Hieronymi Cardani, praestantissimi mathematici, philosophi, ac medici Artis magnae, sive de regvlis algebraicis, lib. unus

Cardano, Geronimo

Norimbergae [Nürnberg], 1545

urn:nbn:at:at-ubi:2-864

HIERONYMI CARDANI, PRÆSTANTISSIMI MATHEMATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI,

ARTIS MAGNÆ,

SIVE DE REGULIS ALGEBRAICIS,

Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod

OPUS PERFECTUM

inscripsit, est in ordine Decimus.

HAbes in hoc libro, studiose Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Cossa uocant) nouis adinuentionibus, ac demonstrationibus ab Authore ita locupletatas, ut pro pauculis antea uulgò tritis, iam septuaginta euaserint. Neq; solum, ubi unus numerus alteri, aut duo uni, uerum etiam, ubi duo duobus, aut tres uni ęquales fuerint, nodum explicant. Hunc aũt librum ideo seorsim edere placuit, ut hoc abstrusissimo, & planè inexhausto totius Arithmeticæ thesauro in lucem eruto, & quasi in theatro quodam omnibus ad spectandum exposito, Lectores incitarẽtur, ut reliquos Operis Perfecti libros, qui per Tomos edentur, tanto auidius amplectantur, ac minore fastidio perdiscant.

HIERONYMVS CARDANVS MEDICVS ANDREÆ Osiandro uiro eruditiss. S. P. D.

NIHIL tam animo unq; uersaui, Andrea doctiss. quàm ut eorum, qui de bonis literis bene merentur, nomina posteritati commendarem. Tum uero præcipuam quandam diligentiam adieci, si tales cum eruditione humanitatem coniunxissent. Quamobrem cum te non solum Hebræarum, Græcarum, ac Latinarum literarum scientiam haud mediocrem, sed etiam Mathematicarum habere intelligam, humanissimum quoq; semper expertus sim, uisum est, hoc meum opus, nulli melius posse dedicari, quàm tibi, à quo possit & emendari, (si manus mea imperium mentis transgressa fefellisset) & legi cum uoluptate, & intelligi, tum uero etiam cum authoritate commendari. Hoc exemplum, nisi fallor, & alij sequentur, ac opera sua, non nisi in ea quam tractant arte eruditis dedicabũt. Accipe ergo amoris erga te mei, & officij in me tui, tum præclaræ simul eruditionis tuæ perpetuum testimonium. Et quanq; tu talis sis, quem tua uirtus omnibus notum faciat, tamen cum Alexander, & Cæsar, factis suis notissimi, aliorum monumentis inscribi desiderauerint, cunq; Plato, qui mira illa per sese conderet, aliorum tamen scriptis laudari concupiuerit, spero meum hoc qualecunq; officium tibi quoq; non ingratum esse futurum, quòd & in his fortuna quædam dominetur, pereantq; meliora sæpe, seruatis deterioribus. Et sit modo de hoc q̃lecunq; iudicium tuum, certum mihi tamen est, officio meo me satisfacere debere. Atq; utinam contingat illustriore exemplo, animum meum erga omnes ostendere, qui eo animi candore sunt, quo te in studiosos nostri temporis fuisse semper agnoui. Sed dabitur forsan occasio melior, etsi non detur, hanc tamen, q̃liscunq; sit, perijsse mihi nolim. Vale. v. Idus Ianuarias. M. D. XLV. Papiæ.

INDEX EORUM QUÆ IN HOC LIBRO CONTINENTUR.

Errata quædam sic corrigito.

Fol. 5. facie 2. uersu 28. lege 6 quadratis p: 3.
Fol. 8. facie 2. uersu ultimo. reliquas.
Fol. 9. facie 2. uersu 34. superficiem.

ARS MAGNA, QVAM VVLGO COSSAM VOCANT, SIVE REGVLAS ALGEBRAICAS, PER D. HIERONYMVM Cardanum in Quadraginta Capitula redacta, & est Liber Decimus sui Arithmeticæ.

De duabus æquationibus in singulis capitulis. Cap. I.

HÆC ars olim à Mahomete, Mosis Arabis filio initium sumpsit. Etenim huius rei locuples testis Leonartus Pisauriensis est. Reliquit autẽ capitula quatuor, cum suis demonstrationibus, quas nos locis suis asscribemus. Post multa uero temporum interualla, tria capitula deriuatiua addita illis sunt, incerto authore, quæ tamen cum principalibus, à Luca Pacciolo posita sunt. Demum etiam ex primis, alia tria deriuatiua, à quodam ignoto uiro inuenta legi, hæc tamen minime in lucem prodierant, cum essent alijs longe utiliora, nam cubi & numeri & cubi quadrati æstimationẽ docebant. Verum temporibus nostris, Scipio Ferreus Bononiensis, capitulum cubi & rerum numero æqualium inuenit, rem sanè pulchram & admirabilem, cum omnem humanam subtilitatem, omnis ingenij mortalis claritatem ars hęc superet, donum profectò celeste, experimentum autem uirtutis animorum, atq; adeò illustre, ut qui hæc attigerit, nihil nõ intelligere posse se credat. Huius ęmulatiõe Nicolaus Tartalea Brixellensis, amicus noster, cũ in certamẽ cũ illius discipulo Antonio Maria Florido uenisset, capitulum idem, ne uinceretur, inuenit, qui mihi ipsum multis precibus exoratus tradidit. Deceptus enim ego uerbis Lucæ Paccioli, qui ultra sua capitula, generale ullũ aliud esse posse negat. quanq; tot iam antea rebus à me inuentis, sub manibus esset, desperabam tamen inuenire, quod quærere non audebam. Inde autem, illo habito, demonstrationẽ uenatus, intellexi complura alia posse haberi. Ac eo studio, auctaq; iam confidentia, per me partim, ac etiam aliqua per Ludouicum Ferrarium, olim alumnum nostrum, inueni. Porrò quæ ab his inuenta sunt, illorum nominibus decorabuntur, cætera, quæ nomine carent, nostra sunt. At etiam demonstrationes, præter tres Mahometis, & duas Lodouici, omnes nostræ sunt, Singulæq; capitibus suis præponentur, inde regula addita, subijcietur experimẽtum. Et quanq; longus sermo de his haberi posset, ac innumera capitulorum series subiungi, finem tñ exquisitæ con siderationi in cubo faciemus, cætera, etiã si generaliter, q̃si tamen per transennam tractantes. nanq; cũ positio lineam, q̃dratum superficiẽ, cubus corpus solidũ referat, næ utiq; stultũ fuerit, nos ultra progredi, quo naturæ nõ licet. Itaq; satis ꝑfecte docuisse uidebitur, qui oĩa, quæ usq; ad cubum sunt, tradiderit, reliq̃ quæ adijcimus, quasi coacti aut incitati, nõ ultra tradimus. In omnibus autẽ præcedentium, ac maxime librorũ tertij ac quarti, meminisse operæprecium fuerit, ne uel iterum tradendo nugax efficiar, aut obscurior prætermittendo.

2 Iam enĩ docuisse nos meminimus, quę sint impares, aut pares denominationes. Nanq; q̃dratum, & q̃dratum q̃drati, cubum'q; quadrati, ac deinceps una semper intermissa. Pares, rem aũt seu positionem, cubum, primum ac secundum nomen, impares uocamus denominationes. At uero quòd tam ex 3, quàm ex m: 3, fit 9, quoniam minus in minus ductũ ꝓducit plus. At in imparibus denominationib9 eadẽ seruatur natura: nec plus nisi ex uero numero fiet: nec cubus, cuius æstimatio sua sit m: seu quòd dicimus debitũ, ex positione ulla numeri ueri ꝓduci potest, iam meminisse oportet dilucidius explicatũ.

3 Si igitur par denominatio, numero æqualis sit, rei æstimatio duplex est, m: & p: altera'q; alteri æq̃lis, uelut, si q̃dratum æquetur 9, res est 3, uel 3 m: & si æquetur 16, res est 4, uel m: 4, & si q̃dratum q̃drati ęquetur 81, rei ęstimatio est 3, uel m: 3. Cõponere autem pares denominationes nõ est admodum necessarium, quia q̃d. quadratum ad deriuatiua capitula pertinet; uerũ si diligenter hæc, quæ scribam, animaduerteris, cũ hac regula etiam uoto tuo satisfacies, nam cum q̃dratum & q̃d^ti q̃dratũ numero æquantur, eadem erit ratio, quę in simplici, duplex ęquatio scilicet, altera p: altera m: inuicem'q; ęq̃les, uelut 1, q̃d^ti q̃dratum p: 3 q̃dratis æquantur 28, positio ualet 2 uel 2 m: At uero, si q̃d^ti q̃dratũ & numerus, ęqualia sint q̃dratis, demonstrabimus sanè in capitulo octauo, duas esse rei ęstimationes ueri numeri, totidem aũt habebit per m: singulas singulis correspondentibus æq̃les, uelut si dicam 1 q̃d^ti q̃d^m p: 12, æquatur 7 q̃dratis, positionis æstimatio est, uel 2, uel m: 2, uel ℞ 3, uel m: ℞ 3, & sic sunt q̃tuor æq̃tiones. Quòd si caruerit ęstimatiõe uera, carebit etiam ea, quę est per m: uelut 1 q̃d^ti q̃d^m p: 12, æq̃tur 6 q̃d^tis, quia non potest æquationẽ ueram habere, carebit etiam ficta, sic enĩ uocamus eam, quæ debiti est seu minoris. At uero si q̃d. q̃d^m numero & q̃dratis æquale sit, una semper est rei uera æstimatio, altera ei æqualis, ficta, uel per m: uelut 1 q̃d^ti q̃d^m æquetur 2 q̃dratis p: 8, rei ęstimatio est 2, uel m: 2. Eadem igitur ratio in cæte

ris

ris paribus omnibus denominationibus inter se,cũ numero iungunt,
at hoc per depressionem quomodo fiat,in 4° libro plene docuimus.

At imparium denominationum , una tantum æquatio uera est, 4
nulla ficta,cũ solæ numero cõparantur,uelut duæ res æquantur 16,
æstimatio rei est 8,duo cubi æquantur 16,æstimatio rei est 2, semper
autem numerus cui comparantur denominationes , in hoc capitulo
uerus,non fictus supponitur,quid enim tam stultum , quàm funda-
mentum ipsum infirmare,quanq; tamen ratio opposita , in oppositis
esset persequenda,eadem igitur est ratio,ubi plures denominationes
numero comparantur,etiamsi mille forent,una erit æstimatio rei ue-
ra,& nulla ficta,uelut 1 cubus p:6 positionibus,æquatur 20, rei æsti-
matio nulla est præter 2,neq; uera neq; ficta.

Cum uero duæ denominationes cum numero comparantur, aut 5
ambæ impares, & comparatio fiet ad extremam,uel ad mediam,nam
de ea quæ fit ad numerum,iam in præcedenti regula dictum est , uel
altera impar,altera par,nam de utraq; pari,in tertia regula generali-
ter diximus . Si igitur extrema denominatio,cubus scilicet, cũ nume-
ro mediæ,id est positionibus comparetur, uide an ex duabus tertijs
numeri Rerum in radicem tertiæ partis eiusdem numeri fiat ducen-
do,numerus propositus aut maior , aut minor,si igitur fiat numerus
propositus præcise,æstimatio rei est duplex,& una uera,scilicet ℞ ip
sa,quæ ducta est. Exemplum,cubus p:16,æquatur 12 positionibus,
ducto igitur 8,qui est $\frac{2}{3}$ de 12,numero rerum,in 2 radicem 4,qui est
$\frac{1}{3}$ numeri rerũ,fit 16,numerus æquationis propositus, æstimatio igi-
tur est 2,radix 4,& alia est ęstimatio ficta, & est correspondens uerę,
cubi æqualis eisdem rebus,& eidem numero,ut in exemplo, si cubus
æquatur 12 rebus, p:16 numero,uera æstimatio est 4,igitur si cubus
p:16 ęquatur 12 positionibus,ęstimatio rei est m:4, nam 12 res sunt
m:48,& cubus m:4 est m:64,cui addito 16, fit m: 48. Quod si pro-
ductum ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum in ℞ tertiæ partis eiusdem numeri,supe-
ret numerũ æquationis propositũ, tunc capitulum habebit tres æqua
tiones,duas ueras,& tertiam fictam. Exemplũ, 1 cubus p:9, ęquetur
12 rebus,una æquationum uera est 3,alia ℞ 5 $\frac{1}{4}$ m: 1 $\frac{1}{2}$, tertiam ficta
ex his semper aggregatur,& respondet æstimationi cubi ęqualis eis-
dem rebus & eidem numero ueræ,& est ℞ 5 $\frac{1}{4}$ p: 1 $\frac{1}{2}$ & ita reliqua fi-
cta,de qua diximus,in alio exẽplo , aggregatur ex duabus ueris, sed
quia ueræ sunt inuicẽ æquales,ideo ficta semper dupla est ueræ. Ma
nifestum est igitur, quòd falsæ æquationes seu fictæ , capituli cubi &
numeri æqualium rebus, respondent æquationibus ueris capituli cu-
bi æqua-

bi æqualis rebus & numero, ubi res & numerus sint idē. At uero ubi ex tali multiplicatione R tertiæ partis numeri rerum, in duas tertias eiusdem numeri fiat minus numero proposito, tūc nulla erit æquatio uera sed una ficta, æqualis ueræ capituli cubi æqualis totidem rebus & eidē numero, uelut 1 cubus p: 21 æquatur 2 rebus, quanquam careat uera æquatione, ficta tamen est m: 3, & hæc est æstimatio uera cubi æqualis duabus rebus ac numero uiginti uno.

6 Ex his non difficile est uenari, quot æquationes habeat capitulū cubi æqualis rebus & numero. Si igitur ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum in radicem tertiæ partis eiusdem, fit numerus propositus, capitulum habet duas æquationes, ueram æqualem fictæ præcedentis regulæ, & fictā æqualem ueræ, ideo uera est dupla fictæ, quia ibidem ficta est dupla ueræ, ut 1 cubus æquatur 12 rebus & 16 numero, æquatio uera est 4, & ficta est m: 2, quia si 1 cubus p: 16, æquatur 12 positionibus, æstimatio uera est 2, & ficta m: 4. Quod si ex dicta multiplicatione, proueniat plus numero æquationis, æstimatio uera erit una, respondens falsæ præcedentis regulæ, & falsa duplex, utraque respondens ueræ, præcedentis regulæ, ut si cubus æquetur 12 positionibus p: 9, æstimatio falsa utraque est, R $5\frac{1}{4}$ m: $1\frac{1}{2}$ m: & 3 m: & uera est R $5\frac{1}{4}$ p: $1\frac{1}{2}$, & ita uides, qualiter falsæ ueris, & ueræ falsis sibi inuicem respondent, ex ambabus autem falsis cōflatur uera, nam ex R $5\frac{1}{4}$ m: $1\frac{1}{2}$ & 3, fit R $5\frac{1}{4}$ p: $1\frac{1}{2}$. Quod si ex tali producto fiat minus numero æq̄tionis, æstimatio est una tantū, & uera, sicut in præcedenti regula est una tantū, & ficta, uelut si cubus æq̄lis sit duabus rebus & 21 numero, æquatio est 3, sicut in cubo p: 21 æquali duabus rebus æstimatio ficta est m: 3.

7 In capitulis aūt in quibus æquantur inuicem numerus & denominatio par & impar, aut par est extrema, ut quando q̄d^m & positio, & numerus æquantur inuicem aut denominatio extrema est impar, ut quando cubus & q̄d^m æquantur numero, si igitur q̄d^m æquatur positionibus & numero, habebit duas æquationes, unam ueram æq̄lem fictæ, capituli q̄drati & rerū earundem æq̄lium eidē numero, & aliam fictam æq̄lem ueræ alterius capituli. Exemplū, Si q̄d^m & 4 positiones, æquantur 21, æstimatio uera est 3, & ficta m: 7, & si q̄d^m æquatur 4 positionibus, & 21, æstimatio uera est 7, & ficta m: 3, ideo habitis ueris, mutuo habentur fictæ, quemadmodum in præcedenti regula, sed diuerso modo, nam hic extrema extremis, ibi media extremis comparantur. Nam ibi capitulum cubi & numeri æq̄lis rebus, cōparatur capitulo cubi æqualis rebus & numero, hic capitulum q̄drati & rerum æqualium numero, cōparatur capitulo q̄d^ri æq̄lis rebus & numero.

At

At quando quadratũ & numerus æquantur rebus, & casus est possibilis, tunc sunt duæ solutiones ueræ, ut dicendo quad^{m} p: 12. æquatur 7 pos^{b}, positio potest esse 4. uel etiam 3. nam in utroque uerificatur, nisi quando numerus est æqualis quadrato dimidij numeri radicum, nam tunc solum est una ęquatio, scilicet dimidium numeri ipsarum radicũ. In hoc autem capitulo nunquam potest esse solutio ficta, nec æquatio per minus. sed ubi est solutio per uerum numerum, est duplex, ubi caret solutione uera, nõ tamen magis potest solui per æquationem fictam.

Si uero ęquatio quæratur in capitulis cubi, quadratorum, & numeri, tunc si cubus æquatur quadratis & numero, tunc est una tantum solutio uera, uelut si dicam, cubus æquatur tribus quadratis p: 16. res ualet 4. & non potest alia inueniri. 8

NOTANDVM. In omnibus autem capitulis in quibus est una tantum solutio, æquatio est facilior inuentu, & nitidior, uelut in capitulo cubi & rerum æqualium numero, & cubi æqualis quadrato & numero, & in capitulo cubi æqualis rebus & numero, ubi productio illa ex $\frac{2}{3}$ numeri in R tertiæ partis est minor numero. Idem dico, ubi cubus cum numero æquatur rebus, & non potest haberi nisi ficta æquatio, reliquæ autem in quibus multiplex est æstimatio rei, sunt difficiliores & confusæ. Not^{m}.

Si igitur cubus & quadratum, æquantur numero, tunc æstimatio rei est una tantũ per plus, ubi ex $\frac{1}{3}$ numeri quad^{ti} in quadratum duarum tertiarum eiusdem numeri fiat minus numero æquationis, & hæc æstimatio eadem est fictæ, correspondenti capitulo cubi & numeri æqualium quadratis sub eadem quantitate. Exemplũ. Cubus & tria quadrata æquantur 20, tunc quia ex 1 tertia parte nnmeri quadratorum, in 4 quadratũ duarum tertiarum fit minus quàm 20, dico quod non est nisi una æquatio, & res ualet 2, & hęc est æstimatio per m: cubi p: 20, ęqualis tribus quadratis. Vbi uero ex ea multiplicatiõe talis numerus possit produci, erit una æstimatio uera, & duæ fictæ, & uera correspondebit fictę alterius capituli, & rursus fictæ ueris. Exemplũ, si dico, cubus & 11 quadrata æquantur 72, res est R 40 m: 4, pro uera æstimatione, sed pro ficta est 3 m: uel R 40 p: 4 m: Et si cubus cum 72 æqualis sit 11 quadratis, æstimationes ueræ sunt 3. uel R 40 p: 4. & ficta est R 40 m: 4 m: Ideo quærendo fictam semper quærimus ueram, & correspondentem alterius capituli.

Notum est autem ex hoc, quod capitula quædam habent duas, quædam unam æstimationem, & quando habet tres, in una parte ca- Not^{m}.

pituli, habent postmodum unam tantum in reliqua, uelut capitulum cubi æqualis rebus & numero in parte inferiore, & capitulum cubi & quadratorū ęqualium numero, & capitulum cubi & numeri ęqualium quadratis aut rebus, nam in una parte habent tres æquationes, in alia unam tantum, & similiter capitulum quad' quadrati & numeri æqualium quadrato: in una parte habet quatuor æquationes, in alia postmodum nullam, quædam uero habent duas per totum, ut capitulum quadrati & rerum æqualium numero, aut capitulum quadrati æqualis rebus & numero, quæ uero habent unam, sunt, ut capitulum cubi & rerum æqualium numero, & capitulum quadrati & numeri æqualium rebus, quod habet duas æquationes in una parte, in alia postmodum nullam.

Not^{m}. Et scias, quod æquationes capitulorum, cubi & quadratorum ęqualium numero, item cubi & numeri æqualium quadratis, sic se habent, quod differentia æquationum uerarum & fictarum semper est numerus quadratorum, uelut, si cubus & 72 æquantur 11 quadratis, æquatio ficta est ℞ 40 m: 4, ueræ sunt ℞ 40 p: 4. & 3. differentia, ℞ 40 m: 4 & 7 p: ℞ 40. est 11 numerus quadratorum, & ita, si cubus & 11 quadrata æquentur 72 numero.

9 In his autem capitulis, quæ duplici denominatione, impari & una pari ac numero constant, si cubus & res, æquales sint, quadratis & numero, æquationes possunt esse tres, & omnes ueræ, & nulla ficta, quia ut dictum est, minus cum ad solidum deducitur, fit minus, & ita minus æquale esset plus, quod esse non potest.

Vbi uero cubus, quadratū, & res, æquales sint numero, tunc tres etiam erunt æquationes, altera p: duæ m: & hoc, si sub eisdem denominationibus quadrata æquari possunt rebus numero & cubo, & æquationes ueræ hic, sunt fictæ in illo exemplo, 1 cu^{b9} p: 6 quad^{tis}, 3 rebus, ęquatur 18, tunc rei uera æstimatio habetur ex capitulo suo, deinde habet æstimationes fictas capituli, 1 cub. p: 3 rebus p: 18 æqualium 6 quadratis, & una earum est 3, alia ℞ $8\frac{1}{4}$ p: $1\frac{1}{2}$, igitur m: 3. uel m: ℞ $8\frac{1}{4}$ p: $1\frac{1}{2}$. est æstimatio ficta, 1 cub. p: 6 quad^{tis} p: 3 pos^{b9} æqualium 18. & cum hoc est etiam tertia æquatio uera.

Ex hoc habentur tres æquationes capituli, cubi, rerum, & numeri, æqualium quadratis, ubi æquatio possibilis, cognoscitur autē hoc ex suis capitulis, earum igitur duæ ueræ sunt & æquales, ut dictū est, æquationibus capituli totidem quadratorū & rerum & cubi æqualiū numero eidem, ut in exemplo dicto, tertia autem ueræ respondet alterius capituli, & est ficta, ideo æquatio capituli 1 cu^{bi} p: 6 quad^{tis} p: 3 pos^{b9}, pos^{bus} uera est æquatio per m: capituli, 1 cu^{bi} p: 3 rebus p: 18 æqualiū 6 quadratis. At ubi quadratorum numerus minor sit quàm ut possit æquari cubo rebus & numero, in capitulo cubi quadratorū rerum æqualium numero, tunc una est æquatio uera nulla ficta, at in capitulo quadratorum æqualium cubo rebus & numero, una ficta, & nulla uera, uelut dicendo, 1 cub. p: 1 quad^{to} p: 2 rebus æquantur 16, rei uera æstimatio est 2, & hæc est ficta æquatio cubi & duarum rerum & 16 æqualium 1 quad^{to}. Manifestū igitur est, capitula cubi, quadratorū, rerum, æqualium numero: etiam cubi rerum & numeri, æqualiū quadratis inuicem sibi respondere.

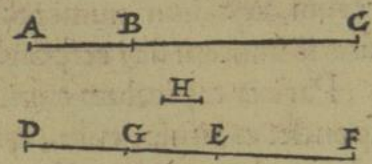
Pariter capitulum cubi, æqualis quadratis, rebus, & numero, re- 10
spondet capitulo, cubi, quadratorum, & numeri, æqualium rebus, ideoq; ubi res admodū paucę sunt, est æquatio una ficta, æqualis ueræ correspondenti alterius capituli cubi æqualis totidem quadratis, rebus & numero. Exemplū. Si cubus æqualis sit 2 quad^{tis} 1 pos^{oni} 6, numero, res ualet 3, nec plus aut minus, quia si cubus & 2 quad^{ta} & 6 numerus, æquentur uni positioni, nulla potest æquatio uera esse, sed ficta erit m: 3. quæ erat uera in alio capitulo. Quod si res tot sint, ut capitulum cubi, quadratorum, numeri, æqualium rebus, possit habere æquationem ueram, tunc æquatio uera duplex erit, & una ficta, correspondentes duabus fictis, & uni ueræ alterius capituli. Exemplū. Si cubus & 3 quad^{ta} & 6 numerus, æquales sint 20 rebus, duæ erunt æquationes ueræ, scilicet 3, & ℞ 11 m: 3, & una ficta, scilicet ℞ 11 p: 3 m: Igitur æstimatio cubi, æqualis 3 q̄d^{tis}, 20 reb. 6 numero, uera est, ℞ 11 p: 3, & duæ fictæ erunt, 3 m: & ℞ 11 m: 3 m:.

Eadem ratione capitula cubi & quadratorū æqualium rebus & 11
numero, & cubi ac numeri æqualiū q̄d^{tis} & rebus, sibi inuicē respondent. Vbi igitur capitulum cubi & numeri æqualium rebus & q̄dratis nō habet æquationem ueram, habebit unam tantum fictam, æqualem ueræ alterius capituli. Exemplum. 1 cubus p: 72, æquatur 6 quadratis p: 3 rebus, rei ficta æstimatio est, m: 3, & hæc est uera, unius cubi & 6 quadratorum æqualium 3 rebus & 72, Et sicut capitulum 1 cu^{bi} p: 72 æqualium 6 q̄d^{tis} p: 3 rebus, caret uera æstimatione, sic capitulū 1 cubi p: 6 quadratis æqualiū 3 rebus p: 72, caret ficta, at ubi capitulum cubi & numeri æqualium quadratis & rebus habet ueram æstimationem, habebit duplicem, & unam fictam, correspondentes duabus fictis, & uni ueræ alterius capituli. Exemplū, cubus p: 4 æq̄lis sit 3 q̄d^{tis} p: 5 rebus, tunc ueræ æstimationes sunt 4, uel ℞ $1\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, ficta uero est, ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ m: & hæc est uera æstimatio capituli cu

bi & 3, quadratorum æqualiũ 5 rebus & 4 numero, & reliquæ duæ, scilicet 4 & ℞ 1 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$ sunt m: in eodem casu & fictæ.

12 Est etiam manifestum, quod si q̄d q̄d^{ta} & res & numerus comparentur, regula septima in eis præcise locum habebit, sicut in quadrato rebus & numero, conferendo capitula capitulis, eadem ratio in reliquis deriuatiuis. DEMONSTRATIO.

13 Et iam oportunum est, ut ostendamus hæc demonstratione, quod etiã in toto hoc libro facturi sumus, ut rebus tã admirabilibus, ultra experientiam, fidei ratio accedat. Sit igitur gratia exempli, A B cubus, cũ B C numero æqualis D E quad^{tis} cum E F rebus, & sit H æstimatio uera, quia igitur ex supposito, A C æquatur D F, fiat D G



æq̄lis A B, quia igitur D E superat A B, in G E, & B C est æqualis G F, ex cõmuni animi sententia, erit B C, maior F E in G E, & q̄lis excessus D E super A B, talis B C, super E F. Ponat̃ igitur H minus, & ficta æquatio, erit igitur A B & E F, m: sed D E, & B C, remanent p: q̄a igitur differentia A B & D E, est G E, & differẽtia B C & E F, est etiam G E, & tantũ est detrahere A B ex D E, & E F ex B C, quantũ addere eas tanq̃ m: sequit̃ quod posita ęstimatiõe positionis, m: H, quod A B, cũ D E ęquatur B C cum E F, utrumq; enim aggregatum est residuũ G E, igitur cubus cũ quadratis, ęquatur rebus & numero eodẽ modo, & rei æstimatio est m: H, quantum scilicet in alia æquatione fuit idem in alijs.

Sequitur etiam, quod aggregatum partium in uno, est æquale differentiæ mutuæ in reliquo, uelut si dicam, cubus & 10 æquantur 6 quadratis & 8 rebus, & æstimatio in hoc capitulo sit uera, erit in capitulo cubi & 6 quadratorũ æqualium 8 rebus & 10 numero in ficta æstimatione, aggregatum ex cubo & 6 censibus, æquale differentiæ cubi & 6 censuum in uera æstimatione, uel 10 & 8 rerum in eadem uera æstimatione, & tantum erit aggregatum 8 rerum & numeri in ficta æquatione.

De numero omnium capitulorum. Cap. II.

1 AT capitula, quæ generaliter scire conuenit, usq; ad solidum extenduntur cubum, simplicia uero, quoniam unius sunt generis, in unum contraximus, quanquam ipsum usq; in infinitum extendatur. Quæ uero cum numero quadratum & positionem habent, tria sunt, & quamuis duas sortiatur

tur æstimationes unum eorum, quia tamen simul illæ cõiunctæ sunt, tria tantum dicemus esse capitula, At uero cubi & rerum & numeri tria, uerum cum unum illorum duas habeat æquationes, in quatuor euadũt, totidem fiunt ex cubo quadratis & numero, iam igitur duodecim. At cubi quadratorum positionum ac numeri, septem, in eorũ autem quatuor geminæ æquationes, quare undecim fient capitula omnia, igitur prima & generalia uiginti tria, horum primo præter misso, quodlibet deriuatiua duo sibi iungit, alterum quadrati, alterũ cubi ratione, erũt igitur generalia deriuatiua quadraginta quatuor. Post hæc duo alia sunt ignotæ quantitatis, alterum cum multiplicatur, alterum cum per se sumitur. est præterea unum generale mediorum. omnium igitur primorum notabilium numerus uiginti sex, deriuatiuorum quadragintaquatuor, omnium collectio septuaginta. Post hęc autem cum plura alia etiam singularia adiecimus, sed eorum maior uoluptas q̃ necessitas, ea igitur non inter hæc numerabimus.

Horum autem necessitas sic colligitur, cum lineæ superficiebus, 2
aut superficies lineis cognoscuntur, q̃dratorũ, positionum, ac numeri capitula oportuna sunt, at si ex latere Tetragonico aut Solido, capitulum simplex, cum uero trium ignota duo supponuntur, eaq; ad superficies ac lineas pertinent, quantitatis ignotæ, & rei, capitula exploranda erunt, atq; ea simpliciter, si lineæ lineis comparantur, producta uero, cum superficiebus, at si lineis corpora comparanda, cubi rerum & numeri, si corporibus, superficies cubi q̃dratorum & numeri, sin autem superficierum & corporũ & linearum ratio sit quærenda, capitula cubi q̃dratorum positionum & numeri sunt utiliora. Porrò in his omnibus ad numerũ semper comparatio fiet. Hæc ratio præcipua est, quanq; persæpe omnibus in unoquoq; horum uti necessariũ sit, operæprecium tamen fuerit, singula hæc describere, deriuatiuaq; suis adiungere primitiuis. sunt autem hæc.

Capitula primitiua carentia deriuatiuis.

Numerus æqualis rebus, uel numerus æqualis q̃dratis, uel nume- 1
rus ęqualis cubis, uel numerus æqualis q̃d'q̃d^{tis}, uel numerus ęqualis nomini seu relato primo, ac ita deinceps comparando numerum cuicunq; denominationi.

Numerus & q̃d^{ta} æqualia rebus, uel numerus & cubus æq̃lia re- 2
bus, uel numerus & cubus æq̃lia q̃d^{tis}, uel numerus & q̃d'q̃d^{ta} æqualia rebus, uel numerus & q̃drati q̃d^{ta} æqualia q̃d^{to}, uel numerus & q̃d'q̃d^{ta} æqualia cubis, uel numerus & nomen primum æq̃lia rebus aut q̃dratis aut cubis & sic absq; fine.

3 Numerus & positio, & ignota quantitas.

4 Numerus & q̄dratū positionis, & ignota quantitas, seu numerus & q̄dtum quantitatis ignotæ & positio, seu numerus cū q̄dto positionis quantitatis ignotæ, seu numerus & productum ex positione in quantitatem ignotam, cum altera earum, uel cum q̄drato unius earum.

Capitula primitiua.	Capitula deriuatiua.
1 Numerus æqualis q̄d.to & rebus.	1 Numerus æq̄lis q̄d'q̄d' & q̄d'. 2 Numerus æqualis cu'q̄d' & cub'.
2 Numerus & res æqualia quadrato.	3 Numerus & q̄d' æquales q̄d'q̄d'. 4 Numerus & cub' æq̄les cub'q̄d'.
3 Numerus & q̄d' ęqualia rebus.	5 Numerus & q̄d' q̄d' æqualia q̄d'. 6 Numerus & cub'q̄d' æq̄lia cub'.
4 Numerus æqualis cubo & rebus.	7 Numerus æq̄lis q̄d' & cub'q̄d'. 8 Numerus æq̄lis cub' & cubo cubi.
5 Numerus & res æqualia cubis.	9 Numerus & q̄d' æq̄lia cub'q̄d'. 10 Numerus & cub' æq̄lia cub'cub'.
6 Numerus & cubus æq̄l' rebus æq̄tio prima.	11 Numerus & cub'q̄d' ęq̄l' q̄d' ęq̄° priª. 12 Nur' & cub'cub' æq̄lia cub' ęq̄° priª.
7 Numerus & cub' ęq̄lia rebus ęq̄° secunda.	13 Nur' & cub' q̄d' ęq̄lia q̄d' ęq̄° secunda. 14 Nur' & cub'cub' ęq̄lia cub' ęq̄° secūdª.
8 Numerus ęq̄lis q̄drato & cubo.	15 Numerus ęq̄lis q̄d'q̄d' & cub'q̄drati. 16 Numerus ęq̄lis cub'q̄d' & cub'cubi.
9 Numerus & q̄dratum æqualia cubo.	17 Numerus & q̄d'q̄d' ęq̄lia cub'q̄drati. 18 Numerus & cub'q̄d' ęq̄lia cub'cubi.
10 Numerus & cub' ęq̄lia q̄drato ęq̄° prima.	19 Nur' & cub'q̄d' ęq̄lia q̄d'q̄d' æq̄° priª. 20 Nur' & cub'cub' ęq̄lia cub'q̄d' ęq̄° priª.
11 Numerus & cub' ęq̄lia q̄drato ęq̄° secunda.	21 Nur' & cub'q̄d' ęq̄l' q̄d'q̄d' ęq̄° secūdª. 22 Nur' & cub'cub' ęq̄l' cu'q̄d' ęq̄° secūd.
12 Numerus ęq̄lis rebus q̄drato & cubo.	23 Nur' ęq̄lis q̄d' & q̄d'q̄d' & cub'q̄d'. 24 Nur' ęq̄lis cub' & cub'q̄d' & cub'cu'.
13 Numerus & res ęq̄lia quadrato & cubo.	25 Nur' & q̄d' ęq̄lia q̄d'q̄d' & cub'q̄d. 26 Nur' & cub' ęq̄lia cub'q̄d & cub'cu'.
14 Numerus & res & q̄d' ęqualia cubo.	27 Nur' & q̄d' & q̄d'q̄d' ęq̄lia cub'q̄d'. 28 Nur' & cub' & cub' q̄d' ęq̄lia cu'cub'.
15 Numerus & q̄d' ęq̄lia rebus & cub' ęq̄° prima.	29 Nur' & q̄d'q̄d' ęq̄l' q̄d' & cu'q̄d ęq̄° pª 30 Nur' & cu'q̄d' ęq̄l' cu & cu'cu ęq̄° priª.
16 Numerus & q̄d' ęq̄lia rebus & cubo ęq̄° secūda.	31 Nur' & q̄d'q̄d' ęq̄l' q̄d' & cu'q̄d' ęq̄° sec. 32 Nur' & cu'q̄d' ęq̄l' cu' & cu'cu' ęq̄° sec.

17 Nume-

17 Numerus & cu' ęq̄lia	33 Nu^{r} & cu' q̄d' ęq̄l' q̄d' & q̄d' q̄d' æq̄° priª
rebus & q̄d' ęq̄° prima.	34 Nu^{r} & cu' cu' ęq̄l' cu' & cu' q̄d' ęq̄° priª.
18 Numerus & cu' æq̄lia	35 Nu^{r} & cu' q̄d' ęq̄l' q̄d & q̄d' q̄d' ęq̄° sec.
rebus & q̄d' æq̄° secũda.	36 Nu^{r} & cu' cu' æq̄l' cu' & cu' q̄d' æq̄° sec.
19 Numerus & res & cu'	37 Nu^{r} & q̄d' & cu' q̄d' ęq̄l' q̄d q̄d' ęq̄° priª
æq̄lia q̄d' æq̄° prima.	38 Nu^{r} & cu' & cu cu' ęq̄l' cu' q̄d' æq̄° priª.
20 Numer' & res & cu'	39 Nu^{r} & q̄d' & cu' q̄d' ęq̄l' q̄d' q̄d' ęq̄° sec.
ęq̄les q̄d' æq̄° secunda.	40 Nu^{r} & cu' & cu cu' ęq̄lia cu' q̄d' ęq̄° sec.
21 Numerus q̄d' & cu'	41 Nu^{r} & q̄d' q̄d' & cu' q̄d' ęq̄l q̄d ęq̄° priª
æq̄lia rebus æq̄° prima.	42 Nu^{r} & cu' q̄d' & cu' cu' ęq̄l' cu' ęq̄° priª.
22 Numer' & q̄d' & cu'	43 Nu^{r} & q̄d' q̄d' & cu' q̄d ęq̄l' q̄d' ęq̄° sec.
æq̄lia rebus æq̄° secũdª.	44 Nu^{r} & cu' q̄d' & cu' cu' æq̄l' cu' æq̄° sec.

De æquationibus capitulorum simplicium. Cap. III.

Estimatio rei, est quantitas, in qua ueritatẽ experimur propositorum in capitulo & quæstione. Exemplum est, cum quis dixit, feci ex 10 duas partes, & duxi earum singulas in se, & fuit productorum differentia 60. quia igitur nescimus quæ quantitas sit maior aut minor. Ponemus minorẽ esse rem ignotam, quam uocamus positionem, erit igitur pars maior residuũ ad 10, scilicet 10 m: 1 positione, tunc sequemur quod est propositũ, & ducemus partes in se, & fiet q̄dratũ minoris 1 q̄dratũ,

1 positio	1 q̄dratum.
10 m: 1 pos^{ne}	1 q̄d^{m} p: 100 m: 20 pos$^{b'}$.
1 q̄d^{m} p: 20 pos$^{b'}$	1 q̄dratum p: 100.
60 p: 20 positionibus æqualia 100.	
20 positiones æquales 40.	

& maioris 1 q̄dratũ p: 100 m: 20 pos$^{b'}$, adde quod est m: alteri parti, fiet 1 q̄d^{m} p: 100 ex una parte, & 1 q̄d^{m} p: 20 pos$^{b'}$, horum differentia fuit 60 ex supposito, addemus igitur 60 minori parti, & tunc fient ęq̄les 1 q̄d^{m} p: 100, & 1 q̄d^{m} p: 20 pos$^{b'}$, p: 60, abijciemus 1 q̄d^{m} & 60 ex utraq; parte, remanebũt igitur 20 pos^{es} æq̄les 40, qa si ab æq̄libus ęq̄lia auferanẽ, quę relinquunẽ sunt ęq̄lia, diuidendo igitur 40, per 20 numerum positionum, exibit 2, æstimatio positionis, in hoc itaq; 2, ueritatem propositę quæstionis experimur, nam si eius quadratũ quod est 4, ex 64 q̄drato 8 residui 2 & 10 abijciatur, relinquetur 60 propositus Numerus. Est etiam uerum de 2, quod proponitur in capitulo, scilicet quod q̄dratum eius quod est 4. cum 100, æq̄tur quadrato positionis, quod est iterũ 4 & 20 pos$^{b'}$, quę sunt 40 & 60 simul iunctis,

nam

nam utroq; modo colliguntur 104, dicemus igitur merito, propter duo, quod 2 est rei æstimatio, & cum recte operatus fueris, in æstimatione seu æquatione, utraq; experientia succedit.

DEMONSTRATIO.

2 Vt uero rei ueritas apertius deprehendat, atq; cum ea ratio, scire enim est per demonstrationem, ut dicunt, intelligere, sint gratia Exempli, cubi tres æquales 24, & ponatur A C latus unius cubi, & C D alterius, &, D B tertij, q̃a igitur cubi sunt æquales, inuicem, erunt & lineæ A C, C D, D B æquales, cum igitur secundum numerum, secundum quem A C est in A B, qui est 3, diuiditur 24, & cuborum quantitas fiet ex 19ª quinti uel 17ª septimi elementorum, & 31ª. 11ⁱ eiusdem, cubus A C æqualis 8, igitur A C latus, erit 2, æstimatio rei, ex quo colligitur generalis regula.

REGVLA.

3 Deprime propositas duas denominationes ad numerum, si numerus non adsit, æqualiter deducendo, cunq; altera fuerit denominatio, altera numerus, diuide numerum per numerum denominationis, exiens est æstimatio denominationis, quæ denominatio si positio est, positionis habes æstimationem. si alia denominatio, sume latus seu radicē illius numeri pro denomniationis qualitate, si q̄dratū, q̄dratum, si cubus, latus cubicum, si q̄d'q̄d^ti, radicē radicis, atq; ita deinceps, & latus illud seu radix, est positionis uera æstimatio. Exemplum, cubi 20 æquantur 180 relatis primis, quia igitur nō est hic numerus. Infimam denominationem cuborum, pones pro simplici numero, scilicet 20. & maiorem seu altiorem relatorum, per cubos deprimes, & fient 180 q̄drati, diuide igitur 20 numerum, per 180 numerum q̄dratorū, exit $\frac{1}{9}$ æstimatio q̄drati. Verum nos quęrimus positionis æstimationē, non q̄drati, sume igitur radicem q̄dratam $\frac{1}{9}$. & est $\frac{1}{3}$, pro uera æstimatione. Aliud Exemplum, 7 q̄drati æquentur 21 cub'q̄d^ti, deprime ad numerum æqualiter, fient 7 æq̄lia 21 q̄d'q̄d^ti, diuide 7 per 21. exit $\frac{1}{3}$, & ℞'℞ $\frac{1}{3}$, quæ est latus q̄d'q̄d^ti, est rei æstimatio. Aliud. 2 cubi æquentur 20 q̄d'q̄d^ti, deductis cubis ad numerum, q̄d q̄d^ti peruenięt ad pos^es, igitur 20 pos: æquantur 2, diuide 2 per 20, exit $\frac{1}{10}$, & quia diuisisti cum numero positionum, erit positionis æstimatio $\frac{1}{10}$. Aliud. 20 æquantur 5 q̄dratis, diuide 20 per 5, exit 4, æstimatio q̄drati, igitur rei æstimatio est 2.

4 Et ut omnibus etiam capitulis futuris satisfaciam, maioris denominationis numero reliquos omnes ac numerum diuides, maiorem intelligo

intelligo altiorem, & cum minore denominatione deprimes, postmodũ regulam capituli sequeris. Sint gratia exempli 4 cubi æquales 12 q̃dratis & 8 pos^{b}. minor denominatio est positio, maioris numerus est 4, diuides igitur omnia per 4, & habebis 1 q̃dratum æquale 3 pos^{b} p:2.

4 cub.	12 q̃d^{ta} p:8 pos^{b}
4	
1 q̃d.	3 pos^{es} p:2.

Ex his etiam patet, quod simplex positio, longe magis patet falsis positionibus, Nam & ad q̃drata, & ad cubos, & reliquas extenditur denominationes, Ideoq; æstimationes habet in radicibus, quarum in falsa positione nullus omnino est usus. Quod uero pertinet ad numerum positionibus æqualem, adhuc utraq; falsa positione generalius est, ut in primo Exemplo patuit, nulla enim falsa positione licet uenari, quæ nam partes decem q̃drata uariant, quorum differentia sit 60, ut ibi propositum est. Cor^m.

De subiectis æquationibus generalibus & singularibus. Cap. IIII.

