Neueste Anschauungen über Elektricität

Lodge, Oliver

Leipzig, 1896

Anhang

ANHANG

ANHANG

Bestimmte Gebiete der Elektricität haben in letzter Zeit besondere Bedeutung gewonnen, und da sie bisher in Lehrbüchern kaum eingehend behandelt sind, so wird es für Studirende eine Erleichterung sein, wenn ich hier einige Begriffe in eine weniger populäre Sprache als im Texte des Buches fasse.

Elektro-magnetismus

(*a*) Die durch direktes Experiment bewiesene Grunderscheinung des Elektro-magnetismus ist, dass ein vom Strome durchflossener Kreis genau einen Magneten von einem bestimmten Moment darstellt. Dies äquivalente Moment ist:

$$m\, l = \mu\, n\, A\, C,$$

wo A die Stromfläche, n die Windungszahl, C die Stromstärke und μ eine Konstante bedeutet, die von dem Medium im Inneren der Rolle abhängt und deren absoluten Werth wir bisher noch nicht feststellen können. (§§ 68, 69, 127.)

Magnetische Induktion, Reluktanz und Permeabilität

(*b*) Die Intensität eines Magnetfeldes in der Entfernung r von einem Magnetpol von der Stärke m beträgt $\frac{m}{r^2}$, und dieser Ausdruck giebt uns die Zahl der Kraftlinien (oder Kraftröhren, wenn man diese Vorstellung vorzieht) in der Querschnitteinheit an. Die Gesammtzahl der Kraftlinien, die eine Kugelfläche mit diesem Radius durchschneiden, beträgt $\frac{m}{r^2} \times 4\pi r^2$, oder $4\pi m$.

Dieselbe Zahl von Kraftlinien muss jede beliebig gestaltete geschlossene Oberfläche durchschneiden, die den Pol umgiebt; in der That ist es die ganze Anzahl, die der Pol überhaupt besitzt. Man nennt sie den gesammten magnetischen Strom oder die Verrückung, oder die ganze magnetische Induktion, die von dem Pole ausgeht. (Die Bezeichnung „Induktion" stammt von Faraday, der sie etwa in dem Sinne von *Influenz* benutzte; die gegenwärtige Bedeutung hat ihr erst Maxwell gegeben.)

Der gleiche Ausdruck giebt uns die Zahl von Kraftlinien, die von einem vollständigen Magneten ausgehen. Denn die Superposition der Kraftlinien des entgegengesetzten Poles lenkt zwar die Linien aus ihrer ursprünglichen Lage, aber sie verändert nicht ihre Anzahl. Bei zwei getrennten Polen gehen die Kraftlinien einfach von einem zum anderen. Bei einem zusammenhängenden Magneten bilden sie alle geschlossene Schleifen, die sich vom Nordpol zum Südpol durch die Luft und zurück durch den Stahl erstrecken. Bei einer Stromspule sind sie ebenfalls geschlossene Schleifen, die alle durch die Spule gehen und dann sich im umgebenden Medium ausbreiten. Also bilden die Kraftlinien in Wahrheit stets geschlossene Kurven, und es müssen die magnetischen Kreise ebensogut immer geschlossen sein, wie die elektrischen.

Bei dem einfachsten Fall, einer Ankerwickelung, ist eine Spule zu einem geschlossenen Kreise zusammengebogen (wie in Fig. 47 oder 29). Alle Kraftlinien liegen im Inneren und ihre Gesammtzahl beträgt $4\pi m$, also $\frac{4\pi\mu n A C}{l}$, wo l den mittleren Umfang des Ankerringes oder die Länge des magnetischen Kreises bedeutet. Diesen Ausdruck nennt man den gesammten Strom der magnetischen Induktion, oder kurz die gesammte Induktion; wir wollen ihn mit I bezeichnen.

Nun ist in dem analogen Fall des elektrischen Stromkreises die Stromstärke gleich dem Verhältniss der elektromotorischen Kraft zum Widerstand. Den Widerstand können wir $\frac{l}{\varkappa A}$ schreiben, wobei $\varkappa$ die specifische Leitfähigkeit und A den Querschnitt des Leiters von der Länge l bedeutet.

Um die Analogie mehr hervorzuheben, wollen wir jetzt den magnetischen Strom so schreiben:

$$I = \frac{4\pi n C}{\frac{l}{\mu A}}.$$

Der Zähler dieses Ausdrucks wird öfters die magnetomotorische Kraft genannt, der Nenner aber magnetischer Widerstand, oder nach dem Vorschlag von Herrn Heaviside vorzugsweise magnetische *Reluktanz*.

Offenbar tritt hier μ an die Stelle der elektrischen Leitfähigkeit und ist also eine Art magnetischer Leitfähigkeit. Von dieser Anschauung ausgehend, hat ihr Sir William Thomson schon vor Jahren den Namen „Permeabilität" gegeben. (Siehe § 82.)

Ist der magnetische Kreis nicht einfach gebildet, sondern zusammengesetzt aus Theilen von verschiedenem Querschnitt, verschiedener Länge und verschiedenem Material hintereinander — wie z. B. bei einer Dynamomaschine — so kann man die magnetische Reluktanz (unter Beibehaltung der Analogie) schreiben:

$$R = \frac{l_1}{\mu_1 A_1} + \frac{l_2}{\mu_2 A_2} + \ldots\ldots$$

und $I = \frac{4\pi n C}{R}$, wie zuvor.

Gegenseitige Induktion

(*c*) Umgiebt eine einzelne Windung eines sekundären Drahtes diesen geschlossenen magnetischen Kreis (wie in Fig. 47), so ist I die Gesammtinduktion auf sie — unabhängig von ihrer Form und Grösse. Ist der Draht n' mal um den Ring gewunden, so ist die effektive Gesammtinduktion $n' I$, oder mit Einsetzung der Werte:

$$\frac{4\pi \mu n n' A C}{l}.$$

Dies ist also die Induktion der primären Spule auf die sekundäre.

