenkung des Solenoids statt, die sich ebenso beobachten lässt, wie wenn ein *constanter Strom* im geschlossenen Leiter vorhanden wäre, und wird aus dieser beobachteten Ablenkung (nach demselben Gesetz wie bei Galvanometern) die Intensität des *constanten Stroms* berechnet, von welcher sie hervorgebracht werden würde, so braucht diese Intensität nur mit $\sqrt{2}$ multiplicirt zu werden, um das *Intensitäts-Maximum i* der bei der elektrischen Schwingung statt findenden Strömungen, oder mit $\frac{c}{2\mu\mathfrak{E}}$ multiplicirt zu werden, um die *Amplitude* der elektrischen Schwingung im geschlossenen Leiter zu erhalten, wobei jedoch, wie schon bemerkt, $\mathfrak{E}$ als unbekannter Coefficient unbestimmt gelassen werden muss und nur $\frac{ci}{2\mu}$ nach *absoluten Maassen* ausgedrückt werden kann. Es ist hiedurch die Aufgabe gelöst, *die durch einen mit bekannter Geschwindigkeit rotirenden Magnet in einem geschlossenen Leiter hervorgebrachte elektrische Schwingung mit dem Elektrodynamometer zu beobachten und zu bestimmen.*

Die Lösung dieser Aufgabe ist jedoch hiebei auf den Fall beschränkt geblieben, wo Multiplicator und Solenoid benachbarten Theilen des geschlossenen Leiters angehören, in welchen kein merklicher Unterschied der Schwingungsamplitude und der Schwingungsphase der Elektricität statt findet. Gehörten nun aber Multiplicator und Solenoid zwei Theilen des geschlossenen Leiters an, in welchen die Schwingungsdauer der Elektricität zwar dieselbe wäre, aber die Strömungsmaxima i, i' sowohl wie die Schwingungsphasen λ, λ' unterschieden werden müssten; so lässt sich der Anfangspunkt der Zeit t doch immer so wählen, dass das arithmetische Mittel beider Schwingungsphasen $\frac{\lambda+\lambda'}{2} = 0$ ist. Es lassen sich dann die mit der elektrischen Schwingung verbundenen Strömungsintensitäten in diesen beiden Theilen des geschlossenen Leiters durch

$$i \sin \frac{\pi}{\theta}(t + \lambda) \quad \text{und} \quad i' \sin \frac{\pi}{\theta}(t - \lambda)$$

darstellen.

Man beobachtet alsdann *erstens* die Ablenkung des Solenoids v, wenn Multiplicator und Solenoid beide dem ersten Theile des geschlos-

senen Leiters angehören. Aus dieser Beobachtung lässt sich nach den gefundenen Regeln das Intensitäts-Maximum i der Strömungen bei der elektrischen Schwingung in diesem Theile bestimmen, nämlich

$$i = \frac{1}{\pi a'} \sqrt{\frac{aS \operatorname{tang} v}{nn'}} .$$

Zweitens beobachtet man die Ablenkung des Solenoids v', wenn Multiplicator und Solenoid beide dem andern Theile des geschlossenen Leiters angehören, und findet das Intensitäts-Maximum i' der Strömungen bei der in diesem Theile vorhandenen elektrischen Schwingung

$$i' = \frac{1}{\pi a'} \sqrt{\frac{aS \operatorname{tang} v'}{nn'}} .$$

Drittens endlich beobachtet man die Ablenkung des Solenoids v'', wenn der Multiplicator dem ersteren, das Solenoid dem letzteren Theile des geschlossenen Leiters angehört. Aus dieser dritten Beobachtung lässt sich dann auch noch der *Unterschied der Schwingungsphasen* 2λ in den beiden Theilen des geschlossenen Leiters bestimmen. Es ist nämlich alsdann die *Bewegungsgleichung des Solenoids* nach den vorausgegangenen Angaben folgende:

$$2 \frac{\pi\pi nn'a'a'}{a} . ii' \sin(\mu t + \lambda) \sin(\mu t - \lambda) . \cos\varphi - S \sin\varphi = K \frac{d^2\varphi}{dt^2} ,$$

wofür, da $\sin(\mu t + \lambda) \sin(\mu t - \lambda) = \sin \mu t^2 - \sin \lambda^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\mu t - 2 \sin \lambda^2)$ ist, geschrieben werden kann:

$$\frac{\pi\pi nn'a'a'}{a} . ii' (1 - \cos 2\mu t - 2 \sin \lambda^2) \cos\varphi - S \sin\varphi = K \frac{d^2\varphi}{dt^2} .$$

Man setze hierin

$$\varphi = u + \alpha ,$$

worin

$$\operatorname{tang} u = \frac{\pi\pi nn'a'a'}{aS} . ii'$$

genommen wird. Da hienach $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ ist, so erhält man

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{S}{K}\Big((1 + (1 - \cos 2\mu t - 2 \sin \lambda^2) \operatorname{tg} u^2) \cos u \sin\alpha + (\cos 2\mu t + 2 \sin \lambda^2) \sin u \cos\alpha\Big) = 0 .$$

Unter der Voraussetzung, dass u und α kleine Werthe haben, wird

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{S}{K}\left((1 - 2 \sin \lambda^2 \sin u^2) \frac{\alpha}{\cos u} + (\cos 2\mu t + 2 \sin \lambda^2) \sin u\right) = 0$$

oder, wenn $6 = (1 - 2 \sin \lambda^2 \sin u^2)\, \alpha$, $S' = (1 - 2 \sin \lambda^2 \sin u^2)\, S$,

$$\frac{d^2 6}{dt^2} + \frac{S'}{K} (\sec u . 6 + (\cos 2\mu t + 2 \sin \lambda^2) \sin u) = 0 .$$

Hieraus wird durch Integration

$$\beta = \frac{\sin u}{4\mu\mu\frac{K}{S'} - \sec u} \cdot \cos 2\mu t - \sin 2u \sin\lambda^2 + A \sin(t-B)\sqrt{\frac{S'\sec u}{K}}$$

$$\alpha = \frac{S\sin u}{4\mu\mu K - S'\sec u} \cdot \cos 2\mu t - \frac{\sin 2u \cdot \sin\lambda^2}{1-2\sin u^2 \sin\lambda^2} + A' \sin(t-B)\sqrt{\frac{S'\sec u}{K}}$$

erhalten. Verschwindet nun bei schnellen Schwingungen der Elektricität und nach Beruhigung des Solenoids, ebenso wie in dem vorhergehenden Falle, der erste und letzte Theil von α, so erhält man den mit v'' bezeichneten constanten Werth der Ablenkung φ, nämlich

$$v'' = u - \frac{\sin 2u \cdot \sin\lambda^2}{1-2\sin u^2 \sin\lambda^2}$$

woraus

$$\sin\lambda = \frac{u - v''}{2\sin u\,(\cos u + (u-v'')\sin u)}$$

sich ergiebt. Hienach wird also, da u aus den durch die vorhergehenden Beobachtungen bestimmten Werthen von i und i' mittelst der Gleichung $\operatorname{tang} u = \frac{\pi\pi nn'a'a'}{a} \cdot ii'$ schon bekannt ist, *die Aufgabe gelöst, aus der beobachteten Ablenkung v'' den mit 2λ bezeichneten Phasenunterschied der elektrischen Schwingungen an zwei verschiedenen Stellen der geschlossenen Kette zu bestimmen.*

25.

Die Commutatoren.

Die Ausführung der angeführten Beobachtungen nach der im vorhergehenden Artikel beschriebenen Methode würde, um den Zweck einer genauen Vergleichung der *Schwingungsamplituden* und *Schwingungsphasen* an zwei Stellen eines geschlossenen Leiters zu erfüllen, bei geringen Verschiedenheiten derselben eine sehr grosse Feinheit und Genauigkeit verlangen, wie kaum zu erreichen sein würde, wenn sie *einzeln und unabhängig von einander* ausgeführt werden müssten. Die Erreichung dieses Zweckes kann aber dadurch ausserordentlich erleichtert werden, dass diese Beobachtungen *paarweise* mit einander verbunden, an demselben geschlossenen Leiter, bei derselben Rotation des Magnets, *gleichzeitig* gemacht werden. Es sind dazu *zwei möglichst gleichförmig construirte Elektrodynamometer* erforderlich, deren Multiplicatoren und Solenoide Theile derselben geschlossenen Kette bilden. Die wesentlichste Bedin-

gung, welche bei zwei solchen derselben Kette angehörigen *Elektrodynamometern* erfüllt werden muss, wenn ein System genau correspondirender Beobachtungen mit ihnen ausgeführt werden soll, besteht darin, dass die *Schwingungsdauer* der bifilar aufgehangenen Solenoide der beiden Elektrodynamometer genau übereinstimme, was sich am leichtesten erreichen lässt, wenn in der Construction der Elektrodynamometer das Mittel gegeben ist, den Abstand der Aufhängungsdrähte bei dem einen oder bei beiden Solenoiden beliebig zu reguliren, wodurch die Schwingungsdauer des einen Solenoids mit der des andern in genaue Uebereinstimmung gebracht werden kann. Befinden sich dann vor Beginn einer Beobachtungsreihe beide Solenoide *in vollkommner Ruhe,* so lässt sich eine längere Beobachtungsreihe in solcher Weise ausführen, dass alle *beobachteten Elongationen* der *beiden* durch elektrische Schwingungen in der Kette in Bewegung gesetzten Solenoide paarweise genau für *gleiche Zeiten* gelten.

Weit weniger als in der Schwingungsdauer kommt die vollkommene Uebereinstimmung beider Elektrodynamometer in andern Beziehungen in Betracht. Denn man sieht leicht ein, dass, wenn beide Elektrodynamometer in der geschlossenen Kette dicht hinter einander gestellt werden, so dass beide einem Theile der Kette angehören, in welchem keine merklichen Unterschiede der Schwingungsamplituden und Schwingungsphasen statt finden, durch gleichzeitige correspondirende Beobachtungen an beiden Instrumenten, die sich bei gleicher Schwingungsdauer der Solenoide längere Zeit fortsetzen lassen, eine sehr genaue Vergleichung beider Instrumente gewonnen werden kann, wonach alle mit dem einen Instrumente gemachten Beobachtungen genau so reducirt werden können, dass sie dieselben Resultate geben, die man bei vollkommener Gleichheit dieses Instruments mit dem andern erhalten haben würde.

Diess vorausgesetzt, können die beiden genau mit einander verglichenen Elektrodynamometer an zwei verschiedenen weit von einander entfernten Stellen eines und desselben geschlossenen Leiters eingeschaltet werden, und es kann dann bei einer elektrischen Schwingung im Leiter durch gleichzeitige Beobachtungen beider Instrumente eine viel feinere Vergleichung der *Schwingungsamplituden* an beiden Stellen der Kette gewonnen werden, als es möglich sein würde, wenn ein und dasselbe Elektrodynamometer an den beiden Stellen zu verschiedenen

Zeiten eingeschaltet und beobachtet werden sollte, wobei vorausgesetzt werden müsste, dass die Rotation des Magnets zu beiden Zeiten vollkommen gleich wäre, eine Voraussetzung der wirklich nie ganz genügt werden kann, und die durch jene gleichzeitig gemachten correspondirenden Beobachtungen ganz erspart wird.

Die beiden Elektrodynamometer können ferner auch dazu dienen, dass, nach genauer Vergleichung derselben unter einander, das *Solenoid* des einen Elektrodynamometers in einen andern entfernten Theil des geschlossenen Leiters versetzt wird, während der *Multiplicator* desselben Instruments an seiner früheren Stelle bleibt, und es können alsdann gleichzeitige correspondirende Beobachtungen mit diesem und mit dem andern, unverrückt an seiner Stelle gebliebenen, Elektrodynamometer gemacht werden, aus denen sich dann mit grösster Feinheit jeder noch so geringe *Phasenunterschied* der elektrischen Schwingung an den beiden von einander weit entfernten Stellen des geschlossenen Leiters erkennen lässt, ohne dass es nöthig ist, eine vollkommen gleiche Rotation des Magnets zu zwei verschiedenen Zeiten vorauszusetzen.

Endlich ist es nun für die Genauigkeit und Sicherheit der aus diesen Beobachtungen abzuleitenden Resultate von grosser Wichtigkeit, dass die verschiedenen Beobachtungsreihen, nämlich *erstens* die zur Vergleichung der beiden Instrumente und *zweitens* die zur Vergleichung der Schwingungsamplituden oder Schwingungsphasen an zwei verschiedenen Stellen des geschlossenen Leiters, während möglichst gleichförmig fortgesetzter Drehung des Magnets unmittelbar nach einander abwechselnd ausgeführt und wiederholt werden, wozu erforderlich ist, dass ohne Störung der Beobachtungen die Versetzung entweder eines ganzen Elektrodynamometers oder des einen Bestandtheils, z. B. des Solenoids, zwischen zwei Beobachtungen *momentan* ausgeführt werden könne, was sich mit Hülfe zweckmässig eingerichteter *Commutatoren* leicht erreichen lässt.

Diese *Commutatoren,* wie sie zu den folgenden Versuchen gebraucht wurden, bestehen in einer Anzahl von Doppelzellen, d. i. paarweise leitend verbundener Zellen, zu denen die Enden der verschiedenen mit einander zu verbindenden Theile des Leitungsdrahts geführt sind. Diese Doppelzellen können dann unter einander wieder paarweise verbunden werden, und zwar auf zwei verschiedene Weisen mit einander combinirt, indem nämlich bei jeder Doppelzelle die vordere Zelle von der hin-

teren unterschieden wird. Die eine Art paarweiser Verbindung der Doppelzellen unter einander kann nämlich durch ein festes System von Verbindungsdrähten geschehen, die gleichzeitig in alle Vorderzellen eingetaucht werden; die andere Art paarweiser Verbindung der Doppelzellen unter einander kann durch ein anderes festes System von Verbindungsdrähten geschehen, die gleichzeitig in alle Hinterzellen eingetaucht werden. Und diese beiden verschiedenen Systeme von Verbindungsdrähten können sich wie zwei Arme eines Hebels verhalten, so dass wenn das eine System eintaucht, das andere heraustaucht, und umgekehrt. Es leuchtet leicht ein, dass durch einen solchen Commutator mit 6 *Doppelzellen* ein Theil des Leitungsdrahts aus seiner bisherigen Verbindung mit zwei andern Theilen des Leitungsdrahts herausgenommen, die beiden letzteren Theile dabei unter sich verbunden, und endlich zwei bisher verbundene Theile des Leitungsdrahts getrennt und zwischen ihnen jener herausgenommene Theil eingesetzt werden kann. Dies Alles geschieht durch einen momentan auszuführenden *Wechsel,* nämlich durch Drehung eines Hebels, wodurch das eine System von Verbindungsdrähten in die Vorderzellen getaucht wird, während das andere System aus den Hinterzellen herausgezogen wird, oder umgekehrt. — Ausserdem werden Commutatoren *mit 4 Doppelzellen* gebraucht, zwar nicht während der Beobachtungen, aber vorher. Vor Beginn der Beobachtungen sollen nämlich die Solenoide der beiden Elektrodynamometer beruhigt werden, wozu *erstens* ein Strom nöthig ist, welcher durch den Multiplicator und durch das Solenoid des zu beruhigenden Dynamometers geht, *zweitens* ein Commutator mit 4 Doppelzellen, von denen zwei mit den Enden des Multiplicatordrahts, die beiden andern mit den Enden des Solenoiddrahts verbunden sind. Durch diesen Commutator kann der Multiplicator mit dem Solenoid nach Belieben bald *parallel* bald *kreuzweis* verbunden werden. Bei der einen Verbindungsweise übt der Strom im Multiplicator auf das von demselben Strome durchströmte Solenoid ein *positives,* bei der andern ein *negatives* Drehungsmoment aus, und das Solenoid wird beruhigt, wenn die erstere Verbindungsweise während der *Rückschwingung,* die letztere während der *Hinschwingung* hergestellt wird. Da diese Wirkung eines im Multiplicator und Solenoid gleichzeitig vorhandenen Stroms ganz unabhängig von der *Richtung* des Stroms ist, so kann dazu, statt eines beharrlichen Stroms, *die vom rotirenden Magnet in der Kette inducirte wechselnde Strömung* gebraucht werden, wodurch es möglich

wird, diese Beruhigung der Dynamometer, nachdem die Rotation des Magnets begonnen, *den Beobachtungen unmittelbar vorausgehen zu lassen.*

Sollen nun aber alle diese Operationen, nämlich die Beruhigung der beiden Dynamometer und sodann alle zur Vergleichung der Schwingungsamplituden und Schwingungsphasen an zwei verschiedenen Stellen der Kette erforderlichen Beobachtungen, während fortgesetzter Drehung des Magnets, nach einander ohne Unterbrechung ausgeführt werden, so sind dazu im Ganzen 5 Commutatoren erforderlich, mit denen die verschiedenen Theile der Kette auf eine näher zu erörternde Weise planmässig verbunden werden müssen.

Zur leichteren Uebersicht sollen *erstens* die 5 Commutatoren, *zweitens* die verschiedenen Theile der Kette, welche mit den Commutatoren zu verbinden sind, genau bezeichnet und unterschieden werden. Fig. 1 wird sodann zur Uebersicht der ganzen Anordnung und aller Verbindungen im Einzelnen dienen.

Der *erste* mit *A* bezeichnete Commutator ist erforderlich, entweder um das eine *Elektrodynamometer* (Multiplicator und Solenoid zusammen genommen) abwechselnd an zwei verschiedene Stellen des Leitungsdrahts zu versetzen, oder um das *Solenoid* dieses Elektrodynamometers abwechselnd an zwei verschiedene Stellen des Leitungsdrahts zu versetzen, während der zugehörige Multiplicator an seiner Stelle bleibt. Es ist dazu ein Commutator mit 6 Doppelzellen nöthig, von denen zwei für die beiden Enden des zu versetzenden Elektrodynamometers oder Solenoids, zwei für die beiden Enden des Leitungsdrahts an der einen Einschaltungsstelle, und endlich zwei für die beiden Enden des Leitungsdrahts an der andern Einschaltungsstelle nöthig sind.

Der *zweite* mit *B* bezeichnete Commutator ist erforderlich als *Hülfscommutator,* durch dessen Einstellung bestimmt wird, ob *Multiplicator sammt Solenoid* oder ob das *Solenoid* des einen Elektrodynamometers allein durch Wechsel des Commutators *A* abwechselnd an zwei verschiedene Stellen des Leitungsdrahts versetzt werde, wozu ebenfalls ein Commutator mit 6 Doppelzellen nöthig ist.

