

# **Universitäts- und Landesbibliothek Tirol**

## **Lehrbuch der Physik für Mediziner und Biologen**

**Lecher, Ernst**

**Leipzig [u.a.], 1912**

I. Mechanik

# I. Mechanik

## 1. Einleitung und Mechanik fester Körper.

**1.** Eine **Definition der Physik**, welche den derzeitigen physikalischen Anschauungen am besten entspräche, wäre:

Physik ist die Bewegungslehre der nicht lebenden Körper, wobei sich die Körper als Ganzes oder Einzelteile der Körper bewegen können.

Mechanische Bewegungen und die dabei in vielen Fällen ausgelösten Kräfteempfindungen führten naturgemäß zuerst zur Anschauung, daß alles nur Bewegung sei. Es bleibt aber die Möglichkeit offen, daß wir später einmal ein anderes Weltbild gewinnen, daß vielleicht nach tieferem Eindringen in das Wesen der Elektrizität alles Naturgeschehen von einem elektrischen Gesichtspunkte aus (siehe die letzten Kapitel des Buches) übersichtlicher und verständlicher würde. Dann wird eine zukünftige Definition der Physik anders lauten.

**2.** Zunächst läßt sich **jede physikalische Erscheinung** immer **in mechanische Bewegung** gewöhnlicher Materie **überführen**:

Mechanik enthält direkte Bewegungslehre.

Akustik umfaßt jene Bewegungen, z. B. Schwingungen von Saiten, Stimmgabeln usw., welche auf unser Gehörorgan wirken.

Wärme kann in Bewegung (z. B. Dampfmaschine usw.) verwandelt werden.

Optik umfaßt Lichtphänomene, die ja in heißen Körpern ihren Ursprung nehmen, also auch wieder auf Bewegung gewöhnlicher Materie zurückzuführen sind.

Elektrizität äußert sich in verschiedenen Bewegungen gewöhnlicher Materie (z. B. Anziehung und Abstoßung elektrisierter Körper usw.).

Selbstredend handelt es sich hier nur um die physikalische Seite der Erscheinungen; alles was mit Empfindungseindrücken zusammenhängt, gehört in die Psychologie und Physiologie.

**3. Mechanistisches Weltbild.** Wir können aber auch noch einen Schritt weiter gehen und wirklich nur Bewegungen als das physikalisch Existierende ansehen.

Mechanik }  
 Akustik } direkt zu sehende Bewegungen.

Wärme, hypothetische, d. h. nicht wirklich gesehene, sondern nur vorgestellte Bewegung kleinster hypothetischer Massenteile (der Atome und Molekel).

Optik, hypothetische Schwingung eines hypothetischen Äthers (eventuell der Elektronen).

Elektrizität, hypothetische Verschiebung von hypothetischen Elektronen.

Wir gewinnen so ein mechanistisches Weltbild, in dem aber noch vieles unaufgeklärt ist. Da aber diese Anschauungsform derzeit noch am ehesten befriedigt, wollen wir uns durchweg auf diesen Standpunkt stellen. Doch sei ausdrücklich betont, daß eine abgeschlossene Einheitlichkeit nicht erreicht ist und wohl auch nie erreicht werden wird.

Mit Hilfe solcher Bewegungen sollen also alle Erscheinungen der nicht lebenden Körper als physikalische Phänomene erklärt werden.

**4.** Die Anwendung dieser physikalischen Erkenntnisse auf lebende Organismen führt zu den **biologischen Wissenschaften**, der Lehre von den Lebensvorgängen: Physiologie, Pathologie, Therapie usw.

**5. Absolutes Maßsystem.** Unsere Aufgabe muß also mit einer genauen Beschreibung der einfachsten Bewegungen beginnen. Da bewegt sich immer eine Masse  $m$  längs eines gewissen Weges von der Länge  $l$  innerhalb einer bestimmten Zeit  $t$ . Wenn wir uns also über die Einheiten von  $m$ ,  $l$  und  $t$  geeinigt haben, können wir mit diesen Fundamentalgrößen alles in der Physik messen, und wir sprechen dann von einem absoluten Maßsysteme.

### Länge, Fläche, Volumen.

**6.** Als Einheit des Längenmaßes wählte man den vierzigmillionsten Teil eines Erdmeridianes und nannte diese Einheit Meter,  $m$ . Ein auf der Erdoberfläche kürzester Weg vom Äquator zum Pole, ein sog. Erdquadrant, hat die Länge von 10.000 000 oder  $10^7$   $m$ .

Gar bald zeigte sich aber, daß ein solches Maß nicht endgültig herzustellen ist, da jede Verbesserung in den geometrischen Bestimmungen der Erddimensionen immer wieder von neuem kleine Differenzen ergeben mußte. Man beschloß daher eine Normaltype zu schaffen, die derzeit möglichst genau den eben beschriebenen Bedingungen entspricht und die für alle Zeiten unser Normalmaß bilden soll. Diese Originaltype befindet sich in Paris und alle größeren Staaten erhielten zwei gleiche Maßstäbe.

**1 Meter oder 1 m** ist gleich der Entfernung zweier Striche auf einem in Paris aufbewahrten Normalstabe aus Platiniridium, welche

Entfernung möglichst genau gleichgemacht wurde einem Vierzigmillionstel eines Erdmeridians.

1000	m = km . . . .	Kilometer
0,1	m = dm . . . .	Dezimeter
0,01	m = cm . . . .	Zentimeter
0,001	m = mm . . . .	Millimeter
0,001	mm = $\mu$ . . . .	Mikron
0,000001	mm = $\mu\mu$ . . . .	Millimikron

Die beiden letzteren Maße finden Verwendung hauptsächlich in der Mikroskopie und in der Optik.

**7. Schiebleere und Nonius.** Um die Länge irgendeines Stückes  $C$  zu messen, Fig. 1, schiebt man den Schlitten  $B$  möglichst nach links, so daß  $C$  zwischen die Backen  $a$  und  $b$  kommt. Die Länge von  $C$  wäre z. B. 12,4 mm, wo die Zehntel Millimeter nur geschätzt sind. Man kann sie genauer mit Hilfe des Nonius auf  $B$  messen. 10 Teile der Skala des Nonius sind gleich 9 Teilen der Hauptskala auf  $A$ . Stimmt also irgendein Strich der Hauptskala genau mit einem Strich der Noniusskala überein, so liegt der nächste Noniusstrich links um  $\frac{1}{10}$  gegen den entsprechenden Strich der Hauptskala nach rechts verschoben, der nach links zweitnächste Noniusstrich um  $\frac{2}{10}$  usw. In der gezeichneten Stellung stimmt nun der dritte Noniusstrich mit irgendeinem Hauptmaßstabstrich, es liegt also der Nullpunkt des Nonius um  $\frac{3}{10}$  rechts vom nächsten linken Hauptmaßstabstrich. Was wir also früher mit  $\frac{4}{10}$  mm geschätzt, ist genau  $\frac{3}{10}$ , — die Länge von  $C$  ist somit 12,3 mm.

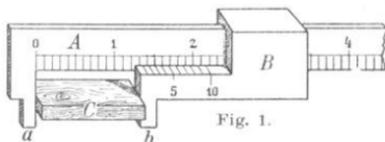


Fig. 1.

**8. Mikrometerschraube.** Die Verwendung der Schraube ist bei Meßinstrumenten eine sehr häufige; sie bedarf wohl für die meisten Fälle keiner eigenen Erklärung. In Fig. 2 ist ein Dickenmesser abgebildet, der dazu dient, die Dicke von Glasplatten, Drähten od. dgl., welche in den Zwischenraum nach  $x$  kommen und dort durch die Schraube eingeklemmt werden, rasch zu messen. Gewöhnlich beträgt die Höhe eines Schraubenganges 1 mm und der Apparat ermöglicht durch seine Kreiseinteilung  $K$  auch noch Hundertstel einer ganzen Schraubenumdrehung direkt zu messen, Tausendstel zu schätzen.

**9.** Ein weiteres oft angewendetes Hilfsmittel haben wir im **Fühlhebel**, der die Messung verfeinern oder auch vergrößern kann. Fig. 3 stellt ein Kephalometer dar, einen Apparat, mit dem man irgendeinen Durchmesser z. B. des

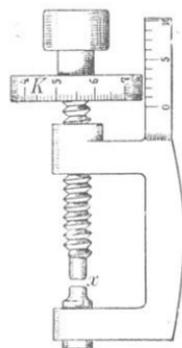


Fig. 2.

Schädels bestimmt. Die kreisförmige Skala  $SS$  ist hier vom Drehpunkte  $O$  ein Zehntel so weit entfernt als die Spitzen  $RR$ . Die mm auf der Skala  $SS$  bedeuten daher cm der Entfernung  $RR$ , da hier diese geringe Genauigkeit genügt. (Es ist in Fig. 3 der Deutlichkeit wegen  $OS$  verhältnismäßig zu groß gezeichnet.)



Fig. 3.

Wäre umgekehrt  $OS = 10OR$ , so würde eine Entfernung  $RR$  auf  $SS$  in zehnfach zu großen Einheiten abgelesen, was natürlich die Genauigkeit der Ablesung erhöhen würde. Einen solchen physikalischen Fühlhebel, der mm als cm vergrößert abzulesen gestattet, gibt Fig. 4. (Auch hier ist das Hebelverhältnis ungenau gezeichnet.)

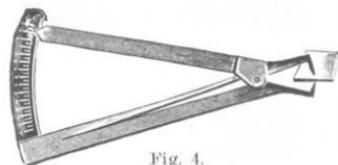


Fig. 4.

**10. Endmaß, Strichmaß.** Die bisher geschilderten Methoden maßen die Entfernung einer Endfläche eines Körpers bis zur anderen. Will man aber die Striche zweier Maßstäbe, z. B. eines Normalmeters und eines anderen Strichmaßstabes vergleichen, so muß man sie nebeneinander legen. Oft genügt einfacher Vergleich mit bloßem Auge, genauer aber verwendet man Mikroskope oder Fernrohre, die auf passenden Schlittenführungen leicht verschiebbar sind. Erstere Längenvergleichsinstrumente heißen Komparatoren, letztere Kathetometer. Immer aber ist hier ein Fehler zu vermeiden, den wir nun zu schildern haben.

**11. Parallaxischer Fehler.** Wir wollen das Wesen dieses Fehlers an folgenden Beispielen uns klarmachen. Es sei (Fig. 5) das Ende eines Thermometerquecksilberfadens  $q$  und  $SS$  die Skala. Ablesungen macht man hier mit einem Auge. Blickt dieses senkrecht auf das Thermometer

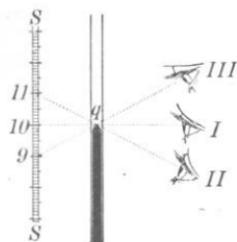


Fig. 5.

und die dazu parallele Skala, wie in I, ist die Ablesung richtig (z. B.  $10^0$ ). Befindet sich das Auge zu tief in II, so wird die Ablesung zu hoch (z. B.  $11^0$ ). Befindet sich das Auge zu hoch, III, so wird die Ablesung eine zu geringe (z. B.  $9^0$ ). Aus Fig. 5 ist ersichtlich, daß der parallaxische Fehler um so größer wird, je weiter die Skala

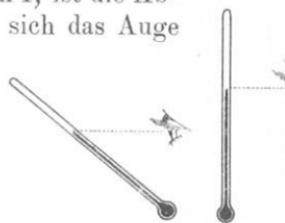


Fig. 6.

vom Quecksilberfaden absteht; gute Thermometer haben darum die Skala möglichst unmittelbar am Quecksilberfaden. Aber auch hier kann z. B. bei einem Fieberthermometer ein beträchtlicher Fehler entstehen, wenn die Blickrichtung nicht senkrecht zur Thermometerachse steht. Fig. 6 links falsche, rechts richtige Ablesung.

Ein senkrechtes Anvisieren erreicht man oft am leichtesten dadurch, daß die Skala selbst auf einen Spiegel geätzt ist oder knapp neben einem Spiegel in paralleler Ebene mit ihm liegt, wie dies z. B. bei vielen modernen elektrischen Meßinstrumenten der Fall ist. Hier bewegt sich irgend ein Zeiger längs einer Skala, und wenn man richtig ablesen will, muß das Spiegelbild des Zeigers und der Zeiger selbst sich decken. In Fig. 7 ist  $SS$  ein Bruchstück der kreisförmigen Spiegelskala,  $z$  der Zeiger und z. B.  $z_1$  sein Spiegelbild, d. h. das Auge steht zu weit links. Geht man mit dem beobachtenden Auge langsam nach rechts, so rückt  $z_1$  gegen  $z$ . Sowie  $z_1$  mit  $z$  sich genau deckt, ist die Ablesung der Skalenbezeichnung und Schätzung der Skalenbruchteile vorzunehmen.

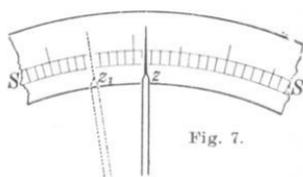


Fig. 7.

**12.** Aus den angegebenen Längenmaßen bilden sich in bekannter Weise die **Flächenmaße**. Wir schreiben Quadrat-Millimeter mit  $\text{mm}^2$ ; z. B.  $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$ .

Während also die zweiten Potenzen von Längen Flächen messen, ergeben die dritten Potenzen **Volummaße**.

Ein Würfel, dessen Kantenlänge gleich 1 dm ist, hat ein Kubikdezimeter Inhalt oder  $1 \text{ dm}^3$ ; z. B.  $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ .

Ein **Liter** =  $1 \text{ dm}^3$  ist ein Volummaß für Flüssigkeiten und Gase.

## Winkel.

**13.** Um einen Winkel in einer Zeichnung zu messen, bedient man sich des allgemein bekannten **Transporteurs** (Fig. 8).

Denken wir uns einmal die drei Winkel irgendeines bestimmten Dreiecks gemessen und diese Messung ergäbe z. B.  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 61,6^\circ$ ,  $\gamma = 59,3^\circ$ . Die Summe dieser drei Winkel gibt  $180,9^\circ$ . Wir wissen aber, daß diese Summe  $180^\circ$  sein muß und es sind also unsere Messungen mit einem Fehler von  $0,9^\circ$  behaftet. Unter der Annahme, daß alle drei Messungen mit gleicher Sorgfalt durchgeführt worden sind, müssen wir bei Vornahme der Korrektur diesen Fehler von  $0,9^\circ$  auf alle drei Messungen gleichmäßig verteilen und annehmen, daß jede der drei Messungen um  $0,3^\circ$  zu groß war. Wir erhalten somit als richtige Werte  $\alpha = 59,7^\circ$ ,  $\beta = 61,3^\circ$ ,  $\gamma = 59^\circ$ . Dieses Beispiel soll uns zeigen, daß wirkliche Messungen niemals vollständig dem wirklichen Tatbestande entsprechen können, sie sind

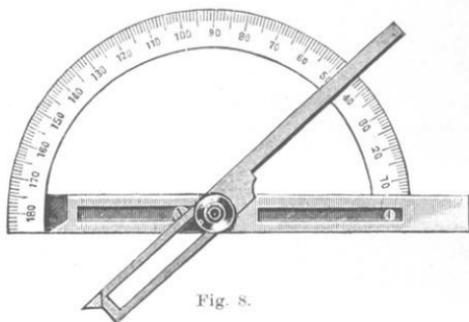


Fig. 8.

immer mit Ablesefehlern behaftet, deren Größe von der Genauigkeit der angewandten Methode abhängt. Wir würden mit einem besseren Instrumente viel genauere Resultate erzielt haben, oder wenn wir jede der drei Messungen sehr oft wiederholt und daraus das arithmetische Mittel genommen hätten; nie aber wäre die Summe der drei Winkel — außer durch Zufall — genau 180 Grade geworden.

**14.** Den Winkel, den zwei spiegelnde Flächen, z. B. eines Kristalles oder eines optischen Prismas einschließen, mißt das **Goniometer**, das wir später (§ 362) besprechen wollen.

**15.** Eine in der Physik sehr gebräuchliche Methode der Winkelmessung bildet die sogenannte **Spiegelablesung**. Da wir diese Methode des öfteren anwenden werden, so sei sie hier schon geschildert, wiewohl wir ein Gesetz benutzen, das einem späteren Kapitel (der Optik) angehört.

Wenn ein Lichtstrahl in der Richtung  $AO$  auf eine spiegelnde Fläche  $SS$  auffällt, ergibt sich die Richtung des reflektierten Strahles  $OB$  aus folgendem **Reflexionsgesetz** (Fig. 9).

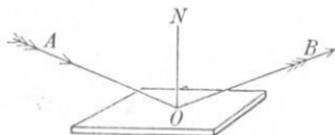


Fig. 9.

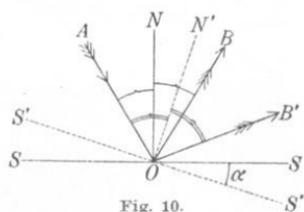


Fig. 10.

Dreht sich der Spiegel  $SS$  um  $O$  (Fig. 10) in die punktierte Lage  $S'S'$  um den Winkel  $\alpha$ , so kommt  $ON$  nach  $ON'$ . Der reflektierte Strahl von  $AO$  ist jetzt  $OB'$ .

Die Winkeldrehung des reflektierten Strahles  $2\alpha$  ist also doppelt so groß als die Drehung  $\alpha$  des Spiegels. Dies ist aus Fig. 10 unmittelbar ersichtlich.

**16. Objektive Spiegelablesung.** Hängen wir eine kleine Magnetnadel in ihrer Mitte so an einen dünnen Faden, daß sie um eine Vertikalachse in horizontaler Ebene sich bewegen kann, so stellt sie sich bekanntlich in der magnetischen Nordsüdrichtung ein. Irgendeine Ablenkung dieser Magnetnadel aus dieser Ruhelage, z. B. infolge eines benachbarten elektrischen Stromes oder infolge einer Änderung des Erdmagnetismus, können wir an einem kleinen vertikalen Spiegelchen messen, das fest mit der Magnetnadel verbunden ist, und daher mit der Nadel zusammen sich dreht.

Es sei von oben gesehen  $SS$  der Spiegel (Fig. 11),  $L$  irgendeine Lichtquelle und der Strahl  $r$  werde vom Spiegel auf den Nullpunkt einer Skala

$AB$  geworfen. Dreht sich nun der Spiegel nach  $S'S'$ , so wird derselbe einfallende Strahl jetzt auf einen anderen Strich der Skala, z. B. 20, reflektiert.

Um das Bild behufs genauer Ablesung scharf zu machen, muß man in den Gang der Lichtstrahlen eine Linse einschalten, welche von der Lichtquelle  $L$  auf der Skala ein scharfes Bild entwirft; man kann auch zu diesem Zweck für  $SS$  ein Hohlspiegelchen nehmen.

Man nennt diese Spiegelablesung die objektive, weil gleichzeitig viele Personen, z. B. eines großen Hörsaales das Hin- und Herwandern des Lichtstrahles auf der Skala beobachten können.

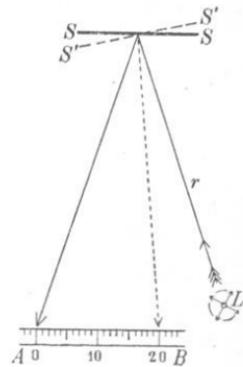


Fig. 11.

**17. Bei der subjektiven Spiegelablesung** beobachtet man (Fig. 12) das Spiegelbild einer hellbeleuchteten Skala durch ein Fernrohr  $F$ . Die Ziffern dieser Skala sind verkehrt, weil sie im astronomischen Fernrohre  $F$  umgekehrt werden. Sie sind aber überdies in Spiegelschrift geschrieben, damit sie uns im Spiegel in natürlicher Lage erscheinen.

Zuerst sehen wir z. B. den Nullpunkt der Skala; wenn das Spiegelchen  $SS$  dann in die punktierte Lage  $S'S'$  sich dreht, sehen wir einen anderen Punkt der Skala, z. B. 25. Schwingt das an irgendeinem kleinen Magneten oder an sonst einem Apparate befestigte Spiegelchen mit diesem Magneten oder mit diesem Apparate um eine Vertikalachse langsam hin und her, so sieht man im Fernrohre scheinbar die Skala sich horizontal hin und her bewegen. Man kann so in dem Fernrohre mittels seiner Ablesungsmarke, dem sog. Fadenzkreuz (§ 435) ganz kleine Ablenkungen mit großer Genauigkeit bestimmen.

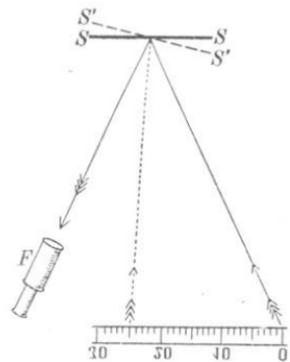


Fig. 12.

**18. Vorteil der Spiegelablesung.** In beiden Methoden der Spiegelablesung haben wir am Spiegelchen gleichsam einen sehr langen bis zur Skala reichenden gewichtslosen Lichtzeiger angebracht; eine kleine Drehung des Spiegelchens erscheint an der Skala als um so größerer Ausschlag, je weiter die Skala entfernt ist. Das ist der Hauptvorteil dieser Methoden. Ein weiterer Vorteil liegt darin, daß der Beobachter in großer Entfernung vom Apparate sich befindet und Störungen durch seine Bewegungen und Hantierungen geringer ausfallen, als wenn er sich z. B. unmittelbar über die Magnetenadel selbst beugen müßte.

19. In den geschilderten Fällen steht die Skala selbstverständlich horizontal. Hätten wir aber z. B. den Ausschlag einer Wage zu beobachten, so würden wir über der mittleren Schneide der Wage das Spiegelchen so anbringen, daß es sich beim Hin- und Herschwingen der Wage nach vorne und rückwärts neigt. Dann müßte die Skala in der Verlängerung des Wagbalkens vertikal stehen.

### Zeit.

20. Zum Begriffe der Zeit können wir nur gelangen durch Vergleichung von Bewegungen. Wir müssen annehmen, daß irgendeine Bewegung, nach der wir uns richten wollen, in immer gleichmäßiger Weise vor sich geht. Eine solche bietet uns in fast einwandfreier Weise die Achsendreherung der Erde, durch welche der Eindruck erzeugt wird, als ob die Fixsterne in Kreisen um die verlängerte Erdachse rotierten. Die konstante Zeit, die irgendein Stern zum Durchlaufen dieses Kreises braucht, heißt Sterntag. Die Sonne, die im Vergleich zu den Fixsternen in unmittelbarer Nähe der Erde sich befindet, bewegt sich scheinbar ebenso wie diese Sterne, aber etwas langsamer. Infolge der jährlichen Umdrehung der Erde um die Sonne nämlich erscheint letztere zu verschiedenen Jahreszeiten vor verschiedenen Sternbildern. Es ist somit der Sonnentag etwas länger als der Sterntag. Diese scheinbare Bewegung der Sonne gegen die Fixsterne oder dieses scheinbare Zurückbleiben der Sonne gegen die Sterne ist aber aus verschiedenen Gründen nicht regelmäßig. Würden wir daher den Tag so definieren, daß derselbe von einem höchsten Sonnenstande bis zum nächsten, also von einem Sonnenmittag bis zum nächsten reicht, so wären diese Tage zu verschiedenen Jahreszeiten verschieden. Eine regelmäßig gehende Uhr würde Differenzen bis zu  $\frac{1}{4}$  Stunde aufweisen. Da wir nun aus praktischen Gründen unsere Zeit nach der Sonne richten müssen, so denkt man sich eine ideale Sonne dadurch gekennzeichnet, daß sie jeden Tag gegen den Sterntag um 3,9 (ungefähr 4) Minuten zurückbleibt. Ein mittlerer Sonnentag ist also ein Sterntag mehr 4 Minuten. Dieser Tag dividiert durch  $24 \cdot 60 \cdot 60$  ist 1 Sekunde oder 1 sek.

### Kinematik.

Im Besitz der Längen- und Zeiteinheit wollen wir nun einige einfache Bewegungen besprechen.

21. Ein Körper bewege sich in gerader Bahn so, daß er in gleichen Zeiträumen gleiche Wegstrecken zurücklegt. Dann gibt uns der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg ein Maß für diese **gleichförmige Geschwindigkeit**. Sie sei  $c$  und der während der Zeit  $t$  zurückgelegte Weg  $s$ ; wir haben infolge dieser Definition

$$c = \frac{s}{t} \quad \text{oder} \quad s = c \cdot t$$

Geschwindigkeit = Weg durch Zeit oder

Weg = Geschwindigkeit mal Zeit.

Wir müssen, wenn wir irgendeine Geschwindigkeit angeben, immer hinzufügen, welches Längen- und welches Zeitmaß wir gewählt haben. Die Geschwindigkeit des Schalles ist 333 m pro sek und man schreibt dies 333 m/sek. Wir könnten ebensogut sagen 33300 cm/sek oder 19,98 km/min. — Die Geschwindigkeit des Lichtes ist  $3 \cdot 10^{10}$  cm/sek oder 300,000 km/sek.

**22.** Die eben gegebene Definition bedarf eines Zusatzes, wenn die Geschwindigkeit in jedem Punkte der Bahn sich ändert, wenn wir eine **ungleichförmige Bewegung** haben. Immer aber können wir für ein ganz kleines Zeitteilchen annehmen, daß die Geschwindigkeit während dieses kleinen Zeitteilchens gleichförmig sei. Wenn ein Körper z. B. fällt, so bewegt er sich immer rascher und rascher, gleichwohl können wir aber für eine ganz kleine Strecke die Fiktion machen, daß wenigstens dieses Stück mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit durchlaufen werde. In diesem Momente ist die sonst veränderliche Geschwindigkeit

$$v = (\text{sehr kleine Wegstrecke}) : (\text{dabei verflossene sehr kleine Zeit}).$$

Wir nehmen für diesen ganz kleinen Weg ein eigenes Zeichen, indem wir dem  $s$  ein  $\Delta$  voraussetzen, also  $\Delta s$ . Die zur Zurücklegung dieses ganz kleinen Weges  $\Delta s$  benötigte Zeit wird natürlich auch sehr klein sein und wir wollen dies dadurch ausdrücken, daß wir dem  $t$  ein  $\Delta$  voraussetzen und diese ganz kleine Zeit  $\Delta t$  nennen. Dann gibt uns das Verhältnis dieses ganz kleinen Weges zu der dazu benötigten ganz kleinen Zeit die Geschwindigkeit  $v$  in diesem Momente um so genauer, je kleiner Zähler und Nenner wird. Man drückt dies in der höheren Mathematik dadurch aus, daß man für diesen Grenzfall  $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$  schreibt, wobei  $\frac{ds}{dt}$  der Differentialquotient des Weges nach der Zeit genannt wird.

**23. Gleichförmig beschleunigte Bewegung.** Wir wollen nun eine geradlinige Bewegung uns vorstellen, deren Geschwindigkeitszuwachs in jeder Sekunde immer derselbe ist. Man nennt den Geschwindigkeitszuwachs pro sek die **Beschleunigung**. (Siehe aber § 66.) Die angenommene Bewegung soll im Zeitmomente 0 beginnen, der Körper hat also im Zeitmomente 0 die Geschwindigkeit 0 und diese wird in jener Sekunde um  $\alpha$  größer; wir haben also am Ende der

$$\text{Sekunde} \quad 0, 1, 2, 3, \dots t$$

$$\text{die Geschwindigkeit } 0, 1\alpha, 2\alpha, 3\alpha, \dots t\alpha.$$

Wir erhalten somit

$$v_t = at \quad \text{oder}$$

erreichte Geschwindigkeit nach  $t$  sek = Beschleunigung mal Zeit.

Wenn wir den in  $t$  sek zurückgelegten Weg  $s$  finden wollen, können wir nicht wie früher einfach die Geschwindigkeit mit der Zeit multiplizieren, da ja während dieser  $t$  sek die Geschwindigkeit fortwährend ihren

Wert ändert. Die Geschwindigkeit  $v$  war zuerst 0 und ist am Ende des betreffenden Weges  $v$ . Es läßt sich nun mathematisch leicht zeigen, daß wir das richtige Resultat erhalten, wenn wir das Mittel dieser Anfangs- und Endgeschwindigkeit, nämlich  $\frac{0 + \alpha t}{2}$  als mittlere Geschwindigkeit einführen. Der Weg in  $t$  sek sei  $s_t$  und der ist also (mittlere Geschwindigkeit mal Zeit) =  $\left(\frac{0 + \alpha t}{2}\right) t = \frac{\alpha}{2} t^2$ . Also

$$s_t = \frac{\alpha}{2} t^2 \quad \text{oder}$$

(Weg nach beliebiger Zeit) = (halbe Beschleunigung) mal (Zeit zum Quadrat.)

Beweis: Tragen wir (Fig. 13) auf einer horizontalen Linie als Abszisse die Zeit auf,  $OA = 1$  sek,  $OB = 2$  sek. . .  $ON = t$  sek. Über  $A$  ziehen wir die Vertikalen  $AA' = \alpha$ , über  $B$  dann  $BB' = 2\alpha$  . . . , über  $N$  schließlich  $NN' = t\alpha$ . Diese senkrechten Ordinaten geben die Geschwindigkeit in der betreffenden Zeit  $t$ ; ihre Verbindungslinie ist eine Gerade  $A'B' \dots N'$ . Für irgendeine Zeit  $OX$  ist  $XX'$  die Geschwindigkeit. Während der kleinen Zeit  $ab$  sei die Geschwindigkeit konstant  $XX'$ ; Zeit mal Geschwindigkeit oder Weg für diese kleine Zeit ist hier das schraffiert gezeichnete Parallelogramm.

Fig. 13.

Die Summe aller Wege ist die Summe aller Parallelogramme oder der Flächeninhalt des Dreiecks  $ONN'$  und zwar um so genauer, je schmäler diese Parallelogramme sind. Daraus folgt  $s_t = \frac{1}{2} ON \cdot NN' = \frac{1}{2} \alpha t^2$ . Fig. 13 gibt ein Diagramm, hier Bewegungsdiagramm, die analytische Gleichung für  $ON'$  ist  $v_t = \alpha t$ .

Gleichung  $v_t = \alpha t$  quadriert und durch 2 dividiert, gibt

$$\frac{v_t^2}{2} = \frac{\alpha^2 t^2}{2} = \alpha \left(\frac{\alpha}{2} t^2\right) = \alpha s_t \quad \text{oder}$$

Geschwindigkeitsquadrat = zweimal Beschleunigung mal Weg.

**24.** Ein Beispiel für die untersuchte Bewegungsart liefert der **freie Fall**. Hier wählen wir als Symbol für die Beschleunigung nicht den Buchstaben  $\alpha$ , sondern  $g$  (Gravitation) und obige Gleichungen lauten hier

$$1) \quad v_t = gt \quad 2) \quad s_t = \frac{g}{2} t^2 \quad 3) \quad v_t^2 = 2gs_t$$

Um  $g$  zu finden, messen wir irgendeine Fallstrecke  $s$  und die dazu gehörige Fallzeit  $t$ . Beides in die Gleichung 2) eingesetzt, liefert  $g$ .

Man braucht dazu eigentümlich konstruierte Uhren, die noch Tausendstel von Sekunden angeben (Hipp's Chronoskop). Ein solcher Versuch ergibt z. B., daß eine Kugel, wenn man sie frei läßt, nach 0,3 Sek. einen Weg von 44,1 cm

zurückgelegt hat. Wir haben somit  $44,1 = \frac{g}{2} 0,3^2$  und es berechnet sich daraus  $g$  pro sek mit 980 cm.

Der Geschwindigkeitszuwachs oder die Beschleunigung beim freien Fall  $g$  beträgt pro sek in den mittleren geographischen Breiten von Deutschland ca. 981 cm. Siehe Weiteres beim Pendel (§ 75).

Alle Körper, ob schwer oder leicht, groß oder klein, fallen im luftleeren Raume gleich schnell; bei frei in der Luft fallenden Körpern spielt aber die Reibung eine große Rolle.

**25. Bewegungsparallelogramm.** Es sei  $WW'$  (Fig. 14) ein Wasserarm, den ein Schwimmer in der Richtung  $ab$  durchschwimmt, wenn das Wasser als ruhig angenommen wird. Würde aber in derselben Zeit, die der Schwimmer zum Zurücklegen der Strecke  $ab$  braucht, das Wasser um die Strecke  $aa'$  in der Richtung des Pfeiles fortströmen, so würde der Schwimmer statt in  $b$  in  $b'$  landen. Die beiden Bewegungen  $ab$  und  $aa'$ , die Komponenten der Bewegung, setzen sich also zu der Resultierenden  $ab'$  zusammen, welche die Diagonale eines Parallelogramms ist, dessen Seiten die Komponenten sind.

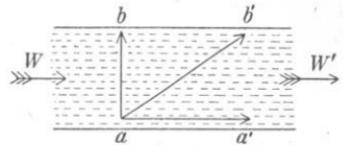


Fig. 14.

Man unterscheidet in der Physik zwischen Vektoren, das sind gerichtete Größen, und Skalaren, das sind Größen ohne Richtung. Eine Bewegung, eine Geschwindigkeit, eine elektrische oder magnetische Kraft u. dgl. sind Vektoren, denn sie haben nicht nur eine bestimmte Größe, sondern auch eine ganz bestimmte Richtung im Raume. Hingegen Massen, Wärmemengen, Temperaturen u. dgl. sind Skalare, da man hier von einer bestimmten Richtung nicht sprechen kann.

Für die Vektorenrechnung gelten nun nicht mehr die gewöhnlichen Sätze der Geometrie. Es seien zwei Vektoren,  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  in Fig. 15 links, welche z. B. der Größe und Richtung nach Geschwindigkeiten oder in gleichen Zeiten zurückgelegte Wegstrecken darstellen. Die Addition dieser Vektoren erfolgt so, daß wir die Größe  $\mathfrak{A}$  auftragen und an das Ende derselben in genauer Länge und Richtung  $\mathfrak{B}$  anschließen. Letztere ist punktiert gezeichnet. Die Verbindungslinie des Anfanges des ersten und Endpunktes des zweiten Vektors ist die Resultierende oder die Summe der beiden Geschwindigkeiten ( $\mathfrak{A} + \mathfrak{B}$ ). Ebenso werden mehrere Geschwindigkeiten addiert, ob sie nun in der Ebene oder im Raume liegen.

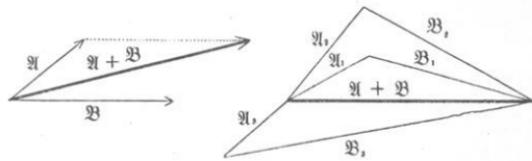


Fig. 15

Die umgekehrte Aufgabe, die Zerlegung einer Resultierenden in die

Komponenten, ist im allgemeinen eine unbestimmte Aufgabe. Wenn die Linie  $\mathfrak{A} + \mathfrak{B}$  gegeben ist (Fig. 15 rechts), so können die Komponenten in beliebiger Weise gezogen werden, z. B.  $\mathfrak{A}_1$  und  $\mathfrak{B}_1$  oder  $\mathfrak{A}_2$  und  $\mathfrak{B}_2$  usw.

**26. Wurf aufwärts.** Denken wir uns einen Körper (Fig. 16) schief in der Richtung  $ar$  nach aufwärts geworfen; die Geschwindigkeit sei  $ab$ .