SIngulares dicuntur æquationes, in quibus nullum capitulum perfecte potest absolui, & tales sunt numerus integer, uel fractus, latus etiam omne numeri, seu quadratum seu cubicum uel alterius generis, atq; ut ita dicam, omnis simplex quantitas, item constantes ex duabus radicibus omnes, quarum altera sit q̃drata, uel R̷ R̷. & generaliter radix par, unde quę ex duobus constant nominibus, & apotome seu ut dicunt recisa tertij ac sexti generis, non apta sunt æquationi generali. 1

Omne etiam capitulum, quod ex numero q̃drato, cubo, & positionibus constat, eas habet generales æquationes, quæ ex capitulo, ad quod deducuntur, deriuatę sunt, addita uel detracta tertia quadratorum numeri parte, ut suo loco ostendetur. 2

Generales autem æstimationes, sunt, in capitulis q̃drati æqualis rebus & numero, secundi generis, constans ex nominibus duobus, ut R̷ 19 p:3, capituli autem q̃drati & rerum æqualium numero, secunda apotome, ut R̷ 19 m:3, capituli autem quadratorum & numeri æqualium rebus, apotome, & constans ex duobus nominibus primi generis, ut 3 p:R̷ 2, & 3 m:R̷ 2. Vbi aũt primũ genus dico, quartũ etiam intelligo, sic & ubi secundum, etiam quintum, tam in apotome quàm ex duobus nominibus constante. 3

At unius radicis uniuersalis æquatio, deriuatiuis conuenit capi- 4 tulis, seu cubica seu q̄drata, hisq́ quorum principalibus quadratum aut cubus radicis pro æquatione fuerat, uelut si q̄drato æquali rebus & numero æstimatio hęc conueniebat, ℞ 19 p: 3, capitulo cub' q̄drati æqualis cubis & numero sub eadem quantitate existentibus, ęquatio erit, ℞ v: cubica ℞ 19 p: 3.

5 Et sicut radix quadrata, nulli pręterq́ numero iungi potest, ut æquationem efficiat generalem, sic è diuerso, cubica cubicæ iūcta, effi cere potest, numero non potest. Cum igitur iungitur cubi æqualis rebus & numero, æquationem producit, non integram tamen, at detra ctæ inuicem, efficiunt æquationem capituli cubi & rerum æqualium numero, uelut ℞ cubica 4 p: ℞ cubica 2, est æquatio capituli, cubi æqualis rebus & numero, & ℞ cubica 4 m: ℞ cubica 2, est æquatio capituli cubi & rerum æqualium numero.

6 At capitulum cubi æqualis quadratis & numero, habet æquationem constantem ex tribus quantitatibus proportionalibus, quarum duæ extremę sunt radices cubicæ, media est numerus, ut ℞ cubica 16 p: 2 p: ℞ cubica 4. sed capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, habet similem in omnibus præcedenti æquationem, excepto quòd numerus est m: uelut ℞ cubica 16 m: 2 p: ℞ cubica 4.

7 Illud etiam intelligendum est, radices simplices pro generalibus æquationibus haberi, ut tamen etiam simplicia sint capitula, uelut ℞ cubica inseruit capitulo numeri æqualis cubo, & q̄drata, numeri ęqualis q̄drato, & relata, capitulo relati æqualis numero, & sicut hæ simplices compositis capitulis conuenire nequeunt, sic nec ullum compositū ex pluribus radicibus incommensurabilibus capitulo simplici potest conuenire.

Ostendit æstimationem capitulorum compositorum minorum, quæ sunt q̄dratorum, numeri, & rerum. Cap. V.

DEMONSTRATIO.

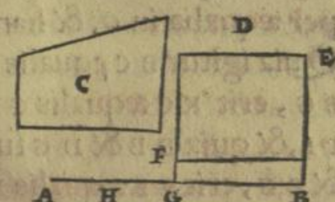
1 SIt quadratum F D & 6 res (gratia exempli) ęquale 91, tunc faciam D B & D G cum fuerint productę esse 3, dimidium scilicet 6, numeri rerum, & complebo quadratum D G B C, indeq́ productis C G & C B quadratum A F E C, prout in quarta secundi elementorū fit, quia igitur D B ducta in A B ex diffinitione secūdi elementorum producit A D super finem, & ex numero quolibet in rei æstimationem producitur æstimatio illarum rerum, uelut si res est 4, & sint quinq́ res, erunt quinq́ res 20, & tantum produ

citur

citur ex 4 æstimatiõe rei in 5 numerum rerũ, ut ostendimus in capitulo tertio, igitur cum B D sit 3, & A B æstimatio rei, erit superficies A D tribus rebus æqualis, seu æstimatio trium rerum, at superficies D E æqualis est A D, ex 43^a primi elementorum, igitur & ipsa est æstimatio trium aliarum rerum, duæ igitur superficies, A D & D E, sunt æquales 6 rebus, quare ipsę cum quadrato F D sunt 91, at quadratum, C D est 9, quia B D est 3, igitur A C quadratum est 100, quare latus eius A C est 10, cum igitur B C sit 3, detracta B C ex A C, relinquit A B latus D F 7.

Alia Demonstratio.

Sit modo A B numerus rerum quarundam, æqualium C numero 2
& quadrato D, & faciam quadratum B G dimidij A B, quod sit G E, à quo auferam C numerum, ut E F superficies æqualis sit numero C, & ponam latus quadratũ, F B superficiei, quod sit G H, dico lineas E H & H A esse utrasq; latera quadrati D, unde sequitur duas fore ueras æstimationes huius capituli, quarum aggregatum est æquale numero rerum, uidelicet A B, constat enim quod rectangulum ex A H in H B, una cum q̃drato H G est æquale quadrato B G, ex 5^a 2^i elementorum. quadratum autem H G æquale fuit F B superficiei, rectangulum igitur ex A H in H B, æquale est E F, quare & C numero, quod autem fit ex A B in H B, ex 3^a 2^i elementorũ, æquale est quadrato H B & rectangulo A H in H B, igitur quod fit ex numero rerum A B in æstimationem rei quę est H B, æquale est numero C, & quadrato H B, quod est probandum. Et similiter eadem ratione rectangulum ex A B in A H, ęquale est quadrato A H, & ductui A H in H B, sed ex A H in H B, ut probatum est, fit C numerus, igitur rectangulum ex A B in A H, scilicet ex numero rerum in rerum æstimationẽ, æquatur quadrato rei & numero proposito.

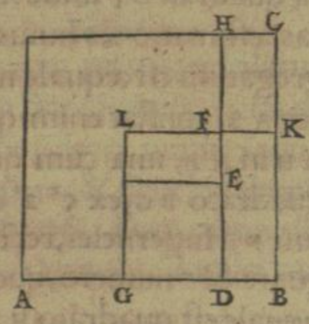


Ex hoc patet, quod illi falluntur qui dicunt (quòd si B H, gratia exempli) sit æstimatio rei, & G F 3, quod rectangulum ex B H in G F erit 3 G H seu triplum G H, hoc enim esse non potest, scilicet quod superficies contineat lineam aliquam, neq; numero, nec alia proportione, cum infinitę lineæ posſint esse in superficie, quantitas enim continua nullum suę diuisionis recipit terminum, sed ueritas est, quod si G F cõtineat tres unitates (gratia exempli) id est partes tres lineæ B H, diuisę in tot partes, quot unitates ſunt in numero quem dicitur continere, ueluti quod B H ponatur 12, erit G F 3, ubi G F ſit quarta pars B H, & tunc uerum eſt, quod ex B H in G F fit ſuperficies continens 36 ſuperficies quadratas, quarum uniuſcuiuſq; tetragonicum latus eſt unitas, id eſt una ex partibus illis, ſecundum quas B H eſt diuiſa in 12, & G F in 3, hoc autem tam in rationalibus, quàm in irrationalibus pulchre oſtendit Plato in Memnone.

Nec admireris, hanc ſecundam demonſtrationem, aliter q̃ à Mahumete, explicatã, nam ille immutata figura magis ex re oſtendit, ſed tamen obſcurius, nec niſi unam partem, eamq; pluribus, unde nos facilitati & breuitati conſulentes, tum ut utriq; æſtimationi una demonſtratione ſatisfaceremus, hac utimur.

Alia Demonstratio.

3 Sit modo quadratum A C in tertia figura, æquale 6 rebus & 16 numero, & ponatur A D numerus rerum, ſcilicet 6, igitur ſuperficies A H eſt 6 poſitiones, quare D C reſiduũ erit pręciſe 16, diuidatur A D per æqualia in G, & fiant quadrata G B & G D, quæ ſint G K & G E. Quia igitur B C ęqualis eſt B A, & B K æqualis B G, erit K C æqualis G A, quare etiam G D & F L, & quia D E & D G ſunt æquales, item D F & B G, erit F E æqualis D B, quare etiam ęqualis F K, duæ igitur lineæ F K & F H, æquales ſunt F L & F E, & anguli A D F recti, igitur F C ſuperficies æqualis eſt L E, ſed F C cum F B fuit 16, igitur L E cum F B fuit 16, addito quadrato G E quod eſt 9, nam G D fuit 3, erit G K quadratum 25, igitur latus G B 5, addita igitur G A, quæ eſt 3, fiet A B tota 8, rei æſtimatio.



4 Secundum hæc formabimus regulas tres, pro quarum memoria ſubiungemus Carmen hoc,

Querna, da bis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.

Regula I.

Eſt autem unicuiq; horum capitulorum commune, ut dimidium numeri rerum in ſe ducatur. Quando igitur quadratum æquatur rebus & numero, quod ſignificatur per Querna ſiue primam tantum intelligas literam ſeu adnumeres ſequentes à prima uocali cõſonantes, ut Querna, quadratũ æquale rebus & numero ſignificet, & Nuquer, Numerum quadrato ac rebus æqualem, & Requan, res quadrato & numero æquales. In hoc Querna igitur, ſeu capitulo quadrati æqualis

lis rebus & numero, addes quadrato dimidij rerum numerum æquationis, & totius accipe radicem quadratam, cui adde dimidium numeri rerum, & aggregatum est rei æstimatio. Exemplum. sit 1 q̄d^{m} ęquale 10 rebus p: 144, duc 5 in se, fit 25 quadratum dimidij rerum, adde 144 fit 169, cuius ℞ est 13, huic adde 5 dimidium numeri rerum, fit 18, æstimatio rei. Rursus sit 1 q̄d^{m} æquale $\frac{2}{3}$ rei p: 11, duc $\frac{1}{3}$ dimidium numeri rerum in se, fit $\frac{1}{9}$, adde ei 11, fit 11 $\frac{1}{9}$, accipe ℞ quæ est 3 $\frac{1}{3}$, cui adde $\frac{1}{3}$ dimidium numeri rerum, fit 3 $\frac{2}{3}$, rei æstimatio. Rursus, sit 1 q̄d^{m} æquale 10 rebus p: 6, duc 5 in se dimidium numeri rerum, fit 25, adde ei 6 fit 31, huius ℞ adde 5, dimidium numeri rerum erit rei æstimatio, ℞ 31 p: 5. Rursus sit 1 q̄d^{m} æquale rebus ℞ 12 p: 22, duc ℞ 3 in se fit 3, quadratum dimidij numeri rerum, adde ei 22 fit 25, huius ℞ est 5, cui adde ℞ 3, quod est dimidium numeri rerum, fiet rei æstimatio 5 p: ℞ 3, & si in hoc casu numerus fuisset 20, esset rei æstimatio ℞ 23 p: ℞ 3, & si fuisset numerus 9, esset æstimatio rei ℞ 12 p: ℞ 3, quod est dicere, ℞ 27, & si fuisset 1 q̄dratum æq̄le rebus ℞ 12 p: ℞ cub. 10 numeri, duc ut prius ℞ 3, dimidium numeri rerū in se, fit 3. adde ei ℞ cub. 10, fit 3 p: ℞ cub. 10, huius accipe radicem, quæ est ℞ v: 3 p: ℞ cub. 10, cui adde dimidium numeri rerum & fiet æstimatio rei ℞ 3 p: ℞ v: 3 p: ℞ cub. 10. & hac uarietate exemplorum hic usi sumus, ut in reliquis idem fieri posse intelligas, tum etiam eadem in duabus seque̅tibus regulis experire, quandoquidem nos duplici exemplo contenti erimus. Manifestum est igitur, quod hic bis addimus, scilicet numerum q̄drato dimidij rerum, & dimidiū rerum radici aggregati, & hoc est, quod in carmine diximus, da, bis, quasi, bis iunge.

REGVLA II.

Si autem numerus quadrato & rebus æqualis sit, q̄drato dimidij 5
numeri rerum adijcies numerum æquationis, & totius aggregati accipe radicem, à qua minue dimidium numeri rerum, & residuum est rei æstimatio. Exemplum, 144, æquatur 10 rebus & 1 q̄d^{o}, duc 5, dimidium 10 numeri rerum, in se, fit 25, huic adde 144 fit 169, huius ℞ est 13, à qua abijce 5, dimidium numeri rerum, relinquetur rei æstimatio 8. Rursus, sit 6 æqualis 10 rebus p: 1 q̄drato, ducto 5 dimidio rerum in se fit 25, adde 6 fit 31, ex huius radice abijce 5, dimidium numeri rerum, fit ℞ 31 m: 5, æquatio.

Ex hoc patet, quod hæc regula à præcedenti solum differt, quòd Cor^{m}.
minuat dimidium numeri rerum. Ab aggregati radice, ubi illa iungebat, & hoc est, quod in carmine diximus, Ad, mi, quasi, adde primo,

 deinde

deinde minue, scilicet, adde numerum quadrato, & minue dimidium numeri rerum postmodum ab aggregati radice.

Cor^m. Ex quo patet, quòd differentia æstimationis quadrati, æqualis rebus & numero, & numeri, æqualis rebus & quadrato, est numerus rerum ad unguem, ubi in eisdem rebus & numeris statuantur, uelut æstimatio q̄drati æqualis 10 rebus p: 144 est 18, & æstimatio 144 æqualis quadrato & 10 rebus est 8, & differentia 18 & 8 est 10.

REGVLA III.

6 Si uero res æquales sint quadratis & numero, ducto, ut prius, dimidio numeri rerum in se, & ab eo detracto numero æquationis, radicem residui minue ex dimidio numeri rerum, aut adde, & tam aggregatum, quàm residuum est rei æstimatio. Exemplum. 1 q̄dratum p: 16, æquatur 10 rebus, ducto 5 in se fit 25, ut prius, deinde minue 16 ex 25 relinquitur 9, cuius ℞ quę est 3, addita uel detracta à 5 dimidio numeri rerum, ostendit rei æstimationes, 8 addita, & 2 detracta, si igitur 10 res sumantur quæ sint 2, erunt 20 & tantum erit q̄dratū 2 cum 16, item si sumantur 10 res quæ sint 8, erunt 80, & tantum est quadratum 8, addito ei 16. Rursus si dicam, 10 res, æquantur 1 q̄d^to p: 6, ducto 5 dimidio numeri rerum in se, fit 25, detracto autem 6 relinquitur 19, cuius ℞ addita uel detracta ex 5, ostendit rei æstimatiões, maiorem quidem 5 p: ℞ 19, minorem uero 5 m: ℞ 19.

Not^m. Quod si detractio ipsa numeri, à q̄drato dimidij numeri rerum fieri nequit, quęstio ipsa est falsa, nec esse potest quod proponitur, semper autem pro regula uniuersali in hoc tractatu toto est obseruandū, quòd cum ea quæ præcipiuntur fieri non possunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec esse potuit. Nunc autem subiungemus aliquas quęstiones, duas ex Mahumete, reliquas nostras, ex omnibus his, quę nec multiplici positione, nec particulari utuntur regula, difficillimas.

QVÆSTIO I.

Quęst. prima. Est numerus, à cuius quadrato si abieceris $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ ipsius quadrati, atq; insuper 4, residuum autem in se duxeris, fiet productum æquale quadrato illius numeri, & etiam 12. Pones itaq; quadratum numeri incogniti quem quęris, esse 1 rem, abijce $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ eius & insuper 4, fiet $\frac{5}{12}$ rei m: 4, duc in se fit $\frac{25}{144}$ q̄d^ti p: 16 m: 3 $\frac{1}{3}$ rebus, & hoc est æquale uni rei, & 12, abijce similia, fiet 1 res æqualis $\frac{25}{144}$ q̄d^ti p: 4 m: 3 $\frac{1}{3}$ rebus, redde quod est minus, alteri parti, pro uniuersali regula, erūt res 4 $\frac{1}{3}$ æquales $\frac{25}{144}$ q̄drati p: 4, quare per quartam regulam tertij capituli, deuidi numerum rerum & 4 per $\frac{25}{144}$ numerum q̄drati, & fiēt res 24 $\frac{24}{25}$ ęquales 23 $\frac{1}{25}$ p: q̄drato, quare per tertiam regulā, du

ces

ces $12\frac{12}{25}$ in se, fiet $155\frac{469}{625}$. minue $23\frac{1}{25}$ fiet $132\frac{544}{625}$, huius ℞ est $11\frac{13}{25}$, quam adde ad $12\frac{12}{25}$ dimidium numeri rerum, fiet æstimatio rei quęsita 24, scilicet quadrati huius radix, est numerus ille qui quæritur. Ex hoc docemur per principalia capitula uitare deriuatiua, nam in positione rei pro primo numero, fuisset quadratum eius operationis fundamentum, & peruenisses ad 1 q̄d q̄d^{m} p: $23\frac{1}{25}$ æqualia $24\frac{24}{25}$ q̄d^{to}, quare hæc sit tibi pro exemplo, nunc sequamur secundam illius.

QVÆSTIO II.

Duo duces diuiserunt militibus suis aureos 48 singuli, Porrò unus ex his habuit milites duos plus altero, & illi qui milites habuit duos minus, contigit ut aureos quatuor plus singulis militibus daret, queritur quot unicuiq; milites fuerint? Pone numerũ militum minorem 1 rem, maior erit 1 pos^{o} p: 2, quia igitur summa distribuenda æqualis fuit, manifestum est, quòd quantitates erunt proportione similes, est aũt 4 duodecima pars 48, multiplica igitur $\frac{1}{12}$ in 1 pos^{em} p: 2. fit $\frac{1}{12}$ pos^{is} p: $\frac{1}{6}$, hoc multiplica per numerum priorum hominum, fit $\frac{1}{12}$ q̄d^{ti} p: $\frac{1}{6}$ pos^{is}, duc uero omnia ad 1 q̄d^{m}, fiet 1 q̄d^{m} p: 2 pos$^{b'}$, æqualia 24, accipe dimidium numeri rerum & est 1, duc in se, fit 1, adde ad 24, fit 25, ab huius ℞ minue 1 dimidium numeri rerum, fit 4, numerus hominum minor, & 6 maior, & primis obtigerunt aurei 12 pro singulo, alijs 8 pro singulo. multiplicatio autem illa, quando reducitur quadrati pars ad integrum fit per excessum hominum, scilicet 12 per 2. Et causa in hoc est, quòd proportio differentiæ secundæ ad primam, est ut aggregati quod diuidi debet ad productum ex numero hominum inuicem, uelut proportio 48 ad 24, productum ex 4 in 6, est uelut 4 differentię aureorum ad 2 differentiam hominũ. & per hanc docuit modum operandi in quæstionibus proportionũ, sed magis præcipue quando uolumus numerum integrum, ut in hominum numero, in quibus perabsurdum esset intelligere medium hominem, nedum quantitatem aliquam irrationalem uel radicem. Quęst. secũda

QVÆSTIO III.

Nunc autem proponamus quæstiones nostras, quarum prima est similis præcedenti. Duæ societates hominũ, quarum una continebat 3 homines plusq; altera, diuiserunt æquales aureorum numeros, qui tamen erant 93 plus aggregato hominum, in ambabus societatibus existentium, & pro singulis hominibus societatis minoris, contigerũt aurei 6 plus, quàm hominibus singulis maioris societatis. Pones numerum primæ societatis rem unam, habebit igitur secunda societas rem & 3 p: quare summa aureorum, quæ est 93 p: utraq; societate, est Quęst. tertia.

96 p:

96 p: duabus rebus, proportio aũt exceſſus aureorũ 6 qui contingunt ſocietati minori, ad exceſſum hominum, ſcilicet ad 3, eſt ut ſummę aureorũ, ad productum ex numero hominum primę ſocietatis, in numerum hominũ ſecundæ ſocietatis, proportio autem 6 ad 3, dupla eſt, igitur proportio 2 poſ^{um} p:96 ad 1 q̃d^{m} p: 3 poſ$^{b'}$ productum ex 1 poſ^{ne} in 1 poſ^{em} p: 3, eſt dupla, igitur dimidium 2 poſ^{um} p:96, quod eſt v: poſ^{o} p:48, æquale eſt, 1 q̃d^{to} p: 3 poſ$^{b'}$. abiecta itaq; 1 poſ^{ne} ex utraq; parte, fiet 1 q̃d^{m} p: 2 poſ$^{b'}$ æq̃le 48, ducito dimidium 2 in ſe fit 1, nam dimidiũ 2 eſt 1, huic adde 48, fit 49, huius radix eſt 7, à qua minue 1 dimidium numeri poſ^{um}, habebis æſtimationem poſ^{is}, & numerum primæ ſocietatis 6, ideo numerus hominum ſecundę ſocietatis, eſt 3, p: ſcilicet, horum ſi fiat collectio, addanturq́; inſuper 93, fiet numerus aureorum 108, primis igitur aurei 18, ſecundis 12, per capita cõtigere. Aliter & facilius expertis in operationibus poſitio fiat ut prius, eritq́; ſumma aureorum 2 poſ^{es} p:96. diuide per poſitionẽ & poſitionem p: 3, habebis $\frac{\text{2 poſ.p:96}}{\text{1 poſ.}}$ æqualem 6 p: $\frac{\text{2 poſ.p:95}}{\text{1 poſ.p:3}}$, igitur detracto $\frac{\text{2 poſ.p: 96}}{\text{1 poſ.p:3}}$ ex $\frac{\text{2 poſ.p:96}}{\text{1 poſ.}}$, relinquitur 6, at ex tali detractione fit $\frac{\text{6 poſ.p: 288}}{\text{1 quad.p:3 poſ.}}$ igitur hoc eſt æq̃le 6, diuiſis igitur 6 poſ$^{b'}$ p:288. per 6, exibit 1 q̃d^{m} p: 3 poſ$^{b'}$, nam ſi diuiſo 10 per 2 exit 5, diuiſo 10 per 5 exibit 2, igitur diuiſis 6 poſ. p:288 per 6, exit 1 poſitio p:48, & hæc æqualia ſunt 1 quadrato p: 3 poſitionibus, quare ut prius, res ualet 6.

1 poſ.
1 poſ. p: 3.
93
2 poſ. p:96
6 — 2 — 3
1 poſ. p:48
1 q̃d. p: 3 poſ.
1 q̃d. p: 2 poſ. æq̃. 48

QVÆSTIO IIII.

Quęſt. quarta.

Eſt numerus, cui ſi addantur duæ radices, aggregato uero iterum addantur duæ radices ipſius aggregati, fiet totum 10, tunc dices, 10 ęqualis eſt ſecundo numero & duabus eius radicibus, ponemus igitũ numerum aggregatũ ſecundum, 1 q̃d^{m}, & hic, cũ duabus radicibus, ęqualis eſt 10, igitũ rei ęſtimatio per ſecũdam regulã, eſt R 11 m: 1. igitur abijce duplum huius ex 10, relinquetur aggregatũ 12 m: R 44, hoc autem ex ſuppoſit conſtat ex q̃drato & duabus radicibus, igitur 1 q̃d^{m} p: 2 poſ$^{b'}$ æquatur 12 m: R 44, ducito 1, dimidium numeri rerum in ſe, fit 1, adde ei numerum fit 13 m: R 44, accipe radicem, & ex ea minue 1 dimidium numeri rerum, habebis R v: 13 m: R 44 m: 1, hanc igitur duplicatam, ſi detraxeris ex aggregato, relinquetur numerus primus propoſitus, 14 m: R 44 m: R v: 52 m: R 704, & ita

poſſes

posses regrediendo quantumlibet procedere, ab ultimo semper inchoando termino. Prolixior autem ero hic in exemplis, quoniam hæc capitula mercaturæ maxime conueniunt, tum quia tyrones in his introducuntur, uelut & paruos pueros solent magistri diligentius minuta quæque docere, tum uero quòd eadem in reliquis postmodum fabricare possumus.

14 m: R 44 m: R v: 52 m: R 704
duc radices eius R v: 52 m: R 704 m: 2
aggregatum 12 m: R 44
duc radices huius R 44 m: 2
aggregatum 10

Quæstio. v.

Inuenias numerum, à quo detracta R cubica, & residuo addita sua quadrata radice, perficiatur primus numerus. Pones itaque residuum illud à quo detraxisti radicem cubicam esse 1 quadratum, addemus itaque ei radicem quadratam & fiet 1 quadratum p: 1 pos^ne, & hoc æquale est 1 cubo, nam ex eo quod addito ad 1 quadratum tantum fit quantum erat prius, igitur quod additur æquale est ei quod minuitur, minuitur autem R cubica totius quantitatis, igitur pos° est radix cubica aggregati, quare aggregatum est cubus, & hic equalis est 1 quadrato p: 1 co: deprime per 1 co: habebis 1 quadratum equale 1 pos. p: 1; positio igitur est R 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, at numerus primus fuit cubus positionis, igitur primus numerus est R 5 p: 2. Quest. quinta.

cubus R 5 p: 2
quadratum 1 $\frac{1}{2}$ p: R 1 $\frac{1}{4}$
pos. R 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$

Quæstio vi.

Quidam ter iuit ad nundinas, in primo itinere retulit duplum eius quod attulerat, in secundo cum detulisset tale duplum secum, redijt cum eisdem pecunijs, & radice earum & duobus aureis plus, hoc totum autem seruauit, redijtque cum eo ad nundinas tertio, & superlucratus est tantum, quantum esset illud quod produceretur ex pecunijs quas secum attulerat in se ductis, ac etiam quatuor aureos plus, reuersus est autem cum 310 aureis, quero igitur, quantum attulit secum pecuniarum in primo itinere? Dices retulit aureos 310 & hoc fuit æquale pecunijs secundi itineris & quadrato earum & 4 p: igitur pecuniæ quas attulit secum in 3° itinere, quadratum earum æquantur 306 aureis, abiecto communiter numero 4, ponemus igitur pecunias quas secum attulit 1 pos^em, & habebimus 1 quadratum p: 1 pos^ne æquale 306, igitur ex secunda regula, res ualet R 306 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, quod est dicere 17 & tot aureos detulit secum tertio itinere, & tot habuerat in secundo itinere quos seruauerat, dictum est autem, quòd in secundo itinere lucratus est radicem eorum quos attulerat & 2 p: & retulit 17, igitur si lucratus fuisset radicem tantum, retulisset 15, igitur positis pecunijs quas Quest. sexta.

ſecum attulit 1 q̄dratum, habebimus 1 q̄d^{m} p: 1 poſ: æqualia 15, igitur ex ſecunda regula, res ualet ℞ $15\frac{3}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, & hoc eſt quod lucratus eſt in ſecundo itinere, & cum hoc etiam lucratus eſt aureos 2, lucrum igitur totum fuit eius itineris ℞ $15\frac{1}{4}$ p: $1\frac{1}{2}$, ipſe autem retulit domum aureos 17, igitur iuit cum aureis $15\frac{1}{2}$ m: ℞ $15\frac{1}{4}$, hæ pecunię ſunt quas in primo itinere ſeruauerat, & fuerant duplũ eius quod attulerat, primo igitur itinere attulit ad nundinas dimidium $15\frac{1}{2}$ m: ℞ $15\frac{1}{4}$ aureorum, quod eſt $7\frac{3}{4}$ m: ℞ $3\frac{13}{16}$ aureorum.

QVÆSTIO VII.

Queſt. ſeptim^{a} Quidam rex proconſuli ducenti exercitum aureos miſit 128000, ut 7000 equitum & 7000 peditum cõduceret, ea erat ſtipendij ratio, ut pro ſingulis 100 aureis, ſemper 18 pedites pluſq̃ equites conducerent, uenit tribunus quidam militum ad proconſulem cum 1700 peditibus & 200 equitibus, queritur ſtipendij ratio. Hæc tertiæ quæſtioni affinis eſt, conſidera quòd 128000, ſunt 1280 centena, quia dictũ eſt quod pro ſingulis cẽtum aureis differentia numeri peditum â numero equitum ſit 18, diuide igitur 1280 in duas partes, quarum una ducta per unam quantitatẽ producat 7000, & ſimiliter reliqua ducta p eandem quantitatẽ p: 18, producat etiam 7000, igitur poſita quantitate equitum pro re, erit quantitas peditũ res & 18 p: diuiſis igitur 7000 per harum ſingulas, prouenient aggregata 1280, nam ſi ex partibus 1280 ductis in rẽ, & rem p: 18, fiunt 7000 & 7000, igitur diuiſis 7000 per rem, & 7000 per rem p: 18, exeuntia iuncta facient 1280, ex talium igitur diuiſione aggregantur $\frac{\text{poſ. }14000\text{ p: }126000}{1\text{ quad. p: }18\text{ poſ.}}$ & hoc cum ſit æquale 1280, igitur diuiſo numeratore per 1280, exit 1 q̄d^{m} p: 18 poſ. facta igitur tali diuiſiõe, prodit $10\frac{15}{16}$ poſ^{b} p: $98\frac{7}{16}$, hocq̃ eſt æquale 1 q̄drato p: 18 poſ^{b}, igitur 1 q̄d. p: $7\frac{1}{16}$ poſ^{b} æquatur $98\frac{7}{16}$, igitur res ualet ℞ $110\frac{929}{1024}$ m: $3\frac{17}{32}$, ſed ℞ $110\frac{929}{1024}$ eſt $10\frac{17}{32}$, igitur detractis $3\frac{17}{32}$, relinquetur rei æſtimatio 7, & tot equites 100 aureis cõducet, & pedites 25, igitur pro 1700 peditibus ſtipendium debuit eſſe 6800 aurei, & pro 200 equitibus aurei $2857\frac{1}{7}$.

$$\frac{7000}{1\text{ pos.}} \qquad \frac{7000}{1\text{ poſ. p: }18}$$

$$\frac{\text{poſ. }14000\text{ p: }126000}{1\text{ quad. p: }18\text{ poſ.}}$$

$$\frac{\text{poſ. }14000\text{ p: }126000}{1280}$$

$$\frac{\text{poſ. }10\frac{15}{16}\text{ p: }98\frac{7}{16}}{1\text{ quad. p: }18\text{ poſ.}}$$

$$1\ \bar{\text{q}}\text{d. p: }7\tfrac{1}{16}\text{ poſition: æqualia }98\tfrac{7}{10}$$

QVÆSTIO VIII.

Queſt. octaua Fac de 20, tres quantitates proportionales, quarum ſecunda ęqualis ſit radicibus primæ & tertiæ ſimul iunctis, pone ſecundam eſſe poſitionem, reliquum erit 20 m: 1 poſ^{ne}, quia igitur ex hoc facere oportet

partes

partes duas, inter quas positio cadat proportionalis, erit ex 16^{a} 6^{i} elementorũ, ut ex una in aliam fiat q̃dratũ pos^{is}, quare per 5^{am} 2^{i} elementorum, seu ex regulis sexti libri, ducemus dimidium 20 m: 1 pos^{ne} in se, & fiet 100 m: 10 $pos^{b'}$ p: $\frac{1}{4}$ $\tilde{q}d^{ti}$, à quo auferemus quadratum positionis, & fiet 100 m: 10 $pos^{b'}$ m: $\frac{3}{4}$ $\tilde{q}d^{ti}$, huius radicem adde, & minue à medietate 20 p: 1 pos^{ne}, & habebis partes quas uides, ut igitur iungas radices uniuersales harũ, fac ut in 3^{o} libro te docui, iunge primo quantitates & & habebis 20 m: 1 pos^{ne}, deinde multiplica quantitates ipsas inuicẽ, & iunge cum aggregato quantitatum earum duplum, & fit totum 20 p: 1 pos^{ne}, huius radix æquatur 1 pos^{ni}, igitur 1 $\tilde{q}d^{m}$ æquatur 20 p: 1 pos^{ne}, quare per primam regulam ducemus $\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum in se, & fit $\frac{1}{4}$, adde ad 20, fit $20\frac{1}{4}$, accipe radicem quæ est $4\frac{1}{2}$, & ei adde $\frac{1}{2}$ dimidium numeri rerum fit 5, rei æstimatio, quantitas scilicet media, quare faciemus ex residuo ad 20, duas partes inter quas cadat 5, & erunt alia positione instaurata, uel per regulas sexti libri, $7\frac{1}{2}$ p: ℞ $31\frac{1}{4}$ & $7\frac{1}{2}$ m: ℞ $31\frac{1}{4}$, harum radices simul iunctæ sunt 5.

10 m: $\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: 100 m: 10 pos. m: $\frac{3}{4}$ q̃d.
10 m: $\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: 100 m: 10 pos. m: $\frac{3}{4}$ q̃d.
20 m: 1 pos. aggregatum quan.
100 m: 10 pos. p: $\frac{1}{4}$ quad. m: 100 p: 10 pos. p: $\frac{3}{4}$ quad. productum quan.
æquiualens 1 quad.
producti radix 1 pos.
duplum radicis 2 pos.
aggregatum ex quantitatibus & producto 20 p: 1 pos. cuius radix est æqualis positioni.

Quæstio. IX.

Fac de 10 duas partes, quarum maior, detractis duabus suis radicibus, æqualis sit minori, additis duabus suis radicibus, constat igitur quòd differentia maioris & minoris est, duæ radices maioris, & duæ minoris, ponatur igitur differentia hæc radix 4 pos^{um}, & ponatur pars una 5 p: ℞ 1 pos^{is}, & alia 5 m: ℞ 1 pos^{is}, & sumatur aggregatum, radicum harum partium, & est ex libro quarto, ℞ uniuersalissima 10 p: ℞ v: 100 m: 4 $pos^{b'}$, & hoc æquatur duplicatum ℞ 4 pos^{um}, quare dimidium dimidio scilicet, ℞ 1 pos^{is}, huic ℞ ultimi, quare quadratũ quadrato, scilicet 1 pos^{o} æquabitur 10 p: ℞ v: 100 m: 4 $pos^{b'}$ igitur 1 pos. m: 10 æquatur ℞ v: 100 m: 4 $pos^{b'}$, quare q̃drata quadratis, quæ sunt, 1 q̃dratum p: 100 m: 20 $pos^{b'}$, & 100 m: 4 pos. igitur 1 q̃dratum est æquale 16 $pos^{b'}$, igitur pos^{o} æqualis 16, & nos uoluimus differentiã partium esse ℞ 4 pos^{um}, igitur differentia partium Quest. nona.

fuit ℞: 64, quæ est 8, & sic effugisti q̄d'qd^{ti}, ponendo ℞ positionum.

QVÆSTIO X.

Quęst. decima

Fuerunt homines in tribus societatibus, & numeri illorum proportionales, ductoq́ʒ numero secundæ societatis, in numerum tertiæ, consurgit aggregatum omnium, cum cubo numeri primæ. Debes in hoc considerare, quòd perabsurdum est, ut tales numeri sint irrationales, aut fracti, nam non conuenit ponere hominis partem, uide igitur in qua proportione quadratū dimidij producti ex secunda in tertiam superat aggregatum omnium in numero aliquo q̄drato, & inuenies quòd in dupla, capiendo, 1, 2, 4. productum ex dimidio 8, qui fit ex 2 in 4, & est 4 in se, excedit 7 aggregatum in 9 numero q̄drato, & hoc uenaberis ex alia positione simplici. Pones igitur totidem res pro his numeris, scilicet 1 pos^{o}, 2 pos^{es}, 4 pos^{es}, harum aggregatū est 7 pos^{es}, adde his cubum 1 pos^{is}, & fiet 1 cubus p: 7 pos$^{b'}$, & hoc ęquatur 8 q̄dratis, producto secundæ in tertiam, deprime partes per pos^{es}, fit 1 q̄d^{m} p: 7 æq̄le 8 pos$^{b'}$, quare per tertiam regulam, duc 4 dimidiū numeri pos^{um} in se, fit 16, abijce 7 numerum, relinquitur 9, huius ℞ addita uel detracta à 4 dimidio numeri rerum, ostendit 7, & 1 æstimationes rei. sed quia 1 non est numerus societatis, ideo dicemus quòd res fuit 7, & hic est numerus hominum primæ societatis, secūda igitur habebit homines quatuordecim, tertia 28, constat autem quòd cubus, 7 cum aggregato numerorum est 392, & tantum producitur ex 14 secundo numero in 28 tertium.

1 pos.	cubus p^{e}.	1 cub.
2 pos.	aggreg.	7 pos.
4 pos.	ꝑduc. 3^{e} in 2^{am}	8 q̄d.

De modis inueniendi capitula noua. Cap. VI.

1 CVm uero diligenter considerassem in his, uisum est mihi, ut etiam ultra transgredi liceret, itaq́ʒ exemplo deriuatiuorum, quæ iam inuenta fuerant, q̄d'q̄drati & q̄d^{ti} æqualium numero, tum etiam cub'q̄drati & cubi æqualium numero, ac reliquorum quatuor, capitulum constituerem q̄d'q̄d'q̄d^{ti}, & q̄d'q̄d^{ti} & numeri, inuicem æqualium, indeq́ʒ æstimatio rei ℞'℞ est, æstimationis principalium eis correspondentium, uelut si 1 q̄dratum p: 1 pos^{ne} est æqualis 12, & æstimatio rei est 3, si 1 q̄d'q̄d'q̄d^{um} p: 1 q̄d'q̄d^{to} æquantur 12, ęstimatio rei erit ℞'℞ 3, indeq́ʒ ad excogitanda reliqua deriuatiua animum appulimus.

2 Mox uero ad alia me transtuli, uisumq́ʒ oportunum, ut æquationum naturam spectarē, cumq́ʒ & primi coniuncti (sic enim binomiū)

& apo-

& apotomæ primæ (sic enim recisum uocamus) originem intuerer, uisum est, ut in his duæ essent diuersorum generum quantitates, numerus, & irrationalis pars, seu radix, porrò cum ad q̃dratum deducitur, numerus quidem fit ex quadratis partium in se, radix ex ductu unius partis in alteram bis, cubus uero constituitur in parte irrationali, ex triplo quadrati numeri, cum quadrato radicis in radicem. Igitur proportio partis irrationalis in cubo, ad partem irrationalem in q̃drato, est uelut tripli quadrati partis, quæ est numerus, cum quadrato partis quæ est radix, ad duplum numeri. at proportio tripli q̃drati numeri, ad duplum numeri, est ipse numerus cum dimidio. proportio etiam q̃drati radicis, ad duplum numeri, est quæ prouenit diuiso tali q̃drato per idem duplum, igitur ipsa proportio, est numerus ipse cum dimidio sui, & tali prouentu, quare assumptis totidem q̃dratis, erunt partes irrationales æquales, quare tot q̃drata æquabuntur cubo & numero, uelut in hoc casu, diuido 3 quadratũ radicis, per 4, exit $\frac{3}{4}$, cui addo 3, q est ęqualis numero & dimidio, fit $3\frac{3}{4}$, dico igitur quod in hac ęstimatiõe $3\frac{3}{4}$ q̃drati æquabuntur cubo & alicui numero, & est numerus ipse $\frac{1}{4}$.

res 2 p: ℞ 3
q̃d. 7 p: ℞ 48
cu. 26 p: ℞ 675

Demum uolens diligentius rem perscrutari, posui 10 q̃drata æqualia cubo, & alicui numero, & posui partem primam binomij (sic enim usus gratia appellabo coniunctum) esse, gratia exempli, 3, & cõstitui partem secundam 1 pos^em^, & hæc est radix. quadratum igitur, est 9 p: 1 q̃drato, & hoc totum est numerus & 6 pos^es^, & hoc est radix, at in cubo ut dictum est fit pars irrationalis ex triplo q̃drati 3, & est 27, & q̃drato 1 pos^is^ q̊d est 1 q̃dratum, in partem quæ est irrationalis, id est in 1 pos^em^, igitur 27 pos^es^ p: 1 cubo, ęquãtur 10 q̃dratis, in parte irrationali, id est decuplo 6 pos^um^, quod est 60 pos^es^, igiť dicemus, quòd cubus æquatur 33 pos^b^, igitur deprimendo per pos^s^, q̃dratũ æquatur 33, igitur res est ℞ 33.

3 p: 1 pos.
9 p: 1 q̃d. p: 6 pos.
27 pos. p: 1 cu.
60 pos.
1 cu. æq̃lis 33 pos.

Regvla.

Ex his tandem hæc formatur regula breuissima. Adde primo numero dimidium sui, & totum abijce ex numero q̃dratorum, residuũ duces in duplum prioris numeri, & producti ℞ est secunda pars coniuncti. Exemplum, est cubus qui cum numero ęqualis est 12 q̃dratis, & prima binomij pars est 5, adde dimidium 5 ad 5, fit $7\frac{1}{2}$, abijce ex 12, fit $4\frac{1}{2}$, duc $4\frac{1}{2}$ in 10 duplum 5 prioris numeri, fit 45, cuius ℞ est secunda pars coniuncti, igitur 12 q̃drata & 5 p: ℞ 45, ęqualia sunt cu bo & 40. Eadem ratione inueni, quod numerus æquationis, ſcilicet 40, producti ex differentia primi numeri, & numeri quadratorum, in q̄dratum primi numeri, & producti tripli primi numeri, & numeri quadratorum in quadratum radicis, eſt differentia.

Poſt hæc deuolui conſilium ad explorandum qualitatem capitulorum cub' q̄drati, rerum & numeri, uidiq́ꝫ, quòd ſi dixero, cubus & 3 q̄drata, æqualia ſunt 14 rebus, & 20 numero, & ponatur quantitas quædã intellecta, æſtimatio rei, cuius prima pars ſit numerus, ſecunda uero quantitas, alia pars irrationalis. Et ſit gratia exempli, hic 1 p: ℞ 5, cõſtat autem quòd coniungendo partes irrationales cubi & q̄drati, quod illæ fiunt ex duplo numeri quadratorum, in primam numeri partem, ſeu ex numero quadratorum, in duplum numeri, itemq́ꝫ ex triplo q̄drati numeri, & q̄drato irrationalis partis, hoc eſt autem æquale, in capitulo cub' q̄drati, & numeri, etiam numerum rerum conuenit, igitur ut in utroq́ꝫ pars rationalis talis ſit, ut ſi iungantur, duplum numeri q̄dratorum, & etiam triplum ſui quadrati, cum quadrato alterius partis, conſtituat numerum rerum. Et ſi pars rationalis uel numerus eſſet minus, oporteret ut eſſet differentia dupli numeri q̄drati, & tripli quadrati partis, quę eſt ℞ cum quadrato partis quæ eſt numerus, ipſe numerus rerum. Exemplum, ſi 1 cubus p: 6 q̄dratis p: numero, æquentur 30 rebus, & pars una apotomæ, ſit m: 2, tunc ducemus 6 numerum q̄dratorum, in 4 duplum 2, & fiet 24, huic addemus 30 numerum rerum, & fiet 54, & hoc debet æquari triplo quadrati, quod eſt 12, & quadrato alterius partis, igitur abiecto 12 ex 54 relinquitur 42, & ℞ 42 eſt pars prima apotomæ, quare res ualet ℞ 42 m: 2.

	5 p: ℞ 45	
5 —	12	— 15
7		3
25		45
175 —		135
	40	

res 1 p: ℞ 5
q̄d. 6 p: ℞ 20
cub. 16 p: ℞ 320

3 Eſt & modus alius, qui ſimilitudinis dicitur, atq́ꝫ hic quadruplex. A natura æquationis, uelut cum capitulum cubi æqualis rebus & numero, extrahitur ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Ab augmentis æquationum, ſicq́ꝫ capitulo non uniuerſalia inuenimus q̄d' q̄drati, rerum, ac numeri. A conuerſione æquationum in naturam ei æquiualentẽ, ut exponemus infra. A modo pro ędendi ad æquatiões per cuborum uel quadratorum generationem, aut per proportionem ut dupli uel dimidij, aut per additionem uel diminutionem, tres enim ſunt modi uariandi in uniuerſum.

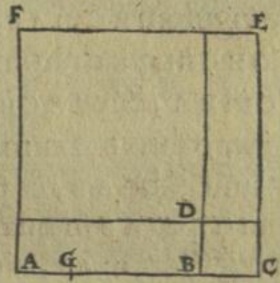
4 Eſt etiam tranſmutationis uia, qua ante demonſtrationem uniuer

ſalia

ſalia capitula multa inueni, atq; inter reliqua, cubi æqualis q̄dratis & numero, & cubi cum q̄dratis, æqualis numero, uelut cū conamur hanc ſoluere quæſtionem, duos inuenias numeros, quorum aggregatum æquale ſit alterius q̄drato, & ex uno in alterum ducto, producatur 8, una enim uia peruenies ad 1 cubum æqualem 1 q̄drato p: 8, alia, ad 1 cubum p: 8 rebus, æqualem 64, hac igitur inuenta æſtimatione, ſi diui ſeris 8 per eam, prodibit reliqua ęquatio, ex qua in capituli illius cogi tationem perueni. Quæſtiones igitur alio ingenio cognitas ad igno-tas transfer poſitiones, nec capitulorū inuentio finem eſt habitura, nō tamen extra hæc, ex una quæſtione, generalia poteris aſſequi.