Der *dritte* und *vierte* Commutator, nämlich *C* und *C'*, werden beide zur Beruhigung der Solenoide vor Beginn der Beobachtungen gebraucht. Es sind dazu Commutatoren mit 4 Doppelzellen nöthig, von denen zwei für die beiden Enden des Solenoiddrahts und zwei für die des zugehörigen Multiplicators nebst dem übrigen Leitungsdraht, von welchem

jedoch der zum andern Elektrodynamometer gehörige Theil auszuschliessen ist, damit während der Beruhigung des einen Solenoids die Ruhe des andern nicht gestört werde.

Der *fünfte* mit *D* bezeichnete Commutator ist endlich erforderlich, um die Verbindung der Dynamometer mit den Commutatoren *C* und *C'* bald für die Beruhigung des einen Solenoids bald für die des andern einzurichten. Es ist dazu ein Commutator mit 4 Doppelzellen nöthig, von denen zwei für die beiden Enden des Leitungsdrahts an der Einschaltungsstelle des Commutators, die beiden andern für zwei Verbindungsdrähte, durch welche der Strom zum Leitungsdraht mit Umgehung des einen oder andern Elektrodynamometers geführt werden kann.

Beim *geschlossenen Leitungsdrahte* sind folgende Theile zu unterscheiden, welche durch die Commutatoren auf verschiedene Weise verbunden werden können.

Der *erste* mit *a* bezeichnete Draht ist der *Multiplicatordraht des ersten Dynamometers*, dessen Enden zu zwei Doppelzellen des Commutators *C* führen, nebst *zwei kurzen Verbindungsdrähten* der beiden andern Doppelzellen dieses Commutators mit zwei Doppelzellen des Commutators *B*. Diese verschiedenen Bestandtheile des Drahts *a*, die während der Beobachtungen immer auf gleiche Weise verbunden bleiben, sollen durch Ziffern, a^{I}, a^{II}, a^{III} unterschieden werden.

Der *zweite* mit *b* bezeichnete Draht ist der *Solenoiddraht des ersten Dynamometers*, dessen Enden mit einer Doppelzelle des Commutators *B* und mit einer Doppelzelle des Commutators *A* verbunden sind.

Der *dritte* und *vierte* mit *c* und *d* bezeichnete Draht sind zwei *kurze Verbindungsdrähte* zweier Doppelzellen des Commutators *B* mit zwei Doppelzellen des Commutators *A*, deren Widerstand als verschwindend klein betrachtet werden darf.

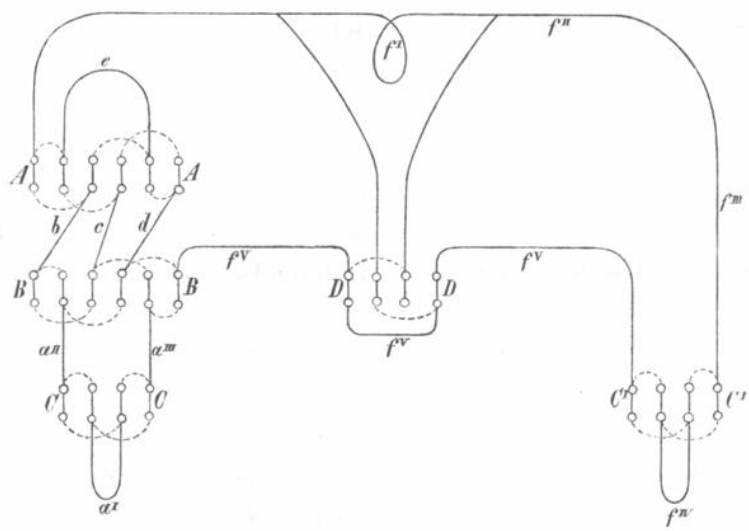
Der *fünfte* mit *e* bezeichnete Draht ist *eins von den beiden sehr langen Drahtstücken*, welche bei den Beobachtungen gebraucht werden, um entweder die beiden Dynamometer von einander zu entfernen oder um das Solenoid des ersten Dynamometers von seinem Multiplicator zu entfernen, indem von beiden Verbindungen zwischen den beiden Drahtenden des einen Dynamometers mit denen des andern, oder zwischen den beiden Drahtenden des Multiplicators und den beiden Drahtenden des Solenoids, jede durch ein solches langes Drahtstück vermittelt

wird. Die beiden Enden des langen Drahtstücks e sind mit zwei Doppelzellen des Commutators A verbunden.

Der *sechste* mit f bezeichnete Draht ist die ganze übrige Leitungskette, und besteht aus dem *Inductorringe* des rotirenden Magnets, ferner aus dem *zweiten der beiden eben erwähnten langen Drahtstücke*, sodann aus dem *Drahte des zweiten Dynamometers,* des Solenoids sowohl als des Multiplicators, und endlich aus *einem zum ersten Drahte zurückführenden Verbindungsdraht*. Diese verschiedenen Bestandtheile des Drahts f, die während der Beobachtungen immer auf gleiche Weise verbunden bleiben, sollen durch Ziffern, f^{I}, f^{II}, f^{III}, f^{IV}, f^{V}, unterschieden werden. Zwischen dem Solenoiddraht f^{III} und dem Multiplicatordraht f^{IV} des zweiten Dynamometers ist der Commutator C' eingeschaltet, der aber während der Beobachtungen nicht gebraucht wird. Ebenso ist im Verbindungsdrahte f^{V} eine Einschaltungsstelle für den Commutator D, die aber geschlossen bleibt, weil auch dieser Commutator während der Beobachtungen nicht gebraucht wird.

Hienach ist nun zu besserer Veranschaulichung Fig. 1 gezeichnet worden, wo die einzelnen Doppelzellen der Commutatoren A, B, C, C', D

Fig. 1.



durch das Zeichen $\overset{\circ}{\underset{\circ}{|}}$ bezeichnet und die eine von den beiden Verbindungsweisen durch punktirte Bögen auf der obern Seite, die andere durch punktirte Bögen auf der unteren Seite angedeutet sind.

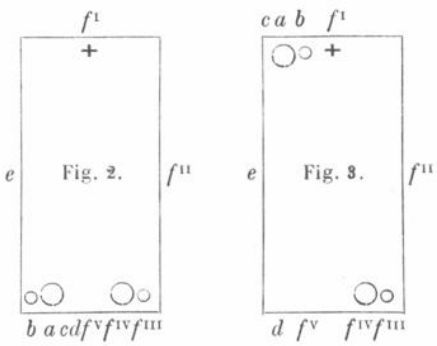
Zur Versetzung *des ersten Dynamometers*, welches aus dem Multiplicator a^{I} und dem Solenoid b besteht, von der einen Einschaltungsstelle zur andern während der Beobachtungen, werden die Commutatoren C, C', welche die *obere* Einstellung behalten, und D, welcher durch einen seine erste und letzte Zelle verbindenden Draht, nach der Beruhigung der Solenoide, ganz von der Kette ausgeschlossen wird, nicht gebraucht, sondern die Versetzung wird, nachdem durch den Commutator B die durch punktirte Bögen auf der *oberen* Seite angedeuteten Verbindungen hergestellt sind, bloss durch Wechsel der Einstellung des Commutators A bewerkstelligt. Denn bei der durch punktirte Bögen auf der *oberen* Seite angedeuteten Einstellung des Commutators A wird bei der angegebenen Einstellung des Commutators B eine geschlossene Kette gebildet, wo die bezeichneten Drähte in folgender Ordnung auf einander folgen:

abefdca;

bei der durch punktirte Bögen auf der *unteren* Seite angedeuteten Einstellung des Commutators A wird eine geschlossene Kette gebildet, wo die Ordnung der Drähte folgende ist:

abfdeca.

Löst man f in seine Theile f^{I}, f^{II}, f^{III}, f^{IV}, f^{V} auf, und stellt die ganze geschlossene Kette durch die 4 Seiten eines Rechtecks dar, wo die beiden langen, mit e und f^{II} bezeichneten Seiten die langen Verbindungsdrähte bedeuten, so stellt Fig. 2 den *ersteren*, Fig. 3 den *letzteren* Fall dar. Die Stelle des Inductors f^{I}, mit dem rotirenden Magnet, ist noch besonders mit einem + bezeichnet worden, die beiden Stellen der Multiplicatoren a und f^{IV} durch grössere ○, die beiden Stellen der Solenoide b und f^{III} durch kleinere ○. Der Inductor f^{I} mit dem rotirenden Magnet befindet sich stets in der oberen Rechteckseite, das Dynamometer f^{III} f^{IV} befindet sich stets in der gegenüberliegenden untern Rechteckseite. Die Stelle des andern Dynamometers $a\,b$ dagegen wird gewechselt und befindet sich im *ersteren* Falle in der unteren Rechteckseite neben dem ersteren Dynamometer f^{III} f^{IV}, dem Inductor f^{I} gegenüber, im *letzteren* Falle in der oberen Rechteckseite,



neben dem Inductor f^{I}, dem Dynamometer $f^{III}f^{IV}$ gegenüber. Das Dynamometer ab wird also durch den Wechsel des Commutators A bald an einer vom Inductor f^{I} sehr entfernten Stelle der Kette, bald an einer ihm sehr nahen Stelle eingeschaltet, wie es für die *erste Beobachtungsreihe* verlangt wurde.

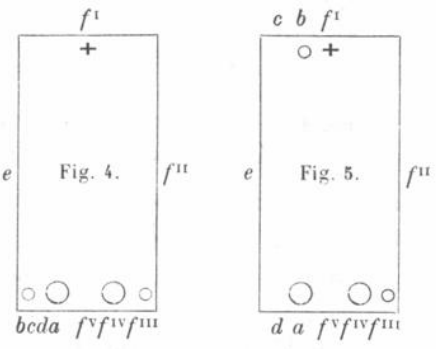
Zur Versetzung *des Solenoids* b des ersten Dynamometers von einer Einschaltungsstelle zur andern während der Beobachtungen werden gleichfalls die Commutatoren C, C' und D nicht gebraucht, sondern die Versetzung wird, nachdem durch den Commutator B die durch punktirte Bögen auf der *unteren* Seite angedeuteten Verbindungen hergestellt sind, bloss durch Wechsel der Einstellung des Commutators A bewerkstelligt. Denn bei der durch punktirte Bögen auf der *oberen* Seite angedeuteten Einstellung des Commutators A wird alsdann eine geschlossene Kette gebildet, wo die Ordnung der Drähte folgende ist:

adcbefa ;

bei der durch punktirte Bögen auf der *unteren* Seite angedeuteten Einstellung des Commutators A wird eine geschlossene Kette gebildet, wo die Ordnung der Drähte folgende ist:

adecbfa .

Der *erstere* Fall wird durch Fig. 4, der *letztere* durch Fig. 5 dargestellt. Man sieht, dass dabei die Stelle des Inductors f^{I}, die des Dynamometers $f^{III}f^{IV}$ und auch die des Multiplicators a immer unverändert bleiben, und dass bloss die Stelle des Solenoids b gewechselt wird, welche im *ersteren* Falle in der unteren Rechteckseite, neben dem Multiplicator a, dem Inductor f^{I} gegenüber, im *letzteren* Falle in der oberen Rechteckseite, neben dem Inductor f^{I}, dem Multiplicator a gegenüber sich befindet.



Das Solenoid b wird also durch den Wechsel des Commutators A bald an einer vom Multiplicator a sehr entfernten Stelle der Kette, bald an einer ihm sehr nahen Stelle eingeschaltet, wie es für die *zweite Beobachtungsreihe* verlangt wurde.

Zur Beruhigung der Solenoide vor Beginn der Beobachtungen wird das die erste und vierte Doppelzelle des Commutators D verbindende

Stück des Drahts f^{v} herausgenommen. Zur Beruhigung des Solenoids des *ersten* Dynamometers b erhält sodann der Commutator D die *obere* durch einen punktirten Bogen angedeutete Einstellung, wodurch der Draht f^{II} nebst dem zweiten Dynamometer $f^{III}f^{IV}$ ausgeschlossen wird, und je nach der Einstellung des Commutators C eine geschlossene Kette mit folgender Drahtordnung gebildet wird:

bei der *oberen* Einstellung von C: $a^{I}a^{II}bef^{I}f^{v}a^{III}a^{I}$

bei der *unteren* Einstellung von C: $a^{I}a^{III}cdf^{v}f^{I}eba^{II}a^{I}$,

wobei für die Commutatoren A und B die oberen Einstellungen angenommen sind. Man sieht daraus, dass bei gegebener Stromrichtung im Multiplicator a^{I} die Stromrichtung im Solenoide b, bei der *oberen* Einstellung von C, $a^{II}be$, bei der *unteren* Einstellung, eba^{II}, also entgegengesetzt ist, wonach also in diesen beiden Fällen entgegengesetzt gleiche Drehungsmomente auf das Solenoid b ausgeübt werden, von denen das eine stets zur *Dämpfung* der Solenoidbewegung benutzt werden kann.

Zur Beruhigung des Solenoids des *zweiten* Dynamometers f^{III} erhält der Commutator D die *untere* durch einen punktirten Bogen angedeutete Einstellung, wodurch die Drähte $eba^{II}a^{I}a^{III}$, zu denen das erste Dynamometer mit gehört, ausgeschlossen werden, und je nach der Einstellung des Commutators C^{I} eine geschlossene Kette mit folgender Drahtordnung gebildet wird:

bei der *oberen* Einstellung von C^{I}: $f^{IV}f^{v}f^{I}f^{II}f^{III}f^{I}$

bei der *unteren* Einstellung von C^{I}: $f^{IV}f^{III}f^{II}f^{I}f^{v}f^{IV}$.

Man sieht, dass bei gegebener Stromrichtung im Multiplicator f^{IV} die Stromrichtung im Solenoide f^{III} bei der *oberen* Einstellung von C^{I} $f^{II}f^{III}f^{IV}$, bei der *unteren* Einstellung $f^{IV}f^{III}f^{II}$, also entgegengesetzt ist, wonach also in diesen beiden Fällen entgegengesetzt gleiche Drehungsmomente auf das Solenoid f^{III} ausgeübt werden, von denen das eine stets zur *Dämpfung* der Solenoidbewegung benutzt werden kann.

Nach hergestellter Beruhigung beider Solenoide wird der Commutator D geöffnet und zur Verbindung seiner ersten und letzten Zelle das herausgenommene Drahtstück f^{v} wieder eingesetzt.

26.

Die langen Leitungsdrähte.

Bei Versetzung *des Solenoids* eines Elektrodynamometers, oder bei Versetzung *des ganzen Elektrodynamometers* (Solenoids und Multiplicators) von einer Einschaltungsstelle der geschlossenen Kette zur andern ist es von wesentlicher Bedeutung für die Beobachtungen, dass die beiden Leitungsdrähte, welche die beiden Einschaltungsstellen mit einander verbinden, von nahe gleicher und sehr grosser Länge sind. Es sind daher schon im vorigen Artikel zwei Theile der geschlossenen Kette, nämlich die Drähte e und f^{II}, als sehr lange Drähte besonders angeführt worden, welche zu diesem Zwecke dienen. Bei der zu den folgenden Versuchen gebrauchten Kette hatte jeder von diesen beiden Drähten eine Länge von 36600 Metern oder fast 5 Meilen.

Bei der grossen Länge der ganzen Kette, welche diese beiden langen Drähte enthält, leuchtet von selbst ein, dass es praktisch unausführbar ist, dem geschlossenen Leiter eine genaue Kreisform zu geben, wie bei der Entwicklung der Gesetze im vorigen Abschnitte der Einfachheit wegen angenommen wurde. Aber auch abgesehen von dieser grossen Länge, welche der geschlossene Leiter besitzen soll, würde die einfache Kreisform keine Anwendung finden können bei einer Kette, die zum Zweck der Beobachtungen einen *Inductorring* für den rotirenden Magnet und *zwei Dynamometer* enthalten muss, wozu Stücke des Leitungsdrahts verwendet werden, deren Gestalt und Lage durch die für die Construction dieser Instrumente geltenden Regeln gegeben ist.

Offenbar hat diese in der Wirklichkeit unvermeidliche Abweichung des geschlossenen Leiters in seiner Gestalt von der Kreisform Einfluss auf die im Leiter vom rotirenden Magnet hervorgebrachten elektrischen Schwingungen, und das Gesetz, wonach die Amplitude der elektrischen Schwingungen von der Rotationsgeschwindigkeit des Magnets abhängt, wird dadurch wesentlich verändert. Handelt es sich aber nicht um Beobachtungen, durch welche die Amplitude genau bestimmt und gemessen, sondern nur um solche, durch welche die Amplituden an zwei verschiedenen Stellen des geschlossenen Leiters verglichen werden sollen (oder durch welche bloss die Phasendifferenz an beiden Stellen bestimmt werden soll), so scheint eine Abweichung von der Kreisform von geringer

Bedeutung. Denn wenn, den im vorigen Abschnitte entwickelten Gesetzen gemäss, an zwei von einander weit entfernten Stellen *eines kreisförmigen Leiters* auch bei sehr grossen Rotationsgeschwindigkeiten wirklich kein merklicher Unterschied in Schwingungsamplitude und Schwingungsphase statt fände, so scheint kein Grund vorhanden zu sein, anzunehmen, dass ein solcher Unterschied durch eine blosse Abweichung des Leiters von der Kreisform hervorgebracht würde; noch mehr dürfte es aber umgekehrt gestattet sein, wenn die Beobachtungen lehren sollten, dass in einem geschlossenen Leiter, der *eine beliebige von der Kreisform ganz verschiedene Gestalt* besitzt, keine merklichen Unterschiede der Schwingungsamplituden und Schwingungsphasen statt finden, dieses Resultat als ein allgemeines zu betrachten, auch dafür, dass die Unterschiede von Schwingungsamplituden und Schwingungsphasen bei vollkommener Kreisform unmerklich seien.

Es kommt aber bei diesen beiden 5 Meilen langen Drähten, welche zum geschlossenen Leiter gehören sollen, noch besonders in Betracht, dass, wenn keine Telegraphendrähte dazu benutzt werden, sondern wenn jene langen Drähte sich in dem geschlossenen Raume befinden sollen, wo die Beobachtungen gemacht werden, wie es nöthig ist, um alle für die Beobachtungen wesentlichen äusseren Umstände vollkommen zu beherrschen, jene langen Drähte der Raumersparniss wegen nothwendig auf *Rollen* aufgewickelt werden müssen. Nun leuchtet aber ein, dass bei bald plötzlich entstehenden bald wieder plötzlich verschwindenden elektrischen Strömungen, wie bei den durch schnelle Rotation eines Magnets hervorgebrachten elektrischen Schwingungen statt finden, alle Windungen des auf einer Rolle aufgewickelten Leitungsdrahts nach den Gesetzen der *Volta-Induction* elektromotorische Kräfte wechselseitig auf einander ausüben müssen, die sich zu einer starken *Dämpfungskraft* summiren, wodurch die Amplitude der elektrischen Schwingungen sehr verkleinert wird, so dass dieselbe bei grösseren Rotationsgeschwindigkeiten des Magnets auch mit den feinsten Dynamometern nicht mehr würde beobachtet werden können. Für die Ausführung der Beobachtungen ist daher die Auffindung einer Methode von grösster Wichtigkeit, die langen Drähte so auf *Rollen* zu wickeln, dass eine solche *wechselseitige Induction der Drahtwindungen auf einander* vermieden wird.