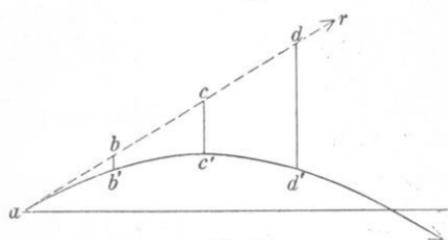


Fig. 16.

Der Körper würde somit, wenn er nicht gleichzeitig fiel, nach 1 sek in  $b$ , nach 2 sek in  $c$  usw. sein, wobei  $ab = bc$  usw. Gleichzeitig wirkt aber die Erdbeschleunigung, die den Körper in der ersten sek die Strecke  $bb'$  nach abwärts zieht. Die Addition der Vektoren  $ab$  und  $bb'$  ergibt daß der Körper nach 1 sek in  $b'$  sein wird.

Die Wegstrecke, die der Körper infolge des freien Falles in 2 sek zurücklegt,  $cc'$ , muß gleich sein  $4bb'$ . Die entsprechende Wegstrecke für 3 sek ist  $dd' = 9bb'$  usw. Die resultierende Bahn des Körpers ist also  $ab'c'd'$  und es läßt sich leicht durch Rechnung oder Konstruktion zeigen, daß diese Kurve eine Parabel ist.

Ein schief aufwärts geworfener Körper (z. B. die Teilchen eines in dieser Richtung geschleuderten Wasserstrahles) bewegt sich in einer parabelförmigen Bahn.

Macht man  $ar$  immer steiler und steiler, so wird die Parabel immer spitziger. Würde  $ar$  schließlich vertikal, so fallen die beiden Äste zusammen und wir haben dann den geraden Wurf nach aufwärts.

Ein vertikal nach aufwärts mit der Anfangsgeschwindigkeit  $c$  geworfener Körper bewegt sich, weil  $c$  in jeder sek um  $g$  kleiner wird, immer langsamer (z. B.  $c = 500$  m und  $g = 10$  m pro sek). Die Beschleunigung ist hier gegen die Bewegung gerichtet und negativ, ist also eine Verzögerung. Wenn  $c = gt$  (oder z. B.  $500 = 10t$ ) wird, ist die ursprüngliche Geschwindigkeit ganz aufgebraucht, der Körper hat den höchsten Punkt der Bahn erreicht und die Steigzeit ergibt sich daraus mit  $t = \frac{c}{g}$  (oder z. B.  $t = \frac{500}{10} = 50$  sek). In ebenderselben Zeit hätte der Körper ohne Einwirkung der Erde die Höhe  $ct = \frac{c^2}{g}$  erreicht. Da er aber in ebenderselben Zeit, um die Strecke  $\frac{g}{2}t^2 = \frac{g}{2}\left(\frac{c}{g}\right)^2$  zurückfällt, so ist die Steighöhe  $h = \frac{c^2}{g} - \frac{g}{2}\frac{c^2}{g^2} = \frac{c^2}{2g}$ . (Oder z. B.  $h = 500 \cdot 50 - \frac{10}{2}50^2 = 12500$  m Steighöhe.)

Von dieser Höhe muß der Körper dann wieder herabfallen. Setzen wir in die Formel  $s = \frac{g}{2}t^2$  dieses  $h$  ein und lösen die Gleichung nach  $t$  auf, so ergibt sich für die Fallzeit wieder  $\frac{c}{g}$ . Der Körper braucht zum Fallen dieselbe Zeit wie zum Steigen. Ersetzen wir dann in  $v = gt$  das  $t$  durch  $\frac{c}{g}$ , so ergibt sich für

die Geschwindigkeit, mit der der Körper wieder zum Ausgangspunkt zurückgelangt, wieder  $c$ .

Ein in die Höhe geworfener Körper fällt, abgesehen von der Luftreibung, mit derselben Geschwindigkeit wieder auf die Erde auf, mit der er in die Höhe geworfen wurde, es tritt weder eine Vermehrung noch eine Verminderung der Geschwindigkeit ein.

**27.** Wir haben uns bisher nur gekümmert um Länge und Zeit, d. h. wir haben die bewegte Masse selbst noch nicht berücksichtigt. Eine solche Betrachtung bildet eine Art Geometrie der Bewegung und führt den Namen **Kinematik**. Man kann alle Bewegungen in dieser vereinfachten Form untersuchen. Um aber für die komplizierteren Bewegungen bestimmtere physikalische Vorstellungen zu gewinnen, wollen wir uns vorher mit dem Begriffe der Masse vertraut machen, wobei wir zunächst der Einfachheit wegen als bewegte Materie einen festen Körper annehmen. Es wird sich zeigen, daß viele der Bewegungsgesetze sich auch auf flüssige und gasförmige Körper übertragen lassen.

### Masse.

**28. Trägheit und Kraft.** Wenn ich durch irgendeine Kraft, z. B. die Muskelkraft meines Armes einen Körper in Bewegung bringen, ihm also eine Beschleunigung erteilen will, fühle ich einen Widerstand, und wenn ich umgekehrt einen bewegten Körper zum Stillstande bringen, ihm also eine negative Beschleunigung erteilen will, fühle ich wieder einen Widerstand. Es kostet (auch abgesehen von der Reibung) Anstrengung, einen Wagen in Bewegung zu setzen; es kostet dann genau dieselbe Anstrengung in entgegengesetzter Richtung, um den bewegten Wagen zur Ruhe zu bringen.

Es ist eine Erfahrungstatsache, daß eine Beschleunigung nie von selbst auftritt. So oft Bewegung entsteht, nehmen wir immer eine wirkende Ursache an, die wir Kraft nennen. Wenn ein Körper eine bestimmte Geschwindigkeit (die auch Null sein kann) und Geschwindigkeitsrichtung besitzt, so ist jede Änderung der Geschwindigkeit oder auch nur der Geschwindigkeitsrichtung nur möglich infolge einer äußeren Ursache, einer äußeren Kraft. Diese merkwürdige Eigenschaft jedes Körpers, den Bewegungszustand, d. i. seine Geschwindigkeit und Geschwindigkeitsrichtung (oder seine Ruhe) beibehalten zu wollen, heißt Trägheit. Alles, was der Trägheit entgegen den Bewegungszustand eines Körpers ändert, heißt Kraft. Newton (1687).

Wir sehen, daß ein und dieselbe Masse unter der Einwirkung verschiedener Kräfte verschiedene Beschleunigungen erfährt und setzen die jeweilige Kraft der erzeugten Beschleunigung proportional.

Und wenn wir dann weiter sehen, daß ein und dieselbe Kraft bei verschiedenen Massen verschiedene Beschleunigungen hervorbringt, so werden wir die Kraft auch der Masse proportional setzen. Wir erhalten so die allgemeine und wichtige Gleichung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse mal Beschleunigung.}$$

**29. Grammasse.** In obiger Gleichung ist der Begriff der Beschleunigung von früher bereits genau definiert. Hingegen sehen wir, daß die Begriffe Kraft und Masse gegenseitig voneinander abhängen. Wir können daher noch entweder die Kraft oder aber die Masse willkürlich definieren. Man hat das letztere gewählt und bestimmte willkürlich als Einheit der Masse jene Masse, welche 1 cm<sup>3</sup> Wasser bei einer Temperatur von 4° Celsius besitzt. Diese Einheit wird Gramm, g, genannt.

$$1000 \quad \text{g} = \text{kg} \quad . . . \quad \text{Kilogramm}$$

$$0,001 \text{ g} = \text{mg} \quad . . . \quad \text{Milligramm.}$$

Als Normalmaß gilt hier ein Kilogrammstück aus Platiniridium, das in Paris aufbewahrt wird und möglichst genau (ähnlich wie beim Meter) der oben gegebenen Definition von 1000 g entspricht.

**30. Dyne.** Die Einheit der Kraft (Dyne) wirkt immer dann, wenn die Grammasse Eins die Beschleunigung Eins erfährt. Wollen wir daher irgendeine Kraft messen, so müssen wir immer die durch diese Kraft bewegte Masse mit der durch diese Kraft erzeugten Beschleunigung multiplizieren.

$$\text{Kraft (in Dynen)} = \text{Masse (in g) mal Beschleunigung (in cm u. sek).}$$

**31. Grammgewicht.** Alle Körper fallen gegen die Erde, sie sind schwer; wenn ich daher wissen will, mit welcher Kraft 1 g auf seine ruhende Unterlage drückt, so werde ich die Beschleunigung des freien Falles (ausgedrückt in cm und sek) mit der betreffenden Masse 1 g multiplizieren und das Resultat gibt mir die Kraft in Dynen, somit 981. Die Grammasse wird also von der Erde mit der Kraft 981 Dynen angezogen. Wir nennen diese Kraft das „Grammgewicht“ und erhalten so das Resultat:

$$\text{Grammgewicht} = 981 \text{ Dynen.}$$

Eine Dyne ist ungefähr so groß wie ein Milligrammgewicht.

Für den Physiker sind also z. B. 12 g immer 12 Grammasse, nicht aber, wie im gewöhnlichen Leben, 12 Grammgewicht. Der Gewichtsdruck von 12 Grammen ist für den Physiker 12 · 981 Dynen.

**32. Spezifisches Gewicht.** Gleiche Volumina verschiedener Substanzen haben ein verschiedenes Gewicht. Eine Eisenkugel z. B. wird etwa achtmal so schwer sein als eine gleichgroße Wasserkugel. Man nennt dieses

Verhältnis spezifisches Gewicht. Da nun das Gewicht eines Wasserkörpers der Zahl nach identisch ist mit dem Volumen, so können wir auch sagen,

$$(\text{Spezifisches Gewicht}) = (\text{Gewicht}) : (\text{Volumen}) \quad \text{oder} \\ (\text{Spezifisches Gewicht}) = \text{Gewicht eines cm}^3.$$

**33.** Unter **Dichte** versteht man die Masse von  $1 \text{ cm}^3$  irgendeines Körpers. Spezifisches Gewicht und Dichte wird durch dieselbe Zahl ausgedrückt. 13,6 z. B. bezeichnet das spezifische Gewicht sowohl als auch die Dichte des Quecksilbers und der Physiker muß nach dem Gange der jeweiligen Betrachtung überlegen, ob mit diesen 13,6 das eine oder das andere gemeint ist. Es ist der analoge Unterschied wie zwischen Grammgewicht und Grammasse.

**34.** Wenn wir irgendeine physikalische Größe durch Länge, Masse und Zeit ausdrücken, so wenden wir das sog. absolute Maßsystem an (§ 5). Wählen wir Zentimeter (C), Gramm (G) und Sekunde (S) als Einheiten, so haben wir die Bestimmung im **absoluten C. G. S.-Systeme** vorgenommen.

**35. Kräfteparallelogramm.** Da die Kraft ein Vektor ist, so gilt für sie auch die für die Geschwindigkeiten abgeleitete Zusammensetzung, z. B. können  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  in Fig. 15 auch Kraftkomponenten und Kraftresultierende darstellen. Man kann natürlich auch  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  als Seiten eines Parallelogrammes ansehen, dessen Diagonale die Resultierende liefert.

**36.** Der Druck einer Masse  $m$  auf die Unterlage oder  $gm$  ändert sich, wenn für  $m$  und Unterlage eine Beschleunigung in vertikaler Richtung eintritt.

Ein Mensch mit der Masse 70 kg drückt z. B. auf den Korb eines Luftballons mit  $70\,000 \cdot 981$  Dynen. Fällt aber der Korb plötzlich auf die Erde, so wird dieser Druck gleich Null. Der Fallende könnte auch aussteigen und er würde dann neben dem Korbe gleich schnell mit diesem fallen.

In einem Lift, der anfängt rasch nach abwärts zu gehen, würde ein Gewicht an einer Federwage leichter und umgekehrt. Bei einiger Aufmerksamkeit kann man diese Gewichtsänderung des eigenen Körpers beim Beginne einer raschen Aufwärts- oder Abwärtsbewegung selbst deutlich spüren. Das Auf- und Abwärtsheben eines Schiffes oder einer Schaukel wird den Druck des Mageninhaltes auf die Magenwände abwechselnd größer und kleiner machen, was gewiß auch mit ein Grund für die Seekrankheit ist.

## Energie.

**37. Arbeit.** Für eine gleichförmig beschleunigte Bewegung fanden wir § 23 die Gleichung  $\frac{v^2}{2} = as$ ; multiplizieren wir beide Seiten mit  $m$ , so

erhalten wir  $\frac{mv^2}{2} = am s$ . Nun ist aber  $a m$ , d. i. (Beschleunigung mal Masse) gleich einer Kraft, z. B.  $k$ . Wir erhalten also

$$\frac{mv^2}{2} = ks.$$

$ks$ , d. i. das Produkt (Kraft mal Weg) heißt Arbeit.

Die eben abgeleiteten Beziehungen gelten viel allgemeiner als wir es hier gezeigt haben. Die Größe einer Arbeit erhalte ich, wenn ich den Weg multipliziere mit jener Kraftkomponente, die in die Wegrichtung fällt.

Wenn der Winkel zwischen Kraft und Wegrichtung  $\alpha$  ist, so erhalten wir für die Arbeit den Ausdruck  $ks \cos \alpha$ .

**38.** Die absolute Arbeitseinheit in C. G. S.-System ist das **Erg**, d. i. jene Arbeit, welche ein Dyn leistet, wenn sie irgendeinen Punkt in der Kraftrichtung um 1 cm verschiebt.

Da diese Arbeit sehr klein ist, etwa gleich jener, welche ein mg um 1 cm hebt, so verwendet man als praktische Arbeitseinheit  $10^7$  Erg oder ein **Joule**.

Bei einer Arbeitsleistung ist natürlich die Zeit, innerhalb welcher die Arbeit geleistet wird, von Wichtigkeit. Die pro sek geleistete Arbeit heißt Effekt. Im absoluten C. G. S.-System ist die Einheit des Effektes das „sek Erg“; im praktischen System ist die Einheit  $10^7$  Joule pro sek oder ein **Watt**.

Früher gebrauchte man oft als Arbeitseinheit das Kilogramm-meter, m kg, d. h. jene Arbeit, welche ein Kilogramm-gewicht 1 m hochheben kann. Eine „Pferdekraft“, HP (Horse power), ist ein Effekt von 75 Kilogramm-gewicht-meter oder die Arbeit 75 kg Gewicht · Meter pro Sekunde.

Wir wollen diese „Pferdekraft“ in absolutes Maß umrechnen:

$$\begin{aligned} 75 \text{ kg Gewicht} \cdot \text{Meter} &= 75 (1000 \text{ g Gewicht}) (100 \text{ cm}), \\ \text{„ „ „ „} &= 75 (1000 \cdot 981 \text{ Dynen}) (100 \text{ cm}), \\ \text{„ „ „ „} &= 736 \cdot 10^7 \text{ sek Erg} = 736 \text{ Watt}. \end{aligned}$$

Eine Lokomotive z. B. hat etwa 500 HP oder 368 000 Watt oder 368 Kilowatt.

Hält man ein Gewicht mit horizontal ausgestreckten Armen ruhig, so verlangt dies keine Arbeit. Die physiologischen Ermüdungsgefühle, die dabei auftreten, täuschen uns aber ein Gefühl geleisteter Arbeit vor.

**39. Kinetische Energie.**  $\frac{mv^2}{2}$  in Gleichung § 37 d. h.  $\frac{1}{2}$  (Masse mal Geschwindigkeitsquadrat) heißt kinetische Energie, oft auch, nicht sehr glücklich, lebendige Kraft oder besser Wucht der mit der Geschwindigkeit  $v$  sich bewegenden Masse  $m$ .

Beispiel: Ein vertikal nach aufwärts fliegendes Manlichergeschoß von 15 g Masse und einer Geschwindigkeit von 600 m pro sek, treffe einen Steinblock von 50 kg. Der Anprall des Geschosses wird den Steinblock in die Höhe drücken. Nehmen wir nun an (was wegen der entstehenden Deformation, Wärmewirkung usw. nicht richtig ist), daß die ganze Wucht des Anpralls allein zum Heben verwendet würde. Wie hoch würde dieser 50 kg-Stein gehoben werden? In die Gleichung  $\frac{1}{2}mv^2 = ks$  ist links das fliegende Geschöß, rechts die Gewichtskraft des Steinblockes einzusetzen. Also  $\frac{1}{2} 15 \cdot 60\,000^2 = 50\,000 \cdot 981 \cdot s$ . Daraus  $s = 5,5$  m!

Die überraschend große Wucht des Anpralls ergibt sich aus dem Quadrate der Geschwindigkeit; ein Geschöß, das zweimal so rasch flöge, würde den Steinblock schon 22 m hochheben. Wir kennen Teilchen, die kleiner sind als die Atome (Elektronen), die sich aber mit 100 000 km pro sek und mehr bewegen; die Wucht des Anpralles dieser Teilchen ist trotz ihrer Kleinheit eine enorme.

Eine bewegte Masse kann Arbeit leisten. Ein nach aufwärts geworfener Körper steigt infolge der erteilten Geschwindigkeit in die Höhe, er hebt sich gleichsam selbst. Ein fliegendes Geschöß, bewegte Luft oder Wassermassen leisten im Anpralle Arbeit. Wir werden noch viele solche Beispiele kennen lernen. Diese Fähigkeit, Arbeit zu leisten, heißt allgemein **Energie**. Eine mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegte Masse  $m$  besitzt also die Bewegungsenergie oder kinetische Energie  $\frac{mv^2}{2}$ . Durch diese kinetische Energie unterscheidet sich ein ruhender Körper und ein bewegter, wenn sie auch sonst physikalisch ganz gleich sind; im bewegten Körper steckt ein gewisser Arbeitsvorrat.

**40. Potentielle Energie.** Es gibt aber noch eine andere Form von Arbeitsvorrat. Ein Stein auf dem Dache und ein identischer Stein auf dem Erdboden sind nur scheinbar physikalisch gleich. Der Stein am Dache kann infolge seiner erhöhten Lage fallen und im Fallen Arbeit leisten. Ebenso schlummert in einer gespannten elastischen Feder oder im Dynamit usw. die Fähigkeit, die Möglichkeit, Arbeit zu leisten; dieser Arbeitsvorrat, hervorgebracht durch die Lage oder Spannung heißt **Energie der Lage oder potentielle Energie**. Weitere Beispiele werden wir später kennen lernen.

Wenn wir alles in der Physik durch Bewegung erklären wollen, so muß auch folgerichtig der Druck eines Steines gegen die Erde, die Spannkraft einer Feder, des Schießpulvers usw. durch irgendwelche Bewegungen hervorgebracht sein, nur kennen wir diese Bewegungen noch nicht. Nach dieser Auffassung gäbe es nur kinetische Energie. Wir sprechen dann von potentieller Energie, wenn wir den Bewegungsmechanismus noch nicht kennen. Aufgabe der Physik wäre es also, den Begriff der potentiellen Energie möglichst zu eliminieren, alle uns derzeit noch „verborgenen Bewegungen“ zu erkennen.

**41. Erhaltung der Energie.** Das oberste Gesetz der Chemie lautet: Materie kann nicht zerstört und nicht erschaffen werden. Das analoge oberste Gesetz der Physik heißt: Energie kann nicht zerstört und nicht erschaffen werden.

Habe ich ein geschlossenes System, also irgendwelche Massen in einer bestimmten Umgrenzung, z. B. verschiedene Stoffe in einem großen verschlossenen Glaskolben, so kann die Summe aller Materie trotz aller chemischen Vorgänge nicht geändert werden, außer ich brächte neue Materie hinzu oder ließe solche, z. B. in Gasform, entweichen; dann aber wäre das System nicht geschlossen. Ebenso bleibt die Summe aller Energie in einem geschlossenen System immer konstant. Man nennt dies Gesetz das der Erhaltung der Energie.

Z. B. Schieße ich eine Kugel nach aufwärts, so gebe ich der Kugel eine gewisse kinetische Energie mit auf ihren Weg; diese kinetische Energie wird im Steigen immer kleiner, dafür aber im selben Maße die potentielle größer. An der höchsten Stelle ist nur noch letztere vorhanden. An jedem Punkt der Bahn ist die Summe der potentiellen und kinetischen Energie unverändert.

Daß Arbeit nicht aus Nichts gewonnen werden kann, ist ein Erfahrungssatz; ein aus sich selbst Energie erzeugendes Perpetuum mobile ist unmöglich. Das gilt auch für die übrigen physikalischen Gebiete, z. B. Wärme und Elektrizität usw. (Helmholtz 1847).

Das Gesetz der Erhaltung der Energie ist das wichtigste Gesetz aller Naturwissenschaften. Es findet auch auf biologischem Gebiete nie eine Ausnahme.

### Schwerpunkt.

**42. Schwerpunkt oder Massenmittelpunkt.** Jedes kleinste Teilchen eines Körpers wird mit der Gewichtskraft dieses Teilchens nach abwärts gezogen. Alle diese parallelen Kräfte haben eine Resultierende, welche allein wirkend gedacht, dem ganzen Körper dieselbe Schwerebeschleunigung erteilt, wie alle Einzelkräfte zusammen. Die Resultierende ist gleich der Summe aller einzelnen Gewichtskräfte und der Angriffspunkt dieser resultierenden Gewichtskraft heißt Schwerpunkt. Bei einer Kugel ist der Schwerpunkt der geometrische Mittelpunkt; er liegt bei einem Ringe in der Mitte des Ringes, also außerhalb des Körpers; in letzterem Falle können wir uns diesen Punkt mit der Ringmasse in starrer, aber „masseloser“ Verbindung denken.

Auch zwei (oder mehrere) Massen  $M_1$  und  $M_2$  haben einen gemeinsamen Schwerpunkt. Sind  $M_1$  und  $M_2$  Kugeln, so liegt der Schwerpunkt dieses „Massensystems“ immer auf der Verbindungslinie der beiden Mittel-

punkte, und zwar, wenn  $M_2 = M_1$ , genau in der Mitte, sonst um so näher an der größeren, je mehr deren Masse überwiegt.

Da diese Punkte nicht nur gegenüber der Schwere als Schwerpunkte eine Rolle spielen, sondern auch für andere Probleme der Mechanik, heißen sie allgemein „Massenmittelpunkte“ (weiteres § 53).

Ist jener Punkt, wo die Resultierende an einen Körper angreift, in starrer Verbindung mit allen Massenpunkten und fixiert, so bleibt natürlich der Körper in Ruhe. Ein Körper fällt also nicht, wenn der Schwerpunkt nicht fallen, d. h. tiefer hinunter kann. Ist der Schwerpunkt aber beweglich, so geht er soweit als möglich nach abwärts; er fällt, wenn er kann. Die potentielle Energie der erhöhten Lage geht in kinetische Energie des freien Falles über. Die Natur bevorzugt also gewisse Energieumsetzungen; es gibt eine bevorzugte Richtung der Aufeinanderfolge der Naturgeschehnisse, wie wir dies im zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie (§ 348 usw.) noch näher auseinandersetzen werden.

**43. Gleichgewichtslagen.** Wenn der Schwerpunkt bei irgendeiner Verschiebung des Körpers hinauf muß, ist der Körper im stabilen Gleichgewichte, z. B. wenn der Körper an einem Faden hängt oder wenn eine Kugel im tiefsten Punkt einer runden Schüssel liegt usw.

Wenn der Schwerpunkt bei einem Verschieben des Körpers sich horizontal verschiebt, also weder steigt noch fällt, ist der Körper im indifferenten Gleichgewichte, z. B. eine Kugel auf horizontaler Unterlage, ein Rad an einer zentralen Achse usw.; da gibt es keine bevorzugte Stellung.

Schließlich spricht man noch von einem labilen Gleichgewicht, das aber in der Natur dauernd nicht vorkommt, wenn der Schwerpunkt genau über dem Unterstützungspunkte ist und nach einer kleinen Verschiebung nicht mehr in die alte Ruhelage zurückkehrt, sondern tiefer fällt, z. B. eine Kugel, die genau auf dem obersten Punkt einer anderen ruht, ein Messer, das auf seiner punktförmigen Spitze steht usw.

**44.** Beim Fahrrad oder beim **Balanzieren** eines Stockes ist zwar labiles Gleichgewicht; sowie aber der Körper z. B. nur ein klein wenig nach links fällt, geht das Rad oder die Hand auch rasch nach links, so daß der Unterstützungspunkt wieder auf die andere Seite des Schwerpunktes kommt und ein gleichsam abwechselndes Fallen nach immer entgegengesetzten Richtungen eintritt, das sich gegenseitig aufhebt. Je höher der Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkt, je leichter geht dieses Unterfahren. Die Erhaltung des Gleichgewichtes auf einem Hochrade ist leichter als auf einem modernen niederen Bicykle. Ein langer Stock ist leicht zu balanzieren, ein Streichholz aber sehr schwer.

**45. Standfestigkeit.** Ein mit mehreren Punkten auf horizontaler Unterlage ruhender Körper ist im stabilen Gleichgewichte, wenn eine durch

den Schwerpunkt gezogene Vertikale durch die Unterstützungsfläche geht, d. i. die kleinste Kontur, welche die äußersten Unterstützungspunkte einschließt. Wenn man eine liegende Kiste um eine liegenbleibende Kante  $K$  dreht, wird der Schwerpunkt  $S$  gehoben, Fig. 17.

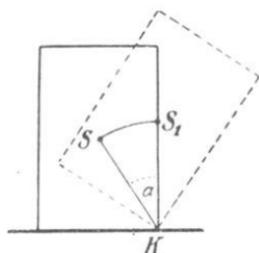


Fig. 17.

Bis zur punktiert gezeichneten Lage fällt der Körper in das stabile Gleichgewicht zurück; in der punktiert gezeichneten Lage ist das Gleichgewicht labil, weil  $S_1$  genau über  $K$  liegt; dreht man aber nur um ein wenig über den Winkel  $\alpha$  hinaus, fällt die Kiste nach rechts um. Die Standfestigkeit oder die zum Umkippen nötige Kraft wird um so größer sein, je größer die Unterstützungsfläche, je tiefer der Schwerpunkt und je schwerer die Masse ist. Das Viereck, welches die äußersten Stützpunkte der vier Extremitäten eines

Säugetieres bestimmt, gibt die Basis der Unterstützungsfläche. Je größer diese, desto größer ist die Stabilität. Die Stabilität eines auf einem Beine stehenden Storches ist also klein.

**46. Schwerpunktsbestimmung.** In vielen Fällen kann die Lage des Schwerpunktes berechnet werden. Oder man macht praktisch die Sache so, daß man den Körper abwechselnd an zwei verschiedenen Punkten aufhängt und von dem Unterstützungspunkte abwärts eine vertikale Linie zieht. Da beim Hängen stabiles Gleichgewicht herrscht, liegt der Schwerpunkt jedenfalls auf diesen Vertikallinien; ihr Durchschnittspunkt gibt den Schwerpunkt.

Um den Schwerpunkt eines Menschen zu finden, legt man zunächst ein großes langes Brett symmetrisch auf eine Kante, so daß Gleichgewicht

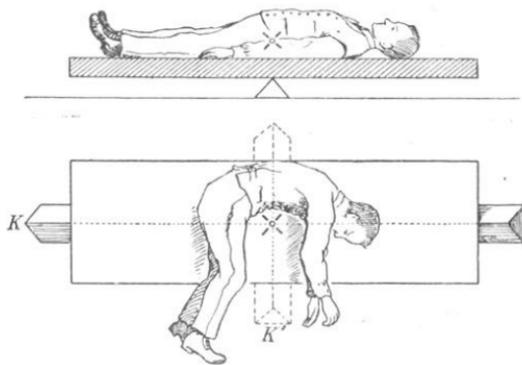


Fig. 18.

herrscht. Auf diesem Brette wird der Mensch in symmetrischer Rückenlage, z. B. mit gestreckten Armen so lange verschoben, bis wieder Gleichgewicht herrscht, dann muß der Schwerpunkt genau über der Kante (inter nates et pubim) liegen, Fig. 18 oben. Bei jeder Lageänderung der Extremitäten ändert sich der Schwerpunkt, ja er wechselt sogar bei ruhiger Stellung fortwährend infolge der Atmung und Blutströmung.

Wir können unseren Körper auch so krümmen, daß der Schwerpunkt außerhalb zu liegen kommt, Fig. 18 unten, wo wir das Brett einmal auf

der Kante  $K$  und einmal auf  $K'$  ins Gleichgewicht bringen. Für die Mechanik der tierischen Bewegung ist natürlich die Kenntnis des Schwerpunktes auch einzelner Glieder wichtig. Solche werden am besten an gefrorenen Gliedmaßen bestimmt.

**47. Erhaltung des Massenmittelpunktes.** Wenn ein Körper fällt oder in schieferm Wurf parabelförmig fliegt oder eine sonstige Bewegung ausführt, so gelten alle Bewegungsgesetze für die Bewegung des Schwerpunktes. Durch innere Kräfte, d. i. Kräfte, die im bewegten Körper selbst wirken, also nicht von außen herkommen, kann diese Bewegung des Schwerpunktes nicht geändert werden.

In Fig. 19 sei  $B$  eine Bombe, die längs der Parabel in der Pfeilrichtung fliegt. Wenn eine innere Pulverladung das Geschoß während des Fluges in einzelne Teile zersprengt, fliegt der gemeinsame Schwerpunkt oder Massenmittelpunkt dieser Sprengstücke in der Parabel mit derselben Geschwindigkeit weiter, als wenn die Bombe ganz geblieben wäre.

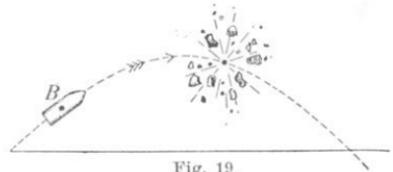


Fig. 19.

Eine Katze, die fällt, fällt so, daß der Schwerpunkt der Katze den Fallgesetzen gehorcht. Durch innere Kräfte, d. h. die Muskelkräfte, kann die fallende Katze daran nichts ändern, gleichwohl kann sie solche Drehungen und Wendungen ausführen, daß sie fast immer auf die Füße fällt.

Beim menschlichen Sprung mit Anlauf ist das (vordere) Sprungbein zuerst gebogen und wird nun möglichst rasch gestreckt, wobei die Streckmuskeln des Hüft-, Knie- und Fußgelenkes mitwirken. Nach dem Absprung beschreibt der Schwerpunkt eine Parabel. Durch Muskelzug (innere Kräfte) sind aber auch dann noch Drehungen der Körperteile um diesen Schwerpunkt in der Luft möglich. Bei Berechnung der Arbeitsleistung eines Springers ist zu beachten, daß zunächst der Schwerpunkt beim Absprung schon ca. 1 m hoch ist und daß beim Überspringen eines Hindernisses die Körperhaltung instinktiv eine solche ist, daß die Erhebung des Schwerpunktes eine sehr geringe ist. Eine im vulgären Sinne aufgefaßte Sprunghöhe von 1,5 m dürfte eine Erhebung des Schwerpunktes von kaum 0,5 m erfordern. Gute Springer ziehen die Füße hoch und den Rumpf tief, sie wälzen sich meist gleichsam über das Hindernis.

**48. Actio und reactio.** Newton hat den Satz aufgestellt, daß die Wirkung — actio — immer gleich ist der Gegenwirkung — reactio. Die Kraft, mit der ein Springer seinen Schwerpunkt hinaufdrückt, ist ebenso groß wie die gleichzeitige Kraft, mit der er den Boden nach abwärts drückt. Wenn ein Springer auf einer balanzierten Wage steht, kann man diese scheinbare Vermehrung seines Gewichtes im Moment des Abspringens ersichtlich machen. Steht der Springer direkt auf der Erde, so stößt er diese

im Momente des Abspringens nach abwärts; die Erdmasse ist aber so groß, daß eine Beschleunigung derselben natürlich unmerklich ist.

Man kann die Sache auch so auffassen: Springer und Erde zusammen haben einen gemeinsamen Massenmittelpunkt, der beim Springen am selben Platze bleiben muß. Geht der Springer in die Höhe, so muß die Erde sich in entgegengesetzter Richtung bewegen, aber entsprechend dem Massenverhältnis (Erde und Springer) unendlich wenig.

Selbst beim Gehen ändert sich der gegen den Fußboden ausgeübte Druck, darum das Verbot des gleichförmigen Marschierens größerer Militärkolonnen über Brücken, wobei noch das Resonanzphänomen (§ 187) zu gewaltigen Überlastungen führen kann.

Ein Strick, an dem z. B. ein Hund erhängt wird, muß mehr als das Doppelte des Körpergewichtes des Hundes tragen können. Durch die Todeszuckungen wird der Strick abwechselnd entlastet und dafür beim Zurückfallen des Tieres stärker belastet.

Der Rückstoß, den eine Kanone beim Abschießen eines Geschosses erfährt, ist nach denselben Gesichtspunkten „actio und reactio“ oder „Erhaltung des Schwerpunktes“ zu behandeln.

### Mechanische Maschinen.

49. Eine Vorrichtung, welche Größe und Richtung einer Kraft ändert, heißt **mechanische Maschine**. Wir wollen in diesem Abschnitte solche aus festen Körpern hergestellte Maschinen betrachten.

50. Hebe ich (Fig. 20) die Masse  $P$  mittels eines über eine **fixe Rolle**  $R$  geführten Seiles eine bestimmte Strecke  $s$ , so ist der Angriffspunkt der Gewichtskraft  $g \cdot P$  um  $s$  nach aufwärts verschoben worden. Die in das System hineingesteckte Arbeit ist Kraft mal Weg oder  $gP \cdot s$ . Diese Energie leisten meine Muskeln dadurch, daß ich mit derselben Kraft  $gP$  längs derselben Wegstrecke  $s$  (auf der rechten Seite der Fig. 20) nach abwärts zog. Die Störungen durch Reibung und Trägheit lassen wir außer Betracht. Eine fixe Rolle ändert also nur die Richtung, nicht aber die Größe einer Kraft.

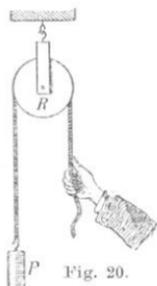


Fig. 20.

51. Habe ich aber eine **bewegliche Rolle** (Fig. 21) und ziehe ich hier rechts um  $s$  hinauf, so hebt sich  $P$ , wie eine kurze Überlegung zeigt, nur um  $\frac{s}{2}$ . Diese Hebearbeit ist also  $gP \frac{s}{2}$ , wenn das Gewicht der Rolle vernachlässigt wird; soviel Energie hat mein Ziehen mit der Kraft  $x$  geliefert. Die

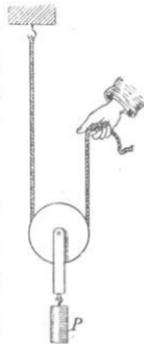


Fig. 21.

erzielte Arbeit  $(gP) \frac{s}{2}$  muß gleich sein der verwendeten Arbeit  $x \cdot s$  oder  $x = \frac{1}{2} gP$ . Die Kraft ist hier halb so groß als die Last.

Was ich an Kraft gewinne, geht an Weg verloren (goldene Regel).

Diese Regel gilt z. B. auch für kompliziertere Flaschenzüge; in Fig. 22 ist das Verhältnis der Kraft zur Last wie 1 : 4.