Cum autem intellexiſſem capitulum, quod Nicolaus Tartalea mi 5
hi tradiderat, ab eo fuiſſe demonſtratione inuentum Geometrica, co-gitaui eam uiam eſſe regiā, ad omnia capitula uenanda. Itaq; ad eam tria ſuppoſita maxime utilia pręmittere inſtitui, quorum dilucida de-claratione, reliqua, quę & ipſa demonſtrabuntur, facile erit intellige-re, eſt autem horum hoc primum.

Si quantitas in duas partes diuidatur, cubus totius æqualis eſt, 6
cubis ambarum partium, triploq; productorum, uniuſcuiuſq; earū, uiciſsim in alterius q̄dratū. Quamuis hoc & reliqua duo quæ ſequun tur in 7° noſtro ſuper Euclidem libro oſtenſa ſint, ne tamen huic ope ri quicq; deeſſet, placuit hic denuo demonſtrare. Sit igitur A C, diuiſa in puncto B, & ſit cubus totius A E, ſint etiā in baſi eius ſupficies diſtinctæ, D A, D C, D F, D E. manifeſtum eſt autem ex 4ª 2ⁱ elemento-rum, C D eſſe quadratum B C, & D F quadra-tum A B, & duo rectangula A D & D E, fieri ex A B in B C, ſingula, cubus autem totus con ſtat ex A C linea, in q̄dratum A E, quare ex A C, in ſuperficies D A, D C, D E, D F, compo-nentes A E, quare cum A C conſtet ex A B & B C, conſtabit cubus A E, ex octo corporibus, quorum quatuor con-ſtant ex A B linea in ſuperficies D A, D C, D E, D F, reliqua quatuor, ex B C linea, in eaſdem quatuor ſuperficies. At ex A B in F D, fit cubus A B, & ex B C in C D, cubus B C, conſtat igitur cubus A E, ex cubis A B & B C, & ex eo quod fit ex A B in D A, D C, D E, & eo quod fit ex C B in D A, D F & D E, at quod fit ex A B in C D, æquale eſt ei q̊d fit ex B C in D A, & quod fit ex B C in D F, ęquale ei, quod fit ex A B in A D, eo quòd altitudines & baſes eædem ſunt, parallelepipeda etiam ex A B in A D, uel D E æqualia ſunt inuicem, ſimiliter ex B C in A D, uel D E, inuicem



æqua-

æqualia, eo quòd D A & D E sunt æquales superficies, ex 43ª primi elementorum, igitur cubus A C constat ex cubis A B & B C, & triplo A B in quadratū B C, & triplo B C in quadratū A B, quod erat probandū.

7 Ex hoc patet secundum, scilicet, quòd cubus A B, cum triplo A B in quadratum B C, superat cubum B C cum triplo B C in quadratū A B, in cubo differentiæ A B & B C, sit igitur A G æqualis B C, & erit differentia A B & B C, linea G B, constat autem ex precedente cubum A B, æqualem esse cubis A G & G B & triplo A G in quadratum G B, & triplo G B in quadratum A G, quare cubus A B cum triplo A B in quadratum B C, æqualis est cubis A G & G B, & triplo A B in quadratum G B, & triplo G B in quadratum A G, & triplo A B, in quadratum B C, uerū cubus A G æqualis est cubo B C, & triplum B G in quadratum A G, æquale est triplo B G in quadratum B C, & triplum A G in quadratum G B, æquale est triplo B C in quadratum B G, eo quòd B C æqualis est A G, cubus igitur A B, & triplum A B in quadratum B C, æqualia sunt cubo B C, & B G, & triplo B G in quadratum B C, & triplo B C in quadratum B G, & triplo A B in quadratum B C, at ex B G in quadratū B C, fit quantum ex B C in rectangulum ex B G in B C ter, igitur ex B G in quadratum B C, æquale ei quod fit ex B C in rectangulū ex B C in B G ter, eadem ratiõe, quod ex A B in B C quadratum ter, æquale ei quod ex B C in rectangulum ex A B in B C ter, cubus igitur A B, & triplum A B in quadratum B C æqualis est cubis B G & B C, & triplo B C in rectangulum B C in A B, & triplo B C in rectangulum ex B C in B G, & triplo B C in quadratum B G, at ex 4ª 2ⁱ elementorum, rectangulum ex B C in B A, & ex B C in B G, cum quadrato B G æquantur quadrato A B, igitur cubus B G cum cubo B C, & triplo B C in quadratum A B æqualia sunt cubo A B, & triplo A B in quadratum B C, quare cubus A B, cum triplo A B in quadratum B C, excedunt cubum B C, cum triplo B C in quadratum A B, in cubo differentiæ B G.

Corᵐ. primū. Ex hoc patet, quòd si B C ponatur m: quòd cubus A B constabit ex cubo A C & triplo A C in quadratum B C, addito per m: cubo B C, & triplo B C in quadratum A C, nam si B C fuisset p: differentia cubi A C cum triplo A C in quadratum B C, à cubo B C & triplo B C in quadratum A C, fuisset cubus A B, ex demonstratis. Sed posita B C m: tantum est quod aggregatur, quanta est differentia posita B C p: igitur cubus A B, est aggregatum cubi A C & tripli A C, in quadratū B C, & tripli B C in quadratum A C m: & cubi B C m: Et eodem modo, si A B poneretur m: cubus B C constaret ex cubo A C, & triplo A C in quadratū A B, & triplo A B, in quadratum A C per m: & cubo A B per m:

Eodem

Eodem modo, si A B ponatur m: cubus A B componetur ex cubo B C, & triplo B C in quadratum A C, & cubo A C per m: & triplo A C in quadratum B C per m: nam ut dictum est, cubus A B, est differentia talium partium per p: ex primo corrolario, igitur detracto maiore ex minore, fiet tantundem m: sed cubus A B m: est æqualis cubo A B p: in numero, ut em̃ 27 p: est cubus 3 p: ita 27 m: est cubus 3 m: igitur cubus A B m: est æqualis cubo B C & triplo B C in quadratum A C, & cubo A C m: & triplo A C in quadratum B C m: Cor^m. secũd.

8 Ex primo autem supposito, ostenditur etiam hoc tertium, quod est, proportionem aggregati ex cubis A B & B C ad triplum productorum A B in quadratum B C, & B C in quadratum A B esse, ut trium linearum in proportione continua, A B & B C existentium aggregati primæ & tertiæ, detracta secunda, ad triplum secundæ. constat em̃ ex 32ª 11ⁱ elementorum, quòd proportio cubi A B ad corpus ex A C in quadratum A B, est ut quadrati A B ad A D superficiem, quare ex pª. 6ⁱ. elementorum, ut A B ad B C, eadem ratione parallelepipedi ex B C in quadratum A B ad parallelepipedum ex A B in quadratum B C, proportio, ut A B ad B C, atq; rursus parallelepipedi, ex A B in quadratum B C ad cubum B C, ut A B ad B C. Quatuor igitur corpora, scilicet cubus A B, parallelepipedum, ex B C in quadratum A B, parallelepipedũ ex A B in quadratum B C, & cubus B C sunt in continua proportione linearum A B & B C. Statuamur itaq; hæc corpora breuitatis causa in quatuor literis H, K, L, M, ita ut H sit cubus A B, & K parallelepipedum ex B C in quadratum A B & L parallelepipedũ ex A B in quadratum B C, & M sit cubus B C, igitur cum ratio M ad L sit ea quæ L ad K, ut probatum est, item K ad L, ut H ad K, erit ex 24ª 5ⁱ elementorum, K M ad L, ut H L ad K, quare ex 12ª eiusdem, H K L M, ad K L, ut H L, ad K, quare ex 19ª eiusdem, H M ad K L, ut H L detracto K, ad K, quare ex 22ª eiusdem, H M ad triplum K L, ut H L dempto K ad triplum K, at cum H K L, sint in proportionẽ A B ad B C, ut probatũ est, erit ex 11ª eiusdẽ 5ⁱ elementorum, cuborum A B & B C, simul iunctorũ, ad triplum A B in quadratum B C, & B C in quadratum A B, uelut primæ & tertię trium linearũ proportionalium, in proportione A B & B C, detracta media ipsarum, ad triplum ipsius mediæ.

H, K, L, M.

Ex hoc patet, quòd proportio tripli B C in quadratum A B, ad triplum A B in quadratum B C, est ut A B ad B C, ex 12ª 5ⁱ el. Cor^m. tertiũ.

Atq; etiam, quòd proportio cuborum A B & B C, cum duplo B C in quadratum A B, & A B in quadratum B C, ad residuum totius cubi quartũ Cor^m.

A C, est ut trium superficierum D C, D A, D F, ad D E superficiem, seu ut trium quantitatum proportionalium in proportiõe A B ad B C, ad mediam ipsarum, ac multa alia quæ breuitatis causa omitto.

De capitulorum transmutatione. Cap. VII.

1 CVm fuerit numerus & denominatio media, extremæ æqualis, conuertetur capitulum in duas denominationes easdem, & sub eadem magnitudine numero æquales, uelut si dicam, quadratum æquatur 6 radicibus & 16, dicemus igitur etiam, quadratum & 6 radices, æquantur 16, manetq; conuersa ratio, inde habita prima æquatione, detrahemus numerum radicum, & est 6, & habebimus secundam, uel secunda habita, addemus 6 numerum radicum, & fiet æquatio prima, uerum in cæteris denominationibus regula generalis dari non potest.

2 Verum generalis est regula, cum media denominatio, numero & extremæ denominationi æquatur, tunc conuertetur in aliam mediam denominationem, tantundem à numero distantem, quantum prior media ab extrema denominatione distabat. Sic pro exemplo, si cubus & numerus æquales sint rebus, cubus cum eodem numero, quadratis etiam ęquabitur, sed non sub rerum numero existentibus. Ratio uero habendi mediam denominationem est, deprime maiorem denominationem ex medijs, per minorem, & radicem numeri æquationis, sumptam secundum naturam denominationis extremæ, reduces ad denominationem quæ exijt, & cum eo numero, multiplicabis numerum denominationis mediæ proximioris maximæ denominationi extremæ, aut diuides numerum proximioris numero, & qui exit, numerus est denominationis mediæ, uelut si cubus & 16 æquentur 6 quadratis, erit ex dictis cubus & 16, æqualia rebus. harum numerum sic uenabimur, deprime q̄dratum per res, exeunt res, accipe ℞ cub: 16, nam cubus est extrema denominatio, & eam reduc ad naturam rei, cum res sit id, quod prouenit, diuiso quadrato per rem, fiet igitur ℞ cub. 16, quoniam res non auget nec minuit, igitur ducemus ℞ cub. 16 in 6 numerum quadratorum, qui sunt proximiores cubo, quàm numero, & fient res ℞ cub. 3456 æquales 1 cub. p: 16. Exemplum aliud, cubus & 8 æquantur 18 rebus, dices igitur, cubus & 8, æquantur quadratis, diuide igitur quadratum per rem exit res, accipe ℞ cubicam 8, quia cubus est maxima denominatio, & est 2, ea non est deducenda aliter, cum res sit denominatio exiens, fiet igitur 2 diuisor 18 numeri rerum,

rum, quia res sunt proximiores numero, quàm cubo, & exibit 9, numerus quadratorum æqualium cubo p: 8, eodem modo, si dicamus 1 q̄d'q̄d^{m} p: 64 ęq̄tur 10 cubis, cadet transmutatio rebus in 1 q̄d'q̄d^{m} p: 64 ęquale rebus, diuide igitur cubū per rem exit quadratum, duc ℞'℞ 64 quæ est ex natura q̄d'q̄d^{ti}, & est ℞ 8, ad naturam quadrati, scilicet denominationis exeuntis, fit 8, quē duc in 10, numerum cuborum, quia sunt proximiores maximæ denominationis, & fiunt res 80, cōtra diuide res 80 per 8 ad habendum numerum cuborum.

1 q̄d'q̄d. p: 64 — 10 cub.
1 q̄d'q̄d. p: 64 — rebus
℞ 8 — q̄d. 8
10
res 80

Eadem ratio tenet, ubi denominatio media cum numero, æquatur extremæ, seu duæ denominationes extremæ, numero æquales fuerint, nam eadem regula unam æquationem in aliam transmutabimus. Vt pro exemplo, cubus ęquetur 9 rebus p: 10, dicemus igitur, cubus p: q̄drato ℞ cubicæ 72 $\frac{9}{10}$ æquantur 10, & si cubus ęquatur 6 q̄dratis p: 16, erit cubus & res ℞ cub. 3456, æqualis 16. Et si cubus p: 18 rebus, æquatur 8, erit cubus æqualis 9 q̄dratis & 8 numero. Et cum relatum primum p: 6 cubis æquatur 80, erit relatum primū æquale quadratis p: 80. diuide igitur cubum per quadratum, exit res, sume ℞ relati 80, & eam reducito ad naturam rei remanet ℞ relati 80, quam ducito in 6 numerum cuborum, fit ℞ relati 622080, numerus quadratorum, igitur R^{m} p^{m} æquatur q̄dratis ℞ relati 622080 p: 80 numero, eadē ratione, si R^{m} p^{m} p: 30 rebus, æquale sit 32 numero, tunc erit R^{m} p^{m} æquale q̄d'q̄drato & 32 numero, diuide q̄d'q̄d^{m} per rem, exit cubus, reducito 2 ℞ relati 32 ad cubum, fit 8, diuide 24 numerum rerum per 8, exit 3 numerus q̄d'q̄dratorum, qui cum 32 æquantur relato primo. 3

R^{m} p^{m} p: 6 cub. — 80
R^{m} p^{m} q̄d. p: — 80
R rel: 80 — res ℞ rel: 80
6
q̄d. ℞ rel: 622080

Sed pro habenda æstimatione in singulis, diuides q̄dratum radicis numeri ęq̄tionis, sumpta ipsa radice, secundum naturam maximę denominationis, per æstimationem quam habes, quod exit est æstimatio conuersi capituli. Exemplum, dictum est, quòd si cubus & 8 æquatur 18 rebus, cubus & 8 æquabitur 9 q̄dratis. In prima autem æquatione res ualet 4, uel ℞ 6 m: 2, dico, quod si acceperis ℞ cubicā 8, quæ est 2, & duxeris eam in se fit 4, & diuiseris per priores æstimationes, scilicet 4, uel ℞ 6 m: 2, exibunt 1, uel ℞ 24 m: 4, ęstimationes cubi p: 8 æqualium 9 q̄dratis. Et eodem modo dictum est, quod si R^{m} p^{m} p: 6 4

 cubis,

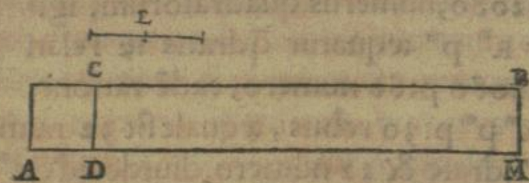
cubis, æquatur 80, quod R^m p^m æquabitur R̸ R^a, 622080 quadratorum p: 80, & in prima æquatione æstimatio rei manifeste est 2, duc igit̃ R̸ R^a 80 in se, fit R̸ R^a 6400, diuide per 2, æstimationem relati & 6 cuborum æq̃lium 80, exibit R̸ R^a 200, æstimatio rei, quando R^m p^m æquatur R̸ R^e 622080 quadratorum p: 80, ut uero facilior intellectus omnium horũ sit, uigintiquatuor

cub. & q̄d' æq̄l' n° in cub. æq̄l' re & n°.
cub. æq̄l' q̄d' & n° in cub. & res ęq̄l' n°.
cub. & n^s æq̄l' q̄d' in cub. & n^m æq̄l' rebus
q̄d' q̄d. & cub. æq̄l' n° in q̄d' q̄d. ęq̄l' reb' & n°.
q̄d' q̄d. & n^s æq̄l' cu. in q̄d' q̄d. & n^m ęq̄l' rebus.
q̄d' q̄d. æq̄l' cu. & n° in q̄d' q̄d. & res æq̄l' n°.
R^m p^m & q̄d' q̄d. ęq̄l' n° in R^m p^m ęq̄l' reb. & n°.
R^m p^m æq̄le q̄d' q̄d. & n° in R^m p^m & res ęq̄l' n°.
R^m p^m & n^s ęq̄l' q̄d' q̄d. in R^m p^m & n^m ęq̄l' reb°.
R^m p^m & cu. æq̄l' n° in R^m p^m æq̄l q̄d. & n°.
R^m p^m æq̄l cu. & n° in R^m p^m & q̄d. æq̄l' n°.
R^m p^m & n^s æq̄l' cu. in R^m p^m & n^m æq̄l' q̄d.

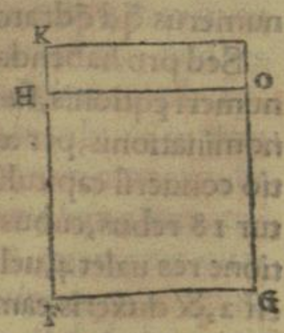
transmutationes subiungam, ex quibus alias discere licebit. hic namq; duodecim sunt conuersiones, totidemq́; econtra, uelut si cubus & quadratum æquantur numero, conuertetur capitulum, in cubum æqualẽ rebus & numero, at econtra, si cubus æqualis sit rebus & numero, cubus & quadrata numero etiam æqualia erunt.

DEMONSTRATIO.

5 Vt uero eiusmodi sit aliqua, exempli causa, demonstratio, ponatur parallelepipedum A B constans ex A C cubo, & D B numero, æquale autem totum hoc q̄dratis A D lineæ. Igitur cum ipsum cõstet ex D C in A B, constabit etiam ex A M in quadratum D C, igitur A M est numerus quadratorũ,



inter M D & D A, sint continue proportionales, E proximior A D, & F G proximior D M, q̄dratum autem F G sit G H, & sit G K superficies, æqualis ei quæ ex E in A M, compleatur autem corpus G K, secundum altitudinem F G, erit igitur ex 15^a 6^i elementorum A M ad F K, ut F G ad E, igitur ex 11^a 5^i eiusdem, A M ad F K, ut M D ad F G, seu F H. at ex 19^a 5^i elementorum erit A M ad F K, ut A D ad K H, ex 11^a igitur eiusdem, M D ad F H, ut A D ad K H, quare cum sit M D, ad F H, ut F H ad



E, &

E,& F H ad E,ut E ad A D,& E ad A D,ut A D ad K H, erunt quinque lineæ M D,F H, E,A D,H K,continue proportionales,igitur ex 34ª 11ⁱ elementorum & 17ª 6ⁱ erit G H ad A C,ut M D ad H K,utraque enim duplicata ei,quæ est F H,ad A D, quare quod ex D M quinta in A C quadratum secundæ,æquale est ei,quod ex K H prima in G H quadratũ quartæ. Igitur corpus K O est numerus propositus,& cum cubo E G æquatur rebus totidem,quot sunt in superficie G K,at G K æqualis est superficiei ex C in A M,est autem E radix cubica numeri D B, propositi, ex 34ª 11ⁱ elementorum,& A M numerus quadratorum, ut propositum est,igitur numerus rerum G K fit ex radice cubica numeri æquationis in numerum quadratorũ, & numerus ęquationis manet idem scilicet corpus K O & B D,quorum unum alteri ęquale esse demonstrauimus. Superest itaque,ut ostendamus ęstimationem rei, quę est A D in uno,& F G,in altero esse,quales proponuntur,cadit enim inter eas proportionalis media E radix cubica numeri propositi,igitur ex 16ª 6ⁱ elementorum diuiso quadrato E per unam earum exibit reliqua. Eodem modo probaremus reliquam partem regulę,& generaliter,sed breuitati consulendum est,in his quæ ordinem habent eum,ut unum ex altero cognoscatur.

Regula.

Est & alius transmutandi modus,manente quidem denominationum numero,uariato autem ęquationis numero,uerũ in reliquis eandem habet rationem,regula igitur est. Accipe radicem numeri æquationis,secundum naturam denominationis mediæ,quã habes, & eam reduces multiplicando ad naturam denominationis mediæ,quam uis æquari extremis in conuersione,& hic est numerus in secunda æquatione. Exemplum,si dico,cubus & 8 æquatur 18 rebus , tu scis ex tabula supraposita,quæ huic seruit regulæ,quod transmutatur in cubũ & numerum æqualia quadratis,at ex hac regula liquet,quòd numerus quadratorum æquatur numero rerum, erunt igitur cubus & numerus æquales 18 quadratis,pro numero igitur ęquationis accipe 8, quia res non habent radicem,& duc in se,fiet 64 , numerus æquationis,duxisti autem in se,quia denominatio media in quam fienda est transmutatio,est quadratum. Eadem ratione,si dicatur , 1 q̄d'q̄dratũ p: 8,æquatur 12 rebus,traducetur in q̄d'q̄dratum & numerum æqualia cubis,quare reducemus 8 ad cubum & fiet 1 q̄d'q̄dratum p: 512, æquale 12 cubis. Et ita,si dicatur, 1 pᵐ Rᵐ p: 8,æquatur 5 cubis,transmutatio fiet in Rᵐ pᵐ p: numero,æquale 5 quadratis,ex tabula uel regula,igitur pro numero (quia denominatio media in proposito est cubus) sumemus R cub. 8,quæ est 2,& eam deducemus ad naturã qua- 6 drati, quia quadratum est denominatio media in transmutatione, fiet igitur 4, quare erit R^m p^m p:4, æquale 5 quadratis.

7 Eadem ratio tenet, cum numerus & media denominatio extremę æquantur, ut transmutetur in capitulum denominationum æqualium numero. Exemplum, si dicamus, 1 p^m R^m p:4 cub. æquatur 64, accipiemus propter cubum ℞ cubicam 64, & est 4, & eam reducemus ad quadratum denominationem mediam, in quam fienda est transmutatio, & habebimus 1 p^m R^m æquale 4 q̄dratis & 16 numero, & si 1 p^m R^m p:4 rebus æquatur 5, quia res non habet radicē, reducito 5 ad naturam quadratiquadrati, & fit 625, ideo dicemus, quòd 1 R^m p^m æquatur 4 quadratisquadrati p:625.

8 Aestimationis ratio sic habetur in media denominatione æquali extremæ & numero. Reducito æquationem quam habes in naturam denominationis mediæ, in quam fienda est trasmutatio, & hoc abijce ex numero denominationis medię, & ℞ residui, sumpta secundum naturam denominationis mediæ, ex qua fit transmutatio, est rei æstimatio. Exemplum, si p^m R^m p:64 æquatur 12, cubis dicemus p^m R^m p: 16 æquatur 12 q̄dratis, ęstimatio primę ęquationis est 2, & quia media denominatio in quam fit transmutatio est q̄dratum, ducemus 2 in se fit 4, abijce ipsum ex 12 numero cuborum, fit 8, residuum cuius sumemus ℞ secundum naturam denominationis mediæ, ex qua fit transmutatio, & est cubus. igitur ℞ cub. 8, quæ est 2, erit etiam æstimatio rei in secunda æquatione. Aliud Exemplum, si p^m R^m p: 64, ęquatur 24 q̄dratis, tu scis, quòd transmutatur in p^m R^m p: 512 æquale 24 cubis, æquatio autem primi propositi fuit 2, cubus fit 8, nam media denominatio secunda est cubus, abijce 8 ex 24, numero q̄dratorum, relinquitur 16 cuius ℞ quadrata, id est sumpta secundum naturam denominationis mediæ, primæ æquationis, quæ est 4, est æstimatio p^i R^i p: 512 æq̄lis 24 cubis.

1 p^m R^m p: 64	12 cub.
1 p^m R^m p: 16	12 q̄d.

1 p^m R^m p: 64	24 q̄d.
1 p^m R^m p: 512	24 cu.

9 Sed ubi intermedia denominatio iungitur numero uel extremæ denominationi, facto transitu in comparem, ex 7^a regula, reduces ut prius æstimationem quam habes in naturam denominationis medię, cuius quæris æstimationem, & ei adde numerum denominationis mediæ, si media denominatio cuius æstimatio quæritur, iuncta fuerit numero, uel minuemus, si iuncta fuerit extremæ denominationi, & eius aggregati uel residui ℞ sumpta, ex natura denominationis mediæ, cuius æstimatio cognita est, erit æquatio secundæ quæstionis quæsita. Exemplum. sit R^m P^m æquale 3 cubis p:8, & æstimatio rei cognita 2,

& trans-

& transmutatur ex regula septima in Rᵐ pᵐ p: 3 quadratis æqualia 4, reduco igitur 2 ad naturam quadrati mediæ denominatiōis, cuius quæritur æstimatio. Sit 4, ex hoc abijcio 3 numerum quadratorum, quia quadrata sunt iuncta R° p°, & non numero, relinquitur 1, huius ℞ cub. quæ est 1, est rei æstimatio, est autem cubus denominatio media æquationis iam cognitæ.

| Rᵐ pᵐ 3 cub. p: 8
| Rᵐ pᵐ p: 3 q̄d. 4

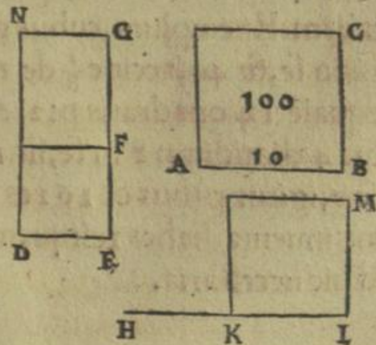
Rursus sit Rᵐ pᵐ æquale 7 q̄dratis p: 4, & sit transmutatio in Rᵐ pᵐ p: 7 cubis æquale 8, ex 7ª regula, & sit huius cognita æquatio, quæ sit 1, & uelim reliquam, reduco 1 ad q̄dratum, mediam denominationem ignotam, & fit 1, huic addemus 7 numerus q̄dratorum, quia media denominatio ignota, quæ est q̄dratum, iungitur numero, scilicet 4, & habebimus 8, huius ℞ cubica sumpta ex natura mediæ denominationis cognitæ, & est 2, talis ℞ cubica, est rei æstimatio, quando pᵐ Rᵐ æquatur 7 q̄d. p: 4.

| Rᵐ pᵐ p: 7 cub. 8
| Rᵐ pᵐ 7 q̄d. p: 4

Ex hoc patet, quòd semper, habito uno capitulo, per secundam, tertiam & quartam regulam, uel per sextam, septimā, octauam, & nonam, habebimus aliud generaliter, si generaliter, uel particulatim, si particulatim. Exemplū igitur tale sit, cognito capitulo cubi & rerum æqualium numero, proponatur cubus æqualis 3 quadratis & 10 numero, habebimus igitur ex septima regula cubum & 3 res æquales ℞ 10, æquatio huius est ℞ v: cub. ℞ 3 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 2 $\frac{1}{2}$ m: ℞ v: cub. ℞ 3 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 2 $\frac{1}{2}$ huius igitur quadratum, addito 3 numero quadratorum, quia quadrata iunguntur numero, erit æstimatio cubi æqualis 3 q̄dratis & 10 numero, & hoc est, quia denominatio media cognita, quæ est res, non habet ex se radicem, & sic primo generaliter capitulum cubi æqualis q̄dratis & numero, aliaq́ꝫ multa capitula inueni, duplici uia. Corᵐ

DEMONSTRATIO.

Et ne hoc uoluntarium uideatur, demonstratio huius adijcienda est, in uno pro omnibus, sit cubus D F, cum A B numero, æqualis D G numero rerum, id est corpori D G, sit autem H L, numerus rerum, æqualis D G superficiei, in numero, & sit quod ex H K in K M, æquale A C numero, & quadrato A B, erit igitur quod ex H L in K M, æquale A C & cubo K L, & similiter, quod ex D E in D G, æquale cubo D E, & numero A B, D E autē est latus D F, & K L latus K M, sed H L æqualis est D G, cum igitur ex H K in K M fiat A C, & ex D E in F N, A B, 10



posita

posita N F radice K M, & D E radice H K, nescio si ex D E in F N, fit A B, ex H K in K M fit A C, nãq; hoc à Theone in Euclidis cõmentario est demonstratum, igitur cum æstimatio rei in uno sit K L, in altero D E, sequitur ut sublata F D, æquali H K (utraq; enim æquatur quadrato D E) ex H L, relinquatur K L, rei æstimatio, quod est propositum.

11 Est & genus transmutationis in dissimile, ut cum q̃d'q̃d^m æquatur rebus & numero, & res est ℞ 5 p: 2, gratia exempli, erit q̃d'q̃d^m p: eisdem rebus æquale eidem numero, & res erit eius apotome, uidelicet ℞ 5 m: 2, & econtra.

12 Transmutantur & ea, quæ constant ex quatuor nominibus, cum fuerint tres partes continue proportionales, & æquales rebus uel cubis, dico autem, numerus & q̃dratum & q̃d'q̃d^m, nam diuiso numero rerum per ℞ numeri, exit numerus cuborum, multiplicato uero numero cuborum, per ℞ numeri, producitur numerus rerum æqualium q̃d'q̃drato & q̃drato & numero eisdẽ, uelut, si q̃d'q̃d^m p: 8 q̃dratis p: 64, æquantur 10 cubis, igitur ducto 8 ℞ 64, in 10 numerum cuborũ, erit 1 q̃d'q̃d^m p: 8 q̃dratis p: 64, æquale 80 rebus. Habita autem una æquatione, diuide cum ea ℞ numeri, quod exit, est reliqua æquatio, uelut 1 q̃d'q̃d^m p: 8 q̃dratis p: 64, æquatur 56 rebus, & res est 4, erit 1 q̃d'q̃d^m p: 8 q̃dratis p: 64 æquale 7 cubis, inde diuiso 8 radice 64, per 2 priorem æquationem, exit 4, secunda æquatio, q̃d'q̃drati p: 8 q̃dratis p: 64, æqualium 7 cubis.

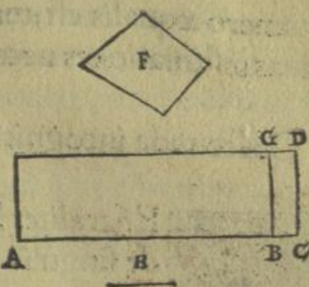
13 Est etiam transmutatio capitulorum ex tribus constantium, in capitula ex quatuor, & pro exemplo, regulam unam exponam, si sit capitulum cubi & numeri æqualium q̃dratis, conuertetur in capitulum cubi & rerum, æqualium q̃dratis & numero, hoc modo, manente numero q̃dratorum, duc dimidium numeri q̃dratorum in se, & productũ est numerus rerũ, quæ sunt cũ cubo, & octaua pars prioris numeri est semper numerus, qui est cum q̃dratis, & æquatio semper manet eadem. Exemplum, cubus p: 16 æquatur 14 q̃dratis, duc 7 dimidium 14 in se, fit 49, accipe $\frac{1}{8}$ de 16, quod est 2, habebis 1 cub. p: 49 rebus æqualẽ 14 quadratis p: 2. Aliud, cubus & 40, æquatur 8 quadratis, duc 4 dimidium 8 in se, fit 16, numerus rerum, accipe $\frac{1}{8}$ de 40 quod est 5, igitur cubus & 16 res æquantur 8 quadratis p: 5, & æquatione una inuenta, habes reliquam cũ sint eædem, demonstratio huius non est hic necessaria.

Docetur

Docetur æquatio generaliter mediæ denominationis æqualis extremæ & numero. Cap. VIII.

Demonstatio.

Sit inquam, cubus quadrati & numerus F æqualis aliquibus rebus, & sit numerus rerum A D, & sit B D portio, ex qua sumpto latere, quale relati primi E, & ducto in A G reliquū numeri rerum, fiat F numerus æquationis, dico E esse rei æstimationem, nam quia ex supposito, ex E in A G, fit F, & ex E in B D, fit cub. E, eo quod E fuit latus relatum, B D, & productum ex E in A G, & in B D, æquale est producto ex E in A D, sequitur cum A D, sit numerus rerum, quod res æquantur cubo quadrato, & numero F, existente æstimatione ipsius E. 1



Regula.

Secundum hoc formabitur regula, cum fuerint denominatio media & numerus, æquales mediæ, & ex numero mediæ denominationis, feceris duas partes, ex quarum una in radicem alterius, sumptam secundum naturam denominationis, prouenientis ex diuisione extremæ per mediam, & deductam ad naturam ipsius mediæ denominationis, fiat numerus æquationis, tunc radix ipsa anteqꝫ deducetur ad naturam denominationis mediæ, est rei æstimatio. Exemplum, 10 res, æquantur quadrato & 21, tunc quia res sunt immediatę quadrato & numero, sufficit facere de 10 duas partes, ex quarum una in aliam fiat 21, & erunt 7 & 3, & utraqꝫ est rei æstimatio. Aliud, 10 res, æquantur cubo & 3, hic res est coniuncta numero, sed non cubo, cum intermediet quadratum. Ideo diuidemus cubum per rem, exit quadratum, dicemus igitur fac ex 10, duas partes, ex quarum una in quadratam alterius radicem, fiat 3, & erunt 1 & 9, nã ex 1 in 3 ℞ 9 fit 3, ideo talis ℞ scilicet 3, est rei ęstimatio. Aliud, 10 cubi æquales sunt q̃d'q̃drati, & 64, iam hic cubus hæret q̃d'q̃drato, & à numero distat intermediantibus q̃drato & re, dices igitur, fac de 10 duas partes, ex quarum una in alterius cubū, producatur 64, & erunt partes 8 & 2, qui ad cubum deducendus est, igitur 2 est rei ęstimatio, scilicet quod oporteat semper numerum cum quo operamur, esse rei æquationem. Aliud, & est quarti modi exemplum, 10 cubi æquantur p° R° & 48, tūc iam cubus distat à R° p°, intermedio q̃d'q̃drati, & à numero interpositis quadrato & re, diuide igitur R^m p^m per cubum, 2 exit quadratum, dicemus, fac de 10 numero mediæ denominationis duas partes, ex quarum una, in cubum radicis quadratæ alterius producatur 48 numerus æquationis, & erunt partes 6 & 4, nam ex 6 in 8 cubum 2 radicis quadratę 4, fit 48, ideo ipſum 2 radix quadrata 4, eſt rei æſtimatio. Manifeſtum eſt igitur, quod ſemper ſumimus radicem ex natura denominationis, ſecundum quam media in maiore continetur, & deducimus eam ad naturam ipſius mediæ, & qui ſcit hoc facere, nouit capitulum, & qui nouit capitulum, ſcit etiam hoc facere.

3 Eſt uero manifeſtum, quod cum media denominatio, extremæ & numero æqualis eſt, tunc in omnibus, prætereꝗ in maximo numero, duas æſtimationes neceſſario habet.

De ſecunda incognita quantitate non multiplicata. Cap. IX.

GEneraliter hucuſqȝ noua inuenta tractauimus, nunc uero de ſingulis dicendum ſpeciebus eſt, namqȝ ſæpius illud occurrit, ut quæſtionem propoſitam, duplici poſitione ſoluamus. Eiuſmodi autem eſt exemplũ, quando aliter uix rem hanc poſſumus explicare. Tres erant uiri pecunias habentes, Primus cũ dimidio reliquorum habuit aureos 32. Secundus cũ reliquorũ tertia parte 28. Tertius cũ reliquorum parte quarta 31, quæritur quantum quiſqȝ habuit? Statuemus primo rem ignotam primam, ſecundo ſecundam rem ignotam, tertio igitur 31 aurei, minus quarta parte rei, ac quarta parte quantitatis relicti ſunt, iam igitur uide, quantum habet primus, equidem ſi illi dimidium ſecundi & tertij adijcias, habiturus eſt aureos 32, habet igitur per ſe aureos 32 m: $\frac{1}{2}$ quan: m: 15 $\frac{1}{2}$ p: $\frac{1}{8}$ poſ^is p: $\frac{1}{8}$ quant: quare habebit 16 $\frac{1}{2}$ m: $\frac{3}{8}$ quant^is p: $\frac{1}{8}$ poſ: hoc autẽ cum ſit ęquale uni poſitioni, erit $\frac{7}{8}$ poſ: & $\frac{3}{8}$ quant: æquale 16 $\frac{1}{2}$, quare deducendo ad integra 7 poſ: & 3 quant: æquabuntur 132. Rurſus uideamus, quantum habeat ſecundus, habet hic 28, ſi ei tertia pars primi ac tertij addatur, ea eſt $\frac{1}{3}$ poſ: p: 10 $\frac{1}{3}$ m: $\frac{1}{12}$ poſ: m: $\frac{1}{12}$ quant: hoc eſt igitur $\frac{1}{4}$ poſ: p: 10 $\frac{1}{3}$ m: $\frac{1}{12}$ quant: abijce ex 28 relinquitur, 17 $\frac{2}{3}$ p: $\frac{1}{12}$ quant: m: $\frac{1}{4}$ poſ: & tantum habuit ſecundus. ſuppoſitum eſt autem habere illum quantitatem, quantitas igitur ſecunda, æqui ualet $\frac{1}{12}$ ſuimet,

Pri: Secund: Terti:
res quan: 31 m:
Quarta parte reliq̊rũ

primus 16 $\frac{1}{2}$ p: $\frac{1}{8}$ poſ: m: $\frac{3}{8}$ quan: æqualia poſitioni primæ

$\frac{7}{8}$ poſ: p: $\frac{3}{8}$ quan: æq̃lia 16 $\frac{1}{2}$

Secundus 17 $\frac{2}{3}$ p: $\frac{1}{12}$ quan: m: $\frac{1}{4}$ poſ: æq̃lia quantitati ſecundę

$\frac{11}{12}$ quan: p: $\frac{1}{4}$ poſ: æqualiæ 17 $\frac{2}{3}$

met,& 17 $\frac{2}{3}$ m:$\frac{1}{4}$ pos:abiectis communiter $\frac{1}{12}$ quantitatis,& restituto m: alteri parti,fient $\frac{11}{12}$ quan:p: $\frac{1}{4}$ pos: æqualia 17 $\frac{2}{3}$, quare 11 quan: p:3 pos:æqualia erunt 212, multiplicatis partibus omnibus per 12 denominatorem,inde duces quamuis earum ad æqualitatem alterius, in positionum aut quantitatum numero,ut pote dicendo,3 pos: p:11 quan: æquantur 212,uolo modo ut sint 7 positiones,& erunt per regulam quatuor quantitatum proportionalium,25 $\frac{2}{3}$ quan:æquales 494 $\frac{2}{3}$,habes igitur,ut uides,7 pos:p:3 quantitatibus æqualia 132,& 7 pos: p: 25 $\frac{2}{3}$ quantitatibus æqualia 494 $\frac{2}{3}$, igitur cum 7 pos: sint idem,in utroque erit differentia quantitatum,scilicet 22 $\frac{2}{3}$,æqualis numerorum differentiæ,quæ est 362 $\frac{2}{3}$, diuide igitur,sicut in positione simplici,per capitulum tertium,362 $\frac{2}{3}$, per 22 $\frac{2}{3}$, exit 16, æstimatio quantitatis, & tantum habuit secundus. Rursus ponamus primo esse rem,secundo iam erant 16,tertio sit secunda quantitas,cumque secundus cum tertia parte primi & tertij,habeat 28,ipse autem habeat 16, erit $\frac{1}{3}$ pos:p:$\frac{1}{3}$ quantitatis æqualis 12,residuo 16 & 28,& ideo 1 pos: p:1 quantitate æquabuntur 36,at uero primus,cum dimidio reliquorum habuit 32, dimidium reliquorum est 8 p:$\frac{1}{2}$ quan: igitur 1 pos: p: 8 p: $\frac{1}{2}$ quan: æquantur 32, igitur abiecto 8, fiet 1 pos: p:$\frac{1}{2}$ quan: æq̃lis 24, quia igitur 1 pos:p:1 quan: æquabatur 36,igitur differentia 24 & 36,quæ est 12,æquatur dimidio quantitatis,quare per modum capituli tertij,diuiso 12 per $\frac{1}{2}$, exit 24,æstimatio quantitatis,seu numerus aureorũ tertij,iam igitur constat secundũ habuisse 16, tertium 24,primus autem cum dimidio secundi & tertij habet 32,detracto 20 dimidio secundi & tertij,ex 32,relinquitur 12 numerus primi, habuit igitur primus aureos 12,secundus 16,tertius 24.Operatio prolixa,& clara tamẽ ac facilis,semper autem reducenda est denominatio una ad eundem numerum,& tunc differentia numerorum æqualis necessario erit differentiæ alterius denominationis,ut uidisti bis in hoc exemplo

7 pos: p:3 qua: æq̃l 132
3 pos:p:11 quan: æq̃l 212
7 pos:p:25 $\frac{2}{3}$ quã: æq̃l 494 $\frac{2}{3}$

7 pos:p:3 quan:	132
7 pos:p:25 $\frac{2}{3}$ quan:	494 $\frac{2}{3}$
22 $\frac{2}{3}$ quan: æquales	362 $\frac{2}{3}$

p.a	2.a	3.a
1 pos:	16	1 quan:
$\frac{1}{3}$ pos: p: $\frac{1}{3}$ quan:	12	
1 pos: p: $\frac{1}{2}$ quan:	24	
1 pos: p: 1 quan:	36	
$\frac{1}{2}$ quan: æqualis	12	

Exemplum aliud. Dixit primus secundo,da mihi tertiam partem tuorum,& 3 p:& habebo triplum residui tui. At secundus primo,da dimidium,& 2 p:tuorum,& quod tibi relinquetur,erit nona pars omniũ quæ ego habebo. Dabimus primo rem,secundo quantitatẽ, quia igitur dando $\frac{1}{3}$ & 3 p: secundi, primo, relinquitur secundo $\frac{2}{3}$ quan: m: 3, & hoc est tertia pars aggregati primi quod est 1 positio p: $\frac{1}{3}$ quantitatis p: 3, igitur triplato $\frac{2}{3}$ quan: m: 3, & fit 2 quan: m: 9, erit hoc æquale pos. p: $\frac{1}{3}$ quan^{tis} p: 3, quare reddendo quod est minus, alteri parti, fiet 1 positio p: 12, æqualis 1 $\frac{2}{3}$ quan^{ti}. Rursus quia dictũ est, quòd si primus det dimidium p: 2, secundo, erit residuum scilicet $\frac{1}{2}$ pos. m: 2, nona pars aggregati, quod est 1 quan: p: $\frac{1}{2}$ pos. p: 2, igitur multiplicando tale residuum per 9, fiet 4 $\frac{1}{2}$ pos. m: 18, æquales 1 quan: p: $\frac{1}{2}$ pos^{bus} p: 2, reddendo minus alteri parti, & auferendo similia, habebimus 4 pos. æquales 1 quan^{ti} p: 20, habebas etiam 1 pos. p: 12 æqualem 1 $\frac{2}{3}$ quan^{ti}, reducito partes ad ęqualitatẽ unius denominationis, & primo multiplicando 1 pos. p: 12, ęq̃lem 1 $\frac{2}{3}$ quan: per 4, fient 4 pos. p: 48 ęquales 6 $\frac{2}{3}$, quan^{bus}, & hoc comparabis, ut uides in figura, cum 4 pos^{bus} æqualibus 1 quan^{ti} p: 20.

Primus	Secundus
1 pos.	1 quan:
1 pos. p: $\frac{1}{3}$ quã. p: 3 triplum $\frac{2}{3}$ quan. m: 3.	

1 pos: p: 12 ęq̃ 1 $\frac{2}{3}$ quã:

1 quã: p: $\frac{1}{2}$ pos. p: 2 nonuplum $\frac{1}{2}$ pos. m: 2

1 quã: p: 20 ęq̃l. 4 pos.

& similiter eadem ratione reducendo numerum quantitatũ ad æqualitatẽ, habebis 5 quan^{tes} æquales 36 p: 3 positionibus, & 5 quantitates p: 100, æq̃les 20 pos^{bus}, in utroq; casu transferes uicissim, per regulam, si æqualibus ęqualia addas, tota quoq; fient æqualia, & habebis 4 pos^{es} p: 68 p: 1 quan^{te} æq̃les 4 pos^{bus} p: 6 $\frac{2}{3}$ quan^{bus} inde abiectis similibus, relinquentur 5 $\frac{2}{3}$ quan: æquales 68, igitur diuiso 68, per 5 $\frac{2}{3}$, exit 12 ęstimatio quantitatis, & id quod habuit secundus.

4 pos. p: 48 æq̃les 6 $\frac{2}{3}$ quan:
4 pos. æq̃les 20 p: 1 quan:

4 pos. p: 68 p: 1 quan: æq̃les
4 pos. p: 6 $\frac{2}{3}$ quan:

5 $\frac{2}{3}$ quan: æqualis 68

5 quan: æqual. 36 p: 3 pos.
5 quan: p: 100 ęqual. 20 pos.