Dieser Zweck kann nun, wenn die Drähte gut umsponnen sind, auf die einfachste und vollkommenste Weise dadurch erreicht werden,

dass die beiden *Hälften* eines jeden auf *eine Rolle* zu wickelnden Stücks vorher zusammengelegt und zu einem *Doppeldraht* vereint werden. Diese Vereinigung geschieht am besten dadurch, dass beide Hälften, von denen jede schon umsponnen ist und die durch diese doppelte Umspinnung von einander isolirt gehalten werden, *nochmals zusammen mit Seide oder Baumwolle umsponnen werden*. Verbindet man sodann die beiden Hälften *am einen Ende* mit einander, so wird von ihnen ein Leiter gebildet, durch welchen ein vom anderen offenen Ende eintretender und durch die eine Drahthälfte hingehender Strom *fast auf demselben Wege*, durch die andere Drahthälfte, zu dem offenen Ende zurückgeführt wird. Das Ende, an welchem die beiden Drahthälften mit einander verbunden sind, wird sodann an der zur Aufwickelung bestimmten Rolle befestigt und sodann der ganze *Doppeldraht auf diese Rolle aufgewunden*, so dass das Ende, an welchem die beiden Drahthälften unverbunden geblieben sind, frei oben auf zu liegen kommt, und der ganze Doppeldraht mit diesen unverbundenen Enden der beiden Drahthälften in die übrige Kette eingeschaltet werden kann.

Auf diese Weise werden alle einem solchen Doppeldrahte angehörigen Stromelemente *paarweise* so geordnet, dass, wenn keine merklichen Unterschiede in Schwingungsamplituden und Schwingungsphasen vorkommen, lauter gleiche und entgegengesetzt gerichtete Stromelemente dicht neben einander liegen. Es leuchtet aber ein, dass von solchen Paaren von Stromelementen, auch bei schnellstem Wechsel der Intensität, keine elektromotorische Kraft auf irgend ein anderes entfernteres Leiterelement ausgeübt werden kann, und dass daher dieser Doppeldraht, wie er auch beim Aufwickeln auf die Rolle gewunden worden sein möge, in Folge dieser Windungen keine Dämpfungskraft erhalten hat, durch welche die vom rotirenden Magnet hervorgebrachten elektrischen Schwingungen geschwächt würden, wie es der Fall gewesen sein würde, wenn der Draht einfach und seiner ganzen Länge nach auf gleiche Weise aufgewunden worden wäre.

Ohne die eben beschriebene Methode würden schnelle elektrische Schwingungen in einer so langen Leitungskette, zwar nicht in Folge des grossen Widerstands der Kette, sondern in Folge der wechselseitigen Induction aller Windungen auf einander, in welchen die elektrischen Strömungen so rasch entstehen und verschwinden, ganz verschwindend klein und ihre Beobachtung daher unausführbar werden.

Es bedarf hiebei kaum der Bemerkung, dass dieselbe Methode auch in andern Fällen nützliche Anwendung finden kann, wo ähnliche Verhältnisse vorhanden sind, unter welchen dieselbe Methode Aehnliches leisten wird.

Es gilt dies namentlich für *elektrische Telegraphen* von grosser Ausdehnung, wo ebenfalls zum Zweck der Telegraphenzeichen elektrische Strömungen in sehr langer Kette sehr schnell entstehen und verschwinden sollen. Es ist auch wirklich schon bemerkt worden, dass durch die Dämpfungskräfte, welche die Elektricität in den einzelnen Drahtelementen dabei ausübt und, besonders unter dem Einfluss eines umschliessenden Conductors, erleidet, grosse Hindernisse durch Verzögerungen für die Zeichengebung hervorgebracht werden, von denen man fürchtet, dass sie die weitere Ausdehnung besonders der unterseeischen Telegraphenlinien, z. B. von Europa nach Amerika, ganz abgesehen von den mit Legung und Erhaltung derselben verbundenen technischen Schwierigkeiten, vereiteln könnten. Es kommen dabei nicht bloss die Kräfte, welche die Elektricitäten in den verschiedenen Drahtelementen wechselseitig auf einander ausüben, in Betracht, sondern auch diejenigen Kräfte, welche die Elektricität jedes Drahtelements auf die *benachbarten Leiter* ausübt und von ihnen erleidet, und selbst diejenigen Kräfte, welche vom *Erdmagnetismus*, bei seiner Veränderlichkeit, auf die Elektricität der einzelnen Drahtelemente ausgeübt werden. Alle hieraus für schnelle Zeichengebung bei sehr grosser Ausdehnung der Kette erwachsenden Hindernisse können durch Anwendung der obigen Methode ganz oder fast ganz beseitigt werden, wonach immer zwei Drahtelemente dicht neben einander zu liegen kommen, in denen die elektrische Strömung und Ladung nahe *gleich aber entgegengesetzt* sind. Es leuchtet daraus von selbst die Regel ein, dass bei weiterer Ausdehnung der Telegraphenlinie ein Kabel anzufertigen ist, in welchem dicht neben dem Drahte, welcher den Strom hinführt, ein zweiter Draht, der ihn zurückführt, sich befindet, wonach also auf die Zurückführung des Stroms durch die Erde verzichtet werden muss. Dass die Isolirung dieser im Kabel dicht neben einander liegenden Drähte von einander keine Schwierigkeit findet, scheint das Beispiel unserer Kette zu beweisen, wo die beiden durch eine gemeinschaftliche Umspinnung fest zusammengedrückten Drähte nur dadurch von einander isolirt wurden, dass jeder für sich, vor der Zusammenlegung, mit Seide umsponnen war. Die Dicke der

isolirenden Schicht betrug hiebei noch nicht $\frac{1}{10}$ Millimeter und doch war die Isolirung für Ströme, die so stark waren, dass die Länge der Skalen für die Beobachtung der von ihnen hervorgebrachten Dynamometerablenkungen kaum hinreichte, als vollkommen zu betrachten, wie aus den damit gemachten, später zu beschreibenden, Beobachtungen sich ergeben wird.

27.

Beobachtungen zur Vergleichung der Amplitude der elektrischen Schwingungen an zwei verschiedenen Stellen einer langen geschlossenen Kette.

Nach der in den vorhergehenden Artikeln erörterten Anordnung sind nun vier Beobachtungsreihen, sämmtlich an einem Tage, am 28. September 1860, gemacht worden, *abwechselnd* zur Vergleichung der *Amplitude* und zur Bestimmung des *Phasenunterschiedes* an zwei weit von einander entfernten Stellen der oben beschriebenen langen geschlossenen Kette, während durch einen schnell rotirenden Magnet elektrische Schwingungen darin erregt wurden. Die beiden zur Vergleichung der *Amplitude* gemachten Beobachtungsreihen sollen jedoch, wenn sie auch nicht unmittelbar nach einander gemacht worden sind, in diesem Artikel *beide zusammen* betrachtet werden, ebenso wie im folgenden Artikel die *beiden* zur Bestimmung des *Phasenunterschiedes* gemachten Beobachtungsreihen.

Die correspondirenden Beobachtungen an den beiden Elektrodynamometern wurden von Herrn Schering und von mir gemacht, während die Herren Klinkerfues und H. Weber die gleichförmige Drehung des Magnets in der Inductorrolle ausführten und deren Geschwindigkeit bestimmten. Es wurde diese Geschwindigkeit möglichst nahe auf 260 Umdrehungen in 1 Secunde erhalten, wovon nur geringe Abweichungen vorkamen, die sich in kleinen Schwankungen der Solenoid-Ablenkungen beider Dynamometer zu erkennen gaben.

Die *Schwingungsdauer der Solenoide* beider Dynamometer war so regulirt, dass sie gleich gross war und fast genau 15 Secunden betrug. Dabei war aber die Empfindlichkeit der beiden Instrumente doch sehr verschieden, was daher rührte, dass zu den beiden Solenoiden zwar gleich grosse Rollen, aber von verschiedener Drahtstärke und daher von verschiedener Zahl von Umwindungen, genommen worden waren. Das

empfindlichere Dynamometer, dessen Solenoid eine grössere Zahl von Umwindungen hatte, wurde zu denjenigen Beobachtungen gebraucht, durch die abwechselnd die Schwingungsamplitude an zwei verschiedenen Stellen der Leitungskette bestimmt werden sollte, während das *weniger empfindliche* Dynamometer zu den correspondirenden Beobachtungen diente, um den Einfluss kleiner Schwankungen in der Rotationsgeschwindigkeit in Rechnung zu bringen, wozu dasselbe an einer bestimmten Stelle des Leitungsdrahts immer unverrückt bleiben musste.

Erste Reihe.

Die erste Beobachtungsreihe wurde nach der Art. 24 vorgeschriebenen Anordnung zum Zweck der Vergleichung der *Intensität* oder Schwingungsamplitude der elektrischen Schwingungen an zwei verschiedenen Stellen der langen geschlossenen Kette gemacht.

Alle *Beobachtungen* sind in Theilen einer Millimeterskale ausgedrückt, deren Bild in einem 2100 Skalentheile von ihr entfernten, am Solenoid befestigten, Planspiegel auf die bei Magnetometern gewöhnliche Weise mit einem Fernrohre beobachtet wurde. Um bei den Beobachtungen die ganze Ausdehnung der Skale benutzen zu können, da das Solenoid von seiner Ruhelage stets nur nach einer und derselben Seite abgelenkt wurde, waren die Ablesungsfernröhre nebst ihren Skalen vor den Spiegeln so aufgestellt worden, dass die Ruhelage der Solenoide bei ruhendem Magnet oder bei gelöster Kette nicht, wie gewöhnlich, dem über dem Fernrohr gelegenen Mittelpunkte der Skale, sondern einem Punkte nahe am Anfang der Skale entsprach.

Während der ganzen Beobachtungsreihe wurde *die Drehung des Magnets* gleichmässig fortgesetzt. Zwischen den einzelnen durch Nummern unterschiedenen Beobachtungssätzen wurde der Art. 25 beschriebene *Commutator A* commutirt, nämlich das erste Mal, wo er vorher offen gewesen war, wurde er geschlossen, nachher wurde *obere* und *untere* Einstellung bloss vertauscht. Der *Commutator B* befand sich dabei in der *oberen Einstellung* fortwährend geschlossen, ebenso wie die beiden 4zelligen *Commutatoren C* und *C'*, die vor dem Beginn der Beobachtungen zur Beruhigung der Solenoide gebraucht worden waren, während der 4zellige Commutator *D* geöffnet und durch Wiedereinsetzen des die erste und vierte Zelle verbindenden Drahtstücks, welches wäh-

rend der Beruhigung der beiden Solenoide herausgenommen worden war, aus der Kette ganz ausgeschlossen wurde.

Vor dem Beginn der Beobachtungen waren die Solenoide der beiden Dynamometer, wie Art. 25 auseinandergesetzt worden, möglichst beruhigt worden. — Da die Einstellung der drei Commutatoren *B, C, C'* während der ganzen Beobachtungsreihe unverändert blieb, so ist in den Ueberschriften der einzelnen Sätze dieser Beobachtungsreihe nur bemerkt, ob die Kette geöffnet oder geschlossen war und in letzterem Falle, ob die *obere* oder *untere Einstellung des Commutators A* nach dem Schema Art. 25 statt fand. — Bei *geschlossener Kette*, wo die Solenoide in grösserer Bewegung waren, sind aus den nach einander beobachteten Elongationen *die zweiten Mittel* zur Bestimmung des *Ruhestands* genommen worden.

Obere Einstellung des Commutators *B*.

Satz 1. Kette geöffnet.			
Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
52,9		+ 11,4	
	34,55		— 0,30
16,2		— 12,0	
	34,40		— 0,40
52,6		+ 11,2	
	34,60		— 0,35
16,6		— 11,9	
	34,55		— 0,45
52,5		+ 11,0	
	34,70		— 0,20
16,9		— 11,4	
Mittel 34,56		Mittel — 0,34	
Satz 2. Kette geschlossen. Obere Einstellung des Commutators *A*.			
901,7		638,2	
854,7	876,55	606,8	621,38
895,1	877,93	633,7	622,35
866,8	880,82	615,2	624,52
894,6	882,70	634,0	625,83
874,8		620,1	
Mittel 879,50		Mittel 623,52	

Satz 3. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
843,1		596,2	
908,8	872,35	644,9	617,95
828,7	870,45	585,8	616,60
915,6	873,72	649,9	619,10
835,0	879,35	590,8	623,20
931,8		661,3	
Mittel	873,97	Mittel	619,21

Satz 4. Kette geschlossen.

Obere Einstellung des Commutators *A*.

811,4		574,2	
941,8	880,90	668,5	624,65
828,6	890,82	587,4	631,87
964,3	887,95	684,2	629,68
794,6	872,93	562,9	619,13
938,2		666,5	
Mittel	883,15	Mittel	626,33

Satz 5. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

796,7		564,7	
978,0	885,60	694,1	628,20
789,7	887,47	559,9	629,45
992,5	884,35	704,1	627,15
762,7	876,35	540,5	621,37
987,5		700,4	
Mittel	883,44	Mittel	626,55

Satz 6. Kette geschlossen.
Obere Einstellung des Commutators *A*.

Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
748,3		531,5	
1007,5	877,80	714,5	622,93
747,9	879,30	531,2	623,97
1013,9	880,67	719,0	624,97
747,0	876,65	530,7	622,13
998,7		708,1	
Mittel	878,61	Mittel	623,50

Satz 7. Kette geschlossen.
Untere Einstellung des Commutators *A*.

742,8		527,6	
1011,1	880,28	716,2	624,38
756,1	883,47	537,5	626,77
1010,6	882,45	715,9	626,00
752,5	879,43	534,7	623,80
1002,1		709,9	
Mittel	881,41	Mittel	625,24

Vergleicht man die correspondirenden Ablenkungen der beiden gleichzeitig beobachteten Dynamometer, welche man erhält, wenn man den bei *geöffneter* Kette (Satz 1) beobachteten Ruhestand von dem bei *geschlossener* Kette beobachteten abzieht, und beschränkt sich dabei zunächst auf diejenigen Fälle (Satz 2. 4. 6), wo beide Dynamometer ihre Stelle in der Kette symmetrisch dicht neben einander, von beiden Seiten durch die beiden langen Leitungsdrähte vom Inductor des rotirenden Magnets geschieden, erhalten hatten, wo also immer gleiche Schwingungsamplitude und Schwingungsphase in beiden Dynamometern zugleich statt finden musste; so giebt das Verhältniss der beobachteten Ablenkungen beider Dynamometer zu einander *das Verhältniss ihrer Empfind-*

lichkeit Hienach erhält man die Empfindlichkeit des *ersten* Dynamometers in Theilen der des *zweiten* ausgedrückt:

$$\text{aus Satz 1 und 2: } \frac{844{,}94}{623{,}86} = 1{,}3544$$

$$\text{aus Satz 1 und 4: } \frac{848{,}59}{626{,}67} = 1{,}3541$$

$$\text{aus Satz 1 und 6: } \frac{844{,}05}{623{,}84} = 1{,}3530$$

im Mittel also *das Verhältniss der Empfindlichkeit des ersten Dynamometers zu der des zweiten* wie

$$1{,}3538 : 1 .$$

Nach dieser Vergleichung der Empfindlichkeit beider Dynamometer unter einander können die beobachteten Ablenkungen des einen abwechselnd an zwei verschiedenen Stellen der Kette eingeschalteten Dynamometers, mit Hülfe der beobachteten Ablenkungen des andern immer an derselben Stelle der Kette gebliebenen Dynamometers, so reducirt werden, wie wenn die Ablenkungen an den beiden Stellen der Kette *gleichzeitig mit ganz gleichen Dynamometern* beobachtet worden wären. Es kann nämlich aus den correspondirenden Ablenkungen des Hülfsdynamometers nun immer die Ablenkung des Hauptdynamometers berechnet werden, wie sie beobachtet worden sein würde, wenn das Hauptdynamometer an seiner ursprünglichen Stelle, für welche die Vergleichung seiner Empfindlichkeit mit der des andern Dynamometers gilt, geblieben wäre, und diese für die *erste Stellung* des Hauptdynamometers in der Kette *berechnete Ablenkung* lässt sich dann mit der in der *zweiten Stellung* des Hauptdynamometers wirklich *beobachteten Ablenkung* vergleichen.

Multiplicirt man nämlich mit der gefundenen Verhältnisszahl 1,3538 die beobachteten Ablenkungen des Hülfsdynamometers im 3^{ten}, 5^{ten} und 7^{ten} Satze, nämlich, nach Abzug des Satz 1 gefundenen Ruhestands,

$$619{,}55 ; \quad 626{,}89 ; \quad 625{,}58 ;$$

so erhält man die Ablenkungen, welche am Hauptdynamometer beobachtet worden sein würden, wenn letzteres seine Stellung in der Kette, so wie sie beim 2^{ten}, 4^{ten} und 6^{ten} Satze gewesen war, behalten hätte.

In der folgenden Tafel sind die Werthe dieser *berechneten Ablenkungen* in der *zweiten* Columne enthalten; in der *dritten* Columne sind die zu der Zeit, für welche diese *berechneten Ablenkungen des Hauptdynamometers an Stelle I* galten, wirklich *beobachteten Ablenkungen des*

Hauptdynamometers an Stelle II angegeben; in der *vierten* Columne endlich sind die Unterschiede zwischen beiden bemerkt worden.