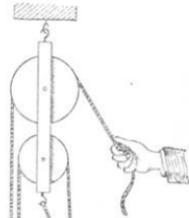


Fig. 22.

**52. Drehmoment.** Denken wir uns (Fig. 23) zwei verschiedene große Rollen fix miteinander verbunden an einer Drehachse sitzend: Wellrad. Die Schnur von I sucht mit der Kraft  $k_1$  im Sinne des Uhrzeigers zu drehen, die von II mit  $k_2$  entgegengesetzt. Wir denken uns nun eine ganz kleine Drehung ausgeführt, wobei die Schnur I um  $s_1$  abläuft, die von II um  $s_2$  sich aufwickelt. Die in das Rad I hineingesteckte (der Angriffspunkt geht mit der Krafrichtung) Arbeit, d. h. Kraft mal Weg, ist  $k_1 s_1$ . Die vom Rade II aufgenommene (der Angriffspunkt geht gegen die Krafrichtung) Arbeit ist  $k_2 s_2$ . Beide Räder sind fest miteinander verbunden. Im Falle von Gleichgewicht darf bei einer solchen kleinen Verschiebung Energie weder gewonnen werden noch verloren gehen. Also

$$k_1 s_1 = k_2 s_2 \quad \text{oder} \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{s_2}{s_1}.$$

Da  $\frac{s_2}{s_1} = \frac{r_2}{r_1}$ , so

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad \text{oder} \quad k_1 r_1 = k_2 r_2.$$

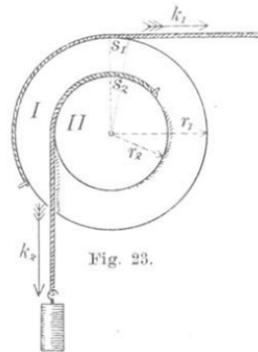


Fig. 23.

In Fig. 24 ist ein beliebiger, um eine feste Achse  $O$  drehbarer Körper mit zwei Kräften  $k_1$  und  $k_2$  dargestellt (die unregelmäßige Kontur der Fig. 24). Um das Gewicht dieses festen Körpers wollen wir uns nicht kümmern, es handelt sich nur um die Wirkung der beiden Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  (nicht punktierte Zeichnung). Die unmittelbare Wirkung einer Kraft wird ersichtlich nicht geändert, wenn wir den Angriffspunkt dieser Kraft in der Krafrichtung verschieben. Wir lassen  $k_1$  in  $a$  und  $k_2$  in  $b$  angreifen und haben dann (in der punktierten Zeichnung) genau die Verhältnisse von Fig. 23, also für Gleichgewicht  $k_1 r_1 = k_2 r_2$ . — Dieses  $r$  bedeutet aber jetzt den Abstand der Kraft  $k$  vom Drehpunkt. Diesen „Kraftarm“ findet man, indem man vom Drehpunkte  $O$  eine Senkrechte  $Oa$  (oder  $Ob$ ) auf die Krafrichtung  $k_1$

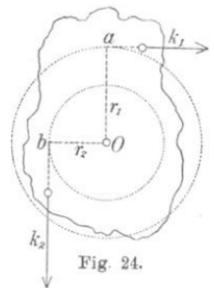


Fig. 24.

(oder  $k_2$ ) zieht. Das Produkt aus Kraftarm und Kraft,  $kr$ , heißt Drehmoment.

In Fig. 23 ändert sich auch bei einer größeren Drehung um einige Winkelgrade nichts, anders aber in der allgemeinen Fig. 24. — Hier ist unsere Betrachtung nur für ganz kleine oder „virtuelle“ Verschiebungen gültig. Gleichgewicht herrscht dann, wenn die Summe aller geleisteten Arbeiten bei allen virtuellen Verschiebungen gleich Null ist: Prinzip der virtuellen Verschiebungen.

Beispiel: In Fig. 25 sei  $BOA$  ein beliebig gekrümmter — gewichtslos gedachter — um  $O$  drehbarer Stab; an den Punkten  $A$  und  $B$  greifen die Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  an. — Wenn Gleichgewicht ist, muß das Drehmoment, d. h. Kraft mal Kraftarm, für beide Seiten gleich sein, oder  $k_1 r_1 = k_2 r_2$ .

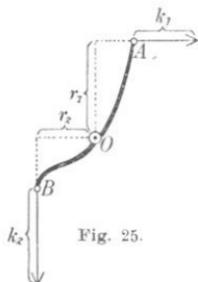


Fig. 25.

Wir erhalten so das allgemeine Gesetz, das bei Drehmöglichkeit dann Gleichgewicht ist, wenn die Summe aller Drehmomente gleich Null ist, wobei natürlich alle Kräfte, die im Sinne des Uhrzeigers zu drehen suchen, positiv, die entgegengesetzten negativ zu rechnen sind.

Daraus folgen alle die einfachen Hebelgesetze für einarmigen, zweiarmigen, Winkelhebel usw.

**53. Resultierende paralleler Kräfte.** Die in § 35 angegebene Konstruktion der Resultierenden versagt, wenn die Kräfte (Fig. 26) parallel sind. Der Hebel  $AOB$  ist im Gleichgewicht, wenn  $r_1 \cdot k_1 = r_2 \cdot k_2$ . Beide Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  wirken parallel nach abwärts und drücken den Unterstützungspunkt  $O$  hinunter mit einer resultierenden Kraft  $(k_1 + k_2)$ . Es ist also der Angriffspunkt dieser Resultierenden in  $O$ .

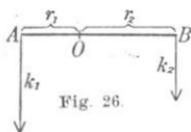


Fig. 26.

Stellen  $k_1$  und  $k_2$  durch ihre Größen zwei (eventuell auch voneinander isolierte) Massen in  $A$  und  $B$  dar, so ist  $O$ , der Angriffspunkt der Resultierenden der parallelen Kräfte, auch der Massenmittelpunkt.

**54. Kräftepaar.** Es sei  $AB$  (Fig. 27) ein masseloser Stab, an dem zwei gleich große, parallele, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte  $k$  in einer gegenseitigen Entfernung  $l$  angreifen. Wir denken uns links auf der Verlängerung  $BA$  einen beliebigen Drehpunkt  $O$ . Dann sind die Drehmomente:

im Sinne des Uhrzeigers  $+(OA + l) \cdot k$  und gegen den Sinn des Uhrzeigers  $- OA \cdot k$ , also die Summe  $(OA + l - OA) \cdot k$ . Das Drehmoment des Kräftepaares ist also  $l \cdot k$ , unabhängig, wo der Drehpunkt  $O$  liegt.

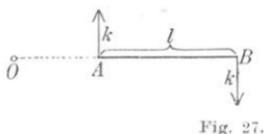
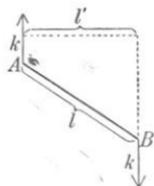


Fig. 27.



Es findet ein Hineindreihen von  $AB$  in die Krafttrichtung statt; z. B. bei einer auf Wasser schwimmenden Magnethadel, die sich in die Nord-Südrichtung einstellt.

Dabei wird natürlich das Drehmoment immer kleiner. Ist  $AB$  in der Lage der Fig. 27 rechts, so ist das Drehmoment nur mehr  $l \cdot k$ . Ist  $AB$  einmal in der  $k$ -Richtung, so wird  $l = 0$ , es hört jede weitere Bewegung auf, da sich die beiden  $k$  dann aufheben.

**55. Drehmomente am Tierskelette.** Die Knochen des tierischen Skelettes sind Hebel, welche durch die Muskeln bewegt werden, wobei sich der Muskel oft bis auf 50 und 60% seiner Länge unter gleichzeitiger Verdickung verkürzt. Die Muskeln wirken nicht direkt an den Knochen, sondern durch Vermittlung einer oder mehrerer Sehnen, die den Zug wie eine Schnur an entfernte Stellen führen.

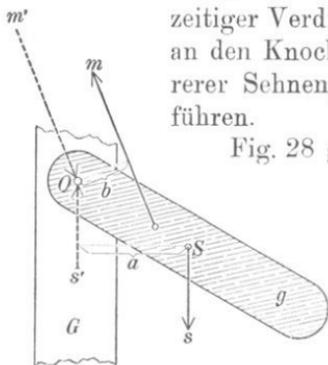


Fig. 28.

Fig. 28 gibt zunächst eine schematische Darstellung. Das vertikale Glied  $G$  sei fest und das schraffierte gezeichnete Gelenk  $g$  um den Gelenkpunkt  $O$  drehbar. Das Gewicht dieses Seitengelenkes denken wir uns im Schwerpunkt  $S$  vereint, und die resultierende Schwerkraft sei  $s$ . Dieser wirkt die Muskelkraft  $m$  entgegen. Die Drehmomente dieser beiden Kräfte sind  $a \cdot s$  und  $b \cdot m$ ; sie sind, wenn Gleichgewicht ist, gleich.

Welche Beanspruchung erleidet aber der Gelenksdrehpunkt  $O$ ? Wo immer  $S$  auch in  $g$  liegt, immer würde  $g$ , wenn es frei beweglich, also nicht in  $O$  gestützt wäre, parallel mit sich selbst bleibend, fallen. Nun hemmt aber der Gelenksdrehungspunkt  $O$  den freien Fall; da  $s$  auch auf den Drehpunkt  $O$  wirkt, muß hier eine aufhaltende Gegenkraft  $s'$  wirken — actio und reactio —  $s' = s$ . Aber auch für  $m$  muß aus gleichen Gründen in  $O$  eine aufhaltende Gegenkraft  $m'$  wirken. Die nicht gezeichnete Resultierende aus einem nicht gezeichneten Kräfteparallelogramm  $m'$  und  $s'$  muß  $O$  schief nach rechts abwärts drücken, um einem genau gleich großen Drucke nach links aufwärts Widerstand zu leisten; letzterer gibt die Beanspruchung des Drehpunktes  $O$ .

Man erhält in anderer Ableitung dieselbe Beanspruchung, wenn man  $m$  sowohl als  $s$  in je eine zur Gelenksachse senkrechte und eine in die Gelenksachse fallende Komponente zerlegt.

**56. Einige Beispiele.** In Fig. 29 ist das am rechten Unterarme wirkende Hebelprinzip skizziert. Der am Schulterblatt entspringende Bizeps  $B$  inseriert an der Speiche des Unterarmes, Radius  $r$ , der um den Punkt  $d$  gedreht werden kann. Die rechtsstehende Zeichnung zeigt zunächst, daß das Drehmoment der Muskelkraft  $k$ , d. h. Kraft mal senkrechtem Abstand von der Drehachse  $d$  hier  $k \cdot a$  ist. Das Drehmoment der Last  $l$  ist

$l \cdot b$ . Sehen wir ab von der Eigenschwere des Unterarmes, so muß bei Gleichgewicht sein  $k \cdot a = l \cdot b$ ; oder da  $a/b$  ca.  $\frac{1}{12}$  ist, muß die Muskelkraft das zwölfwache Gewicht heben. Diese Anordnung hat aber den Vorteil, daß der Hebel  $r$  bei kleinen Verkürzungen des Bizeps große Bogen beschreibt, woraus eine große Beweglichkeit des Unterarmes resultiert.

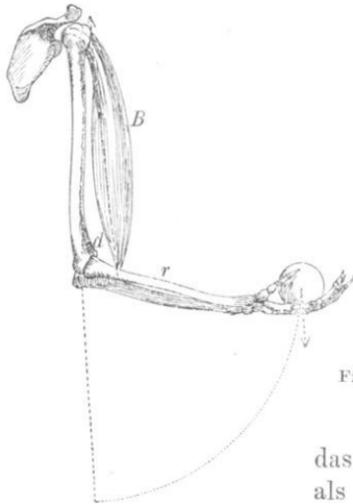
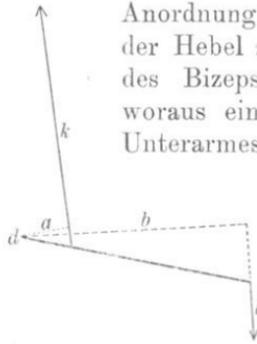


Fig. 29.



Damit die wirkende Kraft des Muskels möglichst senkrecht am Knochenhebel angreife, zieht die Sehne oft über einen Knochenvorsprung als einer Art Rolle hinweg.

Wenn die auszuübende Kraft groß sein soll, muß das Verhältnis der Hebellängen ein günstigeres sein als in Fig. 29. Das Kauen der Nahrung verlangt bei vielen Tieren, z. B. den Raubtieren, ganz besonders

starke Kräfte. Der Oberkiefer  $O$  als Teil des Schädels sei unbeweglich (Fig. 30), indes der dunkel schraffierte Unterkiefer  $U$ , in seinem obersten Teil unter der Jochbrücke  $r$  durchgehend, um den Punkt  $d$  drehbar ist. Die gestrichelt gezeichneten Linien geben die Lage und Richtung der Muskelzüge an. Das einfache Schema der Drehmomente ist in dem rechten Bilde der Fig. 30

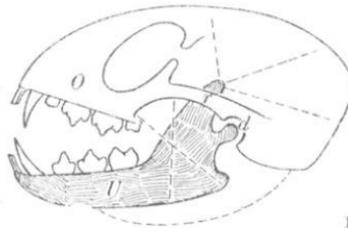
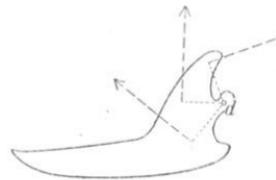


Fig. 30.



dargestellt. (Der unter dem Unterkiefer verlaufende Muskel besorgt im Verein mit der Schwerkraft das Öffnen). Diese vielen und kräftigen Muskeln können einen gewaltigen Druck nach oben ausüben, der natürlich um so größer wird, je kürzer der Hebelarm, d. h. je mehr der zu kauende Gegenstand nach hinten liegt. Die zum Zermahlen der Nahrung bestimmten Backenzähne können die größte Gewalt ausüben, indes die schärferen Schneidezähne, wie ein Messer oder Meißel wirkend, nur mit viel geringerem Druck betätigt werden können.

**57.** Bei diesen Hebelwirkungen in tierischen Organismen ergeben sich noch folgende allgemeine Gesichtspunkte durch Betrachtung der verschiedenen **Freiheitsgrade**.

Um eine Achse sei eine Scheibe so drehbar, daß durch seitliche Anschlag-

stücke eine Verrückung der Scheibe längs der Achse unmöglich wird. Jeder Punkt der Scheibe kann sich nur längs eines Kreises drehen. Man spricht dann von einem Grade der Freiheit. Die Scheibe ist „zwangläufig“, wie dies bei technischen Maschinen wohl immer der Fall ist. Auch in tierischen Organismen kommen solche Bewegungen mit nur einem Freiheitsgrade vor, z. B. beim Menschen das Speichenellengelenk usw., wobei natürlich das Festhalten an einer bestimmten Stellung der Drehungsachse in ganz anderer Weise geschieht als bei Maschinen.

Würden in unserem mechanischen Beispiele die Anschlagstellen auf der Achse fehlen, so daß sich die Scheibe nicht nur um die Achse drehen, sondern auch längs ihr verschieben könnte, so hätten wir zwei Freiheitsgrade. Die mechanischen Vorkehrungen, um zwei Freiheitsgrade zu ermöglichen, können sehr mannigfaltig sein; es lassen sich sehr verschiedene derartige Bewegungs-„Führungen“ von zwei Freiheitsgraden ersinnen. Das gilt natürlich für alle Freiheitsgrade. Beispiele für zwei Freiheitsgrade sind das Oberarmspeichengelenk, das Kniegelenk des Menschen usw.

Ein Körper, der sich um einen einzigen festen Punkt dreht, hat drei Freiheitsgrade, z. B. eine Kugel, die sich in einer kongruenten konkaven Kugelhöhle gleitend dreht; daher der Name Kugelgelenk. Hierher gehört das menschliche Hüftgelenk, Schultergelenk usw.

Kann sich die Kugelhöhle selbst auf irgendeiner Linie bewegen, so hat man vier, auf einer Ebene fünf, kann sich hingegen das Kugelgelenk beliebig bewegen, so hat man sechs Freiheitsgrade.

Bei lebenden einfachen Gelenken ist ein höherer Freiheitsgrad als drei nicht bekannt.

Die Glieder des tierischen Organismus sind aber aus zwei oder mehr gelenkig verbundenen Abschnitten zusammengesetzt. Fig. 31 zeigt die Wirkung eines zwischen drei gelenkig verbundenen Gliedern gespannten Muskels  $m$ , der I und III mit der Kraft  $k_1$ , bzw. der gleich großen (actio oder reactio) Gegenkraft  $k_2$  zusammenzieht.  $k_1$  weckt die gleich große Gegenkraft  $k_3$ , diese  $k_4$ ; so stark wird das Gelenk  $g_1$  nach rechts gedrückt.  $k_2$  weckt die Gegenkraft  $k_5$ , diese  $k_6$ ; so stark wird das Gelenk  $g_2$  nach links gedrückt. Alle  $k$  sind gleich groß. Die wirkenden Kräftepaare sind hier für I . . .  $k \cdot a_1$ , für II . . .  $k \cdot a_2$ , für III . . .  $k \cdot a_3$ . Ceteris paribus wird I am stärksten, II am schwächsten gedreht.

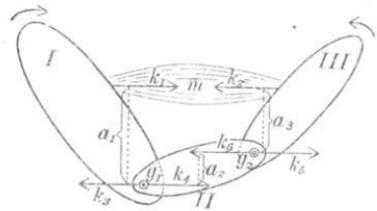


Fig. 31.

Betrachten wir das Zusammenwirken mehrerer Gelenksabschnitte beim tierischen Skelette, so kommen wir zu sechs Freiheitsgraden. Die Hand z. B. kann gegen den Rumpf alle beliebigen Bewegungen innerhalb eines durch die Länge und Lage der Knochen bestimmten Raumbezirkes ausführen, ebenso die Finger. Sie haben sechs Grade von Freiheit.

Bei Gelenken des tierischen Organismus ist der Raum zwischen den Gelenken, also z. B. zwischen Kugel und Kugelhöhle, ausgefüllt mit einer deformierbaren Knorpelschicht und die Betrachtung der toten anatomischen Präparate

stimmt nicht immer mit den am lebenden Wesen beobachteten Bewegungsmöglichkeiten.

**58. Die mechanische Funktion unserer Muskeln** und der mehr als 200 Knochenhebel unseres Körpers stellen den Anatomen und Physiologen vor oft sehr schwere physikalische Aufgaben. O. Fischer<sup>1)</sup> hat in zahlreichen Untersuchungen Formeln gegeben, welche für die Gleichgewichtslehre, d. h. für die Drehmomente noch verhältnismäßig übersichtlich sind, die aber für die Dynamik der Lokomotion wegen Berechnung der Schwerpunktslage, Trägheitsmomente (§ 64), wegen der verschiedenen Bewegungsmöglichkeiten u. dgl. sehr kompliziert werden.

**59. Schon Stevinus leitete (1600) die Gesetze der schiefen Ebene** aus dem Gesetze der Erhaltung der Energie ab, das ihm und anderen Forschern damals schon als selbstverständlich galt. Diese elegante Ableitung Stevinus' war folgende:

Denken wir uns eine schiefe Ebene  $bc$  (Fig. 32);  $ab$  ist die Höhe und  $bc$  die Länge. Legen wir nun eine in sich geschlossene ganz gleichförmige

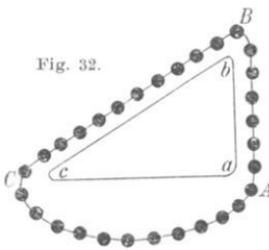


Fig. 32.

Kette  $ABC$  um diese schiefe Ebene, so muß sie im Gleichgewichte sein; denn würde Bewegung eintreten, hätten wir ein Perpetuum mobile. Da der unterste Teil der Kette  $AC$  nach beiden Seiten hin symmetrisch wirkt, also ohne Einfluß ist, muß der kurze Kettenteil  $AB$  dem viel längeren Teil  $BC$  das Gleichgewicht halten. Die Anzahl der Kettenglieder ist im letzteren Stücke im Verhältnisse  $bc/ab$  größer; also zieht ein Glied auf der schiefen Ebene längs

dieser in dem Verhältnisse der Höhe zur Länge weniger stark.

Die Schwerkraft zieht also irgendeinen Körper längs einer schiefen Ebene mit einem Bruchteile seiner Gewichtskraft, der gleich ist dem Verhältnis von Höhe zur Länge der schiefen Ebene.

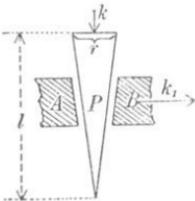


Fig. 33.

**60. Keil.** Ein hartes Prisma  $P$  (Fig. 33) wird mit einer Kraft  $k$  nach abwärts geschoben;  $A$  sei unbeweglich,  $B$  horizontal verschiebbar. Die Rückendicke des Keils sei  $r$ . Dann wird, wenn der Keil um seine ganze Länge  $l$  hinuntergeht,  $B$  mit einer Kraft  $k_1$  nach rechts geschoben.

Das Gesetz der Erhaltung der Energie verlangt, daß Kraft mal Weg in beiden Fällen gleich sein muß, oder  $k \cdot l = k_1 \cdot r$ . Die drückende Kraft verhält sich zur trennenden wie die Keilbreite

1) Seine zahlreichen Untersuchungen sind im Auszuge zusammengefaßt in „Kinematik organischer Gelenke, Leipzig 1907.“

zur Keillänge. Je spitzer der Keil oder je schärfer die Kante, je größer die Wirkung.

Alle Schneiden unserer Werkzeuge, z. B. Messer, Mikrotom usw. oder die Schneiden unserer Schneidezähne oder unsere Fingernägel, die Krallen der Tiere usw. wirken in dieser Weise, wobei aber das allmähliche Eindringen fördernd hilft; es wird durch die Kraft des Messers z. B. nicht ein Stück auf einmal zerrissen, sondern eine Faser nach der anderen. Man drückt daher die Messerschneide nicht einfach an, sondern zieht sie hin und her.

**61. Schraube.** Wenn in Fig. 34 *a* einmal um  $360^\circ$  herumgedreht wird, geht die unterste Fläche nur um eine Schraubenhöhe hinunter — die am Umfange der Schraube angreifende Kraft wird also im Verhältnis  $\frac{\text{Schraubenumfang}}{\text{Schraubenhöhe}}$  vergrößert.

**62.** Bei den bisher vorgebrachten Erscheinungen mußten wir stets betonen: „abgesehen von **Reibung**“. Zieht man einen Körper längs einer horizontalen Oberfläche mit gleichbleibender Geschwindigkeit hin, so ergibt sich ein um so größerer Widerstand, je schwerer der Körper auf die Unterlage drückt. Die Größe der reibenden Fläche ist ohne Einfluß, weil der Druck sich über die ganze Fläche verteilt, pro  $\text{cm}^2$  also kleiner wird. Legen wir ein Gewichtsstück auf ein horizontales Brett, so können wir dieses allmählich immer schiefer stellen und es wird das Gewicht erst bei einer bestimmten Neigung des Brettes ins Gleiten kommen (Reibungswinkel). Bei dieser gleitenden Reibung müssen fortwährend kleine Erhöhungen der nie absolut glatten Unterlage überklettert werden (Ausfüllen der „Täler“ durch Schmiermittel). Auch Adhäsionserscheinungen (§ 130) spielen hier eine große Rolle. Ein rollender Körper, z. B. eine Kugel, hat eine viel geringere, wälzende oder rollende Reibung. Ein Wagenrad hat am Umfange rollende, an der Achse gleitende Reibung. Letztere wird auch zur rollenden, wenn man die Achse zwischen Kugeln laufen läßt (Kugellager). Die Bedeutung der Reibung für das Stehen auf geneigten Flächen, das Gehen, die Fortbewegung von Lokomotiven, Automobilen (Streuen von Sand bei Glatteis) usw. sind ja allbekannt.

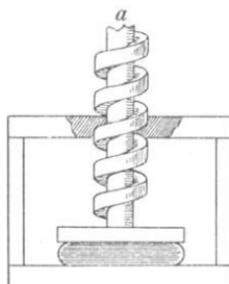


Fig. 34.

### Kreisende Bewegung.

**63. Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung.** Bei einer rotierenden Bewegung haben die verschiedenen Punkte, z. B. die eines Karussells, je nach der Entfernung von der Drehungsachse verschiedene Ge-

schwindigkeiten. Gleichwohl kann man von einer bestimmten Drehungsgeschwindigkeit sprechen, wenn man die Geschwindigkeit in der Entfernung Eins von der Achse, die sog. Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  in Betracht zieht. Die Änderung dieser Winkelgeschwindigkeit pro sek heißt dann Winkelbeschleunigung  $\psi$ . Selbstverständlich ist dann in irgendeiner Entfernung  $r$  von der Achse die Geschwindigkeit (resp. die Beschleunigung)  $r$  mal so groß, also  $r \cdot \omega$  (resp.  $r \cdot \psi$ ).

**64. Trägheitsmoment.** Wenn verschiedene Massen  $m$  in verschiedenen Entfernungen  $r$  von der Achse mit gleicher Winkelgeschwindigkeit gemeinsam rotieren, so hat eine dieser Massen, z. B.  $m$ , eine Energie  $\frac{1}{2} m v^2$ , wobei  $v = r \cdot \omega$  ist. Wir denken uns nun die Masse  $m$  in der Entfernung  $r$  so durch eine Masse  $\mu$  in der Entfernung Eins ersetzt, daß sich bei gleicher Winkelgeschwindigkeit die Energie nicht ändert. Wir haben dann

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (r\omega)^2 = \frac{1}{2} (mr^2) \omega^2 = \frac{1}{2} \mu \omega^2.$$

Für  $\mu$  finden wir also  $mr^2$ , welches Produkt Trägheitsmoment heißt. Bei mehreren Massen ist das Gesamtträgheitsmoment gleich der Summe sämtlicher Massen mal den Quadraten der jeweiligen Entfernungen dieser Massen von der Drehungsachse.

Das Gesetz einer geradlinigen Bewegung (§ 28)

Kraft = Beschleunigung mal Masse

hat bei einem in kreisender Bahn sich bewegenden Körper die Form

Drehmoment = Winkelbeschleunigung mal Trägheitsmoment.

Das ergibt sich in folgender Weise: An einem um einen Punkt O (Fig. 35 links) drehbaren — gewichtslos gedachten — Körper greift eine Kraft  $k$  an;

das Drehmoment ist  $l \cdot k$ . Welche Winkelbeschleunigung erteilt diese Kraft einer Masse  $m$  in der Entfernung  $r$  vom Drehpunkte? Wir können statt der Kraft  $k$  eine Kraft  $k'$  in  $m$  angreifen lassen (nicht gezeichnet), ohne etwas zu ändern, wenn nur  $k \cdot l = k' \cdot r$ . Denken wir uns nur eine ganz kleine Drehung ausgeführt, so können wir den von  $m$  beschriebenen Weg als gerade und in der Richtung von  $k'$  gehend annehmen; dann gilt hier, weil geradlinig, Kraft = Masse  $\times$  Beschleunigung, d. h.  $k'$  oder  $(kl) \cdot 1/r$

= Beschleunigung  $\times$  Masse. Die gewöhnliche Beschleunigung von  $m$  ist aber  $r\psi$ , somit wird  $(kl) \cdot 1/r = (r\psi)m$  oder  $kl = (mr^2)\psi$ . Auch Fig. 35 rechts paßt für die eben gegebene Beschreibung und stellt einen allgemeinen Fall dar.

Wie die Wirkung der Kraft hier je nach der Hebellänge des Angriffspunktes sehr verschieden ist, so ist auch die Lage der Massen von größter

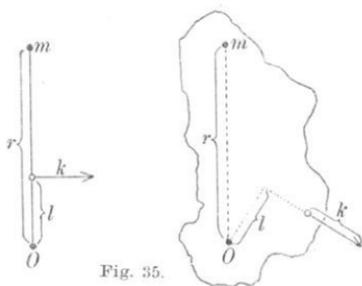


Fig. 35.

Bedeutung. Wenn man ein Karussell in eine bestimmte Umdrehungsgeschwindigkeit bringen will, z. B. einmal rund herum in einer Minute, so ist für die aufzuwendende Kraft von Einfluß, ob man außen oder innen dreht (Drehmoment), und ob die Passagiere mehr innen oder außen an der Peripherie des Karussells sitzen (Trägheitsmoment).

**65.** Wir sahen in den früheren Kapiteln folgendes: Ein Körper bewegt sich gleichförmig, wenn keine Kraft auf ihn wirkt. Wirkt eine konstante Kraft in der Bewegungsrichtung, z. B. freier Fall, so erfährt der Körper eine konstante Beschleunigung. Wir können noch allgemeiner sagen: **konstante Beschleunigung** entsteht dann, **wenn eine konstante Kraft immer in derselben Richtung** wirkt, z. B. schiefer Wurf. Der Begriff „dieselbe Richtung“ umfaßt natürlich alle parallelen Linien (z. B. „Achse“ in Kristallographie § 525). Ändert sich aber die Richtung der Kraft fortwährend, so erhalten wir neue Bewegungsmöglichkeiten:

**66. Zentripetal- und Zentrifugalkraft.** Wenn ein Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich im Kreise bewegt, z. B. ein Stein, den ich an einem Faden in einer Kreisbahn herumschwinde, so will dieser natürlich infolge der Trägheit in jedem Momente in der Richtung der Tangente geradlinig weiterfliegen. Er muß darum in jedem Momente von einer zu dieser Tangente senkrechten oder mit anderen Worten von einer gegen den Kreismittelpunkt gerichteten Kraft, der Zentripetalkraft, aus seiner Richtung gezogen werden. Der Stein kann nur dann, trotz der Trägheit, im Kreise herumgehen, wenn ihn der Faden in meiner Hand fortwährend gegen diese Hand in den Mittelpunkt der Kreisbahn zieht. Die *reactio* zu dieser *actio* der Zentripetalkraft heißt Zentrifugalkraft. Diese Zentripetalkraft bringt hier keine Beschleunigung im früheren (§ 23) Sinne einer Geschwindigkeitsänderung hervor, sondern nur eine Richtungsänderung, was der Physiker auch eine Beschleunigung nennt. Zur Erhaltung einer solchen Zentralbewegung ist also wohl eine Zentralkraft, aber keine Arbeit, keine Energie nötig, weil keine Änderung des  $\frac{1}{2}mv^2$  eintritt.

### 67. Berechnung der Zentrifugalkraft.

Es sei  $c$  (Fig. 36) die lineare Geschwindigkeit der kreisförmigen Bewegung eines Massenpunktes; in  $A$  würde der Körper infolge der Trägheit in der Zeit  $t$  den Weg  $AB = ct$  zurücklegen. Es sei  $\varphi$  die konstante Beschleunigung gegen  $O$ ; dann wäre der Weg in der Zeit  $t$  infolge dieser Beschleunigung allein  $AC = s_t = \frac{1}{2}\varphi t^2$ . Die Resultierende des Weges  $AB$  und  $AC$  ist  $AD$ . In den ähnlichen Dreiecken  $ACD$  und  $ADE$  ist  $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$  Also  $AD^2 = AE \cdot AC$ .

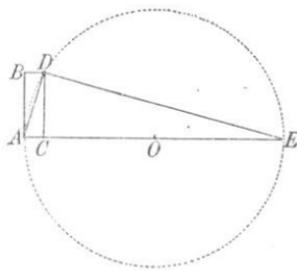


Fig. 36.

Ist die Länge  $AD$  sehr klein gegen den Kreisumfang, so kann man statt ihr den Bogen  $AD$  oder die Wegstrecke  $AB$  setzen. (Hier ist ein Mangel des Beweises, den nur die höhere Mathematik genau gibt.) Somit  $AB^2 = AE \cdot AC$  oder  $(ct)^2 = (2r) \left( \frac{\varphi}{2} t^2 \right)$ . Daraus folgt  $\varphi = \frac{c}{r}$ . — Aus dieser Gleichung wird, wenn die Umlaufzeit gleich  $T$ , also  $\frac{2\pi r}{c} = T$  ist,  $\varphi = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ . Durch Multiplikation mit der bewegten Masse erhalten wir die Kraft.

Wenn eine Masse  $m$  mit der Geschwindigkeit  $c$  und einer Umlaufzeit  $T$  sich längs eines Kreises mit dem Radius  $r$  bewegt, so muß, damit diese Bewegung möglich ist, eine Zentripetalkraft vorhanden sein, die sich mit  $Z = \frac{m c^2}{r}$  berechnet. Ebenso groß ist die Zentrifugalkraft.

Zentrifugalkraft = (Masse · Geschwindigkeitsquadrat): Radius.

Irgendeine beliebige krummlinige Bahn kann man in einzelne Kreisstrecken zerlegen.

**68. Beispiele:** Infolge der Zentrifugalkraft wird ein Läufer, Reiter, Bicycle, Wagen oder Automobil usw. beim Nehmen einer Kurve nach auswärts gedrückt, und zwar um so mehr, je größer das Geschwindigkeitsquadrat und je gekrümmter die Kurve. Infolge dieser Tatsache neigt sich ein Läufer, Reiter oder Bicyclist so nach innen, daß er in die Richtung einer Resultierenden kommt, welche die vertikale Schwerkraft und die horizontale Fliehkraft zu Komponenten hat. Eisenbahnschienen werden an der äußeren Kurvenseite überhöht, Bicyclerennbahnen nicht horizontal, sondern schief gebaut usw. Bei rasch rotierenden Maschinenteilen, Schwungrädern, Dynamoankern usw. muß die gewaltige Zentrifugalkraft stets in Rechnung gezogen werden.

**69. Zentrifugen.** Wenn in einer Flüssigkeit feste kleine Körperchen suspendiert sind, so fallen diese infolge der großen Flüssigkeitsreibung

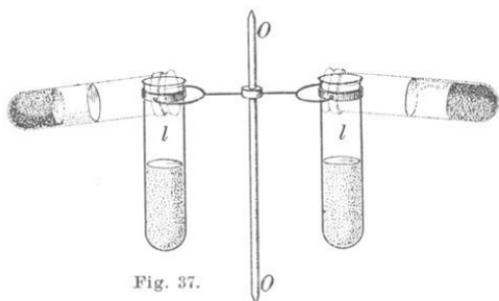


Fig. 37.

meist nur sehr langsam zu Boden. Rotiert man aber das ganze rasch auf einer Zentrifuge, so wirkt die Zentrifugalkraft viel energischer als die Schwerkraft. Solche Zentrifugen werden in der Zucker- und Textilindustrie, im Molkereibetriebe, in der Papier- und Stärkefabrikation usw. vielfach verwendet. Fig. 37 stellt eine Zentrifuge dar, wie sie in der physio-

logischen Chemie und experimentellen Pathologie usw. vielfach Anwendung findet, z. B. zur Trennung der Blutkörperchen von Serum u. dgl.  $ll$  sind

Eprovetten für diese Flüssigkeiten, welche sich beim raschen Rotieren mittels elektrischen Antriebs um die Achse  $OO$  horizontal in die punktierte Lage stellen. Da die Zentrifugalkraft ceteris paribus dem Geschwindigkeitsquadrat proportional ist, muß bei Anwendung größerer Umdrehungszahlen besondere Vorsicht angewendet werden. (Platzen der Glasröhren und eventuell Infektion mit dem herumgeschleuderten Inhalte!)