5 quan: p: 20 pos. æqual.
5 quan: p: 3 pos. p: 136

17 pos. æquales 136

Eadem ratione, transferes in secunda æquatione, partes dissimiles, dicendo, si 1 quan: æquantur 36 p: 3 pos^{bus}, & 5 quan: p: 100, æquantur 20 pos^{bus}, igitur 5 quan^{tes} p: 20 pos^{bus}, æquantur 5 quan^{bus} p: 3 pos^{bus} p: 136, inde abiectis similibus relinquuntur 17 pos^{es} æquales 136, quare diuiso 136 per 17 exibit 8, positionis æstimatio, seu numerus primi, habuit itaq; primus 8, secundus 12, & quamuis aliter hęc etiã solui possint, hoc tamen proprium est magis & purum, ut uno eodemq; impetu tota quæstio absoluatur, & si etiam primum exemplum per solum rem ostendi queat.

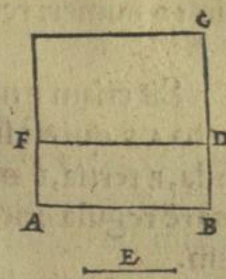
De

De ſecunda quantitate incognita multiplicata. Cap. X.

Cum uero duæ quantitates incognitæ multiplicantur, aut in ſe ducantur, quatuor fient modi, quorum maior pars tria habet membra. 1

DEMONSTRATIO.

Primus eſt, cum quadratum unius, & quantitates ipſæ comparantur. Sit igitur primo quadratum A C, cuius latus A B, ęquale duplo A B & quintuplo E, gratia exempli, igitur poſita B D æquali numero rerum, ſcilicet 2, erit A D æquale duplo A B, igitur C F æquatur quintuplo E, quare ex 15^a ſexti elementorum, A B ad E, ut 5 ad C D, eſt autem A B poſitio, & C D poſitio m: 2, & 5 numerus cognitus, quare regula eſt.

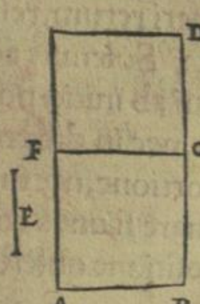


REGVLA.

Poſita re quantalibet, duc eam in ſe, detracto numero rerum, & quod exit, diuide per numerũ ignotæ quantitatis, exibit æſtimatio ignotę quantitatis. Exemplum, ponatur res 7, ducatur in 2 m: ſe, quia poſitum fuit, ut æquaretur duabus rebus, & quinqꝫ quantitatibus, fiet 35, diuide 35, per 5 numerũ quantitatum, exit quan: etiam 7, & ſi ponatur res 10, ducemus eam in 2 m: id eſt in 8, & fiet 80, unde diuiſo 80 per 5, exit 16, quantitas 2^a. Quod ſi quantitas 2^a ponatur cognita, multiplicabimus eam per ſuum numerum, & producto addemus quadratum dimidij ipſius numeri rerum, & radix totius, addito dimidio numeri rerum, eſt æſtimatio rei. Exemplum, ſit 2^a quantitas 16, ducemus in 5 fit 80, adde 1, quadratum dimidij numeri rerum, fit 81, huius ℞ eſt 9, cui addito dimidio numeri rerum fit 10, quantitas ipſius rei.

DEMONSTRATIO.

Rurſus, ſit decuplum A B, æquale quadrato A B & ſeptuplo E, gratia exempli, & ſit quadratum A B ſuperficies A C & B D ſit 10, igitur ſeptuplũ E æquale eſt F D ſuperficei, & ut in pręcedenti, A B ad E, ſic 7 ad C D, quare regula eſt, cum res æquantur quadrato rei & quantitatibus. 2



REGVLA.

Poſitam rem quantamcunqꝫ libuerit, minuemus ex numero rerum, & ducemus eam in reſiduum, productum diuidemus cum numero quantitatum, quod exit eſt quantita tis æstimatio. Exemplum, ponatur hoc in casu res 8, minue ex 10 numero rerum, relinquuntur 2, quos duc in 8, fit 16, diuide per 7 numerum quantitatū, exit $2\frac{2}{7}$ æstimatio quantitatis, quod si secunda quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum suū, & quod producitur, à quadrato dimidij numeri rerum minuemus, & radix residui, addita uel detracta, à numeri rerum dimidio, ostendit æstimationem rei. Exemplum, ponatur quantitas secunda $2\frac{2}{7}$, ducatur in 7 numerum quantitatum, fit 16, abijce hunc numerum ex 25, quadrato dimidij 10 numeri rerum, & relinquitur 9, cuius radix addita uel detracta à 5, dimidio 10 numeri rerum, ostendit 8 uel 2, æstimationes ipsius rei.

DEMONSTRATIO.

3 Sit etiam E numerus, æqualis quadrato A B, quod est A C, & numero A B qui est superficies F D, posita igitur A B prima, numero E secūda, E tertia, B D quarta, erit proportio A B ad E, ut numeri E ad B D, quare regula erit, cum quantitates æquantur rebus & quadrato rerum.

REGVLA.

Posita rem quantamcunq; libuerit, ducemus in aggregatum ex ipsa & suo numero, & productum diuidemus per numerum quantitatum, & quod exit est æstimatio quantitatis. Exemplum, 5 quantitates æquātur 7 rebus, & quadrato rei, & res est 3, dicemus igitur, duc 3 in 10, aggregatum 3 æstimationis rei & 7 numeri rerum, fit 30, diuide per 5, numerum quantitatum, exit 6, æstimatio quantitatis. Quòd si quantitas secunda sit cognita, ducemus eam in suum numerum, & producto addemus quadratum dimidij numeri rerum, & radix totius, detracto dimidio numeri rerum, est æstimatio rei. Exemplum, ponatur 6, quantitatis æstimatio, quando 5 quantitates æquales sunt 7 rebus, & quadrato rei, duc igitur 6 æstimationem quantitatum in 5, numerū quantitatum, fit 30, adde his quadratum $3\frac{1}{2}$ dimidij 7 numeri rerū, scilicet $42\frac{1}{4}$, ab huius radice, quæ est $6\frac{1}{2}$, si auferas $3\frac{1}{2}$, dimidium numeri rerum, relinquetur 3 æstimatio rei.

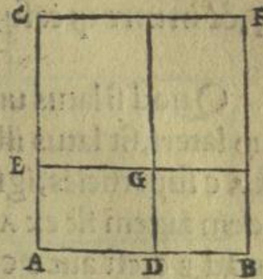
Not^m. Solemus autem his uti positionibus, cum duorum numerorum, qui ab initio ponuntur, nulla exprimitur comparatio, nec in aggregato, nec in differentia, nec in multiplicatione, nec in diuisione, seu proportione, nec in radice, his enim quinq; modis comparantur numeri, quare si unus consistat, nulla est secundæ quantitatis utilitas, sed una positione quæstio soluitur.

DEMONSTRATIO.

4 Quod si productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, consurgent duo modi tantum, aut enim tale productū,

quan-

quantitatibus & rebus æquabitur, aut res æquabuntur producto & quantitatibus, ſit & res A B, quantitas A C, numerus quantitatum A D, numerus rerum A E, erunt igitur ex ſuppoſito, duæ ſuperficies D C, & B E, æquales A F, eſt autem A F ęqualis quatuor ſuperficiebus, G A, G B, G C, G F, igitur hæ quatuor ſuperficies, æquales ſunt ſuperficiebus D C & B E, detractis itaq; æqualiter tribus ſupficiebus G A, G B, G C, relinquetur altera G A, æqualis G F, quare ex 15ª ſexti elementorum, A D ad D B, ut C E ut E A, proportio igitur numeri quantitatum, ad reſiduum ex re, ut reſidui quantitatis, ablato numero rerum, ad numerum rerum, ſecundum hoc erit regula.



Regula.

Si nota fuerit res, abijciemus ex ea numerum quantitatū, & cum reſiduo diuidemus productum, ex numero rerum in numerum quantitatum, quod exit, eſt addendum numero rerum, & totum eſt quantitas. Exemplum, ſint 10 res & 12 quantitates, æquales producto rei in quantitatem, & ſit quantitas 18, tunc abijcies econtra, 10 numerum rerum, ex 18 quantitate, & relinquitur 8, cum quo diuide 120, productum ex 10 rerum numero, in 12 quantitatum numerum, & exit 15, quem adde, ad 12 numerum quantitatum, fit 27, rei æſtimatio, unde 10 res, ſunt 270, & 12 quantitates ſunt 216, quæ iuncta faciunt 486, productum 18 quantitatis in 27 rem, & ita poſuimus exemplum, regulę conuerſum, ut intelligas unam & eandem eſſe rationem. Quod ſi productum ipſum cognitum ſit, diuide ipſum productum per numerum quantitatum, ſi ſit minor numero rerum, aut per numerum rerū, ſi ille ſit minor numero quantitatum, & dimidium exeuntis, duc in ſe, à quo abijce illud, quod prouenit, diuiſo producto ex numero maiore in productum quantitatis, in rem, per numerum minorem, ſeu numerus rerum ſit maior, ſeu minor, & R residui, addita uel detracta, ab eo quod in ſe duxeras, oſtendit æſtimationem quantitatis, aut rei ſcilicet, quę minore numero deſcibitur, inde diuiſo per eam producto, exit illa, quæ eſt maiore numero definita. Exemplum 2 res & 6 quantitates, ęquales ſunt quantitati rei, quæ eſt, gratia exempli 64, diuido 64 per 2, minorē quàm 6, exit 32, cuius dimidiū 16, in ſe duco, & fit 256, abijcio ex hoc, 192, qui prouenit, diuiſo

res	quan:	productū
2	6	64
	32	
	16 —	256
	6 — 64	192
	384	64
	2	8
	192	

384 producto 6, in 64, per 2, relinquuntur 64, cuius radix est 8, quæ addita uel detracta à 16 numero, quem in se duxisti, ostendit rei æstimationem 8, uel 24, quare si res ualet 8, quantitas etiam erit 8, diuiso enim 64 per 8, exit 8, & si res ualet 24, quantitas est $2\frac{2}{3}$, diuiso 64 per 24, & in utroque casu, 2 res & 6 quãtitates, ęquantur 64 quantitati rei.

DEMONSTRATIO.

5 Quod si latus unum, æquatur producto unius in alterum, & reliquo lateri, sit latus illud A B, & reliquum A E, numerus uero lateris A B est A C superficies, igitur E F, fit ex supposito, ex A E in suum numerũ, eadem autem fit ex A B in E C, proportio igitur A B ad A E, ut numeri A E ad E C, est aũt E C residuum A E quantitatis, & A C numeri rerum, quare regula erit.

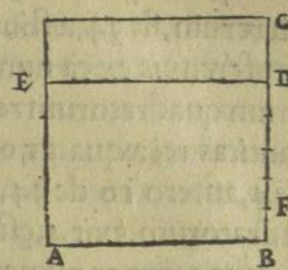
REGULA.

Cum fuerint res æquales quantitati rei, & quantitatibus, & nota fuerit quantitas, minuemus eam ex numero rerum, deinde ducemus quantitatem in suum numerum, & productum diuidemus per tale residuum, quod exit, est æstimatio rei. Exemplũ, 10 res, æquantur quantitati rei, & quatuor quantitatibus, & quantitas ipsa est 8, aufero 8 ex 10, relinquitur 2, duco etiam 8 quantitatem, in 4 numerum ipsius, fit 32, quem diuido per 2, residuum relictum, exit 16, æstimatio rei, & ubi prima detractio nequiret fieri, casus non potest in ueris numeris esse. Si uero nõ quantitas, sed ipsa res, sit cognita, quia ex A B, in A C, fit, quantũ ex A E in aggregatum ex A B et numero A E, diuidemus productum ex numero rerum in æstimationem rei, per aggregatum ex re & numero quantitatum, quod exit, est quantitatis æstimatio. Exemplum, 10 res æquantur quantitati rei, & 4 quantitatibus, & res est 16, duco 16 rem in 10 numerum rerum, fit 160, diuido per 20 aggregatum ex 4 numero quantitatum & 16 rei æstimatione, exit 8, æstimatio quantitatis, si uero quantitas rei cognita esset, duces talem quantitatem rei, in numerum quantitatum, & productum diuides per numerum rerum, cui exeunti, adde quadratũ dimidij eius, quod exit, diuisa quantitate rei per numerum rerum, & radix aggregati, addito dimidio, quod prius in se duxeras, est rei æstimatio. Exemplum, sint 4 res æquales 5 quantitatibus, & quantitati rei, quę sit 45, ducam 45, per 5 numerum quantitatum, fit 225, diuido per 4 numerum rerum, exit $56\frac{1}{4}$, cui addo $31\frac{41}{64}$ quadratum $5\frac{5}{8}$, dimidij prouentus 45 diuisi per 4, & fit totum $87\frac{57}{64}$, cuius radici quæ est $9\frac{3}{8}$, si addantur $5\frac{5}{8}$ dimidium prouentus diuisionis, fiet 15 res.

DEMONSTRATIO.

6 Cum uero quadratum rei, & quantitas rei, & res, inuicem comparantur,

rantur, fiunt modi tres, primus est, cum quadratū rei, ęquale est quantitatibus rerum & rebus, & sit A B res, cuius quadratum A C, & sit B F quantitas, & A D quantitates rerum, & erit, ut quoties B F in B D continetur, totus sit numerus quantitatis rei, D C igitur erit rerum numerus, quia igitur B C æqualis est A B, & C D est numerus rerum, erit ut detracto numero rerum ex re, relinquatur B D, productum ex numero quantitatis rei, in quantitatem. unde regula.



REGVLA.

Cum quadratum rei æquatur rebus, & quantitatibus rerum, si res est cognita, auferemus ex ea numerum rerum, residuum diuidemus per numerum quantitatis rei, & prodibit quantitas. Exemplum, 10 res cum 4 quantitatibus rerum, æquantur quadrato rei, & res est 30, aufero 10 ex 30, relinquitur 20, quem diuido per 4, numerum quantitatis rei, & exit 5, æstimatio quantitatis. Quòd si quantitas nota sit, ducemus eam in numerum quantitatis rei, & producto addemus numerum rerum, & conflabitur rei æstimatio. Exemplū, 10 res & 4 quantitates rei, ęquantur quadrato rei, & quantitas est 7, ducemus 7 in 4 numerum quantitatis, & fiet 28, cui addemus 10 numerum rerum, fiet æstimatio rei 38. Si uero productum ex re in quantitatem cognitum fuerit, ducemus ipsum in numerum quantitatum rerum, & ei addemus quadratum dimidij numeri rerum, & radix totius cum dimidio numeri rerum superaddito, est æstimatio rei. Exemplū, q̄dratū rei ęquatur 10 rebus, & quatuor quantitatibus rerum, & quantitas rei est 50, ducemus 50 in 4 numerum suum, id est quantitatum rerū, & fit 200, cui addemus 25, q̄dratum dimidij 10 numeri rerum, fit 225, cuius radici addo 5, dimidium numeri rerum, & fit 20, rei æstimatio, unde diuiso 50 producto rei, in quantitatem exit $2\frac{1}{2}$, æstimatio quantitatis.

DEMONSTRATIO.

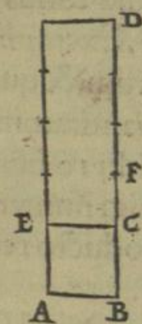
Quod si quantitas rei, æqualis sit quadratis rei & numero rerum, ponemus rem A B, & quantitatem B C, & quantitas rei A C, ea causa necessario erit & D C numerus rerum, & A D erit aggregatum quadratorum, igitur detracta D C ex B C, relinquetur B D, qua diuisa per numerum quadratorum, prodibit B F æqualis A B. regula igitur est. 7

REGVLA.

Cum fuerit quantitas rei, æqualis quadratis rei & numero rerum,& fuerit nota res,ducemus eam in numerum quadratorum,& producto addemus numerum rerum, & conflabitur quantitas. Exemplum,quantitas rei æquatur 6 quadratis rei,& 10 rebus, & res est 4,duc 4 in 6 numerum quadratorum,fit 24,adde ei 10,numerum rerum,fit 34,æstimatio quantitatis. Quod si quantitas cognita sit,auferemus ex ea numerum rerum,& residuum diuidemus per numerum quadratorum rerum,quod exit,est æstimatio rei. Exemplum, quantitas rei æquatur 6 quadratis rei,& 10 rebus, & quantitas ipsa est 34,aufero 10 de 34,relinquitur 24,quem diuido per 6,numerum quadratorum,exit 4,ęstimatio rei. Si uero quantitas rei cognita sit,diuidemus eam per numerum quadratorum, & prodeunti addemus quadratum dimidij eius,quod exit diuiso numero rerum per numerum quadratorum rerum,& radix totius,cum detractum fuerit idem dimidium, erit rei æstimatio. Exemplum. Quantitas rei æquatur 6 quadratis rei,& 60 rebus,& quantitas rei est 1200,diuide 1200 per 6 numerum quadratorum rei,exit 200, cui addo 25, quadratum 5, dimidij prouentus 60 numeri rerum,diuisi per 6 numerum quadratorum,fit 225,à cuius radice,quæ est 15, aufero 5 dimidium ipsius prouentus,& relinquetur 10,rei æstimatio,inde diuiso 1200, qui est quantitas rei,prodit 120 æstimatio quantitatis.

DEMONSTRATIO.

8 Quod si numerus rerum,sit æqualis quadrato rei & quantitatibus rerum (etenim ad unum quadratum,uel ad unam quantitatẽ rei, per cõmunem diuisionẽ, semper,ut in uniuersis dictũ est capitulis,reducere licet) ponemus A B rem,q̃dratum eius A C,numerũ rerũ B D,erit igitur E D numerus quantitatis rei,& C D numerus productus ex numero quantitatũ in quantitatem,quę sit C F,quia igitur C D, est residuum A B & B D,erit regula hæc.



REGVLA.

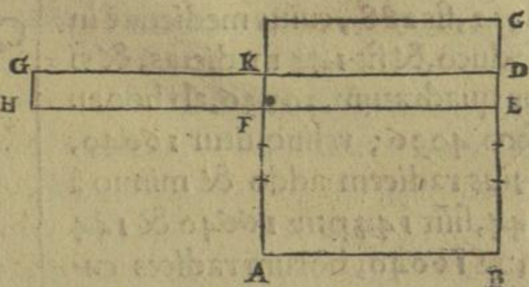
Cum fuerit numerus rerum, æqualis quantitatibus rerum,& quadrato rei,& fuerit res cognita, auferemus eam ex suo numero,& residuum diuidemus per quantitatis rei numerum,quod exit, est quantitatis æstimatio. Exemplum, 10 res,ęquantur quadrato rei,& tribus quantitatibus rei,& res est 4, auferemus 4 ex 10,relinquuntur 6,diuido per 3,numerum quantitatum rei,exit 2,æstimatio quantitatis. Si uero quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum quantitatis rei,& productum auferemus ex numero rerum,residuum est rei æstimatio. Exemplum, 10 res æquantur quadrato rei,& producto rei in quantitatẽ ter, & quantitas est 2,

duce-

ducemus igitur 2 æſtimationem quantitatis, in 3, numerum quantitatis rei, & producitur 6, quem aufero ex 10, numero rerum, relinquitur 4, æſtimatio rei. Si uero productum ex re, in quantitatem, cognitum fuerit, ducemus illud in numerum ſuum, & productum auferemus à quadrato dimidij numeri rerum, & radix reſidui addita uel detracta, ab ipſo dimidio numeri rerum, oſtendit æſtimationem rei. Exemplum, 10 res, æquantur quadrato rei, & 3 quantitatibus rerum, & quantitas rei eſt 8, ducam 8 in 3, numerum quantitatis rei, fit 24, hunc abijciemus ex 25, quadrato 5 dimidij 10, relinquitur 1, cuius ℞, quæ eſt 1, addita uel detracta ex 5, oſtendit 6, uel 4, æſtimationes rei, unde diuiſo 8 quantitate rei, per 6, uel per 4, exit $1\frac{1}{3}$ uel 2, æſtimatio quantatis.

Demonstratio.

Quod ſi quadratum rei, & quantitas rei, & quantitas, inuicem 9
comparentur, conſurgunt tres alij modi, ſit igitur primo quadratum rei, æquale quantitatibus rerum, & numero quantitatum, & ponatur A B res ipſa, cuius quadratum A C, æquale ſit quantitatibus rerũ (quæ ſint A D, ita ut D E, ſit quantitas) & numero quantitatum D E, qui ſit F H, eritq; ſuperficies G F, æq̃lis ex ſuppoſito, ſuperficiei C K, quare ex 15ª 6ⁱ elementorum A B, ad D E, uelut H F, ad D C, eſt aũt A B res, D E quantitas, H F numerus quantitatũ, C D reſiduum rei, & producti ex numero quantitatis rei, in ipſum quantitatem, quare regula eſt.



Regula.

Cum quadratum rei, æquale fuerit productis, ex quantitate in rem & in numerum, fueritq; res ipſa cognita, ducemus rem in numerum quantitatum rerum, & producto addemus numerum quantitatum, & cum aggregato diuidemus quadratum rei, prouentus eſt æſtimatio quantitatis. Exemplum, quadratum rei, æquale ſit ſex quantitatibus rerum, & 20 quantitatibus, & ipſa res ſit 12, duco 12, in 6 numerum quantitatis rei, fit 72, cui addo 20 numerum quantitatum, fit 92, cum hoc diuido 144 quadratum rei, exit $1\frac{13}{23}$, quantitas ipſa, ſi uero quantitas cognita ſit, ducemus eam in numerum ſuum, & ſeruabimus productum, deinde ducemus eandem in numerum quantitatis rerũ, huiusq; producti dimidium, in ſe ductum, addemus priori producto & radici, ipſius aggregati, adijciemus dimidium quod in ſe duxeramus,

mus,& totum est æstimatio rei. Exemplum, Quadratum rei, æquale sit 12 quantitatibus,& 5 quantitatibus rei,& quantitas ipsa est 2, ducam 2 quantitatem, in 12 numerum suum, fit 24, deinde ducam eandem quantitatem 2, in 5 numerum quantitatis rei,& fit 10, huius dimidium quod est 5, duco in se, fit 25, addo ad 24, iam seruatũ, fit 49, huius radici quæ est 7, addo idem dimidium quod est 5, fit 12, æstimatio rei. Vbi autem nota esset quantitas rei (& est in figura superficies E K) ducemus eam in suum numerum,& producti tertiam partem, ad cubum reducemus, ducemus & quantitatem rei in numerum quantitatum,& dimidium producti in se multiplicabimus, & ab hoc auferemus partem, quam ad cubum duxeramus, id est cubum ipsum, tertiæ partis, primi producti, quem seruasti,& radicem huius residui, addemus & minuemus, à dimidio secundi producti,& radices cubicæ aggregati, & residui simul iunctæ, sunt æstimatio rei. Exemplum. Quadratum rei, æquale est 12 quantitatibus, & 2 quantitatibus rei, & quantitas rei est 24, ducam 2, in 24, fit 48, huius tertiam partem, quæ est 16, ducam ad cubum, fit 4096, ducam etiam 24 in 12, fit 288, cuius medietatẽ in se duco,& fit 144 medietas, & eius quadratum, 20736, ab hoc aufero 4096, relinquitur 16640, cuius radicem addo & minuo à 144, fiũt 144 p:℞ 16640 & 144 m:℞ 16640, horum radices cubicæ iunctæ, sunt rei æstimatio.

Quad. rei.	Quan:	Quan: rei
	12	2
Quan: rei	24	
	288	48
	144	16
	20736 — 4096	
	16640	
	144 p:℞ 16640	
	144 m:℞ 16640	

Quòd si ex numero, per æqualia diuidendo, sumpta medietas, nõ producat quadratum æquale, aut maius cubo tertiæ partis primi producti, operaberis per residuum regulæ capituli, cubi æqualis rebus & numero, nam facta multiplicatiõe per productum, ut in exemplo per 24, qui numerus est quantitas rei, erit cubus æqualis rebus & numero, rebus quidem productis ex quantitate rei in numerum suum, numero autem producto ex quantitate rei in numerum quantitatum, ut in exemplo dictum est, quod quadratum rei æquale fuit 2 quantitatibus rei,& 12 & quantitatibus,& quod quantitas rei est 24, dicemus igitur cubus æquatur 48 rebus, p: 288 numero, & 48 producitur ex 24 in 2,& 288 ex 24 in 12, ergo ponamus quod quadratum rei, ęquale sit 2 quantitatibus rei & 3 quantitatibus,& quantitas rei sit 8, ducemus 8 in 2,& 3,& producentur 16 & 24, igitur cubus æquabitur 16

rebus

rebus p: 24, & res ualet ℞ 13 p: 1, ex capitulo suo, inde diuiso 8 quantitate rei, per ℞ 13 p: 1, exit ℞ $5\frac{7}{9}$ m: $\frac{2}{3}$, quantitas ipsa, est autem quadratum ℞ 13 p: 1, hoc 14 p: ℞ 52 & quantitas rei est ℞ $75\frac{1}{9}$ m: $\frac{2}{3}$, & est 8, cuius duplum est 16, & tres quantitates sunt, ℞ 52 m: 2, quæ iunctę cum 16, duplo quantitatis rei, faciunt 14 p: ℞ 52, q̄dratum rei.

Quad. rei	Quan:	Quan: rei
	3	2
	8	
	24	16

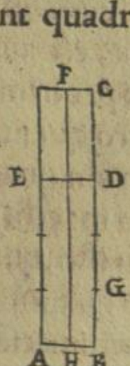
Nota quòd in hac regula, semper res est media proportionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum, & producto rei in numerum quantitatis rei, ut in exemplo, ℞ 13 p: 1, quæ est res, est proportionalis inter ℞ $5\frac{7}{9}$ m: $\frac{2}{3}$, quæ est quantitas, & ℞ 52 p: 5, qui constat ex 3, numero quantitatum, & producto ex ℞ 13 p: 1, re ipsa, in 2, numerum quantitatis rei. Not^m 1

Nota etiam, quòd regula hæc pendet ex capitulo cubi æqualis rebus & numero, uelut sequens, ex capitulo cubi & numeri æqualium rebus, & ultima, ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Not^m secūd.

Nota etiam, quòd res est eadē, quæ quęritur in capitulo cubi ęq̄lis rebus & numero, sed quantitas, est numerus, qui prouenit diuiso quocunq; numero, per rem ipsam, nam eidem capitulo, cubi æqualis rebus & numero, competit una sola res, sed infinitæ quantitates, uelut dictum est hic, quod res est ℞ 13 p: 1, & diuisimus 8, quantitatem rei, si autem ponatur cubus æqualis 16 rebus & 24 numero, erit res semper ℞ 13 p: 1, sed posita quantitate rei 4, erit numerus quantitatis 6, & quantitatis rei 4, & quantitas ℞ $1\frac{4}{9}$ m: $\frac{2}{3}$. Not^m tertiū.

DEMONSTRATIO.

Quod si quantitas rei, æqualis sit quadratis rei, & quantitatibus, ponemus A B rem, & quantitatem B C, & numerum quadratorum, secundum quem B G, æqualis A B, continetur in B D, & erunt quadrata A D, iuncta, & E C residuum, æquale numero quantitatum, & sit numerus quantitatū F C, erit igitur F B, ęqualis E C, quare B C quantitatis, ad A B rem, ut D C residui rei, ductæ in numerum quadratorum, à quantitate ad C F numerum quantitatum, erit etiam ex hoc E B residuum, æquale A F residuo, quare A B media proportionalis inter A H & B C, diuisam secundum numerū, secundum quem B G continetur in B D. 10



Nota igitur, quod in hac tota regula, res media proportionalis est, inter quantitatem diuisam, per numerum quadratorum, & residuum rei & numeri quantitatum. Not^m.

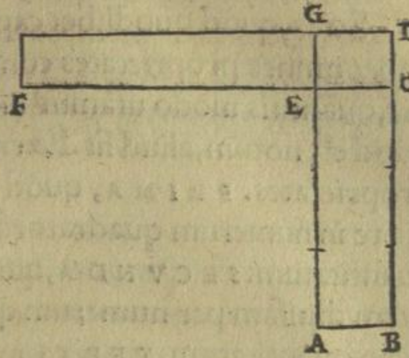
REGVLA.

Regula igitur est, cū quantitas rei, æqualis fuerit quadratis rei & quantitatibus, & res nota fuerit, ducemus eam in se, deinde in numerum quadratorum, & productum diuidemus, per residuum rei à numero quantitatum, & quod exit, est quantitas. Exemplum, Quan: rei æquatur tribus quadratis rei, & 12 quantitatibus, & sit res 20, gratia exempli, duco 20 in se, fit 400, duco 400 in 3 numerum quadratorum, fit 1200, diuido 1200, per 8, differentiam rei & numeri quantitatum, exit 150, quantitas ipsa. Si uero quantitas ipsa cognita sit, non res, duc eam in numerum quantitatum, & productum diuide per numerum quadratorum, quod exit, abijce ex quadrato dimidij prouentus quantitatis diuisæ per numerum quadratorum, & radix residui, addita uel detracta, à dimidio eiusdem prouentus, ostendit æstimationem rei. Exemplum, Quantitas rei, æqualis est 4 quadratis rei, & 3 quantitatibus, & quantitas ipsa est 50, duc 50 in 3 numerum quantitatum, fit 150, diuide 150, per 4 numerum quadratorum, exit $37\frac{1}{2}$, deinde diuide 50, per 4, scilicet quantitatem per numerum quadratorum, exit $12\frac{1}{2}$, huius dimidium, quod est $6\frac{1}{4}$, duc in se, fit $39\frac{1}{16}$, à quo abijce $37\frac{1}{2}$, relinquuntur $1\frac{9}{16}$, cuius radix est $1\frac{1}{4}$, quæ addita uel detracta à $6\frac{1}{4}$, ostendit æstimationes rei, $7\frac{1}{2}$, uel 5. Si autem productum seu quantitas rei cognita sit, ducemus quantitatē rei in numerū quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, exiēs est numerus, qui cū cubo ęquatur tot rebus, quotus est numerus qui prouenit diuisa quantitate rei per numerum quadratorum. Exemplum, Quantitas rei, quæ sit 1500, æqualis est 4 quadratis rei, & 6 quantitatibus, ducemus igitur 6 in 1500, fit 9000, diuide per 4 numerum quadratorum, exit 2250, numerus, qui cum cubo æquatur 375 rebus, est autem 375 numerus, qui prouenit, diuiso 1500 numero quantitatis rei, per 4 numerum quadratorum, per capitulum autem suum, res ualet 10, uel ℞ 300 m: 5, & uterq; istorum numerorum, potest esse rei æstimatio, in casu isto, quando quant^{as} rei, quæ est 1500, æquatur 4 quadratis rei, & 6 quantitatibus, & æstimatio quantitatis habetur, diuiso 1500 qui est æstimatio quantitatis rei, per alteram æstimationem rei.

Quan: rei	Quad. rei	Quan:
1500	4	6
	375	1500
	2250	1000

DEMONSTRATIO.

11 Cum uero quantitates CD, in numero CF, æquales fuerint quadratis AB rei, & quantitati rei DE, reducendo ad unam quantitatē rei, erit



erit detracta communi superficie D E, superficies G F æqualis A C, quare quadratum A B, per primam sexti elementorum, æquale superficiei, ex E G in partem E F talem, qualis A B, est pars B C, igitur ex 16^a 6^i elementorum, A B media est inter D C & partem illam ex E F, unde regula.

Regula.

Cum fuerint quantitates, æquales quantitati rei, & quadratis rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in se, deinde productum in numerum quadratorum, & diuidemus, quod producitur ultimo, per numerum quantitatum, detracta re, & exibit quantitas. Exemplum, 12 quantitates, æquantur quantitati rei, & tribus quadratis rei, & res est 4, ducam 4 in se, fit 16, ducam 16 in 3, numerum quadratorum rei, fit 48, diuidam 48, per 12 numerum quantitatum, detracto 4 re, & est diuidere per 8, exit 6, quantitas ipsa. Si uero quantitas cognita sit, duc eam in numerum suum, & productum diuide per numerum quadratorum rei, ei prouentui adde quadratum dimidij eius, quod prouenit, diuisa quantitate per numerum quadratorum, & radix totius, detracto eodem dimidio, est æstimatio rei. Exemplum, 12 $quant^{es}$ æquantur $quan^{ti}$ rei, & 3 quadratis rei, & quantitas est 6, duco 12 in 6, fit 72, diuido per 3 numerum q̃dratorum, fit 24, deinde diuido 6 quantitatẽ, per 3 numerum q̃dratorum, exit 2, cuius dimidium quod est 1, duco in se fit etiam 1, addo ad 24, fit 25, cuius R 5, detracto 1, dimidio 2, relinquit 4, æstimationem rei. Si uero $quant^{as}$ rei nota sit, ducemus eam in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, & quod exit, est numerus qui æquatur cubo & rebus, quarum numerus est id, quod prouenit diuisa quantitate rei, per numerum quadratorum, inde ęquatio rei, est æstimatio quæsita, unde diuisa $quan^{te}$ rei, per æstimationẽ rei, exibit æquatio quantitatis.

Quad. rei		Quan: rei		Quan:
3	—	24	—	12
	8		288	
	96			

Exemplum, 12 res, æquales sunt $quan^{ti}$ rei, & 3 quad. rei, & $quant^{as}$ rei, est 24, duco 24 in 12, fit 288, diuido per 3, exit 96, deinde diuido 24 per idem 3, numerum quad. rei, exit 8, igitur cubus p: 8 rebus, æquatur 96, tunc uero per capitulum suum, res ualet 4. Ideo 4 est rei

æsti-

æstimatio, cum quo diuide 24 quantitatem rei, exit 6 quantitas ipsa.

Not^m. Scias, quòd quodlibet capitulum, seu regula ex præcedentibus, habet omnes proprietates contentas in eadem regula, in singulis modis, quamuis modo utamur una, modo alia, secundum quòd illud quod est notum, aliud fit. Exemplum, in decima regula sunt quinque proprietates. PRIMA, quòd proportio quantitatis ad rem, est ut ducta re in numerum quadratorum, & detracta quantitate, ad numerum quantitatum. SECVNDA, quòd res est proportionalis, inter quantitatem diuisam per numerum quadratorum, & differentiam rei à numero quantitatum. TERTIA, quòd ducta re in se, & post in numerum quadratorum, ducto quadrato, tantum fit, quantum ex quantitate in residuum rei & numeri quantitatum. QVARTA & QVINTA, sunt reliqui duo modi procedendi illius regulæ, ad inuentionem rei, horum exempla in quæstionibus subiungere libuit.

QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta, sint 100, & productum unius in alterum duplum sit aggregato eorū. Ponemus primum rem, secundum quantitatem, igitur quantitas rei, æqualis est 2 rebus, & 2 quantitatibus, quare ex 4^a regula, proportio residui rei, ad 2, ut 2 ad residuum quantitatis, igitur erunt tres quantitates proportionales, residuum rei, 2, & residuum quantitatis, res autem constat ex suo residuo & 2, sed quantitas ex suo residuo & 2, igitur res est aggregatū primæ & secundæ trium quantitatū proportionalium, & quantitas aggregatum secundæ & tertiæ, igitur ex dictis in capitulo trium quantitatum proportionalium, quadratum aggregati primæ & secundæ cum quadrato aggregati secundæ & tertiæ, & cum quadrato secundæ, æquantur quadrato aggregati ipsarum trium quantitatum, at uero quadratum aggregati primæ & secundæ & quadratum aggregati secundæ & tertiæ ex supposito faciunt 100, & quadratum secundæ est 4, quia 2^a quantitas proportionalis fuit 2, igitur quadratum aggregati omnium trium quantitatum est 104, igitur tres quantitates ipsæ iunctæ, sunt ℞ 104, & quia 2^a est 2, erunt reliquæ, scilicet prima & tertia, ℞ 104 m: 2, fac igitur ex ℞ 104 m: 2, duas partes, producentes 4, quadratum 2, & erunt ℞ 26 m: 1 p: ℞ v: 23 m: ℞ 104, & ℞ 26 m: 1 m: ℞ v: 23, m: ℞ 104, & quia res cōstat ex prima & secunda proportionali, & quātitas ex 3^a & 2^a ꝓportionali, erit igitur ut addamus 2 utrique parti, scilicet secundam quantitatē, & fiet res ℞ 26 p. 1 p: ℞ v: 23 m: ℞ 104, & quātitas ℞ 26 p: 1 m: ℞ v: 23 m: ℞ 104, horū q̄drata iuncta sunt 100, præcise, & productum unius in alterum est ℞ 416

p: 4,

p:4, duplum aggregati eorũ, uia uero communi procedẽdo, peruenires ad partes has, quas uides infra, liquet autem quòd illæ confusæ magis sunt, quamuis superioribus æquiualeant.

℞ 26 p: 1 p: ℞ v: 23 m: ℞ 104
℞ 26 p: 1 m: ℞ v: 23 m: ℞ 104
℞ v^{ma} 50 p: ℞ v: 2068 m: ℞ 26624
℞ v^{ma} 50 m: ℞ v: 2068 m: ℞ 26624

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum q̃drata iuncta sint 100, & quadratum maioris, æquale sit ductui maioris in minorem quater cum octuplo maioris. Ponemus maiorem rem, minorem quantitatẽ, eritq́ꝫ quadratum rei, æquale 4 quantitatibus rei & 8 rebus, quare ex 6^{a} regula, auferemus 8 ex re, & fiet residuum res m: 8, unde diuisum per 4 exibit $\frac{1}{4}$ rei m: 2, & hæc est quantitas quadrata, igitur rei & $\frac{1}{4}$ rei m: 2 æqualia sunt 100, quare 1 $\frac{1}{16}$ quad. p: 4 m: 1 re, æq̃bitur 100, & quadratum æquabitur $\frac{16}{17}$ rei, & 90 $\frac{6}{17}$, quare res est ℞ 90 $\frac{166}{289}$ p: $\frac{8}{17}$, & quantitas est $\frac{1}{4}$ huius m: 2, scilicet ℞ 5 $\frac{191}{289}$ m: 1 $\frac{15}{17}$.

QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros, quorum q̃drata iuncta sint 100, & productum unius in alterum, æquale sit triplo quadrati minoris, & sexcuplo eiusdem minoris. Ponemus rem minorem numerum, & quantitatem maiorem, igitur quantitas rei, æquatur 3 q̃dratis rei & 6 rebus, quare ex 7^{a} regula, quantitas est 3 res p: 6 quadrata, igitur rei & triũ rerum p: 6 iuncta sunt 100, igitur 10 quadrata p: 36 rebus p: 36, æquantur 100, & 1 q̃d. p: 3 $\frac{3}{5}$ rei, æquatur 6 $\frac{2}{5}$, res igitur est, ℞ 9 $\frac{16}{25}$ m: 1 $\frac{4}{5}$, & quantitas triplum huius p: 6, id est ℞ 86 $\frac{19}{25}$ p: $\frac{3}{5}$.

QVÆSTIO IIII.

Fac de 20, tres partes proportionales, quarum mediæ quadratũ, ęquale sit duplo producti mediæ in minorem, & quadruplo minoris, posita media re, & minore quantitate, erit quadratum rei, æquale 2 quantitatibus rei, & 4 quantitatibus. Quare ex notando primo nonę regulæ, res media est proportionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum 4, ac producto rei in numerum quantitatis rei, scilicet 2, tertia igitur quantitas est 2 res p: 4, quia igit̃ 3^{a} quantitas est 2 res p: 4, & 2^{a} res, & hæ cum prima constituunt 10, erit prima 6 m: 3 rebus, quare ducta prima in tertiam, fiet quadratum secundæ, igitur 1 q̃dratum æq̃tur 24 m: 6 q̃dratis, quare 7 q̃drata ęquantur 24, & res est ℞ 3 $\frac{3}{7}$, & hæc est media, cuius duplum p: 4 est tertia, uidelicet 4 p: ℞ 13 $\frac{5}{7}$, inde detracto aggregato secundę & tertiæ ex 10

2 res p: 4	res	6 m: 3 reb⁹
4 p: ℞ 13 $\frac{5}{7}$	℞ 3 $\frac{3}{7}$	6 m: ℞ 30 $\frac{6}{7}$

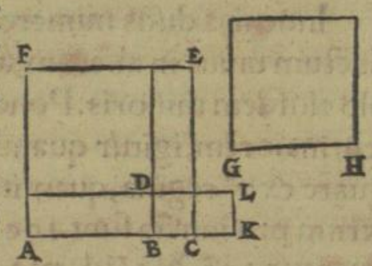
relinquitur prima 6 m: R 30$\frac{6}{7}$, hæ autem quantitates proportionales sunt, & quadratum secundæ est æquale duplo producti secundæ in primam, cum quadruplo primæ, ut proponebatur.

De cubo & rebus æqualibus numero. Cap. XI.

SCipio Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta fermè capitulum hoc inuenit, tradidit uero Anthonio Mariæ Florido Veneto, qui cũ in certamen cũ Nicolao Tartalea Brixellense aliquando uenisset, occasionem dedit, ut Nicolaus inuenerit & ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, suppressa demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quæsiuimus, eamq́ in modos, quod difficillimum fuit, redactam sic subiecimus.

DEMONSTRATIO.

Sit igitur exempli causa cubus G H & sexcuplum lateris G H æquale 20, & ponam duos cubos A E & C L, quorum differentia sit 20, ita quod productum A C lateris, in C K latus, sit 2, tertia scilicet numeri rerum pars, & abscindam C B, æqualem C K, dico, quod si ita fuerit, lineam A B residuum, esse æqualem G H, & ideo rei æstimationem, nam de G H iam supponebatur, quod ita esset, perficiam igitur per modum primi suppositi 6[i] capituli huius libri, corpora D A, D C, D E D F, ut per D C intelligamus cubum B C, per D F cubum A B, per D A triplum C B in quadratum A B, per D E triplum A B in quadratũ B C. quia igitur ex A C in C K fit 2, ex A C in C K ter, fiet 6 numerus rerum, igitur ex A B in triplum A C in C K fiunt 6 res A B, seu sexcuplum A B, quare triplum producti ex A B, B C, A C, est sexcuplum A B, at uero differentia cubi A C, à cubo C K, & existenti à cubo B C ei æq̃le ex supposito, est 20, & ex supposito primo 6[i] capituli, est aggregatum corporum D A, D E, D F, tria igitur hæc corpora sunt 20, posita uero B C m: cubus A B, æqualis est cubo A C, & triplo A C in quadratum C B, & cubo B C m: & triplo B C in quadratum A C m: per demonstrata illic, differentia autem tripli B C in quadratum A C, à triplo A C in quadratum B C est productum A B, B C, A C, quare cum hoc, ut demonstratum est, æquale sit sexcuplo A B, igitur addito sexcuplo A B, ad id quod fit ex A C in quadratum B C ter, fiet triplum B C in quadratum A C, cum igitur B C sit m: iam ostensum est, quod productum C B



in

in quadratum A C ter, est m: & reliquum quod ei æquatur est p: igitur triplum C B in q̃dratum A B, & triplum A C in q̃dratũ C B, & sexcuplũ A B nihil faciunt. Tanta igitur est differentia, ex cõmuni animi sententia, ipsius cubi A C, à cubo B C, quantum est quod cõflatur ex cubo A C, & triplo A C in quadratum C B, & triplo C B in quadratum A C m: & cubo B C m: & sexcuplo A B, hoc igitur est 20, quia differentia cubi A C, à cubo C B, fuit 20, quare per secundum suppositum 6[i] capituli, posita B C m: cubus A B æquabitur cubo A C, & triplo A C in quadratum B C, & cubo B C m: & triplo B C in quadratum A C m: cubus igitur A B, cum sexcuplo A B, per communem animi sententiam, cum æquetur cubo A C & triplo A C in quadratum C B, & triplo C B in quadratum A B m: & cubo C B m: & sexcuplo A B, quæ iam æquatur 20, ut probatum est, æquabuntur etiam 20, cum igitur cubus A B & sexcuplum A B æquentur 20, & cubus G H, cum sexcuplo G H æquentur 20, erit ex communi animi sententia, & ex dictis, in 35[a] p[i] & 31[a] undecimi elementorum, G H æqualis A B, igitur G H est differentia A C & C B, sunt autem A C & C B, uel A C & C K, numeri seu liniæ continentes superficiem, æqualem tertiæ parti numeri rerum, quarum cubi differunt in numero æquationis, quare habebimus regulam.

·REGULA.