Die Beziehung ist aber eine gegenseitige. Wenn also der gleiche Strom in der Sekundärspule fliesst, so wird eine gleiche Zahl von Kraftlinien durch das Innere der Primärspule gehen. Deshalb nennen wir den Vorgang *gegenseitige* Induktion. Wir schreiben sie MC, wo M der Koefficient der gegenseitigen Induktion ist, also

$$M = \frac{4\pi \mu n n' A}{l}.$$

A und l lassen sich leicht auf den einfachen geschlossenen magnetischen Kreis beziehen. Zwei getrennte Spulen, die sich irgendwo im Raum befinden, werden zwar auch einen angebbaren Werth besitzen, doch ist dessen Bestimmung sehr umständlich.

Selbstinduktion

(*d*) Statt anzunehmen, dass eine Sekundärspule den Induktionsstrom umgiebt, den die Primärspule hervorgerufen hat, können wir uns auch denken, dass die Primärspule ihre eigene Induktion umgiebt, und können so von ihrer „Selbstinduktion“ sprechen als dem Werthe:

$$\frac{4\pi \mu n^2 A C}{l}.$$

Schreiben wir diese Grösse $L\,C$, so erhalten wir den Koefficienten der Selbstinduktion

$$L = \frac{4\,\pi\,\mu\,n^2\,A}{l}$$

oder

$$L = 4\,\pi\,\mu\,n\,n_1\,A,$$

wenn wir mit n_1 die Windungszahl pro Längeneinheit bezeichnen. (§§ 115 und 98.)

Auch hier hat wieder jede Rolle eine bestimmbare, aber meist schwierig zu ermittelnde Selbstinduktion. Sie bedeutet jedoch stets das Verhältniss der selbsthervorgerufenen magnetischen Induktion zu der Stärke des sie erzeugenden Stromes

$$L = \frac{I}{C}.$$

Werth des Selbstinduktions-Koefficienten für einige weitere einfache Fälle

(e) Das magnetische Feld, das ein grader Draht hervorruft, nimmt mit der Entfernung ab. In der Entfernung r von einem geraden Draht mit dem Radius a, der von einem Strom C durchflossen wird, beträgt es

$$\frac{2\,\mu\,C}{r}.$$

Dieser Werth giebt also die Zahl der Kraftlinien in der Flächeneinheit an.

Es beläuft sich daher die Gesammtzahl der Kraftlinien, die zwischen dem Draht und einer Entfernung b innerhalb eines Cylinders von der Höhe l enthalten sind, auf

$$\int_a^b \frac{2\,\mu\,C\,l}{r}\,d\,r = 2\,\mu\,C\,l \log \frac{b}{a}.$$

Befindet sich nun in der Entfernung b ein paralleler Draht, der von dem Rückstrom durchflossen wird, so wird auch dieser die gleiche Zahl von Kraftlinien erzeugen. Die Gesammtzahl der Linien pro Länge l der beiden parallelen Drähte beträgt demnach

$$4 \mu l \log \frac{b}{a} \times C.$$

Da nun alle Kraftlinien zwischen den beiden Drähten hindurchgehen, so bezeichnet dieser Werth den magnetischen Gesammtstrom zwischen einer parallelen Hin- und Rückleitung. Der Koefficient von C ist also der Koefficient der Selbstinduktion für den Fall zweier dünner paralleler Drähte im Abstand b.

Für einen Kreisring mit dem Radius x wird hieraus bei einem Halbmesser a des Drahtes (siehe § 140):

$$L = 4 \pi \mu r \log \frac{8r}{a}.$$

Immer bezieht sich dabei μ auf die Umgebung des Drahtes, nicht auf den Stoff des Drahtes selbst.

In beiden Fällen war angenommen, dass der Draht selbst sich gar nicht magnetisirt. Dies ist für äusserst schnelle Wechselströme zutreffend (§ 47). Für Kupferdrähte, die nicht zu nahe bei einander liegen, ist die Annahme nie *sehr* inkorrekt.

Stromenergie

(*f*) Ein Magnet mit dem Moment $m l$ erleidet in einem Magnetfelde von der Stärke H ein Drehungsmoment $m l H \sin \vartheta$. Folglich erleidet eine einfache starre stromdurchflossene Spule ein Drehungsmoment $\mu n A C H \sin \vartheta$. Dreht sie sich um einen kleinen Winkel $d\vartheta$, so ist die geleistete Arbeit oder die Aenderung der potentiellen Energie

$\mu n A C H \sin \vartheta d \vartheta$. Folglich beträgt die potentielle Energie des Stromkreises in einer beliebigen Stellung $-\mu n A C H \cos \vartheta$. Diesen Ausdruck können wir IC schreiben, weil $n A \cos \vartheta$ die wirksame Fläche der Spule ist, d. h. ihre Projektion senkrecht zu den Kraftlinien, welche sie in der Anzahl μH pro Flächeneinheit durchschneiden.

Dies Relsultat lässt sich verallgemeinern. Ein Strom besitzt in einem Magnetfeld stets die Energie IC. Rührt das Feld von äusseren Ursachen her, d. h. besteht es unabhängig von dem Strom, so ist die Energie eine potentielle Spannungsenergie, welche danach strebt, den Stromkreis in Rotation zu versetzen. Dies ist das Princip der Elektromotoren. Rührt aber das Feld nur von dem Strom selber her — ist es ein selbst hervorgebrachtes und selbst erhaltenes Feld — so beträgt der Werth von I jetzt LC, und man bezeichnet die Energie dann passender als kinetische. Um ihren Werth zu erhalten, bringen wir uns in Erinnerung, dass Induktion und Strom gleichzeitig erlöschen, dass sie also nicht von einander unabhängig bestehen. Daher ist die Energie

$$\int_0^C I d C = \tfrac{1}{2} L C^2.$$

Dies ist die Arbeit, die beim Schliessen und Oeffnen des Stromes geleitet wird. (Kap. V.)