Satz	Berechnete Ablenkung für Stelle I	Beobachtete Ablenkung für Stelle II	Unterschied
3.	838,75	839,41	+ 0,66
5.	848,69	848,88	+ 0,19
7.	846,92	846,85	— 0,07
Mittel	844,78	845,05	+ 0,26

Diese in Skalentheilen beobachteten Ablenkungen, mit dem 2100 Skalentheile betragenden Abstande des Spiegels von der Skale dividirt, geben nun aber die Tangenten der doppelten Winkel, welche Art. 24 mit v, v' bezeichnet worden sind. Es ist also

$$\text{für Stelle I:}\quad \operatorname{tang} v = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \operatorname{arc\,tang} \tfrac{844{,}78}{2100} = 0{,}193601$$

$$\text{für Stelle II:}\quad \operatorname{tang} v' = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \operatorname{arc\,tang} \tfrac{845{,}05}{2100} = 0{,}193656\ .$$

Nun verhalten sich aber nach Art. 24 die Quadrate der Intensitäten i, i', oder *die Quadrate der Amplituden der elektrischen Schwingungen* an den beiden verglichenen Stellen I und II, wohin das Hauptdynamometer durch die obere und untere Einstellung des Commutators A versetzt wurde, wie

$$ii : i'i' = \operatorname{tang} v : \operatorname{tang} v' \ ;$$

folglich erhält man hieraus

$$i' = 1{,}000142\ .\ i\ .$$

Die Stelle I befindet sich aber in der Kette fast 5 Meilen weit von dem Inductor, in welchem der rotirende Magnet sich befindet, entfernt, während die Stelle II sehr nahe beim Inductor liegt. Es scheint sich also hieraus zwar zu ergeben, dass die Amplitude der durch den rotirenden Magnet in der ganzen Kette hervorgebrachten elektrischen Schwingungen in grosser Entfernung von dem Inductor, von wo die Erregung ausging, nämlich an der mit I bezeichneten Stelle, etwas kleiner sei als ganz in der Nähe des Inductors, an der Stelle II; doch ist der gefundene Unterschied so ausserordentlich gering, dass er auch bei grösster Genauigkeit der Beobachtungen sich nicht mehr sicher verbürgen lässt, er beträgt nämlich kaum $\frac{1}{7000}$ von der ganzen Schwingungs-

amplitude, welche der ganzen Dynamometer-Ablenkung entspricht. In der That ergeben also diese Beobachtungen, dass an zwei fast 5 Meilen von einander entfernten Stellen der Kette auch durch die genauesten Beobachtungen *gar kein Unterschied in der Amplitude der elektrischen Schwingungen mit Sicherheit nachgewiesen werden kann.*

Was die *Genauigkeit der Beobachtungen* betrifft, so leuchtet zwar ein, dass eine nähere Bestimmung derselben aus so wenigen Wiederholungen, wie diese erste Beobachtungsreihe enthält, noch nicht gewonnen werden kann; indess darf man, da keine Abweichung vom Mittelwerthe 0,40 Skalentheil übersteigt, diesen Mittelwerth aus allen 3 Beobachtungen bis auf 1 Skalentheil wohl als zuverlässig betrachten, was dem 845sten Theile der ganzen Schwingungsamplitude entspricht. — Eine solche Genauigkeit der Intensitätsmessungen *elektrischer Schwingungen* übertrifft die Genauigkeit welche bisher in den Intensitätsmessungen fast aller anderer Schwingungen hat erreicht werden können. In der *Akustik* und *Optik* hängt von der Schwingungsamplitude die Intensität des Schalles und Lichtes ab, und es ist bekannt, wie weit die Intensitätsmessungen des Schalles und Lichtes hinter jener Genauigkeit zurückbleiben. Nur die nach der Gaussischen Methode gemachten Beobachtungen der Schwingungsamplitude einer Magnetnadel oder überhaupt einer unifilar oder bifilar aufgehangenen Drehwage gewähren gleiche und unter günstigen Verhältnissen eine noch etwas grössere Genauigkeit. — Es verdient dabei bemerkt zu werden, dass dieselbe Genauigkeit mit demselben Inductor und mit denselben Dynamometern, welche zur Hervorbringung und zur Beobachtung der elektrischen Schwingungen, von denen 520 in jeder Secunde statt fanden, in einer fast 10 Meilen langen Kette, dienten, ebenso gut erreichbar gewesen wäre, auch wenn die Zahl der elektrischen Schwingungen über 1000 in 1 Secunde, und die Länge der Kette über 30 Meilen gestiegen wäre, ohne dass es dabei einer Verstärkung des Drahts der verlängerten Kette bedurft hätte; denn es war bei den beschriebenen Versuchen die elektrische Schwingung und deren Wirkung absichtlich verkleinert worden, nämlich *erstens* durch Ausschluss der einen Hälfte des Inductors, auf welche der rotirende Magnet wirkte, *zweitens* durch Verstärkung der statischen Directionskraft der Solenoide beider Dynamometer; die Länge der Skale würde sonst für die Beobachtungen nicht ausgereicht haben. Beim Gebrauch des ganzen Inductors und durch Verminderung der statischen Directions-

kraft der Solenoide, wodurch ihre Schwingungsdauer leicht von 15 auf 20 Secunden vergrössert werden konnte, würden die beobachteten Wirkungen bei einer viel längern Kette noch ebenso gross gewesen sein.

Um jeden Zweifel zu beseitigen, dass diese Genauigkeit nur scheinbar sei und die Uebereinstimmung der in obiger Beobachtungsreihe nur 3 Mal wiederholten Beobachtungen nur zufällig sei, ist endlich noch eine *zweite Beobachtungsreihe*, ganz nach derselben Anordnung und an dem nämlichen Tage ausgeführt worden, deren Resultate zur Vergleichung mit der vorhergehenden in der folgenden Tafel auf dieselbe Weise zusammengestellt worden sind.

Zweite Reihe.

Die der ersten Reihe vorausgeschickten Bemerkungen gelten auch für die zweite Reihe.

Obere Einstellung des Commutators *B*.

Satz 1. Kette geöffnet.			
Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
30,3		— 8,5	
	32,35		— 1,65
34,4		+ 5,2	
	32,35		— 1,55
30,3		— 8,3	
	32,20		— 1,65
34,1		+ 5,0	
	32,20		— 1,50
30,3		— 8,0	
	32,25		— 1,55
34,2		+ 4,9	
Mittel 32,27		Mittel — 1,58	
Satz 2. Kette geschlossen. Obere Einstellung des Commutators *A*.			
858,7		615,7	
	879,00		623,83
904,2		636,1	
	879,68		624,47
848,9		607,4	
	880,52		625,15
916,7		647,0	
	876,00		621,90
839,8		599,2	
907,7		642,2	
Mittel 878,80		Mittel 623,84	

Satz 3. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
837,0		596,0	
918,8	880,60	649,0	624,70
847,8	885,58	604,8	628,67
927,9	881,70	656,1	625,75
823,2	880,00	586,0	624,38
945,7		669,4	
Mittel	881,97	Mittel	625,87

Satz 4. Kette geschlossen.

Obere Einstellung des Commutators *A*.

792,5		554,0	
964,0	881,38	683,1	623,30
805,0	884,72	573,0	628,07
964,9	880,70	683,2	625,22
788,0	879,35	561,5	624,25
976,5		690,8	
Mittel	881,54	Mittel	625,21

Satz 5. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

794,0		566,4	
962,4	875,90	678,5	621,10
784,8	876,73	564,0	621,93
974,9	879,92	687,2	623,95
785,1	874,35	560,4	620,02
952,3		672,1	
Mittel	876,73	Mittel	621,75

Satz 6. Kette geschlossen.

Obere Einstellung des Commutators *A*.

Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
783,2		559,9	
961,1	877,62	679,0	623,15
805,1	875,53	574,7	621,42
930,8	869,10	657,3	617,10
809,7	872,52	579,1	619,68
939,9		663,2	
Mittel 873,69		Mittel 620,34	

Satz 7. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

783,5		560,8	
969,6	878,25	682,9	623,13
790,3	881,72	565,9	625,67
976,7	882,28	688,0	626,08
785,4	882,12	562,4	625,95
981,0		691,0	
Mittel 881,09		Mittel 625,21	

Für das Verhältniss der Empfindlichkeit des ersten Dynamometers, in Theilen der des zweiten ausgedrückt, erhält man aus den Beobachtungen dieser zweiten Reihe folgende Werthe:

$$\text{aus Satz 1 und 2: } \frac{846,53}{625,42} = 1,3535$$

$$\text{aus Satz 1 und 4: } \frac{849,27}{626,79} = 1,3549$$

$$\text{aus Satz 1 und 6: } \frac{841,42}{621,92} = 1,3529$$

im Mittel also das Verhältniss der Empfindlichkeit des ersten Dynamometers zu der des zweiten wie

$$1,3538 : 1 .$$

Multiplicirt man nun mit dieser Verhältnisszahl 1,3538 die beobachteten Ablenkungen des zweiten Dynamometers, welches seine Stelle in der Kette bei allen Beobachtungen immer beibehalten hat, nämlich die Ablenkungen, welche sich aus der Differenz der Ruhestände bei geöffneter Kette in Satz 1 und bei geschlossener Kette in Satz 3. 5. 7 ergeben:

627,45 ; 623,33 ; 626,79

so geben die Producte

849,45 ; 843,86 ; 848,55

die Grösse der Ablenkungen, welche am ersten Dynamometer, wenn dasselbe seine Stelle in der Kette, die es während der Beobachtungen Satz 2. 4. 6 hatte, beibehalten hätte, beobachtet worden wären, während die aus den Ruheständen Satz 3. 5. 7 entnommenen Ablenkungen der veränderten Stellung des Dynamometers in der Kette entsprechen. In der folgenden Tafel sind die der ursprünglichen Stellung mit denen der veränderten Stellung des ersten Dynamometers in der Kette entsprechenden Ablenkungen zusammengestellt worden.

Satz	Berechnete Ablenkung für Stelle I	Beobachtete Ablenkung für Stelle II	Unterschied
3.	849,45	849,70	+ 0,25
5.	843,86	844,46	+ 0,60
7.	848,55	848,82	+ 0,27
Mittel	847,29	847,66	+ 0,37

Hieraus ergiebt sich ebenso, wie bei der vorigen Beobachtungsreihe, zur Vergleichung der Schwingungsamplitude oder der Strömungsintensität an der Stelle I und II,

für Stelle I: $\text{tang}\, v = \text{tang}\, \frac{1}{2}\, \text{arc tang}\, \frac{847,29}{2100} = 0,194134$

für Stelle II: $\text{tang}\, v' = \text{tang}\, \frac{1}{2}\, \text{arc tang}\, \frac{847,66}{2100} = 0,194212$

folglich, da nach Art. 24

$$ii : i'i' = \text{tang}\, v : \text{tang}\, v'$$

ist, ergiebt sich hieraus

$$i' = 1,000201 \,.\, i \,.$$

Der Unterschied der Schwingungsamplitude beträgt also zwischen den beiden Stellen, von denen die eine fast 5 Meilen vom Inductor des rotirenden Magnets entfernt war, während die andere dicht beim Inductor sich befand, kaum $\frac{1}{5000}$ von der ganzen Schwingungsamplitude, welche der ganzen Dynamometerablenkung entspricht. Es leuchtet ein, dass auch dieser Unterschied zu gering ist, um auch bei grösster Genauigkeit der Beobachtungen verbürgt werden zu können, und es wird daher auch durch diese zweite Beobachtungsreihe die Bestätigung erhalten, dass *an zwei fast 5 Meilen von einander entfernten Stellen der Kette gar kein Unterschied in der Amplitude der elektrischen Schwingungen mit Sicherheit nachgewiesen werden kann.*

28.

Beobachtungen zur Bestimmung des Unterschieds der Phase der elektrischen Schwingungen an zwei verschiedenen Stellen einer langen geschlossenen Kette.

Bei gleicher Anordnung, wie die für die beiden vorhergehenden Beobachtungsreihen beschriebene, wurde eine *dritte* Beobachtungsreihe, aber nicht zur Vergleichung der Schwingungsamplituden, sondern zur Bestimmung des *Phasenunterschieds* der elektrischen Schwingungen an zwei verschiedenen Stellen einer langen Kette ausgeführt. Es wurde zu diesem Zwecke, ebenso wie bei den vorhergehenden Beobachtungsreihen, zwischen den einzelnen durch Nummern unterschiedenen Beobachtungssätzen der Art. 25 beschriebene *Commutator A*, wenn er vorher geöffnet gewesen war, geschlossen, oder, wenn er geschlossen gewesen war, commutirt, das heisst, es wurden *obere* und *untere* Einstellung mit einander vertauscht. Dagegen wurde dabei *Commutator B* zwar fortwährend geschlossen erhalten, aber in der *unteren* (statt früher in der oberen) *Einstellung*. Die beiden 4zelligen *Commutatoren C und C'* endlich, die vor dem Beginn der Beobachtungen zur Beruhigung der Solenoide gebraucht worden waren, wurden während der Beobachtungen wieder gerade ebenso geschlossen und eingestellt erhalten wie früher. Der Commutator *D* wurde, nach Beruhigung der Solenoide, vor dem Beginn der Beobachtungen geöffnet und durch einen seine erste und letzte Zelle verbindenden Draht ganz aus der Kette ausgeschlossen,

Dritte Reihe.

Untere Einstellung des Commutators *B*.

Satz 1. Kette geöffnet.			
Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
33,9		— 3,5	
	35,95		— 3,70
38,0		— 3,9	
	35,95		— 3,65
33,9		— 3,4	
	35,95		— 3,20
38,0		— 3,0	
	35,95		— 3,40
33,9		— 3,8	
	36,00		— 3,45
38,1		— 3,1	
Mittel	35,96	Mittel	— 3,48
Satz 2. Kette geschlossen. Obere Einstellung des Commutators *A*.			
849,5		995,0	
	883,25		626,67
917,7		263,1	
	889,37		630,87
848,1		985,5	
	889,15		629,60
943,6		289,4	
	875,85		619,50
821,3		954,1	
917,2		280,4	
Mittel	884,41	Mittel	626,66
Satz 3. Kette geschlossen. Untere Einstellung des Commutators *A*.			
812,8		940,0	
	882,55		625,27
956,7		317,6	
	876,10		620,57
804,0		925,9	
	873,35		618,70
939,7		312,9	
	878,10		622,32
810,0		923,1	
952,7		330,2	
Mittel	877,52	Mittel	621,72

Satz 4. Kette geschlossen.

Obere Einstellung des Commutators *A*.

Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
943,2		363,1	
809,5	875,45	873,8	619,30
939,6	873,17	366,5	617,70
804,0	875,20	864,0	618,62
953,2	880,35	380,0	622,13
811,0		864,5	
Mittel	876,04	Mittel	619,44

Satz 5. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

925,7		366,2	
836,3	881,82	879,8	625,35
929,0	877,45	375,6	622,35
815,5	875,10	858,4	618,15
940,4	879,10	380,2	621,40
820,1		866,8	
Mittel	878,37	Mittel	621,81

Satz 6. Kette geschlossen.

Obere Einstellung des Commutators *A*.

919,8		369,0	
845,1	886,12	881,2	627,52
934,5	885,68	378,7	627,53
828,6	880,35	871,5	624,62
929,7	878,32	376,8	622,53
825,3		865,0	
Mittel	882,62	Mittel	625,55

Satz 7. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
898,0		367,5	
850,5	875,77	870,9	619,52
904,1	872,63	368,8	619,13
831,8	870,10	868,0	618,45
912,7	868,52	369,0	615,77
816,9		857,1	
Mittel	871,76	Mittel	618,22

Für das Verhältniss der Empfindlichkeit des ersten Dynamometers, in Theilen der des zweiten ausgedrückt, erhält man aus den Beobachtungen dieser dritten Reihe folgende Werthe:

$$\text{aus Satz 1 und 2: } \frac{848,45}{630,14} = 1,3464$$

$$\text{aus Satz 1 und 4: } \frac{840,08}{622,92} = 1,3486$$

$$\text{aus Satz 1 und 6: } \frac{846,66}{629,03} = 1,3460$$

im Mittel also das Verhältniss der Empfindlichkeit des ersten Dynamometers zum zweiten wie

$$1,3470 : 1 .$$

Multiplicirt man nun mit dieser Verhältnisszahl 1,3470 die beobachteten Ablenkungen des zweiten Dynamometers, welches seine Stelle in der Kette bei allen Beobachtungen immer beibehalten hat, nämlich die Ablenkungen, welche sich aus der Differenz der Ruhestände bei geöffneter Kette in Satz 1 und bei geschlossener Kette in Satz 3. 5. 7 ergeben:

$$625,20 ; \quad 625,29 ; \quad 621,70$$

so geben die Producte

$$842,15 ; \quad 842,26 ; \quad 837,44$$

die Grösse der Ablenkungen, welche am ersten Dynamometer, wenn das Solenoid diejenige Stelle, die es während der Beobachtungen Satz 2. 4. 6 hatte, beibehalten hätte, beobachtet worden wären, während die aus den

Ruheständen Satz 3. 5. 7 entnommenen Ablenkungen der veränderten Stellung des Solenoids in der Kette entsprechen. In der folgenden Tafel sind die der ursprünglichen mit denen der veränderten Stellung des Solenoids entsprechenden Ablenkungen des ersten Dynamometers zusammengestellt worden.

Satz	Berechnete Ablenkung für Stelle I des Solenoids	Beobachtete Ablenkung für Stelle II des Solenoids	Unterschied
3.	842,15	841,56	— 0,59
5.	842,26	842,41	+ 0,15
7.	837,44	835,80	— 1,64
Mittel	840,62	839,92	— 0,70

Auch diese Beobachtungsreihe ist nochmals wiederholt worden, um die diesen Beobachtungen zuzuschreibende Genauigkeit daran zu erproben, und wir wollen diese *vierte* Beobachtungsreihe sogleich folgen lassen.

Vierte Reihe.

Untere Einstellung des Commutators *B*.

Satz 1. Kette geöffnet.			
Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
44,8	36,50	+ 4,3	— 1,25
28,2	36,35	— 6,8	— 1,25
44,5	36,20	+ 4,3	— 1,15
27,9	36,25	— 6,6	— 1,20
44,6	36,35	+ 4,2	— 1,30
28,1		— 6,8	
Mittel 36,33		Mittel — 1,23	

Satz 2. Kette geschlossen.

Obere Einstellung des Commutators *A*.

Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
840,9		592,2	
917,6	879,82	650,3	621,70
843,2	880,80	594,0	622,37
919,2	882,23	651,2	623,40
847,3	884,05	597,2	624,70
922,4		653,2	
Mittel	881,72	Mittel	623,04

Satz 3. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

794,5		559,9	
970,1	882,67	687,4	623,90
796,0	882,95	560,9	624,00
969,7	885,48	686,8	625,82
806,5	887,97	568,8	627,70
969,2		686,4	
Mittel	884,77	Mittel	625,36

Satz 4. Kette geschlossen.

Obere Einstellung des Commutators *A*.