Deducito tertiam partem numeri rerum ad cubum, cui addes quadratum dimidij numeri æquationis, & totius accipe radicem, scilicet quadratam, quam seminabis, uniq́ꝫ dimidium numeri quod iam in se duxeras, adijcies, ab altera dimidium idem minues, habebisq́ꝫ Binomium cum sua Apotome, inde detracta ℞ cubica Apotomæ ex ℞ cubica sui Binomij, residuũ quod ex hoc relinquitur, est rei ęstimatio.

cub⁹ p: 6 reb⁹ æq̃lis 20
2   20
8 ——— 10
108
℞ 108 p: 10
℞ 108 m: 10
℞ v: cu. ℞ 108 p: 10
m: ℞ v: cu. ℞ 108 m: 10

Exemplum. cubus & 6 positiones, æquantur 20, ducito 2, tertiam partem 6, ad cubum, fit 8, duc 10 dimidium numeri in se, fit 100, iunge 100 & 8, fit 108, accipe radicem quæ est ℞ 108, & eam geminabis, alteri addes 10, dimidium numeri, ab altero minues tantundem, habebis Binomiũ ℞ 108 p: 10, & Apotomen ℞ 108 m: 10, horum accipe ℞[es] cub[as] & minue illam quę est Apotomæ, ab ea quæ est Binomij, habebis rei æstimationem, ℞ v: cub: ℞ 108 p: 10 m: ℞ v: cubica ℞ 108 m: 10.

Aliud, cubus p: 3 rebus æquetur 10, duc 1, tertiam partem 3, ad cubum, fit 1, duc 5, dimidium 10, ad quadratum, fit 25, iunge 25 & 1, fiunt 26, huius radici adde 5, & ab ea minue 5, habebis Binomium ℞ 26 p: 5, & Apotomen ℞ 26 m: 5, igitur rei æstimatio est ℞ v: cubica ℞ 26 p: 5 m: ℞ v: cubica ℞ 26 m: 5, experientia sic habetur.

RA: V: cubica RA: 26 p: 5 m: RA: V: cubica RA: 26 m: 5

cubi partium RA: 26 p: 5 m: RA: 26 m: 5

hoc autem totum, ut liquet, est 10

Quad: partiū, RA: V: cubica 51 p: ℞: 2600 ℞ V: cu^a 51 m: ℞ 2600

triplicata q̄drata partium, ℞ V: cub: 1377 p: ℞ 1895400

RA: V: cubica 1377 m: ℞ 1895400 partes ipsæ

m: RA: V: cubica ℞ 26 m: 5. p: RA: V: cubica ℞ 26 p: 5

Producta partium in triplata quadratorum

p: RA: V: cubica 49299354 p: 6885 m: RA: 47385000 m: 7020

m: RA: V: cubica 49299354 m: 6885 m: RA: 47385000 p: 7020

Porro hæ RA: cubicæ quatuor nominibus constantes, ad duas reduci possunt, cum enim 6885 dempseris ex 7020, relinquetur 135, detracta etiam radice 47385000, ex radice 49299354, relinquitur RA: 18954, igitur talia producta erunt RA: V: cubica RA: 18954 m: 135 m: RA: V: cubica RA: 18954, p: 135, cubus igitur totus, ex demonstratis in 3° libro est 10 p: RA: V: cubica RA: 18954 m: 135 m: RA: V: cubica RA: 18954 p: 135, at uero tres radices seu res sunt

RA: V: cubica RA: 18954 p: 135 m: RA: V: cubica RA: 18954 m: 135.

Iunctis igitur omnibus simul, cum radices illæ uniuersales cubicæ mutuo se deleant, fiet aggregatum cubi & trium rerum, 10, ad unguem.

Exemplum tertium, cubus & 6 res æquantur 2, duc 2, tertiam partem numeri rerum, ad cubum fit 8, duc 1 dimidium 2, ad quadratum fit 1, iunge 8 & 1, fiunt 9, huius radix est 3, ergo geminatæ 3, alteri adde 1 dimidium numeri, fiet 4, ab altero minue 1, similiter dimidium reliquum numeri, fit 2, minue igitur RA: cubi minoris ex maiore, habebis æstimationem rei, RA: cubicam 4 m: RA: cubica 2.

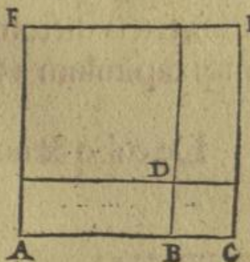
Memento autem eius, quòd in capitulo de educenda cubica radice in libro tertio dixeramus, quandoque radices illas uniuersales cubicas, numero integro, uel fracto æquipollere, ut in primo exemplo docuimus, nam RA: V: cubica RA: 108 p: 10 m: RA: V: cubica RA: 108 m: 10, est 2 ut ibi ex regula patet, & ut experimento etiam notissimum est.

De

De cubo æquali rebus & numero. Cap. XII.

DEMONSTRATIO.

SIt etiam cubus æqualis rebus & numero, & ſint duo cubi D C & D F, quorum latera A B & B C, producãt tertiam partem numeri rerum, inuicem ducta, & ipſi cubi iuncti æquales illi numero, dico A C eſſe rei quęſitæ æſtimationẽ, cum enim ex A B, in B C, fiat tertia pars numeri rerum, ex A B in B C ter, fiet numerus rerũ, & ex A C in productum ex A B in B C ter, fient res ipſæ, poſita A C re, at ex A C in productum A B in B C ter, fiunt ſex corpora, quorum tria ſunt ex A B in quadratum B C, alia tria ex B C in quadratum A B, hæc igitur ſex corpora, æqualia ſunt rebus, ipſa uero cum cubis D C & D F, ex primo ſuppoſito capituli ſexti conſtituunt cubum A E, cubi etiam D C & D F, æquiualent numero propoſito, igitur cubus A E, æqualis eſt rebus & numero propoſitis, quod erat demonſtrandum, ſupereſt oſtendere, quod triplum A C in productum A B in B C, ſit æquale ſex corporibus, id oſtendã, ſi probauero ex A B, in B C ducto in A C, fieri duo corpora ex A B in quadratum B C, & ex B C in quadratũ A B, nam quod fit ex A C in productum A B in B C, æquale eſt ei, quod fit ex A B in ſuperficiem B E, latera enim omnia omnibus ſunt æqualia, ſed hoc æquale eſt ei, quod fit ex A B in C D & D E, quod autem fit ex A B in D E, æquale eſt ei, quod fit ex C B in quadratum A B, quoniam latera omnia omnibus ſunt ęqualia, quod igitur ex A C, in productum A B in B C fit, æquale eſt his, quæ fiunt ex A B in quadratum B C & ex B C in quadratum A B, quod eſt propoſitum.



REGVLA.

Regula igitur eſt, cum cubus tertiæ partis numeri rerum, maior non fuerit quadrato dimidij numeri æquationis, auferes ipſum ex eodem, & reſidui radicem, adde dimidio numeri æquationis, atq; iterum minue ab eodem dimidio, habebisq; ut dicunt, Binomium, & Apotomen, quorum R cubicæ iunctæ rem ipſam conſtituunt. Exemplum, cubus æquatur 6 rebus p: 40, duc 2, tertiam partem numeri rerum, ad cubum, fit 8, aufer ex 400, quadrato 20, dimidij numeri, fit 392, huius radicẽ adijce ad 20, fit 20, p: R 392, detrahe etiam ab eodem, fit 20 m. R 392, horum R cubicæ iunctæ, faciunt rei æſtimatio-

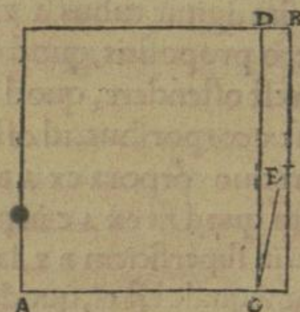
 nem,

nem, ℞ v: cubicam 20 p: ℞ 392 p: ℞ v: cubica 20 m: ℞ 392. Aliud, cubus ęquatur 6 rebus p: 6, tertiam partem numeri rerum, quę est 2, ad cubum, ducito, fit 8, detrahe ex 9 quadrato dimidij 6 numeri ęquationis, relinquitur 1, cuius ℞ est 1, hanc adde & minue à 3, dimidio numeri, fiunt partes, 4 & 2, quarum ℞ cubicæ iunctę, faciunt ℞ cubicam 4 p: ℞ cubica 2, æstimationem rei.

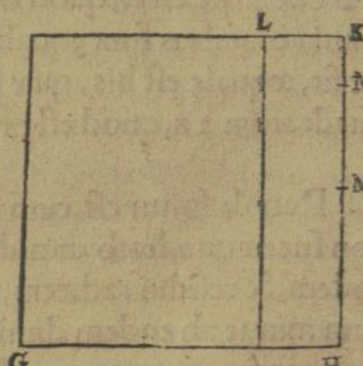
At ubi cubus tertiæ partis numeri rerum, excedat quadratum dimidij numeri, æquationis, quod accidit quandocunque numerus æquationis est minor $\frac{3}{4}$ cubi illius, uel ubi ex $\frac{2}{3}$ numeri rerum, producitur in ℞ $\frac{1}{3}$ eiusdem numeri maior numerus numero ęquationis, tunc hoc dissoluitur per quæstionem Alizam, de qua in libro de quæstionibus Geometricis dictum est, sed si libet tantam effugere difficultatem, plerumque capitulum 25^m huius tibi satisfaciet.

De cubo & numero æqualibus rebus. Cap. XIII.

DEMONSTRATIO.



HOc capitulum ex præcedenti trahitur, sit igitur cubus G H, æqualis rebus A B, quæ describuntur quadrata superficie & numero F, & sit basis cubi G H, quadratũ G K, cuius pars quarta sit H L, residuum autem æquale A D superficiei, latus autem, quod Græce tetragonicum uocant, residui C D sit C E, sit uero M K dimidium H K, à qua abscindatur M N, æqualis C E, dico quod tam H N, quã N K, cubi, cum numero F, æquantur rebus A B, ut numerus rerũ & ęquationis idem maneat, & primo ostendamus de H N, constat enim cubũ H N continere latus suum, H N in quadrato H N, quadratum autem A B (quia G L æqualis est A D, & G L triplum est quadrati H M) æquale est triplo q̃drati H M, & quadrato M N, hæc autem superant, ex 4ª 2ⁱ elementorum, quadratum H N, in duplo H M in N K, quare in eo quod fit ex H K in N K, quia H K dupla est ad H M, cubus igitur H N, cõtinet latus suum



F .... numerus.

H N

H N in superficie A B minus eo, quod fit ex H K in K N. At uero, quia cubus G K continebat res seu latera H K in quadrato H K, uel in quadrato A B, cum numero F, igitur ex communi animi sententia, F numerus æqualis est producto ex H K in differentiam q̄dratorum A B & G K, at differentia G K & A B est, quanta differentia H L & C B, quia A D est æqualis G L differentia autem H L & C B est, ut quadrati H M & M N, igitur ex differentia quadrati H M, & M N in H K, fit F numerus, at uero ex 4ª 2ⁱ elementorum, differentia quadratorum H M, seu M K, & M N, est duplum M N in N K, cum quadrato N K, & ideo M N & M K in N K, & ideo H N in N K, igitur ex H K in productum H N in N K fit F numerus, addatur igitur F numerus, cubo H N, & ex alia parte productum ex H K in K N ductum in H N producto ex H N in superficiem A B, minus producto H K in K N, fiet cubus H N cum numero æqualis H N ductæ in A B, seu rebus ex A B, quod erat probandum. Similiter, quia differentia G K & A B, quæ est H N in K N, ducta in K H, producit F, differentia etiam A B & quadrati K N (cum A B sit ęqualis quadratis H M & M K & M N, & ductui K M in M H) æqualis est differentiæ dupli K H in H N à quadrato N H, addito ei rectangulo H N in N K, at quod fit ex H N in N K cum quadrato N H, æquale est producto ex KH in H N, per 3^am 2ⁱ elementorum, igitur quadratum A B superat quadratum N K in producto K H in H N semel, cum igitur numerus F, contineat N K in producto K H in H N, & cubus K N contineat K N in quadrato K N, erit, ut cubus K N cum numero F, seu cum producto ex K N in rectangulum K H in H N, æqualis producto A B in K N, igitur cubus K N cum eodem numero F, æqualis est A B numero rerum eidem. Ex hac demonstratione patet, quod æquatio cubi æqualis rebus & numero, æqualis est ambabus æquationibus cubi & eiusdem numeri æqualium totidem rebus, simul iunctis, uelut si cubus æqualis sit 10 rebus & 12, & æquatio sit ℞ 7 p: 1, æquationes cubi p: 12, æqualium 10 rebus quæ sunt 2 & ℞ 7 m: 1, simul iunctæ, facient ℞ 7 p: 1.

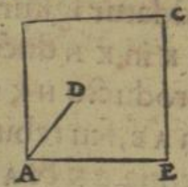
Regula.

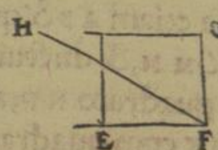
Regula igitur est, cum fuerit cubus & numerus æqualis rebus, inuenies æstimationem cubi æqualis totidem rebus, & eidem numero, cuius dimidium in se ducito & triplicato, hoc abijce ex numero rerū, & ℞ residui, addita dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, uel detracta, ostendit æstimationem cubi & numeri æqualium rebus. Exemplum, cubus p: 3, æquatur 8 positionibus, tunc inuenio æstimationem cubi æqualis 8 rebus p: 3, ex præcedenti capitulo, & est etiam 3, huius dimidium duco in se, fit $2\frac{1}{4}$, triplica, fit $6\frac{3}{4}$, abijce ex 8 rerum

rerum numero, fit residuum $1\frac{1}{4}$, cuius R addita uel detracta ab $1\frac{1}{2}$ dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, ostendit utrasq; æstimationes quæsitas alteram $1\frac{1}{2}$ p: R $1\frac{1}{4}$, reliquam $1\frac{1}{2}$ m: R $1\frac{1}{4}$.

DEMONSTRATIO.

Nunc etiam ostendamus, quomodo una æstimatione habita, absq; auxilio præcedentis capituli habeatur & reliqua, & sit, ut ex A D in A C quadratum fiat numerus æquationis, ita quod quadrata A D & A C iuncta, faciant numerum rerum, eritq; ex 8° capitulo, A D, rei æstimatio, & sit F H linea, cui si adderetur dimidium A D quadratum totius, æquale foret quadrato A C & quadrato dimidij A D, dico F H esse reliquam æstimationem, quando cubus cum numero ex A D in A C æqualis est rebus in quadrato A C, & quadrato A D, fiat quadratum E G, quod cum quadrato F H æquale sit quadratis A C & A D, iunctis, quia igitur quadratum compositę ex F H & dimidio A D, æquale est quadratis C A & dimidij A D, erit ex 4^a 2^i elementorum abiecto communi quadrato dimidij A D, quadratum A C æquale quadrato F H, & duplo F H in dimidium A D, quare rectangulo ex F H in A D semel cum quadrato F H, quare ex 16^a 6^i elementorum A B proportionalis inter F H & aggregatum F H & A D, quia uero quadratum E G, additum producto F H in se, & in A D, tantum facit, quantum additum, quadrato A C, E G uero, & F H quadratum, æqualia sunt quadratis A D & A C, ex supposito, erit quadratum A C & quadratum A D & productum F H in A D, æquale quadratis A C & E G, inde abiecto communiter A C quadrato, erit E G quadratum, æquale ei quod fit ex F H in A D cum quadrato A D, ex 16^a igitur 6^i, E F proportionalis est inter A D & aggregatum ex A D & H F, cumq; similiter, ut ostensum est, A B sit proportionalis inter F H & aggregatum F H & A D, erit ex 34^a 5^i nostri super Euclidem, quia F H & A D iunctæ in utroq; ordine sunt prima quantitas, proportio F H, ad A D, ut A B ad E F duplicata, quare ex 17^a 6^i elementorum, F H ad A D, ut A C ad E G, igitur ex 34^a 11^i elementorum, corpus quod sub F H & E G continetur, æquale est corpori sub A D & A C, quare & numero æquationis, cumq; quadrata E G & H F, æquentur numero rerum, quia quadratis A C & A D, erit ex 8° capitulo huius, H F etiam æstimatio rei, in eodem capitulo. unde regula.





REGVLA.

Duc dimidium primæ æstimationis in se, & triplica, & aufer à numero rerum, & R residui, detracto dimidio prioris æstimationis, est

æquatio

æquatio quæsita. Exemplum, cubus & 60, æquatur 46 rebus, & altera æquationum est 6, pro habenda reliqua duc 3, dimidium prioris æstimationis in se, fit 9, hunc triplica fit 27, abijce 27 ex 46, relinquitur 19, ab huius radice abijce 3, dimidium primæ æstimationis, habebis secundam æstimationem, R̷ 19 m: 3, & eadem ratione cum hac inuenires primam æstimationem, scilicet cum R̷ 19 m: 3, eodem modo ipsum 6.

De cubo æquali quadratis & numero. Cap. XIIII.

Quòd si cubus, æqualis sit quadratis & numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, primo conuersionis modo, qui est à toto ad partem, nam secundus est à parte ad totum, tertius à differentia partiũ, quartus à proportione.

Demonstratio.

Sit igitur cubus A E, in capituli 12 figura, æqualis 6 quadratis A C, & 100, cumq; quadratum A C, constet ex quadrato A B, & gnomone eum circundante, erit cubus A C æqualis quadratis 6 A B, & gnomonibus 6 & 100, gnomo autem constat quadrato B C, & duplo A B, in B C, igitur cubus A C constat 6 quadratis A B & 6 quadratis B C & 6 productis A B, in B C bis, & 100, at ex A B in B C bis, fiunt 4 res, quia A B est res, & B C, 2, & 6 quadrata B C, sunt triplum cubi B C, quia B C est tertia pars 6, igitur cubus A C, æqualis est 6 quadratis A B, & 24 rebus, & triplo cubi B C, & 100, at constat, quòd 24 numerus rerum, cõstat ex 6 numero quadratorum, in 4, qui est duplum tertiæ partis eiusdem numeri. At ex alia parte cõstat etiam, cubus A C, cubis A B & B C, & triplo A B in quadratũ B C, & triplo B C in quadratũ A B, hoc namq; in primo supposito 6ⁱ capituli ostensum est, igitur cubus A C, æqualis est cubis A B & B C & 6 quadratis & 12 rebus, igitur cubus A B, & cubus B C, & 6 quadrati, & 12 res, æquantur 6 quadratis & 24 rebus, & triplo cubi B C & 100, constat autem, quod numerus quadratorũ manet idem, quia est triplus ad B C, & B C fuit tertia pars numeri quadratorum, & numerus rerum est ex numero quadratorum in suam partem tertiam, hoc enim æquale est semper, triplo quadrati tertiæ partis, abiectis igitur cõmuniter cubo B C semel, & 6 quadratis, & 12 rebus scilicet tot rebus, quot fiunt ex numero quadratorum in suam tertiam partem, relinquetur cubus A B, æqualis 100, & 12 rebus, & duplo cubi B C, manifestum est autem, quod numerus 100, manet idem,

I & quod

& quod numerus rerum fit ex numero quadratorum in tertiam sui partem, & quod duplum cubi B C, est 16, quia B C est 2, igitur cubus A B æqualis est 12 rebus, & 116 numero, ideo ex præcedenti capitulo, inuenta A B, addemus ei B C, tertiam partem numeri quadratorum, & conflabitur A C, & quia in quærendo A B, reducimus tertiam partẽ numeri rerum ad cubum, & hæc tertia pars numeri rerum, est quadratũ tertiæ partis numeri quadratorum, ideo ex ultima contractione sit hæc regula.

REGVLA.

Adde cubum tertiæ partis numeri quadratorum, dimidio numeri æquationis, & totum quod inde fit, in se ducito, à quadrato abijce cubum quadrati tertiæ partis numeri quadratorum, residui radicem adde & minue dimidio aggregati, quod in se duxeras, habebis Binomium & Apotomen, cuius ℞ cubicam iunge, & eis adde tertiam partem numeri quadratorum, & totum quod conflatur, est rei æstimatio. Exemplum, cubus æquatur 6 quadratis p: 20, adde 8, cubum 2, tertiæ partis 6, ad 10, dimidium 20, fit 18, ab huius quadrato 324, abijce 64, cubum quadrati 2, relinquitur 260, cuius radicem adde & minue à 18, habebis 18 p: ℞ 260, & 18 m: ℞ 260, horum ℞ cubicæ iunctæ, addita tertia parte numeri quadratorum, constituunt rem.

De cubo & quadratis æqualibus numero. Cap. XV.

DEMONSTRATIO.

HOc capitulum conuertitur secundo modo, differentia autẽ est, quod primus modus ostendit addendam tertiam partem numeri quadratorum, & secundus minuendam, sit igitur, in figura 12ⁱ capituli, cubus A B cum 6 quadratis A B, æqualis 100, & ponatur B C tertia pars numeri quadratorum, & compleatur cubus A C, erit igitur cubus A C æqualis cubo A B, & 6 quadratis, & 12 rebus, & cubo B C, ex primo supposito 6ⁱ capituli, loco igitur cubi A B & 6 quadratorum ponatur 100, nam illa erant æqualia 100, igitur cubus A C, æqualis erit 12 rebus, & cubo B C, & 100, at 12 res ex A B, deficiunt à 12 rebus ex A C in 12 B C, at illud 12, ut ostensum est in præcedenti, fit ex triplo quadrati B C, igitur 12 B C, est triplum cubi B C, igitur cubus A C & triplum cubi B C æquantur 12 rebus, & cubo B C, & 100, abiecto igitur cubo B C communi semel, erit cubus A B cũ duplo cubi B C, æqualis 12 rebus, & 100, duplum autem cubi B C est 16, & numerus rerum est triplum quadrati B C, tertiæ partis numeri

qua-

quadratorum,& ideo inuenta æstimatione A C,abijciemus B C tertiam partem numeri quadratorum,& relinquetur A B cognita, secundum hoc erit regula.

REGVLA.

Duc tertiam partem numeri quadratorum,ad cubum, & duplica illum cubũ,& differentiam numero æq̃tionis ab eo sume,inde triplica quadratum tertiæ partis numeri quadratorum,& habebis res,quæ æquantur cubo & numero,si duplum cubi fuit maius numero æquationis,uel res cum numero,æquales cubo, si duplum cubi minus sit numero æquationis,uel res æquales cubo, ubi differentia numerorum nulla sit,inde inuenta æquatione,minue ab ea tertiam partem numeri quadratorum,& residuum est rei ęstimatio. Exemplum.Cubus & 6 quadrata æquantur 100,duc 2 ad cubum fit 8,duplica fit 16,abijce ex 100 habebis cubum, æqualem 84 p: 12 rebus, sunt autẽ 12 res, triplum quadrati 2,tertiæ partis 6, numeri quadratorum, res igitur est,ex capitulo 12. R2 V: cubica 42 p: R2 1700 p: R2 V: cubica 42 m: R2 1700,ab hoc abijce 2,tertiã partem 6 erit rei æstimatio quæsita, quando cubus & 6 quadrata æquantur 100,hæc,R2 V: cubica 42 p: R2 1700 p: R2 V: cubica 42 m: R2 1700 m: 2. Rursus, sit cubus & 6 quadrata, æqualia 25,& abijcio 16 duplum cubi tertiæ partis 6, ex 25, fient 9, & 12 res,ut prius,æquales cubo,res igitur ualet R2 5 $\frac{1}{5}$ p: 1 $\frac{1}{2}$, abijce 2 relinquitur æstimatio quæsita,R2 5 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$.Rursus,cubus & 6 quadrata æquantur 16,abijce duplum cubi 2,scilicet 16,ex 16 numero relinquitur nihil,deinde sume triplum quadrati & eiusdem tertię partis numeri quadratorum,& est 12,numerus rerum,æqualium cubo,quare quadratum æquatur 12,quare res est R2 12,abijce 2 tertiam partem 6 relinquitur rei æstimatio,R2 12 m: 2.Rursus,cubus & 6 quadrata, æquentur 7,sume differentiam 7 & 16,dupli cubi 2,& est 9,& quia duplum cuborum est maius numero æquationis, & numerus rerum est 12,ut prius, habebimus cubũ p: 9,æqualem 12 rebus, ideo res ualet 3,uel R2 5 $\frac{1}{4}$ m: 1 $\frac{1}{2}$,abijce 2, erit æstimatio cubi & 6 quadratorum 1, uel R2 5 $\frac{1}{4}$ m: 3 $\frac{1}{2}$ & hoc est in re m: quia 3 $\frac{1}{2}$ m: maius est quàm R2 5 $\frac{1}{4}$, & 6 quadrata sunt 105 m: R2 9261,cubus uero est R2 9261 m: 98, si igitur iungantur cubus & 6 quadrata,fient 7 præcise,ut patet.

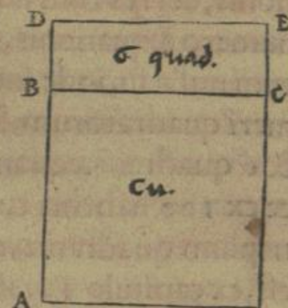
Ex hoc est manifestum,cur capitulum, cubi & numeri æqualium quadratis,non demonstratur ex capitulo cubi & quadratorum æqualium numero. Quemadmodum capitulum cubi & numeri, æqualium rebus,demonstratum est ex capitulo cubi æqualis rebus & numero. Nam cum capitulum hoc perueniat aliquando ad capitulum cubi & Cor^m.

 numeri

numeri æqualium rebus, melius est igitur ducere capitulum cubi & numeri æqualium quadratis, immediate ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, quàm ad idem capitulum, medio capituli cubi & quadratorum æqualium numero, nam & operatio longior, & demonstratio magis confusa euaderet.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio alia Ludouici, similis nostræ uniuersali, capituli 7^{i}, & fuit inuēta hæc à Ludouico de Ferrarijs. Sit cubus A C & 6 quadrata, gratia exempli, C D æqualia 100, quia igitur B D, est altitudo 6 quadratorum, erit B D 6, posita igitur A D quadrato aliquo, erit A B quadratum m: 6, A C igitur superficies est 1 q̄d'q̄d^{is} p: 36, m: 12 quadratis, & hæc est basis corporis A E, quare corpus A E est 1 cu'q̄d^{m} p: 36 q̄dratis m: 12 q̄d'q̄dratis, & hoc est æquale 100, igitur 10, radix 100, æquatur 1 cub. 6 co: radici 1 cu' q̄drati p: 36 q̄dratis, m: 12 q̄d'q̄dratis, æstimatio igitur rei est cognita, qua in se ducta, quia A D posita est 1 quadratum, habebitur A D, à qua detracta B D, quæ fuit 6, relinquetur A B, quæsita res.



REGVLA.

Regula igitur est, pone numerum quadratorum, numerum rerum, quæ cum R numeri propositi æquantur cubo, & inuentā æstimationē in se ducito, à qua abijce productione numerum quadratorum seu rerum, residuum est rei æstimatio. Exemplum, cubus & 6 quadrata æquentur 40, dices igitur, cubus æquatur 6 rebus & R 40, æstimatio rei, est ex suo capitulo, R v: cubica R 10 p: R 2 p: R v: cubica R 10 m: R 2, hanc in se ducito producetur R v: cubica 12 p: R 80 p: R v: cubica 12, m: R 80 p: 4, abijce 6 numerum rerum, relinquetur æstimatio quæsita, R v: cubica 12 p: R 80 p: R v: cub. 12 m: R 80 m: 2. Idem in
Ex^{m} uenies ex prima regula operatiōis, Probatio est, ut in exemplo, cubus & quadrata 3, æquentur 21, æstimatio ex his regulis est, R v: cubica 9 $\frac{1}{2}$ p: R 89 $\frac{1}{4}$ p: R v: cubica 9 $\frac{1}{2}$ m: R 89 $\frac{1}{4}$ m: 1, cubus igitur est hic constans ex septem partibus.

12 m: R v: cubica, 4846 $\frac{1}{2}$ p: R 23487833 $\frac{1}{4}$ m: R v: cubica 4846 $\frac{1}{2}$ m: R 23487833 $\frac{1}{4}$

p: R v: cub. 46041 $\frac{3}{4}$ p: R 2119776950 $\frac{7}{8}$ m: R 2096289117 $\frac{9}{16}$ m: R 2096354180 $\frac{13}{16}$

p: R v: cub. 46041 $\frac{3}{4}$ p: R 2096354180 $\frac{13}{16}$ m: R 2096289117 $\frac{9}{16}$ m: R 2119776950 $\frac{7}{8}$

p: R v: cub. 256 $\frac{1}{2}$ p: R 65063 $\frac{1}{4}$ p: R v: cub. 256 $\frac{1}{2}$ m: R 65063 $\frac{1}{4}$

Tria

Tria autem quadrata sunt ex septem partibus hoc modo

9 p: ℞ v: cub. $4846\frac{1}{2}$, p: ℞ $23487833\frac{1}{4}$, p: ℞ v: cub: $4846\frac{1}{2}$ m: ℞ $23487833\frac{1}{4}$ m: ℞ v: cub. $256\frac{1}{2}$ p: ℞ $65063\frac{1}{4}$ m: ℞ v: $256\frac{1}{2}$ m: ℞ $65063\frac{1}{4}$ m: ℞ v: cub. $256\frac{1}{2}$ p: ℞ $65063\frac{1}{4}$ m: ℞ v: cub. $256\frac{1}{2}$ m: ℞ $65063\frac{1}{4}$.

Inde iunctis tribus quadratis cum cubo sex partes, quæ sunt ℞ v: cubicæ æquales p: cũ m: cadunt & relinquitur 21 adamussim aggregatũ.

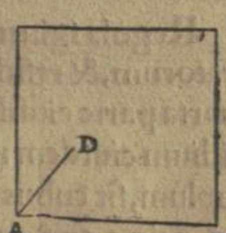
De cubo ac numero æqualibus quadratis. Cap. XVI.

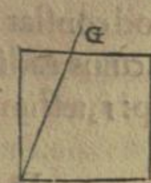
Regula.

Hoc capitulum per se patet, ex demonstratione 7ⁱ capituli, regula est, duc ℞ cubicam numeri, in numerum quadratorum, producetur numerus rerum æqualiũ cubo, & eidem numero, inuentis autem æstimationibus, duc ℞ cubicam numeri in se, & productum diuide per quamlibet æstimationem inuentã, exibit æstimatio quæsita utraq;. Exemplum, 1 cubus p: 64, æquetur 18 quadratis, duc 18 in 4 ℞ cubicam 64, fit 72, numerus rerũ æqualium cubo p: 64, huius æstimationes sunt ex capitulo suo, 8 & ℞ 24 m: 4, cum quibus diuide 16, quadratum 4, ℞ cubicæ 64, exit 2, & ℞ 96 p: 8, & hæ sunt æstimationes.

Demonstratio.

Et sit una æstimationum habita A B, uolo habere reliquam, facio quadratum A B, quod sit A C, & detraho A B ex numero quadratorum & relinquatur A D, & ducatur A D, in aggregatũ ex A B, & quarta parte A D, & superficiei productæ sumatur latus quod in eam potest, & ei addatur dimidium A D, & fiat E F, quam dico esse secundam æstimationem, fiat quadratum E F, & sumatur E G, quæ cũ E F iuncta, æq̃lis sit aggregato A B & A D. Quia igitur E F quadratum, æquale est producto ex tetragonali in se, & dimidio A D in se, & producto tetragonalis in A D ex 4ª 2ⁱ elementorum, erit quadratum E F, æquale producto A D in aggregatum ex A B, & dimidio A D, & tetragonali ex 16ª 6ⁱ elementorum, igitur E F media inter A D & aggregatum A B & tetragonalis & dimidio A D, dimidium autem A D & tetragonalis constituunt E F, ex supposito, E F igitur proportionalis est, iter A D & ag-





gregatum A B & E F. Rursus, quod fit ex A B & A D, in A B & E F, æquale est ei quod fit ex E F & E G, in aggregatũ A B & E F, quia ex supposito E F, & E G, æquantur A B, & A D & A B & E F manent idẽ, quod autem fit ex A D in A B & E F, ex probatis, æquale est quadrato E F, igitur quod fit ex A B in A B & E F, cum quadrato E F, æquale est ei quod fit ex E F & E G in E F & A B, abiecto igitur communi quadrato E F, erit quod fit ex A B in aggregatum A B & E F, æquale producto A B & E F in E G, cum eo quod fit ex E F in A B, detracto igitur communi iterum producto, A B in E F, relinquetur quadratum A B, æquale producto ex A B & E F in E G, quare A B media inter E G & aggregatum A B & E F, fuerat uero, ut dictum est, E F media, inter A D & aggregatum A B & E F, sunt igitur tres quantitates proportionales, in duobus ordinibus, quarum prima in utroq; ordine eadem est, uidelicet aggregatum A B & E F, igitur ex 34ª 5ⁱ nostri super Euclidẽ, E G ad A D, ut A B ad E F duplicata, quare ex 17ª 6ⁱ elementorum, E G ad A D, ut A C ad quadratũ E F, igitur ex 34ª 11ⁱ elementorum, corpus quod ex A D in A C, æquale est corpori ex E G in quadratum E F, sed A B fuit æstimatio rei igitur corpus quod ex A D in A C æquale est numero æquationis posito aggregato A D & A B numero quadratorum, per demonstrationem habitam in capitulo 8°, igitur productum ex E G in quadratum E F, est æquale numero ęquationis, cum igitur E F & E G, sint æquales numero quadratorum, quia aggregato A B & A D, & ex G E in quadratum E F, fiat numerus ęquationis, erit per 8ᵐ capitulum, E F rei æstimatio, quod erat probandum.

A B & E F	
A B	E F
E G	A D

REGVLA.

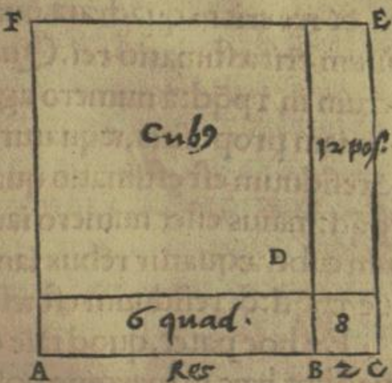
Regula igitur est, minue primam æstimationem à numero quadratorum, & residuum duc in aggregatum ex prima æstimatione, & quarta parte eiusdem residui, & producti accipe radicem, cui adde dimidium eiusdem residui, aggregatum est æstimatio rei quæsita. Exemplum, sit cubus cum 24 æqualis 8 quadratis, & æstimatio cognita 2, abijcio 2 ex 8, numero quadratorum relinquitur 6, hoc duc in $3\frac{1}{2}$, quod constat ex 2, prima æstimatione, & $1\frac{1}{2}$ quarta parte 6 residui, fit 21, cuius radici adde dimidium primæ æstimationis, quod est 1, fit ℞ 21 p: 1, æstimatio quæsita.

De cubo, quadratis & positionibus æqualibus numero. Cap. XVII.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Sit gratia exempli cubus A B,& 6 quadrata,& 20 positiones æqualia 100,& addam B C ad A B,quæ sit 2,tertia pars numeri quadratorum,& describitur cubus uniuersalis A C, secundum quod componitur ex suis octo partibus , erit igitur cubus A B, F D superficies cum sua altitudine, & cubus B C 8 , quia B C est 2,& A D corpora , 6 quadratis A B , æqualia , & corpora de 12 A B seu duodecuplo A B ex sexto capitulo huius libri , quia igitur cubus A B & 6 quadrata & 20 positiones , æquantur 100 , addantur 8 positiones, quæ sunt reliquum ad 20 positiones , cubo A C, qui iam ęquebatur cubo A B,& 6 quadratis,& 12 positionibus,& cubo B C, erit cubus A C cum 8 positionibus, æq̄lis 108, nam cubus A C excedit tria corpora D A,D E,D F,in cubo C D, qui est 8,at quia 8 positiones A B deficiūt A B , 8 positionibus A C cubi maioris, in 8 B C seu octuplo B C,quæ est 2,addemus igitur octuplum B C utriqꝫ parti,& fiet cubus p: 8 rebus,ęqualis 124 nota igitur ex capitulo suo A C,auferemus B C, relinquitur A B. Sit rursus cubus A B,& 6 quadrata & 12 res,æqualia 100,igitur addito cōmuni cubo B C,erit cubus A C ęqualis 108,& A C ℞ cubicę 108,& A B 2 m: quàm A C cognita,sit denuo cubus & 6 quadrata A B & 2 positiones æqualia 100,additis igitur 10 positionibus residuis,ad complendum corpora D E,& addito cubo B C,fiet cubus A C æqualis 10 positionibus superadditis,& 108,sed 10 positiones A B deficiunt à 10 positionibus A C in 10 B C,addemus igitur 10 B C utriqꝫ parti, fiet cubus A C p: 20,æqualis 10 positionibus p: 108,abĳce 20 ex utraqꝫ parte, relinquetur cubus A C æqualis 10 positionibus p: 88,inuenta A C , minue B C & relinquetur A B necessario cognita.



REGVLA.

Regula igitur communis est,duc 3^{am} partem numeri quadratorum (quam hoc signo , Tpq̄d: demonstramus) ad cubum , addeq́ꝫ numero inde duc numerum quadratorum in sui tertiam partem , & producti differentia à numero rerum,est numerus rerum addendarū cubo,ubi productum fuerit minus numero rerum propositarum uel addendarum numero,ubi productum fuerit maius numero rerū propositarum. Si igitur differentia est nulla, producti & numeri rerum erit

erit cubus æqualis numero iam coaceruato, inde ſumpta radice cubica numeri, minue ex ea τpq̄d: & reſiduum eſt rei æſtimatio, quod ſi poſitiones & cubus, æquentur numero, duces numerum poſitionum in τpq̄d: & productum addes numero iam aggregato, & habebis cubū, & res iam inuentas, æquales numero iam aggregato, inde ab æquatione minue τpq̄d:, & reſiduum eſt æſtimatio Quod ſi productum fuerit maius numero rerum, duc differentiam, quæ eſt numerus rerum, in τpq̄d: & productum minue ex numero, quē habebas, aggregato, & ſi nihil supereſt, habebis cubū, ęq̄lem rebus iam propoſitis tantū, quare deducendo ad minorem denominationem habebis q̄d[m] æquale numero, & res erit ℞ quadrata numeri rerum, à qua minue τpq̄d: & reſiduum erit æſtimatio rei. Quod ſi in detractione producti ex numero rerum in τpq̄d: à numero aggregato, superſit, numerus ille cum rebus iam propoſitis, æquatur cubo, inde ab æſtimatione minue τpq̄d: & reſiduum eſt ęſtimatio quæſita. Sed ſi productum numeri rerum in τpq̄d: maius eſſet numero iam aggregato, differētia eſt numerus, qui cum cubo æquatur rebus iam propoſitis, inde habita æſtimatione minue τpq̄d: & reſiduum eſt æſtimatio rei.

Cor[m]. Ex hoc patet, quod tale capitulum reſoluitur in quinq; capitula, quæ ſunt hæc in margine poſita, & non poſſunt reſolui in plura, in aliquibus autem ſequentium reſolutio fit in tria poſtrema tantum, in omnibus autem capitulis quatuor denominationum, cōmune eſt, cum fuerint reſoluta in capitulum trium uel duarum denominationum, ut æſtimationi inuentę addatur aut minuatur τpq̄d: ut in hoc capitulo ſemper minuitur, & commune eſt etiam omni capitulo, ut rerum numerus & numerus ipſe conſtituantur eodem modo, uelut hic numerus rerum, eſt differentia numeri rerum aſſumptarum in capitulo quatuor denominationum, & producti ex numero quadratorū in ſui tertiam partem, & numerus capituli in quod reſoluitur, eſt differentia producti ex numero rerum iam inuentarū, in τpq̄d: & aggregati ex cubo τpq̄d: & numero æquationis primo.

cubus & res ęquales numero.
cubus æqualis numero.
cubus æqualis rebus.
cubus æq̄lis rebus & numero
cubus & numerus æq̄les reb⁹

Quæstio I.

Exemplum. Eſt corpus quadratum undequaq;, quod cum ſuperficiebus & lateribus eſt 22, dices igitur, cubus & 6 quadrata & 12 res æquantur 22, cuba igitur 2, tertiam partem numeri quadratorum, fit 8, adde ad 22 fit 30, deinde duc 6 numerum quadratorū in 2 ſui partem

tem tertiam, fit 12, differentia cuius à numero rerum est nihil, nam res etiam fuerāt 12, habemus igitur 1 cubū ęqualem 30, & res est R cub. 30, abijce 2 τpq̄d: fit æstimatio rei, R cub. 30 m: 2.

Experientia autem est, ut iungas 1 cub. p: 6 q̄d: p: 12 reb', & fiūt 22.

Sex quadrata	24 p: R cub. 194400, m: R cub. 414720	
cubus	22, m: R cub. 194400, p: R cub. 51840	
Duodecim res		R cub. 51840 m: 24
Aggregatum 22		

QVÆSTIO II.

Exemplum secundi. Inuenias quatuor numeros continue proportionales, quorum primus sit 3, & reliqui tres sint 19, pone 2^{m} 1 rem, erit tertius $\frac{1}{3}$ q̄drati, & quartus erit $\frac{1}{9}$ cubi, igitur 1 positio $\frac{1}{3}$ q̄drati, $\frac{1}{9}$ cubi, æquantur 19, duc ad integra habebis cubum & 3 quadrata & 9 res, ęqualia 171, nam omnia ducuntur per 9, adde igitur cubum tertiæ partis numeri quadratorum ad 171, & est 1, fit 172, deinde duc 3 numerum quadratorum in sui tertiam partem fit 3, huius producti, & 9 numeri rerum, differentia est 6, numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, quia productum fuit minus, duc igitur 6 numerum rerū in 1 τpq̄d: fit 6, adde ad 172, fit 178, igitur cubus & 6 res ęquantur 178, & rei æstimatio est R v: cubica R 7929 p: 89 p: R v: cubica R 7929 m: 89, ab hoc minue τpq̄d: quæ est 1, habebis secundam quantitatem R v: cubicam R 7929 p: 89 m: R v: cubica R 7929 m: 89 m: 1, ex qua habebis reliquas.

Exemplum tertij modi. Cubus & 6 quadrata & 1 positio, æquantur 14, adde cubum 2 τpq̄d: qui est 8, ad 14, fit 22, deinde duc 6 numerum quadratorum in 2 tertiam sui partem, fit 12, differentia cuius à numero rerum est 11, numerus rerum ęqualium cubo cum numero, quia numerus productus 12 fuit maior numero rerum, duc igitur 11 in 2 tertiam partem numeri quadratorum, fit 22, differentia cuius & numeri prioris aggregati est nulla, quare habebimus cubum ęqualem 11 rebus, igitur quadratum æquatur 11, res igitur est R 11, à qua minue 2 τpq̄d: fit rei æstimatio R 11 m: 2, sumpsisti autem differentiam in numero & non aggregasti, quia res ęquabantur cubo, & non cubus cum rebus æquabantur numero, ut in præcedente exemplo.

QVÆSTIO III.

Exemplum quarti modi. Ex oraculo iubet princeps fieri sacram ædem, cuius spacium sit 400 cubitorum, & longitudo latitudine maior sit 6 cubitis, latitudo altitudine 3 cubitis maior, quæritur quantitas. Pone Altitudinē rem, Latitudo erit 3 p: & Longitudo 9 p: duc inuicem habebis 1 cub. p: 12 quadratis p: 27 positionibus, æqualia 400, adde ad 400, cubum 4 rpq̄d: qui est 64, fit 464, duc 12 numerū quadratorum in tertiam sui partem, fit 48, cuius differentia à 27, est 21, numerus rerum, quæ æquantur cubo cum numero, quare duc 21 in 4 rpq̄d: fit 84, sume differentiā à 464, quæ est 380, & eam adde rebus, quia aggregatum numerorum primum, fuit maius numero producto secundo, habebis cubum æqualem 21 positionibus p: 380, res igitur ualet ℞ v: cubicam 190 p: ℞ 35757, p: ℞ v: cub. 190 m: ℞ 35757, ab hac minue 4 rpq̄d: habebis altitudinem, qua habita, addendo 3 & 9 habebis latitudinem & longitudinem, ut uides

Altitudo	1	pos:
Latitudo	1	pos: p: 3
Longitudo	1	pos: p: 9
productum	1 cub. p: 12 q̄d: p: 27 pos:	

Altitudo, ℞ v: cub. 190 p: ℞ 35757 p: ℞ v: cub. 190 m: ℞ 35757 m: 4
Latitudo, ℞ v: cub. 190 p: ℞ 35757 p: ℞ v: cu. 190 m: ℞ 35757 m: 1
Longitudo, ℞ v: cu. 190 p: ℞ 35757 p: ℞ v: cu. 190 m: ℞ 35757 p: 5

Exemplum quinti modi. Cubus & 6 quadrata, & 2 res, æquantur 3, adde 8, cubum rpq̄d: ad 3 fit 11, deinde duc 6 in suam tertiam partem, fit 12, differentia à 2, numero rerum est 10, numerus rerum, duc in 2 rpq̄d: fit 20, cuius differentia ab 11, est 9 numerus, qui cum cubo æquatur 10 rebus, quia productum 2^{m} maius est numero aggregato, uoco autem productum secundum, quod fit ex numero rerum iam inuento, in rpq̄d: æstimatio igitur rei quando cubus & 9 æqualia sunt 10 rebus est 1, uel ℞ 9 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, abijce igitur 2 rpq̄d: fient duæ æstimationes quæsitæ, altera ℞ 9 $\frac{1}{4}$ m: 2 $\frac{1}{2}$ alia m: 1.