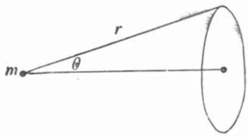
Pol in der Nähe eines Stromkreises

(*g*) Befindet sich ein einzelner Pol auf der Achse eines Kreises, so ist die Zahl seiner Kraftlinien, welche den Kreis durchschneiden, gleich

$$\frac{m}{r^2} \cdot 2 \pi r^2 (1 - \cos \vartheta),$$

wobei der letztere Faktor den Flächeninhalt der vom Kreis begrenzten Kalotte einer Kugel mit dem Mittelpunkt in m bedeutet. Der Ausdruck $2\pi(1 - \cos\vartheta)$ misst das Verhältniss der einem Kegelwinkel gegenüberliegenden Fläche zu dem Quadrate des Radius und wird in Analogie mit dem Kreismaasse eines ebenen Winkels ein körperlicher Winkel genannt, d. h. der körperliche Winkel eines Kegels mit dem Scheitel in m und dem Kreis als Basis, oder der durch den Kreis begrenzte Oeffnungswinkel für ein in m befindliches Auge. Nennt man diesen Winkel ω, so ist die Zahl der Kraftlinien oder die magnetische Induktion gleich $m\omega$.

Wird aus dem Kreise nun ein Stromkreis mit dem Strome C, so hat das System die Energie $m\omega C$. Es besteht daher das Bestreben nach einer relativen Bewegung, und die Kraft in einer beliebigen Richtung entspricht der Aenderung von $m\omega C$ für die Einheit der Entfernung in jener Richtung.



Das Potential des Poles auf den Stromkreis ist $m\omega$; das Potential des Stromkreises auf den Pol $C\omega$. Hat der Pol eine beliebige Lage und die Stromspule eine beliebige Form, so lässt sich der Werth von ω nur noch mit Schwierigkeit bestimmen. Ist eine Reihe von Magneten gegeben, so ist $\Sigma(m\omega)$ ihr Potential auf den Stromkreis, oder die Induktion auf ihn.

Magneto-Elektricität

(*h*) Das Grundgesetz der Magneto-Elektricität lautet: Wenn die Induktion auf einen Stromkreis aus irgend einem Grunde eine Aenderung erleidet, so entsteht in dem Kreise eine E. M. K., die der Aenderung der magnetischen Induktion gleich ist:

$$e = \frac{dI}{dt}.$$

Dies Gesetz ist freilich nicht ganz unabhängig von dem Grundgesetz des Elektro-magnetismus, vielmehr sind beide durch das Gesetz von der Erhaltung der Energie verbunden. Ich glaube dieser wichtigen Thatsache für den gegenwärtigen Zweck genügend Rechnung getragen zu haben, wenn ich das Gesetz von der Erhaltung der Energie in der Form hierher setze, in der es auf den Fall eines von einem konstanten Strom durchflossenen Leiters Anwendung findet, nämlich

$$ECdt = RC^2dt + CdI,$$

wo

$$RC = E - \frac{dI}{dt}$$

oder die resultirende E. M. K. nicht nur die aufgewandte E. M. K. bedeutet, sondern auch die magnetisch in dem Stromkreis erregte verborgene oder indirekte E. M. K. enthält. Dies ist die Faraday'sche Entdeckung der Magneto-Elektricität.

Verschiedene Arten der Erregung von Induktionsströmen

(*i*) Es kann I auf die verschiedenste Weise hervorgerufen werden. Z. B. kann es eine Komponente des Erdmagnetfeldes sein, also $nAH \cos \vartheta$. Oder es kann durch benachbarte Magnete entstehen, also $\Sigma(m\omega)$. Oder es kann die Induktion von einer anderen Spule sein, also MC'. Oder es kann von dem Strom herrühren, der die Spule selbst durchläuft, also LC. Die gesammte inducirte E. M. K. ist der Betrag der Aenderung der Summe aller dieser Grössen, also

$$-e = \frac{d}{dt}\left\{nAH\cos\vartheta + \Sigma(m\omega) + MC' + LC\right\}.$$

Dementsprechend kann sie auf vielerlei Arten erregt werden: durch Aenderung der Grösse oder Form der Spule; durch Aenderung ihrer Stellung zum Felde (wie bei dem Gleichstromdynamo); durch Bewegung von benachbarten Magneten (wie bei der Wechselstrommaschine); durch Aenderung der Stromstärke in anderen Stromkreisen oder Aenderung von deren Stellung (wie bei dem Induktorium); oder schliesslich durch Aenderung des eigenen Stromes oder des eigenen Koefficienten der Selbstinduktion. Aenderungen der letzten Art, $\frac{d}{dt}(LC)$, werden speciell E. M. K. der Selbstinduktion genannt und als Extraströme bezeichnet.

Primärstrom allein und Spule mit rotirendem Kommutator

(j) Die Gleichung für einen Strom von variabler Stärke ist für den einfachsten Fall eines einzigen Kreises:

$$E - RC = \frac{d}{dt}(LC),$$

wo E die aufgewandte E. M. K. ist. Sie lässt sich etwas ausführlicher schreiben:

$$L\frac{dC}{dt} + \left(R + \frac{dL}{dt}\right)C = E.$$

Dies zeigt, dass für den Fall von Stromkreisen mit variabler Selbstinduktion der Widerstand nicht seinen einfachsten Werth hat, sondern noch ein besonderes Glied besitzt, einen falschen oder scheinbaren Widerstand $\frac{dL}{dt}$.