**70.** Zu den großartigsten Beispielen der Zentralbewegung gehören die Planeten- und Mondbahnen um ihre Zentralkörper, deren richtige Deutung **Newton's** berühmtes **Gravitationsgesetz** (1688) lieferte. Jede Masse  $m$  besitzt nach Newton außer der Trägheit noch eine andere wichtige Fundamentealeigenschaft: sie zieht jede andere Masse  $m'$  mit der sog. Gravitationskraft an. Wenn  $\kappa$  eine Konstante ist, so ist die Gravitationskraft  $= \kappa \frac{m m'}{r^2}$ , wo  $r$  die Entfernung zwischen  $m$  und  $m'$  ist.

Die Gravitationskraft ist direkt proportional dem Produkte der Massen und umgekehrt dem Quadrate der Entfernung.

Daß die gegenseitige Beschleunigung zweier Massen umgekehrt proportional dem Entfernungsquadrat ist, zeigte Newton folgendermaßen: Die kugelförmige Erdmasse wirkt nach außen, als ob ihre Masse im Erdmittelpunkte konzentriert wäre. Der Mondabstand beträgt 60 Erdhalbmesser; der Mondmittelpunkt ist also 60mal weiter vom Erdmittelpunkt entfernt als irgendein Körper in unseren Laboratorien, der die Beschleunigung 981 cm hat. Es müßte also der Mond mit einer Beschleunigung  $981/60^2$  zur Erde fallen, wenn nicht die Zentrifugalkraft, die genau gleich der Anziehungskraft der Erde ist, ihn gleichsam immer an der Erde vorbeifallen ließe. Da man den Radius der Mondbahn und seine Umlaufzeit kennt, kann man diese Zentrifugalkraft berechnen und findet sie wirklich genau gleich der Erdanziehung.

Zur übungsweisen Berechnung der Mondbeschleunigung gegen die Erde, welche zur Erhaltung der Kreisbahn (in Wirklichkeit Ellipse) nötig ist, dienen folgende Erinnerungen:  $\varphi = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ ; hier ist  $T$ , etwa  $27\frac{1}{3}$  Tage, umzurechnen in sek;  $r$  ist der Mondbahnradius = 60 Erdhalbmesser, dessen Größe wir auch kennen, weil  $4 \cdot 10^7$  m gleich sind einem Erdmeridian, daraus berechnet sich  $\varphi$  mit  $981/60^2$ .

Diese Newton'sche Gravitationskraft wirkt zwischen den größten und kleinsten Massen, zwischen Sonne und Planeten und Monden, dann aber auch als eigentliche Schwerkraft zwischen Erde und allen irdischen Körpern und auch gegenseitig zwischen allen irdischen Körpern. Um das an beliebigen Körpern, z. B. an zwei Metallkugeln zu zeigen, bedarf es sehr feiner Einrichtungen, da die Kraft hier trotz des kleinen  $r$  wegen der Kleinheit der Massen minimal ist. Solche Messungen ermöglichen die Bestim-

mung der Gravitationskonstante  $z$ , deren Kenntniss dann die Erdmasse und die Masse der anderen Planeten aus ihren Umlaufzeiten bestimmen läßt.

**71. Biologische Wirkung der Schwerkraft.** Die Schwerkraft ist von größtem Einflusse auf das Wachstum von Organismen. Bei Pflanzen unterscheidet man positiv und negativ geotropische Organe, z. B. Wurzeln und Stengel: die Hauptwurzel wächst, wenn nicht besondere Störungen auftreten, in der Richtung der Schwerkraft, der Hauptstengel entgegengesetzt. Läßt man eine horizontale Scheibe, an deren Peripherie Keimpflanzen befestigt sind, um eine vertikale Achse rasch rotieren, so überwiegt die Zentrifugalkraft über die Schwerkraft. Die Wurzeln wachsen von der Achse weg, die Stengel aber gegen sie. Die Pflanzenphysiologie liefert verschiedene ähnliche Versuche. Auch für die Entwicklung tierischer Organismen ist die Schwerkraft von Wichtigkeit; sie ergibt z. B. die Richtung der ersten Zellteilungen im befruchteten Froschei, im Forellenei usw.

### Schwingende Bewegung.

**72.** Die in der Natur am häufigsten vorkommende Bewegung ist die einer Schwingung, auch Pendelbewegung, harmonische Bewegung oder Sinusbewegung genannt.

Fig. 38 stellt ein **mathematisches Pendel** dar: an einem gewichtslos gedachten Faden hängt ein möglichst kleiner, schwerer Körper. Bringt man diese Masse aus  $a$  nach  $b$  und läßt sie los, so fällt sie gegen ihre Gleichgewichtslage  $a$  zurück, sich immer rascher und rascher bewegend, geht aber infolge der Trägheit nach  $c$  (gleich hoch wie  $b$ ) und würde so, von der Reibung abgesehen, ewig hin und her pendeln. Die Energie ist in  $b$  nur potentiell, auf dem Wege  $ba$  verwandelt sie sich immer mehr in kinetische Energie, so daß in  $a$  alle Energie nur mehr kinetisch ist; beim Steigen nach  $c$  wird diese Energie wieder immer mehr potentiell, so daß in  $c$  alle Energie nur mehr potentiell ist. Die jeweilige Summe dieser

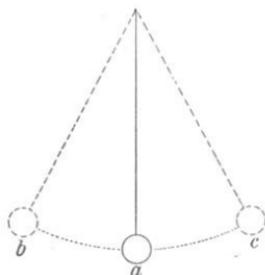


Fig. 38.

ineinander sich umsetzenden kinetischen und potentiellen Energien ist natürlich — nach dem Gesetz der Erhaltung der Energie — konstant.

**73.** In Wirklichkeit wird die **Amplitude**, d. h. die Entfernung  $ab$ , wegen verschiedener Reibungen (des Fadens in sich und an der Aufhängestelle, der Reibung des Fadens und der Kugel gegen die Luft), hier Dämpfung genannt, immer kleiner und kleiner. Die Zeit, die eine Masse zu einem Hin- und Rückgang braucht, heißt **Schwingungsdauer**  $T$ .

**74. Schwingungsgesetz.** Man kann nun mathematisch zeigen: Die beschleunigende Kraft, welche die aus ihrer Ruhelage entfernte

Masse gegen diese Ruhelage zurückzieht, ist der Entfernung der Masse aus der Ruhelage, der „Elongation“ proportional. Dies ist das Charakteristikum jeder Schwingungsbewegung.

Diese hin- und hergehenden Schwingungsbewegungen lassen sich durch Projektion einer kreisförmigen Bewegung und Projektion der für diese Kreisbewegung gerechneten Kräfte bestimmen. Es sei (Fig. 39)  $ABCD$  ein solcher Kreis, in welchem irgendeine Masse  $m$  um  $O$  mit dem Radius  $r$  sich gleichförmig bewegt. In irgendeinem beliebigen Momente ist diese Masse z. B. in  $x$  und die zur Erhaltung dieser Zentralbewegung nötige Zentripetalkraft, z. B.  $xa$ , ist dann  $Z = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ . Die Projektion

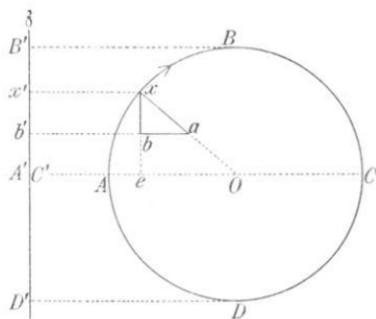


Fig. 39.

dieser Bewegung auf die Linie  $z\bar{z}$ , die in der Kreisebene liegt (z. B. durch den Schatten von  $m$ , wenn paralleles Licht von rechts einfällt), gibt für die Punkte  $AxB\bar{C}D\bar{A}$  die Punkte  $A'x'B'C'D'A'$ . Geht also der Punkt  $m$  auf der Kreisbahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit herum, so wird der Schatten oder die Projektion dieses Punktes auf der Linie  $z\bar{z}$  rasch von  $A'$  nach aufwärts gehen, immer langsamer werden, in  $B'$  für einen Moment stillstehen, dann immer rascher sich gegen  $C'$  zurückbewegen, immer langsamer gegen  $D'$  gehen, wieder umkehren usw., ganz wie ein schwingendes Pendel. Auch die Zentripetalkraft  $xa$  kann auf  $z\bar{z}$  projiziert werden; wenn  $xa$  ein Stäbchen wäre, würde auf  $z\bar{z}$  ein Schatten geworfen werden, der seine Größe fortwährend ändert. Ist  $x$  bei  $A$  oder  $C$ , so ist diese Projektion Null; das Stäbchen steht parallel zum Lichte. Ist  $x$  in  $B$  oder  $D$ , so ist die Projektion genau gleich groß mit  $xa$ . Im Punkte  $x$  selbst ist die Projektion gleich  $x'b'$ ; nun gilt  $xa : xb = r : xe$ , also  $xb = xe \cdot xa/r$ . Die Projektion  $x'b'$  soll nun gleich sein der Kraft, welche die Schwingungsbewegung längs  $z\bar{z}$  bestimmt.  $xe$  oder  $x'A'$  ist aber die Entfernung des schwingenden Körpers von der Ruhelage, die sog. Elongation. Obige Gleichung sagt also, da  $xa/r$  immer konstant ist, daß die gegen die Gleichgewichtslage  $A'$  gerichtete beschleunigende Kraft der Schwingung der jeweiligen Elongation proportional ist. Setzen wir für  $xa$  den gerechneten Wert  $Z$  ein, so erhalten wir für diese Kraft  $\frac{m}{r} \frac{4\pi^2 r}{T^2}$  mal Elongation. Für die Elongation Eins sei diese Kraft  $F$ , dann erhalten wir  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{F}}$ .

$xe$  ist dem Sinus des Winkels  $xOA$  proportional; genau so, wie also der Sinus zwischen  $+1$  für  $90^\circ$  oder  $\pi/2$  und  $-1$  für  $270^\circ$  oder  $3\pi/2$  hin- und herpendelt, pendelt auch jede Elongation zwischen ihren beiden Amplituden sinusförmig hin und her. Man nennt daher eine solche Bewegung auch Sinusbewegung. In

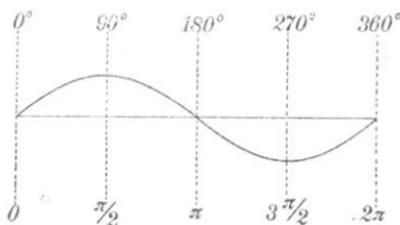


Fig. 40.

pendelt auch jede Elongation zwischen ihren beiden Amplituden sinusförmig hin und her. Man nennt daher eine solche Bewegung auch Sinusbewegung. In

Fig. 40 stellen die Abszissen die Winkelwerte und die Ordinaten die dazugehörige Sinuslinie dar.

**75. Pendelgesetz.** Beim mathematischen Pendel (Fig. 41) wirkt in der Stellung  $X$  auf die Masse  $m$  die Kraft  $XB = g \cdot m$  nach abwärts. Wir zerlegen



Fig. 41.

sie in die Komponenten  $XZ$  und  $XY$ . Dann spannt  $XY$  den Faden und  $XZ$  zieht die Masse gegen  $A$ . Es verhält sich  $XZ : XB = XA : OA$ . Ist die Amplitude sehr klein, also  $OS$  sehr lang gegen  $XS$ , so wird fast  $OS = OA = l$ , der Pendellänge, und die Gerade  $XA$  wird fast gleich dem Bogen  $XS$ . Wir erhalten dann  $XZ = \left(\frac{g \cdot m}{l}\right)(XS)$ , d. h. die wirkende Kraft  $XZ$  ist proportional der Elongation  $XS$ ; ein Beweis, daß die Pendelschwingung eine Sinusschwingung ist. Setzen wir  $XS = 1$ , so sei  $XZ = F$ ; dann wird  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ . Das gilt aber nur bei kleinen Amplituden, weil nur dann die eben gemachten Ungenauigkeiten verschwindend klein werden.

Bezeichnet man beim Pendel einen Hin- oder einen Rückgang als Schwingungsdauer mit  $T$ , so ist für ein mathematisches Pendel bei kleiner Amplitude, wie oben im kleingedruckten Texte gezeigt ist,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

wo  $l$  die Länge des Pendels und  $g$  die Erdbeschleunigung bedeutet.

Daraus ergeben sich für ein mathematisches Pendel folgende Gesetze:

1. Die Schwingungsdauer ist (innerhalb kleiner Elongationen) unabhängig von der Amplitude (Amplitude kommt in der Formel nicht vor); ob das Pendel etwas mehr oder weniger weit schwingt, ist für die Schwingungsdauer gleichgültig.

2. Die schwingende Masse ist ohne Einfluß auf  $T$  ( $m$  kommt in der Formel nicht vor). Alle Körper fallen gleich schnell.

3. Die Quadratwurzeln aus den Pendellängen verhalten sich wie die Schwingungsdauern; ist z. B. für ein ca. 1 m langes Pendel  $T = 1$  sek, „Sekundenpendel“, so wird ein 4 (resp. 9) m langes Pendel 2 (resp. 3) sek schwingen. Der 20jährige Galilei fand dieses Gesetz (1583), indem er die Schwingungsdauer von an langen Ketten schwingenden Kirchenampeln mit seinen Pulsschlägen verglich.

4.  $T$  ist umgekehrt proportional der Wurzel aus  $g$ . Durch genaue Ausmessung der Länge und Schwingungsdauer eines solchen Fadenpendels mit kleiner Schwingungsmasse wird  $g$  am besten bestimmt. Auf einem hohen Berge, oder in einem hohen Luftballon, wo  $g$  kleiner, schwingt das Pendel langsamer.

**76. Hauptbewegungen der Mechanik.** Eine Übersicht über die bisher geschilderten Bewegungsarten liefert folgende Tabelle:

Die Beschleunigung ist:

Null	konstant		variabel u. proportional der Entfernung von einem Ruhepunkte
	in einer Richtung	gegen einen Punkt	
$s = ct$	$v_t = \alpha t$ $s_t = \frac{\alpha}{2} t^2$ $v_t^2 = 2\alpha s_t$	$\varphi = \frac{c^2}{r}$ $= \frac{4\pi^2 r}{T^2}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{F}}$ $\left(T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)$
Gleichförmige Bewegung	Gleichförmig be- schleunigte u. ver- zögerte Bewegung	Zentralbewegung	Schwingung

**77. Physisches Pendel.** Jeder aufgehängte Körper stellt ein physisches Pendel dar. Auch ein solches würde, von Reibung abgesehen, dauernd um die Drehungsachse hin- und herschwingen. Es besteht gleichsam aus vielen gegenseitig starr verbundenen und verschiedenen langen mathematischen Pendeln 1, 2, 3 usw. Das kurze Pendel 1 will rascher schwingen, 2 langsamer, 3 noch langsamer usw.; da aber alle zusammen schwingen müssen, tritt eine mittlere Schwingungsdauer ein, wie sie vielleicht der Pendellänge  $l$  eines mathematischen Pendels entspräche. Wir können zu jedem physischen Pendel ein mathematisches konstruieren oder rechnen, das die gleiche Schwingungsdauer hat. Die Länge dieses mathematischen Vergleichspendels heißt reduzierte Pendellänge des physischen Pendels. Die Schwingungsdauer des physischen Pendels hängt ab von der Lage des Aufhängepunktes und Schwerpunktes und dem Trägheitsmomente.

**78.** Eine wichtige Verwendung des physischen Pendels haben wir in der **Pendeluhr**, vom alten und erblindeten Galilei erfunden. Ein aufgezogenes Gewicht oder eine aufgezogene Feder würde das Räderwerk einer Uhr durch seine konstante Kraft in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung versetzen; das hin- und hergehende Pendel fällt aber mit einem kleinen hin- und hergehenden Querarme in regelmäßigem Tempo in die einzelnen Lücken eines sich drehenden Zahnrades ein und bewerkstelligt so, regelmäßig hemmend, den gleichförmigen Gang.

**79. Beispiel.** Von den in Fig. 42 dargestellten drei physischen Pendeln ist das erste I im Schwerpunkte  $S$  aufgehängt; die Schwingungsdauer ist hier gleichsam unendlich, weil indifferentes Gleichgewicht. Im mittleren

Pendel II ist  $S$  knapp unter dem Aufhängepunkt  $O$ . Denken wir uns dieses Pendel aus der Ruhelage gebracht, siehe nebenstehende schematische Zeichnung, so wirkt die Schwere  $s$  (gestrichelte Linie) mittels eines sehr kleinen Drehmomentes  $Oa \cdot s$ , welches das große Trägheitsmoment des ganzen Pendels in Bewegung zu setzen hat; die Schwingungsdauer wird groß sein. Im Pendel III endlich ist  $S$  tief unter  $O$ , hier ist der Kraftabstand  $Oa'$  viel größer als  $Oa$ , also  $Oa' \cdot s$  auch viel größer, so daß

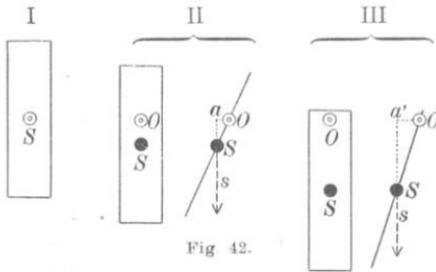


Fig. 42.

das Pendel III viel rascher hin- und hergehen wird. Während also beim mathematischen Pendel ein Hinaufschieben der Masse, weil identisch mit einer Längenverkürzung,  $T$  immer kleiner macht, ist dies beim physischen Pendel nicht immer der Fall.

**80. Wage.** Ein anderes wichtiges Beispiel für ein physisches Pendel ist die Wage, die dazu dient zwei Gewichtskräfte  $gm$  und  $gm'$ , also auch zwei Massen  $m$  und  $m'$  miteinander zu vergleichen. An einem horizontalen Wagebalken  $AC$  (Fig. 43) sind drei Schneiden. Die ganze Wage ruht auf einer Mittelschneide  $B$ ; am Ende der beiden gleichen Hebelarme hängen auf zwei Schneiden  $A$  und  $C$  die beiden Wage-

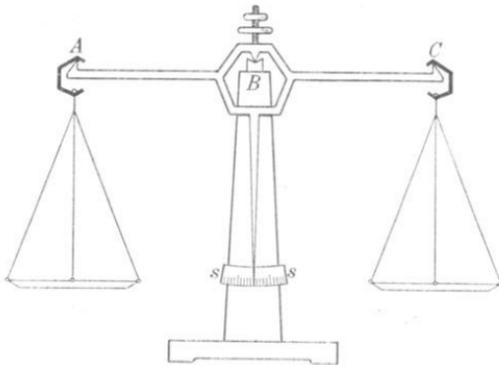


Fig. 43.

schalen. Am Wagebalken ist ein vertikaler Zeiger befestigt, der vor einer Skala  $ss$  hin- und herpendelt. In der Ruhelage zeigt er z. B. auf 10. Man wartet entweder die wirkliche Einstellung des Zeigers ab,

oder aber man kann, was besser ist, auch aus den abgelesenen Amplituden die Ruhelage errechnen.

Die Wage schwinde z. B. von 7,5 (links) nach 12 (rechts), zurück auf 8,5 usw.; die beiden Ausschläge links geben das Mittel  $\frac{1}{2}(7,5 + 8,5) = 8$  und dieses linke Mittel mit dem Ausschlage rechts, nämlich 12, gibt das weitere Mittel  $\frac{1}{2}(8 + 12) = 10$  als Endlage.

Genaues Wägen ist eine große Sorgfalt erfordernde Operation, deren vollständige Darstellung hier zu weit führte. Feine Wagen sind zur Schonung der Achsenlager stets mit Arretierung versehen, welche, wenn

die Wage nicht schwingen soll, durch einfache Drehung einer Scheibe den Querbalken  $AC$  von der Mittelschneide  $B$  und meist auch die beiden Gehänge  $A$  und  $C$  etwas hebt, so daß die Schneiden entlastet werden.

Man hat bei einer Wage Richtigkeit und Empfindlichkeit zu berücksichtigen:

**81. Richtigkeit.** Die Wage ist richtig, wenn die Wagebalken möglichst gleich lang und gleich schwer sind und wenn auch die Gehänge mit den Wagschalen auf beiden Seiten möglichst gleich gearbeitet sind; dann darf ein Vertauschen zweier gleicher Gewichte rechts und links keine Änderung der Einstellung ergeben. Absolut richtig ist eine Wage wohl nie. Man kann aber den zu wägenden Körper  $X$  auf der linken Wagschale durch irgendwelche beliebige Gewichtsstücke, Tara, auf der rechten Seite ins Gleichgewicht bringen und dann nach Wegnahme des Körpers  $X$  links so lange genaue Gewichte auflegen, bis wieder Gleichgewicht herrscht: Substitutionswägung.

**82. Empfindlichkeit.** Ein je kleineres Übergewicht auf einer Seite eine bestimmte Neigung einer Wage verursacht, desto empfindlicher ist sie. Liegen die drei Schneiden  $AOB$  in einer geraden Linie (Fig. 44), so ist die Empfindlichkeit unabhängig von den auf beiden Schalen liegenden gleichen Gewichten, der Belastung, deren Resultierende ja in  $O$  angreift und darum zur Drehung nichts beitragen kann.

Die ganze Masse der Wage selbst denken wir uns im Schwerpunkte  $S$  vereint und es sei  $s$  die daraus resultierende Schwerkraft. Ein Übergewicht  $q$  auf der rechten Seite, wie in Fig. 44 angedeutet, bringt einen Ausschlag durch die Kraft  $q$  hervor. Die Drehmomente sind dann  $q \cdot OR$  und  $s \cdot OT$ . Wenn Gleichgewicht, müssen diese gleich sein, daraus folgt  $1/q = OR/(s \cdot OT)$ . Je kleiner  $q$  oder je größer  $1/q$  sein kann, um einen bestimmten Ausschlag zu erzeugen, desto empfindlicher ist natürlich die Wage.

Es läßt sich auch leicht zeigen: liegt die Schneide  $O$  höher als  $A$  und  $B$ , so wird die Empfindlichkeit mit steigender Belastung kleiner, liegt  $O$  aber tiefer, ist es umgekehrt; liegt  $O$  und  $A$  und  $B$  in einer Geraden, so ist die Empfindlichkeit unabhängig von der Belastung.

Die Empfindlichkeit ist direkt proportional der Wagebalkenlänge, umgekehrt dem Gewicht der Wagebalken und Schalen und umgekehrt der Entfernung des Schwerpunktes von der Mittelschneide.

Die Wage wird empfindlicher, wenn man den Schwerpunkt möglichst nahe an  $O$  hinaufrückt, was mit Hilfe einer am Zeiger (oder in Fig. 43 oberhalb des Zeigers) verschiebbaren Schraubenmutter möglich ist. Rückt

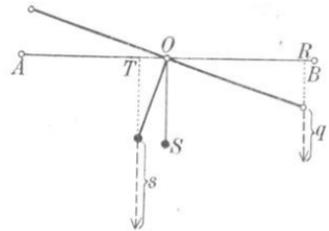


Fig. 44.

man aber  $S$  allzu nahe an  $O$ , so tritt der in Fig. 42 I dargestellte Fall ein, die Wage schwingt zu langsam, die Wägung dauert zu lange. Um die Schwingungsdauer abzukürzen, nimmt man bei modernen Wagen die Wagebalken ganz kurz; man verliert an Empfindlichkeit wegen dieser Verkürzung der Wagebalken, gewinnt aber ebenso viel oder noch mehr durch Verkleinerung des Gewichtes, weil die kürzeren Wagebalken leichter werden.

Die Empfindlichkeit der Wage wird natürlich je nach dem Zwecke verschieden gewählt werden. Für die feinsten chemischen und physikalischen Untersuchungen kann eine Wage kaum empfindlich genug sein, pharmazeutische Zwecke verlangen mittlere Empfindlichkeit, indessen z. B. für einen Kaufmann meist nur ungefähre Resultate vollständig genügen. Je empfindlicher die Wage, desto länger dauert das Abwägen, teils wegen der Schwingungsdauer, teils auch, weil die Abgleichung viel längere Zeit erfordert.

**83. Gewichtssätze.** Ein Gewichtssatz für kleinere Massen enthält z. B. in g:

50	20	10	10	}	vergoldetes Messing,
5	2	1	1		
0,5	0,2	0,1	0,1	}	Platin und Aluminiumblech.
0,05	0,02	0,01	0,01		

Man darf feine Gewichte nie mit dem Finger berühren, sondern nur mittels Metallpinzetten mit elfenbeinernen Spitzen heben. Beim Auflegen und Wechseln der Gewichte muß eine gute Wage immer arretiert und bei den letzten Schwingungsbeobachtungen das Wagegehäuse des störenden Luftzuges wegen geschlossen werden.

Um noch Milligramme zu bestimmen, ist ein ein Zentigramm schwerer Reiter, ein Platin- oder Aluminiumhäkchen auf dem in zehn Teilstriche geteilten Wagebalken verschiebbar. Liegt er z. B. auf dem Teilstriche 5, d. h. in der Mitte des einen Wagebalkens, so wirkt er wie 5 mg auf der Wagschale.

Die Wage ist eines unserer genauesten Instrumente. 100 g kann man bis auf  $\frac{1}{1000}$  mg, also bis auf ein Millionstel genau bestimmen.

**84. Verschiedene Wagen.** Bei Wagen muß die Wagschale immer mit sich selbst parallel bleiben; bei gewöhnlichen Wagen ist das selbstverständlich, bei anderen Konstruktionen ist darauf Rücksicht zu nehmen.

Bei **Tafelwagen** wird das sogenannte Roberval'sche Parallelogramm (Fig. 45) verwendet. Gewicht und die zu wägende Masse greifen hier, wo immer auf die Schalen man sie hinlegt, stets mit dem gleichen Drehmoment an; ebenso hoch als das Gewicht links z. B. hinaufgeht, geht die Last rechts herunter. Die schematische Wage in Fig. 45 hat sechs Drehpunkte; die wirklichen Tafelwagen haben viel mehr.

Die **Brückenwage** (Fig. 46) dient zum Wägen großer Lasten, Fuhrwagen u. dgl. durch kleine Gewichte. Der Hebelarm  $GB$  dreht sich um  $O$ , die „Brücke“  $CD$  hängt an  $A$  und steht bei  $D$  auf einer unteren Brücke  $EF$ , die an  $B$  hängt

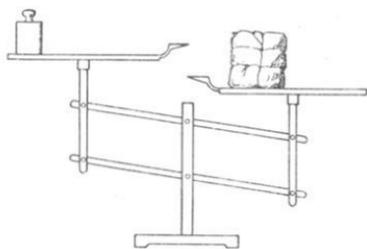


Fig. 45.

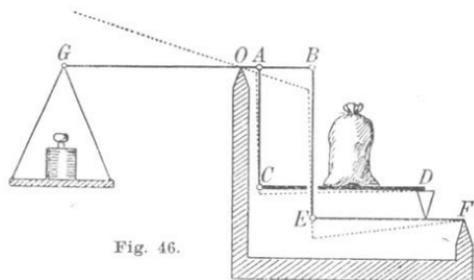


Fig. 46.

und auf der festen Schneide  $F$  aufliegt. Die Punkte  $G, A, B, C$  und  $E$  sind Aufhängeschneiden,  $O, D$  und  $F$  sind Auflageschneiden. Die Stange  $BE$  geht frei durch ein Loch in der oberen Brücke  $CD$ . Es sei z. B.  $OA = \frac{1}{4} OB$  und ebenso auch  $FD = \frac{1}{4} FE$ . — Senkt sich nun z. B.  $A$  und  $C$  um 1 mm, so senkt sich zunächst  $B$  und  $E$  um 4 mm, wie dies die punktierte Zeichnung darstellt. Dann aber senkt sich auch die Spitze unter  $D$  um 1 mm; es bleibt somit  $CD$  horizontal, d. h. immer parallel mit sich selbst. Ist  $OA = \frac{1}{10} OG$ , so muß auf der Wagschale links der zehnte Teil der Last auf der Brücke als Gegengewicht aufgelegt werden, Dezimalwage.

Bei der **Zeigerwage** (Fig. 47) setzt sich die Last nicht mit verschiedenen Gewichtsstücken, sondern mit einem einzigen Gewicht  $Q$ , das aber an einem Winkelhebel mit variablem Drehmoment befestigt ist, ins Gleichgewicht.

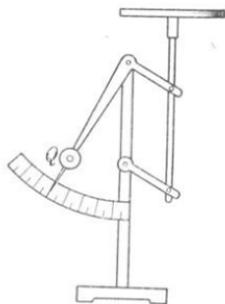


Fig. 47.

## Molekularphysik starrer Körper.

**85. Fester Körper.** Wir nennen einen Körper fest oder starr, welcher Gestaltsänderungen widerstrebt. Um hier die physikalisch kleinsten Teilchen, Molekel, relativ gegeneinander zu verschieben, bedarf es einer Kraft. Bei Verkleinerung der Distanz zwischen den Molekeln tritt eine abstoßende, bei Vergrößerung dieser Distanz eine anziehende Kraft zwischen den Molekeln auf; in den normalen Distanzen herrscht zwischen diesen beiden Kräften Gleichgewicht.

**86.** Die Eigenschaft, daß einer deformierenden Kraft innere Kräfte entgegenwirken, welche den ursprünglichen Zustand nach Aufhören der äußeren Kraft wieder herstellen, nennt man **Elastizität**. Auch flüssige und gasförmige Körper besitzen Elastizität, wenn auch in letzterem Falle eine andere Hypothese zur Erklärung der Phänomene herangezogen werden wird.

Ein Kautschukschlauch oder eine Arterie wird durch Zug länger und dünner. Ein elastischer Stab wird durch Druck kürzer und dicker. Man kann einen festen Körper auch biegen oder tordieren (drillen), wodurch gleichfalls elastische Molekularkräfte in Erscheinung treten.

**87.** Ein durch längere Zeit deformierter elastischer Körper nimmt nach Aufhören der deformierenden Kraft meist erst nach einiger Zeit die ursprüngliche Gestalt wieder an: **elastische Nachwirkung**. Solche Nachwirkungen zeigen sich auch bei anderen molekularen Vorgängen, z. B. Wärmeausdehnung, Magnetisierung usw.

**88.** Wird ein Körper so stark deformiert, daß er seine ursprüngliche Gestalt nicht wieder annimmt, so ist die **Elastizitätsgrenze** überschritten. Der gewöhnliche Sprachgebrauch nennt einen Körper elastisch, bei dem diese Elastizitätsgrenze sehr hoch ist. Es gibt keine absolut elastischen oder absolut unelastischen Körper.

**89.** Steigert man die angewendete Kraft immer mehr und mehr, so findet schließlich vollständige Trennung statt, ein Zerreißen oder Brechen des Körpers. Die dazu nötige Kraft heißt **Festigkeit**.

Wir wollen diese Erscheinungen an einigen einfachen Fällen untersuchen.

**90. Zugelastizität.** Ein Stab oder Draht hänge vertikal am oberen Ende festgeklemmt, indes das untere Ende verschieden belastet werden kann. Bestimmt man experimentell den eintretenden Längenzuwachs  $\lambda$ , so ergibt sich  $\lambda$  ziemlich genau proportional der wirkenden Kraft, z. B. ausgedrückt durch die Gewichtskraft  $P$ . Selbstverständlich ist, daß  $\lambda$  der Länge  $l$  des Drahtes direkt und dem Querschnitt  $q$  umgekehrt proportional ist.

Wenn ein Draht von 1 m Länge durch den Zug  $P$  eine bestimmte Verlängerung erfährt, so wird ein Draht von 2 m Länge, da jeder Meter unter derselben Zugwirkung steht, die doppelte Verlängerung erleiden müssen usw.; ein Draht mit zweifachem  $q$  kann als Vereinigung zweier parallelen Drähte von je ein  $q$  angesehen werden, so daß auf je einen dieser Drähte bei einer Gesamtzugkraft  $P$  nur  $P/2$  wirkt, somit auch nur  $\lambda/2$  Verlängerung eintritt.

Somit ist  $\lambda = \frac{lP}{Eq}$  wo  $E$ , der sog. **Elastizitätsmodul**, für verschiedene Körper verschieden ist. Man mißt hier  $P$  meist in kg-Gewichten und  $q$  nach  $\text{mm}^2$ , so daß  $E = \frac{lP}{\lambda q} \frac{\text{kg-Gewicht}}{\text{mm}^2}$ . Es ist also

$$\text{Elastizitätsmodul} = \frac{\text{Länge}}{\text{Verlängerung}}$$

für den Querschnitt  $1 \text{ mm}^2$  und den Zug von 1 kg Gewicht.

Setzt man  $l = \lambda$ , so kann man auch sagen, der Elastizitätsmodul ist gleich der Anzahl der kg-Gewichte, welche auf jeden  $\text{mm}^2$  des Stabquerschnittes wir-

ken müßten, damit sich die Stablänge verdoppelte (falls der Stab nicht schon vorher reißen würde).

	Elast. Modul:	Elast. Grenze:	Zugfestigkeit:
Nickelstahl von Krupp	25,000	60	100
Eisen	20,000	32	61
Kupfer	12,000	12	42
Blei	1,700	0,25	2

Diese Zahlen bedeuten kg-Gewicht bei 1 mm<sup>2</sup> Querschnitt. Im C. G. S. System wird  $g = 1 \text{ cm}^2$  und die Zugeinheit 1 Dyn; wir hätten dann obige Zahlen mit  $1000 \cdot 981 \cdot 100$  oder  $981 \cdot 10^5$  zu multiplizieren.

Solche Zahlen, die sich, wie die oben angeführten, auf eine bestimmte Substanz beziehen, heißen Materialkonstanten.

Aus den angeführten Zahlenbeispielen ergibt sich, daß selbst der beste Stahl durch eine Zugkraft von 60 kg pro mm<sup>2</sup> eine dauernde Deformation erleidet. Blei ist viel weniger elastisch; eine kleine Kraft von  $\frac{1}{4}$  kg pro mm<sup>2</sup> erzeugt schon dauernde Veränderungen; man nennt solche Substanzen dehnbar, biegsam usw.

**91. Sprödigkeit.** Wenn ein Körper beim Überschreiten der Festigkeitsgrenze in viele Stücke zerfällt oder „springt“, z. B. Glas, nennt man ihn spröde. Besonders spröde wird Glas, das durch rasche Abkühlung nach starker Erhitzung erstarrte, weil dann das Äußere zuerst erstarrt und das Innere beim Abkühlen sich zusammenziehend unter dauerndem Zwange bleibt. Kühlt man bis zur Weißglut erhitzten Stahl rasch ab, so wird er hart und spröde. Auch hier spielen ähnliche Einflüsse mit, wozu noch der weitere Umstand kommt, daß Stahl je nach dem raschen oder langsamen Abkühlen in seiner chemisch molekularen Zusammensetzung sich ändert. Für Instrumente, Messer u. dgl. kann der gehärtete Stahl nicht direkt verwendet werden, er muß vorher noch auf einige hundert Grade erwärmt, „angelassen“ werden.

**92.** Die bisher besprochenen Körper sind **isotrop**, d. h. richtungslos; ihre physikalischen Eigenschaften z. B. Elastizität, Wärme- und Elektrizitäts-Leitung, Lichtgeschwindigkeit usw. sind unabhängig von der Richtung. Anisotrope Körper, z. B. Kristalle und alle biologischen Organe haben je nach der Richtung verschiedene physikalische Eigenschaften. Die Elastizität und Festigkeit ist z. B. für Holz parallel den Fasern viel größer als senkrecht dazu.