De cubo, & rebus æqualibus quadratis & numero. Cap. XVIII.

DEMONSTRATIO.

SIt in eadem figura, cubus A C cum 33 A C, æqualis 6 quadratis A C p: 100, (gratia exempli) diuidatur cubus A C, posita B C rpq̄d: scilicet 2, in suas partes, erit cubus A C, æqualis cubo A B, cubo B C, sex quadratis A B, & 12 positionibus A B, at 33 A C, sunt 33 A B, & 33 B C, quæ sunt 66, quia B C est 2, igitur cubus A C, & 33 A C, æquantur cubo A B, cubo B C, sex quadratis A B, & 45 A B positionibus, & 66, hæc eadem igitur æq̄lia sunt 6 quadratis A C, & 100, at 6 quadrata A C, diuisa A C in B, per 4^{am} 2^{i} elementorum, æqualia sunt 6 quadratis A B, & 6 quadratis B C, & 12 superficiebus

ciebus A D, sed A D est 2 positiões, quia B D est 2, igitur 12 A D sunt 24 positiones A B, quare 6 quadrata A B, & 6 quadrata B C, & 24 positiones AB, & 100, ęquantur cubo A B, cubo B C, 6 quadratis A B, & 45 A B & 66 numero, cubus autem B C est 8, & 6 quadrata B C sunt 24, igitur 6 quadrata A B & 24 positiones A B, & 124, æquantur cubo A B, & 6 quad. A B, & 45 positionibus A B, & 74, facta igitur detractione similiũ ex utraqꝫ parte, scilicet 6 quad. 24 positionibus & 74, relinquetur cub⁹ A B

	6 q̃d^ta A B	24 pos^es A B	124
cub⁹ AB	6 q̃d^ta A B	45 pos^es A B	74
cub⁹ A B	p: 21 pos^bs A B æq̃les		50

p: 21 positionibus A B, æqualis 50, manifestum est igitur quòd inuenta A B, ex capitulo suo, & addita B C ei quæ est 2, conflatur A C. Manifestum est autem, quòd ubi positiones, quę cum cubo erant, essent æquales productis, haberemus cubum æqualem numero tantũ, & ubi positiones quæ cum cubo erant, essent pauciores, haberemus res ex una parte, & cubum ex alia, & tunc si numerus qui est cum cubo, foret æqualis alteri, essent positiones æquales cubo, & si essent minor, haberemus res & numerum æquales cubo, & si maior, haberemus res æquales cubo & numero, ex eadem demonstratione, uelut in præcedente capitulo.

Regula.

Regula igitur est, ut primo statuas numerum rerum semper, ut in præcedenti capitulo, & est ut ducas numerum quadratorũ in tertiam sui partem, & differentia huius producti, à numero rerum, est numerus rerum, quæ si nulla sit, habebimus cubum æqualem numero, si autem productum sit minus numero rerum, differentia erit numerus rerum, quę cum cubo ęquantur numero, & si productum fuerit maius, habebimus res æquales cubo, & tunc si numeri erunt æquales, erit cubus æqualis rebus, & si qui producitur ex numero rerum, in Tpq̃d: fuerit minor numero æquationis cum additione, erit cubus ęqualis rebus & numero, quod si productus numerus ex rerum numero in Tpq̃d: fuerit maior numero æquationis cum sua additione, habebimus res æquales cubo & numero, numerus autem æquationis sic habetur, duc priorem numerum rerum, in tertiam partem numeri quadratorum, & producti accipe differentiam, cum aggregato numeri æquationis, & dupli cubi Tpq̃d: differentia, erit numerus addendus cubo uel rebus, prout oportuerit, uel numerus æq̃lis cubo, ubi nullæ sint res, inde habita æstimatione, eam adde uel minus Tpq̃d: prout in exemplis doceberis, & habebis quæsitam æstimationem.

Exemplum primum. Cubus & 12 res, æquantur 6 quadratis &

25, duc 6 in 2, sui tertiam partem, fit 12, differentia cuius à numero rerum nulla est, igitur cubus æquabitur numero, duc ergo 12 numerũ rerum, in 2 τρq̃d: fit 24, abijce ex 41, aggregato 16 dupli cubi 2, & 25 numero æquationis, relinquitur 17, qui æquatur cubo, res igitur est ℞ cubica 16, adde ei 2 τρq̃d: fit rei æstimatio ℞ cubica 17 p: 2.

Exemplum secundum. Mercator fugiens, paciscitur redditurum $\frac{3}{4}$ debiti proportionaliter in tribus annis, ita quod si pactus fuisset redditurum $\frac{19}{27}$ primo anno reddidisset $\frac{9}{27}$, secundo $\frac{6}{27}$, tertio $\frac{4}{27}$, ut residua sint in eadem proportione, cum residuo capitali, quæritur portio cuiusq; anni, reddendo solum $\frac{3}{4}$, & ponamus, quod capitale sit 4, ad uitandum fractiones, uult igitur reddere 3, pone igitur quod restituat primo anno rem, igitur secundo anno restituet rem m: $\frac{1}{4}$ q̃d^ti^, & tertio anno, rem m: $\frac{1}{2}$ q̃drati p: $\frac{1}{16}$ cubi, igitur in tribus annis restituet 3 res p: $\frac{1}{16}$ cubi m: $\frac{3}{4}$ q̃drati, & hoc iam supponitur 3, quare reducito ad integrum, cubum ducendo per 16, habebis 1 cubum p: 48 rebus, æqualem 12 q̃dratis p: 48, duc 12 in 4 tertiam sui partem, fit 48, igitur differentia rerum nulla est, & cubus æquabitur numero, duc igitur 48, numerum rerum, in 4 τρq̃d: fit 192, à quo detrahe 176, aggregatum ex duplo cubi 4, & 48 numero æquationis, relinquitur 16, & hic æquatur cubo, igitur rei æstimatio est ℞ cubica 16, quam minue ex 4, τρq̃d: fiet æstimatio quæsita 4 m: ℞ cubica 16, reddet igitur anno primo 4 m: ℞ cubica 16, & secundo ℞ cubicam 16 m: ℞ cubica 4, & tertio, ℞ cubicam 4 m: 1, & horum residua, sunt proportionalia, cum 4, & iuncta faciunt 3, & est conuersum primi exempli, & residua ipsa sunt ℞ cubica 16, ℞ cubica 4, & 1.

Exemplum tertium. Cubus & 15 res, æquantur 6 q̃dratis & 24, duc 6 in sui tertiam partem, fit 12, cuius differentia à 15 numero rerum, est 3, & quia productum fuit minus, erit cubus & 3 res, æqualia numero, duc igitur 15 numerum rerum, in 2 τρq̃d: fit 30, minue ex 40, aggregato 24 & duplo cubi τρq̃d: relinquitur 10, igitur 10 æquatur cubo p: 3 rebus, & rei æstimatio est ℞ v: cubica ℞ 26 p: 5, m: ℞ v: cubica 26 m: 5, cui adde 2 τρq̃d: habebis quæsitam æstimationem.

Exemplumquartũ. Cubus & 15 res, æquantur 6 q̃dratis p: 10, iterũ habebo cubũ & 3 res, æq̃les numero, & numerus ꝓductus erit 30, ut prius, uerum aggregatum ex duplo cubi 2, τρq̃d: & 10 numero æquationis, est 26, differentia igitur est 4, cum igitur cubus & 3 res æquentur 4, rei æstimatio est 1, & quia productus numerus est maior aggregato, id est 30, maior est 26, minuemus 1 æstimationem

æqua-

æquationis inuentæ ex 2, ℞ cu̅d: & relinquetur 1 æstimatio quæsita cubi & 15 rerum, æqualium 6 quadratis & 10.

Ideo patet quod in hoc casu, ubi cubus & res, æquantur numero, si differentia numerorū nulla foret, uelut si loco 10, posuissemus 14, æstimatio rei esset ℞ cu̅d: scilicet 2, quia in æquatione inuenta, nihil haberemus addendum uel minuendū, quia cubus & 3 res, æquarentur nihil.

Exemplum quintum. Cubus & 10 res, æquatur 6 quadratis p:4, duc igitur numerum quadratorum in tertiam sui partem, ut prius, fit 12, differentia cuius à numero rerum, est 2, & quia productum est maius numero rerum, ideo 2 res ęquabuntur cubo, pro numero itaq; duc 10 numerum rerum primum, in 2 ℞ cu̅d: fit 20, differentia cuius à 20, aggregato dupli cubi ℞ cu̅d: & 4, est nihil, igitur nō habebimus numerum, sed cubus æquabitur, ut dictum est, 2 rebus, igitur deprimendo, quadratum æquabitur 2, ergo rei æstimatio, est ℞ 2, quam adde uel minue ℞ cu̅d:, habebis ueram æstimationum quæsitam, 2 p: ℞ 2, uel 2 m: ℞ 2, & potest etiam esse 2, & sic habet tres æstimationes hic casus.

Exemplum sextum. Sit cubus & 21 res, ęqualia 9 q̅d^tis p:5, tunc ut prius, ducam 9, in 3 tertiam sui partem, fit 27, huius differentia à 21, est 6, numerus rerum, cubo æquandarum, quia productum 27, est maius 21 numero rerum, addo igitur 54, duplum cubi ℞ cu̅d: ad 5 numerum æquationis fit 59, cuius differentia, à 63, producto numeri rerum prioris, in ℞ cu̅d: est 4, igitur quia productum est maius aggregato, addemus numerū cubo, & fiet 1, cubus p:4, æqualis 6 rebus, iam inuentis, huius igitur æstimationes sunt tres, prima est 2, secunda ℞ 3 m: 1, tertia ficta m: ℞ 3 p: 1, quas adde ad 3 ℞ cu̅d: habebis ueras æstimationes illas quas à latere uides.

Prima	5
Secunda	2 p: ℞ 3
Tertia	2 m: ℞ 3

Exemplum septimum. Cubus & 26 res, æquantur 12 quadratis p:12, duc 12 numerum quadratorum, in sui tertiam partem, quæ est 4, fit 48, cuius differentia à 26, numero rerum, est 22, & quia productum est maius numero rerum, res ęquabuntur cubo, deinde duc 26 numerum rerum, in 4 tertiam partem numeri quadratorum, fit 104, abijce ex 140 duplo cubi ℞ cu̅d: & 12 numeri simul iunctis, fit 36, numerus addendus rebus, quia aggregatum est maius producto, econtrario, exemplo præcedenti, cubus igitur æquabitur 22 rebus, p:36, quare eius erunt tres ęstimationes, prima ℞ 19 p: 1, & est uera, secunda ficta m: ℞ 19 m: 1, tertia etiam ficta, quæ est m:2, has adde singulas, τpq̄d: habebis ueras tres æstimationes, quarum experientiam à latere in margine posui.

Prima	5	p: ℞ 19
Secunda	5	m: ℞ 19
Tertia	2	

Ex hoc patet, quòd numerus quadratorum, in his tribus exemplis, in quibus ęstimatio rei triplicatur, semper componitur ex tribus æstimationibus iunctis simul, uelut in quinto exemplo, 2 p: ℞ 2, & 2, & 2 m: ℞ 2, componunt 6, numerum quadratorum, & in sexto exemplo, 5, & 2 p: ℞ 3, & 2 m: ℞ 3, componunt 9, numerum quadratorũ, & in septimo exemplo, 5 p: ℞ 19, & 5 m: ℞ 19 & 2, componunt 12, numerum quadratorum, ideo duabus cognitis, tertia semper emergit, & causa est cognita in initio huius libri. Et manifestum est, quòd cum peruenimus ad res, quæ à cubo separantur, seu numerus rebus, seu cubo iungatur, semper emergunt tres ęstimationes, & causa dicta est superius ibidẽ, ubi de uera & ficta æstimatione locuti sumus. Et patet etiam, quòd omnes modi hi, ad additionem semper possunt referri, quamuis minus cum additur, uicem gerat plus cum detrahitur, ostensum est enim quod tantum est minuere 4 ex 12, quantum addere 4 m: ad 12, utroq; enim modo fiet 8.

cubus primæ	410 p: ℞ 167884
26 res	130 p: ℞ 12844
aggregatum	540 p: ℞ 273600
12 quadra.	528 p: ℞ 273600
numerus	12
aggregatum	540 p: ℞ 273600
cub⁹ secundę	410 m: ℞ 167884
26 res	130 m: ℞ 12844
aggregatum	540 m: ℞ 273600
12 quadra.	528 m: ℞ 273600
numerus	12
aggregatum	540 m: ℞ 273600
cubus tertiæ	8
26 res	52
aggregatum	60
12 quadra.	48
numerus	12
aggregatum	60

Est etiam demonstratio alia huius capituli inuenta à Ludouico Ferrario, clarius ostendens rationem harum operationum.

ALIA DEMONSTRATIO.

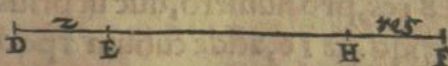
Sit igitur cubus & 100 res æqualia 6 quadratis p: 10 numero. Et ponatur A B rei æstimatio, B C τpq̄d: A G autem æqualis, B C, quare G B est differentia A B & B C, cubus autem G B, est differentia cubi A B cum triplo A B, in quadratum B C, à cubo B C cum triplo B C in quadratum A B, ex sexto capitulo, cubus uero A B cum 100 rebus, æquatur 6 quadratis p: 10, ex supposito, 6 quadrata autem A B, sunt triplũ B C in quadratum A B, triplum igitur B C in quadratum A B, & cubus

B C,

B C, qui est 8, sunt 2 m: quàm cubus A B cum 100 rebus, dico autem 2 m: quia cubus B C, qui iungitur 6 quadratis, debuit esse 10, & est tantum 8, at cubus A B cum 100 rebus, superat cubum A B, & triplū A B in quadratum B C, quod est 12 res, in 88 rebus, differentia igitur cubi B C, & tripli B C in quadratum A B, à cubo A B, cum triplo A B in quadratum B C, est 88 A B, m: 2, huic igitur differentiæ, æqualis est cubus G B, ut diximus, ponatur igitur B G res, erit igit̄ G C seu A B, 2 m: re, cuius quantitas sumpta 88 uicibus, ut dictum est, æquatur cubo B G p: 2, igitur cubus B G, p: 2, p: 88 suis rebus, æqualis est 176, quare cubus B G cum 88 suis rebus, æquatur 174, quare si eam æstimationem B G detraxeris ex B C, quæ est Tpq̄d: scilicet 2, habebis quantitatem A B, quæsitam.

Alia Demonstratio.

Ponatur rursus, cubus cum 5 rebus, æqualis 6 quadratis ac 10, & ponatur E F res, D E Tpq̄d: differentia D E & E F, E H, eritq́ ex demonstratione consimili præmissæ, ut cubus E H, æquetur 7 reb9 p: 16, inde inuenta æstimatione, si ei addatur H F Tpq̄d: quæ est 2, habebitur E F res quęsita, nec in hoc addam uerba, quia demonstratio est similis præmissæ, & operatio eius in hac parte, est clarior in nostra demonstratione.



Regula.

Regula igitur sumpta ex hac demonstratione est, si numerus rerum æqualis est, producto ex numero quadratorum in suam tertiam partem, duc Tpq̄d: ad cubum, ℞ cubicam differentiæ huius, & numeri æquationis, adde Tpq̄d: ubi cubus sit minor numero, aut minue, ubi sit maior, & totum est æstimatio rei, manifestum est autem, quòd ubi cubus Tpq̄d: & numerus, sint æquales, non addemus nec minuemus, sed Tpq̄d: erit ipsa rei æstimatio.

Exemplum. Cubus & 12 res, æquantur 6 quadratis p: 8, tunc quia ducto 6, numero quadratorum, in 2 sui tertiam partem, fit 12, numerus rerum, ad unguem, ideo duc 2 Tpq̄d: ad cubum, fit 8, cuius differentia à numero æquationis nulla est, ideo æstimatio rei est 2 Tpq̄d: Et si cubus & 12 res, æquantur 6 quadratis p: 9, tunc quia cubus æquatur numero, abijciemus 8, cubum Tpq̄d: ex 9, relinquitur 1 cuius ℞ cubicam quæ est 1, addo Tpq̄d: quia cubus Tpq̄d. est minor æquatione numeri, fit rei æstimatio 3. Et eadem ratione, si cubus p: 12 rebus, æquetur 6 quadratis p: 7, detracto 7 ab 8, cubo Tpq̄d. relinquilinquitur 1, cuius R cubicam quæ est 1, detrahe ex 2, τpq̄d. relinquitur 1, rei æstimatio.

Quòd si numerus positionum, maior sit producto ex numero quadratorum in sui partem tertiam, differentia erit numerus rerum, ut in prima demonstratione, & suis regulis, hunc duc in τpq̄d. & ei adde cubum τpq̄d. & huius aggregati, numeriq; æquationis differentia, est numerus æquationis cubi, & talium rerum differentia, si nulla sit, æstimatio rei est τpq̄d. Et si numerus æquationis est minor aggregato, æstimationem inuentam minue, & si maior, adde τpq̄d. quod fiet, erit rei æstimatio. Exemplum, cubus & 20 res, æquantur 6 quadratis & 24, ducto 6 in 2, tertiam partē sui, fit 12, cuius differentia à 20, numero rerum, est 8, numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, duc igitur 8 numerum rerum, in 2 τpq̄d. fit 16, adde ei 8, cubum τpq̄d. fit 24, differentia cuius nulla est à 24 numero æquationis, igitur æstimatio rei est τpq̄d. scilicet 2, sit rursus cubus cū 20 rebus, æqualis 6 quadratis & 15, habebimus igitur, ut prius, cubum & 8 res, pro numero, duc ut prius, 8 numerum rerum posteriorem in 2 τpq̄d. fit 16, adde cubum τpq̄d. fit 24, abijce 15, relinquitur 9, igitur cubus & 8 res, æquatur 9, & rei ęstimatio est 1, quod minue ex 2, τpq̄d. relinquitur uera æstimatio rei 1, minuisti autem, quia 15 numerus æquationis, est minor aggregato cubi & producti, quod est 24, & si bene animaduertis, eodem modo fit in prima parte regulæ, quando numerus rerum æqualis est producto ex numero quadratorum in sui partem tertiam. Rursus, cubus cum 20 rebus, æqualis sit 6 quadratis p: 33, habebis itaq; cubum, ut prius, & 8 res, æquales differentiæ 24 aggregati, & 33 numeri æquationis, quare cubus & 8 res, æquabuntur 9, & æstimatio rei erit 1, addendum τpq̄d. quia numerus æquationis 33, est maior numero aggregato 24, quare rei æstimatio erit 3.

Quòd si numerus positionum, minor sit producto ex numero quadratorum in sui tertiam partem, differentia nihilominus erit numerus rerum, ut prius, sed hæ non copulabuntur cubo, imò erunt ei æquales, deinde duc ipsum numerum rerum posteriorum, in τpq̄d, & productū iunge numero æquatiōis, huius aggregati & cubi τpq̄d. differentia est numerus æquationis secundæ, si igitur differentia nulla est, cubus æquabitur rebus, & R quadrata numeri rerum addita τpq̄d. est æstimatio rei, quod si aggregatum sit maius cubo, erit differentia, numerus qui cū rebus ęquatur cubo, inde habita æstimatione, adde ei τpq̄d. & fiet uera æstimatio. Quòd si cubus fuerit maior aggregagregato, differentia erit numerus, qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione, adde ei τpq̃d. quod conflatur, est rei uera æstimatio, & tam multiplex habenda, ut in nostra regula docuimus, quanq; quod ad regulam pertinet, & hæc nostra sit. Exemplũ igitur, Cubus & 9 res, æquales sint 6 quadratis p: 2, tunc numerus rerum secundus erit 3, duc in 2, τpq̃d. fit 6, adde ad 2 numerum æquationis, fit 8, cubus autem τpq̃d. est 8, differentia nulla, igitur cubus æquatur 3 rebus, res igitur est ℞ 3, & rei æstimatio 2 p: ℞ 3. Rursus, cubus p: 9 rebus, æqualis sit 6 quadratis p: 4, habebimus ut prius, cubum æq̃lem 3 rebus, pro numero duc 3 numerum rerum posteriorem in 2 τpq̃d. fit 6, adde 4, numerum ęquationis, fit 10, abijce 8, cubum τpq̃d. fit 2, addendus rebus, quia aggregatum est maius cubo τpq̃d. igitur cubus æquatur 3 rebus, p: 2, & res erit 2, addito 2 τpq̃d. fit 4, uera æstimatio. Iterum, sit cubus p: 21 rebus, æqualis 9 quadratis p: 5, erunt igitur 6 res in posteriore æquatione, quia 9 numerus quadratorum, ductus in 3, tertiam sui partem, producit 27, duc igitur 6 numerum posteriorem rerum, in 3, τpq̃d. fit 18, adde ei 5, fit 23, differentia cuius à numero producto ex cubo c τpq̃d. est 4, & quia aggregatũ est minus cubo, ideo cubus & 4, æquabuntur 6 rebus, æstimatio igitur est 2, uel ℞ 3 m: 1, & ficta ℞ 3 p: 1, quæ est m: si igitur his addas 3 τpq̃d. habebis æstimationes quæsitas 5, & 4 p: ℞ 3, & 2 p: ℞ 3, in harum qualibet uerum est, quod cubus & 21 res, æquales sunt 9 quadratis & 5 numero.

De cubo & quadratis, æqualibus rebus & numero. Caput XIX.

Demonstratio.

Sit etiam cubus A B, & 6 quadrata, æq̃lia 20 rebus p: 200, gratia exempli, & ponemus B C 2, τpq̃d. erit igitur A C res p: 2, & eius cubus, erit cubus & 6 quadrata, & 12 res, & 8 iam autem suppositum est, quod cubus A B & 6 quadrata, sint æqualia 20 rebus p: 200, igitur ponantur, 20 res & 200, loco cubi, & 6 quadratorum, & fiet cubus A C, æqualis 32 rebus p: 208, at quia 32 res A B, deficiũt à 32 rebus A C, in 32 B C, addantur utriq; parti 32 B C, erunt igitur 32 res p: 208, æquales cubo p: 64, tantum enim sunt 32 B C, abijce 64 ab utraq; parte, erit cubus æqualis 32 rebus p: 144, inde inuenta æstimatione abijce B C, τpq̃d. relinquetur A B.

Regula.

Regula igitur est, duc numerum quadratorum, in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & aggregatum erit numerus rerum, inde duc hunc numerum in ᴛpq̄d. & producti sume differentiam, ab aggregato ex numero æquationis, & cubo ᴛpq̄d. quæ si nulla est, habebis cubum æqualem rebus, si uero sit productum minus aggregato, differentia est numerus, qui cum rebus æquatur cubo, quod si productum fuerit maius aggregato, differentia est numerus qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione, minue ᴛpq̄d. residuum est æstimatio uera, quæsita.

Exemplum, Cubus & 6 quadrata, æqualia sunt 20 rebus & 56, duc 6 in 2 tertiam sui partem, fit 12, adde ad 20 fit 32, duc 32 in 2 ᴛpq̄d. fit 64, adde ad 56 numerum ęquationis 8 cubum ᴛpq̄d. fit 64, differentia producti ab aggregato nulla est, res igitur æquabuntur cubo, quare deprimendo q̄dratum ęquatur 32, & res est ℞ 32, & uera æstimatio ℞ 32 m: 2. Rursus, cubus & 6 quadrata, æqualia sint 20 rebus p: 112, duc 6 in 2, ut prius, fit 12, adde ad 20, fit 32, numerus rerum, duc in 2 ᴛpq̄d. fit 64, abiice ex 120 aggregato cubi ᴛpq̄d. & numeri æquationis, relinquitur 56, numerus qui cum 32 rebus, æquatur cubo, res igitur est ℞ 29 p: 1, minue ᴛpq̄d. relinquitur æstimatio rei ℞ 29 m: 1. Rursus, cubus & 6 quadrata, æqualia sint 20 rebus p: 41, habebis igitur ut prius, in secunda æquatione, 32 res, & 15 numerum, nam detracto 49 aggregato numeri ęquationis & 8 cubi ᴛpq̄d. ex 64, producto 32 in ᴛpq̄d. relinquitur 15, quia uero productum est maius aggregato, erit 15 cum cubo, æqualis 32 reb⁹, & res erit 5, uel ℞ $13\frac{1}{4}$ m: $2\frac{1}{2}$, uel ficta ℞ $13\frac{1}{4}$ p: $2\frac{1}{2}$, abiice 2 ᴛpq̄d. habebis æstimationem ueram 3, & duas fictas per m: scilicet $4\frac{1}{2}$ p: ℞ $13\frac{1}{4}$, & $4\frac{1}{2}$ m: ℞ $13\frac{1}{4}$, sicut diximus in capitulo primo.

De cubo æquali quadratis rebus & numero. Cap. XX.

Demonstratio.

Sit iterum cubus A C, æqualis 6 quadratis, 5 rebus, & 88 (gratia exempli) & ponatur B C ᴛpq̄d. scilicet 2, manifestum est igitur, quod cubus A C, æquatur 6 quadratis A B & 12 A B, & cubis A B, & B C, hæc eadem igitur æqualia sunt 6 quadratis A C, 5 rebus A C, & 88, abiiciatur iam cubus B C communis, scilicet 8, relinquentur, cubus A B & 6 quadrata A B, & 12 A B, æqualia 6 quadratis A C, 5 rebus A C, p: 80, at 6 quadrata A C, superāt 6 quadrata A B in 6 gnomonibus A B quadrati, & erunt 24 res ex A C, minus

minus 6 quadratis B C, quæ sunt 24, igitur 6 quadrata A B & 29 res A C, & 56, æqualia sunt cubo A B, & 6 quadratis A B, & 12 rebus A B, abijciantur igitur 6 q̄drata A B, cõmunia, relinquentur 29 res A C, p: 56, æq̄les cubo A B, & 12 rebus A B, & 29 res A C, superant 29 res A B, in 29 B C, quare in 58, quia B C est 2, igitur addatur numerus numero, erunt 29 A B & 114, æqualia cubo A B & 12 rebus A B, abijciantur de nuo 12 res communes, erunt 17 res p: 114, æquales cubo, inde habita æstimatione, adde ei B C.

Regvla.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, & productum adde numero rerum, aggregatum erit numerus rerum, æqualium cubo, pro numero autem, duc numerum rerum secundum in T p q̄d. & productum adde numero æquationis, à quo minue cubum T p q̄d. residuum est numerus, qui cum rebus æquatur cubo, inde inuenta æstimatione, adde ei T p q̄d. & habebis uerum æstimationem.

Qvæstio.

Exemplum, in hac quæstione, Quidam dedit aureos 1728 ad caput anni ut dicunt, seu sub usura rediuiua, ea conditione, ut reciperet tertio anno, ex capitali & usura, quantum est dimidium capitalis, & dimidium eius quod debuisset in fine primi anni, & dimidiũ eius quod debuisset in fine secundi anni, ubi retinuisset pecunias, & uoluisset soluere sub eadẽ usura. Pone igitur quod in capite primi anni haberet 144 res, in capite secundi anni habebit 12 quadrata, in capita tertij anni habebit cubum, & hic erit æqualis dimidijs reliquorum annorum simul sumptis, igitur cubus erit æqualis 6 q̄dratis 72 rebus & 729, duc igitur 6 numerum quadratorum in 2, tertiam sui partem, fit 12 adde ad 72 fit 84, numerus rerum, duc 84 in 2 T p q̄d. fit 168, adde ad 729, fit 897, abijce 8, cubum T p q̄d. fit 889, igitur cubus æquatur 84 rebus p: 889, æstimatio igitur huius erit R v: cubica $444\frac{1}{2}$ p: R $175628\frac{1}{4}$, p: R v: cubica $444\frac{1}{2}$ m: R $175628\frac{1}{4}$, huic adde 2 T p q̄d. habes quæsitam æstimationem R v: cubicam $444\frac{1}{2}$ p: R $175628\frac{1}{4}$ p: R v: cubica $444\frac{1}{2}$ m: R $175628\frac{1}{4}$ p: 2, cuius cubus est quantitas pecuniarũ, quæ ei debentur tertio anno, inde detracto 1728, habebis sortem, per terminos proportionales.

De cubo & numero, æqualibus quadratis & rebus. Caput XXI.

DEMONSTRATIO.

SIt cubus & 100, æqualia etiam 6 quadratis, & 24 rebus, & sit cubus ille A C, & B C 1p̃q̃d. cunctis cubus A C, æqualis sit cubo A B & 6 quadratis A B, & 12 rebus A B, & cubo B C, qui est 8, erit cubus A B, & 6 quadrata A B, & 12 res A B, & 108, æqualia 6 quadratis A C, & 24 rebus A C, sed 6 quadrata A B, minora sunt 6 quadratis A C, in 6 gnomonibus A D E, & 24 res A B, minores sunt 24 rebus A C, in 24 B C, quare cubus A B, & 6 quadrata A B, & 12 res A B, & 108, æquantur 6 quadratis A B, & 6 gnomonibus A D E, & 24 rebus A B, & 48, nam 24 B C sunt 48, igitur abiectis ex utraque parte 6 quadratis A B, & 12 rebus A B, & 48, erit cubus A B, & 60, æqualis 6 gnomonibus A D E, & 12 rebus A B, sunt autem 6 gnomones A D E, 24 res A B, p: 24, eo quod quælibet superficierum A D, & D E, est 2 res, eo quod B D est 2, & quadratum B C est 4, igitur 36 res A B, & 24, æquantur cubo A B p: 60, abijce 24 ex utraque parte, erit cubus A B p: 36, æqualis 36 rebus A B, inde cognita A B addemus eam B C, quæ est 1p̃q̃d. & conflabitur æstimatio.

REGULA.

Regula est igitur. Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & conflabitur numerus rerū, hunc duc in 1p̃q̃d. & producti sume differentiam ab aggregato ex numero æquationis, & cubo 1p̃q̃d. quæ si nulla est, erunt res æq̃les cubo. Si uero productū fuerit maius aggregato, differentia est numerus, qui cū rebus æquatur cubo, & si aggregatū fuerit maius producto, differentia est numerus, qui cum cubo ęquatur rebus, inde habita æstimatiōe, addes eam 1p̃q̃d. & conflabitur uera ęstimatio. Memineris tamen, quod quando capitulum hoc peruenerit ad capitulum cubi æqualis rebus & numero, addenda erit uera æstimatio eius, & ex his quæ fictæ sunt minor, per m: 1p̃q̃d: ut habeas utramque æstimationem capituli cubi & numeri æqualis rebus & quadratis, cum capitulum cubi æqualis rebus & numero, unam tantum ueram æstimationem habeat.

Exemplum, Cubus & 64, æqualia sunt 6 quadratis & 24 rebus, duc 6 numerum rerum in 2, tertiam sui partem, fit 12, adde ad 24, fit 36, numerus rerum, quem duc in 2 1p̃q̃d. fit 72, deinde cuba 2 fit 8, adde ad 64, numerum æquationis, fit etiam 72, ideo quia differentia horum numerorum nulla est, habebimus cubum æqualem 36 rebus, quare quadratum æquabitur 36, igitur res est 6, ex capitulo simplici, adde ad 2 1p̃q̃d. fit 8, æstimatio rei. Rursus, cubus & 128, æquetur 6

qua-

quadratis & 24 rebus, duc 6 in 2, ut prius, fit 12, adde ad 24, fit 36, numerus rerum, duc 36 in тpq̃d. fit 72, differentia cuius à 136, aggregato 128 numeri æquationis, & 8, cubi тpq̃d. est 64, numerus addendus cubo, quia aggregatum 136, est maius producto 72, quare cubus & 64, æqualia erunt 36 rebus, æstimationes autem sunt 2, & ℞ 33 m: 1, quas adde ad 2 тpq̃d, fiunt ueræ æstimationes 4, uel ℞ 33 p: 1. Rursus, sit cubus & 9, æqualis 6 quadratis & 24 rebus, duc, ut prius, 6 in 2, tertiam sui partem, fit 12, quem adde ad 24, numerum rerum, fit 36, numerus rerũ, ut prius, deinde duc 36, in 2 тpq̃d. fit 72, differentia cuius à 17 aggregato 8, cubi тpq̃d. & 9 numeri æquationis, est 55, ideo quia productum est maius aggregato, addemus 55 ad res, & habebimus cubum, æqualem 36 rebus p: 55, huius igitur uera æstimatio est, ℞ $17\frac{1}{4}$ p: $2\frac{1}{2}$, falsa maior est m: 5, & falsa minor m: v: ℞ $27\frac{1}{4}$ m: $2\frac{1}{2}$, seu ut clarius intelligas, $2\frac{1}{2}$ m: ℞ $17\frac{1}{4}$, adde igitur hanc æstimationem, & similiter ueram, тpq̃d. quæ est 2, habebis æstimationes quæsitas, alteram $4\frac{1}{2}$ p: ℞ $17\frac{1}{4}$, reliquam $4\frac{1}{2}$ m: ℞ $17\frac{1}{4}$.

De cubo rebus & numero, æqualibus quadratis. Caput XXII.

Demonstratio.

Sit denuo cubus A C, cum 4 rebus, & 16 numero, æqualis 6 quadratis, & B C sit тpq̃d, ut prius, resoluemus igitur cubum A C, qui æqualis est cubo A B, 6 quadratis A B, 12 rebus A B, & cubo B C, qui est 8, & erit hoc totum, cum 4 rebus A C, & 16, æquale 6 q̃dratis A C, quare cũ 4 res A C, sint 4 res A B, p: 4 B C & ideo p: 8, erunt cubus A B, p: 6 quadratis A B, p: 16 rebus A B, p: 32, æqualia 6 quadratis A C, 6 aũt q̃drata A C, æqualia sunt, ut demonstratum est, 6 quadratis A B, p: 24 rebus A B, p: 24, igitur cubus A B, & 6 quadrata A B, & 16 res A B, & 32, æqualia sunt, 6 quadratis A B, p: 24 rebus A B, p: 24, abijce ex utraq; parte 6 q̃drata A B, & 16 res, & 24, relinquetur cubus A B, p: 8, æqualis 8 rebus, inde cognita A B, adde ei B C, тpq̃d. & fiet A C cognita, rei æstimatio. Rursus, cubus & 4 res & 1, æquentur 6 quadratis, erunt igitur 6 q̃drata A C, ut prius, 6 quadrata A B, 24 res A B, & 24. At cubus A C, cum 4 rebus A C, p: 1, æqualis est cubo A B, & 6 quadratis A B, & 16 rebus, & 17, quare abiectis communibus, 6 quadratis A B, & 16 rebus A B, & 17, erit reliquum reliquo æquale, scilet cubus, æqualis 8 rebus p: 7, inde cognita A B, habes A C, ut prius, addendo B C тpq̃d.

REGVLA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in sui tertiã partem, & à producto minue numerum rerũ, quod si fieri nequeat, casus est impossibilis, in uera æstimatione, residuum itaq; erit numerus rerum, inde multiplica primum numerum rerum in ᴛpq̃d, & productũ adde numero æquationis, huius aggregati & dupli cubi ᴛpq̃d. differentiã accipe, quæ si nulla est, habes cubum æqualem rebus solum, sin duplum cubi ᴛpq̃d. maius est, differentia est numerus addendus rebus, si duplum cubi minus est aggregato, differentia est numerus addendus cubo, inde ęstimationi inuentæ adde ᴛpq̃d. ut habeas æstimationem ueram.

Exemplum, cubus & 4 res & 8, æquantur 6 quadratis, duc 6 in 2, tertiam sui partem, fit 12, abijce 4 fit numerus rerum 8, duc etiam 4 numerum rerum, priorem, in 2 ᴛpq̃d. fit 8, adde ad 8, numerũ æquationis, fit 16, huius & dupli cubi ᴛpq̃d. quod est etiã 16, nulla est differentia, quare cubus æquatur 8 rebus, & rei æstimatio est ℞ 8, cui adde 2 ᴛpq̃d. fiet uera æstimatio rei, ℞ 8 p: 2. Rursus, cubus p: 4 rebus p: 16, æqualis sit 6 quadratis, duco 6 in 2 ᴛpq̃d. ut prius, fit 12, abijce 4 numerum rerum, fit 8, rerum numerus, duco 4 numerũ priorem rerum, in 2 ᴛpq̃d. fit 8, adde ad 16 numerum æquationis, fit 24, abijce 16, duplum cubi ᴛpq̃d. relinquitur 8, igitur addemus 8 cubo, quia aggregatum maius est duplo cubi ᴛpq̃d. & fiet cubus p: 8, æqualis 8 rebus, res igitur est 2, uel ℞ 5 m: 1, quare addito 2, ᴛpq̃d. fiet uera ęstimatio 4, uel ℞ 5 p: 1. Rursus, cubus & 4 res & 1, æquentur 6 quadratis, eruntq́; ut prius, 8 res, & ducto numero rerum priore, qui est 4, in 2 ᴛpq̃d. fit 8, addito 1, numero ęquationis, fit 9, duplum cubi ᴛpq̃d. est 16, differentia est 7, & quia duplũ cubi maius est aggregato, erũt 8 res, & 7, æqualia cubo, quare res ualet ℞ 7 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, uel in æquatione falsa, minor æstimatio erit 1 m: adde 2 ᴛpq̃d. cuiuis, habebis duas ueras æstimationes, scilicet 1, & ℞ 7 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$.

Memineris autem eius, quod diximus in præcedenti capitulo, etiam hic, quod cum peruenerit æquatio ad cubum æqualem rebus tantum, quia falsa æstimatio à uera non differt in numero, ideo pro secunda æstimatione, quia nihil additur, nec p: nec m: ᴛpq̃d. ideo ipsa ᴛpq̃d, erit æstimatio uera, in utroq;, ut hic æstimatio cubi & 4 rerum & 8, æqualium 6 quadratis, erit ℞ 8 p: 2, uel 2, & in præcedente capitulo, æstimatio cubi & 64, æqualium 6 quadratis & 24 rebus, erit 8 ut dictum est, & etiam est 2, ᴛpq̃d. scilicet, & hoc, quia omnes additiones & detractiones, ex tertia parte numeri quadratorum fieri debent.

De

De cubo quadratis & numero, æqualibus rebus. Caput XXIII.

Demonstratio.

Sit etiam cubus, 6 quadrata, & 4, æqualia 41 rebus, & sit cubus A B, cui addam B C ꝑq̄d. eritq́ A C cubus, æqualis cubo A B, 6 quadratis, 12 rebus, & 8, loco cubi A B 6 quadratorum, & 4, ponantur 41 res, his æquales, erit cubus A C æqualis 53 rebus A B, & 4, qui est differentia cubi B C, & 4 numeri ęquationis primi, ad complendum igitur 53 res A C, addantur 53 B C, eruntq́ cubus A C p: 106, æqualia 53 rebus A C, p: 4, abijce 4 ex utraque parte, erit cubus p: 102, æqualis 53 rebus suis, inde A C æstimatione inuenta, abijce B C ꝑq̄d. relinquetur A B cognita, & est res ipsa.

Regula.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, fiet numerus rerum secundus, ab hoc minue quadratum ꝑq̄d, & residuum duc in ꝑq̄d. & totum productum adde numero æquationis, & conflabitur numerus, qui cũ cubo æquabitur rebus iam assignatis, inde ab eius ęstimationibus minue ꝑq̄d. residua sunt quæsitæ æstimationes, ideo sufficiet unum exemplum.

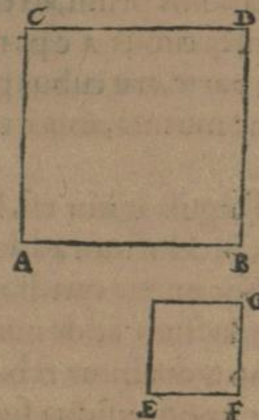
Cubus & 6 quadrata & 12, æquantur 31 rebus, Duc 6 numerũ quadratorum, in 2, sui tertiam partem, fit 12, adde ad 31, fit 43, numerus rerum, ab hoc abijce 4 quadratũ ꝑq̄d. relinquitur 39, quem duc in 2 ꝑq̄d. fit 78, adde ad 12, numerum æquationis, fit 90, igitur cubus p: 90, æquatur 43 rebus, res igitur est 5, uel R: $24\frac{1}{4}$ m: $2\frac{1}{2}$, abijce 2 ꝑq̄d. habebis ueras æstimationes 3, uel R: $24\frac{1}{4}$ m: $4\frac{1}{2}$, & in ijs ambabus, uerũ est, quod cubus & 6 quadrata & 12, æquantur 31 rebus. Memineris igitur quod omnes horum capitulorum æstimationes, habentur, addendo semper ueras & fictas æstimationes capitulorum in quo resoluuntur ꝑq̄d, & dummodo numerus relinquat̃, etiam id quod additur sit m: purum, illud relictum est rei uera æstimatio. possunt etiam resolui in capitula alia quatuor denominationũ, ut liquet.

De 44 capitulis deriuatiuis. Cap. XXIIII.

Demonstratio.

Sit

SIt igitur (gratia exempli) cubus quadrati, cum 6 q̄d'q̄dratis, æqualis 100, & sit cubus q̄drati, corpus A B C D, altitudinem habens A B, erit igitur q̄dratum, quia latus cubi cū corporis A B C D, quod supponitur cubus quadrati, manifestum est igitur, quod superficies A B C D, est q̄d'q̄d^m, quia iam A B supponitur quadratum, sexcuplum igitur A B C D superficiei, cum A B C D corpore, æq̄le est 100, ex supposito, ponatur igitur A B res, erit igitur corpus A B C D cubus, & superficies A B C D q̄dratum, suppositum est aūt, quod corpus A B C D, cum sexcuplo A B C D superficiei, sit æquale 100, igitur cubus A B & 6 quadrata A B, æqualia sunt 100, quare ex suo capitulo A B cognita, at A B in prima interrogatione fuit q̄dratum, igitur æstimatio quadrati in prima interrogatione, quando cubus quadrati, & 6 q̄d'q̄d^ta æquantur 100, cognita erit, cum sit eadem æstimationi rei in secunda quæstione. At nos uolumus in prima quæstione rei æstimationem, res autem est semper ℞ quadrati, igitur ℞ A B æstimationis inuentæ per secundam quæstionem, est rei ęstimatio in prima quæstione, ut proponebatur. Eadem ratiōe, si posuerimus cubū quadrati, & 6 cubos, æquales 100, erit corpus A B C D, cubus quadrati, & A B quadratum, cui si ponatur aliqua superficies quadrata æqualis, puta E F G, erit sexcuplum corporis ex E F in E F G, cum corpore A B C D, æquale 100, ponatur modo corpus E F G res, quia igitur E F est ℞ A B, ex supposito erit cubus E F ℞ cubi A B, igitur corpus A B C D, quadratū corporis ex E F in E G, posito igitur corpore A B C D quadrato, erit cubus E F res, & sexcuplum eius sex res, & iam sexcuplum cubi E F, cum corpore A B C D, æquabatur 100, & non mutantur corpora, sed manent eadem, & sexcuplum cubi E F, est 6 res, et corpus A B C D quadratum, igitur quadratum & 6 res, æquantur 100, igitur res est cognita, scilicet cubus E F, sed cum E F sit latus cubi cum sui cubi, igitur E F cognita erit, quæ est ℞ cubica, æstimationis inuentæ. At cum E F sit res in prima quæstione, quia est ℞ quadrata A B, & A B supponitur quadratum, posito A B C D, corpore cubo quadrati, igitur posito A B C D corpore cubo quadrati, erit res E F, & nota latus scilicet cubicum æstimationis inuentę per secundam quæstionem, quam uolumus.



Ex hoc manifestæ sunt regulæ capitulorum deriuatiuorum omnium.

nium. ostendimus enim in uniuersum, capitula 16 primitiua composi ta, & sunt hæc.