Ein Stromkreis mit variabler Selbstinduktion ist z. B. ein solcher, dem fortwährend ein Theil seines Drahtes entzogen oder zugefügt wird, so dass ein Strom aufhören muss in Theilen, in denen er schon erregt war, und erregt in ruhenden Theilen; ein Fall ganz analog der Viscosität der

Gase, und häufig vor Augen geführt durch Reisende mit beträchtlichem Beharrungsvermögen, die einen in Fahrt begriffenen Zug verlassen oder besteigen. Ein Beispiel dieses Falles zeigt sich bei jedem Gramme-Ring, ja sogar bei jeder beliebigen Dynamo-Armatur, wenn sie mit einem Kommutator rotirt, ganz unabhängig von dem magnetischen Feld, in dem sie gerade rotirt. In allen solchen Fällen ist der effektive Widerstand grösser als R. Er ist $R + \frac{dL}{dt}$ oder $R + nL$, wo gewissermaassen die Selbstinduktion L in der Sekunde n mal zu dem Stromkreis hinzuaddirt wird.

Leydener Flasche

(k) In dem Fall eines sich entladenden Kondensators von der Kapacität S entspricht die angesammelte Elektricitätsmenge Q jedesmal der Gleichung

$$C = -\frac{dQ}{dt} \quad \text{oder} \quad Q = Q_0 - \int_0^t C\,dt.$$

Die Potentialdifferenz zwischen den Enden beträgt $\frac{Q}{S}$; dies ist die für den Strom aufgewandte E. M. K. Es lautet also die Gleichung für den Entladungsstrom:

$$L\frac{dC}{dt} + RC = \frac{Q}{S}.$$

Die Lösung der Gleichung ist für diesen Fall:

$$C = \frac{E}{pL} e^{-mt} \sin pt,$$

wo $m = \frac{R}{2L}$ ist, was die Gesammtdauer der Entladung bestimmt, und wo

$$p = \frac{1}{\sqrt{(LS)}} \text{ angenähert}$$

$$\left\{\text{genauer } \sqrt{\frac{1}{LS} - m^2}\right\}$$

ist, was die Schnelligkeit des Wechsels bestimmt; diese ist nämlich $\frac{p}{2\pi}$. Die Wellenlänge der ausgesandten Strahlung (Kap. XIV) ist:

$$\lambda = \frac{2\pi}{p} \cdot v = 2\pi \sqrt{\left(\frac{L}{\mu} \cdot \frac{S}{K}\right)}.$$

Bei diesen schnellen Schwingungen hat R seinen für konstante Ströme geltenden Werth ganz verloren, denn hier wird blos die Oberfläche des Drahtes benutzt (§§ 45 und 102). Nennt man den gewöhnlichen Werth R_0, so ist R für hohe Wechselzahl sehr angenähert[1])

$$R = \sqrt{\tfrac{1}{2} p \mu_0 l \cdot R_0}.$$

Hierin bedeutet l die Länge des Drahtes und μ_0 die magnetische Permeabilität seiner *Substanz* (§ 46).

Die Aussendung von Strahlung durch einen solchen Stromkreis strebt R noch mehr zu vergrössern (§ 142 und Seite 477). Siehe auch (*m*).

Wechselstrom

(*l*) Für den Fall, wo eine Spule oder Armatur in einem magnetischen Felde rotirt, gilt für den Strom folgende Gleichung:

$$-RC = \frac{d}{dt}(nAH \sin \vartheta + LC),$$

[1]) Siehe Rayleigh Phil. Mag. Mai 1886.

oder: $$L\frac{dC}{dt} + \left(R + \frac{dL}{dt}\right)C = n A H \sin\vartheta \frac{d\vartheta}{dt};$$

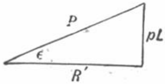
und die E. M. K. wechselt daher nach einer Sinus-Funktion. Schreibt man die Gleichung:

$$L\frac{dC}{dt} + R'C = E_0 \sin p t,$$

so ist die Lösung:

$$C = \frac{E_0 \sin(p t - \varepsilon)}{\sqrt{R'^2 + (p L)^2}},$$

wo $tg\,\varepsilon = \frac{p L}{R'}$. R' unterscheidet sich von dem einfachen R, wie schon in (j) ausgeführt, nur bei Anwendung einer Dynamomaschine mit Kommutator; dies ist aber häufig nicht der Fall. Der Nenner des obigen Ausdruckes soll Impedanz



genannt und mit P bezeichnet werden (siehe nächsten Abschnitt). Die Werthe haben die in dem kleinen Diagramm aufgezeichneten Beziehungen. Die Grösse ε ist der Betrag, um den der Strom hinter der aufgewandten E. M. K. zurückbleibt.

Die Hypothenuse mag als die aufgewandte E. M. K., die vertikale Kathete als die Gegenkraft oder inducirte E. M. K. und die Basis als die effektive E. M. K. bezeichnet werden, wenn in einer Spule durch irgend welche Mittel ein Wechselstrom erzeugt wird.

Zwei Definitionen des elektrischen Widerstandes und Unterschied zwischen beiden

(*m*) Die älteste Definition des Ausdruckes „elektrischer Widerstand eines Leiters ist die von Ohm gegebene, nämlich das Verhältniss

$$\frac{\text{in dem Leiter aufgewandte E. M. K.}}{\text{in ihm hervorgerufene Stromstärke}}.$$

Die zweite finden wir in dem Gesetz von Joule, nämlich das Verhältniss

$$\frac{\text{in einer Sekunde von dem Leiter verbrauchte Energie}}{\text{Quadrat des sie hindurchtreibenden Stromes}}.$$

Beide Definitionen stimmen überein für den Fall, wo kein reversibles Hinderniss vorhanden ist; wenn dagegen chemische Wirkung, reversible Wärmewirkungen oder eine variable magnetische Induktion eintritt, so wird ein Theil der Energie aufgespeichert und nur ein Theil verbraucht werden, und unter solchen Umständen weichen die Definitionen von einander ab. Es muss eine Unterscheidung zwischen beiden gemacht werden; der Ausdruck Widerstand ist füglich nicht für beide Werthe zu brauchen.