772,9		543,9	
1005,7	886,77	712,1	626,20
762,8	883,15	536,7	623,57
1001,3	882,50	708,8	623,15
764,6	882,25	538,3	623,00
998,5		706,6	
Mittel	883,67	Mittel	623,98

Satz 5. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

Dynamometer 1.		Dynamometer 2.	
Beobachtete Elongationen	Ruhestand	Beobachtete Elongationen	Ruhestand
744,1		524,2	
1023,3	883,92	724,3	624,45
745,0	883,75	525,0	624,32
1021,7	885,80	723,0	625,80
754,8	883,37	532,2	624,15
1002,2	879,68	709,2	621,60
759,5		535,8	
Mittel	883,30	Mittel	624,06

Satz 6. Kette geschlossen.

Obere Einstellung des Commutators *A*.

988,3		698,9	
779,0	883,07	550,1	623,95
986,0	879,20	696,7	621,00
765,8	878,93	540,5	620,75
998,1	884,37	705,3	624,72
775,5		547,8	
Mittel	881,39	Mittel	622,61

Satz 7. Kette geschlossen.

Untere Einstellung des Commutators *A*.

960,0		678,2	
805,4	884,25	570,5	625,37
966,2	882,20	682,3	623,75
791,0	876,15	559,9	619,38
956,4	875,35	675,4	618,87
797,6		564,8	
Mittel	879,49	Mittel	621,84

Für das Verhältniss der Empfindlichkeit des ersten Dynamometers, in Theilen der des zweiten ausgedrückt, erhält man aus den Beobachtungen dieser vierten Reihe folgende Werthe:

$$\text{aus Satz 1 und 2: } \frac{845{,}39}{624{,}27} = 1{,}3542$$

$$\text{aus Satz 1 und 4: } \frac{847{,}34}{625{,}21} = 1{,}3553$$

$$\text{aus Satz 1 und 6: } \frac{845{,}06}{623{,}84} = 1{,}3546$$

im Mittel also das Verhältniss der Empfindlichkeit des ersten Dynamometers zu der des zweiten wie

$$1{,}3547 : 1 .$$

Multiplicirt man nun mit dieser Verhältnisszahl 1,3547 die beobachteten Ablenkungen des zweiten Dynamometers, welches seine Stelle in der Kette bei allen Beobachtungen immer beibehalten hat, nämlich die Ablenkungen, welche sich aus der Differenz der Ruhestände bei geöffneter Kette in Satz 1 und bei geschlossener Kette in Satz 3. 5. 7 ergeben:

$$626{,}59 ; \quad 625{,}29 ; \quad 623{,}07$$

so geben die Producte

$$848{,}84 ; \quad 847{,}10 ; \quad 844{,}10$$

die Grösse der Ablenkungen, welche am ersten Dynamometer, wenn das Solenoid die Stelle in der Kette, die es während der Beobachtungen Satz 2. 4. 6 hatte, beibehalten hätte, beobachtet worden wären, während die aus den Ruheständen Satz 3. 5. 7 entnommenen Ablenkungen der veränderten Stellung des Solenoids des ersten Dynamometers in der Kette entsprechen. In der folgenden Tafel sind die der ursprünglichen mit denen der veränderten Stellung des Solenoids in der Kette entsprechenden Ablenkungen zusammengestellt worden.

Satz	Berechnete Ablenkung für Stelle I des Solenoids	Beobachtete Ablenkung für Stelle II des Solenoids	Unterschied
3.	848,84	848,44	— 0,40
5.	847,10	846,97	— 0,13
7.	844,10	843,16	— 0,94
Mittel	846,68	846,19	— 0,49

Vergleicht man mit diesen aus der *vierten* Beobachtungsreihe gefundenen Mittelwerthen die aus der *dritten* Beobachtungsreihe erhaltenen, so ergiebt sich das Verhältniss der Ablenkungen an beiden Stellen so übereinstimmend, dass es für alle weitern Betrachtungen offenbar genügt, die Mittel aus beiden Reihen in Rechnung zu bringen, nämlich für die Ablenkung des Solenoids

an Stelle I 843,65
an Stelle II 843,055 .

Hieraus ergeben sich nun zur Bestimmung des Unterschieds der Schwingungsphasen an Stelle I und II nach Art. 24 die Werthe

$$u = \tfrac{1}{2} \text{ arc tang } \frac{843{,}65}{2100} = 10^0\ 56'\ 37''0$$

$$v'' = \tfrac{1}{2} \text{ arc tang } \frac{843{,}055}{2100} = 10^0\ 56'\ 14''7 .$$

Die letztere Angabe würde noch einer kleinen Correction bedürfen, wenn man nach dem Ergebniss des vorhergehenden Artikels nicht die Schwingungsamplitude an den beiden Stellen I und II als gleich betrachten, sondern den kleinen Unterschied der sich ergeben, ungeachtet er in keiner Weise verbürgt werden kann, in Rechnung bringen wollte. Es würde dann $v'' = 10^0\ 56'\ 13''2$ zu setzen sein. Indess werden wir uns hier an die erstere Angabe halten, weil gar kein Grund vorhanden ist, eine solche Ungleichheit der Schwingungsamplitude, da sie erfahrungsmässig gar nicht sicher festgestellt werden kann, anzunehmen.

Hienach ergiebt sich endlich zur Bestimmung des Phasenunterschieds 2λ an den beiden Stellen I und II nach Art. 24

$$\sin \lambda^2 = \frac{u - v''}{2 \sin u\,(\cos u + (u - v'') \sin u)} = 0{,}000329$$

folglich

$$2\lambda = 2^0\ 4'\ 43'' ,$$

was etwa dem 87sten Theile der Schwingungsdauer entspricht.

Auch diese Bestimmung des *Phasenunterschieds* beruht auf einer so kleinen Differenz in den beobachteten Ablenkungen, welche nur $\frac{3}{5}$ Skalentheil betrug, dass sie *ebenso wenig als erfahrungsmässig sicher festgestellt betrachtet werden kann, wie die geringe Verschiedenheit der Schwingungsamplitude im vorhergehenden Artikel.*

29.

Resultat der Prüfung.

Die Art. 27. 28 beschriebenen Beobachtungen dienen den im vorhergehenden Abschnitte entwickelten Gesetzen in Beziehung auf das Verhalten der *Schwingungsamplituden* und *Schwingungsphasen* an verschiedenen Stellen eines geschlossenen Leiters zur Prüfung, und es ist dadurch die Gleichheit von Amplituden und Phasen noch für sehr schnelle Schwingungen in einem sehr langen geschlossenen Leitungsdrahte bestätigt gefunden worden. Die zu diesen Beobachtungen gebrauchte Methode gleichzeitiger correspondirender Beobachtungen an zwei in ihrer Schwingungsdauer genau übereinstimmenden Dynamometern gestattete dabei eine sehr grosse Genauigkeit, und es würde sich damit diese Prüfung noch viel weiter erstrecken lassen, wenn die Mittel zu noch schnellerer Rotation des Magnets und zur Herstellung noch längerer Leitungsketten vorhanden wären. Eine solche weitere Ausdehnung dieser Prüfung würde aber, wie es scheint, die darauf zu verwendende Mühe und den Aufwand nicht hinreichend lohnen, und es dürfte deren Ausdehnung bis zu 520 Schwingungen in 1 Secunde und bis 10 Meilen Länge der Kette bei den beschriebenen Beobachtungen schon genügen. Zwar leuchtet ein, dass auch dann, wenn Amplituden und Phasen elektrischer Schwingungen in geschlossenen Ketten im Allgemeinen nicht überall gleich wären, doch ihre Verschiedenheiten desto kleiner werden müssten, je *grösser* die von der Rotationsgeschwindigkeit abhängige *Schwingungsdauer* und je *kürzer* der *Leitungsdraht* wäre, so dass diese Unterschiede bei immer wachsender Schwingungsdauer und abnehmender Länge des Leitungsdrahts endlich unmerklich werden müssten. Es kann daher die beabsichtigte Prüfung ihren Zweck nur dann erreichen, wenn sie sich beträchtlich über die Grenzen hinaus erstreckt, innerhalb deren eine solche Ausgleichung in jedem Falle statt finden müsste, und es fragt sich also, ob eine Leiterlänge von 10 Meilen und eine Schwingungsdauer von $\frac{1}{520}$ Secunde dazu genüge.

Man denke sich von einem Punkte der Kette einen *einfachen Wellenzug* ausgehend und betrachte denselben während des *ersten Umlaufs*. Die Wellendauer betrage $\frac{1}{520}$ Secunde und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit sei die normale $c\sqrt{\frac{1}{2}} = 41950$ Meilen. In diesem Falle würde,

wenn er sich darstellen liesse, eine *Abnahme der Amplitude* der von dem Wellenzuge hervorgebrachten elektrischen Schwingung mit der Entfernung von der Stelle, von welcher der Wellenzug ausgeht, und für jeden Augenblick ein mit derselben Entfernung wachsender *Phasenunterschied* statt finden, die sich beide leicht bestimmen liessen.

Für einen solchen *einfachen Wellenzug* kann nämlich die Verschiebung eines elektrischen Theilchens σ durch folgende Gleichung dargestellt werden:

$$\sigma = Ae^{-\varepsilon t} . \sin 520\,\pi \left(t - \frac{s}{c}\sqrt{2}\right),$$

worin nach Art. 15 $\varepsilon = \frac{cc}{16\pi\alpha\alpha kM''}$ und $M'' = 2 \log \frac{8a}{\alpha}$ näherungsweise gesetzt werden darf. Da nun ferner nach Art. 16 $\frac{1}{\pi\alpha\alpha k} = w' = \frac{16 . 10^6}{\pi\alpha\alpha . cc}$, folglich $\varepsilon = \frac{10^6}{2\pi\alpha\alpha \log \frac{8a}{\alpha}}$, und für unsere Kette $2\pi a = 76 . 10^6$ Millimeter und $\alpha = \frac{1}{8}$ Millimeter betrug, so erhält man

$$\varepsilon = 477000.$$

Einer Entfernung $s = 38 . 10^6$ Millimeter (etwa 5 Meilen) entspricht nun bei der Fortpflanzung der Zeitraum $t = \frac{s}{c}\sqrt{2} = \frac{1}{8177}$ Secunde, folglich das Verhältniss der Amplituden am Ausgangspunkte und in 5 Meilen Entfernung davon:

$$1 : e^{-\varepsilon t} = 1 : e^{-54,7} = 573 . 10^{21} : 1,$$

wonach also die *Amplitude* in 5 Meilen Entfernung so klein geworden ist, dass sie gegen die am Ausgangspunkte des Wellenzugs ganz verschwindet.

Der *Phasenunterschied* für einen gegebenen Augenblick am Ausgangspunkte des Wellenzugs und in der Entfernung $= s$ davon wird durch $520 \frac{\pi s}{c}\sqrt{2}$ dargestellt, also, für $s = 38 . 10^6$, durch $0{,}0636 . \pi = 10^0\,27'$, ein Phasenunterschied, der bei der Genauigkeit, welche die Beobachtungen nach dem vorhergehenden Artikel gestatten, keineswegs als unmerklich betrachtet werden kann.

Nach diesem aus der Betrachtung der Elementarwellen entnommenen Ueberschlage dürfen die in den vorhergehenden Artikeln beschriebenen Versuche als hinreichend zur Prüfung der im vorigen Abschnitte in Beziehung auf die Verhältnisse der Amplituden und der Phasen elektrischer Schwingungen in geschlossenen Leitern aufgestellten Gesetze betrachtet werden.

Schliesslich möge noch bemerkt werden, dass die gefundene Gleichheit der Schwingungsamplitude an verschiedenen weit von einander entfernten Stellen des geschlossenen Leitungsdrahts zugleich auch als Beweis dienen kann, dass dieser mit Seide umsponnene Draht für elektrische Strömungen, wie sie durch den rotirenden Magnet hervorgebracht wurden, als hinreichend isolirt zu betrachten ist; denn bei unvollkommener Isolation hätten die Strömungen in den vom Inductor entfernteren Theilen der Kette schwächer als in den dem Inductor näher liegenden sein müssen.

30.

Beobachtungen über die Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Rotationsgeschwindigkeit des Magnets.

Nachdem *die Gleichheit der Schwingungsamplituden und Schwingungsphasen* für die längste Kette und für die grösste Rotationsgeschwindigkeit des Magnets, welche sich mit den gegebenen Mitteln darstellen liessen, bestätigt worden ist, woraus von selbst einleuchtet, dass diese Gleichheit um so mehr bei kürzeren Ketten und kleineren Rotationsgeschwindigkeiten statt finde; so bleibt für die *quantitative Prüfung* der im vorhergehenden Abschnitte entwickelten Gesetze hauptsächlich nur noch die Prüfung des Gesetzes der *Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Rotationsgeschwindigkeit des Magnets,* für die nämliche Kette, übrig.

Aus der Gleichheit der Schwingungsamplituden und Schwingungsphasen in allen Theilen eines geschlossenen Leiters geht von selbst hervor, dass die Intensität der Strömung in irgend einem Punkte stets der *mittleren* Strömungsintensität im ganzen Leiter gleich ist. Das Gesetz für die *Mittelwerthe der Strömungsintensitäten* in geschlossenen Leitern in ihrer Abhängigkeit von den *Mittelwerthen der elektromotorischen Kräfte* ist nun Art. 9, unabhängig von der Betrachtung der Gestalt des geschlossenen Leiters, entwickelt worden, und es ist daraus Art. 21 das Gesetz dieser Abhängigkeit für den Fall näher bestimmt worden, wo dieser *Mittelwerth der elektromotorischen Kräfte* sich proportional dem Sinus eines mit der Zeit proportional wachsenden Bogens ändert, was statt findet, wenn die elektromotorischen Kräfte durch *Rotation eines kleinen Magnets* hervorgebracht werden. Wurde nämlich hienach die *mittlere*

elektromotorische Kraft $= g_0 \sin \mu t$ gesetzt, so ergab sich für die *mittlere Stromintensität* das Gesetz

$$i = -\frac{g_0}{w'} \cdot \sin \varrho_0 \cos (\mu t + \varrho_0) ,$$

worin w' den Widerstand der Längeneinheit des Leiters bezeichnete, und $\operatorname{tang} \varrho_0 = \frac{\pi a c c w'}{4 \mu f M''_0 ds}$ war. Nach diesem Gesetze hängt aber die Strömungsintensität i bei einer gegebenen Kette und bei gegebener Stärke und Lage des Magnets, für die der Widerstand w' und der von der Gestalt der Kette abhängige Coefficient $fM''_0 ds$, so wie auch der von der Stärke des Magnets und seiner Lage zur geschlossenen Kette abhängige Faktor g_0 bestimmte Werthe haben, bloss noch von der durch μ zu bestimmenden grösseren oder kleineren *Rotationsgeschwindigkeit* ab, indem $\frac{\mu}{2\pi}$ die Zahl der Umdrehungen in der Zeiteinheit bezeichnet.

Ausser dem Gesetze der *Abhängigkeit der Strömungsintensität von der Rotationsgeschwindigkeit* des Magnets könnte zwar ferner auch noch der *absolute Werth der Strömungsintensität* i in seiner Abhängigkeit von den *absoluten Werthen der Constanten* w', $fM''_0 ds$, und g_0 einer Prüfung unterworfen werden; doch was die Abhängigkeit von w' und g_0 betrifft, so ist dieselbe für verschwindende Werthe von μ schon geprüft, wo $\varrho_0 = \frac{\pi}{2}$ und folglich

$$i = \frac{g_0}{w'}$$

erhalten wird, was das bekannte und durch die Erfahrung fest begründete Ohm'sche Gesetz ist; was aber die Abhängigkeit von $fM''_0 ds$ betrifft, so würde diese Prüfung leicht zu machen sein, sobald nur analytische Methoden vorhanden wären, den Werth der Constanten $fM''_0 ds$ aus der Gestalt des geschlossenen Leiters leicht zu bestimmen. Die Kenntniss dieses Werths für einen *kreisförmigen* Leiter genügt nicht, weil die Beobachtungen, zu denen ein *Inductor* und zwei *Dynamometer* nothwendig sind, mit einem kreisförmigen Leiter nicht ausgeführt werden können.

Die Ausführung der verlangten *quantitativen Prüfung* fordert aber eine genaue Kenntniss der Instrumente, mit welchen die Beobachtungen gemacht werden, insbesondre eine genaue Kenntniss von den gebrauchten *Dynamometern*. Eine zweckmässige Einrichtung zur Regulirung der gegenseitigen Lage des *Multiplicators* und *Solenoids* jedes Dynamometers, sowie zur Regulirung der *Schwingungsdauer des Solenoids* vorausgesetzt,

kommt es dabei vorzüglich auf eine zweckmässige *Aufstellung* und sodann auf die *Prüfung des Instruments* an. Die *Aufstellung* des Dynamometers soll so geschehen, dass die *Solenoidaxe horizontal und dem magnetischen Meridiane parallel* ist; die *Axe des das Solenoid umschliessenden Multiplicators* soll ebenfalls *horizontal sein, und mit der Solenoidaxe einen rechten Winkel bilden*. Der Mittelpunkt des Multiplicators soll mit dem Mittelpunkte des Solenoids zusammenfallen. Ist dies näherungsweise nach äusseren Merkmalen geschehen, so bleibt zu erörtern übrig, wie man *durch Beobachtungen*, die mit dem Instrumente selbst gemacht werden, prüfen könne, ob die angeführten Bedingungen genau erfüllt sind, oder wie gross die noch vorhandenen *Abweichungen* sind, sowie, welche Versuche nöthig sind, auch diejenigen *Elemente des Instruments* zu bestimmen, deren Kenntniss nöthig ist, wenn aus den damit gemachten Beobachtungen *genaue quantitative Bestimmungen* abgeleitet werden sollen.

31.

Prüfung des Dynamometers.

Zum Zweck einer solchen Prüfung des Dynamometers lässt man den Strom einer *constanten* Säule, welcher zugleich durch den Multiplicator einer *Tangentenboussole* geführt wird, die zur Bestimmung der *Stromintensität* dient, durch das *Solenoid*, bald *vorwärts*, bald *rückwärts*, und durch den *Multiplicator* gehen, während derselbe mit dem Solenoide bald *parallel*, bald *kreuzweise* verbunden ist, was durch einen *Commutator*, zu dessen Doppelzellen die Enden des Solenoid- und Multiplicator-Drahts geführt sind, leicht bewerkstelligt wird. In allen diesen 4 Fällen wird die *Ablenkung* des Solenoids von der ursprünglichen Gleichgewichtslage auf bekannte Weise beobachtet. Aus diesen 4 Beobachtungen werden 1) die Abweichung der Solenoidaxe von dem magnetischen Meridian bei der ursprünglichen Gleichgewichtslage $= \mu$, 2) die Abweichung des von der Solenoidaxe und von der Multiplicatoraxe gebildeten Winkels von einem rechten Winkel $= \delta$, 3) das Verhältniss der vom Erdmagnetismus auf das Solenoid, bei gegebener Stromintensität in demselben, ausgeübten Directionskraft zu der statischen Directionskraft des Solenoids $= \varepsilon$, 4) das Verhältniss der vom Multiplicator auf das Sole-

noid, bei gegebener Stromintensität in beiden, ausgeübten Directionskraft zu der statischen Directionskraft des Solenoids $= \varkappa$ bestimmt.