Primũ, Quadratũ æq̃le rebus & numero. 2^m, res æq̃les q̃d° & numero. 3^m, numerus æq̃lis q̃d° & rebus. 4^m, cubus æq̃lis rebus & numero. 5^m, res æq̃les cubis & numero. 6^m, numerus æq̃lis cubo & rebus. 7^m, cubus ęq̃lis q̃d' & numero. 8^m, q̃d' ęq̃lia cubo & numero. 9^m, numerus ęq̃lis cubo & q̃d'. 10^m, cubus æqualis q̃d' rebus & numero. 11^m, q̃d' æq̃lia cubo reb⁹ & numero. 12^m, numerus æq̃lis cubo q̃d' & reb⁹. 13^m, res æq̃les cubo q̃d' & numero. 14^m, cubus & numerus ęq̃les q̃d' & reb⁹. 15^m. cubus & res æq̃les q̃d' & numero. 16^m, cubus & q̃d' ęq̃lia rebus & numero. Manifestũ est aũt quòd ex his 2^m, 5^m, 8^m, 11^m, 13^m & 14^m, scd'm naturam, habent duas æstimationes, ex toto diuersas, & à diuersis regulis pendentes. Vnde duplicatis his capitalis fiẽt capitula primitiua 22 cõposita, unicuiq; aũt eorum debenẽ duo capitula deriuatiua, alterũ ex natura q̃drati, alterum ex natura cubi, nam etsi deriuatiua sint infinita, in unoquoq; capitulo, omnia tñ reducũtur ad alterum hor℞ duorum modorum, loquendo de his, de q̃bus potest haberi regula generalis. Igitur manifestũ est, ipsa esse ad unguẽ 44, quanq̃ ẽm capitulum rerum æq̃lium q̃dratis & numero, habeat duas æstimationes diuersas, ideo tñ duplicatum dici nõ debet, quia illæ æstimationes una regula simul habenẽ, & similiter quamuis capitulũ cubi & rerum æq̃lium q̃dratis & numero, habeat tres æstimationes ueras, non tamẽ hoc est illi propriũ, & mea nihil refert de numero dicere, modo scias, quòd omnia primitiua, habent duo deriuatiua diuersi generis, & quòd capitula primitiua cõposita, ad minus reduci nequeũt quàm 18, igitur cõtracto numero, quantumuis erunt deriuatiua saltẽ 36, nã capitula, rerũ ęq̃lium numero & cubo, & q̃dratorum ęq̃lium cubo & numero, necessario sunt duplicata, manifestum est ẽm, quantũ una ęstimatio ab alia differat. Oblato igiẽ capitulo, ex tribus aut quatuor denominationibus cõstante, si non adsit numerus, primo oẽs denominationes per minorẽ deprime, ita ut minor in numer℞ euadat, deinde accipe inferiorẽ denominationẽ, & uide si constat capitulũ, ex tribus denominationibus, an minor sit radix maioris q̃drata uel cubica, uel q̃ radix minoris q̃drata, sit ℞ cubica maioris, tunc quæres æstimationẽ in cõsimili capitulo ex 16, deinde eius ęstimationis, accipe talẽ radicẽ, q̃lis est denominatio minor, cõparata ad minorem, una unius ordinis ad reliquã, & ad facilitatẽ. Disposui deriuatiua oĩa, in directo suorũ primitiuor℞, in capitulo 2°, etiã constantia ex q̃tuor denominationib⁹, in quibus si bene aduerteris, semper minor denominatio, id est, inferior post numerum, est radix quadrata unius, & ℞ cubica alterius, denominationis eiusdem capituli. Exemplum. Igitur si quis dicat,

1m. Quad' q̄d' p: 2 q̄dratis, ęquantur 10, uides quòd eius primitiuū est quad' & res, æqualia numero, quęre igitur æstimationem q̄dri p: 2 rebus, æqualis 10, & est ℞ 11 m: 1, & quia res est ℞ quadrata q̄drati, dic quòd æstimatio est ℞ v: ℞ 11 m: 1.

2m. Cu' q̄d', p: 2 cu', æquatur 10, eius primitiuum est etiam quad' p: rebus, æqualia numero, cum igitur q̄d' & 2 res, æquantur 10, æstimatio rei est ℞ 11 m: 1, cum igitur res sit ℞ cubica cubi, minor scilicet denominatio minoris, erit æstimatio quæsita ℞ v: cub' ℞ 11 m: 1.

3m. Quadm relati primi, & 2 rel' prima ęquantur 10, uides quòd relatum est ℞ q̄drata, q̄drati relati primi, dic igitur hoc esse deriuatiuum ex genere quadrati, si igitur q̄d' & 2 res, æquantur 10, æstimatio est ℞ 11 m: 1, igitur cū res sit ℞ relata relati, dices quòd æstimatio quæsita, est ℞ relata v: ℞ 11 m: 1.

4m. Cubus q̄dti p: 3 q̄d' q̄dratis, æqualis est 20, tunc uides, quòd eius primitiuum est cubus & quadrata, æqualia numero, cum igitur cubus & 3 q̄drata æquantur 20, æstimatio rei est 2, & quia quadratum est radix quadrata, q̄d' q̄drati, ideo æstimatio rei erit ℞ 2.

5m. Cubus quadrati p: 3 q̄d' q̄dratis, p: 10, æquatur 15 quadratis, uides quòd eius primitiuum in tabula, uel ex ratione dicta, est cubus & quadrata & numerus, æqualia rebus, ideo quære æstimationem cubi & 3 q̄d' & 10, æqualium 15 rebus, quæ est 2, & quia res est radix quadrata, quadrati, ideo dices quòd æstimatio erit ℞ 2.

6m. Cubus cubi & 3 cu' q̄dta, & 10, æquantur 15 cubis, dices ut prius, primitiuum esse cubum & quadrata & numerum, æqualia rebus, igitur si cubus & 3 quadrata & 10, æquantur 15 rebus, res est 2, & quia res est ℞ cubica cubi, ideo dicemus quòd æstimatio erit ℞ cubica 2, & quia primitiuum habet duas æstimationes, ut notum est, totidem etiam habebit deriuatiuum, & utriusq; ℞ cubica in hoc exemplo & quadrata in præcedenti, satisfaciet, & hoc est generale omnibus deriuatiuis, ut habeant totidem æstimationes, quot sua primitiua.

7m. Sit etiam cubus cubi æqualis 3 cubis quadrati & 16, tunc quia ducta ℞ cubi q̄ti quæ est cubus, in cubū quadrati, fit cubus cubi, ideo res erit in capitulo deriuatiuo generali, & eius primitiuum erit, cubus æqualis quadratis & numero, si igitur cubus æqualis sit 3 quadratis p: 16, æstimatio rei erit 4, quia igitur quadratum minor denominatio in secunda æquatione, est ℞ cub. cubi quadrati, ideo dico, quòd sumenda erit ℞ cub. 4, pro æstimatione. Et ita de alijs.

Et

Et similiter dices, de cubo cubi & cubo, nam potest referri ad rē & cubum, ut enim res est ℞ cubica cubi, sic cubus est ℞ cu: cub cubi. Potest & referri ad quadratū, & cubum quadrati, nam ex utraq; in suam radicem, producitur compar denominatio, nam ex quadrato in rem, fit cubus, & ex cu' q̄drati in cubum, fit cubus cubi, sed prior modus est facilior. 8ª.

De capitulis imperfectis & particularibus. Cap. XXV.

Regulæ hæ, dicuntur generales, & hoc duabus de causis, prima, q̄a modus in se generalis est, quamq; repugnet naturæ æstimationis, ut sit uniuersalis, uelut si quis dicat, omnis numerus productus ex aliquo in se ducto, quadratus est, regula est generalis, nec tamen sequitur, quod per hanc regulam, cognoscam omnem numerum quadratum, quia non licet cognoscere omnem numerum, qui ex alio in se ducto producitur. Dicitur & generalis regula, quia exhaurit æstimationis genus uniuersum, quamq; æstimatio non exhauriat regulam, particulares tamen sunt regulæ, quia non omnem propositam quæstionē per illas soluere posumus.

Cum igitur cubus æqualis est rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum una in alterius radicem, fiat numerus æquationis, tunc adde quartam partem eius partis, cuius sumenda esset radix, alteri parti, & ℞ aggregati, addito dimidio ℞ partis, cuius assumpsisti radicem, est æstimatio rei. 1ª.

Exemplum. Cubus æqualis sit 20 rebus & 32, tunc ex 16 in ℞ 4, fit 32, igitur addo 1 quartam partem 4, ad 16, fit 17, cuius ℞ p: 1, dimidio ℞ 4, est rei æstimatio, quare res est ℞ 17 p: 1.

1 cub. æq̄lis 20 reb⁹ p: 32
16 — 4
℞ 17 p: 1

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, producentes numerum æquationis, quorum unus sit ℞ aggregati, ex altero & numero rerum, ille qui est ℞, est rei æstimatio. 2ª.

Exemplum. Cubus æquatur 24 p: 32 rebus, & sunt duo numeri, producentes 24, qui sunt 6 & 4, quorum 6 est ℞ aggregati, ex 32 numero rerum, & 4 alio producente, nam 6 est ℞ 36, igitur 6 est rei æstimatio.

cub⁹ æq̄lis 24 p: 32 reb⁹
6 — 4 — 32
36
6

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum utraq; in alterius radicem mutuo, fiat dimidium numeri æquationis, radices illarum partium, cōstituunt iunctæ, rei æstimationem. 3ª.

 Exem-

Exemplum, Cubus æquetur 10 rebus p:24, & ex 10 fiunt duæ partes, 9 & 1, ex quarum mutua unius in ℞ alterius multiplicatione fiunt 9 & 3, qui iuncti faciunt 12, dimidiū 24, igitur radices 9 & 1, quæ sunt 3 & 1, iunctæ, constituunt 4, rei æstimationem.

cubꝰ æq̄lis 10 rebꝰ p:24
12
9 — 1
3 X 1
12

4ª. Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerū feceris tres partes proportionales, ex quarum ductu mediæ in aggregatum, radicum primæ & tertiæ, fiat numerus æquationis, seu ex tertia in ℞ primæ, & primæ in ℞ tertiæ, quod idem est, tunc tale aggregatum dictarum radicum, est rei æstimatio.

Exemplum. Cubus ęquatur 19 rebus p:30, & ex 19 fiunt tres partes proportionales, 9, 6, 4, ex quarum secunda, quæ est 6 in 5 aggregatum radicum primæ & tertię, fit 30, ideo 5 aggregatum radicum, est rei æstimatio.

cubꝰ æq̄lis 19 rebꝰ p:30
4 — 6 — 9
2 3
12 — — 18 — 30

5ª. Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, quorum aggregatum, ductum in productum unius in alterum, producat tertiam partem numeri æquationis, & quadrata illorū æqualia fuerint aggregato ex numero rerum, & producto unius in alterum, tunc aggregatum illorum numerorum, est rei æstimatio.

Exemplum. Cubus æquetur 7 rebus p:90, & 3 & 2 ducti inuicem producunt 6, qui ductus in 5, aggregatum, producit 30, tertiam partem 90, differentia uero 13, aggregati quadratorum, ab ipso 6, producto unius in alterum, est 7, numerus rerum, ideo 5, aggregatum illorum, est rei æstimatio.

cubꝰ æq̄lis 7 rebꝰ p:90
9 3
4 2 6 — 7 — 13
13 5 / 30

6ª. Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inuentus fuerit numerus cubicus, cuius ℞ cubica, ducta in numerum rerum, producat aggregatum ex numero cubico inuento, & numero æquationis, seu illorum differentiam, tunc res p: eadem ℞ cubica, erit communis diuisor cubi, p: eodem numero cubico, & numeri rerum cum numero aggregato, ex numero æquationis, & numero cubo, uel res m: ℞ cubica eadem, erit communis diuisor, cubi m: numero cubo inuento, & numeri rerum m: differentia numeri ęquationis, & numeri cubi inuenti, inde peruenies ad rei æstimationem.

Exemplum. Cubus æquatur 16 rebus p: 21, tunc quia addito

27 numero cubo, ad 21 fit 48, qui producitur ex 3 ℞ cubica 27, in 16 numerum rerũ, ideo dico, quod res p: 3, erit cõmunis diuisor, addito 27 utriq; parti, scilicet cubo & 16 rebus p: 21, inde facta diuisione, habebis quadratum m: 3 rebus p: 9,

cub⁹ æq̃lis	16 reb⁹ p: 21	
	3	27
	48	48
	1 res p: 3	
cub⁹ p: 27	16 res p: 48	

æqualia 16, quare q̃dratum æq̃bitur 3 rebus p: 7, & res erit ℞ $9\frac{1}{4}$ p: $1\frac{1}{2}$, Et similiter, si dicamus, cubus ęquat' 4 rebus p: 15, hic abiecto 15 ex 27 numero cubo, differentia quæ est 12, continet 4, numerum rerum, in 3, radice cubica 27, ideo dico, quod abiecto communi 27, ex utraq; parte, fiet cubus m: 27, æqualis 4 rebus m: 12, inde diuisis ambobus per rem m: 3, communem diuisorem, fiet quad. p: 3 rebus p: 9, æquale 4, quare æquatio nulla sequetur, quamuis perueneris ad modum æquandi, in detractione, nisi forsitan aliquando per m: syncerum.

cubus æq̃lis	4 reb⁹ p: 15	
	3	27
	12	12
	1 res p: 3	
cub⁹ m: 27	4 res m: 12	

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum auferatur $\frac{3}{4}$ quadrati rei, & ℞ residui addatur, aut minuatur, ex dimidio rei, aggregatum ductum in quadratum residui, & residuum ductum in quadratum aggregati, producunt numerum æquationis. 7ª.

Exemplum. Cubus æquatur 14 rebus p: 8, & rei æstimatio est 4, cuius q̃dratum est 16, huius $\frac{3}{4}$ sunt 12, abĳce ex 14 numero rerum fit 2 residuũ, cuius radicem adde, & minue ex 2, dimidio 4, æstimationis rei, fiunt 2 p: ℞ 2, & 2 m: ℞ 2, dico igit' quod ex uno in quadratum alterius mutuo fiunt 8 scilicet numerus æquationis.

cubus æqualis 14 rebus p: 8		
res 4 quadratum 16		
$\frac{3}{4}$ q̃drati 12	14	2
2 p: ℞ 2		6 p: ℞ 32
2 m: ℞ 2		6 m: ℞ 32
	8	

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & diuiseris dimidium numeri æquationis, per rei æstimationem, addideris'q; prouentum numero rerũ, & ab aggregato detraxeris $\frac{3}{4}$ quadrati ipsius rei, ℞ residui, addita & detracta, à dimidio æstimationis, ostendit partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius mutuo, producitur dimidium numeri æstimationis. 8ª.

Exemplum. Cubus æquatur 14 rebus p: 8, & æstimatio est 4, diuide 4 dimidium 8, per 4, æstimationem exit 1, adde ad 14 fit 15, abĳce 12, qui sunt $\frac{3}{4}$ quadrati æstimationis, relinquitur 3, cuius radicẽ adde ac minue, ex 2 dimidio æstimatiõis, habebis 2 p: ℞ 3, & 2 m:

℞ 3, ex quorum ductu unius, in quadratum alterius mutuo, fit 4 dimidium numeri æquationis.

cubus æq̄lis 14 rebus p: 8
1 —— 4 —— 4
15 —— 12 —— 3
2 p: ℞ 3 | 2 m: ℞ 3
7 m: ℞ 48 | 7 p: ℞ 48
2 | 2

9ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & inueneris numerum, qui ductus in ℞ aggregati, ex ipso & numero rerū, producat numerum æquationis, tunc dimidia eius ℞, addita uel detracta radici differentiæ numeri æquationis, & $\frac{3}{4}$ eiusdem aggregati, constituit rei æstimationem.

Exemplum. Cubus p: 12 æquatur 34 rebus, tunc quia addendo 2 ad 34, productum ex ipso 2, in 6 ℞ 36 aggregati 2, & 34 est 12 numerus æquatiōis, ideo dico, quod si ad 3, dimidiū radicis 36 addatur uel minuatur ℞ 7 differentiæ 34 numeri æquationis & 27, quod est $\frac{3}{4}$ q̄drati 6, seu talis aggregati, quod consurget rei æstimatio, 3 p: ℞ 7, uel 3 m: ℞ 7.

cub⁹ & 12 æq̄lis 34 rebus
2
36
12 —— 2 — 6
34 3
27
7

10ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & subtraxeris talem numerum ex numero æquationis, ita quod ℞ cuba differentiæ, ducta in numerum rerum, producat numerum detractum, tunc res m: ℞ cubica differentiæ, erit communis diuisor, facta detractione, & hæc regula similis est sextæ, sicut præcedens secundæ.

Exemplum. 16 res æquantur cubo & 21, detracto 48, relinquitur 27, cuius ℞ cubica 3, ducta in 16 numerum rerū, producit 48, igitur detracto 48, ex utraque parte, fient cubus m: 27, & 16 res m: 48, inde diuisor communis erit res m: 3, & prouenient quadratum & 3 res & 9, æqualia 16, quare quadratum & 3 res, æquabuntur 7, & rei æstimatio erit, ℞ $9\frac{1}{4}$ m: $1\frac{1}{2}$.

cubus & 21 æq̄lis 16 reb⁹
48
27 —— 3
48
res m: 3
cub⁹ m: 27 | 16 res m: 48

11ª. Cum fuerint res æquales cubo & numero, & ex numero rerum feceris tres partes proportionales, ex quarum secunda, ducta in differentiam radicum primæ & tertiæ, seu ex ductu primæ in ℞ tertiæ, & tertiæ in ℞ primæ, differentia æqualis fuerit tertiæ parti numeri ęquationis, erit differentia illarum radicum rei æstimatio, & est similis 4ª.

Exemplum. 19 res æquales sunt cubo & 18, cum ex 19 factæ fuerint tres partes proportionales 4, 6, 9, ex quarum media 6 ducta

in

in differentiam radicum 9 & 4, quæ est 1, fiat 6, tertia pars 18 numeri æquationis, ideo dico quòd 1 differentia talium radicum est rei æstimatio.

cub⁹ & 18 æq̃les 19 reb⁹
9 6 4
3 1 2
6 — 3 — 18

Cum fuerint res æquales cubo & numero, & cum ℞ cubica numeri æquationis, diuiseris numerum rerum, & de eo quod exit, feceris duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc quantitas proportionalis, inter ℞ cubicam numeri æquationis, & partem, quam ducis in q̃dratum alterius, ut fiat æquationis numerus, est rei æstimatio. 12ª.

Exemplum. 18 res æquantur cubo p: 8, diuiso 18 per 2 ℞ cubam 8, exit 9, ex quo fiunt duæ partes 8 & 1, ex quarum una quæ est 8, in quadratum alterius quod est 1, fit 8, numerus æquationis, ideo 4 numerus proportionalis inter 8, partē 9, quam duxisti in quadratum 1, alterius partis, & 2 ℞ cubam 8 numeri æquationis, est rei æstimatio.

18 res æquales cubo p: 8
2 — 2
9 — 1 — 8
1 — 4
8

Cum fuerit cubus & numerus æqualis rebus, & ex tertia parte numeri rerum, feceris duas partes, quæ ductæ in suas radices, producant duos numeros, qui iuncti, æquales sint dimidio numeri æquationis, aggregatum illarum radicum, est rei æstimatio, & est similis tertiæ regulæ. 13ª.

Exemplum. 15 res, æquantur cubo & 18, capio 5, tertiam partem 15, ex quo facio duas partes, 4 & 1, quæ ductæ in suas radices, 2 & 1, producunt 8 & 1, quorum aggregatum 9, est dimidium 18 numeri æquationis, ideo dico, quod 3, aggregatum talium radicum, est rei æstimatio. Et iam scis, etiam ex regula generali, quòd quotiens ex numero rerum possunt fieri duæ partes, quarum una ducta in alterius radicem, producatur numerus æquationis, quòd talis ℞ est rei æstimatio, & quòd hoc potest esse duobus modis, & quomodo cadat in Binomio uel reciso & integris, ideo quamuis essent similes primæ regulæ, quia tamen ex capitulo generali, quasi uiolenter in eam rapimur, satis fuerit admonuisse hic.

15 res æquales cubo p: 18
5
1 — 4
1 — 2 — res 3
1 — 8 — 9 — 9

Cum fuerit numerus æq̃lis cubo & quadratis, & sciueris ex numero quadratorum facere duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum 14ª.

dratum

dratum alterius, fiat numerus ęquationis, tunc duces partem quę non in se ducitur, in aggregatum eius quæ in se ducitur, & quartæ partis eius, quæ non in se ducitur, producti ℞, detracto dimidio partis, quæ non in se ducitur, est rei æstimatio.

Exemplum. Cubus & 20 quadrata, æquantur 72, ex 20 fiunt duæ partes, 18 & 2, & ex una in quadratū alterius fit 72, nam ex 18 in 4 fit 72, dico, quòd si 18, ducatur in $6\frac{1}{2}$ aggregatū ex 2 reliqua parte, & $4\frac{1}{2}$, quarta parte ipsius 18, fiet 117, cuius ℞, detracto 9, dimidio 18, ostendit æstimationem rei ℞ 117 m: 9.

cub⁹ & 20 q̄drata æq̄lia 72
2 18
$4\frac{1}{2}$
2
$6\frac{1}{2}$ — 18 — 117
℞ 117 m: 9

15ª. Cum fuerint quadrata æqualia cubo & numero, & inueneris numerum non minorem quarta parte numeri quadratorum, nec maiorem tertia parte, cum quo diuiso numero æquationis, proueniat numerus quadratus, cuius radicis dimidium additum numero quadratorum, faciat quadruplum ipsius diuisoris, tunc æstimatio rei est duplum numeri diuisoris, p: uel m: radice producti, ex quadruplo diuisoris, in differentiam numeri rerum, & tripli ipsius diuisoris.

Exemplum. Cubus p: 48 æquatur 10 quadratis, tunc quia 3, qui non est minor quarta parte 10 numeri quadratorum, nec eius tertia parte maior, diuidēs 48 producit 16, cuius medietas radicis quæ est 2, addita ad 10 numerum quadratorum, constituit 12, quadruplum diuisoris 3, ideo dico, quòd si duplo diuisoris quod est 6, addatur uel detrahatur ℞ producti, ex 12 quadruplo 3 diuisoris, in 1, differentiam 10 numeri rerum, & 9, tripli 3, diuisoris, & est tale productum etiam 12, quod constituemus utramq; æstimationem, 6 p: ℞ 12, uel 6 m: ℞ 12.

10 quad. æq̄l. cubo & 48
3 3
4 4 — 16
12 2 — 10 — 12
6 p: ℞ 12 uel 6 m: ℞ 12

Notᵐ. Et scias, quòd per capitula cognoscuntur regulæ & quæstiones super his formatę cum facilitate, quæ aliàs uix soluerentur, ipsæ uero regulæ sumptæ sunt ex demonstrationibus capituli sexti, & ego non apposui eas, quia intelligenti nostros libros super Euclidem, sunt per se manifestæ, & non intelligens nō curabit illas, nec quæret, quoniam non sunt ei necessariæ.

16ª. Operæprecium fuerit nunc ostendere, quòd hæ regulæ non possunt esse generales, respectu æstimationis, & modus in uno sufficiet ad ad ostendendum in reliquis capitulis. Capiamus igitur capitulũ proximius, & de quo magis posset hoc credi, propter multiplicem ęstimationem, & sit cubus p: numero, æqualis 7 quadratis, & sit $2\frac{2}{3}$ numerus positus, id est numerus, qui primo cognoscitur in sexto capitulo, regula secũda, erit igitur ex illa regula, rei æstimatio, ℞ 16 p: $2\frac{2}{3}$, q̃re $6\frac{2}{3}$, quare residuũ ad numerum q̃dratorũ est $\frac{1}{3}$, quare ex demonstratione posita in initio tertij libri, productũ $6\frac{2}{3}$, in q̃dratũ $\frac{1}{3}$, est numerus fractus, & est $\frac{20}{27}$, & econtra, ducto $\frac{1}{3}$ in q̃dratum $6\frac{2}{3}$, fit fractus numerus etiam, scilicet $14\frac{22}{27}$, quare posito numero quadratorum integro, & æstimatione fractis numeris constituta, numerus æquationis, qui est superatio partium, quæ sunt rationales, quadratorum ad cubum, nunq̃ poterit esse numerus integer, sed talis æquationis numerus producitur ex una parte numeri rerum, in alterius quadratum. Hoc ostenso, Capio cubum & numerum æquales 7 quadratis, manifestum est autem ex demonstratis in septimo super Euclidem, & ex regulis sexti libri, deducendo numerum ad quadratum & cubum, quod maxima productio partiũ 7 in quadratum alterius, est $50\frac{22}{27}$, igitur poterit diuidi 7, ut producat numeros integros, per multiplicationem unius partis in quadratum alterius, ab 1 usq; ad 50, & non in fractos, ex demonstratis igitur in integros, at in integris non potest fieri nisi triplex diuisio, ut patet in figura, nec produci plus quàm 6, 20, 36, 48, 50, igitur residui 45 numeri, nullo modo per genus huius æstimationis exhauriri poterunt, particularis igitur est, ac ualde etiam particularis, nec tamen credas, quòd in alijs capitulis, numerus pro Binomij aut recisi altera parte non possit inseruire, ut sæpius in exemplis docuimus.

7			
1	6,	36,	6.
2	5,	50,	20.
3	4,	48,	36.

Cum fuerit cubus ac numerus æqualis rebus, & ex ℞ numeri rerum feceris duas partes, ex quarum ductu primæ in duplum quadrati secundæ, & secundæ in quadratum primæ, fiat numerus æquationis, tunc secunda pars erit rei æstimatio. 17ª.

Exemplum. Cubus & 48, ęquantur 25 rebus, tunc quia ex 5, ℞ 25, fiunt partes 3 & 2, ex quarum ductu 2 in 18 duplum quadrati 3, & ex 3 in 4 quadratum 2, fit 48, ideo dico, quod 3 pars, cuius quadratum duplicatur, est rei æstimatio.

cub⁹ & 48 æqualis 25 reb⁹

2 3 — 5

4 18

12 —— 36

48

Cum fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, & duo numeri differentes in numero æquationis, ducti inuicem, produxerint tan- 18ª.

tum, quantum ex cubo tpq̄d. in cubum differentiæ ℞ cubicarum talium numerorum, tunc differentia talium ℞ cubicarum, est rei æstimatio, ut in exemplo à latere patet, res enim facilis est.

cubus & $22\frac{1}{2}$ q̄d. æql. 98		
3375	125	27
	98	
$7\frac{1}{2}$	5	3
	2	
$421\frac{7}{8}$		8
	3375	

Ostendit regulas maiores, quæ sunt omnino singulares. Caput XXVI.

P^a. QVando quadratum quadrati & res, æquantur quadratis & numero, & diuiso numero rerum ac numero æquationis, per numerum quadratorum, dimidium exeuntis ex numero rerum, fuerit radix prouentus numeri æquationis iam diuisi, tunc accipe ℞ numeri primi ęquationis, & ei adde quartam partem numeri quadratorum, & totius accipe radicem uniuersalem, à qua minue ℞ eiusdem quartæ partis numeri quadratorum, residuum est rei æstimatio.

Quest. Exemplum. Quatuor iniere societatem. Primus posuit quantitatem. Secundus posuit quadratũ quadrati decimæ partis primi. Tertius posuit quintuplum quadrati decimæ partis primi. Quartus posuit quinq;, & tantum posuit primus cum secundo, quantum tertius cum quarto, Quæritur quantũ quisq; posuerit? Pone quòd primus posuerit 10 res, secundus posuit igitur quadratum quadrati, tertius 5 quadrata, quartus autem ut dictum est, posuit 5. Igitur quadratum quadrati, & 10 res, æquantur 5 quadratis & 5, diuidendo igitur numerum rerum per numerum quadratorum, exiret 2, cuius dimidium esset ℞ 1, qui prouenit diuiso 5 numero æquationis, per 5 numerum quadratorum, igitur accipe ℞ 5 numeri æquationis, cui adde quartam partem numeri quadratorum, & fiet ℞ 5 p: 1 $\frac{1}{4}$, cuius accipe ℞ v: quæ est ℞ v: ℞: 5 p: 1 $\frac{1}{4}$, & ab ea minue quartam partem numeri quadratorum, habebis rei æstimationem ℞ v: ℞ 5 p: 1 $\frac{1}{4}$ m: ℞ 1 $\frac{1}{4}$, & habebunt ut uides.

2^a. Eodẽ modo, ubi q̄d^i q̄d^m, æquetur eisdem conditionibus q̄dratis rebus & numero, regula tenebit similis, & in æstimatione erit idem modus, nisi quòd in fine addemus ℞ quartæ partis numeri qua-

p^s ℞ v: ℞ 50000 p: 125 m: ℞ 125
2^s 17$\frac{1}{2}$ p: ℞ 500 m: ℞ v: ℞ 612500 p: 781$\frac{1}{4}$
3^s 12$\frac{1}{2}$ p: ℞ 125 m: ℞ v: 78125 p: 156$\frac{1}{4}$
4^s 5

quadratorum, radici uniuersali, quam in præcedente regula detrahebamus, ut in exemplo, si q̄d q̄d^m æquale foret 5 quadratis, 10 rebus & 5 numero, rei æstimatio esset R v: R 5 p: 1 $\frac{1}{4}$, p: R 1 $\frac{1}{4}$.

Et causa in his regulis est, q̊d R q̄d q̄drati, est q̄dratum, & R 5 q̄dratorum m: 10 rebus p: 5, est R 5 m: R 5 quadratorum, seu m: rebus R 5, igitur quadratum & res R 5, æquantur R 5, & æstimatio est nota, quæ est eadem cum illa, q̄d q̄d^ti, p: 10 rebus, æqualium 5 quadratis & 5, & eadem ratione, si q̄d q̄dratum æquale est 5 q̄dratis, 10 rebus & 5, erit quadratum æquale rebus R 5 p: R 5, quare nota est res.

Quando quadratum quadrati & quadrata est res, æqualia fuerint cubis & numero, qui sit 2 p: numero quadratorum, fuerintq́ numerus rerum & cuborum idem, & dimidium numeri rerum, radix numeri, tunc duc in se quartam partem numeri rerum, & producto adde 1, & ab hoc minue R aggregati ex quadrato dimidij numeri rerū & unitate, & residui R adde uel minue à quarta parte numeri rerum, quod fiet, erit rei æstimatio. 3^a.

Exemplum. Quad q̄dratum & 34 quadrata & 12 res, æquantur 12 cubis & 36, tunc uides quòd cubi sunt æquales rebus in numero, & dimidium numeri rerum est R 36 numeri, & numerus ipse est 2 p: numero quadratorum, ideo duc 3 quartam partem 12 numeri rerū in se, fit 9, adde 1 pro regula, fit 10, abijce R 37 aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & unitate, fit 10 m: R 37, huius R uniuersalem minue uel adde 3, quartæ parti numeri rerum, habebis æstimationem rei, 3 p: R v: 10 m: R 37, uel 3 m: R v: 10 m: R 37.

Et modus inueniendi tales regulas habetur ex regula magna, unde etiam capitulo huic nomen dedimus, & est, ut soluas aliquam quęstionem simpliciter, deinde per regulam magnam, uel etiam aliam, deinde obseruabis conditiones necessarias, in transitu ex una in aliam, postmodum obserua, quo modo perueneris ad rei æstimationem, & facies regulam nouam hoc modo super capitulum ignotum. 4^a.

Exemplum. Fac ex 6 duas partes, ita quòd cubus minoris, & quadratum maioris, & productum ex eadem maiore in 8, hæc tria producta, sint proportionalia, dico peruenies per regulam magnam ad hoc quòd proportio talium partium erit R cub. 8, scilicet 2, quare diuidemus 6, per R cub. 8 p: 1, & exibit rei æstimatio, at sequendo positionem, habebimus 1 q̄d q̄d^m p: 24 q̄dratis p: 144, æqualia 8 cub. p: 96 positionibus. Dicemus igitur, quando q̄d q̄d^m & q̄drata & numerus, æquantur cubis & rebus, & potuerimus inuenire numerum aliquem, qui ductus in numerum æquationis, producat numerum cuius R du cta per 6, pro regula, producat numerum, qui diuisus per primum numerum, quem multiplicasti, producat numerum quadratorum, tunc si ipsi primo numero iã dicto, quem multiplicasti in numerum æquationis, addas 3 pro regula,

6

1 pos: 6 m: 1 pos:

1 cu. | 36 p: 1 q̄d' m: 12 pos: | 48 m: 8 pos:

48 cub. m: 8 q̄d'q̄d. æquales 1296. p: 1 q̄d'q̄d p: 216 q̄d. m: 24 cub. m: 864 pos:

72 cub. p: 864 pos: æquales 9 q̄d'q̄d. p: 216 q̄d. p: 1296

8 cub. p: 96 pos: æquales 1 q̄d'q̄d. p: 24 q̄d. p: 144.

& ducto in ℞ radicis numeri quem iam ab initio produxisti, proueniat numerus, qui diuisus per numerum primum inuentum, producat numerum cuborum, & numerus rerum ductus per primum numerum, fuerit quadruplus cubo eius ℞'℞, tunc dico, quòd detracto 1, pro regula à primo numero quem multiplicasti, & residui sumpta ℞ cubica, & ei addita etiam unitate pro regula, & cum aggregato diuisa tali ℞'℞, quod prouenit, est rei æstimatio. Et causa in hoc est, quòd in tali quæstione, numerus q̄d'q̄d^ti, prouenit ex multiplicando, unitate addita, numerus cuborum, ex diuidendo in multiplicandum, p: 4, numerus quadratorum uero, ex sexcuplo quadrati diuidendi, numerus rerum ex quadruplo cubi diuidendi, numerus æquationis est q̄d'q̄drati diuidendi. Diuidendum uoco in hac quæstione 6, multiplicandum autem 8. Exemplum, q̄d'q̄dratum p: 6 quadratis p: 4, æquatur 3 $\frac{1}{2}$ cubis p: 8 rebus, pone primũ numerum q̄dratum, duc in 4, fiunt 4 q̄drata, huius ℞ est 2 res, duc in 6 ex regula, fiunt 12 res, quas diuide per quadrata, exit quod æquatur 6, igitur 6 quadrata, æquantur 12 rebus, res igitur est 2. Nos autẽ in positione posuimus quadratum, igitur numerus primus seu multiplicandus erit 4, & cum cæteræ conditiones conueniant, quæ dictę sunt, erit 2 numerus diuidendus, quo diuiso per ℞ cub. 3 p: 1, exibit æstimatio rei, & de hoc diximus capitulo sexto.

De transitu capituli particularis in capitulum particulare. Caput XXVII.

1². FIt etiam transitus capituli singularis in singulare, hoc modo, cubus, & 2 quadrata, & 56, æquantur 41 rebus, & rei æstimatio una est 3 p: ℞ 2, quæro in eadem æstimatione, cubus cum 7 quadratis, quot rebus æquabitur? & cũ quo nume-

numero: duc differentiam numeri quadratorũ, quæ est 5, in duplum partis, quæ est numerus in æstimatione, scilicet in 6, fit 30, cui adde 41 numerum rerum, fit 71, numerus rerum, deinde duc partes æstimationis in se, fiunt 2 & 9, quorũ productorum differentiam, quæ est 7, duc in 5, differentiam numeri quadratorum, fit 35, quem adde ad 56, quia 3 est maior R 2, fit numerus æquatiõis 91, igitur cubus & 7 quadrata & 91, æquantur 71 rebus, æstimatione existente 3 p: R 2, & ubi R fuisset maior numero, detraxisses 35 à 56 & remansisset numerus 21.

cub⁹ & 2 q̃d. & 56, æq̃l. 41 reb⁹	
cubus & 7 q̃d	æstimatio rei
5	3 p: R 2
6	9 — 2
30	7
41	5
71 res	35
	56
numerus	91

Dico etiam, quod non licet transire à capitulo in capitulum, stante eodem genere denominationum, & quod æstimatio rei sit eadem, & non rationalis, id est, non numerus integer, aut fractus. Exemplum sit cubus p: 3 rebus, æqualis 10, æstimatio rei est R v: cubica R 26 p: 5 m: R v: cubica R 26 m: 5, dico quòd sub hac æstimatione, non poterit cubus cum aliquibus rebus æquari ulli numero, usq; in infinitũ, nam sit (gratia exempli) cubus p: 9 rebus, ęqualis 18, quia igitur res est eadem, R cubica scilicet dicta, erit cubus idem in utroq; permutatim. Igitur ex tertio libro, cub' cub⁹ p: 9 rebus p: 10, ęquatur cubo p: 3 rebus p: 18, abijcio communem cubum, fient 9 res p: 10, æquales 3 rebus p: 18, igitur 6 res æquantur 8, igitur æstimatio rei est $1\frac{1}{3}$, numerus rationalis, & nõ R cubica dicta, quod est contra suppositum. 2ª.

cub. p: 3 reb⁹ æq̃l. 10
cub. p: 9 reb⁹ æq̃. 18

Similiter nec plures cubi cum pluribus rebus, æquabuntur alicui numero, stante eadem æstimatione, patet ex præcedenti, nam diuisis omnibus per numerum cuborum, habebimus, ut prius, cubum & res æquales numero, quod iam ostendi fore impossibile. Eadem ratio igitur militat in omnibus, nam si dixero cubus æquatur 6 rebus p: 2, uel q̃d'q̃dratum æquatur 6 rebus p: 2, dicam igitur in eadem æstimatione cubus aut q̃d'q̃dratum nullis rebus & numero rationalibus æquari potest, dico rationalibus, quia non prohibet, quod assumptis aut rebus aut numero irrationalibus æquatio non sequatur. 3ª.

Et ex hoc sequitur etiam, quòd in cæteris regula tenet denominationibus, ubi æstimatio rei non sit nec numerus rationalis, nec R simplex ex genere mediæ denominationis. Exemplum, 2 cubi & 10, 4ª.

N 3 æquan-

æquantur 1 q̄d'q̄drato & rei, æstimatio non est nec numerus, nec ℞ cubica simplex alicuius numeri rationalis, dico quod q̄d'q̄dratum sub eadem æstimatione, nullis cubis ac numero æquari poterit, patet, quia facta transmutatione, & abiecto q̄d'q̄drato, relinquentur cubi ęquales numero, igitur æstimatio rei, erit necessario ℞ cubica numeri, uel numerus, quod est contra suppositam.

De operationibus radicum Pronicarum seu mixtarum & Allellarum. Cap. XXVIII.

1 IAm ostendimus in superioribus, tres esse species Pronicarum radicum, Minorem, quando radix q̄drata comparatur quadrati sui & suimet aggregato, ipsum autem aggregatum dicetur pronicum minus. Medium, cum cubica radix, comparatur aggregato ex se & suo cubo, ipsum autem aggregatum dicetur Pronicum medium, sed maior radix pronica est, cum radix radicis alicuius numeri, comparatur aggregato ex seipsa & eius numeri, cuius est radix radicis, ipsum autem aggregatum dicetur pronicum maius, ut in exemplo. Pronicum maius 3, est 84, & 3 est radix pronica maior 84. Non contingunt autem his, cum sint uelut anomala uerba in Grammatica, operationes quæ sunt communes, neq; possunt multiplicari, uel diuidi, addi uel minui, sed habent propriã quandam operationem, quæ dicitur transitus.

2 Cum igitur duxeris pronicum minus, in suam ℞ pronicam, productoq; addideris ipsum pronicum, ℞ quadrata aggregati, erit pronicum medium ℞ quadratæ radicis pronicę minoris, ut in exemplo, duco 3 ℞ pronicam minorem 12, in 12, fit 36, addo ei 12, pronicum minus fit 48, huius ℞ (& est ℞ 48) est pronicum mediũ ℞ 3, quæ fuit ℞ pronica minor 12, nam ducta ℞ 3 ad cubum, fit ℞ 27, cui addita ipsa ℞ 3, producit ℞ 48, igitur ℞ 3 est ℞ pronica media ℞ 48, ut propositum est.

3 Cum duxeris pronicum medium in suam ℞ pronicam, producitur pronicum minus quadrati radicis pronicæ mediæ. Exemplũ, duco 3, radicem pronicam mediam 30 in 30 fit 90, pronicum minus 9, quadrati 3, quod fuit ℞ pronica media ipsius 30.

4 Cum pronicum maius in se ducitur, & productum diuiditur per quadratum radicis suæ pronicæ maioris, quod exit, ad cubum eiusdẽ radicis pronicæ, est uelut 1 quadratum p: 2 positionibus p: 1. Exemplum, capio 18 pronicum maius, duco in se fit 324, diuido per 4 quadratum

dratum 2,℞ pronicæ maioris 18,exit 81,quod est 1 quadratum p: 2 positionibus p: 1,respectu 8,cubi 2,eiusdem radicis pronicæ.

Allellæ dicuntur radices,cum ex multiplicatione mutua duorum numerorum,in quadratum alterius,duo numeri consurgunt, uelut capio 2 & 3,ipsi dicuntur radices allellæ 12,& 18,nam ex 2 in 9,fit 18, & ex 3 in 4,fit 12,inueniuntur autem radices hoc modo,duc utrunque eorum in se,& diuide productum per reliquum,& ℞ cubicæ prouentus sunt allellæ. Exemplũ,uolo ℞ allellam 4 & 8,duc 8 in se,fit 64,diuide per 4 exit 16,duc etiam 4 in se,fit 16,diuide per 8 exit 2,igitur ℞ cubica 16,& ℞ cubica 2, sunt allellæ 4, & 8, & ita allellæ 6 & 18 sunt ℞ cubica 54, & ℞ cubica 2. 5.

4 X 8
16 64
2 — 16

Ex quo patet,quòd omnes ℞ allellæ,sunt ℞ cubicæ numerorũ, se habentium in triplicata proportione,in qua se habent sui solidi propositi priores,& hi sunt medij proportionales. Corᵐ.

Operationes igitur in his,ex hoc sunt manifestę,nam cum inuentæ fuerint,reducentur ad radices cubicas,cum quibus operaberis rursus,perfecta operatione,reduces ad allellas. 6.

De regula Modi. Caput XXIX.

Ficitur hæc regula (quia modum exhibet fabricandi regulas quotlibet mercaturæ) Modi, utilissima magistris Arithmeticæ,ut facilioribus quibusdam inuentis,artẽ docerent,cuius etiam auxilio,maximam sexti libri partẽ confecimus. Est igitur regula hæc,solue quamuis quæstionem propositam,modo quo potes,seu positione,seu auxilio sexti libri,deinde auferes positionem,& regulas alias,& serua operatiões,quas quàm potes maxime,ad breuitatem redige,& habebis regulam de modo pro omni consimili quæstione.

Exemplum,Serici uiridis passus 7,& nigri passus 3, ueneunt denarijs 72,& eodem precio serici uiridis passus 2, & nigri passus 4, ueneunt denarijs 52,quæritur precium. Pones positionem, esse æstimationem unius passus serici uiridis,igitur 7 passus uiridis ueneunt 7 positionibus,quare 3 pas: nigri ueneunt 72 de: m: 7 positionibus,& passus ualebit $\frac{1}{3}$ horum,scilicet 24 de: m: 2 $\frac{1}{3}$ positionibus,& 4 passus nigri,ualebũt 96 de: m: 9 $\frac{1}{3}$ positionibus,at duo passus uiridis ualent 2 positiones ex supposito,igitur 2 passus serici uiridis & 4 nigri ualent de: 96 m: 7 $\frac{1}{3}$ positionibus,& hæc eadẽ æstimabantur 52 de: igitur

tur de:96 m:7 $\frac{1}{3}$ positiõibus, ęquantur 52 de: quare de:44, qui sunt differentia 96, & 52, æquabuntur 7 $\frac{1}{3}$ positionibus, igitur pos: ualet 6 denarios, & tantam ęstimationem passus serici uiridis esse conueniet, quare 7 passus uiridis ueneunt 42 de: & 3 passus nigri reliquis de: ad 72, scilicet de: 30, quare passus unus de: 10, serici igitur utriusq; precium habes. Hucusq; positione operatus es, nunc uenio ad regulam, dicoq;, in talibus diuide passus numerosiores, scilicet 7, & numerum de^rr^: scilicet 72, per passus pauciores, scilicet 3, & quod exit, duc per passus positos in secunda positione, correspondentes paucioribus, & à producto numeri passuum, detrahe reliquos passus secundę positionis, & cum residuo diuide precij 2 & producti differentiam, exibit æstimatio passus numeriosioris, in prima positione.