Man hat es bequem gefunden, die Bezeichnung Widerstand für die zweite Definition beizubehalten, den Koefficienten, der den Verbrauch der Energie angiebt; und man hat sich klar gemacht, dass in dem Gesammtwiderstand, wie ihn die erste Definition angiebt, die „elektromotorische Gegenkraft", „Polarisation" oder eine andere reversible Hemmung zu dem eigentlichen Widerstand hinzutritt. Ferner ist es üblich, in dem wichtigen Fall des Gesammtwiderstandes für Wechselströme die Bezeichnung „Impedanz" für die durch die erste der beiden Gleichungen definirte Grösse zu gebrauchen.

Allerdings lassen sich beide Definitionen des Widerstandes sofort in Einklang bringen, wenn man in die Ohmschen Formel *resultirende* E. M. K. statt *aufgewandte* E. M. K. einsetzt. Auf diese Weise führt man durch einfache Subtraktion einer elektromotorischen Gegenkraft am einfachsten und besten Vorgänge wie die chemische und thermische Polarisation in die Rechnung ein; auch eine magnetische elektromotorische Gegenkraft, so lange sie stetig ist und von aussen kommt, wie in dem Fall der elektrischen Motoren. Bei Wechselstromgeneratoren dagegen muss über die Berechnungsweise des Werthes ihrer E. M. K. eine Verständigung erzielt werden. Wir haben oben gesehen, dass der Ausdruck für die Stromstärke als Zähler eine verringerte oder abgeschwächte E. M. K. und als Nenner eine Hemmung oder Impedanz aufweist, die ein Zusatzglied zu dem gewöhnlichen Widerstand enthält. Von diesem Gesichtspunkt aus ist der Begriff und Ausdruck „Impedanz" so wichtig geworden.

Der Werth dieser Grösse ist im Allgemeinen, wie bereits nachgewiesen

$$\sqrt{(pL)^2 + R^2};$$

die zwei Glieder kann man als den Trägheits- oder bleibenden Theil und den Reibungs- oder Verbrauchs-Theil bezeichnen (§ 38).

Ein Theil der verbrauchten Energie erscheint als Wärme in dem Leiter. Auf diesen Theil erstreckten sich die Jouleschen Versuche. Von einem anderen Theil wissen wir aber jetzt, dass er durch Strahlung in den Raum hinausgeht (§ 142). Beide zusammen sind in dem Zähler nach der zweiten Definition für R enthalten.

Inducirter Strom in einem Sekundärkreis. Transformatoren

(*n*) Hat die ringförmige Primärspule einen wechselnden oder intermittirenden Strom C und wird ein sekundärer

Kreis darüber geschoben, wie in Fig. 47, so beträgt die inducirte E. M. K. nach (h) und (c)

$$m \frac{dC}{dt} \text{ oder } 4\pi n n' \frac{\mu A}{l} \cdot \frac{dC}{dt}.$$

Sie hängt demnach direkt von der Windungszahl der Sekundärspule und der Wechselzahl des Primärstromes ab. Dies ist das Princip der Induktionsrollen und der sekundären Generatoren oder Transformatoren (§ 115). Die so erhaltene E. M. K. ist völlig regulirbar durch die Wahl eines geeigneten Werthes für n', je nachdem hohe Spannung (in Induktorien) oder hohe Stromstärke (für elektrische Schweissungen) gefordert wird. Man spricht von Transformatoren, weil von den zwei elektrischen Faktoren der mechanischen „Leistung" EC das gegenseitige Grössenverhältniss beliebig variirt werden kann, während das Produkt angenähert konstant bleibt, genau wie es bei gewöhnlichen Maschinen für den Kraft- und den Geschwindigkeitsfaktor der „Leistung" gilt. Was man an Kraft gewinnt, verliert man an Geschwindigkeit. Genau analog gewinnt man an E. M. K., was man an Stromstärke einbüsst und umgekehrt.

Die Gleichungen für den primären und den sekundären Strom sind:

$$E - RC = \frac{d}{dt}(LC + MC')$$

$$0 - R'C' = \frac{d}{dt}(L'C' + MC).$$

Aus der Lösung dieser Gleichungen ergiebt sich für die effektive Selbstinduktion des Primärkreises, wenn der Sekundärkreis kurz geschlossen ist und alle Widerstände klein sind, der Werth $L - \frac{M^2}{L'}$. Da nun bei einem einfachen geschlossenen Magnetkreis

$$L : L' : M = n^2 : n'^2 : nn',$$

so ist die effektive Selbstinduktion (und daher die Impedanz) des Primärkreises angenähert Null, wenn der Sekundärkreis kurz geschlossen ist — eine Thatsache von höchster Bedeutung für die Fabrikation der Transformatoren.

Geschwindigkeit der Uebertragung telegraphischer Signale für den einfachsten Fall

(*o*) Gegeben ein Paar paralleler dünner Kupferdrähte von der Einheit der Länge, nicht zu nahe bei einander, eine Hin- und Rückleitung im Abstand *b*. Der Radius jedes Drahtes sei *a*. Alsdann ist die Selbstinduktion dieses Theiles nach (*e*)

$$L_1 = 4\mu \log \frac{b}{a} = 1480 \log_{10}\left(\frac{b}{a}\right) \text{ Mikro-Secohms per engl. Meile}$$

und die statische Kapacität desselben Stückes ist nach einer ähnlichen Betrachtung

$$S_1 = \frac{K}{4 \log \frac{b}{a}} = \frac{1}{52 \log_{10}\left(\frac{b}{a}\right)} \text{ Mikro-Farads per Meile.}$$

Also ist

$$L_1 S_1 = \mu K.$$

Der Widerstand derselben Längeneinheit sei R_1.