Die Beobachtung giebt die *Ablenkung* des Solenoids von der ursprünglichen Gleichgewichtslage in Skalentheilen und wird die Zahl dieser Skalentheile mit dem doppelten Abstand des Spiegels von der Skale, $= R$ Skalentheilen, dividirt, so erhält man für kleinere Ablenkungen dieselben im *Bogenwerth* ausgedrückt, welcher in den angegebenen 4 Fällen mit a, b, c, d bezeichnet werden möge. Es ergiebt sich dann

$$\varkappa = \tfrac{1}{2}\left(\frac{c+b}{c-b} + \frac{d+a}{d-a}\right)$$

$$\varepsilon = \frac{da - cb - (db - ca)\,\varkappa}{d + c - b - a}$$

$$\delta = \frac{1}{2\varepsilon}\left(\frac{c+b}{c-b} - \frac{d+a}{d-a}\right)$$

$$\mu = \frac{1}{\varkappa}\left(\varepsilon - (1 + \varkappa - \delta\varepsilon)\,a\right) .$$

Zum Beweise braucht man nur nach bekannten Gesetzen das *statische, erdmagnetische* und *elektrodynamische* Drehungsmoment, welche auf das Solenoid wirken, zu bestimmen, deren Summe für das bei der beobachteten Ablenkung statt findende Gleichgewicht $= 0$ zu setzen ist.

Bezeichnet s die *statische* Directionskraft, so ist bei einer Ablenkung $= \varphi$ von der *statischen* Gleichgewichtslage, welche statt gefunden hatte, ehe ein Strom durch die Kette ging, das *statische* Drehungsmoment

$$= -s \sin \varphi .$$

Bezeichnet ferner i die *Stromintensität*, positiv wenn das durchströmte Solenoid einem mit seinem Nordpol nach Norden gerichteten Magnete äquivalent ist, bezeichnet mi die *erdmagnetische* Directionskraft, wonach m das Product des horizontalen Theils des Erdmagnetismus in die vom Solenoiddrahte umwundene Fläche ist; bezeichnet endlich μ, wie schon bemerkt, den Winkel, den die Solenoidaxe beim statischen Gleichgewichte mit dem magnetischen Meridiane macht; so ist das *erdmagnetische* Drehungsmoment

$$= -mi \sin (\varphi + \mu) ,$$

oder, wenn μ sehr klein ist,

$$= -mi (\sin \varphi + \mu \cos \varphi) .$$

Bezeichnet endlich $\left(\frac{\pi}{2} + \delta\right)$ den Winkel, welchen die nach Osten gerichtete Multiplicatoraxe mit der nach Norden gerichteten Solenoidaxe

bildet; bezeichnet ferner *eii* die vom Multiplicator auf das Solenoid ausgeübte elektrodynamische Directionskraft, *e* positiv wenn Multiplicator und Solenoid so mit einander verbunden sind, dass der Multiplicator bei positivem *i* in seinen Fernwirkungen einem mit seinem Südpole nach Osten gerichteten Magnet äquivalent ist; so ist das *elektrodynamische* Drehungsmoment

$$= eii \cos(\varphi - \delta) ,$$

oder, wenn δ sehr klein ist,

$$= eii (\cos\varphi + \delta \sin\varphi) .$$

Die Bedingung des Gleichgewichts des Solenoids bei der beobachteten Ablenkung φ besteht nun darin, dass die Summe dieser drei Momente $= 0$ ist, d. i.

$$- s \sin\varphi - mi (\sin\varphi + \mu \cos\varphi) + eii (\cos\varphi + \delta \sin\varphi) = 0 .$$

Dividirt man diese Gleichung mit $- s \cos\varphi$ und beachtet, dass für tang φ der *Bogenwerth der beobachteten Ablenkung*, d. i. *a* im *ersten* der 4 betrachteten Fälle, gesetzt werden kann, so erhält man folgende Gleichung

$$a + \frac{mi}{s} (a + \mu) - \frac{eii}{s} (1 + \delta a) = 0 .$$

In diesem *ersten* Falle ging der Strom durch den Solenoiddraht *vorwärts* und das Solenoid war mit dem Multiplicator *parallel* verbunden. In dem *zweiten* Falle, wo der Strom durch den Solenoiddraht ebenfalls *vorwärts* ging, aber das Solenoid mit dem Multiplicator *kreuzweise* verbunden war, bleibt die Stromintensität *i* positiv, aber *e* wechselt das Vorzeichen, während der Bogenwerth der in diesem Falle beobachteten Ablenkung *b* für tang φ zu setzen ist, wonach

$$b + \frac{mi}{s} (b + \mu) + \frac{eii}{s} (1 + \delta b) = 0 .$$

Im *dritten* Falle, wo der Strom durch den Solenoiddraht *rückwärts* ging, das Solenoid mit dem Multiplicator aber, wie im ersten Falle, *parallel* verbunden war, wechselt *i* das Vorzeichen und *e* ist positiv wie im ersten Falle, während der Bogenwerth der in diesem Falle beobachteten Ablenkung *c* für tang φ zu setzen ist, wonach

$$c - \frac{mi}{s} (c + \mu) - \frac{eii}{s} (1 + \delta c) = 0 .$$

Im *vierten* Falle endlich, wo der Strom durch den Solenoiddraht *rückwärts* ging, wie im dritten Falle, und das Solenoid mit dem Multiplicator *kreuzweise* verbunden war, wie im zweiten Falle, ist *i* negativ wie im

dritten und e negativ wie im zweiten Falle, während der Bogenwerth der in diesem Falle beobachteten Ablenkung d für tang φ zu setzen ist, wonach

$$d - \frac{mi}{s}(d + \mu) + \frac{eii}{s}(1 + \delta d) = 0 .$$

Aus diesen 4 Gleichungen ergeben sich die angegebenen Werthe von $\varkappa$, ε, δ, μ, wenn man $\varkappa$ für $\frac{mi}{s}$ und ε für $\frac{eii}{s}$ schreibt.

Als Beispiel diene das zu den folgenden Versuchen gebrauchte Dynamometer, für welches die Beobachtungen nach Skalentheilen ergeben hatten:

$$\begin{aligned} 2Ra &= + 440{,}01 \\ 2Rb &= - 443{,}81 \\ 2Rc &= + 448{,}26 \\ 2Rd &= - 450{,}68 . \end{aligned}$$

Es war dabei $2R = 5075$ Skalentheile. Hieraus folgt nun

$$\begin{aligned} \varkappa &= 0{,}008484 \\ \varepsilon &= 0{,}0880 \\ \delta &= - 0{,}0397 \\ \mu &= + 0{,}0323 . \end{aligned}$$

Die Werthe von $\varkappa$ und ε, die sich leicht, wenn die Stromintensität i mit Hülfe einer Tangentenboussole gemessen worden ist, auf die für die Einheit der Stromintensität geltenden Normalwerthe zurückführen lassen, geben die *Elemente für die Stärke des Solenoids und für die Empfindlichkeit des Dynamometers*. Die beiden andern Werthe δ und μ beziehen sich dagegen auf die *Aufstellung* und geben die Abweichungen dieser Aufstellung von den für sie vorgeschriebenen Bedingungen. Es ergiebt sich nämlich daraus, dass die Solenoidaxe mit der Multiplicatoraxe, statt eines rechten Winkels, den Winkel

$$\frac{\pi}{2} + \delta = 87^\circ\ 43'\ 31''$$

bildet, und dass die Solenoidaxe, statt beim *statischen* Gleichgewichte mit dem magnetischen Meridiane zusammen zu fallen, davon um den Winkel

$$\mu = 1^\circ\ 51'$$

nach Osten abweicht. Man sieht hieraus, dass, wenn das Instrument mit feinen Gradtheilungen versehen ist, die Fehler der Aufstellung sich hienach sehr leicht genau berichtigen lassen. — Bleiben aber auch diese

kleinen Fehler der Aufstellung unverbessert, so kann man doch die mit dem Instrumente gemachten Beobachtungen verbessern und diejenigen Werthe berechnen, die man bei genauer Aufstellung erhalten haben würde.

Für den Zweck der folgenden Schwingungsversuche kommt wegen des dabei statt findenden schnellen Wechsels des Vorzeichens von i die letztere mit μ bezeichnete Abweichung nicht in Betracht, sondern nur die mit δ bezeichnete Abweichung, und es ergiebt sich leicht für eine in Skalentheilen beobachtete Ablenkung x' der verbesserte Werth x

$$x = x' - \frac{\delta x' x'}{2R} = x' + \frac{x'x'}{127780} .$$

Die in den folgenden Artikeln enthaltenen Beobachtungen waren der Anfang einer von mir und R. Kohlrausch gemeinschaftlich unternommenen Arbeit, welche durch die Krankheit und den Tod meines theuren Freundes unterbrochen worden ist. Die dabei gebrauchten Vorrichtungen zur gleichförmig schnellen Drehung des Magnets und zur Messung dieser Geschwindigkeit sind nebst den darauf sich beziehenden Beobachtungen von ihm ausgeführt worden.

32.

Erste Reihe.

Die folgende Beobachtungsreihe ist von R. Kohlrausch und mir gemeinschaftlich am 12. April 1857 ausgeführt worden. Sie betrifft die *Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Rotationsgeschwindigkeit des Magnets,* und wurde mit vier verschiedenen Ketten gemacht, zu denen aber immer das nämliche *Dynamometer* und die nämliche *Inductorrolle* gehörten, die aus einem Stücke eines sehr feinen Kupferdrahts von ungefähr 1500 Meter Länge, mit einem Widerstande nach absolutem Maasse $= 23 . 10^{12}$, welches der constante Theil der 4 Ketten war, gebildet waren. Hiezu kam

bei der ersten Kette A ein 2800 Meter langes Stück, dessen Widerstand $= 8{,}79 . 10^{12}$
» » zweiten » B » 5600 » » » » » $= 18 . 10^{12}$
» » dritten » C » 8000 » » » » » $= 27 . 10^{12}$
» » vierten » D » 10800 » » » » » $= 35 . 10^{12}$.

Die Skale war in einer Entfernung von 2537,5 Skalentheilen von dem am Solenoid befestigten kleinen Planspiegel fest aufgestellt, unter rechtem Winkel mit der Spiegelnormale beim statischen Gleichgewicht des Sole-

noids, und wurde von der Verticalebene der Spiegelnormale im 800sten Skalentheile geschnitten. Das hinter der Skale aufgestellte Fernrohr konnte so verrückt werden, dass beim statischen Gleichgewicht des Solenoids bald der 800ste Skalentheil, bald ein höherer oder niederer Skalentheil am Fadenkreuz beobachtet wurde, um damit die Ablenkung des Solenoids, auch wenn sie über die halbe Skalenlänge hinausging, beobachten zu können.

Kette	Schwingungszahl m	Statische Gleichgewichtslage	Abgelenkter Stand	Ablenkung in Skalentheilen y	x'	x
A.	288,80	361,69	1475,85	+1114,16	+1111,84	+1121,51
	217,80	362,52	1242,34	+ 879,82	+ 879,80	+ 885,86
	141,77	363,13	892,45	+ 529,32	+ 526,91	+ 529,08
	106,46	363,13	710,41	+ 347,28	+ 343,61	+ 344,53
	289,88	363,13	1480,61	+1117,48	+1115,01	+1124,74
	107,26	1210,44	857,52	— 352,92	— 349,96	— 349,00
	140,46	1210,44	681,63	— 528,81	— 527,08	— 524,90
	215,10	1210,44	328,91	— 881,53	— 881,42	— 875,34
	281,68	1210,44	97,05	—1113,39	—1109,88	—1100,24
B.	106,76	800,15	630,73	— 169,42	— 169,23	— 169,01
	142,74	800,15	561,78	— 238,37	— 237,84	— 237,40
	216,80	800,15	463,11	— 337,04	— 335,55	— 334,67
	290,26	800,15	410,90	— 389,25	— 386,95	— 385,78
	106,84	800,24	969,02	+ 168,78	+ 168,59	+ 168,81
	144,15	800,24	1040,27	+ 240,03	+ 239,49	+ 239,94
	217,90	800,24	1136,55	+ 336,31	+ 334,84	+ 335,72
	288,04	800,24	1185,91	+ 385,67	+ 383,44	+ 384,59
C.	107,12	800,24	897,67	+ 97,43	+ 97,39	+ 97,46
	144,32	800,24	931,32	+ 131,08	+ 131,00	+ 131,13
	214,80	800,24	971,13	+ 170,89	+ 170,69	+ 170,92
	289,62	800,24	988,77	+ 188,53	+ 188,26	+ 188,54
	108,60	800,24	701,11	— 99,13	— 99,09	— 99,01
	143,68	800,24	669,66	— 130,58	— 130,50	— 130,37
	219,78	800,24	628,57	— 171,67	— 171,47	— 171,24
	286,90	800,24	611,76	— 188,48	— 188,21	— 187,94

Kette	Schwingungszahl m	Statische Gleichgewichtslage	Abgelenkter Stand	Ablenkung in Skalentheilen y	x'	x
D.	108,42	800,58	731,93	— 68,65	— 68,63	— 68,59
	144,44	800,58	711,98	— 88,60	— 88,57	— 88,51
	217,68	800,58	689,18	—111,40	—111,35	—111,25
	289,56	800,58	679,54	—121,04	—120,97	—120,86
	430,80	800,58	675,17	—125,41	—125,33	—125,21
	433,06	801,30	926,27	+124,97	+124,89	+125,01
	109,06	801,30	869,69	+ 68,39	+ 68,37	+ 68,41
	143,50	801,30	888,91	+ 87,61	+ 87,58	+ 87,64
	217,12	801,30	912,31	+111,01	+110,96	+111,06
	286,92	801,30	922,00	+120,70	+120,63	+120,74

Die Werthe von x' in der vorletzten Columne sind aus den in der vorhergehenden Columne angegebenen Ablenkungen y nach der Formel $x' = y - \frac{y^3}{5075^2}$ berechnet, wodurch man mit hinreichender Genauigkeit $x' = 2R$ tang φ erhält, wenn die beobachtete Ablenkung $y = R$ tang 2φ ist. Nur bei den Beobachtungen mit der Kette *A*, wobei das Fernrohr verschoben war, geben die in der drittletzten Columne angeführten Ablenkungen nicht unmittelbar die Werthe von R tang 2φ, sondern dieselben müssen daraus auf folgende Weise berechnet werden. Theilt man den in dieser Columne angegebenen Werth der Ablenkung y' in zwei Theile, nämlich in den Theil y'', welcher von dem beim statischen Gleichgewichte beobachteten Skalentheil bis zum 800sten Skalentheil reicht, und in den Theil y''', welcher vom 800sten Skalentheil bis zu dem bei der Ablenkung beobachteten Skalentheil reicht, so erhält man

$$y = R \text{ tang } 2\varphi = \frac{y'}{1 - \frac{y''y'''}{RR}},$$

woraus für $R = 2537{,}5$ der Werth von $x' = 2R$ tang φ leicht berechnet werden kann.

An den so berechneten Werthen von x' war nun endlich noch die am Schlusse des vorigen Artikels angegebene Correction anzubringen, wonach die in der letzten Columne angegebenen Werthe von $x = x' + \frac{x'x'}{427780}$ berechnet sind.

33.

Berechnung der Beobachtungen.

Die beschriebenen Beobachtungen sollen dazu dienen, das im vorigen Abschnitte entwickelte Gesetz der Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Rotationsgeschwindigkeit des Magnets daran zu prüfen. Nach Art. 24 wird die Schwingungsamplitude durch $\frac{i}{\mu\mathfrak{G}}$ ausgedrückt, wenn i das Intensitäts-Maximum der bei der elektrischen Schwingung statt findenden Strömungen bezeichnet. Da nun ferner nach Art. 30 die Strömungs-Intensität in jedem Augenblicke der Schwingung durch den Werth

$$-\frac{g_0}{w'}\sin\varrho_0\cos(\mu t+\varrho_0)$$

gegeben ist, also das Intensitäts-Maximum der bei den elektrischen Schwingungen statt findenden Strömungen

$$i=\frac{g_0}{w'}\sin\varrho_0\,,$$

worin $\operatorname{tang}\varrho_0=\frac{\pi acc w'}{4\mu\int M''_0\,ds}$ war, so ergiebt sich, nach Art. 24, für die *Schwingungsamplitude* folgender Ausdruck:

$$\frac{i}{\mu\mathfrak{G}}=\frac{\pi acc g_0}{\mu\mathfrak{G}\sqrt{(16\mu^2(\int M''_0\,ds)^2+\pi^2a^2c^4w'^2)}}\,.$$

Aus den Beobachtungen ergiebt sich aber nach Art. 24

$$i=\frac{1}{\pi a'}\cdot\sqrt{\frac{aS\operatorname{tang}v}{nn'}}\,,$$

worin v die beobachtete Ablenkung des Solenoids bezeichnet, folglich ist die Schwingungsamplitude

$$\frac{i}{\mu\mathfrak{G}}=\frac{1}{\pi a'\mu\mathfrak{G}}\cdot\sqrt{\frac{aS\operatorname{tang}v}{nn'}}=\frac{\pi acc g_0}{\mu\mathfrak{G}\sqrt{(16\mu^2(\int M''_0\,ds)^2+\pi^2a^2c^4w'^2)}}\,.$$

Für den Zweck der Prüfung der aufgestellten Gesetze an den Beobachtungen ergiebt sich hieraus der in der letzten Columne der Beobachtungstafel im vorhergehenden Artikel mit $\pm x=2R\operatorname{tang}v$ bezeichnete Werth

$$\pm x=\frac{\pi^2aa'a'nn'c^2g_0g_0}{16\mu^2(\int M''_0\,ds)^2+\pi^2a^2c^4w'^2}\cdot\frac{2R}{S}\,.$$

Nun ist aber $\frac{\mu}{\pi}$ die in der Tafel mit m bezeichnete Schwingungszahl, und g_0 ist, nach den Gesetzen der magnetischen Induction, der Rotationsgeschwindigkeit proportional, oder es ist $g_0=mg'_0$, wenn g'_0 den Werth von g_0 für die Schwingungszahl $m=1$ bezeichnet; folglich ist

$$\pm x = \frac{\pi^2 aa'a'nn'c^4 g'_0 g'_0 mm}{16\,(\int M''_0\,ds)^2 \cdot mm + a^2c^4w'^2} \cdot \frac{2R}{S} ,$$

oder, wenn

$$C = \frac{\pi^2 a'a'nn'g'_0 g'_0}{aw'w'} \cdot \frac{2R}{S} , \qquad P = \frac{16\,(\int M''_0\,ds)^2}{a^2c^4w'^2}$$

gesetzt wird,

$$C - Px - \frac{x}{mm} = 0 ,$$

worin C und P constante Werthe für alle Beobachtungen sind, welche mit derselben Kette, mit demselben rotirenden Magnet und mit demselben Dynamometer gemacht worden. Der Werth von x, von dessen Vorzeichen abgesehen wird, ist hiebei immer *positiv* zu nehmen.