**93. Elastizität organischer Gewebe.** Bei lebenden Organen sind einschlägige Messungen nur in Ausnahmefällen möglich; man muß sie im toten Zustande untersuchen, wo durch Temperaturänderung, Austrocknen und Wegfallen der Blutzirkulation die Zahlen meist ganz andere werden; Totenstarre. Sehr kompliziert werden die Versuche auch durch die Schwierigkeit der Befestigung der Probestücke und der angreifenden Gewichte. Ferner ist bei Geweben die elastische Nachwirkung oft sehr groß (eine wichtige Ausnahme bilden die Venen), so daß die eigentliche Verlängerung

und das Zurückgehen auf die ursprüngliche Länge immer nur mit einiger Willkür zu bestimmen sind. Dazu kommt noch eine andere Komplikation. Belastet man organische Gewebe, so dehnen sie sich wie ein Metalldraht momentan aus; dann aber kommt noch eine Nachdehnung. Umgekehrt nennen die Physiologen die physikalische elastische Nachwirkung (das zuerst rasche und dann langsame Zurückgehen auf die ursprüngliche Länge nach Wegnahme der Belastung) eine Nachschrumpfung. Die Elastizität organischer Gewebe ist verhältnismäßig gering. Nur das Muskelgewebe und das elastische Gewebe, welches daher seinen Namen hat, können elastisch im gewöhnlichen Wortsinne genannt werden. Das Nackenband eines Rindes kann bis auf mehr als die doppelte ursprüngliche Länge elastisch gedehnt werden<sup>1)</sup>.

Unter Elastometrie versteht man Elastizitätsmessungen am Bindegewebe des Lebenden, die vielleicht für manche klinische und pathologische Fragen Bedeutung gewinnen können.

**94. Biegungselastizität.** Auch für Biegungen gelten ähnliche Gesetze. Klemmt man einen horizontalen Stab an dem einen Ende fest und belastet das andere Ende, so senkt sich dieses proportional der angewendeten Kraft. Dabei ist klar, daß die oberste Schicht des sich nach abwärts biegenden Stabes länger und die unterste kürzer wird, indes die „neutrale“ Mitte unverändert bleibt. Da diese mittlere Partie ganz unbeteiligt ist, kann sie auch wegfallen. Um mit einer gegebenen Materialmenge eine maximale Biegungsfestigkeit zu erlangen, wird man dem Querschnitt dieses Materials besondere Formen geben, z. B. jene T-Form, wie wir sie an den Eisen-traversen unserer Bauten anwenden oder aber Röhrenform u. dgl.

Besonders groß wird die Biegungsfestigkeit einer Röhre, wenn der innere Durchmesser zum äußeren sich verhält wie etwa 8:11. Diese Dimensionierung besitzen die Halme der meisten Gewächse, viele Federkiele der Vögel und die langen Röhrenknochen der Tiere.

Die Biegungsfestigkeit der Knochen ist im allgemeinen sehr groß und oft so, daß der Bruch an bestimmten Stellen erfolgt. Beim Oberarmknochen des Menschen treten Sprünge bei 120—300 kg Belastung auf, wobei die Bruchstelle am oberen oder unteren Ende liegt; bei der Elle ist die Bruchbelastung 70—140 kg und es kann hier der Bruch an jeder Stelle eintreten.

Auch die Längsänderung von Spiralfedern gehört in das Gebiet der Biegungserscheinungen. Da auch hier die Verlängerung dem anziehenden Gewichte proportional ist, werden Spiralen zur Konstruktion der verschiedensten Federwagen verwendet. Während gewöhnliche Wagen Massen vergleichen, mißt man mit einer Federwage Kräfte. Ein Gewicht an einer

1) Die meisten Beispiele sind aus „Triepel, Physikalische Anatomie, Wiesbaden 1902“.

Federwage wird auf einem Berge oder einem Luftballon weniger ziehen als in der Ebene, weil die Gewichtskraft wegen größerer Entfernung vom Erdmittelpunkte schwächer geworden ist; in einem rasch fallenden Lift oder Luftballon wird sich die Feder weniger spannen und umgekehrt (§ 36). Diese Konstatierungen wären natürlich mit gewöhnlichen Hebelwagen unmöglich.

**95. Torsionselastizität.** Für physikalische Messungen von großer Bedeutung ist die Drillung oder Torsion eines zylindrischen Drahtes. Hängt man an einen solchen vertikalen Draht oder Faden (z. B. aus Seidenkokon oder Quarz) eine Magnetnadel, Spule oder dgl. und dreht irgendeine, z. B. elektrische, Kraft den aufgehängten Körper aus der Ruhelage, so wird der Aufhängefaden immer mehr und mehr tordiert, bis die immer größere Torsionskraft der ablenkenden Kraft das Gleichgewicht hält.

Diese Gegenkraft der Torsion ist direkt proportional der vierten Potenz des Drahtdurchmessers, umgekehrt proportional der Länge und unabhängig vom aufgehängten Gewichte.

Bei allen elastischen Deformationen tritt nach plötzlichem Aufhören der wirkenden Kraft nicht nur ein Zurückgehen in die Ruhelage ein, es erfolgt vielmehr infolge der bei diesem Zurückgehen erlangten Geschwindigkeit und der Trägheit eine Schwingung. Ist z. B. ein horizontaler Stab in seiner Mitte an einem dünnen vertikalen und elastischen Drahte aufgehängt, so stellt er ein Horizontalpendel dar, welches in einer Horizontalebene Schwingungen ausführt, da ja auch hier die gegen die Ruhelage zurückziehende Torsionskraft der Winkelelongation proportional ist. Die Schwingungsdauer ist groß, wenn die Torsionskraft des Fadens klein und das Trägheitsmoment des Stabes groß ist.

**96. Scherkraft.** Eine allgemeine physikalische Theorie der Elastizität muß die Lage der gedrückten Fläche gegen die wirkende Kraft berücksichtigen. Drückt (Fig. 48) eine Kraft  $K$  gegen die Fläche  $ff$ , so zerlegen wir  $K$  in die auf  $ff$  senkrechte Komponente  $K_1$  und die parallele  $K_2$ . Erstere wird ein Zusammendrücken im bereits erörterten Sinne der Druckelastizität ausüben,  $K_2$  wird aber den oberen Teil I des Körpers an dem unteren II gleitend wegschieben; eine solche Kraft heißt Scherkraft.

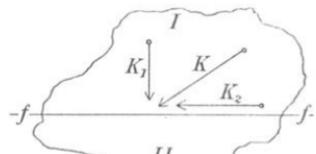


Fig. 48.



Fig. 49.

Die durch die äußere Kraft geweckten elastischen Innenkräfte können als Zug- und Druckkräfte auftreten. Ein an beiden Enden befestigter und in der Mitte belasteter horizontaler Stab (Fig. 49 übertrieben gezeichnet) wird in der Mitte auf Druck, an den Enden aber auf Zug beansprucht. Denken

wir uns einen ausgedehnten Block, auf dem in der Mitte eine äußere Kraft  $M$  wirkt, so stellt Fig. 50 die Zug- und Druckkräfte im Innern dar. Die Richtungen dieser Kräfte heißen Hauptdruckachsen, von denen es im allgemeinen an jedem Punkte des Körpers drei gibt, die zueinander normal stehen. Denkt man sich einen Körper in Prismen zerschnitten, deren Kanten jene Kurven sind, welche die Hauptdrucke darstellen, so gibt es keine Scherkraft, ein Gleiten der Prismen aneinander ist unmöglich. Der Maschinen- oder Brückenbauer muß bei seinen

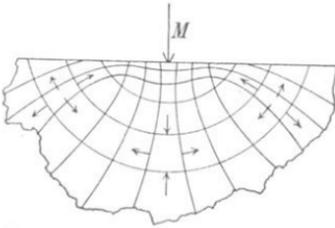


Fig. 50.

Konstruktionen auf diese Hauptdrucke Rücksicht nehmen. Auch die langgestreckten Knochen sind dementsprechend gebildet. Fig. 51 stellt den Durchschnitt vom oberen Ende des Oberschenkelknochens dar; man sieht, wie hier die Knochenlamellen in den Zug- und Druckachsen liegen.

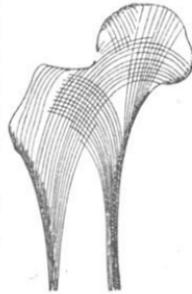


Fig. 51.

Die elastischen Verschiebungen erfordern zu ihrer Herstellung Energie. Diese Energie ist dann in den Deformationen des elastischen Körpers aufgespeichert. Analoge Zug- und Druckspannungen in dem hypothetischen Lichtäther werden wir bei der Lehre von der Elektrizität wieder antreffen.

**97. Dynamische Festigkeit.** Die Beanspruchung eines elastischen Körpers bei Stoßwirkung gehorcht eigenen Gesetzen. Solche plötzliche Beanspruchungen spielen in der Chirurgie bei Frakturen, Schußverletzungen usw. die Hauptrolle.

Denken wir uns einen vertikal hängenden elastischen Faden mit einem Schälchen am Ende, gegen das ich einen Schlag nach abwärts führe, wobei ich eine bestimmte Energie in das Schälchen hineinbringe. Es treten dann die Erscheinungen der „dynamischen Elastizität“ auf, die von denen der bis jetzt besprochenen statischen Elastizität verschieden sind. Die „dynamische Zugfestigkeit“ z. B. ist gleich einer Materialkonstante mal dem Volumen des beanspruchten Körpers. Daß sie dem Querschnitt proportional ist oder daß ein dickerer Körper schwerer zu zerreißen ist, ist selbstverständlich. Das ist auch bei der gewöhnlichen Zugfestigkeit (§ 90) der Fall. Die Kraft wirkt aber dort auf jeden einzelnen Teil des elastischen Fadens gleich stark; er reißt bei einem bestimmten Gewicht, ob er lang oder kurz ist. Bei dynamischer Beanspruchung, Stoß oder dgl. hat jedoch die für die erreichte Gesamtverlängerung gegebene Energie einen von der Länge unabhängigen Wert, verteilt sich also über diese ganze Länge; jeder cm der Länge wird also um so weniger beansprucht, je länger der Körper ist. Je länger und je breiter der beanspruchte Körper, desto größer die dynamische Festigkeit

Besteht der dynamisch zu dehnende Stab aus zwei Teilen, z. B. Muskel und Sehne, so wird zuerst der nachgiebigere Teil gedehnt und zerrissen. Bei Muskeln treten aber komplizierende Veränderungen physiologischer Natur im Innern auf, deren Besprechung hier zu weit führen würde.

Während die Knochen für statische Beanspruchungen, besonders gegen Druck, sehr widerstandsfähig sind, ist der Widerstand gegen dynamische Beanspruchung, besonders bei Biegung, ziemlich gering, was natürlich chirurgisch von Bedeutung ist.

Eine weitere physikalisch schwer faßbare Rolle bei dynamischer Festigkeit spielt neben der Energie  $\frac{1}{2}mv^2$  auch die Geschwindigkeit  $v$  allein. Eine Glasscheibe wird durch ein Geschoß glatt durchbohrt, der Bruch erfolgt an der Aufschlagstelle so rasch, daß die weiteren Partien gar nicht mehr beansprucht werden; ein Schußkanal im Holz ist kleiner als der Geschoßdurchmesser. Dasselbe Geschoß würde langsamer fliegend die ganze Glastafel zersprengen oder das ganze Holz auseinanderreißen. Die Schußwunden der rasch fliegenden kleinen modernen Geschosse sind ganz anders, als sie bei den langsamen Projektilen waren.

**98. Stoß.** Wenn eine fliegende Kugel an ein Hindernis stößt, so plattet sie sich ab. Ist die Kugel elastisch, so nimmt sie die alte Form wieder an und wird durch diese Kraft der Elastizität zurückgedrückt.

Fliegt eine elastische Kugel senkrecht gegen eine elastische Wand, so prallt sie in entgegengesetzter Richtung mit gleicher Geschwindigkeit zurück. Trifft die elastische Kugel eine Wand schief in der Richtung  $AO$ , so fliegt sie in der Richtung  $OB$  weiter (Fig. 52, welche identisch ist mit Fig. 9). Es gelten dieselben Gesetze wie bei den Reflexionen § 15, weshalb auch die Newton'sche Lichtemissions-Hypothese das Wesen eines Lichtstrahles (fälschlich!) durch fliegende elastische Teilchen zu erklären suchte. Der Einfallswinkel ist aber nur dann gleich dem Reflexionswinkel, wenn die anprallende Kugel nicht rotiert („Fälschung“ beim Billard).

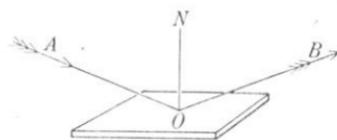


Fig. 52.

Wenn die Mittelpunkte zweier sich stoßenden Kugeln auf einer geraden Linie sich bewegen, so nennt man den Stoß zentral. Zwei gleich große elastische Kugeln tauschen beim „zentralen Stoße“ ihre Geschwindigkeit aus. Bewegen sie sich z. B. mit gleicher Geschwindigkeit gegeneinander, so fliegt jede Kugel nach dem Stoße mit derselben Geschwindigkeit den eben gemachten Weg zurück; wird z. B. eine ruhende Kugel I von einer gleich großen nach rechts hinfliegenden Kugel II getroffen, so bleibt II nach dem Stoße in Ruhe und I fliegt mit der Geschwindigkeit von II nach rechts weiter. Beim elastischen Stoß geht keine Bewegungsenergie  $\frac{1}{2}mv^2$  verloren.

Anders beim unelastischen Stoß. Fällt eine unelastische Kugel vertikal auf eine horizontale unelastische Platte, so bleibt sie ruhig liegen, die Bewegungsenergie der aufgefallenen Masse ist (scheinbar) verloren gegangen; sie hat sich (§ 258) in Wärmeenergie verwandelt.

Zwei unelastische Kugeln von gleicher Masse, Geschwindigkeit  $v_1$  und  $v_2$ , gehen nach einem zentralen Stoße mit der Geschwindigkeit  $\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$  gemeinsam weiter. Bewegen sie sich z. B. mit gleicher aber entgegengesetzter Geschwindigkeit ( $+v$  und  $-v$ ) gegeneinander, so bleiben sie nach dem Stoße in Ruhe.

## 2. Mechanik flüssiger Körper.

**99. Vorläufige Charakterisierung.** Wir können eine Flüssigkeit aus einem Gefäße in ein anderes gießen, wobei die Flüssigkeit, ohne ihr Volumen zu ändern, sich den Formen des Gefäßes möglichst anschmiegt und nach oben von einer horizontalen Fläche begrenzt ist. Die Möglichkeit dieses Umgießens aus einem Gefäß in ein anderes ohne Volumänderung ist wohl auch nach der landläufigen Auffassung das Wesentlichste im Begriffe Flüssigkeit. (Dabei ist zunächst auf den Einfluß der Wärme, die Bildung von luftgefüllten Hohlräumen und dergl. keine Rücksicht genommen.)

Des ferneren kann ein fester Körper langsam in einer Flüssigkeit fast ohne Widerstand bewegt werden, z. B. die Hand durch Wasser. Um das zu verstehen, machen wir die Annahme, Hypothese, daß die kleinsten Flüssigkeitsteilchen, die Molekel, ohne Reibung sich gegeneinander verschieben lassen. Das gilt aber nur von einer vollkommenen oder idealen Flüssigkeit. In Wirklichkeit haben die einzelnen Teilchen doch eine, meistens kleine, Reibung gegeneinander: „innere Reibung“ oder „Viskosität“, auch „Zähigkeit“ genannt. Wir sprechen darüber § 115.

Wie man bei einer Flüssigkeit den Versuch macht, die molekularen Distanzen zu ändern, d. h. die Flüssigkeit auseinanderzureißen oder zusammenzupressen, so treten Gegenkräfte auf. Die Molekularkräfte, welche beim Auseinanderrücken der Teilchen sich zeigen, nennt man Kohäsionskräfte; wir werden darüber in dem Kapitel „Kapillarität“ sprechen (§ 129). Die Molekularkräfte, welche einem Näherrücken der Flüssigkeitsmolekel widerstreben, sind ganz enorme: die Zusammendrückbarkeit oder „Kompressibilität“ ist minimal. Es bedarf ganz besonders großer Drucke, wenn man das Volumen einer Flüssigkeit auch nur wenig verkleinern will. Ein Druck, der z. B. ein Gas (von Atmosphärendruck) auf die Hälfte zusammenpreßt, erzeugt bei Wasser nur eine Volumsverminderung von ca. 0,005%. Diese Volumsverminderung ist so klein, daß sie in den meisten

Fällen vernachlässigt werden kann. Eine ideale Flüssigkeit besitzt also keine Viskosität und keine Kompressibilität.

Das Verhältnis der Druckzunahme zur Kompression heißt auch „Volumelastizität“; sie ist bei Flüssigkeit eine sehr große.

### Niveauflächen.

**100.** Aus der leichten Verschiebbarkeit der Flüssigkeitsteilchen gegeneinander folgt, daß für ruhende Flüssigkeiten alle **freien Oberflächen** in Gefäßen horizontal sein müssen. Hätte nämlich eine Flüssigkeit in einem Gefäße eine Oberfläche, welche Berge und Täler aufwiese, so würden dann die einzelnen Teilchen ohne jegliche Reibung längs den schiefen Ebenen der Erhöhungen möglichst tief in die Vertiefungen hinuntergleiten; dadurch wird die Oberfläche horizontal. Oder: alle Flüssigkeitsteilchen zusammen haben einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt, der möglichst tief hinunter will (§ 42). In kommunizierenden Röhren (Fig. 53) steht die Flüssigkeit aus letzterem Grunde überall gleich hoch. (So würden auch die einzelnen Teilchen eines Sandhaufens, wenn sie keine Reibung besäßen, so lange hinuntergleiten, bis die Oberfläche vollständig horizontal geworden ist.)

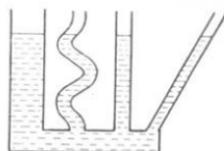


Fig. 53.

Eine ruhende Flüssigkeitsoberfläche kann daher in der Weise definiert werden, daß sie in jedem Punkte senkrecht auf der Richtung der wirkenden Kraft steht; da diese Kraft meistens die vertikale Schwerkraft sein wird, ist die Oberfläche meistens horizontal. Wenn ich irgendeine Masse auf dieser Horizontalfläche, einer Niveaufläche, bewege, so leiste ich, abgesehen von der Reibung und abgesehen von der beim Einleiten der Bewegung nötigen Überwindung der Trägheit (Erzeugung von  $\frac{1}{2}mv^2$ ), keine Arbeit, da die Bewegung stets senkrecht zur Richtung der Kraft geschieht.

Nun muß aber eine solche Niveaufläche keineswegs horizontal sein. Denken wir uns ein gewöhnliches mit Wasser gefülltes Trinkglas (Fig. 54) um die Achse  $aa$  rotiert, so erfährt irgendein Flüssigkeitsteilchen neben der Schwerkraft  $g$  auch noch die Zentrifugalbeschleunigung  $\varphi$  und die Resultierende beider ist  $r$ . Irgendein Flüssigkeitsteilchen wird von der ursprünglich horizontalen Oberfläche nach der Seite gezerrt werden und es kann erst wieder Gleichgewicht herrschen, bis die Flüssigkeitsoberfläche sich senkrecht auf die Richtung der Resultierenden  $r$  gestellt hat. Hier ist die Niveaufläche gekrümmt, d. h. wenn ich in diesem rotierenden Gefäße irgendeine mitrotierende Masse längs dieser Fläche (Paraboloid) verschiebe, leiste ich keine Arbeit.

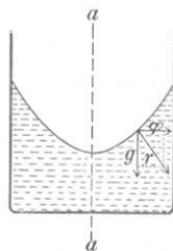


Fig. 54.

**101.** Solche **Niveauflächen** können oft komplizierte Formen annehmen, und wir wollen in folgendem eine Betrachtung durchführen, die

wir später in der Elektrizitätslehre wiederfinden. Es sei zunächst Fig. 55 eine frei im Weltenraume befindliche feste Kugel (schwarz gezeichnet); die anziehende Gravitationskraft wirkt so, als wäre die ganze Masse im Mittelpunkt konzentriert. Bringen wir eine entsprechende Wassermenge auf diese Kugel, so wird diese in Kugelform  $aa$  sich herumlegen. Auch die Meeresfläche der Erde bildet ja eine Kugelfläche. Bringen wir mehr Wasser auf die Kugel, so hätten wir vielleicht die Kugelfläche  $bb$  erhalten oder  $cc$  usw. Alle diese (punktirt gezeichneten) Kugelflächen sind Niveaulflächen und alle stehen sie senkrecht auf der (Pfeil-)Richtung der Gravitationskraftlinien der anziehenden Kugel. Um irgendeine Masse längs einer Niveaulfläche zu verschieben, bedarf es keiner Energie, wohl aber verbrauche ich Energie, um von  $aa$  zu  $bb$  und zu  $cc$  zu gelangen, indes ich bei Bewegungen in umgekehrter Richtung Energie gewinne.

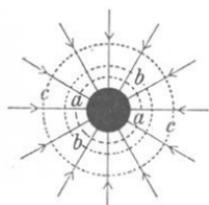


Fig. 55.

Nun wollen wir uns (Fig. 56) zwei Kugeln im Raume fixiert vorstellen. Bringen wir zunächst auf jede dieser Kugeln eine gewisse Wassermenge, so erhalten wir sowohl um die Kugel links als auch um die Kugel rechts je zwei kugelförmige Niveaulflächen. Da aber jede dieser beiden Wassermassen auch von der Nachbarkugel angezogen wird, so werden sie, wie wir es in der Figur sehen, in der Verbindungslinie ein wenig genähert sein. Bringen wir jetzt auf beide Kugeln mehr Wasser, so wird diese Ausbauchung schon sichtbarer. Nehmen wir noch mehr Wasser, so tritt Vereinigung ein und wir erhalten als Gleichgewichtsform der Flüssigkeitsoberfläche ungefähr die Form  $aaaa$ , mit mehr Wasser  $ββββ$  usw. Die Niveaulflächen entstehen aus den gezeichneten Kurven, wenn wir uns das Ganze um die Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte rotiert denken. Die äußersten Niveaulflächen werden sich immer mehr der Kugelform nähern. Die Richtung der Kraft (ausgezogene Pfeile) steht senkrecht auf den Niveaulflächen: Gravitationskraftlinien.

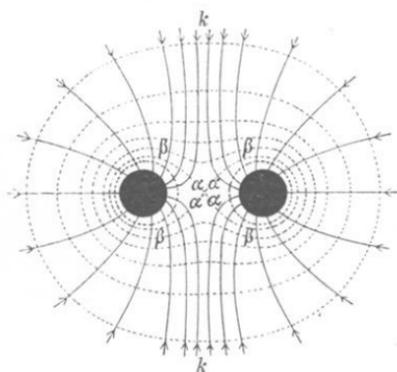


Fig. 56.

Wenn wir in Fig. 55 und in Fig. 56 uns auch alle Wassermassen wegdenken, so bleiben die gefundenen Flächen trotzdem Niveaulflächen (für diesen Fall ist die Zeichnung ganz genau). Sie sind dann eine Art von Gerüste im Raum, natürlich nicht wirklich, sondern nur gedacht, ein geometrisches Hilfsmittel der Vorstellung.

Wenn also ein Körper von fernher gegen die zwei Kugeln in Fig. 56

fällt, so wird er z. B. längs der Linie  $k$  sich bewegen; in der Nähe der zwei Kugeln aber wird er, je nachdem die Linie  $k$  auf die eine oder auf die andere Seite führt, auf die eine oder andere Kugel fallen.

### Fortpflanzung des Druckes.

**102. Flüssigkeitsmaschine.** Denken wir uns ein Gefäß (Fig. 57) vollständig gefüllt mit einer inkompressiblen Flüssigkeit, wobei wir zunächst von der Wirkung der Schwere absehen wollen. Wir pressen den Kolben  $S$  (d. i. eine kreisförmige, feste Scheibe, die sich mit geringer Reibung in der umschließenden Röhre bewegt) in die Flüssigkeit um die Strecke  $a$  hinein; die drückende Fläche von  $S$  sei  $f$ , dann muß für die im Zylinderraum  $af$  befindliche Flüssigkeit Platz gemacht werden. Da die Teilchen ohne Reibung gegeneinander verschiebbar sind, so kann der Volumersatz in der Flüssigkeit irgendwo stattfinden, d. h. der Druck pflanzt sich nach allen Richtungen in der Flüssigkeit gleichmäßig fort. Das Gefäß dehnt sich entweder aus oder es platzt. Man nennt diesen von innen nach außen wirkenden Druck oft Binnendruck. Wenn aber irgendwo an beliebiger Stelle ein zweiter Kolben  $S'$  mit der Grundfläche  $f'$  ist, so wird er, um der verdrängten Flüssigkeit Platz zu machen, hinausgeschoben und zwar um die Strecke  $a'$ , welche dadurch charakterisiert ist, daß der so gewonnene Zylinderraum  $a'f'$  ebenso groß ist wie der früher durch das Hineinrücken von  $S$  verloren gegangene Raum  $af$ . Selbstverständlich sind nicht jene Molekel, die wir aus dem Raume  $af$  weggedrängt, nach  $a'f'$  gelangt, sondern nur eine ihnen gleiche Anzahl. Nennen wir die Kraft, mit der ich  $S$  hineingedrückt habe  $k$ , und die, mit der  $S'$  herausgedrückt wird,  $k'$ , so ist die aufgewendete Arbeit bei  $S$ , Kraft mal Weg, gleich  $ka$ . Die bei  $S$  gewonnene Arbeit muß ebenso groß sein, also  $ka = k'a'$ . Nun war  $fa = f'a'$ , also durch Division dieser 2 Gleichungen  $k:k' = f:f'$ , d. h. es verhalten sich die Drucke wie die gedrückten Flächen. Was an Kraft gewonnen wird, geht an Weg verloren. Wenn wir somit  $f$  sehr klein und  $f'$  sehr groß nehmen, können wir eine sehr kleine Kraft  $k$  in eine sehr große  $k'$  verwandeln.

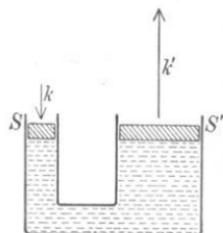


Fig. 57.

**103.** Diese ganze Betrachtung setzt voraus, daß der **Druck**  $k$  in der Richtung des Weges  $a$  liegt, d. h. daß er **senkrecht zur gedrückten Fläche** steht. Das ist selbstverständlich, da ja die drückenden Flüssigkeitsteilchen ganz gleichmäßig vor der gedrückten Ebene liegen. Wäre die Druckrichtung geneigt gegen die Fläche, so wäre die Wahl des Neigungswinkels eine ganz willkürliche und daher eine Bestimmung ganz unmöglich; die Normalrichtung ist hier die einzig definierte.

**104.** Die Tatsache, daß der Druck einer Flüssigkeit sich nach allen Richtungen fortpflanzt, wird in der **hydraulischen Presse** (Fig. 58) zur Erzeugung sehr großer Drucke verwendet.  $S$  ist ein kleiner Kolben mit

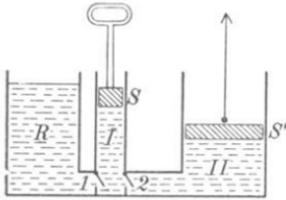


Fig. 58.

der Grundfläche  $f$ ,  $S'$  ein ganz analoger Kolben, nur mit größerer Grundfläche  $f'$ . Wenn  $S$  (mittels eines nicht gezeichneten einarmigen Hebels) hinuntergedrückt wird, wird das Ventil 1 nach links gepreßt und geschlossen, das Ventil 2 wird nach rechts gedrückt und geöffnet. Die durch das Einschieben von  $S$  verdrängte Flüssigkeit braucht Platz und dieser kann nur in II geschaffen werden, wo  $S'$  um ein kleines Stück, aber mit

großer Kraft gehoben wird. Ziehe ich nun  $S$  hinauf, so wird durch die etwas zurückströmende Flüssigkeit das Ventil 2 geschlossen und der durch das Heben von  $S$  geschaffene Raum wird aus dem äußeren Reservoir  $R$  mit frischer Flüssigkeit gefüllt, deren Einströmen das Ventil 1 hebt. So wird durch fortgesetztes Pumpen der Kolben  $S'$  allmählich in die Höhe gehoben und man kann, wenn  $f'/f$  sehr groß ist, ganz kolossale Kräfte und Drucke erzeugen. Befindet sich z. B. über  $S'$  eine feste Wand, so kann irgendein Metallklotz auf diese Weise plattgedrückt werden. Man kann dicke Metallstäbe biegen, Öl auspressen, Aufzüge betreiben usw.

**105.** Jede Flüssigkeit ist der Anziehungskraft der Erde unterworfen und muß darum auf den Boden des Gefäßes, in welchem sie ist, einen

Druck ausüben, den sog. **Bodendruck**  $b$  (Fig. 59) und ebenso auf die Seitenwände, den sog. **Seitendruck**  $s$ . Die Druckrichtung ist stets senkrecht auf die gedrückte Fläche und es kann dieselbe eventuell auch,  $s'$ , nach oben gerichtet sein. Wenn also nebenstehendes Gefäß bei  $b$  ein Loch hätte, würde die Flüssigkeit nach unten durchspritzen, bei  $s$  nach der Seite, bei  $s'$  hingegen schief nach oben.



Fig. 59.

**106. Hydrostatisches Paradoxon.** Ein oben und unten offener Glaszylinder  $g$  (Fig. 60 rechts), ist an einem Stativ  $T$  unbeweglich befestigt.  $mor$  ist ein zweiarmliger Hebel mit dem Drehpunkte  $o$ , so daß eine Metallscheibe  $m$  durch das Übergewicht  $r$  an die untere Fläche des Glaszylinders angedrückt wird und ihren Boden bildet. Füllt man  $g$  mit Flüssigkeit, so wird der Boden  $m$  immer mehr belastet, bis schließlich der Druck bei einer bestimmten Flüssigkeitshöhe zu groß wird,  $m$  sinkt und die Flüssigkeit ausfließt; der Bodendruck in  $g$  ist dann größer geworden als das entgegengesetzte Drehmoment der Gewichtskraft  $r$ . Nehmen wir nun statt der zylindrischen Form des Gefäßes  $g$  eine kegelförmige Form, die nach oben sich erweitert, wie in  $aa$  oder verjüngt wie in  $bb$ ,

wobei aber die Grundfläche ungeändert bleibt, so werden wir bei Wiederholung des Versuches ein Niedersinken von  $m$  und Ausströmen wieder dann sehen, wenn Flüssigkeit bis zur selben Höhe eingefüllt wurde, wie beim ersten Versuch. Der Bodendruck ist also bei gleicher Grundfläche unabhängig von der Gefäßform und hängt nur von der Flüssigkeitshöhe ab; die verschiedenen Flüssigkeitsmengen werden scheinbar durch dasselbe Übergewicht  $r$  der Wage getragen und darum spricht man von einem hydrostatischen Paradoxon. Überlegen wir aber die Rolle des Seitendruckes, so sehen wir, daß im ersten Falle das Stativ  $T$  nur das Gewicht des Glaszylinders  $g$  zu tragen hat; in  $aa$  können wir uns den Seitendruck  $s$ , der immer senkrecht auf die feste Wand ist, in die Komponenten  $u$  und  $v$  zerlegen;  $v$  drückt nach abwärts auf das Glas  $aa$ . Es hat also das Stativ  $T$  im Falle  $aa$  einen Druck nach abwärts zu tragen. Das Umgekehrte tritt im Gefäße  $bb$  ein.

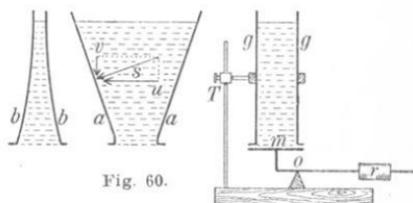


Fig. 60.

Denken wir uns die Glaswand gewichtslos und statt des Trägers  $T$  eine Hand, die die Gefäße hält, so hat diese in  $gg$  nichts zu tragen, in  $aa$  wird sie hinuntergedrückt, in  $bb$  hinauf. Was wir also scheinbar an der Wage zu viel oder zu wenig an Gewicht vorfinden, kommt auf Rechnung des Stativ-Gewichtes.

Ist  $d$  die Dichte einer Flüssigkeit, so drückt diese auf irgendeine beliebige Fläche  $f$  im Innern mit einem Drucke  $hfd$  Grammgewichten oder  $hfdg$  Dyns, wo  $h$  die Entfernung der Fläche  $f$  von der Oberfläche ist.

**107. Auftrieb.** Denken wir uns eine in Ruhe befindliche Flüssigkeit und in ihrer Mitte irgendeinen Raum  $r$  im Geiste abgegrenzt durch eine starre, gewichtslose Hülle, wie sie in Fig. 61 angedeutet ist. Die Flüssigkeit innerhalb und außerhalb  $r$  sei dieselbe. Von allen Seiten wird die Grenzfläche dieses Raumes  $r$  von der äußeren Flüssigkeit gedrückt. Das Schlußresultat der Gesamtwirkung ergibt folgende einfache Überlegung. Die Flüssigkeitsmenge im Innern von  $r$  hat ein gewisses Gewicht und fällt trotzdem nicht zu Boden; es muß also eine dieser Gewichtskraft entgegengesetzte und gleiche Kraft nach aufwärts wirken: der Auftrieb. Wir können uns nun in dem Innenraum von  $r$  an Stelle der Flüssigkeit irgendeinen anderen gleichgeformten Körper hineindenken; dadurch wird an den von außen drückenden Kräften der Flüssigkeit nichts geändert; der Auftrieb wird derselbe bleiben. Jeder im Inneren einer Flüssigkeit befindliche Körper erfährt also durch die drückende Flüssigkeit einen

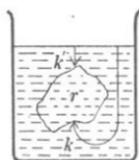


Fig. 61.

Auftrieb nach oben, der ebenso groß ist wie das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit.

Man kommt zum gleichen Resultate durch diese Überlegung: Der nach aufwärts wirkende Flüssigkeitsdruck  $k$  ist größer als der nach abwärts wirkende  $k'$ , weil die unteren Flächen des eingetauchten Körpers tiefer unter der Flüssigkeitsoberfläche sind als die oberen.

Wenn wir somit irgendeinen Körper in eine Flüssigkeit tauchen, wird er scheinbar an Gewicht verlieren (Prinzip von Archimedes). Ich nehme ein mit Wasser gefülltes Trinkglas in die linke Hand und in die rechte einen an einem Faden befestigten Stein. Lasse ich nun den Stein in die Flüssigkeit hineinhängen, so wird er für die rechte Hand leichter, hingegen wird dieses scheinbar ersparte Gewicht von der linken Hand getragen, weil das Wasser im Glase höher steht und der Bodendruck daher ein größerer geworden ist. Statt mit der rechten und linken Hand qualitativ, kann man mit zwei Wagen diesen Versuch quantitativ machen.