Nun betrachte man ein Element der beiden Drähte von der Länge dx. Dann ist das Potentialgefälle zwischen dessen Enden, wenn der Strom C hindurchfliesst, und die Zunahme des Potentials mit der Zeit

$$\left.\begin{aligned} L_1 \frac{dC}{dt} + R_1 C + \frac{dV}{dx} &= 0, \\ \text{und } S_1 \frac{dV}{dt} + \frac{dC}{dx} &= 0. \end{aligned}\right\}$$

Die Lösung dieser Gleichungen kann für den Fall einer sehr schnell wechselnden, am Anfangspunkt angreifenden E. M. K., $V_0 \sin p t$, geschrieben werden

$$V = V_0 e^{-\frac{m_1}{p_1} x} \sin p \left(t - \frac{x}{p_1}\right),$$

wo $m_1 = \dfrac{R_1}{2 L_1}$ und $p_1 = \dfrac{1}{\sqrt{L_1 S_1}}$ ist.

Nun hat eine „Welle" als Störung, die in Raum und Zeit periodisch ist, die Gleichung

$$y = a \sin (p t - n x),$$

wo y die Ausdehnung der Störung im Abstand x vom Anfangspunkt zur Zeit t bedeutet.

Der Koefficient a ist die Amplitude der Schwingung; n ist die periodische Raumkonstante nämlich $\dfrac{2\pi}{\lambda}$; p ist die periodische Zeitkonstante nämlich $\dfrac{2\pi}{T}$; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen ist eine Raumkonstante in einer Zeitkonstante d. h. $\dfrac{\lambda}{T}$ oder $\dfrac{p}{n}$.

Folglich repräsentiren die beiden oben mit einer Klammer zusammengefassten Gleichungen Wellen, die längs der Drähte mit einer Geschwindigkeit $\dfrac{1}{\sqrt{L_1 S_1}}$ oder, wie wir sahen, $\dfrac{1}{\sqrt{\mu K}}$ sich fortpflanzen und eine Amplitude besitzen, die längs der Drähte nach einem logarithmischen Dekrement $\frac{1}{2} R_1 \sqrt{\dfrac{S_1}{L_1}}$ erlischt.

Diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Stössen entlang von Drähten ist daher für diesen einfachen Fall genau dieselbe, wie die Geschwindigkeit der Fortpflanzung von Wellen durch den freien Raum, nämlich die Geschwindigkeit $\frac{1}{\sqrt{\mu K}}$ (§§ 128, 132, 137). Alle Komplikationen können die Schnelligkeit nur herabsetzen, nie vergrössern (§ 135).

Dimensionen der elektrischen Grössen

(*p*) Wir schreiben, wie üblich, L, M, T, F, v für die Einheiten der Länge, Masse, Zeit, Kraft, Geschwindigkeit und A für die Flächeneinheit. Die fundamentalen und feststehenden experimentellen Beziehungen ohne Rücksicht auf Einheiten und Maasssysteme sind folgende:

(Elektrostatik) $\quad Q = L\sqrt{KF} \; . \; . \; . \; (1)$

(Magnetismus) $\quad m = L\sqrt{\mu F} \; . \; . \; . \; (2)$

(Elektromagnetismus) $\quad mL = \mu AC \; . \; . \; . \; (3)$

der letztere Ausdruck kann auch geschrieben werden:

$$m = \mu v Q \; . \; . \; . \; (3')$$

in welcher Form er auf die magnetische Wirkung einer bewegten Ladung hinweist, die Rowland's Experiment nachgewiesen hat.

Kombiniren wir die drei Gleichungen, so erhalten wir

$$\sqrt{\frac{\mu}{K}} = \frac{m}{Q} = \mu v,$$

und hieraus

$$\mu K = \frac{1}{v^2} = \frac{\text{Dichte}}{\text{Elasticität}},$$

die wohlbekannte Beziehung zwischen den beiden Aether-Konstanten.

Durch Vergleichung vieler elektrischer Gleichungen mit den entsprechenden mechanischen finden wir, dass das Produkt LC an die Stelle des Moments (mv) tritt und dass $\frac{1}{2}LC^2$ die Stelle der kinetischen Energie $(\frac{1}{2}mv^2)$ vertritt, ja, dass es wirklich die Energie eines Stromes *ist* (siehe *f*). Es liegt nahe hieraus zu folgern, dass L die Trägheit in sich begreift und μ oder $4\pi\mu$ eine Art Dichtigkeit des betreffenden Mediums ist.

Nimmt man dies als richtig an, so wird $\frac{4\pi}{K}$ ein Elasticitätskoefficient (was die Elektrostatik wirklich nahe legt), weil $\mu K v^2 = 1$; und die Dimensionen aller elektrischen Einheiten lassen sich ohne jede willkürliche Konvention oder einen Unterschied zwischen elektrostatischen und elektromagnetischen Einheiten folgendermaassen bezeichnen:

Spec. Indukt.-Kap. $K = \frac{\text{Deformation}}{\text{Spannung}} = \frac{\text{Fläche}}{\text{Kraft}} = \frac{LT^2}{M} =$ Scheerbarkeit

Permeabilität $\mu = \frac{\text{Trägheit}}{\text{Volumen}} = \frac{M}{L^3} =$ Dichte

Elektrische Ladung $Q = L^2 = \frac{\text{Volumen}}{\text{Verschiebung}}$

Magnetischer Pol $m = \frac{M}{T} =$ Moment per Längeneinheit

Elektr. Stromstärke $C = \frac{L^2}{T} =$ Verschieb. $\times$ Geschwindigk.