Hienach ergeben sich aus den in der Tafel des vorigen Artikels enthaltenen Beobachtungen folgende Gleichungen zur Bestimmung der Constanten C und P für die Kette A:

$$C - 1121{,}51\,P - \frac{1121{,}51}{288{,}80^2} = 0$$
$$C - 885{,}86\,P - \frac{885{,}86}{247{,}80^2} = 0$$
$$C - 529{,}08\,P - \frac{529{,}08}{141{,}77^2} = 0$$
$$C - 344{,}53\,P - \frac{344{,}53}{106{,}46^2} = 0$$
$$C - 1124{,}74\,P - \frac{1124{,}74}{289{,}88^2} = 0$$
$$C - 349{,}00\,P - \frac{349{,}00}{107{,}26^2} = 0$$
$$C - 524{,}90\,P - \frac{524.90}{140{,}46^2} = 0$$
$$C - 875{,}34\,P - \frac{875{,}34}{215{,}10^2} = 0$$
$$C - 1100{,}24\,P - \frac{1100{,}24}{281{,}68^2} = 0$$

woraus die wahrscheinlichsten Werthe von C und P erhalten werden, nämlich:

$$C = 0{,}037978 , \qquad P = 0{,}000021865 .$$

Berechnet man auf gleiche Weise die Werthe von C und P für die Ketten B, C und D, so erhält man die in folgender Tafel zusammengestellten Resultate.

Kette	C	P
A	0,037978	0,000021865
B	0,022795	0,000047050
C	0,015174	0,000068093
D	0,011869	0,000087274

Berechnet man hiemit endlich die Werthe von x aus den gegebenen Werthen von m, so erhält man, nach den Werthen von m geordnet, folgende Vergleichung der berechneten Werthe von x mit den aus den Beobachtungen gefundenen.

A.				*B.*			
m	Beobachteter Werth von x	Berechneter Werth von x	Unterschied	m	Beobachteter Werth von x	Berechneter Werth von x	Unterschied
106,46	344,53	344,96	—0,43	106,76	169,01	169,12	—0,11
107,26	349,00	349,11	—0,11	106,84	168,81	169,28	—0,47
140,46	524,91	523,48	+1,43	142,74	237,40	237,13	+0,27
141,77	529,08	530,29	—1,21	144,15	239,94	239,51	+0,43
215,10	875,34	873,50	+1,84	216,80	334,67	333,63	+1,04
217,80	885,86	884,34	+1,52	217,90	335,72	334,68	+1,04
281,68	1100,24	1101,83	—1,59	288,04	384,59	385,69	—1,10
288,80	1121,51	1121,81	—0,30	290,26	385,78	386,89	—1,11
289,88	1124,74	1124,77	—0,03				
C.				*D.*			
107,12	97,46	97,74	—0,28	108,42	68,59	68,87	—0,28
108,60	99,01	99,25	—0,24	109,06	68,41	69,27	—0,86
143,68	130,37	130,21	+0,16	143,50	87,64	87,38	+0,26
144,32	131,13	130,69	+0,44	144,44	88,51	87,79	+0,72
214,80	170,92	169,04	+1,88	217,12	111,06	109,41	+1,65
219,78	171,24	170,89	+0,35	217,68	111,25	109,52	+1,73
286,90	187,94	189,10	—1,16	286,92	120,74	119,38	+1,36
289,62	188,54	189,64	—1,10	289,56	120,86	119,69	+1,17
				430,80	125,21	128,09	—2,88
				433,06	125,01	128,17	—3,16

Mit dieser ersten Prüfung lässt sich nun noch eine zweite verbinden. Nach dem aufgestellten Gesetze sollen nämlich die beiden Constanten C und P dem Quadrate des mittleren Widerstands der Längeneinheit des Leitungsdrahts w' umgekehrt proportional sein; doch sind die übrigen Grössen, von denen die Werthe dieser Constanten nach den angeführten Formeln:

$$C = \frac{\pi^2 a' a' n n' g'_0 g'_0}{a w' w'} \cdot \frac{2R}{S}, \qquad P = \frac{16 (\int M''_0 ds)^2}{a^2 c^4 w'^2}$$

abhängen, nicht für alle 4 Ketten, auf welche sich die im vorigen Artikel beschriebenen Beobachtungen beziehen, gleich, sondern die Grösse g'_0, von der die Constante C abhängt, und die Grösse $\int M''_0 ds$, von der die Constante P abhängt, haben für jede Kette einen besondern Werth. Bezeichnet man nun aber mit l die Länge des ganzen Leitungsdrahts, welche ebenfalls für die 4 Ketten verschiedene Werthe hat, und beachtet, dass $g'_0 \sin \mu t$ für die Zeit t die vom rotirenden Magnet bei derjenigen Geschwindigkeit, für die $m = 1$ ist, *im Mittel auf jede Längeneinheit des ganzen Leitungsdrahts* ausgeübte elektromotorische Kraft bezeichnet; so ergiebt sich, dass $lg'_0 \sin \mu t$ für die Zeit t die vom rotirenden Magnet bei derjenigen Geschwindigkeit, für die $m = 1$ ist, *auf den ganzen Leitungsdraht* ausgeübte elektromotorische Kraft bezeichnet. Da aber der rotirende Magnet bloss auf den allen 4 Ketten gemeinsamen Inductordraht inducirend wirkte, so ergiebt sich hieraus, dass lg'_0 für alle 4 Ketten gleichen Werth hat; folglich ergiebt sich aus der Formel

$$C = \frac{\pi^2 a' a' n n' g'_0 g'_0}{a w' w'} \cdot \frac{2R}{S} = \frac{\pi^2 a' a' n n' (l g'_0)^2}{a} \cdot \frac{2R}{S} \cdot \frac{1}{(l w')^2},$$

dass die Werthe der Constanten C für diese 4 Ketten den Quadraten der Widerstände dieser 4 Ketten umgekehrt proportional sein sollen: denn lw' bezeichnet den Widerstand der ganzen Kette, da w' der mittlere Widerstand der Längeneinheit war.

Um das aufgestellte Gesetz auch in dieser Beziehung zu prüfen, müssen zu den betrachteten Beobachtungen die im Anfange des vorigen Artikels angeführten Werthe der Widerstände jener 4 Ketten hinzugezogen werden, von denen jedoch zu bemerken, dass ihre Bestimmung nicht als Hauptzweck der damaligen Beobachtungen betrachtet wurde, sondern ohne Anspruch auf besondere Genauigkeit (sie beruhete zum Theil auf blosser Vergleichung nach Drahtlängen) nur als kurze Beschreibung zur Unterscheidung der 4 Ketten von einander dienen sollte.

Wir benutzen jedoch auch diese Bestimmungen zur Prüfung des aufgestellten Gesetzes, weil sie, wie alle andern angeführten Beobachtungen, schon vor mehreren Jahren, ohne alle Rücksicht auf die hier entwickelten Gesetze, gemacht worden sind.

Es verhalten sich aber, wie im Anfang des vorigen Artikels angegeben worden ist, die Widerstände der 4 Ketten, jener Bestimmung gemäss, ungefähr wie

$$31{,}79 : 41 : 50 : 58 ,$$

während dieselben Verhältnisse, dem aufgestellten Gesetze gemäss, durch Division der Zahl 6,2158 durch $\sqrt{C}$, wie

$$31{,}89 : 41{,}17 : 50{,}46 : 57{,}06$$

erhalten werden, was mit den obigen Beobachtungs-Resultaten, wie man sieht, ganz wohl übereinstimmt.

34.

Zweite Reihe.

Die folgende von Kohlrausch und mir gleichfalls gemeinschaftlich am 18. und 22. April 1857 ausgeführte Beobachtungsreihe ist im Wesentlichen eine Wiederholung der vorhergehenden, jedoch mit dem Unterschiede, dass bei der vorigen Reihe stets der ganze Leitungsdraht aus einfach aufgewickelten Drahtrollen bestand, während bei der folgenden zwar für die Kette A dasselbe galt, eine andere Kette aber durch Einschaltung eines *Doppeldrahts* E in die Kette A gebildet wurde. Dieser *Doppeldraht* E war aus zwei sehr feinen mit Seide übersponnenen und dadurch von einander isolirten Kupferdrähten zusammengesetzt, die aber durch eine nochmalige gemeinschaftliche Ueberspinnung fest zusammengehalten wurden, in Uebereinstimmung mit der Art. 26 zur Verminderung der von wechselseitiger Induction herrührenden Dämpfung elektrischer Schwingungen gegebenen Vorschrift, welche dadurch erprobt werden sollte. — Zur Verminderung dieser Dämpfung trug ausserdem noch der Umstand etwas bei, dass der Doppeldraht E, statt auf einer Rolle aufgewickelt zu werden, auf einem besonderen Statife so aufgespannt wurde, dass alle Windungen wenigstens 20 Millimeter weit von einander abstanden.

Nach Art. 32 hatte die Kette A eine Länge von etwa 4300 Meter mit einem Widerstande nach absolutem Maasse $= 3179 . 10^{10}$. Der

Doppeldraht E hatte 1412 Meter Länge (die Länge des einfachen Drahts war also 2824 Meter) mit einem Widerstande $= 4292 \cdot 10^{10}$.

Von der Aufstellung der Skale und des Ablesungsfernrohrs galt ganz dasselbe, was Art. 32 für die vorhergehende Beobachtungsreihe bemerkt worden. — Für jede Kette sind zwei Beobachtungsreihen, die erste am 18., die zweite am 22. April gemacht worden

Kette	Schwingungszahl m	Statische Gleichgewichtslage	Abgelenkter Stand	Ablenkung in Skalentheilen y	x'	x
$A+E$	107,22	801,98	728,42	— 73,56	— 73,54	— 73,50
	139,66	801,98	681,37	— 120,61	— 120,54	— 120,40
	214,10	801,98	542,95	— 259,03	— 258,36	— 257,84
	279,44	801,98	402,21	— 399,77	— 397,29	— 396,06
	108,02	801,98	876,36	+ 74,38	+ 74,36	+ 74,40
	141,82	801,98	926,06	+ 124,08	+ 124,01	+ 124,13
	213,76	801,98	1059,59	+ 257,61	+ 256,95	+ 257,47
	282,80	801,98	1206,57	+ 404,59	+ 402,03	+ 403,29
A	280,58	389,64	1468,13	+1078,49	+1075,80	+1084,86
	214,12	425,42	1281,09	+ 855,67	+ 855,32	+ 861,05
	142,58	425,42	954,80	+ 529,38	+ 528,38	+ 530,56
	141,66	425,42	948,80	+ 523,38	+ 522,36	+ 524,50
	103,36	425,42	762,90	+ 337,48	+ 335,26	+ 336,14
	283,60	1193,13	86,44	—1106,69	—1102,50	—1092,99
	215,16	1193,13	323,28	— 869,85	— 869,06	— 863,15
	139,82	1193,13	676,38	— 516,75	— 515,29	— 513,21
	110,53	1193,13	827,49	— 365,64	— 363,10	— 362,07
$A+E$	106,10	801,52	730,24	— 71,28	— 71,26	— 71,22
	142,88	801,52	676,72	— 124,80	— 124,73	— 124,61
	214,80	801,52	543,31	— 258,21	— 257,55	— 257,03
	279,92	801,52	404,02	— 397,50	— 395,05	— 393,83
	107,43	801,43	873,91	+ 72,48	+ 72,46	+ 72,50
	141,94	801,43	924,38	+ 122,95	+ 122,88	+ 123,00
	215,64	801,43	1060,12	+ 258,69	+ 258,03	+ 258,55
	279,30	801,43	1194,00	+ 392,57	+ 390,22	+ 391,41

Kette	Schwingungszahl m	Statische Gleichgewichtslage	Abgelenkter Stand	Ablenkung in Skalentheilen y	x'	x
A	282,02	384,83	1465,47	+1080,64	+1077,20	+1086,28
	217,17	385,13	1249,53	+ 864,40	+ 864,14	+ 869,98
	139,59	385,13	893,92	+ 508,79	+ 506,73	+ 508,74
	107,15	385,13	728,92	+ 343,79	+ 340,65	+ 341,56
	281,96	1202,32	106,96	−1095,36	−1090,85	−1081,54
	217,14	1202,30	329,47	− 872,83	− 872,43	− 866,48
	144,32	1202,30	664,30	− 538,00	− 536,49	− 534,24
	139,56	1202,30	690,03	− 512,27	− 510,54	− 508,50
	106,64	1202,30	860,67	− 341,63	− 340,30	− 339,39

Von der Berechnung der Werthe von x in dieser Tafel gilt dasselbe, was zur vorhergehenden Tafel darüber gesagt ist.

Aus den zusammengehörigen Werthen von m und x in dieser Tafel lassen sich nun die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten C und P für die Ketten A und $A+E$ ebenso berechnen, wie Art. 33 aus den Werthen Art. 32 für die Ketten A, B, C, D. Auf diese Weise sind die in folgender Tafel enthaltenen Resultate erhalten worden.

Kette	C	P
$A+E$	0,006672	0,000004041
A	0,03763	0,00002196
$A+E$	0,006610	0,000004083
A	0,03714	0,00002163

Berechnet man hiemit endlich die Werthe von x aus den gegebenen Werthen von m, so erhält man, nach den Werthen von m geordnet, folgende Vergleichung der berechneten Werthe von x mit den aus den Beobachtungen gefundenen.

$A + E$.				A.			
m	Beobachteter Werth von x	Berechneter Werth von x	Unterschied	m	Beobachteter Werth von x	Berechneter Werth von x	Unterschied
107,22	73,50	73,29	+0,21	103,36	336,14	335,82	+0,32
108,02	74,40	74,34	+0,06	110,53	362,07	362,41	—0,34
139,66	120,40	120,63	—0,23	139,82	513,21	514,68	—1,47
141,82	124,13	124,10	+0,03	141,66	524,50	524,09	+0,41
213,76	257,47	257,34	+0,13	142 58	530,56	528,81	+1,75
214,10	257,84	258,04	—0,20	214,12	861,05	859,37	+1,68
279,44	396,06	396,02	+0,04	215,16	863,15	863,68	—0,53
282,80	403,29	402,55	+0,74	280,58	1084,86	1085,42	—0,56
				283,60	1092,99	1093,70	—0,71
$A + E$.				A.			
106,10	72,22	71,14	+0,08	106,64	339,39	338,98	+0,41
107,43	72,50	72,85	—0,35	107,15	341,56	341,58	—0,02
141,94	123,00	123,04	—0,04	139,56	508,50	508,97	—0,47
142,88	124,61	124,56	+0,05	139,59	508,74	509,12	—0,38
214,80	257,03	256,62	+0,41	144,32	534,24	533,30	+0,94
215,64	258,55	258,32	+0,23	217,14	866,48	866,96	—0,48
279,30	391,41	391,07	+0,34	217,17	869,98	867,08	+2,90
279,92	393,83	392,37	+1,46	281,96	1081,54	1085,70	—4,16
				282,02	1086,28	1085,85	+0,43

Es verhalten sich endlich, wie im Anfang dieses Artikels angegeben worden, die Widerstände der beiden Ketten $A + E$ und A zu einander, der Beobachtung nach, ungefähr wie

$$7471 : 3179 ,$$

während dieses Verhältniss, dem im vorigen Artikel angegebenen Gesetze gemäss, welches hier auf gleiche Weise Anwendung findet, dass nämlich die Werthe der Constanten C für die beiden Ketten den Quadraten der Widerstände dieser Ketten umgekehrt proportional sein sollen, durch Division der Zahl 611,75 durch $\sqrt{C}$, wie

$$7507 : 3164$$

erhalten wird, was mit dem aus den Beobachtungen gefundenen Verhältnisse so weit übereinstimmt, als die geringe Genauigkeit der Widerstandsmessung zu erwarten berechtigt.

35.

Verhältniss der elektrostatischen Kraft zweier gleichen Elektricitätsmengen zu ihrer Masse.

Es bleibt endlich noch der dritte nach Art. 23 für genauere Beobachtungen geeignete Gegenstand zu betrachten übrig, nämlich *die Abhängigkeit der Amplituden der von einem rotirenden Magnet in einem geschlossenen Leiter hervorgebrachten Schwingungen von der Gestalt des Leitungsdrahts*. Genaue Beobachtungen hierüber können nicht bloss zur Prüfung der aufgestellten Gesetze dienen, sondern können, wie Art. 23 schon angeführt worden, ausserdem noch zu einer wesentlichen Erweiterung unserer Kenntniss von der Elektricität benutzt werden, nämlich zur Bestimmung des noch unbekannten *Verhältnisses der aus elektrostatischer Wechselwirkung gleicher Elektricitätsmengen herrührenden Kraft zu deren Masse*.

Bezeichnet man die in der Längeneinheit des Leitungsdrahts enthaltene positive Elektricitätsmenge nach elektrostatischem Maasse mit $\mathfrak{E}$, so ist die von ihr auf eine gleiche Elektricitätsmenge in der Einheit der Entfernung ausgeübte elektrostatische Kraft $= \mathfrak{E}\mathfrak{E}$, während ihre Masse durch $\frac{1}{r}\mathfrak{E}$ ausgedrückt worden ist, woraus das unbekannte Verhältniss jener Kraft zu dieser Masse $\mathfrak{E}\mathfrak{E} : \frac{1}{r}\mathfrak{E} = r\mathfrak{E} : 1$ folgt. Hat nun überhaupt dieses Verhältniss, oder die unbekannte Grösse $r\mathfrak{E}$, einen mit andern bestimmten Grössen vergleichbaren Werth, so lässt sich leicht zeigen, dass dieser Werth aus Beobachtungen der *Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Gestalt der Kette* am genauesten bestimmt werden könne.