**108. Bestimmung des spez. Gewichtes.** §§ 32 und 33 definierten wir spezifisches Gewicht (resp. Dichte) als Gewicht (resp. Masse) von  $1 \text{ cm}^3$ . Um das spezifische Gewicht (oder die Dichte) zu bestimmen, müssen wir das Gewicht (oder die Masse) des Körpers durch sein Volumen dividieren. Letzteres kann manchmal geometrisch abgemessen werden. In den meisten Fällen aber geschieht diese Volumbestimmung mit Hilfe des Archimedischen Prinzips. Ein fester Körper, dessen spezifisches Gewicht  $s$  man finden will, hängt mittels eines dünnen Fadens an der einen Seite einer Wage: hydrostatische Wage; er wird zuerst in Luft gewogen (Gewicht  $P$ ) und dann unter Wasser (Gewicht  $p$ ). Der Gewichtsverlust oder Auftrieb ( $P - p$ ) ist gleich dem Gewicht des verdrängten Wassers oder dem Volumen des verdrängten Wassers oder schließlich dem Volumen des Körpers selbst, es ist also  $s = \frac{P}{(P - p)}$ .

$$\text{Spezifisches Gewicht des festen Körpers} = \frac{\text{Gewicht in Luft}}{\text{Auftrieb in Wasser}}$$

Um das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit zu bestimmen, mißt man mittels hydrostatischer Wage den Auftrieb eines und desselben (beliebigen) Körpers zuerst in Wasser und dann in der Flüssigkeit. Letztere Zahl gibt das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit, erstere das Volumen:

$$\text{Spezifisches Gewicht der Flüssigkeit} = \frac{\text{Auftrieb in Flüssigkeit}}{\text{Auftrieb in Wasser}}$$

In Fig. 62 ist die Mohr'sche Wage abgebildet. — Als Senkkörper hängt ein Thermometer zunächst in Wasser an einem dezimal geteilten Wagebalken; der Auftrieb wird gerade durch einen großen Reiter am rechten Ende des Wagebalkens kompensiert; die anderen Reiter sind zeh- und hundertmal leichter.

In Fig. 62 ist der Senkkörper in einer Flüssigkeit äquilibrirt, deren spezifisches Gewicht eine direkte Ablesung zu 1,373 ergibt, denn ein Reiter Eins hängt an 1 und 0,3 des Balkens, ein Zehntel Reiter an 0,7 und ein kleiner hundertstel Reiter an 0,3.

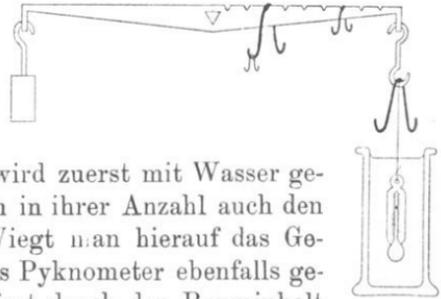


Fig. 62.

Man kann das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit auch mittels eines kleinen Glasgefäßes mit sehr engem Halse, Pyknometer, bestimmen. Es wird zuerst mit Wasser gefüllt; die Gramme Wassergewicht geben in ihrer Anzahl auch den Volumeninhalt des Gefäßes in  $\text{cm}^3$ . Wiegt man hierauf das Gewicht irgendeiner Flüssigkeit, die dieses Pyknometer ebenfalls genau anfüllt, so ergibt diese Zahl dividiert durch den Rauminhalt des Gefäßes die Dichte.

Mit Hilfe des Pyknometers kann man auch das Volumen und so die Dichte pulverförmiger Körper bestimmen. Das Gewicht des Pulvers sei  $P$ . Bringe ich das Pulver in das Pyknometer, das leer  $p$  Gramm Wasser faßte, und fülle ich Wasser zum Pulver, so ergibt sich diese neue Füllung des Wassers z. B. mit  $p'$ . Es ist dann  $(p - p')$  der vom Pulver eingenommene Raum, so daß  $P : (p - p')$  die Dichte des Pulvers ist.

**109. Schwimmen.** Ist das spezifische Gewicht eines festen Körpers gleich dem der Flüssigkeit, so wird er in dieser schweben. Ist es hingegen kleiner, so wird er von der Flüssigkeit so getragen, daß er nur so weit in diese eintaucht, bis das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ebenso groß ist wie das Gewicht des ganzen Körpers. Auch spez. schwerere Körper, z. B. Eisenschiffe schwimmen auf Wasser, wenn sie nur infolge ihrer Konstruktion genügend Wasser verdrängen.

**110.** Die rascheste Methode zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Flüssigkeiten bieten die sog. **Aräometer**. Ein beiderseits zugeschmolzenes und unten in  $\delta$  beschwertes Glasgefäß (Fig. 63) sinke im Wasser bis zu einer bestimmten Marke ein. In einer spezifisch schwereren oder dichteren Flüssigkeit wird es weniger, in einer spezifisch leichteren oder weniger dichten Flüssigkeit tiefer einsinken. Eine empirisch ermittelte Skala an der Aräometerspindel  $s$  gibt dann direkt durch die Tiefe des Eintauchens das spezifische Gewicht der Flüssigkeit.

Solche Aräometer werden für bestimmte Zwecke in verschiedenen Formen konstruiert, z. B. für Alkohol (Alkoholometer), Milch (Laktometer), Zucker im Harne (Urometer) usw.

**111. Temperatureinfluß.** Da  $1 \text{ cm}^3$  Wasser von  $4^\circ \text{C}$  ein Gramm repräsentiert, so wäre bei allen den vorangegangenen Betrachtungen

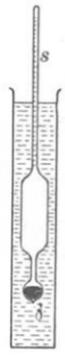


Fig. 63.

tungen stets zu ergänzen „Wasser von 4° C“. Das Wasser bei Zimmertemperatur hat eine kleinere Dichte, es müßte also eine entsprechende Reduktion vorgenommen werden (§§ 235 u. 238).

**112.** Die mittlere Dichte des menschlichen Körpers ist etwa 1. Ein **menschlicher Schwimmer** verdrängt um so mehr Wasser, je stärker die Lungen mit Luft gefüllt, je mehr der Brustkörper gewölbt ist. Es ist daher möglich mit stark nach rückwärts gekrümmtem Oberkörper rücklings auf dem Wasser zu ruhen. Bläst man hingegen die Luft aus, so sinkt man unter. Da die Knochen spezifisch schwerer und das Fett spezifisch leichter als das Wasser, werden fette Personen leichter schwimmen als magere. Die Kunst des Schwimmens besteht darin, durch passenden Druck der Füße und der Handflächen nach abwärts und nach rückwärts ein Untersinken zu verhüten und gleichzeitig einen Antrieb nach vorne zu erhalten.

Die Fische benützen eine **Luftblase**, welche sie willkürlich vergrößern und verkleinern können, wodurch der Auftrieb nach aufwärts so reguliert wird, daß ein Hinaufsteigen oder Hinuntersinken stattfindet. In ähnlicher Weise wird das Steigen der Unterseeboote künstlich bewirkt. Auch Wasserinsekten können durch Regulierung des Luftinhaltes in ihren Tracheen die Lage ihres Schwerpunktes sowohl als auch den Auftrieb verschiedenartig ändern.

Viele Wasserpflanzen verdanken ihre vertikal gestreckten Stellungen dem Auftriebe.

### Bewegte Flüssigkeiten.

**113. Idealer Ausfluß.** Aus einem Gefäße (Fig. 64), das unten bei  $o$  ein kleines Loch besitzt, fließe Flüssigkeit aus. Die Flüssigkeit im Gefäße selbst erhält kaum eine nennenswerte Geschwindigkeit; der heraustretende Strahl aber besitzt eine größere Geschwindigkeit  $v$ . Nehmen wir an, es sei die oberste punktierte gezeichnete Masse  $m$  der Flüssigkeit abgeflossen, so gibt uns  $\frac{1}{2}mv^2$  die kinetische Energie des ausgetretenen Strahles. Um diese Energie wiederzugewinnen, müßte man dieselbe Flüssigkeitsmasse  $m$  wieder an die alte Stelle bringen, also die Höhe  $h$  hinaufheben oder die Kraft  $gm$  längs des Weges  $h$  überwinden. Es muß also sein (Theorem von Torricelli):

$$\frac{1}{2}mv^2 = gmh \quad \text{oder} \quad v^2 = 2gh.$$

Diese Gleichung haben wir bereits beim Falle (§ 24) kennen gelernt; wir sehen, daß die Geschwindigkeit des austretenden Strahles ebenso groß ist als ob die Flüssigkeit die Höhe  $h$  frei herabgefallen wäre. Die Ausflußmenge pro sek erhalten wir durch Multiplikation der Geschwindigkeit mit dem Querschnitt des austretenden Strahles.

Das Loch  $o$  könnte auch an der Seite sein, da ja der Seitendruck in gleicher Tiefe genau so groß ist wie der Bodendruck. In Fig. 65 müßte,

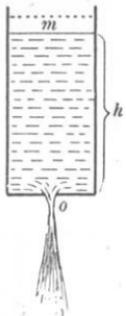


Fig. 64.

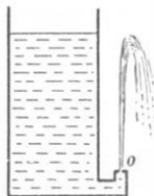


Fig. 65.

abgesehen von der Reibung, der Flüssigkeitsstrahl vertikal bis zur ursprünglichen Höhe emporspritzen.

Aus dem Gesagten erhellt:

1. das Quadrat der Ausströmungsgeschwindigkeit oder der Ausflußmenge ist proportional der Druckhöhe. Wenn wir daher ein Gefäß nehmen, welches in den Höhen 1, 4, 9 cm vom Boden je eine Marke besitzt, so wird die Zeit, die die Flüssigkeit braucht, um von 9 bis 4 oder von 4 bis 1 oder von 1 bis 0 zu sinken, gleich sein. Ein Flüssigkeitsstrahl fließt aus einem vollen Gefäß rascher aus als aus einem weniger gefüllten.

2. Die Gleichung enthält keinerlei Symbol einer Materialkonstante, welches Bezug nähme auf die Beschaffenheit der Flüssigkeit: Alle Flüssigkeiten fließen gleich schnell aus, genau wie alle Körper gleichschnell fallen. Lassen wir aus einem der Gefäße (Fig. 64 oder 65) einmal Quecksilber, das andere Mal Wasser ausströmen, so wird die Ausflußzeit in beiden Fällen fast die gleiche sein.

**114.** Von dieser einfachen Theorie Torricelli's aber entstehen Abweichungen bis zu 38% durch Zusammenziehung des ausfließenden Strahles, *Contractio venae*, welche entsteht einmal, weil Teilchen von allen Seiten her gegen den ausfließenden Strahl strömen und weil ferner ein molekularer, zusammenschnürender Oberflächendruck herrscht (§ 129). Aus diesen beiden Gründen wird der ausfließende Flüssigkeitsstrahl konisch.

**115. Flüssigkeitsstrom in einer Röhre.** Wenn eine Flüssigkeit durch eine lange dünne Röhre fließt, so erfährt sie einmal eine äußere oder gleitende Reibung an der festen Röhrenwand, dann aber auch eine innere Reibung, weil jedes Flüssigkeitsteilchen parallel der Röhrenachse, aber rascher im Inneren als am Rande strömt.

Etwas Ähnliches zeigt die Betrachtung eines Stromes oder Baches, wo auch das Wasser in der Mitte am schnellsten fließt. Dadurch reiben sich die Flüssigkeitsschichten aneinander: innere Reibung oder Viskosität. Beim Strömen einer Flüssigkeit durch Röhren kann man also nur von einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit sprechen.

An der Oberfläche eines Baches oder Stromes bemerkt man überdies verschiedene Wirbelbewegungen. Solche Unregelmäßigkeiten, turbulente Bewegungen, kommen auch in weiten, seltener in engen Röhren vor. Im Röhrensystem des Blutkreislaufes z. B. fehlen sie fast ganz. Nur an Verzweigungs- und Knickungsstellen finden unregelmäßige Stauungen u. dgl. statt.

**116. Druckgefälle in einer gleichweiten Röhre.** Es fließe (Fig. 66) Flüssigkeit aus einem Gefäße *G* durch eine lange und dünne Röhre *abcd* aus. Die Reibung in *abcd* stellt einen Widerstand vor und darum sinkt der Flüssigkeitsdruck nicht wie z. B. beim Ausfließen in Fig. 64 plötzlich auf Null. Wir haben in *abcd* (Fig. 66) einen allmählich abnehmenden Druck, wie solches die Flüssigkeitsdruckmesser *aa'*, *bb'*, ... *dd'* anzeigen.

(Die Anbringung solcher Manometer ändert am Ausströmen nichts)  $a'b'c'd'$  ist eine gerade Linie, der Druck in einer überall gleichweiten Röhre nimmt linear ab. Das Druckgefälle, d. i. die Druckabnahme pro Längeneinheit ist konstant.

Fülle ich das Gefäß  $G$  nur halb so hoch wie in Fig. 66, so ist  $a'b'c'd'$  wieder linear, der Druck ist aber nur halb so groß und dementsprechend auch das Druckgefälle. Die Druckdifferenz zwischen zwei Punkten ist proportional dem herrschenden Überdrucke.

Messe ich die ausströmende Flüssigkeitsmenge pro sek, die Stromstärke, so ist diese für ein und dieselbe Röhre (bei nicht zu großer Viskosität) der Druckdifferenz zweier Punkte (z. B. von  $a$  und  $d$ ) proportional.

Die Röhre setzt der durchströmenden Flüssigkeit einen Widerstand entgegen, der von der Länge, der Größe und Form des Querschnittes abhängt; dann wächst dieser Widerstand auch mit der Stromgeschwindigkeit.

Diese Erscheinungen sind viel komplizierter als die beim Strömen von Elektrizität.

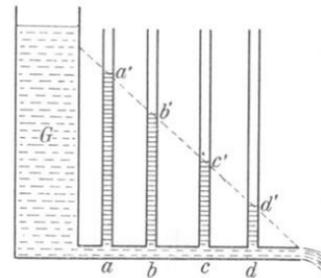


Fig. 66.

**117. Druckgefälle in ungleich weiten Röhren.** In Fig. 67 ist der Durchmesser des mittleren Teiles der Röhre  $bc$  größer, der Widerstand also kleiner. Dann ist auch das Druckgefälle in  $bc$  kleiner, während es in  $ab$  und  $cd$  gleich groß bleibt. Die pro sek durchströmende Flüssigkeitsmenge oder Stromstärke muß überall gleich sein, da ja alles was in  $a$  einfließt, in  $d$  wieder ausfließen muß. Wo also in einer Leitung großer Widerstand herrscht, ist das Druckgefälle groß und umgekehrt, während überall die Stromstärke gleich bleibt. Ein Bach fließt rasch über ein großes Gefälle in einen Teich hinein, der eine fast horizontale Oberfläche und kaum sichtbare Wasserbewegung hat und fließt aus dem Teich wieder in einen schmalen Wasserlauf ab, wo er wieder rascher mit großem Gefälle bergab eilt. Die Stromstärke ist überall gleich, aber die Strömungsgeschwindigkeit (Stromstärke pro  $\text{cm}^2$  des Querschnittes oder Stromdichte) ist in  $bc$  (im Teiche z. B.) kleiner als in  $ab$  oder  $cd$ .

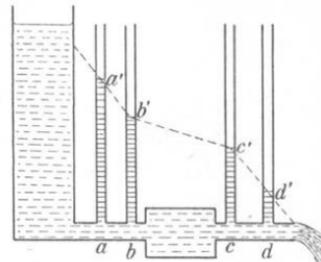


Fig. 67.

**118. Parallele Röhren.** Statt die Röhre zwischen  $bc$  weiter zu machen, kann man eine Querschnittsverbreiterung auch durch Verzweigungen erreichen. Es sei Fig. 68 (von oben gesehen)  $abcd$  ein solches Röhren-

system oder ein Fluß, der sich zwischen  $b$  und  $c$  in verschiedene Kanäle teilt. Man spricht hier von parallelen Strömungen oder von parallelen Röhren, wenn letztere natürlich auch nicht geometrisch parallel sind. Hier gilt das früher Gesagte. Die Gesamtflüssigkeitsmenge pro sek oder Stromstärke ist vor und nach der Teilung gleich (1. Gesetz von Kirchhoff in Elektrizitätslehre). Die Strömungsgeschwindigkeit ist rasch in  $ab$  und  $cd$ , langsam in den Zweigen  $bc$ ; der Druck fällt stark von  $a$  nach  $b$ , wenig von  $b$  nach  $c$  und wieder stark von  $c$  nach  $d$ .



Fig. 68.

**119. Ähnliche Verhältnisse** finden wir im **Blutkreislauf**. Hier fließt das Blut durch die Herzpumpe getrieben durch die großen Schlagadern ( $ab$  in Fig. 68), dann durch die parallel geschalteten, immer zahlreicher werdenden Arterienverzweigungen, die Blutkapillaren und durch die Venenzweige, die sich wieder immer mehr vereinigen ( $bc$ ) und schließlich durch die Endvenen ( $cd$ ) zum Herzen zurück. Das Blutdruckgefälle ist also im Anfang der Arterien groß, in den Kapillaren klein und sollte in den Venen wieder groß werden. Die komplizierenden physikalischen Verhältnisse dieser Erscheinungen werden wir später besprechen (§ 127).

**120. Viskosität.** Läßt man aus dem Gefäße Fig. 64 eine stark viskose Flüssigkeit, z. B. Glycerin, -Öl, Schwefelsäure ausfließen, so sind die Ausströmungsgeschwindigkeiten sehr klein. Das Ausfließen von Flüssigkeiten durch längere, enge Glaskapillaren ergibt ein Mittel, ihre Viskosität zu bestimmen. Solche Versuche wurden zuerst angestellt von dem französischen Arzte Poiseuille, der die hier giltige, nach ihm genannte Formel angab. Die Viskosität von Olivenöl ist z. B. dreihundertmal so groß als die von Wasser.

Um die Viskosität bei kleinen Flüssigkeitsmengen zu finden, dient z. B. ein Apparat, dessen Hauptbestandteil Fig. 69 schematisch gibt. Es wird hier Wasser und Blut verglichen. Von den beiden horizontalen Röhren hat I etwa den doppelten Durchmesser von II; die Kapillaren  $ab$  und  $a'b'$  sind gleich (9 cm lang, 0,003 cm Durchmesser). I und II sind links mit einer gemeinsamen Ansaugvorrichtung  $S$  verbunden. Vor  $b$  kommt reines Wasser, vor  $b'$  Blut (nach entsprechenden Maßnahmen zur Vermeidung der Gerinnung). Man läßt nun beide Flüssigkeiten gleichzeitig während kurzer Zeit etwas ansaugen. Da Wasser viel weniger viskos ist, ergibt sich der Anblick Fig. 68. Das Volumenverhältnis  $V_2/V_1$  liefert die Viskosität gegen Wasser (nach Anbringung einiger Korrekturen, die ein beiderseits mit Wasser gemachter Vorversuch liefert).

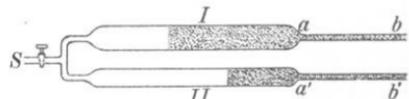


Fig. 69.

Die Viskosität des menschlichen Blutes ergibt sich, wenn die des Wassers mit 1 bezeichnet wird, zu 2,35 bis 7,65; sie ist bei Hunger kleiner als nach der Nahrungsaufnahme, steigt im kalten Bade oder heißer Luft, ist bei verschiedenen Krankheiten verschieden usw.; ihre Bestimmung ist somit von großem medizinischem Interesse.

**121.** Es gibt auch feste Körper mit einer Art von Viskosität, z. B. Siegelack oder Schusterpech u. dgl. Letzteres ist spröde und läßt sich in Stücke schlagen; legt man aber diese in einen Trichter, so vereinigen sie sich allmählich und das Ganze fließt langsam und allmählich — nach Wochen — aus dem Trichter wie eine Flüssigkeit. Andere feste Körper wieder, z. B. manche Metalle, können durch starken Druck eine gegenseitige Verschiebung ihrer Moleküle erleiden, Blechwalzen oder Drahtziehen. Man nennt diese Eigenschaft **Plastizität**.

**122. Dynamischer und statischer Druck.** Wir können mit einem Wasserströme Mühlen oder Turbinen treiben. Das raschfließende Wasser stößt infolge seiner lebendigen Kraft oder Wucht  $\frac{1}{2}mv^2$  gegen die untere Fläche eines Mühlrades, unterschlächtiges Mühlrad, dynamischer Druck, oder aber es fließt von oben her gegen die Schaufeln eines überschlächtigen Mühlrades und wirkt dann durch seine Gewichtskraft, statischer Druck. Doch tritt auch im ersteren Fall eine Stauung und etwas Druckwirkung, im zweiten Falle geringe Stoßwirkung auf.

Als Beispiel einer Turbine sei das Peltonrad angeführt. Es stößt ein rascher Wasserstrahl (Fig. 70) gegen die Schneide zweier vereinter Schaufeln, von denen eine Reihe auf einem Rade (Fig. 71) aufsitzt. Dadurch erreicht das Rad eine solche Geschwindigkeit, daß das Wasser mit einer minimalen Geschwindigkeit abfließt. Dies abfließende Wasser  $m$  ist physikalisch nicht mehr identisch mit dem einfließenden, es wurden ihm bis zu 80% von seiner Energie  $\frac{1}{2}mv^2$  genommen.



Fig. 70.



Fig. 71.

**123.** Die mechanische Stoßwirkung bewegten Wassers führte zu jenen eigentümlichen **Absperrvorrichtungen** unserer Wasserleitungen, die ganz verschieden sind von den Gashähnen. Würde man eine weite Wasserleitungsröhre mit einem einfachen Hahne plötzlich absperrn, so wäre die Stoßkraft des in der Röhre in großer Menge fließenden Wassers so gewaltig, daß die Röhre zerbersten würde. Darum schraubt man die Wasserleitung allmählich zu. Bei Gas ist das wegen der viel geringeren Dichte nicht nötig.

**124. Stromenergie.** Eine Flüssigkeitsmasse erhält Energie, wenn sie aus einer erhöhten Lage abfließt. Sie kann aber auch eine bestimmte Geschwindigkeit  $v$  durch Pumpendruck od. dgl. erhalten. Wir können immer

aus der Formel  $v^2 = 2gh$  (§ 113) das  $h = \frac{v^2}{2g}$  berechnen. Man bezeichnet dieses  $h$  als Geschwindigkeitshöhe. Beim Ausflusse aus einem Reservoir ist die wirkliche Höhe wegen Viskosität immer größer als  $h$ . Jeder Liter, der aus einem 1 m hochgelegenen Wasserreservoir herunterfließt, repräsentiert die Energie eines Kilogrameters oder  $981 \cdot 10^5$  Erg. Wir erhalten im allgemeinen die Sekundenenergie oder den Effekt des Wasserstromes in kgm, wenn wir die kg des pro sek abfließenden Wassers, die Sekundenliter, multiplizieren mit der Fallhöhe in  $m$ . Nennen wir den ersten Faktor Stromstärke, letzteren Faktor Gefälle, so erhalten wir

$$\text{Stromeffekt} = \text{Stromstärke} \cdot \text{Gefälle.}$$

Wir werden eine ganz analoge Gleichung in der Elektrizitätslehre wiederfinden.

**125.** Das bisher Vorgebrachte gilt für Ströme in Röhren mit starren Wänden. Es gilt auch für konstante Flüssigkeitsströme in Röhren mit elastischen Wänden, da diese je nach dem Drucke sich dauernd erweitern. Ganz anders aber werden die Erscheinungen bei rhythmischen oder intermittierenden Strömen in elastischen Röhren.

**126. Intermittierender Druck in einer starren Röhre.** Denken wir uns eine horizontale, ringförmig in sich selbst geschlossene und mit Flüssigkeit gefüllte Röhre. Nur der mittlere Teil dieser Anordnung

ist in Fig. 72 gezeichnet; es sind hier ein Kautschukballon  $K$  mit starken Wänden und zwei nach rechts sich öffnende Ventile  $a$  und  $b$  eingeschaltet. Diese Ventile seien Glasröhrchen, über die nach rechts ein dünner Kautschukschlauch



Fig. 72.

gesteckt ist, dessen Ende rechts zusammengepreßt wurde. Ein von links kommender Flüssigkeitsstrom fließt, die Kautschukklippen auseinanderdrückend, durch, indes ein von rechts kommender Strom, diese Kautschukklippen zusammenpressend, sich selbst den Weg versperrt (analoge Schlauchventile sind in Fahrrad- und Automobilpneumatiks). Links vom Kautschukballon  $K$  ist überdies noch ein Flüssigkeitsreservoir  $R$  eingeschaltet. Von  $c$  führt eine (nicht gezeichnete) längere kreisförmig gebogene, horizontale Röhre zu  $d$ .

Nehmen wir zunächst an, daß die Röhre  $bc \dots dRa$  starr sei.

Ein rhythmisch sich wiederholender Druck auf  $K$  wird Flüssigkeit, natürlich mit wechselnder Geschwindigkeit, von  $K$  über  $bc$  nach  $dRa$

pumpen. Die Einschaltung des Reservoirs  $R$  ist nötig, weil, wenn alles geschlossen wäre wegen der Inkompressibilität der Flüssigkeit und der Starrheit der Röhrenwände der Kautschukballon  $K$  kaum zusammengedrückt und darum überhaupt kein Kreislauf erzeugt werden könnte. Der rhythmisch sich wiederholende Druck wird erzeugen:

1. Ein rhythmisches Strömen durch die Röhre; dieses stoßweise Fortschieben der ganzen Flüssigkeitssäule geschieht sehr langsam und hängt natürlich von den Dimensionen des Apparates und dem Tempo des Zusammendrückens von  $K$  ab.

2. Eine Flüssigkeitswelle, weil die aus  $b$  austretende Flüssigkeit in Fig. 72 z. B. in 1 etwas verdichtet ist, somit auf 2 drückt, diese auf 3 usw.; es pflanzt sich also eine Verdichtungswelle längs der ganzen Röhre fort, genau so wie bei Schallwellen, so daß z. B. für Wasser die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen etwa 1500 m/sek wäre.

Diese Druckwelle ist aber selbst in diesem einfachen Falle schon sehr kompliziert. Sie wird, wenn die Röhre  $bc \dots da$  irgendwo enger oder weiter wird, wenn irgendwo Verzweigungen auftreten, mehr oder weniger reflektiert. Ferner muß, sooft das Ventil  $b$  sich schließt (siehe das § 123 über Flüssigkeitsähne Gesagte) bei  $b$  eine Verdünnung eintreten. Letzteres ist wichtig für die Erklärung der dikrotischen Erhebung des Pulses in der Physiologie.

### 127. Intermittierender Druck in einer elastischen Röhre.

Nun wollen wir annehmen, daß die Röhre  $bc \dots da$  elastische Wände habe.

1. Hier entsteht zunächst, wenn Flüssigkeit aus  $b$  in  $c$  einströmt, wegen der Elastizität der Röhre  $bc$ , die nachgibt, eine Flüssigkeitsanhäufung und eine andauernde Drucksteigerung, welche ein mehr kontinuierliches Strömen ermöglicht. Es wirkt die Röhrenausschwellung ähnlich wie der Windkessel in einer Feuerspritze (§ 142).

2. Dann pflanzt sich auch hier die Drucksteigerung (oder Drucker-niedrigung) in Form einer Welle fort, die aber jetzt von einer Ausdehnung (oder Zusammenziehung) der elastischen Röhrenwand begleitet ist. In der Röhre  $bc$  entsteht zunächst eine Verdichtung und Dehnung der Röhrenwand in 1. Diese wirkt auf 2, so daß dann hier Verdichtung und Dehnung folgt, dann in 3 usw. Durch dieses Nachgeben der Röhrenwand tritt eine bedeutende Verzögerung ein. Wenn  $bc \dots da$  ein mit Wasser gefüllter Kautschukschlauch ist, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Verdichtungswelle, der „Pulswelle“, etwa nur 10—18 m pro sek, was man unschwer experimentell bestimmen kann. Bei einer weniger dehnbaren Röhre geht die Pulswelle rascher.

Das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines rhythmischen Druckes in einer elastischen Röhre ist umgekehrt proportional der Dichte der Flüssigkeit und dem Durchmesser der Röhre, direkt proportional der Wandstärke und

dem Elastizitätsmodul. Isebre Moens hat diese Beziehungen in eine Formel gebracht und teilweise experimentell geprüft.<sup>1)</sup>

Bei einer Knickung oder Biegung der Röhre sucht der Binnendruck der strömenden Flüssigkeit die Röhre zu strecken; ist letztere elastisch, so muß sie sich im Pulstempo strecken und biegen.

**128. Herzpumpe und Blutkreislauf.** Unser Herz ist eine pulsierende Flüssigkeitspumpe, die durch den um sie geschlossenen Hohlmuskel des Herzens etwa 60—90mal pro Minute betätigt wird. Das anschließende Röhrensystem des Blutkreislaufes besitzt elastische Wände. Aus dem Herzen geht das Blut in die verhältnismäßig weiten Arterien (innerer Durchmesser etwa 2—0,6 cm); von da immer mehr sich verzweigend in die zahlreichen Nebenwege der parallel geschalteten Blutkapillaren und schließlich durch die Venenzweige, die sich immer mehr und mehr zu den Schlußvenen vereinigen, zum Herzen zurück. Der Querschnitt der Blutbahn ist am kleinsten am Anfang in den Arterien und am Ende in den Venen, indes der mittlere Teil, besonders die Summe der zahlreichen parallel geschalteten Kapillaren, trotz ihrer Enge, einen sehr großen Gesamtquerschnitt bilden. Darum ist (§ 118) die (mittlere) Strömungsgeschwindigkeit in den Arterien groß (in der Karotis eines Pferdes etwa 50—70 cm pro sek), in den Kapillaren sehr langsam (Bruchteil eines mm) und in den Venen wieder größer. Auch an ein und derselben Stelle der Arterien muß die Blutgeschwindigkeit, da ja der Blutdruck und somit auch das Blutdruckgefälle sich pulsatorisch ändern, periodisch schwanken. Der Druck ist in den größten Arterien am größten (Druckmittel etwa 10—12 cm Quecksilberdruck in der Aorta brachialis), sinkt rasch in den kleinen Arterien und ist in den Kapillaren nur mehr 2—5 cm. Die Geschwindigkeit der Pulswelle beträgt beim gesunden Menschen etwa 10 m/sek, bei allgemeiner Sklerose (weniger dehnbare Röhre) 15—23 m/sek. Wenn diese Welle in die mehr verzweigten Arterien kommt, wo die Summe aller Röhrenwände größer ist, wird der Arbeitsverbrauch beim Dehnen dieser Wände so groß, daß infolge dieser Dämpfung die Pulserscheinung von hier an verschwindet; darum zeigen im normalen Zustande die Venen keinen Puls mehr.

### Kohäsion und Adhäsion.

**129. Kohäsion.** Im Innern einer Flüssigkeit wirkt auf jedes Teilchen von allen Nachbarteilchen her ein Zug; umgekehrt — actio und reactio — zieht das Teilchen seine Nachbarteilchen an. Diese Molekularkräfte der Kohäsion sind sehr groß, wirken aber nur auf kleine Distanzen.

1) „Die Pulscurve, Leiden 1878“. Die ersten grundlegenden Arbeiten dieses Gebietes wurden vom Physiker E. H. Weber (1850) geliefert.

Wir können uns die mit  $a$  (Fig. 73) in Kohäsionswechselwirkung stehenden Teilchen durch eine kleine Kugel mit einem Radius von mehreren Hunderttausendstel mm, der Wirkungssphäre, umgrenzt denken. Diese gegenseitige Anziehung aller Teilchen ist enorm, sie ist für Wasser z. B. so groß, als stünde jeder  $\text{cm}^2$  der Oberfläche unter einem Druck von etwa 800 000 cm Quecksilber (ca. das 10 000fache des Luftdruckes).

Man berechnet diese Größe, indem man sich ein Teilchen ganz aus der Flüssigkeit herausgeführt denkt, d. h. verdampfen läßt (§ 317).

Der Kohäsionsdruck einer Flüssigkeit, mit der sie sich wegen der gegenseitigen Anziehung der Molekel gleichsam selbst zusammenpreßt,

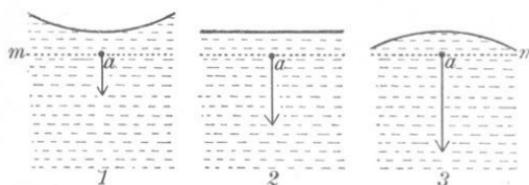


Fig. 73.

hängt ab von der Gestalt ihrer Oberfläche. Es sei  $a$  in Fig. 73 ein Flüssigkeitsteilchen knapp unterhalb einer konkaven (1) oder horizontalen (2) oder konvexen (3) Oberfläche. Alle Flüssigkeitsteilchen unter der Linie  $mn$  ziehen das Teilchen  $a$  hinein

in die Flüssigkeit, die über  $mn$  liegenden Flüssigkeitsschichten ziehen  $a$  hinauf; die Resultierende ergibt den Kohäsionsdruck. Dieser ist somit bei konkaver Oberfläche kleiner, bei konvexer größer als bei horizontaler Oberfläche.

Kohäsionskräfte wirken auch zwischen den Molekeln fester Körper (aber fast gar nicht bei Gasen, § 322); man kann ja die elastischen Erscheinungen der festen Körper als durch Kohäsionskräfte hervorgebracht denken. Selbst zwei getrennte Flächen, z. B. von zwei Spiegelglasplatten, die man stark — zu möglichst molekularer Distanz — gegeneinander preßt, haften infolge dieser Kohäsion aneinander.

**130. Adhäsion.** Analoge Anziehungen der Teilchen verschiedener Körper in molekularen Entfernungen, z. B. von gegeneinander gepreßten Glas- und Metallplatten, führt man auf die Molekularkräfte der Adhäsion zurück. Solche Adhäsionskräfte werden besonders auffällig bei Berührung von Flüssigkeiten und festen Körpern, weil hier die Distanzen viel kleiner, wirklich molekular, gemacht werden können.

Tauche ich einen festen Körper, z. B. meine Hand, in Wasser und ziehe sie heraus, so bleibt sie benetzt; hier ist die Adhäsion zwischen Hand und Wasser größer als die Kohäsion der einzelnen Wasserteilchen untereinander. Beim Abreißen einer Metallplatte von einer Wasseroberfläche zerreiße ich also das Wasser; die hierzu nötige Kraft mißt die Kohäsion des Wassers.

Tauche ich meine Hand oder einen Glasstab in Quecksilber, so tritt keine Benetzung ein; beim Quecksilber ist die Kohäsion der Teilchen

untereinander größer als die Adhäsion zur Hand oder zum Glase. Beim Abreißen einer Glasplatte von einer Quecksilberoberfläche mißt man die Adhäsion. Auf Adhäsion beruht das Leimen oder Löten, Schreiben mit Tinte, Bleistift und Kreide usw.

**131. Randwinkel.** In Figg. 74 und 75 ist ein Teil einer Gefäßwand und einer Flüssigkeit gezeichnet. Den Punkt  $m$  der Flüssigkeitsoberfläche an der Gefäßwand zieht die Adhäsionskraft  $A$  und die Kohäsionskraft  $K$  in den gezeichneten Richtungen. Die Resultierende dieser beiden Kräfte ist  $R$ . Da gegen diese in molekularen Distanzen sehr großen Kräfte die Schwerkraft zu vernachlässigen ist, stellt sich die Flüssigkeitsoberfläche in  $m$  senkrecht zu  $R$ .