Magnetisches Moment $ml = \frac{ML}{T} =$ Moment

E. M. K. $E = \frac{\text{Arbeit}}{Q} = \frac{M}{T^2} =$ Druck $\times$ Verschiebung, oder Arbeit per Flächeneinheit

Intensität des Magnetfeldes $H = \frac{F}{m} = \frac{L}{T} =$ Geschwindigkeit

Intensität des elektrostat. Feldes $\frac{F}{Q} = \frac{M}{L\,T^2} =$ Energie per Volumeneinheit

Oberflächendichtigkeit $\sigma = \frac{Q}{A} =$ blosse Zahl

Elektrische Spannung $\frac{2\pi\sigma^2}{K} = \frac{M}{L\,T^2} =$ Druck oder Spannung

Kapacität $S = \frac{Q}{E} = \frac{L^2\,T^2}{M} =$ Verschieb. per Druckeinh.

Widerstandskoefficient $\frac{E}{C} = \frac{M}{L^2\,T} =$ Impuls oder Moment per Volumeneinheit

Magnetomotor. Kraft $4\pi n C = \frac{L^2}{T} =$ Stromstärke

Reluktanz $\frac{l}{\mu A} = \frac{L^2}{M} = \frac{\text{Fläche}}{\text{Trägheit}}$

Magnet. Induktion $I = \frac{M}{T} =$ Rotationsmoment per Flächeneinheit

Induktionskoefficient (selbst- o. wechselseit.) $\frac{J}{C} = \frac{M}{L^2} =$ Trägheit per Flächeneinheit.

Dies ist eine Verbesserung des rohen Systems der Praxis, welches gar keine Dimensionen bald für K, bald für μ annimmt, je nachdem man von der Elektrostatik oder vom Magnetismus ausgeht; freilich ist es auch nur ein kleiner

Schritt vorwärts. Prof. Fitzgerald hat kürzlich die Vermuthung aufgestellt, dass von streng kinematischem Gesichtspunkt nach der Aethertheorie K und μ eine *Verlangsamung* des Wirbels bedeuten könnten. Durch diese Annahme wird alles einfach und von eindeutiger Dimension. Wo aber auch die Wahrheit liegen kann, jedenfalls ist anzunehmen, dass wir nicht mehr lange zwei verschiedene Maasssysteme behalten werden, das elektrostatische und das elektromagnetische; noch auch zwei verschiedene Reihen von Dimensionen für dieselben Grössen, da wir doch wissen, dass wohl kaum auch nur eine von ihnen die richtige ist.

Newton's Vermuthungen über den Aether

(*q*) Zu den 16 „questiones“ am Schluss der Newton'schen Optik kommen in den späteren Ausgaben noch mehrere hinzu. Ich lasse hier diejenigen Theile derselben folgen, welche besonderen Bezug auf unsern Gegenstand haben, um dem Leser den Vergleich zu erleichtern.

„*Qu. 17.* Wenn man einen Stein in stehendes Wasser wirft, so werden dadurch an der Stelle, wo der Stein ins Wasser fiel, eine zeitlang Wellen erregt, die sich von dort aus in koncentrischen Kreisen auf der Oberfläche des Wassers bis zu grossen Entfernungen fortpflanzen. Auch die Schwingungen, welche ein Stoss in der Luft erregt, bewegen sich kurze Zeit hindurch vom Ort des Stosses aus in koncentrischen Kugeln bis zu grossen Entfernungen. Sollten nicht auf gleiche Weise, wenn ein Lichtstrahl auf die Oberfläche irgend eines durchsichtigen Körpers fällt und dort gebrochen oder reflektirt wird, in dem brechenden oder reflektirenden Medium an der Einfallsstelle Wellen oder Schwingungen erregt werden? . . .

Qu. 18. Wenn man zwei kleine Thermometer in zwei grossen, hohen, umgestülpten Glascylindern derart aufhängt, dass sie die Gefässe nicht berühren, und einem dieser Gefässe die Luft entzieht und die Gefässe in dieser Verfassung aus einem kalten in einen warmen Raum bringt; alsdann wird sich das Thermometer im Vacuum ebenso leicht und fast ebenso schnell erwärmen, wie das nicht im Vacuum befindliche. Und wenn man die Gefässe in den kalten Raum zurückträgt, wird das Thermometer im Vacuum sich fast ebenso schnell abkühlen wie das andere Thermometer. Wird nicht die Wärme des warmen Raums durch das Vacuum hindurch befördert mittelst der Schwingungen eines viel feineren Mediums als die Luft, das in dem Vacuum zurückblieb, nachdem die Luft ausgepumpt worden war? Und ist nicht dieses Medium dasselbe wie das Medium, durch welches das Licht gebrochen und reflektirt wird und durch dessen Schwingungen das Licht den Körpern Wärme mittheilt [1]) und Zustände (fits) leichter Reflexion und Transmission bekommt? Und tragen nicht die Schwingungen dieses Mediums in warmen Körpern zur Intensität und Dauer ihrer Wärme bei? Und theilen nicht warme Körper ihre Wärme benachbarten kalten Körpern mit durch die Schwingungen dieses Mediums, die sich aus ihnen in die kalten fortpflanzen? Und ist nicht dieses Medium ausserordentlich viel dünner und feiner als Luft und ausserordentlich viel elastischer und beweglicher? Und durchdringt es nicht leicht alle Körper? Und erfüllt es nicht (vermöge seiner elastischen Kraft) den ganzen Himmelsraum? . . .

Qu. 19. Rührt die Brechung des Lichts nicht davon her, dass dieses ätherische Medium an verschiedenen Stellen verschieden dicht ist und das Licht stets von den dichteren Stellen des Mediums zurückweicht? Und ist nicht die

[1]) Man beachte diesen Satz, der an Präcision und Korrektheit das meiste weit übertrifft, was im Laufe unseres Jahrhunderts über die Absorption der Strahlung geschrieben worden ist. Man könnte ihn nur verbessern, indem man statt „mittheilen“ *darin erzeugen* setzte, wie es die moderne kinetische Wärmetheorie verlangt.