Aus den Art. 8 und 10 aufgestellten Differentialgleichungen elektrischer Bewegung in geschlossenen Leitern ersieht man, dass darin die Grösse $r\mathfrak{E}$ nur im Ausdrucke $\frac{4M''(1+\lambda)}{cc} = \frac{4M''}{cc} + \frac{1}{r\mathfrak{E}}$ enthalten ist. Es hängen aber von diesem in den Differentialgleichungen enthaltenen Ausdrucke keinesweges alle aus den Differentialgleichungen bestimmbaren Wirkungen ab; denn zur Bestimmung mancher Wirkungen lassen sich die Differentialgleichungen so vereinfachen, dass jener Ausdruck ganz daraus verschwindet. Es gilt dies, wie Artt. 11, 12 gezeigt worden, von allen Wirkungen beim Gleichgewicht oder bei Erhaltung schon vorhandener Bewegungen, woraus umgekehrt folgt, dass Beobachtun-

gen von Gleichgewichtswirkungen oder von Wirkungen beharrlicher Ströme in keiner Weise zur Bestimmung der Grösse $r\mathfrak{E}$ dienen können.

Zu den anderen Wirkungen dagegen, bei deren Bestimmung jener die Grösse $r\mathfrak{E}$ enthaltende Ausdruck aus den Differentialgleichungen nicht verschwindet, gehören die durch Induction eines rotirenden Magnets in einem geschlossenen Leitungsdrahte hervorgebrachten *elektrischen Schwingungen*, deren Gesetze Art. 20 aus jenen Differentialgleichungen entwickelt worden sind, wonach nämlich die Strömungsintensität bei einer solchen Schwingung im Leitungsdrahte

$$i = -\frac{1}{w'}\sqrt{(ff + gg)} \cdot \cos\left(\mu t + \operatorname{arc\,tg}\frac{f}{g}\right)$$

erhalten wurde, wenn

$$f = \Sigma \sin\varrho^2 \left(f_n \sin\frac{ns}{a} + g_n \cos\frac{ns}{a}\right)$$

$$g = \Sigma \sin\varrho \cos\varrho \left(f_n \sin\frac{ns}{a} + g_n \cos\frac{ns}{a}\right)$$

$$\operatorname{tg}\varrho = \frac{\mu a^2 c^2 w'}{4\,(2\mu^2 a^2 M''(1+\lambda) - (n^2 c^2 N''))} = \frac{\mu a^2 w'}{2\mu^2 a^2\left(\frac{4M''}{cc} + \frac{1}{r\mathfrak{E}}\right) - 4n^2 N''}$$

war. Nach Art. 21 vereinfacht sich diese Bestimmung für die Strömungsintensität i in den meisten Fällen, nämlich in allen denjenigen Fällen, in welchen alle übrigen Glieder als verschwindend betrachtet werden dürfen gegen dasjenige, welches der Stellenzahl $n = 0$ entspricht. Man erhält nämlich für diese Fälle

$$i = -\frac{g_0}{\sqrt{\left(w'w' + 4\mu^2\left(\frac{4M''_0}{cc} + \frac{1}{r\mathfrak{E}}\right)^2\right)}} \cdot \cos\left(\mu t + \operatorname{arc\,tg}\frac{w'}{2\mu\left(\frac{4M''_0}{cc} + \frac{1}{r\mathfrak{E}}\right)}\right),$$

worin nach Art. 10 $M''_0 = 2\log\frac{8a}{\alpha}$ zu setzen ist. Es geht hieraus hervor, dass die Grösse $r\mathfrak{E}$ durch Messung der Strömungsintensität i bei gegebener Rotationsgeschwindigkeit des Magnets, nämlich von $\frac{\mu}{2\pi}$ Umdrehungen in der Secunde, und bei gegebener Länge $= 2\pi a$, Dicke $= 2\alpha$ und bei gegebenem Widerstande $= 2\pi a w'$ des Leitungsdrahts, da auch der der Rotationsgeschwindigkeit proportionale Inductionscoefficient g_0 aus der Stärke des inducirenden Magnets und aus seiner Entfernung und Lage zum inducirten Leitungsdrahte bestimmt werden kann, sich ermitteln lassen würde.

Hienach würde es also möglich sein, *ohne die Abhängigkeit der Amplitude elektrischer Schwingungen von der Gestalt des Leitungsdrahts in*

Betracht zu ziehen, die Grösse $r\mathfrak{S}$ *direct* zu bestimmen; jedoch sieht man leicht, dass dieser directe Weg praktisch zu keinem genauen Resultate führen kann, wenn die Grösse $\frac{1}{r\mathfrak{S}}$ ein sehr kleiner Bruch von der Grösse $\frac{4M''_0}{cc}$ ist, zumal wenn man beachtet, dass M''_0 und c in ihrer Bestimmung keiner sehr grossen Genauigkeit fähig sind. Zieht man dagegen die Abhängigkeit der Amplitude der elektrischen Schwingungen von der Gestalt des Leitungsdrahts mit in Betracht, so lässt sich die Grösse $r\mathfrak{S}$ auf folgendem *indirecten* Wege viel genauer bestimmen.

Um die Beobachtung der Abhängigkeit der Amplitude elektrischer Schwingungen von der Gestalt des Leitungsdrahts zu einer genaueren Bestimmung der Grösse $r\mathfrak{S}$ zu benutzen, kommt es wesentlich darauf an, eine Methode zu finden, einem geschlossenen Leitungsdrahte *zwei verschiedene Gestalten* zu geben, für welche entweder die beiden Werthe von M''_0 selbst, oder doch ihr Verhältniss $\nu : 1$ einer genauen Bestimmung fähig wäre.

Es kommt dabei in Betracht, dass die Entwickelung der Bewegungsgesetze der Elektricität im ersten Theile dieser Abhandlung *auf kreisförmige Leiter* hat beschränkt werden müssen, für welche eine wesentliche Vereinfachung dadurch gewonnen wurde, dass die Werthe der mit M, N, M'', N'' bezeichneten bestimmten Integrale für alle Punkte der Leitercurve gleich waren. Letzteres gilt nun aber auch für ein System von zwei gleichen und parallelen Kreisen, was nur darum, weil es zwei getrennte Leitercurven bildet, nicht in Betracht gezogen werden konnte. Für praktische Zwecke bei der Ausführung der Beobachtungen aber lässt sich ein solches System für einen geschlossenen Leiter von zwei Umwindungen fast in allen Betrachtungen substituiren, und es lassen sich daher die Werthe der bestimmten Integrale M, N, M'', N'' für einen geschlossenen Leiter, welcher zwei gleiche, sehr nahe kreisförmige, Umwindungen bildet, dieser Substitution gemäss, für alle Punkte des Leiters gleich setzen, wodurch es möglich wird, die zunächst nur für einen kreisförmigen Leiter aufgestellten Bewegungsgesetze der Elektricität auf einen geschlossenen Leiter, welcher zwei gleiche, sehr nahe kreisförmige Umwindungen bildet, auszudehnen.

Es ergiebt sich aber für einen solchen Leiter, wie man leicht sieht, eine sehr wesentliche *Alternative* nach Verschiedenheit der Verbindung seiner beiden Umwindungen mit einander, die *entweder* so beschaffen

sein kann, dass beide Umwindungen von demselben Strome nach einander in gleichem Sinne durchlaufen werden, *oder* so, dass die zweite Umwindung im entgegengesetzten Sinne wie die erste durchlaufen wird. Diesen beiden Fällen entsprechen ganz verschiedene Werthe von M, N, M'', N'', deren Verhältniss zu einander genau bestimmt werden kann. Es gilt dies namentlich auch von dem mit M''_0 bezeichneten Werthe der Grösse M'', wenn $n = 0$ ist, und das Verhältniss der beiden Werthe von M''_0 in den beiden angegebenen Fällen werde $= \nu : 1$ gesetzt.

Wird nun die grösste Strömungsintensität bei einer elektrischen Schwingung in diesem Leiter im *ersten* Falle mit A, im *zweiten* mit B bezeichnet, so ist nach Art. 23

$$A = \frac{g_0}{\sqrt{\left(w'w' + 4\mu\mu\left(\frac{4M''_0}{cc} + \frac{1}{r\mathfrak{E}}\right)^2\right)}}$$

$$B = \frac{g_0}{\sqrt{\left(w'w' + \mu\mu\left(\frac{4M''_0}{\nu cc} + \frac{1}{r\mathfrak{E}}\right)^2\right)}},$$

und *beide Werthe A und B können durch Messung bestimmt werden;* doch ist hiebei vorausgesetzt, dass die Induction des rotirenden Magnets sich nicht auf beide Umwindungen des geschlossenen Leiters erstrecke, sondern dass dieselbe auf eine von den beiden Umwindungen, oder nur auf ein Element derselben, beschränkt sei. In der Wirklichkeit tritt an die Stelle dieses Elements der kleine den rotirenden Magnet umschliessende *Inductor*.

Diese Werthe von A und B können nun aber durch Messung für verschiedene Rotationsgeschwindigkeiten, d. i. für verschiedene Werthe von μ, bestimmt werden, und es leuchtet ein, dass ihr Unterschied bei abnehmenden Werthen von μ bald ganz verschwinden muss. Es bezeichne nun μ_0 einen bestimmten kleinen Werth von μ, für welchen jener Unterschied ganz unmerklich sei. Werden nun die alsdann als gleich zu betrachtenden Werthe von A und B mit C bezeichnet; so erhält man, da der mit g_0 bezeichnete Inductionscoefficient der Rotationsgeschwindigkeit proportional ist,

$$C = \frac{\mu_0}{\mu} \cdot \frac{g_0}{w'}.$$

Auch dieser dritte Werth C kann durch Messung bestimmt werden.

Wird nun aus den drei gefundenen Gleichungen, in denen A, B, C durch Messung bekannt sind, g_0 eliminirt, so erhält man folgende beiden Gleichungen:

$$\frac{4M''_0}{cc} + \frac{1}{r\mathfrak{E}} = \frac{w'}{2\mu}\sqrt{\left(\frac{\mu\mu}{\mu_0\mu_0}\cdot\frac{CC}{AA} - 1\right)}$$
$$\frac{4M''_0}{\nu cc} + \frac{1}{r\mathfrak{E}} = \frac{w'}{2\mu}\sqrt{\left(\frac{\mu\mu}{\mu_0\mu_0}\cdot\frac{CC}{BB} - 1\right)},$$

und hieraus folgt:

$$\frac{4M''_0}{cc} = \frac{\nu}{\nu-1}\cdot\frac{w'}{2\mu}\left\{\sqrt{\left(\frac{\mu\mu}{\mu_0\mu_0}\cdot\frac{CC}{AA} - 1\right)} - \sqrt{\left(\frac{\mu\mu}{\mu_0\mu_0}\cdot\frac{CC}{BB} - 1\right)}\right\}$$
$$\frac{1}{r\mathfrak{E}} = \frac{1}{\nu-1}\cdot\frac{w'}{2\mu}\left\{\nu\sqrt{\left(\frac{\mu\mu}{\mu_0\mu_0}\cdot\frac{CC}{BB} - 1\right)} - \sqrt{\left(\frac{\mu\mu}{\mu_0\mu_0}\cdot\frac{CC}{AA} - 1\right)}\right\}.$$

Die *erste* von diesen beiden Gleichungen, in welcher alle Grössen bekannt sind, kann zur Prüfung entweder der Theorie oder der Beobachtungen dienen, während aus der *zweiten* Gleichung die unbekannte Grösse $r\mathfrak{E}$ gefunden wird, wozu es nicht einmal einer genaueren Bestimmung der Grössen M''_0, g_0 und c, sondern nur des Verhältnisses $\nu : 1$ bedarf.

Die letztere von den beiden gefundenen Gleichungen lässt sich endlich noch in eine etwas einfachere Form bringen, wenn man beachtet, dass der Widerstand der Längeneinheit des Leitungsdrahtes $w' = \frac{1}{\pi\alpha\alpha\varkappa}$ ist, wo α der Halbmesser des Drahts und $\varkappa$ das specifische Leitungsvermögen des Metalls ist, und dass ferner die in elektrostatischen Maasseinheiten ausgedrückte positive Elektricitätsmenge in der Längeneinheit des Leitungsdrahts $\mathfrak{E} = \pi\alpha\alpha . \mathfrak{E}_0$ ist, wo $\mathfrak{E}_0$ die in elektrostatischen Maasseinheiten ausgedrückte positive Elektricitätsmenge, welche *in der Volumeneinheit* des Leitungsdrahts enthalten ist, bezeichnet. Substituirt man diese Werthe, so erhält man:

$$\frac{1}{r\mathfrak{E}_0} = \frac{1}{2(\nu-1)\mu\varkappa}\cdot\left\{\nu\sqrt{\left(\frac{\mu\mu}{\mu_0\mu_0}\cdot\frac{CC}{BB} - 1\right)} - \sqrt{\left(\frac{\mu\mu}{\mu_0\mu_0}\cdot\frac{CC}{AA} - 1\right)}\right\}.$$

Es bleibt hienach nur noch zu betrachten übrig, wie das durch $\nu : 1$ bezeichnete Verhältniss bestimmt werden könne.

Bezeichnet wie bisher $2\pi a$ die Länge des ganzen geschlossenen Leitungsdrahts, von welcher jede der beiden Hälften $= \pi a$ eine Umwindung bildet, und betrachtet man nun diese beiden Umwindungen wie zwei parallele Kreise, deren Mittelpunkte von einander, perpendikular gegen die Kreisebene, in der Entfernung $= \delta$ liegen; so lässt sich der Werth von M''_0 in irgend einem Punkte jenes ganzen Leitungsdrahts in zwei Theile zerlegen, nämlich in denjenigen Theil, welcher von dem Kreise herrührt, dem der betrachtete Punkt selbst angehört, und in denjenigen, welcher von dem andern Kreise herrührt, dessen Abstand von

ersterem $= \delta$ ist. Der *erstere* Theil wird unmittelbar dem Werthe von M''_0 für einen Kreis vom Halbmesser $= \frac{1}{2}a$ gleich gefunden, nämlich nach Art. 16 gleich dem doppelten Logarithmus des Verhältnisses des 8fachen Kreishalbmessers zum Drahthalbmesser, $= 2 \log \frac{4a}{\alpha}$. Der *letztere* Theil wird aus dem ersteren, wie leicht nachzuweisen, erhalten, durch blosse Substitution des Abstands der beiden Kreise δ für den Halbmesser α, nämlich $= 2 \log \frac{4a}{\delta}$. — Sind nun die beiden Umwindungen so mit einander verbunden, dass sie vom Strome in gleichem Sinne durchlaufen werden, so ist der Werth von M''_0 des ganzen geschlossenen Leiters in irgend einem Punkte seiner ersten oder zweiten Umwindung gleich der *Summe* dieser beiden Theile, $= 2 \log \frac{4a}{\alpha} + 2 \log \frac{4a}{\delta}$; sind dagegen die beiden Umwindungen so verbunden, dass die zweite in entgegengesetztem Sinne wie die erste durchlaufen wird, so ist der Werth von M''_0 gleich der *Differenz* der beiden Theile, $= 2 \log \frac{4a}{\alpha} - 2 \log \frac{4a}{\delta}$. Hieraus ergiebt sich das gesuchte Verhältniss

$$\nu : 1 = \left(2 \log \frac{4a}{\alpha} + 2 \log \frac{4a}{\delta}\right) : \left(2 \log \frac{4a}{\alpha} - 2 \log \frac{4a}{\delta}\right) = \left(\frac{2 \log \frac{4a}{\alpha}}{\log \frac{\delta}{\alpha}} - 1\right) : 1.$$

36.

Schluss.

Die im vorigen Artikel enthaltenen Erörterungen über die Bestimmung der Grösse $r\mathfrak{E}$ dienen vorzüglich dazu, um an einem speciellen Beispiele zu erläutern, dass *die Abhängigkeit der Amplitude der von einem rotirenden Magnet in einem geschlossenen Leiter hervorgebrachten Schwingungen von der Gestalt des Leitungsdrahts*, wie Art. 23 angeführt worden, einen dritten für genauere Beobachtung wichtigen und besonders geeigneten Gegenstand bietet, welcher wegen seines vielseitigen Interesses eine sorgfältigere und umfassendere Bearbeitung verdient. Soll die Ausführung *genauer Beobachtungen* über diesen Gegenstand von rechtem Nutzen sein, so leuchtet ein, dass damit *erstens* eine umfassendere Erörterung über die Abhängigkeit der Werthe der Art. 8 mit N, N'', M, M'' bezeichneten bestimmten Integrale von der Gestalt des Leitungsdrahts, welche in dieser Abhandlung, Art. 10, auf den einzelnen Fall, wo der Leitungsdraht ein Kreis war, beschränkt geblieben, *zwei-*

tens eine speciellere Erörterung über den Werth der Grösse $r\mathfrak{E}$, deren Bestimmung allein schon grosses Interesse für sich hat, worüber im vorhergehenden Artikel gehandelt worden, verbunden werden muss. Nun ist zwar im vorigen Artikel gezeigt worden, wie die Bestimmung dieser Grösse $r\mathfrak{E}$ aus Beobachtungen eines *speciellen Falls* der Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Gestalt des Leitungsdrahts möglich sei, ohne auf eine umfassendere Erörterung dieser Abhängigkeit im Allgemeinen einzugehen; doch werden, wie man leicht übersieht, auch zur Lösung der hiedurch wesentlich vereinfachten und beschränkten Aufgabe noch immer viele Arbeiten und Beobachtungen erfordert, zu denen die in dieser Abhandlung beschriebenen und benutzten Anstalten nicht genügen.

Da nun ausserdem auch die Bestimmung der Grösse $r\mathfrak{E}$ weniger die Prüfung der im ersten Abschnitte dieser Abhandlung entwickelten Gesetze, die der Zweck des zweiten Abschnitts war, als vielmehr eine neue Anwendung der Theorie mit eigenthümlichem und selbständigem Zwecke betreffen würde — die sich zum Gegenstand einer besonderen Abhandlung eignet —; so scheint es angemessen, die im zweiten Abschnitte dieser Abhandlung beabsichtigte *Ausführung von Beobachtungen* zur Prüfung der im ersten Abschnitte aufgestellten Gesetze auf die *schon mitgetheilten Beobachtungen über die beiden ersten* Art. 23 *angeführten Gegenstände* — Vergleichung der Amplituden und Phasen elektrischer Schwingungen an verschiedenen Stellen eines langen geschlossenen Leitungsdrahts — Gesetz der Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Rotationsgeschwindigkeit des Magnets — vor der Hand zu beschränken, und *die Ausführung aller genaueren Beobachtungen in Betreff des dritten Gegenstands* — nämlich des Gesetzes der Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Gestalt des Leitungsdrahts, nebst den nach Anleitung des vorhergehenden Artikels daran sich knüpfenden besonderen Fragen und Aufgaben — einer künftigen Abhandlung vorzubehalten, für welche es hier schliesslich nur darauf ankam, die in den Resultaten der vorliegenden Abhandlung enthaltenen Grundlagen im voraus zu entwickeln.