In dem Beispiele Fig. 74, z. B. Glas und Wasser, ist  $K < A$ ; es tritt Benetzung und Konkavität der Flüssigkeit am Rande ein. Ist aber  $K > A$ , z. B. Glas und Quecksilber, keine Benetzung (Fig. 75), so wird die Oberfläche in  $m$  konvex. In einiger Entfernung links von  $m$  wirken die Molekularkräfte der festen Wand nicht mehr und die Oberfläche ist dann natürlich horizontal. Der Winkel zwischen der festen Wand und (der Tangente) der Flüssigkeitsoberfläche in  $m$  heißt „Randwinkel“. Er ist nur von der Beschaffenheit des festen Körpers und der Flüssigkeit abhängig. In unserem ersten Beispiele ist er spitz, im zweiten stumpf. So oft Wasser und Glas zusammenkommen, ist er immer derselbe, ebenso bei Wasser und Quecksilber usw.: Konstanz des Randwinkels.

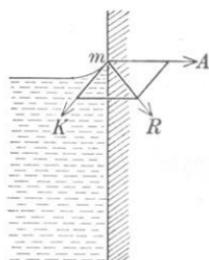


Fig. 74.

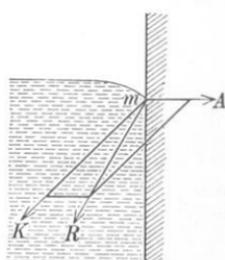


Fig. 75.

**132. Kapillarröhrchen.** In einem dünnen, mit einem weiten kommunizierenden Röhrchen steht Wasser (oder eine benetzende Flüssigkeit) höher, Quecksilber (oder eine nicht benetzende Flüssigkeit) tiefer als das Niveau der weiten Röhre (Fig. 76). Die Höhendifferenz ist um so größer, je enger die Kapillare.

Wir geben eine Erklärung für Quecksilber. Zunächst wird die Oberfläche in der Kapillare konvex. Der Kohäsionsdruck einer Flüssigkeit mit konvexer Oberfläche ist größer, als wenn dieselbe Flüssigkeit eine horizontale Oberfläche hat. Dieser Kohäsionsüberdruck drückt das Quecksilber in der Kapillare hinunter. Dieser molekulare Überdruck, welcher um so größer ist, je konvexer die Oberfläche, also je enger die Kapillare ist, kommt nach Erreichung einer bestimmten Höhendifferenz mit der durch die Schwerkraft erzeugten Druckdifferenz ins Gleichgewicht.

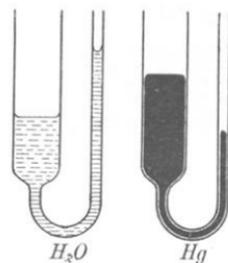


Fig. 76.

Auf Kapillarität beruhen viele Phänomene, wo in porösen Körpern, z. B. Schwamm, Zucker, Löschpapier, Docht usw., eine benetzende Flüssigkeit aufgesaugt wird.

**133. Oberflächenspannung.** Im Innern einer Flüssigkeit kann ich — abgesehen von der Viskosität — ein Teilchen *a* (Fig. 77 I), ohne Arbeit

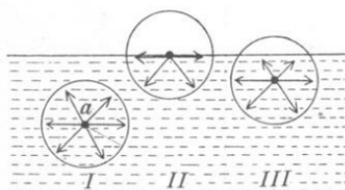


Fig. 77.

leisten zu müssen, verschieben; anders aber wird es, wenn ich gegen die Oberfläche komme. Ein Teilchen, das wir bis zur Oberfläche, nach II (oder in die Nähe der Oberfläche nach III) bringen, legt den letzten Teil seines Weges zur Oberfläche, da jetzt ein einseitiger molekularer Kohäsionszug ins Innere zurückwirkt, gegen diesen Zug, also nur unter Energieaufwand, zurück. Ein Vergrößern

der Oberfläche verlangt also Energie, und umgekehrt sucht jede Flüssigkeit, wenn sie kann, ihre Oberfläche möglichst zu verkleinern, weil dann die an der Oberfläche exponierten Teilchen mehr ins Innere der Flüssigkeit zurückgehen, also dem Kohäsionstriebe nachgeben können.

**134. Seifenlamellen.** In Fig. 78 hängt ein Häutchen aus Seifenwasser durch Adhäsion oben, rechts und links an dem zweimal rechtwinklig gebogenen Drahte *cd* und unten an einem frei anliegenden Querdrahte *ab*. Diese Wasserlamelle trägt das Gewicht des Drahtes *ab* und überdies noch ein kleines Gewichtchen *p*. Der Querdraht *ab* und *p* zusammen haben das Gewicht *P*. Ist *P* zu klein, so zieht sich die Lamelle zusammen, in mancher Hinsicht wie eine Kautschukmembran, aber doch etwas anders: Dehnt man die

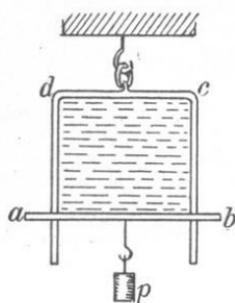


Fig. 78

Lamelle, so ist die dazu nötige Kraft immer gleich groß, ob nun die Lamelle schon weit oder wenig weit ausgezogen ist. Ist *P* so gewählt, daß alles in Ruhe bleibt, also *P* gleich der Spannung der Lamelle ist, so ist *P*

unabhängig von der Dicke der Lamelle. Nur die Oberflächen der Flüssigkeiten besitzen also eine Oberflächenspannung.

*P* läßt sich für eine bestimmte Flüssigkeitslamelle experimentell bestimmen. In Fig. 78 haben wir zwei Oberflächen, eine auf jeder Seite der Lamelle; auf eine Seite wirkt also  $\frac{1}{2}P$ . Es ist  $\frac{1}{2}P = l\alpha$ , wenn *l* die Länge von *ab* ist.  $\alpha$  ist die Oberflächenspannung pro cm Länge. Die Kraft  $\frac{1}{2}P$  steht natürlich senkrecht auf *l*.

**135. Tropfenbildung.** Ist eine kleine Flüssigkeitsmenge frei in der Luft, so wirkt die Oberflächenspannung im Sinne einer möglichen Verkleinerung der Oberfläche; bei gegebener Masse hat die Kugel die kleinste

Oberfläche: Regentropfen. Je kleiner eine Kugel, desto größer ist die Oberfläche im Vergleich zum Gewichte; darum nimmt ein Quecksilbertropfen auf einer Glasschale um so mehr Kugelgestalt an, je kleiner er ist.

Man kann die Bildung des Tropfens auch anders erklären. — Nehmen wir an, ein Tropfen hätte die Form von Fig. 79, so ist der Kohäsionsdruck im konvexen Teile größer, im konkaven kleiner: jede Auswulstung wird hineingedrückt. Diese Möglichkeit einer doppelten Erklärung ist dadurch gegeben, daß „Kohäsionsdruck“ und „Oberflächenspannung“ einer Flüssigkeit in einer einfachen Zahlenbeziehung stehen.

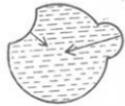


Fig. 79.

Fließt Flüssigkeit aus einem engen, vertikalen Rohr mit kreisförmigem Querschnitte aus, so bilden sich (Fig. 80) Tropfen.

Der Tropfen fällt zunächst nicht, weil die Oberfläche wie eine an der Glasröhre befestigte Membran sich immer mehr und mehr aufbläht. Erreicht der Tropfen eine bestimmte Größe und somit ein bestimmtes Gewicht  $p$ , so fällt er, an der Stelle  $d$  reißend, weil jetzt gerade  $p$  ein wenig größer als die Oberflächenspannung längs der Kreislinie  $d\pi$  geworden ist; also im Momente des Reißens ist  $p = d\pi\alpha$ .  $d$  ist etwas kleiner als der innere Durchmesser der Röhre und kann ebenso experimentell gemessen werden wie  $p$ . Das ist eine der vielen Bestimmungsmethoden der Oberflächenspannung  $\alpha$ .



Fig. 80.

Für medizinische Zwecke sind eigene Stalagmometer konstruiert, Glaskapillaren, wo einmal Wasser und dann ein gleichgroßes Volumen der zu untersuchenden Flüssigkeit, z. B. Blut, abtropft. Es gibt Apparate, durch die das Zählen der Tropfen auch automatisch besorgt wird. Man kann so rasch die Oberflächenspannung ganz kleiner Flüssigkeitsmengen finden aus der Tropfenzahl, in die ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit zerfällt.

**136. Öl, Alkohol auf Wasser.** Die Oberflächenspannung von Öl oder Alkohol ist kleiner als die von Wasser. Legt man einen Öltropfen auf Wasser, so zieht die starke Oberflächenspannung des Wassers den Öltropfen nach allen Seiten rasch auseinander, das Öl wird auf dem Wasser ausgebreitet. Die Kohäsion des Wassers betätigt sich auf Kosten der kleineren Kohäsion des Öles. Ist eine Glasplatte naß und bringt man in die Mitte ein Tröpfchen Alkohol, so zieht die große Wasseroberflächenspannung den Alkohol nach allen Seiten von der Mitte weg, die trocken wird. Bei Behandlung von Schnitten unter dem Mikroskop sieht man solche Erscheinungen oft.

**137. Kapillarität in Pflanzen.** Die Frage, warum das Wasser in Bäumen bis zu eventuell 150 m Höhe in solchen Mengen, wie sie der Beobachtung entsprechen, hinauffließt, ist ungelöst. Theoretisch steigt zwar das Wasser in genügend engen Kapillaren beliebig hoch; solche — mikroskopisch kleine — Kapillaren haben aber einen so riesigen Reibungswiderstand, daß die hinauf beförderten Mengen viel zu gering wären.

Eine kapillare Erscheinung, die hier vielleicht mitspielt, ist folgende. Hat man ein Rohr (besonders ein sich abwechselnd verjüngendes und erweiterndes, wie Fig. 81), das abwechselnd mit Luft und Wasser gefüllt ist, so läßt sich Luft sehr schwer, Wasser leicht durchpressen. Drückt man von rechts her Luft hinein, so wird jeder Wassertropfen in die punktierte Form verzerrt;

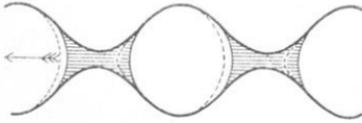


Fig. 81.

die entgegenwirkende Oberflächenspannung der vielen hintereinander geschalteten Tröpfchen ist riesig. Pressen wir aber von rechts her Wasser ein, so fließt dieses längs der Glaswand um die Luftbläschen herum und geht leicht durch. Ein enger Kanal mit Unebenheiten, der Wasser und Luft enthält, läßt Wasser durch, nicht aber Luft.

Durch Kapillarität können gewaltige Drucksteigerungen erzielt werden.  $k$  in Fig. 82 ist ein Stück Kreide mit einem zentrischen Hohlraum  $o$ , in welchen oben eine Glasröhre  $g$  eingekittet ist. Durch Kapillarität dringt das Wasser  $W$  in die anfänglich trockene Kreide von allen Seiten und preßt die Luft in  $o$  so zusammen, daß ein Druck von einigen Atmosphären entsteht, der am Manometer  $m$  abzulesen ist.

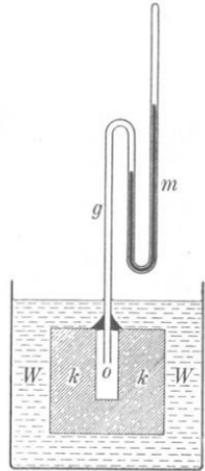


Fig. 82.

### 3. Mechanik gasförmiger Körper.

**138. Vorläufige Charakterisierung.** Ein fester Körper hat bestimmtes Volumen und bestimmte Gestalt; eine Flüssigkeit hat zwar ein bestimmtes Volumen, nimmt aber im allgemeinen nach unten die Gestalt des Gefäßes an und ist oben von einer horizontalen Oberfläche begrenzt. Ein Gas hingegen hat weder selbständige Gestalt noch selbständiges Volumen.

Um ein Gas aufzubewahren, müssen wir es von allen Seiten her durch feste Wände umschließen; nach unten geschieht diese Abgrenzung oft durch Flüssigkeit. Jeden Hohlraum — wie groß er auch sei — erfüllt irgendeine darin befindliche Gasmenge — wie gering sie auch sei — immer vollständig und gleichmäßig (von äußeren Kräften wie Schwere u. dgl. abgesehen).

Die Erscheinungen der Flüssigkeiten haben wir in der Weise studiert, daß wir an den Anfang unserer Betrachtung eine Hypothese über die Eigenschaften der Flüssigkeitsmolekel stellten. Hier wollen wir es umgekehrt

machen; wir beschreiben zuerst die wichtigsten Eigenschaften der Gase und werden erst später (in der kinetischen Gastheorie § 269 usw.) zu einer Vorstellung über die innere Natur dieser Aggregatform gelangen.

### Luftdruck.

**139. Gasdichte.** An einer Wage hänge ein großer ausgepumpter, somit luftleerer Glasballon im Gleichgewicht. Öffnen wir einen Hahn, so strömt Luft in den Ballon ein, er sinkt nach abwärts. Wir müssen, um das Gleichgewicht wieder herzustellen, auf die andere Wagschale ein bestimmtes Gewicht  $P$  bringen. Ist das Volumen des Glasballons  $v$  cm<sup>3</sup>, so gibt uns  $P/v$  das Gewicht eines cm<sup>3</sup> Luft, nämlich 0,001293 g. Hätten wir statt Luft in den leeren Kolben Kohlensäure einströmen lassen, so wäre das spezifische Gewicht 0,001977 gewesen, bei Wasserstoff 0,00009, bei Leuchtgas 0,00061 usw. Um diese kleinen Zahlen zu vermeiden, bezieht man die Dichte der Gase statt auf Wasser gewöhnlich auf Luft und man erhält, indem man obige Zahlen durch 0,001293 dividiert, dann für:

Luft	Kohlensäure	Leuchtgas	Wasserstoff
1	1,5	0,5	0,07

Wasserstoffgas ist also ca. 14 mal leichter als Luft.

Alle diese Zahlen beziehen sich auf 0° C und normalen Druck (§ 233).

**140. Luftdruck.** Die einzelnen Teile eines Gases sind wie die einer Flüssigkeit leicht gegeneinander verschiebbar. Einem idealen Gase fehlt aber jegliche Kohäsion.

Aus ersterer Eigenschaft folgt, daß, da ja, wie wir oben gemessen, jedes Gas auch Schwere besitzt, wir auch bei einem Gase von Bodendruck und Seitendruck sprechen müssen wie bei einer Flüssigkeit und daß dieser Druck auch stets senkrecht stehen muß auf der gedrückten Fläche.

Ebenso ist selbstverständlich, daß auch das Archimedische Gesetz gilt, daß somit jeder Körper, den wir in Luft abwägen, etwas zu leicht erscheinen wird und zwar um einen Betrag, der genau gleich ist dem Gewichte der verdrängten Luft.

Pro m<sup>3</sup> ist der Auftrieb in gewöhnlicher Luft 1,293 kg Gewicht. Ein mit Wasserstoff gefüllter Luftballon von 1000 m<sup>3</sup> enthält 1000 · 0,09 kg = 90 kg Wasserstoff; der Auftrieb ist 1293 kg. Es können somit die Hülle, Korb, Passagiere usw. ein Gewicht von 1293 — 90 = 1203 kg haben; dann wird der Ballon gerade schweben.

**141. Versuch von Torricelli.** Nachdem schon lange bekannt war, daß man bei Brunnen mittels einer Saugpumpe das Wasser nicht höher

als etwa 10 m hinaufsaugen kann, machte Torricelli (1643) zur Erklärung dieser Erscheinung den später nach ihm benannten Versuch:

Füllt man eine einerseits verschlossene, etwa 1 m lange Glasröhre zunächst (mit dem offenen Ende nach oben) vollständig mit Quecksilber, verschließt dann die obere Öffnung mit dem Finger und dreht die Röhre um, so würde das Quecksilber beim Wegnehmen des Fingers infolge seines Gewichtes ausfließen. Taucht man aber das Ende der Röhre mit dem verschließenden Finger unter Quecksilber und zieht dann erst den Finger weg, so fließt das Quecksilber nur zum Teil aus und es bleibt eine Quecksilbersäule, welche 76 cm höher ist als das untere Niveau des Quecksilbergefäßes (Fig. 83).

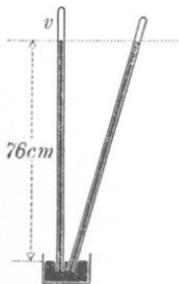


Fig. 83.

Auf den Spiegel des äußeren Quecksilbers drückt der Bodendruck des Luftmeeres und diesem Drucke wird durch die 76 cm hohe Quecksilbersäule in der Torricelli'schen Röhre das Gleichgewicht gehalten. Im Raum oberhalb des Quecksilbers,  $v$ , haben wir keinerlei gewöhnliche Materie, wir nennen diesen Raum ein Vakuum. Neigen wir die Röhre nach der Seite, so bleibt die Höhendifferenz von 76 cm natürlich unverändert. Hätten wir am obersten Ende der Röhre einen Hahn, so würde beim Öffnen dieses Hahnes Luft in das Vakuum hineingedrückt werden, das Quecksilber müßte fallen und würde dann wie in einem gewöhnlichen kommunizierenden Gefäße außen und innen gleich hoch stehen.

Unmittelbar nach Entdeckung dieses eben geschilderten Phänomens fand man auch, daß der Luftdruck abnimmt, wenn man die ganze Vorrichtung Fig. 83 auf die Spitze eines Berges bringt, weil man dann die Höhe und somit auch das Gewicht der drückenden Luftsäule vermindert.

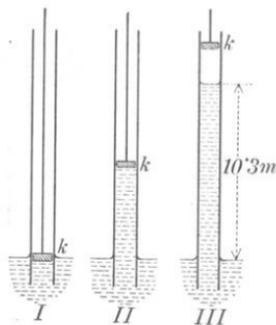


Fig. 84.

In Fig. 84 I ist ein Kolben  $k$  unmittelbar auf der Wasseroberfläche gezeichnet. Heben wir diesen Kolben (Fig. 84 II), so entsteht ein luftleerer Raum, in den der äußere Luftdruck das Wasser hinaufpreßt. Heben wir aber den Kolben über 10,3 m, so steigt das Wasser (Fig. 84 III) nicht mehr als ca. 10 m hoch, da  $76 \text{ cm Hg} \cdot 13,6 = 1034 \text{ cm Wasserdruck}$  sind. Über dem Wasser in III ist Vakuum (abgesehen vom Wasserdampf und eventuellen Gasgehalt des Wassers).

**142. Bei der Saugpumpe** (Fig. 85) öffnet sich beim Heben des Kolbens  $K$  das Ventil 1, indes sich 2 schließt; umgekehrt beim Hinunterdrücken des Kolbens. Ist die Saugröhre  $ab$  länger als 10,3 m, so wird, selbst wenn beim Heben von  $K$  unter  $K$  ein Vakuum entstände, das Wasser

nicht mehr gehoben. Man verwendet darum bei größeren Höhen **Druckpumpen** (Fig. 86 ohne den obersten punktierten Teil). Beim Heben des

Kolbens  $K$  tritt Verdünnung in  $S$  ein, das Ventil 1 schließt und 2 öffnet sich. Beim Hinuntergehen von  $K$  schließt 2, indes 1 sich öffnet. Die Saugröhre  $ab$  darf nicht über 10,3 m lang sein, indes die Druckröhre  $ac$  beliebig lang sein darf.

Der Kautschukballon Fig. 72 und unser Herz stellen Druckpumpen dar.

Zwei abwechselnd arbeitende Druckpumpen ergeben die Feuerspritze, wobei noch (Fig. 86 punktierter Teil) ein Windkessel  $W$  eingeschaltet ist, wo die komprimierte Luft in  $W$  den Strahl bei  $O$  nicht stoßweise, sondern kontinuierlich austreten läßt.

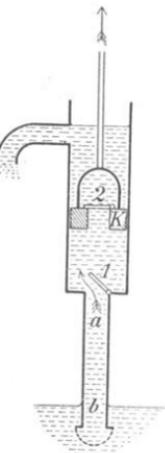


Fig. 85.

**143. Saugheber.** In Fig. 87 rechts muß der Strick abrollen, weil die rechte Seite schwerer ist. Ebenso muß Fig. 87 links, wenn der gekrümmte Heber einmal mit Wasser gefüllt ist, das Wasser aus  $A$  nach  $B$  abfließen. Der Luftdruck unterstützt hier nur die Kohäsion des Wassers. Luftfreies Wasser fließt auch im luftleeren Raum weiter. Es gehörte die Besprechung dieser Anordnung also eigentlich in die Hydrodynamik.

Der Saugheber wird vielfach in der Medizin verwendet, z. B. in den Leitchschen Kühlröhren (aus Aluminium oder Weichgummi), die sich in ihrer Form

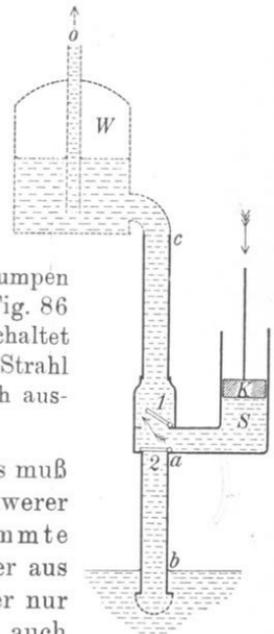


Fig. 86.

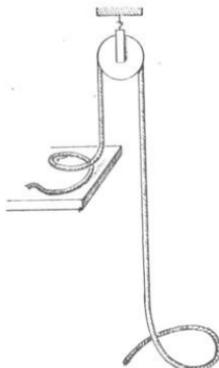
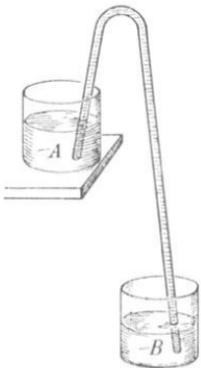


Fig. 87.

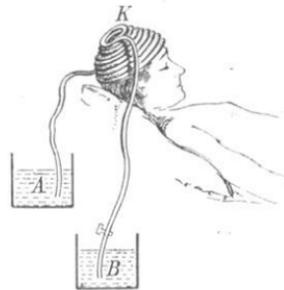
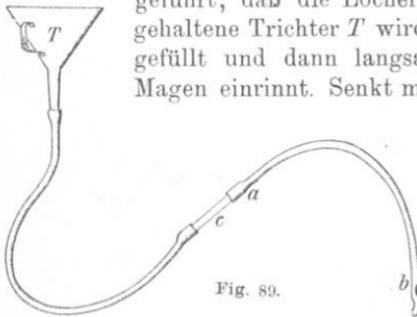


Fig. 88.

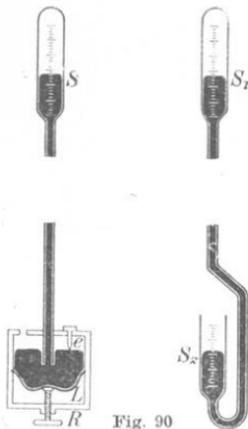
dem zu kühlenden Körperteile anschmiegen. In Fig. 88 fließt das Eiswasser aus  $A$  durch das Röhrensystem  $K$  (hier kappenförmig) nach dem tieferstehenden  $B$

langsam ab.  $K$  soll womöglich höher als  $A$  sein, damit beim Reißen der Leitung kein kaltes Wasser ins Bett fließen kann.

Dann sei auch die Heberwirkung bei einer Magenausspülung schematisch gezeichnet (Fig. 89). Der Magenschlauch  $ab$  wird durch die Speiseröhre so eingeführt, daß die Löcher am Ende von  $b$  im Magen sind. Der tiefgehaltene Trichter  $T$  wird mit Wasser oder einer medizinischen Lösung gefüllt und dann langsam gehoben, so daß die Flüssigkeit in den Magen einrinnt. Senkt man nun, bevor der Trichterinhalt ganz in den Magen ausgelaufen ist, den Trichter, so wird durch den Saugheber  $ba$  die Spülflüssigkeit wieder aus dem Magen nach  $T$  zurückfließen. Statt der Glasröhre  $c$  ist oft eine kleine Pumpe (wie in Fig. 72) angebracht, um dem hydrostatischen Flüssigkeitsdrucke nachzuhelfen.



**144. Quecksilberbarometer.** Der in Fig. 83 gezeichnete Apparat kann zur Messung des Luftdruckes dienen. Dieser ist keineswegs konstant, sondern ändert sich fortwährend. Die früher gegebene Zahl von 76 cm gilt als Normaldruck, für normales Wetter und Meereshöhe. Beim Gefäß-(Fortin) Barometer (Fig. 90 links) besteht der Boden des Quecksilbergefäßes aus einem Lederbeutel  $L$ , der mit einer Schraube  $R$  gehoben und gesenkt werden kann. Über dem äußeren Quecksilberspiegel steht eine fixe Elfenbeinspitze  $e$ . Vor jeder Ablesung wird die Schraube  $R$  so reguliert, daß die Spitze  $e$  gerade eben in das Quecksilber eintaucht. Diese Spitze  $e$  bildet den Nullpunkt der Skala  $S$ , so daß man den Barometerstand dann direkt ablesen kann.



Am Heberbarometer (Fig. 90 rechts), ist der Nullpunkt der Skala an beliebiger Stelle und die Bezifferung geht nach aufwärts  $S_1$  und abwärts  $S_2$ . Man liest dann bei  $S_1$  und  $S_2$  ab und addiert die beiden Zahlen.

Ein Quecksilberbarometer wird selbstverständlich nur dann richtige Werte geben, wenn über der Hg-Säule ein vollständiges Vakuum herrscht. Neigt man ein solches Rohr, so wird das Quecksilber an die obere Glaskuppe mit metallischem Klange anschlagen. Bei zu raschem Neigen kann dieser Stoß sogar das Glas zertrümmern. Ist hingegen Luft in das Vakuum gekommen, so wird beim Neigen des Barometers die Luft komprimiert und dieses Luftkissen schwächt die Gewalt des Stoßes ab, es fehlt dann der metallische Klang des Anschlages.

**145. Größe des Luftdruckes.** Der normale Luftdruck wirkt auf  $1 \text{ cm}^2$  wie der Gewichtsdruck von  $76 \text{ cm}^3$  Quecksilber. Da das spezifische Gewicht des Quecksilbers 13,6 ist, so haben wir also für den Luftdruck pro  $\text{cm}^2$  zu setzen  $76 \cdot 13,6 \text{ g}$  oder ungefähr  $1 \text{ kg}$  Gewicht. Man nennt einen solchen Druck eine Atmosphäre oder  $76 \text{ cm Hg}$  Druck.

Die Oberfläche des menschlichen Körpers beträgt  $1\text{--}2 \text{ m}^2$ , somit wird er mit einer Kraft von über  $10000\text{--}20000 \text{ kg}$  Gewicht von allen Seiten her zusammengedrückt. Zum Teil wird dieser Luftdruck aufgehoben, weil er ja auch vom Inneren des Körpers heraus wirkt, zum Teil aber sind unsere Organe so gebaut, daß sie diesem Drucke standhalten. Störungen treten natürlich auf, wenn der äußere Luftdruck stark vermindert wird, z. B. bei Ballonfahrten, auf hohen Bergen, oder wenn er stark vergrößert wird, wie dies z. B. beim tiefen Untertauchen unter Wasser oder bei Brückenbauarbeiten in den mit verdichteter Luft gefüllten Kammern geschieht: Caissonkrankheit. Diese Wirkungen können mechanischer Natur sein (bei Verminderung des Luftdruckes platzen Blut- oder andere Gefäße) oder aber indirekter Art (indem die Gasabsorption (§ 286) und damit der Stoffwechsel gestört wird).

### Gesetz von Boyle-Mariotte.

**146.** Wir sahen, daß jedes Gas wie eine Flüssigkeit durch seine Schwere nach abwärts drückt und also wie eine Flüssigkeit Boden- und Seitendruck hat. Dieser Druck ist bei der geringen Dichte der Gase und bei den kleinen Gefäßen, mit denen wir im Laboratorium arbeiten, sehr klein. Abgesehen von dieser Schwerewirkung aber übt jedes Gas auf die einschließenden Wände einen überall gleichstarken Gasdruck nach außen hin aus; Gas verhält sich immer und überall wie ein von allen Seiten stark zusammengepreßter elastischer Körper.

Wenn wir nun das Volumen eines Gas enthaltenden Gefäßes, ohne Gas heraus- oder hineinzulassen und ohne die Temperatur zu ändern, vergrößern oder verkleinern, wird sich der Druck in ganz proportionaler Weise verkleinern oder vergrößern.

Fig. 91 ist ein U-förmiges Glasrohr, dessen kurzer Schenkel links oben geschlossen, dessen langer rechts oben offen ist. Zunächst stand das Quecksilber in beiden Schenkeln bei Null. Links ist eine bestimmte Gasmenge abgesperrt, sie steht unter äußerem Luftdruck, der auf dem Quecksilber rechts lastet. Dann gießen wir rechts in die Röhre Quecksilber, bis der in der Fig. 91 punktiert gezeichnete Stand erreicht ist. Links ist das eingesperrte Gas genau auf die Hälfte komprimiert, und rechts drückt nun der äußere Luftdruck mehr ( $81 - 5$ )  $\text{cm Hg}$  Druck, also im Ganzen zwei Atmosphären. Eine Verdreifachung des Druckes würde das Gas auf den dritten Teil zusammenpressen usw.

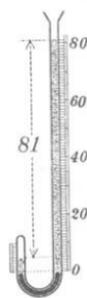


Fig. 91.

Es verhält sich also

$$v_1 : v_2 = p_2 : p_1 \quad \text{oder} \quad v_1 p_1 = v_2 p_2.$$

Das Produkt aus Druck und Volumen bleibt konstant, wenn die Temperatur sich nicht ändert.

Dieses Gesetz, 1662 vom Engländer Boyle und unabhängig 1679 vom Franzosen Mariotte entdeckt, gilt vollständig streng nur für ideale Gase.

**147. Isothermen.** Trägt man für eine bestimmte Temperatur die Volumina einer bestimmten und gleichbleibenden Gasmenge als Abszissen und die entsprechenden Drucke als Ordinaten auf, so erhält man die in Fig. 92 dargestellte Kurve, eine „Isotherme“. Es ist hier  $p v$  z. B.

$$3 \cdot \frac{1}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot 1 = \text{usw.}$$

also immer konstant. Nach diesem Diagramm würde bei sehr großen Drucken das Volumen verschwinden, was in Wirklichkeit natürlich nicht der Fall ist; über die bei großen Verdichtungen meist eintretende Verflüssigung der Gase sprechen wir noch in der Wärmelehre (§ 322 usw.), und ebenso über die Einzeichnung der den verschiedenen Temperaturen entsprechenden verschiedenen Isothermen (Fig. 152).

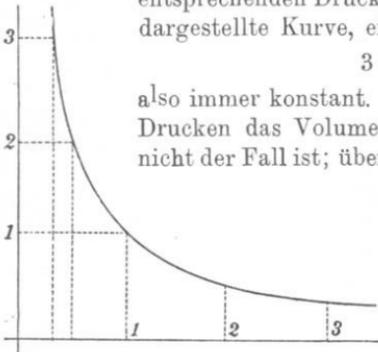


Fig. 92.

**148. Kompressionsenergie.** Genau wie die Kompression eines elastischen

Körpers Energie beansprucht, muß auch, wenn ein Gas komprimiert wird, Kraft längs eines Weges wirken; man muß z. B. einen Kolben längs einer gewissen Strecke eines Zylinders hineindrücken. Dieses Produkt: Kraft mal Weg oder Arbeit verschluckt (scheinbar) Energie; beim Ausdehnen dieses Gases erhalten wir die Energie wieder zurück. Eine allgemeine Betrachtung dieser Verhältnisse ist uns gleichfalls erst in der Wärmelehre (§ 261) möglich.

**149. Manometer.** Fig. 93 I, stellt ein Flüssigkeitsmanometer für kleine Drücke dar. Ist die Flüssigkeit z. B. Quecksilber, so ist der

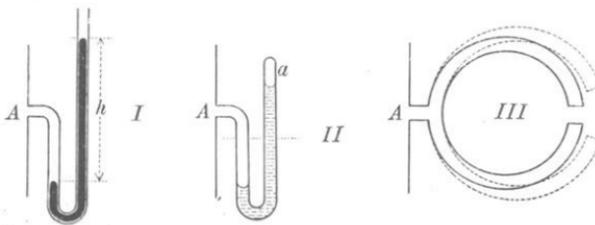


Fig. 93.

Druck im Raume *A* gleich dem Atmosphärendruck 76 cm Hg mehr der Manometerdifferenz *h* cm Hg (rechter Teil der Fig. 91).

In Fig. 93 II, Gasmanometer, können wir, wenn z. B. die Flüssigkeit

in beiden Schenkeln ursprünglich gleich war und nun das abgeschlossene Luftvolumen in *a* auf  $\frac{1}{3}$  komprimiert ist, drei Atmosphären Druck

ablesen (linker Teil der Fig. 91). Wenn die absperrende Flüssigkeit z. B. Öl ist, so können wir ihre statische Druckdifferenz vernachlässigen.

Fig. 93 III, ein Metallmanometer, zeigt, wie eine kreisförmige, hohle, meist flache Röhre z. B. mit dem Dampfkessel *A* in Verbindung ist. Steigt der Druck im Innern dieser Röhre, so sucht sie sich zu strecken (punktiert gezeichnete Lage). Diese Streckung wird durch (nicht gezeichnete) Gelenke auf einen Hebelzeiger übertragen, dessen Spitze vor einer Skala spielt.

**150. Aneroidbarometer oder Metallbarometer** sind meist kleine runde Metall Dosen mit einem dünnen, gewellten und luftdicht angelöteten Metalldeckel. Da das Innere fast luftleer ist, wird der Deckel bei stärkerem äußerem Luftdruck mehr, bei kleinerem weniger nach innen gedrückt. Eine Hebelübersetzung vergrößert diese Bewegung und läßt sie registrieren. Diese Instrumente müssen durch Vergleichung mit einem Quecksilberbarometer empirisch geeicht werden.

Über die Art, wie solche Drucke auf Registriertrommeln aufgezeichnet werden und über einige Beispiele von Druckmessungen soll später (§ 202) gesprochen werden.

**151. Blutdruckmessungen.** Bei physikalischen Versuchen wird das druckmessende Manometer direkt mit dem auf Druck zu untersuchenden Gas- oder Flüssigkeitsraum in Verbindung gebracht. Man kann in analoger Weise auch den Blutdruck messen, muß aber dann irgendeine Röhre der Blutbahn öffnen und diese mit dem Manometer verbinden. Solche Tierversuche sind in zahlreicher Weise gemacht und die Druckhöhen und -schwankungen des Blutes genau bestimmt worden. Um aber an lebenden Menschen diesen Druck zu finden — unblutige Druckmessung — übt man an der zu untersuchenden Stelle von außen her einen manometrisch zu messenden und langsam gesteigerten Druck aus, bis eine vollständige Schließung der betreffenden Blutbahn eintritt. Sieht man von der Gegenkraft der Elastizität der Arterien und umliegenden Organe ab, so gibt dieser komprimierende Außendruck, der den Innendruck gerade kompensiert, den mittleren Blutdruck.