Dichte desselben grösser im freien, luftleeren Raum und andern gröberen Körpern, als in den Poren von Wasser, Glas, Krystall, Edelsteinen und anderen festen Körpern? [1])

Qu. 21. Ist dieses Mittel nicht in den dichteren Körpern der Sonne, Sterne, Planeten und Kometen viel dünner als in dem leeren Himmelsraum, der sie trennt? Und verursacht nicht seine mit der Entfernung beständig zunehmende Dichte die Schwerkraft oder Anziehungskraft jener grossen Körper für einander und ihrer Theile für andere Körper; in der Weise, dass jeder Körper sich aus den dichteren Theilen des Mittels nach den dünnen hinzubewegen strebt? Denn, wenn dieses Medium innerhalb des Sonnenkörpers dünner ist als an seiner Oberfläche und ebenda dünner als $^1/_{100}$ Zoll von ihm entfernt und ebenda dünner als $^1/_{50}$ Zoll von ihm entfernt [2]) und ebenda dünner als am Saturn; alsdann sehe ich nicht ein, weshalb die Zunahme an Dichte überhaupt aufhören sollte und sich nicht vielmehr durch alle Entfernungen von der Sonne nach dem Saturn und noch weiter erstreckt. Und wenn auch die Zunahme an Dichte auf grosse Entfernungen ausserordentlich langsam sein sollte, so könnte sie doch, wenn die elastische Kraft [3]) des Mediums sehr gross wäre, hinreichen, um die Körper mit derjenigen Kraft, die wir Schwerkraft nennen, aus den dichteren Theilen des Mediums nach den dünneren hin-

[1]) Nach Newton's Ansicht wandert das Licht in grober Materie schneller als im Raum; darum kehrt er unsere von Fresnel herrührenden Anschauungen um. Dieselbe Umkehrung ist in dem folgenden Abschnitt über Schwerkraft beibehalten.

[2]) Es waren seine Versuche über Brechung, die ihn auf die Vorstellung brachten, dass sich die Eigenschaften des Aethers mit der Entfernung von einem Körper in dieser Weise allmählig verändern. Vor wenigen Jahren wären uns solche allmähligen Veränderungen ganz unwahrscheinlich vorgekommen; aber die neuesten Versuche von Michelson erschüttern alle vorgefassten Ansichten.

[3]) Soll dasjenige bedeuten, was wir Druck nennen. Dies ist natürlich nach Analogie der Schallwellen gedacht und stimmt mit unseren heutigen Kenntnissen nicht überein.

zudrängen. Und dass die elastische Kraft des Mediums ausserordentlich gross sein muss, ergiebt sich aus der Geschwindigkeit seiner Schwingungen. Der Schall wandert in 1 Sekunde mehr als 1140 engl. Fuss und in 7 bis 8 Zeitminuten ungefähr 100 engl. Meilen. Das Licht wandert in ungefähr 7 bis 8 Zeitminuten von der Sonne bis zur Erde, eine Entfernung, die ungefähr 70 000 000 engl. Meilen beträgt, wenn man die horizontale Parallelachse der Sonne auf 12" berechnet. Und die Schwingungen oder Stösse dieses Mediums müssen, um die abwechselnden Zustände (fits) leichter Transmission und Reflexion zu verursachen, schneller sein als das Licht, also mehr als 700 000 Mal schneller als der Schall. Darum muss die elastische Kraft dieses Mediums im Verhältniss zu seiner Dichte mehr als 700 000 × 700 000 (d. h. über 490 000 000 000) Mal grösser sein als die elastische Kraft der Luft im Verhältniss zu ihrer Dichte. Denn die Geschwindigkeiten der Schwingungen elastischer Medien sind proportional der Quadratwurzel aus dem Verhältniss der Elasticität zur Dichte. . . .

Qu. 22. Könnten nicht Planeten und Kometen, wie überhaupt alle groben Körper, ihre Bewegungen mit grösserer Freiheit und weniger Widerstand als in irgend einer Flüssigkeit ausführen in diesem Aethermedium, das den ganzen Raum ohne Lücken genau ausfüllt und daher viel dichter ist als Quecksilber und Gold? Und könnte sein Widerstand nicht so gering sein, dass er gar nicht in Betracht käme? Zum Beispiel: angenommen dieser Aether (denn so will ich ihn nennen)[1]) wäre 700 000 Mal elastischer als unsere Luft und mehr als 700 000 Mal dünner; so würde sein Widerstand mehr als 600 000 000 Mal geringer sein, als der des Wassers. Und ein so geringer Widerstand würde in 10 000

[1]) Diese Auszüge sind hauptsächlich dadurch interessant, dass sie der frühesten Zeit einer Vorstellung vom Aether angehören, sowie durch ihre bemerkenswerthe Einsicht in viele Dinge, wenn sie auch nicht ganz mit unserem heutigen Wissen übereinstimmen.

Jahren kaum einen merklichen Unterschied in der Bewegung der Planeten verursachen. Wenn Jemand fragen sollte, wie ein Medium so dünn sein könne, so sage er mir doch, wie die Luft in den höheren Regionen der Atmosphäre mehr als 100 000 Mal dünner sein kann als Gold. Er sage mir, wie ein elektrischer Körper durch Reibung einen Stoff aussenden kann, der so dünn und fein und doch so stark ist, dass er bei seinem Ausströmen keine merkliche Gewichtsabnahme des elektrischen Körpers verursacht und sich durch eine Kugel von über 2 Fuss Durchmesser verbreitet und doch im Stande ist, in einer Entfernung von mehr als 1 Fuss von dem elektrischen Körper Blattkupfer oder Blattgold zu bewegen und aufzuheben? Und wie die Ausdünstungen eines Magneten so dünn und fein sein können, dass sie durch eine Glasscheibe hindurchgehen ohne einen Widerstand oder eine Abschwächung ihrer Kräfte zu erleiden und so stark, dass sie eine Magnetnadel hinter dem Glas ablenken?“