Eine solche Zusammenpressung der Blutbahn muß so geschehen, daß diese dem Drucke nicht ausweichen kann. Man muß das Glied, Finger (oder Arm), von allen Seiten so lange zusammenpressen, bis durch die betreffenden Bahnen eben kein Blut mehr durchkann. Dies geschieht durch einen „pneumatischen Ring“ (oder Manchette). Die äußere Begrenzung *m* dieses hohlen Ringes ist harter, unnachgiebiger Kautschuk (Fig. 94). Die Innenwand aber, *i*, ist ein sehr weicher dünner Kautschuk, welcher sich, wenn man mit irgendeinem Blasebalg Luft in *a* einbläst, zur punktiert gezeichneten Lage *nn* aufbläht und ein in *O* befindliches Glied von allen Seiten her zusammenpreßt. Beim Gärtner'schen Tonometer kommt der Ring (Fig. 94) lose um einen Finger, zunächst ohne irgendeine Wirkung zu äußern; dann schiebt man einen sehr engen kleinen Kautschukring streng über die Fingerbeere, die dadurch blutleer und blaß wird.

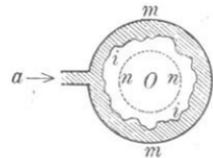
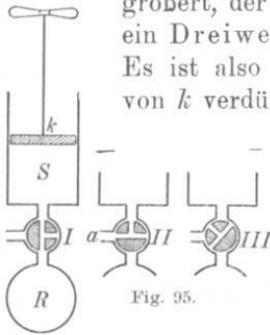


Fig. 94.

Hierauf wird mittels eines Kautschukballons, der durch eine kleine Metallpresse langsam zusammengepreßt werden kann, Luft in den pneumatischen Ring eingepreßt, bis an einem gleichzeitig eingeschalteten Manometer ein Druck von etwa 20 bis 22 cm Hg erreicht ist. Das ist mehr als der Blutdruck. Nimmt man nun den kleinen Kautschukring, mit dem man die Fingerbeere blutleer gemacht hatte, weg, so bleibt die Fingerspitze blaß, das Blut kann nicht hinein, weil es jetzt der pneumatische Ring absperrt. Lüften wir nun allmählich durch Nachlassen der Kompressionschraube den Druck, so geht *nn* in Fig. 94 immer mehr auseinander, bis das Blut eben durchkann und die Fingerspitze sich rötet. In diesem Moment liest man am Manometer ab, z. B. 11 cm Hg. Das ist ungefähr der normale Blutdruck für die letzte Phalange des Fingers.

Es sind sehr zahlreiche Apparate für diesen Zweck konstruiert worden.

**152. Kolbenpumpe.** Im Stiefel *S* (Fig. 95) bewegt sich luftdicht ein Kolben *k*. Zieht man denselben nach aufwärts, so wird der Raum *S* vergrößert, der Druck sinkt. Zwischen *S* und dem Rezipienten *R* ist ein Dreiweghahn (schematisch und viel zu groß gezeichnet). Es ist also in der Stellung I auch *R* durch das Hinaufziehen von *k* verdünnt worden. Nun dreht man den Hahn in die Stellung II und durch Hinunterbewegen von *k* schafft man die Luft aus *S* durch *a* ins Freie. Ist *k* ganz unten, kommt wieder die Hahnstellung I; der Kolben geht hinauf, schafft neuerlich Luft aus *R* nach *S* usw. Die Luft in *R* wird immer mehr und mehr verdünnt. Stellung III erlaubt ein vollständiges Abschließen von *R* und *S*.



Nehmen wir umgekehrt die Hahnstellung I beim Hinunterdrücken von *k* und die Hahnstellung II beim Hinaufziehen von *k*, so haben wir eine Kompressionspumpe. Die Luft in *R* wird immer mehr und mehr verdichtet.

Bequemer als die Hahnluftpumpen sind Ventilluftpumpen. Prinzipiell genau dieselbe Anordnung wie Fig. 85 (Saugpumpe für Wasser) ergibt eine Verdünnungsluftpumpe. Ventildruckpumpen sind im Prinzip genau so eingerichtet wie die Fig. 86 (Wasserdruckpumpe). Auch der Kautschukballon (Fig. 72) wäre prinzipiell eine Luftventilpumpe, welche Luft von links her verdünnt und gegen rechts hin verdichten könnte.

Wenn man bei einer Kolbenverdünnungspumpe auch den Kolben ganz in den Stiefel hinunterpreßt, bleibt immer etwas Luft zwischen *k* und den Unebenheiten, den Ventilen oder Hahnrohren der unteren Stiefelfläche zurück: schädlicher Raum; beim Heben des Kolbens entsteht dann natürlich kein vollständiges Vakuum. Es wird allerdings die Luft des schädlichen Raumes expandiert, besitzt aber dann einen Druck von immerhin noch etwa 2 bis 3 mm. Dies bezeichnet somit die Verdünnungsgrenze für die betreffende Pumpe. Durch Verwendung von Öl und passenden Hahnschaltungen kann man diesen Fehler sehr vermindern.

**153. Einige biologisch-medizinische Saugwirkungen.** Die Mundhöhle läßt sich allseitig so abschließen, daß eine gewisse Luftmasse in ihr eingesperrt ist. Vergrößern wir dann das Volumen der Mundhöhle durch Senkung des Unterkiefers, durch Herabziehung und Abplattung der Zunge, so entsteht ein luftverdünnter Raum; wir können durch eine zwischen den Lippen gehaltene Röhre Luft ansaugen. Die Größe des angesaugten Manometerdruckes hängt natürlich vom Volumen des Manometers ab. Durch wiederholtes Ansaugen (Absperren einmal des ausgesaugten Raumes und Einnehmen der Mundanfangsstellung, neuerliches Saugen unter Öffnen des auszusaugenden Raumes usw.) kann man die Luft in irgendeinem Gefäße bis auf 6 cm Hg Druck statt des ursprünglichen 76 cm aussaugen.

Viele Tiere haben Vorrichtungen, welche napfförmig an irgendeinem fremden Gegenstand angelegt und angesaugt werden, indem sie, sich vergrößernd, einen luftverdünnten Raum erzeugen, so daß der äußere Luftdruck das Tier an den Gegenstand anpreßt, z. B. Oktopoden, deren Arme mit zahlreichen Saugnäpfchen versehen sind, Trematoden usw. Die — heute in der Medizin nur mehr selten verwendeten — Blutegel haben an der Mundhöhle einen solchen Saugnapf, mit dem sie sich an der Haut eines Warmblütlers ansaugen. Im Napfe befinden sich noch gezähnte Kiefer, welche die Haut durchbohren, so daß Blut (bis zu 10 g) angesaugt wird.

Kleine Kolbenpumpen (sog. Aspirationsspritzen) ermöglichen den Luftdruck an bestimmten Hautstellen oder Körperstellen für therapeutische Zwecke zu verkleinern. Fig. 96 zeigt, wie der Luftdruck längs größerer Gliedmaßen vermindert werden kann, um künstliche Hyperämien (Blutüberfüllungen) zu erzeugen.

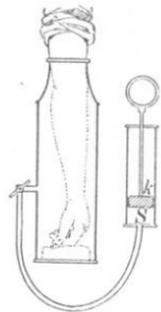


Fig. 96.

**154. Atmung.** Die Einatmung (Inspiration) und Ausatmung (Expiration) bringt Sauerstoff in die Lungen und entfernt die gasförmigen Zersetzungsprodukte, besonders Kohlensäure, besorgt also die Ventilation der Lunge. Die Lunge besteht aus einer sehr großen Anzahl hohler, zusammenhängender Säckchen, Alveolen, welche nur durch die Luftwege mit der äußeren Luft kommunizieren. Der Luftdruck dehnt diese Alveolen, trotz ihrer (kleinen) entgegenwirkenden Elastizität so weit aus, als es die umliegenden Organe, Herz, Oesophagus usw. und die äußere, luftdichte Begrenzung des Ganzen, nämlich Brustkasten und Zwerchfell, gestatten. Erweitert sich der Brustkasten dadurch, daß die an der Wirbelsäule gelenkig befestigten und nach vorne geneigten Rippen sich heben und dadurch, daß das nach aufwärts gewölbte Zwerchfell sich senkt, so wird zunächst entsprechend dem Mariotte'schen Gesetze die dauernd in der Lunge verbleibende Luftmasse verdünnt und es strömt äußere Luft ein. Beim Ausatmen geschieht das Umgekehrte.

Man kann daher durch Aufsetzen einer Nase und Mund umschließenden Maske die Lunge mit einem Apparate verbinden, der verdichtete Luft zum Einatmen liefert, indes durch eine Hahndrehung beim Ausatmen die Lunge mit der

äußeren Luft kommuniziert: Nachhilfe beim Einatmen. Ein umgekehrtes Verfahren erleichtert das Ausatmen. Beides wird therapeutisch verwendet.

Der Atemapparat ist abwechselnd Saug- und Druckpumpe. Das Ein- und Ausströmen der Luft erzeugt durch Reibung Geräusche, die von großer diagnostischer Bedeutung sind.

Für Untersuchungen ist es oft notwendig, die ein- und ausgeatmete Luft zu trennen. Hierzu geeignete Ventile zeigt Fig. 97, oben ein Wasserventil, unten ein Klappenventil aus Aluminium. *a* ist z. B. mit der äußeren Luft verbunden, *b* mit einem Spirometer, Fig. 98, einem ausäquilibrierten Gasometer, welcher die ausgeatmete Luft aufnimmt und das Volumen zu messen gestattet. Eine Ausatmung liefert für einen gesunden erwachsenen Menschen ca. 500 cm<sup>3</sup> „Atmungsluft“. Bei sehr starker Expiration gehen noch etwa weitere 1500 cm<sup>3</sup> „Reserveluft“ heraus. Dann bleiben aber immer noch ca. 1000 cm<sup>3</sup> Luft dauernd in der Lunge

zurück, „Residualluft“; letztere kann man indirekt bestimmen. Eine luftdicht über Nase und Mund sitzende Maske ist mit einem Manometer verbunden. Es sind hier zunächst unter Normaldruck *p* abgesperrt: Residualluft *x* plus Reserveluft 1500 plus Luft im Munde, Maske, Manometer usw., z. B. *m* cm<sup>3</sup>. Durch normales Einatmen wird dieses Volumen um 500 cm<sup>3</sup> vergrößert. Die Druckabnahme werde dann mit *d* gefunden, also der Gesamtdruck nach dem Einatmen *p* - *d*. Nach dem Mariotte'schen Gesetz haben wir Volumen mal Druck vor dem Einatmen ebenso groß wie nach dem Einatmen, also

$$(x + 1500 + m) p = (x + 1500 + m + 500) (p - d).$$

In dieser Gleichung ist nur *x* unbekannt und daher zu berechnen.

Wenn andererseits bei einer normalen Einatmung 500 cm<sup>3</sup> inspiriert worden sind, kann man bei großer Anstrengung noch weitere 1500 cm<sup>3</sup> („Komplementärluft“) einatmen, so daß Komplementär-, Atmungs- und Reserveluft (= 1500 + 500 + 1500 = 3500 cm<sup>3</sup>), die Vitalkapazität der Lunge, das Maximum des Luftwechsels bei einem Atemzuge darstellt.

**155. Rotationspumpe.** Als Beispiel einer solchen sei die Gaede'sche Kapselpumpe geschildert. Sie verdünnt trockenes Gas rasch bis auf 0,01 mm Hg und kann auch als Luftgebläse verwendet werden.

§ in Fig. 99 I ist ein hoh'ler horizontaler Metallzylinder, vorne und hinten durch eine vertikale kreisförmige Metallwand (nicht gezeichnet) abgeschlossen. *a* und *b* sind Löcher in der Zylinderwand mit Schlauchansätzen. In diesem feststehenden Hohlzylinder rotiert (Pfeilrichtung in Fig. 99) ein kleinerer massiver Zylinder *g*, dessen Achse zu der des großen Zylinders exzentrisch steht. Dieser Zylinder stößt oben an die äußere Zylinderfläche;

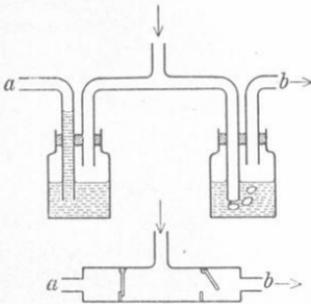


Fig. 97.

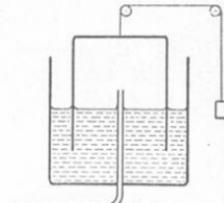


Fig. 98.

seine Vertikalwände stoßen an die vordere und hintere Vertikalwand des äußeren Zylinders. In diesem kleinen Zylinder sind zwei Schieber  $s$  und  $s_1$  — schwarz gezeichnet — durch eine Feder  $f$  fest gegen die Innenwand des Hohlzylinders gepreßt; die vorderen und hinteren Flächen dieser parallelepipedischen Schieber schleifen

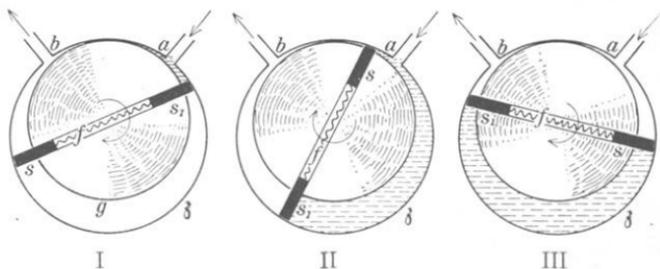


Fig. 99.

an der Vorder- und Hinterwand des feststehenden Hohlzylinders. Der in I horizontal schraffiert gezeichnete Raum bei  $a$  hat sich bei der Drehung nach II bedeutend vergrößert. Es ist daher durch  $a$  hindurch Luft angesaugt worden. Bei einer weiteren Drehung nach III hat dann der Schieber  $s$  diesen Raum von  $a$  vollständig abgesperrt. Bei einer noch weiteren, nicht gezeichneten, Drehung wird dann dieser schraffiert gezeichnete Luftraum immer kleiner und kleiner und wird bei  $b$  hinausgeblasen. Die ganze Vorrichtung, meist elektrisch angetrieben, saugt also Luft bei  $a$  ein und bläst die Luft bei  $b$  wieder hinaus.

### 156. Geißler'sche Quecksilberpumpe.

Der Bonner Glasbläser Geißler hatte die gute Idee, das Torricelli'sche Vakuum über Hg (in Fig. 83) zur Gasverdünnung zu verwenden. Fig. 100 gibt das Schema einer solchen Pumpe. Zwei birnförmige (ca. 800 cm<sup>3</sup>) Glasgefäße  $A$  und  $B$  durch Glasröhre und Schlauch verbunden, sind mit Hg gefüllt. Bei der in Fig. 100 gezeichneten Stellung des Hahnes  $h$ , ist das Hg so hoch, daß  $A$  ganz angefüllt ist. Dreht man nun den Hahn um 90°, so stehen seine Bohrungen horizontal,  $A$  ist nach oben vollständig verschlossen. Nun senkt man  $B$  um ca. 1 m

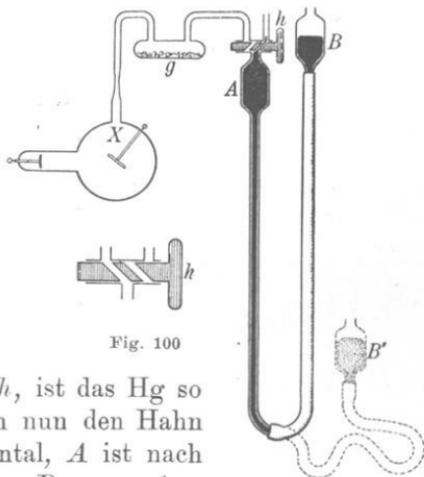


Fig. 100

(punktiert und  $B'$  unten rechts); alles Hg fließt nach  $B'$  und es bildet sich in  $A$  ein Torricelli'sches Vakuum. Nun dreht man den Hahn  $h$  in eine Stellung, die in Fig. 100 unten links vergrößert gezeichnet ist. Das Vakuum ist dann in Verbindung mit dem auszupumpenden Raume  $X$  (z. B. Röntgenröhre), dessen Luft nun ins Vakuum strömt. Diese Luft wird dann durch Horizontalstellen des Hahnes abgesperrt, durch Heben von  $B'$  nach  $B$  komprimiert, dann der Hahn so gedreht, daß er dem unten vergrößert

gezeichneten  $h$  entgegengesetzt gerichtet ist, so daß die Luft aus  $A$  wieder durch das ausströmende Hg verdrängt, ins Freie geht. Durch Wiederholung dieses Vorganges: Erzeugung eines Vakuums in  $A$ , Verbindung von  $A$  und  $X$  und Hinausdrängen der nach  $A$  gebrachten  $X$ -Luft, erreicht man Drucke von 0,001 mm, weil hier jeder schädliche Raum fehlt, da das Hg sich an alle Unebenheiten anschmiegt. Um die Feuchtigkeitsreste, die an den Glaswänden immer absorbiert sind, wegzuschaffen, ist in  $g$  ein Trockengefäß, gefüllt mit Phosphorpentoxyd, welches allen Wasserdampf gierig verschluckt.

**157. Tropfpumpe.** Aus dem Quecksilbergefäße  $A$  (Fig. 101) tropft (mit gewöhnlichem Hahn  $h$  regulierbar) Hg aus einer Spitze gegen eine dünne vertikale Fallröhre  $a$ . Jeder dieser einzelnen fallenden Quecksilbertropfen sperrt in diesem Rohre etwas Luft, z. B.  $e$  ab; dieser Luftraum  $e$  sinkt zwischen Quecksilbertropfen, oben und unten eingeschlossen, nach abwärts; dies gilt für alle Tropfen und so wird  $X$  immer luftleerer. Der Apparat muß so dimensioniert sein, daß die Summe der vertikalen Längen aller Quecksilbertropfen und der weiter unten scheinbar zusammenhängenden Quecksilbersäule mehr als 76 cm beträgt; es ist  $ab$  etwa 1,4 m.

Man kann statt Quecksilber auch Wasser nehmen (Bunsenwasserpumpe), braucht dann aber ein Fallrohr von vielen Metern und erreicht, da immer Wasserdampf zurückbleibt, nie ein vollständiges Vakuum wie bei Quecksilber. Die eigentliche „Wasserluftpumpe“ ist in § 164 dargestellt.



Fig. 101.

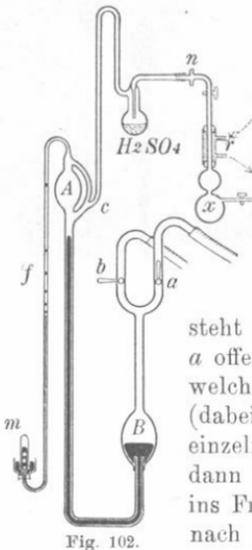


Fig. 102.

**158. Automatische Pumpen.** Fig. 102 stellt eine Quecksilberpumpe dar, die beide Prinzipien, die eben geschildert wurden, vereinigt. Sämtliche Verbindungen sind aber starr und das Heben des Quecksilbers von  $B$  nach  $A$  wird durch einen Hilfsdruck besorgt. Der auszupumpende Raum sei  $x$ . Das Quecksilber steht z. B. in der gezeichneten Lage. Der Hahn  $b$  ist geschlossen,  $a$  offen und es strömt aus der Wasserleitung Wasser nach  $B$  ein, welches durch seinen Druck das Quecksilber in  $A$  zunächst über  $c$  (dabei das  $x$  absperrend) und weiter so hoch hebt, daß das Hg in einzelnen Tropfen langsam in der Röhre  $f$  abfällt. Schließt man dann den Hahn  $a$  und öffnet den Hahn  $b$ , durch den das Wasser ins Freie abströmen kann, so wird das fallende Quecksilber wieder nach  $B$  zurückströmen, wobei in  $A$  ein Vakuum entsteht, das, wenn die Quecksilbersäule unter  $c$  gefallen, in Verbindung mit

dem auszupumpenden Raum  $x$  getreten ist. Man hat bei dieser Pumpe also nur im richtigen Tempo abwechselnd den Hahn  $a$  und  $b$  zu schließen und zu öffnen. Dieses Anschalten der Pumpe an die Wasserleitung hat aber den Nachteil, daß das Quecksilber feucht wird.

Man verwendet darum oft eine Wasserluftpumpe, durch die man den Druck über  $B$  so verringert, daß das Quecksilber aus  $A$  abfließen kann. Bringt man dann über  $B$  gewöhnliche Luft, steigt das Hg wieder nach  $A$ . Diese abwechselnde Verbindung des Raumes  $B$  mit einer Wasserluftpumpe und mit dem äußeren Raume geschieht bei vielen Pumpen automatisch, indem das steigende oder fallende Quecksilber elektrische Kontakte oder mechanisch irgendeine Ausströmungsmöglichkeit auslöst. Solche automatische Pumpen arbeiten dann stundenlang ohne Beaufsichtigung.

In Fig. 102 ist eine Pumpe dargestellt, welche links unten eine Vorrichtung enthält, um die abgepumpten Blutgase zu untersuchen. Aus Flüssigkeiten gehen bei höherer Temperatur und niederem Drucke die absorbierten Gase heraus. Das zu untersuchende Blut ist in  $x$  eingefüllt und wird auf etwa  $40^{\circ} \text{C}$  erwärmt;  $r$  ist ein Wasserkühler, der den aufsteigenden Wasserdampf möglichst kondensiert; trotzdem mitgehender Wasserdampf wird in  $\text{H}_2\text{SO}_4$  absorbiert. Bei  $n$  ist ein Glasschliff mit Ansatz, der ein leichtes Schütteln des zu evakuierenden Blutes gestattet. Am anderen Ende der Blutgaspumpe links unten werden die ausgepumpten Blutgase im Röhrechen  $m$  über Hg aufgefangen.

**159. Die Gaede Hg-Pumpe** (Fig. 103 Seiten-, Fig. 104 Hintenansicht) ist derzeit zur Erreichung eines vollkommenen Vakuums die beste. Sie ist eine Art umgekehrter Gasuhr. Eine Gasuhr (zur Kontrolle des Gas-

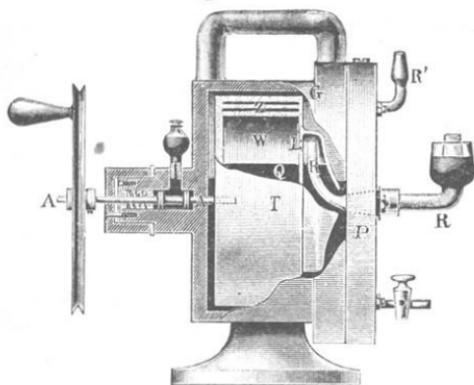


Fig. 103.

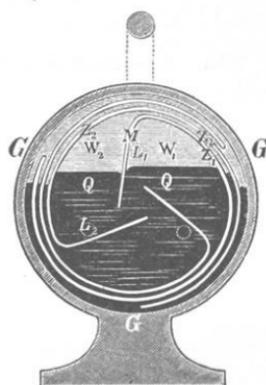


Fig. 104.

konsums) bewegt sich, von dem durchstreichenden Gase getrieben. Hier aber wird umgekehrt durch mechanisches Drehen die Luft bewegt. Ein runder feststehender Metallzylinder  $GG$ , durch Vertikalwände vorne und hinten ( $P$ ) geschlossen, enthält eine von außen das Gehäuse unter Quecksilberabschluß luftdicht durchsetzende Achse  $AA$ , an welcher ein eigentümlich gestalteter Porzellanapparat  $Z_1Z_2Z_3$  befestigt ist. Die Drehung geschieht in Fig. 104 in einem dem Uhrzeiger entgegengesetzten Sinne. Zwei Drittel des Gehäuses sind mit Quecksilber  $Q$  gefüllt und das Ganze wird durch eine Hilfspumpe mittels eines Schlauchansatzes  $R'$  auf etwa 10 bis 20 mm Hg ausgepumpt.  $Z_1$  ist ein eigentümlich geformter Hohlraum

aus Porzellan — ebenso  $Z_2$  und  $Z_3$ . Kurz vor der in Fig. 104 gezeichneten Stellung von  $Z_1$  war der Hohlraum  $W_1$  ganz mit Hg gefüllt. Der Raum  $W_1$  in Fig. 104 ist also ein Vakuum. Die Quecksilberhöhe beträgt hier nicht 76 cm, sondern nur einige mm, weil im ganzen Gehäuse um die Porzellantrommel herum der Druck durch die Hilfspumpe schon stark erniedrigt ist. In der gezeichneten Lage ist der Raum  $W_1$  durch das Loch  $L_1$  in der Porzellanwand (Fig. 103 und 104) und die Röhre  $R$  in Verbindung mit dem auszupumpenden Raume, der an einem Glasschliff (Fig. 103 rechts) aufgesetzt ist.  $W_1$  wird, wenn es sich in Fig. 104 oben von rechts nach links dreht, immer größer und die Luft in  $W_1$  immer verdünnter. Bei weiterem Drehen (z. B.  $W_2$  in Fig. 104) kommt  $L$  (z. B.  $L_2$  in Fig. 104) unter das Quecksilber; dadurch wird  $W$  von dem auszupumpenden Raum getrennt. Dafür geht aber die äußerste Zunge von  $Z$  (z. B.  $Z_3$  in Fig. 104) rechts oben aus dem Quecksilber heraus, so daß dann die Luft in dieser Kammer  $W$  (z. B.  $W_3$  in Fig. 104) durch  $R'$  mit der Hilfspumpe kommuniziert. Ein Auffangen des ausgepumpten Gases ist hier nicht möglich.

Der Antrieb geschieht meist elektrisch. Solche Pumpen sind z. B. in der Glühlampenfabrikation in immer steigender Verwendung.

### Bewegte Gase.

**160. Idealer Ausfluß.** Das Ausströmen eines Gases durch eine kleine Öffnung können wir analog dem Torricelli'schen Probleme (§ 113) behandeln.

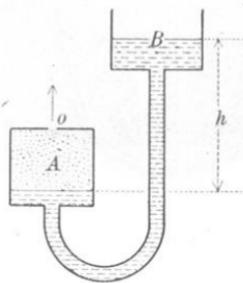


Fig. 105.

Der Raum  $A$  in Fig. 105 habe oben ein kleines Loch  $o$  und enthalte ein Gas, welches unter dem Drucke der Wassersäule  $h$  stehe, so daß das Gas in  $A$  bei  $o$  mit einer Geschwindigkeit  $v$  hinausgedrückt werde. Wenn aus dem Gefäße  $B$  die Wassermasse  $m$  nach  $A$  abgeflossen ist, so ist die dabei gewonnene Energie  $mgh$  gleich der kinetischen Energie des bewegten Gases  $m'$  nämlich  $\frac{1}{2}m'v^2$ ; dabei sei die Wasserröhre so weit, daß man die Wassergeschwindigkeit selbst vernachlässigen kann. Es ist also  $v^2 = 2gh \frac{m}{m'}$ . Hier ist  $\frac{m'}{m}$  das Verhältnis einer Gasmenge zu einer gleichgroßen Wassermenge oder die

Gasdichte  $\delta$ ; es ist also  $v = \sqrt{2gh \frac{1}{\delta}}$  oder das Quadrat der Ausströmungsgeschwindigkeit ist umgekehrt proportional der Gasdichte. ( $h/\delta$  wäre die Höhe der Gassäule, welche denselben Druck wie die Wassersäule  $a$  ausübt. Es gilt also auch hier genau dasselbe wie in § 113, nur müssen wir statt des Wortes Flüssigkeit das Wort Gas einsetzen.)

Läßt man aus einem Apparate ähnlich wie Fig. 105 einmal Luft ausströmen und dann irgendein anderes Gas, wobei in beiden Fällen die Flüssigkeit in  $B$  beim Beginn gleich hoch und am Ende des Versuches gleich tief stehen muß, so strömt die Luft und das Gas unter genau denselben Druckbe-

dingungen aus und es verhalten sich die Quadrate der Ausströmungszeiten wie die Gasdichten. Diese Methode ergibt bequem die Dichte von Gasen bezogen auf Luft und ist mit Vorteil verwendbar, wenn nur kleine Gas-mengen zur Verfügung stehen.

**161. Gasreibung.** Jedes Gas strömt wie eine Flüssigkeit von Orten hohen Druckes zu Orten geringeren Druckes. Dabei zeigen die Gase wie auch die Flüssigkeiten äußere Reibung und innere Reibung (§ 115).

Strömt ein Gas (oder eine Flüssigkeit) gegen einen festen Körper, so tritt ein großer Reibungswiderstand auf. Es müssen die im Wege behinderten Gasmassen (oder Flüssigkeitsmassen) ausweichen, wobei natürlich innere und äußere Reibung ins Spiel kommt; das gibt zu sehr komplizierten Druckdifferenzen und Strömungserscheinungen Anlaß, die als hauptsächlich von technischem Interesse (Luftfahrzeuge und Schiffbau) hier nicht erörtert werden sollen.

Ein solcher Gasstrom besitzt natürlich wie ein Flüssigkeitsstrom Energie. Er übt auf entgegengesetzte feste Flächen einen dynamischen Druck aus, der, wenn die Fläche schief gegen die Windrichtung festgehalten wird, in eine wirk-same Komponente senkrecht zur Fläche und in eine unwirksame, parallel zur Fläche abgleitende Komponente zu zerlegen ist: Segelschiff, Drache, Wind-mühle usw. Bringt man umgekehrt ein Rad mit schiefen Flügeln durch mecha-nische Energie um eine feststehende Achse in Rotation, so erzeugt es einen Luftstrom: Ventilator; ist hingegen dieses rotierende Rad beweglich, so schraubt es sich in der Luft weiter: Luftschraube der Flugfahr-zeuge, so wie sich ein Korkzieher in den Kork einbohrt oder die Schraube eines Schraubendampfers in das Wasser.

**162.** Als einfaches Beispiel für die durch die Luft-reibung verursachten komplizierten Bewegungen sei das **aerodynamische Paradoxon** angeführt.

Bläst man (Fig. 106) durch die vorne spitze Röhre *B* in horizontaler Richtung Luft, so reißt die bei der Spitze ausströmende Luft durch Reibung aus der Ver-tikalröhre *A* zuerst Luft und dann Flüssigkeit aus dem Gefäße mit, die in feinen Tropfen als Spray verteilt wegfliagt: Blumenspritze. Trotzdem wir also in *B* hineinblasen, erhalten wir keine Drucksteigerung in *A*, sondern eine Druckverminderung, daher der Name aerodynamisches Paradoxon. Man kann auch Wasserdampf aus einem kleinen Dampfkesselchen durch *B* senden und aus dem Gefäß irgend-eine medizinisch wirksame Flüssigkeit mitreißen lassen; das ergibt den in der Laryngologie vielfach verwendeten Inhalationsapparat.

Ein mit Handgebläse versehener Inhalations- oder Sprayapparat sieht aber anders aus und hat mit dem aerodynamischen Paradoxon nichts zu tun.

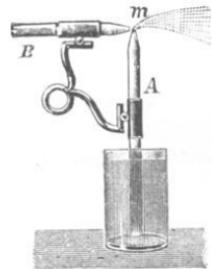


Fig. 106.

Fig. 107 gibt schematisch den hier wirkenden Mechanismus.  $K$  ist eine Luftpumpe, genau nach dem  $K$  in Fig. 72. Damit die Luft nicht bei jedem Drucke stoßweise hinausgeht, ist  $W$  ein dünner Kautschukballon, der sich aufbläst und einen Vorrat an gepreßter Luft liefert (Windkessel § 142); er ist mit einem Netze umzogen, damit er nicht platzen kann. Die eingepreßte Luft teilt sich dann bei  $a$  in zwei Teile. Ein Teil strömt hinunter in die Flasche  $F$  und drückt die Flüssigkeit durch die Röhre  $z$  hinauf nach  $o$ , der andere Teil der Luft geht aber von  $a$  direkt nach  $o$ , sich hier mit der Flüssigkeit mischend und diese zerstäubend.

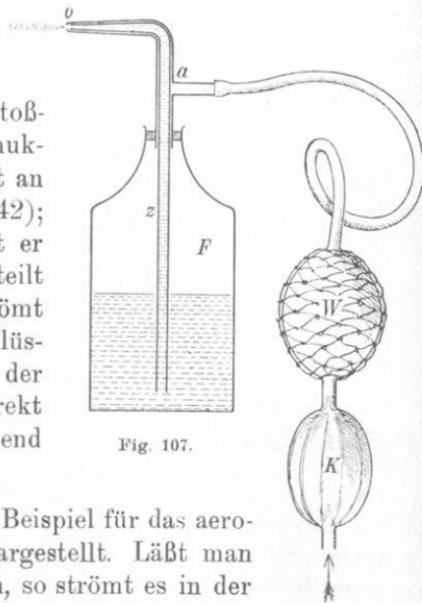


Fig. 107.

**163. Bunsenbrenner.** Ein anderes Beispiel für das aerodynamische Paradoxon ist in Fig. 108 dargestellt. Läßt man bei  $a$  Leuchtgas eintreten, so strömt es in der (ausgezogenen) Pfeilrichtung aus der engen Öffnung  $o$  aus und saugt durch die zwei Seitenöffnungen des weiten Vertikalrohres in der (gestrichelten) Pfeilrichtung Luft ein, so daß dann oben ein Luft-Leuchtgas-Gemisch ausströmt. Durch passende Verkleinerung oder Vergrößerung der Seitenöffnungen kann man den Prozentgehalt Luft-Leuchtgas ändern. (Weiteres § 340).

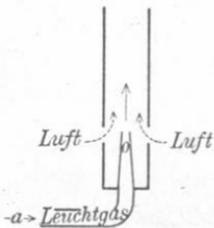


Fig. 108.

**164. Unter Wasserluftpumpe** versteht der Physiker nicht die in § 157 geschilderte mit langem Fallrohr, sondern die fast ausschließlich in Verwendung stehende billige und bequeme Luftpumpe Fig. 109 (nicht punktiertes Teil). Sie ähnelt im oberen Teil der Fig. 101, das Fallrohr  $ab$  ist aber nur 10—30 cm lang; dafür braucht die Pumpe aber viel Wasser, das mit starkem Druck durch die Spitze bei  $a$  herausspritzt und durch Reibung Luft aus  $x$  mitreißt und einen hier angeschlossenen Raum bis zur Dampfspannung des Wassers (Sommer ca. 20, Winter ca. 10 mm Hg) auspumpt.

Läßt man  $x$  offen, so hat das mit Luft gemischte Wasser in  $ab$  ein ganz milchiges Aussehen. Fügt man nun den in Fig. 109 punktiert gezeichneten Teil hinzu, so fließt das Wasser durch den halbgeöffneten Hahn  $h$  ab, die in  $x$  angesaugte Luft steigt in Bläschen auf und entweicht bei  $e$  mit großer Gewalt: Wassergebläse.

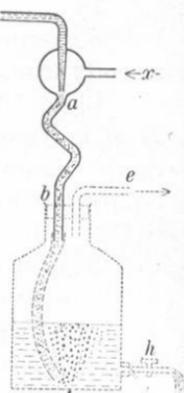


Fig. 109.