7	3 D 72	
2	4 D 52	
7 pos:	72 m: 7 pos:	
	3	
	24 m: 2 $\frac{1}{3}$ pos:	
	4	
	96 m: 9 $\frac{1}{3}$ pos:	
	2 pos:	
	96 m: 7 $\frac{1}{3}$ pos:	
	52	
	44 m: 7 $\frac{1}{3}$ pos:	
	7 $\frac{1}{3}$	
	6	

Exemplum, diuide 7 & 72 per 3, exit 2 $\frac{1}{3}$, & 24 duc per 4, fiunt 9 $\frac{1}{3}$, & 96, à 9 $\frac{1}{3}$ abijce 2, à 96 abijce 52, relinquũtur 7 $\frac{1}{3}$, & 44, diuide 44 per 7 $\frac{1}{3}$ exit 6, precium passus unius serici uiridis.

uirid.	nigri	precium
pas: 7	pas: 3	de: 72
pas: 2	pas: 4	de: 52
7	3	72
2 $\frac{1}{3}$		24
	4	
9 $\frac{1}{3}$		96
2		52
7 $\frac{1}{3}$		44
	6	

Inde ex hoc breuior regula emergit, ut in tertia figura, diuide 4 per 3, scilicet numerum passuũ eiusdem generis serici in duabus petitionibus, exit 1 $\frac{1}{3}$, quem duc in 7, & 72, fiunt 9 $\frac{1}{3}$, & 96, à quibus abijce numeros suprapositos secũdæ positionis, & sunt 2 & 52, directos à directis, relinquuntur 7 $\frac{1}{3}$ & 44, diuide numerum denariorum 44 per 7 $\frac{1}{3}$ numerum passuum, exit 6, precium passus uiridis serici, & ita constitues breuissimam regulam, ex tam longa positionis operatione, unde merito hæc modi regula, mater regularum dici potest.

2	4	52
7	3	72
9 $\frac{1}{3}$	1 $\frac{1}{3}$	96
7 $\frac{1}{3}$	6	44

De regula Aurea. Caput XXX.

Hæc

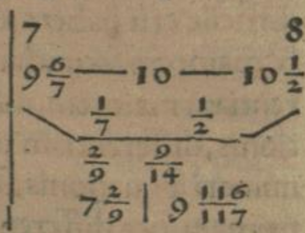
HÆc regula rerum, quæ in uſum ueniunt, maximã partem amplectitur, nam quæſtione ad poſitionem deducta, perfectaq́ꝫ operatione, proximam quærit æſtimationem, quæ ſic habetur. Primo uenare proximiores integros numeros, maiorem ac minorem, qui æquationi ſatisfaciunt, quos non difficile erit habere, horum minorem uocabimns primum inuentum, & maiorem ſecundum inuentum, & differentiam productorum, differentiam maiorem, differentiam uero producti primi & numeri æquationis, differentiam primam, differentiam autem producti ſecundi & numeri æquationis, ſecundam differentiã. Diuide igitur differentiam primam, per differentiam maiorem, quod exit, addatur primo inuento, & perficiemus æſtimationem imperfectam 'quam deducemus ad æquationem, ſcilicet per denominationes æquationis, ut in primo & ſecundo inuento, & quod producitur, ſubtrahe à producto ſecundo, deinde ſubtrahe æſtimationem imperfectam, ab inuento ſecundo, reſiduum duc in differentiam ſecundam habitam, & tale productum diuide per differentiam producti æſtimationis imperfectæ, & ſecundi producti, quod exit, detrahe ex inuento ſecundo, reſiduum eſt æſtimatio rei ualde proxima, cui per iteratas operationes ſemper propinquius licet accedere, idem fiet, ubi ęquatio ſit denominatiõis alicuius, ad numerum, ac denominationes, ut in exemplis patebit.

Sit igitur primo, q̄d'q̄dratum & 3 cubi, æqualia 100, uides quòd ſi res eſt 2 q̄d'q̄dratum, & 3 cubi ſunt 40, & ſi res eſt 3, erit q̄d'q̄dratum & 3 cubi 162, igitur inuentum primum eſt 2, & productum primum 40, & inuentum ſecundum 3, & productum ſecundũ 162, & 122, maior differentia, & 60 differentia prima, & 62 differentia ſecunda, & nota, quòd inuentum primum ſemper differt unitate ab inuento ſecundo, aliter non recte es operatus, his cognitis, diuide 60 per 122, exit $\frac{30}{61}$, quod adde ad 2, primum inuentum, fit imperfecta æſtimatio $2\frac{30}{61}$, hanc ducito ad q̄d'q̄dratum & tres cubos, fit 85 ferè, ſubtrahe igitur 85 productum æſtimationis imperfectæ, à 162, producto ſecundo, habebis 77, ſubtrahe etiam $2\frac{30}{61}$, ex 3 inuento ſecundo, relinquuntur $\frac{31}{61}$, duc in 62 differentiam ſecundam, fit $\frac{1922}{61}$, diuide per 77, exit $\frac{1922}{4697}$, detrahe ex 3 inuento ſecundo, erit æſtimatio ſatis

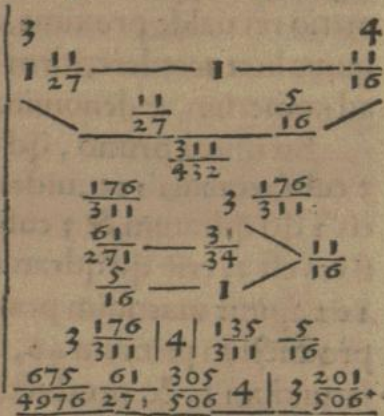
2 — 3
40 — 100 — 162
60 — 62
122
$\frac{60}{122}$ | $\frac{30}{61}$ $2\frac{30}{61}$
77 — 85 — 162
62 — 100
$2\frac{30}{61}$ | 3 | $\frac{31}{61}$
$\frac{31}{61}$ | 62 $\frac{1922}{61}$ 77
$\frac{1922}{4697}$ | 3 | $2\frac{2775}{4697}$

proxima q̃d'q̃drati p: 3 cubis æqualium 100, hæc, $2\frac{2775}{4697}$, & ſi uelles, poſſes alternatis operationibus quantumlibet propius accedere.

Quòd ſi quadratum & 20, æquentur 10 rebus, tunc ſi res eſſet 7, haberemus quadratum p: 20, æquale rebus $9\frac{6}{7}$, & ſi res eſſet 8, haberemus quadratum p: 20, æquale rebus $10\frac{1}{2}$, igitur ut prius, inuentum primum eſt 7, productum primum $9\frac{6}{7}$, inuentum ſecundum 8, productum ſecundum $10\frac{1}{2}$, differentia maior $\frac{9}{14}$, differentia prima $\frac{1}{7}$, differentia ſecunda $\frac{1}{2}$, diuidemus igitur differentiam primam, per maiorem differentiam, exibit $\frac{2}{9}$, & addemus hoc ad 7, inuentum primum, fiet æſtimatio imperfecta $7\frac{2}{9}$, cuius quadratum p: 20, eſt æquale 9 rebus & $\frac{116}{117}$, ideo quia hoc inſenſibiliter differt ferè, à 10, numero rerum, ideo non utimur alia operatione, ſed dicemus æſtimationem propinquam eſſe $7\frac{2}{9}$.



Sit etiam cubus æqualis 6 rebus p: 20, dicemus, ſi 3 eſſent res, 6 res & 20 æquarentur $1\frac{11}{27}$ cubi, & ſi res eſſent 4, eſſent 6 res & 20, æq̃les $\frac{11}{16}$ cubi, igitur inuentum primum eſt 3, & productum primum $1\frac{11}{27}$, inuentum ſecundum erit 4, productum ſecundum $\frac{11}{16}$, differentia prima $\frac{11}{27}$, differentia ſecunda $\frac{5}{16}$, differentia maior $\frac{311}{432}$, cum qua diuide differentiã minorẽ, exit $\frac{176}{311}$, quam adde ad 3, fiet æſtimatio imperfecta $3\frac{176}{311}$, ſequere æquationem, ſcilicet aſſumendo 6 res p: 20, & erunt $\frac{124518615 4}{136393 8029}$ ſui cubi, hoc autem eſt proximum ad $\frac{31}{34}$, ab hoc detrahemus productum ſecundum, & relinquẽtur $\frac{61}{271}$ & $\frac{5}{16}$, ſimiliter ſubtraho $3\frac{176}{311}$, æſtimationem imperfectã, à 4 inuento ſecundo, relinquitur $\frac{135}{311}$, hoc duco in $\frac{5}{16}$ differentiam ſecundã, ut etiam in primo exemplo, fit $\frac{675}{4976}$, diuide per differentiam producti ſecundi, & producti æſtimationis, & eſt $\frac{61}{271}$, exit $\frac{182925}{303536}$, detrahe à ſecundo inuento, ut prius, relinquitur rei æſtimatio $3\frac{120611}{303536}$, & hoc eſt proximum ad $3\frac{201}{506}$, & ideo ad $3\frac{2}{5}$, & 6 res p: 20, ſunt $40\frac{2}{5}$, & cubus $3\frac{2}{5}$, eſt $39\frac{38}{625}$, & ſi uelles proximius poſſes operari tertio, ſicut primo feciſti, & proculdubio peruenires ad inſenſibilem differentiam, & ratio hæc uniuerſalis eſt, nec indiget alia regula.



Et ſimiliter operaberis, ubi eſſent tres denominationes æquales

duabus

duabus alijs, aut tribus, sed cum duplici ingressu, uel triplici, potes etiam deducere ad numeros omnia, ut in primo exemplo, & operationes in eo casu sunt longe faciliores, uelut si dicam q̄d'q̄dratum & 6 q̄drata & 200, æquantur 10 cubis & 12 rebus, erit primū inuentum 9, & productū m: 152, differentia quia 10 cubi & 12 res superant q̄d'q̄dratū 6 q̄d. & 200, & secundum inuentum erit 10, & productum secundum erit 680 p: quo q̄d'q̄dratum & 6 quadrata & 200, superant 10 cubos & 12 res, & tunc differentia prima, æqualis est producto primo, & differentia secunda, producto secūdo, & maior differentia est aggregatum ex utroque, & tunc sufficiet pro prima operatione, diuidere ut prius, differentiam primā per differentiam maiorē, & quod exit, & est $\frac{19}{104}$, addemus primo inuento, & fiet æstimatio imperfecta 9 $\frac{19}{304}$, deinde si uis proximius accedere, produces hanc æstimationem ad suas denominationes utrinque, & collige differentiam quæ uocetur A. quam multiplica per differentiam æstimationis imperfectæ & secundi inuenti, & productum diuide denuo per maiorem differentiam, & quod exit, adde aut minue, secundum quod oportet, & habebis intentum, & hoc modo liceret etiam operari in secundo & tertio exemplo, sed nos uoluimus declarare utrumque modum, ad maiorem in occasionibus facilitatem, idem dic de radicibus extrahendis.

9	10
152 m:	p: 680
$\frac{152}{832}$	832

De regula Magna. Caput XXXI.

HAec regula est pro magnis quæstionibus soluendis, & ex ea inuentæ sunt regulæ auri & argenti consolandi, Acuit ingenium, & fit per demonstrationes, exigitque hominem expertum, doceturque per quæstiones, quoniam est multiformis, Et fundamentum regulæ est commutatio.

Quæstio I.

Fac de 8 duas partes, ex quarum cubis inuicem ductis, fiat 16. Dices igitur, ex una in aliam fiet R̷ cubica 16, diuide 8 in duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat R̷ cubica 16, & erunt 4 p: R̷ v: 16 m: R̷ cubica 16, & 4 m: R̷ v: 16 m: R̷ cubica 16.

Quæstio II.

Fac de 8 tres partes proportionales, quarum quadratum primæ sit æquale reliquis, igitur fient primæ duæ partes, quarum unius quadratum, sit æquale alteri, deinde maiorem diuidemus in duas partes existentes in continua proportione cum minore, & erunt.

QVÆSTIO III.

Fac ex 8 tres partes proportionales, quarum quadratum maioris, sit proportionale inter cubū

p^a ℞ 8$\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$
2^a ℞ v: ℞ 631$\frac{1}{4}$ m: 10$\frac{3}{8}$ p: $\frac{1}{4}$ m: ℞ 2$\frac{1}{16}$
3^a 8$\frac{3}{4}$ m: ℞ 18$\frac{9}{16}$ m: ℞ v: 631$\frac{1}{4}$ m: 10$\frac{3}{8}$

utriusq; partis, dices igitur, cubus minoris est ℞ cubica cubi maioris, & hoc, quia proportio cubi maioris, ad suum quadratum, est ipsa maior, & hæc eadem est quadrati maioris, ad cubum minoris, igitur cubus minoris, est ℞ q̄drati maioris, & æqualis ipsi maiori, quare 8 constat ex minore & suo cubo, igitur 1 cub. p: 1 re, ęqualis est 8, & ęstimatio rei est minor pars.

QVÆSTIO IIII.

Fac ex 8 duas partes, ita quòd septuplum maioris, sit proportionale inter quadratum maioris, & cubum minoris, sit A maior, & C quadratum eius, & B minor, & D cubus eius, sit etiam E septuplum A, cum igitur ex A in A fiat C, & ex A in 7 E, erit A ad 7, ut C ad E, quare ex 11^a 5^i, ut E ad D, igitur ex A in D, fit septuplum E, at E est septuplum A, igitur ex A in D, fit 49 A, igitur D est 49, quadratum 7, quare cubus B minoris est 49, & B est ℞ cubica 49, & A residuum.

8
A 7 B
C E D

QVÆSTIO V.

Fac ex 8 duas partes, ita quòd septuplum maioris, sit proportionale, inter cubum maioris & quadratum minoris, sit A maior, & C cubus A, & B minor, & D quadratum B, & E productum ex 7 in A, quia igitur ex A in quadratum A, fit C, & in 7, fit E, erit quadrati A ad 7, ut C ad E, quare ut E ad D, proportio autem quadrati A, ad quadratum B, componitur ex proportione quadrati A ad 7, & 7 ad quadratum B, quare ex proportione E ad D, & 7 ad quadratum B, sed D est quadratum B, igitur proportio quadrati A ad quadratum B, componitur exproportione septupli A, & est E ad D, & 7 ad ipsum D. proportio igitur quadrati A ad D, componitur ex proportione E ad D, & 7 ad D, igitur ex regula sex quantitatum, seu ex proportionū compositione, ex 7 in E, fit quadratum A in D, sed E est septuplum A, igitur ex 49 in A, fit quadratum A in D, igitur ex A in D, seu in quadratum B, fit 49, quare ex capitulo cubi & numeri æqualium quadratis, B est ℞ 7$\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & A 7$\frac{1}{2}$ m: ℞ 7$\frac{1}{4}$.

8
A 7 B
C E D

QVÆSTIO VI.

Fac ex 8 duas partes, quarū productū totius in minorē, sit proportionale inter producta maioris in totum, & maioris in minorem, quia igitur

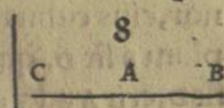
igitur minor ducitur in maiorem, & totum erit illorum productorũ proportio, ut totius ad maiorẽ, item quia totum ducitur in maiorẽ & minorẽ, erit productorum, ut maioris ad minorẽ, sed producta sunt proportionalia, igitur ex 11^a 5^i elementorum, totius ad maiorem partem, ut maioris ad minorem, igitur 8 diuisum erit secundum proportionem habentem medium & duo extrema, quare partes sunt manifestæ, ℞ 80 m:4 & 12 m:80.

Quæstio VII.

Fac de 8 duas partes, ita quod productum maioris in minorem, sit proportionale inter quadratum minoris & decuplum eiusdem minoris, dices igitur, quia minor est illa, quæ multiplicatur in se, in maiorem, & in 10, quod maior est proportionalis inter minorem & 10, igitur quadratum maioris, æquatur decuplo minoris, & res nota est, nã maior erit ℞ 105 m:5, & minor 13 m:℞ 105.

Quæstio VIII.

Fac de 8 duas partes, quarum quadratum maioris sit proportionale inter quadratum minoris, & productum ex toto in maiorem, pone maiorem A, & B minorem, quia igitur quod fit ex 8 in A, proportionale est inter 64 & quadratum A, ex demonstratis in secundo super Euclidem, erit 64 quarta quantitas proportionalis, cum illis tribus productis, quare 64 ad quadratum A, ut quadrati A ad quadratũ B duplicata, igitur 8 ad A, ut A ad B duplicata, ex 17^a 6^i elementorum, nam utraq; est media proportionum suorum quadratorum, quare cubus A æqualis est producto ex 8 in quadratum B, hoc enim in septimo libro demonstratum est, quare ponemus A quadratum, erit cubus eius, cubus quadrati ℞ A, quæ sit C, igitur quadratum B, est æquale $\frac{1}{8}$ quadrati cubi C, igitur B est, ℞ $\frac{1}{8}$ quadrati cubi C, quare cum ℞ cubi quadrati sit cubus, erit B æqualis cubi C parti ℞ $\frac{1}{8}$, & cum A sit quadratum C, erit 1 q̃dratum p:cub. ℞ $\frac{1}{8}$, æquale 8, & ideo multiplicando omnia per ℞ 8, erit cubus p:q̃d ℞ 8, æqualis ℞ 512, solue igitur per capitulum 15^m, ut in numeris rationalibus operando per regulas tertij libri.



Quæstio IX.

Fac ex 8 tres partes proportionales, quarum aggregatum primæ & secundæ, & aggregatum secundæ & tertię, & ipsum 8, sint proportionalia, dico, inuenies primo proportionem illarum quantitatũ proportionalium, quarum aggregatum secundæ & tertiæ, est proportionale inter aggregatum primę & secundæ, & aggregatum omniũ, sint igitur tales quantitates A B C, & quia proportio A B C, ad B C, est ut

A	B	C	D

B C, ad A B, ex ſuppoſito quæſtionis, & B C ad A B, ut C ad B, ex 12ª quinti elementorum, erit A B C, ad B C, ut B ad C ex 11ª eiuſdem, ſed ex proportione in B fit C, igitur ex proportione in B C, fit, A B C, ſit igitur, ut ex proportione in C fiat D, cum igitur ex proportione in B fiat C, & ex eadem in C fiat D, igitur ex proportione in B C fit C D, & ex eadem in B C fiebat etiam A B C, igitur A B C, æquatur C D, abiecto autem C relinquetur A B, æqualis D, eſt autem D quarta quantitas proportionalis, igitur oportebit inuenire quatuor quantitates, continue proportionales, quarum quarta ſit æqualis duabus primis, poſita igitur pª 1, 2ª 1 re, 3ª 1 quadratũ, 4ª 1 cub. erit cubus æqualis 1 rei p: 1, & nota eſt ex capitulo, quantitas rei, quę eſt proportio, diuides igitur 8 in quatuor quantitates ſub ea proportione continuatas, ut in ſexto libro docetur, ſoluimus & aliter hanc quæſtionem in quarto libro.

QVÆSTIO X.

Fac ex 8 duas partes, quarum ſeptuplum maioris, proportionale ſit inter cubum minoris, & productum maioris in minorem. Sit A minor, eius cubus C B autem maior, & productum B in A ſit E, & ſeptuplum B ſit D, quia igitur ex B in A, fit E, & ex B in 7 fit D, erit A ad 7, ut E ad D, quare A ad 7, ut D ad C, igitur ex A in C, fit ſeptuplum D, ſed D eſt ſeptuplum B, igitur 49 B, æqualia ſunt quadrato quadrati A, igitur B eſt æquale $\frac{1}{49}$ q̄d'q̄drati A, quia igitur A cum B eſt 8, & B eſt $\frac{1}{49}$ q̄d'q̄drati A, igitur A cum $\frac{1}{49}$ q̄d'q̄drati ſui, æquatur 8, quare res & $\frac{1}{49}$ q̄d'q̄drati æquatur 8, igitur q̄d'q̄dratum p: 49 rebus, æquatur 392, & quamuis huius non ſit capitulum generale, pulchrum tamen fuerit hucuſq; perduxiſſe quæſtionem.

	8	
A	B	7
C	D	E

2 Deprehenditur & quandoq; impoſsibilitas eodem modo propoſitarum quæſtionum, ut facile eſt uidere.

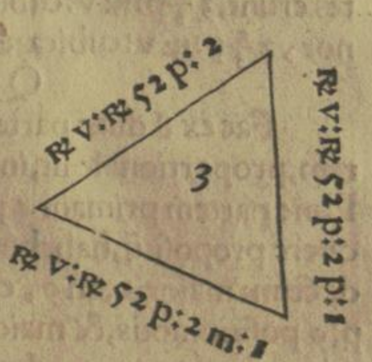
De regula æqualis poſitionis. Cap. XXXII.

1 HÆc regula, eſt utilior poſitione ſimplici, in omnibus quæſtionibus, ubi partes æqualiter multiplicantur, ſecus ubi inæqualiter, nam in his ſimplex facilior eſt, ut ſi dicam, diuide 8 in duas partes, quarum una ducta in quadratum alterius, uel in cubum, fiat 20, per ſimplicem poſitionem peruenies ad 8 quadrata m: 1 cubo, æqualia 20, uel ad 8 cub. m: 1 q̄d'q̄drato, æqualia 20 in ſecunda quæſtione, ſed ponendo 4 p: 1 poſitione, & 4 m: 1 poſitio-

poſitione,peruenies ad 16 poſ:p:44,æquales 1 cubo p: 4 quadratis, & in ſecunda quæſtione,ad 128 poſitiones p:236,ęqualia 1 q̄d'q̄dra to p:8 cubis,manifeſtum eſt igitur,quâm hęc ſint prioribus difficilio res. In poſitione etiam ſimplici,inuenimus prima operatione,rei æſti-mationem in æquali differentiam,quæ addita dimidio diuidendi, & detracta, oſtendit numeros quæſitos, qui uere ſunt æſtimatio rei, quan̄q; poſuerimus rem eſſe differentiam,uoco autē poſitionem ſim-plicem,cum dico,diuide 10 in duas partes,producentes 20, tunc po-nimus partem unam rem,aliam 10 m:re,ſed ęqualem,cum pono par tem unam 5 p:re,& aliam, 5 m: re, ideo cum ſimplex iam per ſe nota ſit,de æquali per quæſtiones & exempla dicendum erit, cum certe frequentiſsimus ſit eius uſus ac utiles.

Qvæstio I.

Eſt trigonus, cuius laterum diffe-rentia primi ad ſecundum, eſt 1,& ite rum ſecundi ad tertium, eſt etiam 1, & area eſt 3,pones ſecundum igitur poſi-tionem,& primum erit poſitio m: 1, & tertium poſitio p:1, ſequere trigonorū regulam,datam in libro ſequente,& fiet ℞ $\frac{3}{16}$ q̄d'q̄drati m: $\frac{3}{4}$ q̄drati uniuerſali-ter ſumpta,æqualis 3,quare $\frac{3}{16}$ q̄d'q̄dti æquabitur $\frac{3}{4}$ quadrati p:9,ideoq; 1 q̄d' q̄dratum,æquatur 4 quadratis p:48, & res erit per capitulum deriuatiuorum, ℞ v:℞ 52 p:2,& hoc eſt latus ſecundum,adde igitur,& minue 1,ha-bes reliqua latera,ut in figura uides.



Qvæstio II.

Fac de 10 duas partes,quarum cubi cum quadratis iuncti, faciāt 400, pones primā partem 5 p: 1 poſi-tione, & ſecundam partē 5 m:1 poſitio ne,ſequere proble-ma,reducendo par

5 p: 1 poſ:	25 p:1 q̄d.p:10 rebus
	125 p:15 q̄d.p:75 rebus p:1 cu.
5 m:1 poſ:	25 p:1 q̄d.m:10 rebus
	125 p:15 q̄d.m:75 reb⁹ m:1 cu.
	300 p:32 q̄d.æqualia 400

tes ad cubum,& ad quadratum,colliges tandem cadentibus uiciſsim partibus, 32 quadrata p:300,æqualia 400,quare quadratum æqua-bitur 3 $\frac{1}{8}$,& res quæ eſt differentia,erit ℞ 3 $\frac{1}{8}$,igitur partes ſunt 5 p: ℞ 3 $\frac{1}{8}$ & 5 m: 3 $\frac{1}{8}$.

Qvæ-

QVÆSTIO III.

Fac ex 6 duas partes, quarum quadratorum aggregatum, sit æquale differentiæ cuborum. Pones maiorem 3 p: 1 positione, & minorem 3 m: 1 positione, sequere quæstionem, habebis aggregatum quadratorum, 2 quadrata p: 18, & differentiam cuborum 2 cubos p: 54 positionibus, & hæc æquantur inuicem, igitur cubus & 27 positiones æquatur quadrato & 9, sequere capitulum, fiet rei æstimatio, id est differentiæ, ℞ v: cubica ℞ $702\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{27}$ m: ℞ v: cubica ℞ $702\frac{1}{3}$ m: $\frac{1}{27}$ p: $\frac{1}{3}$, quare partes erunt, $3\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cubica ℞ $702\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{27}$ m: ℞ v: ℞ $702\frac{1}{3}$ m: $\frac{1}{27}$, & minor, $2\frac{2}{3}$ p: ℞ v: cubica ℞ $702\frac{1}{3}$ m: $\frac{1}{27}$ m: ℞ v: cubica ℞ $702\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{27}$.

3 p: 1 pos:	9 p: 1 q̄d. p: 6 rebus
3 m: 1 pos:	9 p: 1 q̄d. m: 6 rebus
	18 p: 2 q̄d. aggregatum
3 p: 1 pos:	27 p: 9 q̄d. p: 27 pos: p: 1 cub.
3 m: 1 pos:	27 p: 9 q̄d. m: 27 pos: m: 1 cu.
	differentia 54 pos: p: 2 cu.

QVÆSTIO IIII.

Fac ex 8 duas partes, quarum productum maioris in minorem, proportionale sit, inter nonuplum maioris, & ipsam minorem. Pone partem primam 4 p: 1 positione, & minorē 4 m: 1 positione, sequere propositū, habebis productum maioris, in 9, esse 36 p: 9 positionibus, & maioris in minorem 16 m: 1 quadrato, & minorem 4 m: 1 positione, & hæc sunt proportionalia, igitur ducto 36 p: 9 positionibus, in 4 m: 1 positione, fit quadratū 16 m: 1 quadrato, ducito igitur inuicē 36 p: 9 positionibus, & 4 m: 1 positione, & cadent positiones propter mutuam proportionem, quare producetur, 144 m: 9 quadratis, & hoc est æquale quadrato 16 m: 1 quadrato, quod est, 256 p: 1 q̄d' q̄drato m: 32 quadratis, quare reddendo m: parti aduersæ, 112 p: 1 q̄d' q̄drato, æquabuntur 23 quadratis, habebis æstimationem rei, ℞ v: $11\frac{1}{2}$ m: ℞ $20\frac{1}{4}$, id est ℞ 7, quam adde & minue à 4, erunt partes quæsitæ, 4 p: ℞ 7, & 4 m: ℞ 7, & quamuis potuisses soluere per simplicem, ueniens ad capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, fuisset tamen negocium inexplicabilius, sine ulla comparatione, nam plusq̃ decem aliis indiges operationibus, anteq̃ perueniās ad ueram æstimationem, quæ semper est in natura Binomii, uel recisi ueri, non improprii.

9		4 m: 1 pos:
4 p: 1 pos:		
36 p: 9 pos:		16 m: 1 q̄. 4 m: 1 pos:
		256 p: 1 q̄d' q̄d m: 32 q̄d
144 m: 9 q̄d.		
112 p: 1 q̄d' q̄d. æq̄l. 23 q̄d.		

QVÆ-

QVÆSTIO V.

Diuide 10 in duas partes, quarum quadrato primæ detracto ex 100, & quadrato secundæ detracto ex 97, residuorum ℞ iunctæ, constituant 17. Si libet ad uitandū laborem, primo uidebis uia tentatiua, an casus possibilis sit, hoc igitur cognito, pone primum partem 5 p: 1 positione, & reliquam 5 m: 1 positione, duc partes in se, & quadratū maius detrahe ex 100, & minus ex 97, habebis residua, ut in figura, quorum ℞ iunctæ, debent æquari 17, igitur 17 m: una illarum radicum æquatur reliquæ, quare ducemus in se, 17 m: ℞ v: 75 m: 1 quadrato m: 10 positionibus, & habebimus 364 m: 1 quadrato m: 10 positionibus m: ℞ v: 86700 m: 1156 q̄dratis m: 11560 rebus, æq̄lia quadrato alterius radicis, scilicet 72 m: 1 quadrato p: 10 rebus, abijce similia ex utraq; parte, & radicē uniuersalē solam ex aduerso omniū colloca, ut in quarto libro docuimus, ac in quinto habebis 292 m: 20 reb⁹, æqualia ℞ v: 86700 m: 1156 q̄dratis m: 11560 rebus, quare ducendo denuo partes in se, habebis 86700 m: 1156 q̄dratis m: 11560 positionib⁹, æq̄lia 85264 p: 400 q̄dratis m: 11680 rebus, duc ad æquationem reducendo ad 1 q̄dratū habebis rei æstimationē esse ℞ $\frac{139876}{151321}$ p: $\frac{15}{389}$, sed ℞ $\frac{139876}{151321}$, est $\frac{374}{389}$, igitur additis $\frac{15}{389}$ fient $\frac{389}{389}$, igitur res est 1, & partes 4 & 6.

5 p: 1 pos. 5 m: 1 pos.
25 p: 1 q̄d. p: 10 pos. | 100
25 p: 1 q̄d. m: 10 pos. | 97
75 m: 1 q̄d. m: 10 pos. resid.
72 m: 1 q̄d. p: 10 pos. resid.

17 m: ℞ v: 75 m: 1 q̄d. m: 10 pos.
℞ v: 72 m: 1 q̄d. p: 10 pos.

364 m: 1 q̄d. m: 10 pos. m: ℞ v: 86700 m: 1156 q̄d. m: 11560 pos. 72 m: 1 q̄d. p: 10 pos.

292 m: 20 rebus
℞ v: 86700 m: 1156 q̄d. m: 11560 pos.

86700 m: 1156 q̄d. m: 11560 pos.
85264 p: 400 q̄d. m: 11680 pos.

1436 p: 120 pos. æq̄l. 1556 q̄d.
1556

quad. æq̄l. $\frac{30}{389}$ pos. p: $\frac{359}{389}$

QVÆSTIO VI.

Est etiam, ubi positio æqualis, non soluit omnino quæstionem, & simplex soluit. Exemplum, fac de 8 duas partes, quarum quadratum maioris, sit proportionale inter productum maioris in minorem, & decuplum totius, ut pote 60, posita itaq; maiore 1 positione, habebis 60 & 1 quadratum & 8 positiones m: 1 quadrato proportionalia, quare ducta media in se-

60 | 1 q̄d. | 8 pos. m: 1 q̄d.
1 q̄d q̄. æq̄. 480 pos. m: 60 quad.

P ipsam

ipsam, habebimus 1 q̄d'q̄dratum, ęquale 480 positionibus m: 60 quadratis, deprime, & fiet cubus & 60 res, æqualia 480, & ideo res nota est, per positionem autem ęqualem, peruenies ad capitulum constans ex quinq; denominationibus, posset autem solui, & per regulam magnam, sed hoc ad rem nihil pertinet.

De regula inæqualiter ponendi, seu proportionis. Caput XXXIII.

HÆc regula nos docet, ut positis numeris inæqualibus, positiones pariter æquales annectamus, sic ut in multiplicatione, uicissim similes excidāt partes. Docebo autem hoc per exempla, quamuis quæstiones quæ per hāc soluuntur, etiam per regulam retro agendi positionem, de qua in capitulo quinto dictum est, dissolui possint.

QVÆSTIO I.

Exemplum. Sunt duo numeri, quorum differentia est 4, & quadratum minoris cum quadrato dimidij maioris, & ℞ aggregati ipsorum quadratorum, constituit 110, posses hanc retro agendo dicere, igitur 110 componitur ex aggregato quadratorum, & ℞ aggregati, igitur posito aggregato quadrato, erit 110 æquale quadrato & uni rei, quare res est 10, aggregatum 100, ideo facies ex 100 duas partes, quarū duplum ℞ unius, excedat aliam ℞ in 4, & solutio clara est, uerum hoc modo nos sic ponemus, sit primus numerus minor 2 positiones, quia pars est $\frac{1}{2}$, erit maior 2 positiones p: 4, inde accipe partem secundi, quę est in se ducenda, & est $\frac{1}{2}$, erit igitur pars multiplicanda 1 positio p: 2, & primus numerus ut dictū est, 2 positiones, hoc habito, positum est, nō permutata quæstionis natura, partes numeri ita aptare cum rebus, ut in quadratis res ex toto excidant, sic igitur facies, considera secundum numerum in se ducendum, qualis pars sit primi, ut in exemplo, 1 positio p: 2, quæ pars est 2 positionum, inuenies quod est $\frac{1}{2}$ p: 2, duc igitur

2 pos.	2 pos. p: 4
2 pos.	1 pos. p: 2

$\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{4}$) 4 $\frac{5}{1}$ $\frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ × $\frac{4}{5}$ 1 $\frac{8}{5}$

2 pos. m: $\frac{4}{5}$

1 pos. p: $\frac{8}{5}$

4 q̄d. p: $\frac{16}{25}$ m: $\frac{16}{5}$ pos.

1 q̄d. p: 2 $\frac{14}{25}$ p: $\frac{16}{5}$ pos.

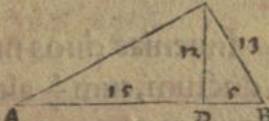
5 q̄d. p: 3 $\frac{1}{5}$

denominatorem & numeratorē fracti in se, & producta iunge, & habebis 5, pro diuisore, deinde duc numeratorem in se, & productū in numerum differentiæ, qui est 4, fit etiam 4, pro diuidendo, diuide igitur

tur 4 per 5, exit $\frac{4}{5}$, hoc auferes ex 2 positionibus, scilicet maiore parte, habebis 2 pos. m: $\frac{4}{5}$, deinde diuide $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$ partem, exit $\frac{8}{5}$, hoc addes ad 1 positionem, habebis 1 pos. p: $\frac{8}{5}$, ecce uides, quoniam habes 2 positiones m: $\frac{4}{5}$, & 1 positionē p: $\frac{8}{5}$, & proportio $\frac{8}{5}$ ad $\frac{4}{5}$, est ut 2 positiones ad 1 positionem, & si sumpseris duplum maioris, scilicet 2 pos. p: $3\frac{1}{5}$, superabit minorem scilicet 2 pos. m: $\frac{4}{5}$, in 4, ad unguem, hoc peracto, ex regula uniuersali, duc partes in se, habebis 4 quadrata p: $\frac{16}{25}$ m: $\frac{16}{5}$ positionibus, & 1 q̄dratum p: $2\frac{14}{25}$ p: $\frac{16}{5}$ positionibus, iunge, habebis 5 q̄drata p: $3\frac{1}{5}$, hæc cum radice æquantur 110, igitur ℞ ęquatur 110 m: hoc aggregato, igitur $106\frac{4}{5}$ m: 5 quadratis, æquatur ℞ v: 5 quadratis p: $3\frac{1}{5}$, duc partes in se, habebis 5 quadrata p: $3\frac{1}{5}$, æqualia $11406\frac{6}{25}$ p: 25 q̄d'q̄dratis m: 1068 q̄dratis, redde reddenda m: alteri parti, & diuide per numerum q̄d'q̄dratorum, qui est 25, habebis 1 q̄d'q̄dratum p: $456\frac{76}{625}$, æqualia $42\frac{23}{25}$ q̄dratis, ideo res ualet ℞ v: $21\frac{23}{50}$ m: ℞ $4\frac{1025}{2500}$, sed ℞ $4\frac{1025}{2500}$ est $2\frac{1}{10}$, igitur res est ℞ $19\frac{36}{100}$, sed hæc est $4\frac{2}{5}$, igitur res fuit $4\frac{2}{5}$, sed prima pars seu maior, fuit 2 positiones m: $\frac{4}{5}$, igitur ipsa fuit 8, & minor fuit 1 positio p: $\frac{8}{5}$, igitur fuit 6, & eius duplum fuit 12, qui excedit 8 in 4, & hoc est quod uoluimus.

QVÆSTIO II.

Est trigonus A B C, cuius basis A B, est 8 p: catheto C D, & A D tripla est D B, & quadratum B C cum latere C B, est 182, posita igitur C D re, & A B, re & 8, seu C D 4 rebus, & A B 4 rebus p: 8, erit B D res p: 2, & proportio $\frac{1}{4}$, ideo ut prius, duc 4 in se, fit 16, duc 1 in se, fit 1, iunge, fit 17, diuisor, inde duc 1 numeratorē $\frac{1}{4}$ in se, fit 1, duc in 8 differentiam, fit 8, diuide per 17, exit $\frac{8}{17}$, pars minuēda ex 4 rebus, inde diuide $\frac{8}{17}$ per proportionem quæ est $\frac{1}{4}$, exit $\frac{32}{17}$, pars addenda uni rei, erit igitur B D 1 positio p: $\frac{32}{17}$, & C D, 4 positiones m: $\frac{8}{17}$, duc partes in se, habebis quadrata C D & B D pariter accepta, & ex consequenti, quadratum B C, esse 17 q̄drata p: $3\frac{221}{289}$, sequere ut in præcedente, addendo ei latus B C, erit℘ ℞ v: 17 quadratorum p: $3\frac{221}{289}$ p: 17 q̄dratis p: $3\frac{221}{289}$ æqualis 182, quare $178\frac{68}{289}$ m: 17 q̄dratis æquatur ℞ v: 17 q̄dratorum p: $3\frac{221}{289}$, sequere igitur operationem, ut prius, habebis rei æstimationem esse $3\frac{2}{17}$, cum igitur B D sit 1 positio p: $\frac{32}{17}$, erit B D 5 &



4 pos. 1 pos. p: 2

$\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{16}$) 17

$\frac{1}{4}$ — 1 — 8 — $\frac{8}{17}$

$\frac{8}{17}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{32}{17}$

4 pos. m: $\frac{8}{17}$ | 1 pos. p: $\frac{32}{17}$

16 q̄d. p: $\frac{64}{289}$ m: $\frac{64}{17}$ pos.

1 q̄d. p: $\frac{1024}{289}$ p: $\frac{64}{17}$ pos.

17 q̄d. p: $3\frac{221}{289}$

AB 20, quadrupla BD, quare CD, quæ est 8 m: quàm AB, erit 12.

QVÆSTIO III.

Et similiter, si diceret, sunt duo numeri, quorum differentia est 12, & quadratum minoris cum quadrato $\frac{3}{10}$ maioris, & quadrato aggregati, æquatur 1000, tunc ut prius operaberis, ducendo numeratorem ac denominatorem in se, & iungendo, fit diuisor 109, deinde duco 3 numeratorem in se, & productum in 12, fit 108, diuido per 109, habeo partem minuendam ex 10 positionibus, deinde diuido $\frac{108}{109}$, per $\frac{3}{10}$, exit $\frac{360}{109}$, pars addenda 3 positionibus, si igitur 3 positiones p: $\frac{360}{109}$, ducantur in $\frac{10}{3}$, numerus qui producetur, erit 12 p: quàm 10 res m: $\frac{108}{109}$, & talis est proportio $\frac{360}{109}$ ad $\frac{108}{109}$, qualis 10 ad 3, & ideo, quia regula hæc habent infinitos modos, uelut si dicamus, $\frac{1}{2}$ primi & $\frac{1}{3}$ secundi numeri, differentium per 12, in se ducti addita radice, faciunt 100, tunc quęres eodem modo suam regulā, per regulam de modo, quia hæc regula est ramus illius, quærendo numeros differentes primo in 12, quorum $\frac{1}{2}$ unius ita diuidatur, in $\frac{1}{2}$ rem & numerum, & reliquus in $\frac{1}{3}$ rei & numerum, ita ut producta rerum sint æqualia. Ponendo unum numerum p: alium m: & inuenitur per capitulum 9^m^, cum quantitate surda, ut in talibus, ponam regulam exemplo adiunctam, dico quòd si quis dicat.

10 pos. 3 pos.
$\frac{3}{10}$ — $\frac{9}{100}$) 109
$\frac{3}{10}$ — 9 — 12 — $\frac{108}{109}$
$\frac{108}{109}$ ✕ $\frac{13}{10}$ $\frac{360}{109}$
3 pos. p: $\frac{360}{109}$
10 pos. m: $\frac{108}{109}$

QVÆSTIO IIII.

Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 14, & $\frac{1}{3}$ unius in se ductum, cum $\frac{1}{4}$ alterius in se ducto, & cum R aggregati talium productorum, fiat 110, dico primo, duc denominatores in numeratores uicissim, uidelicet 4 in 1, & 3 in 1, & productorū quæ sunt etiam 4, & 3, iunge quadrata, habebis 25 pro diuisore, deinde duc denominatores inuicem, 3 in 4, fit 12, & quod fit in differentiam quæ fuit 14, fit 168, hoc ducito in productum numeratorū, quod fuit 1, fit etiā 168, ꝑ diuidendo, diuide igitur 168, per 25, exit $\frac{168}{25}$, hoc multiplica in ipsas partes, uidelicet $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, habebis 2 $\frac{6}{25}$, addendum, & 1 $\frac{17}{25}$ minuendum, quia semper ut dictū est, minor pars numeri, minuitur à maiore, & maior additur

$\frac{1}{3}$ ✕ $\frac{1}{4}$ — 1
3 — 4 — 12 — 14 — $\frac{168}{168}$
9 — 16 — 25
2 $\frac{6}{25}$ — $\frac{1}{3}$ 〉 $\frac{168}{25}$
1 $\frac{17}{25}$ — $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$ pos. m: 1 $\frac{17}{25}$
$\frac{1}{4}$ pos. p: 2 $\frac{6}{25}$
$\frac{1}{9}$ q̄d. p: 2 $\frac{504}{625}$ m: 1 $\frac{3}{25}$ pos.
$\frac{1}{16}$ q̄d. p: 5 $\frac{11}{625}$ p: 1 $\frac{3}{25}$ pos.
$\frac{25}{144}$ q̄d. p: 7 $\frac{103}{125}$

ditur minori, duc igitur $\frac{1}{3}$ positionis m: 1 $\frac{17}{25}$ in se,& similiter $\frac{1}{4}$ positio nis p: 2 $\frac{6}{25}$ in se,& collige ꝓducta, habebis $\frac{25}{144}$ q̄drati p: 7 $\frac{103}{125}$, absq; rebus, quare sequeris operationem, ut in prioribus. Aliud exemplũ, in regula parũ difficili, inuenias duos numeros differentes in 4, quorum $\frac{3}{4}$ minoris in se ducta,& $\frac{2}{3}$ maioris in se ducta,& aggregato productorũ addita radice, fiat 110, duces igitur in crucem, 3 in 3,& 4 in 2,& fient 9 & 8, quorum quadrata iuncta sunt 145, pro diuisore, similiter duces 3 in 4, denominatores, fit 12, duc in 4, differentiã numerorum, fit 48, duc in 6, productum numeratorum, fit 288, pro diuidendo,

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ — 12 — 4 — 6 $\frac{48}{288}$ | $\frac{288}{145}$

9 — 8

81 — 64 — 145 | $\frac{288}{145}$

$\frac{3}{4}$ pos. p: 1 $\frac{71}{145}$ | $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ pos. m: 1 $\frac{47}{145}$ | $\frac{192}{145}$ $\frac{216}{145}$

inde diuiso 288 per 145, exit $\frac{288}{145}$, duc in $\frac{2}{3}$ & in $\frac{3}{4}$, partes acceptas seorsum, habebis $\frac{192}{145}$ & $\frac{216}{145}$, partes addendas ac minuendas ut prius.

QVÆSTIO V.

Et similiter dicemus de aggregato, ueluti si dicat, fac ex 10 duas partes, quarum una in se ducta,& alterius dimidio in se ducto,& accepta radice aggregati, totum sit 30, dico operaberis per regulam dictam, in quæstione prima scilicet, quia est de integris ex una parte, inuenies igitur numeros 4 & 2,& à maiore minues 1 positionẽ,& minori addes 2 positiones,& ideo in hoc differt à regulis numerorum differentiũ, cætera paria sunt,& ideo sequendo operationẽ, habebis rei æstimationẽ, Rx v: 2 $\frac{1}{10}$ m: Rx $\frac{121}{100}$, quod est dicere 1, ideo numeri sunt 6 & 4.

$\frac{1}{2}$ — 1) 5

$\frac{1}{2}$ — 1 4 — 10 — 10

10 — 5 — 2

$\frac{2}{1} \times \frac{1}{2}$ 4

4 m: 1 pos.

2 p: 2 pos.

De regula medij. Caput XXXIIII.

HÆc sic uocata à me est, quia medium inquiritur, scilicet 1
proportio,& quia ad unitatis confusionem uitandam, ponimus partem unam, dimidium unitatis,& est eius usus solum ad quærendum quantitates, quæ æqualiter multiplicantur,& proportionem seruant, cum autem eam non seruauerint, usus regulæ non est utilis, uerum in duabus quantitatibus solum explicatur, de pluribus autem in capitulo 39° dicemus. Patet aũt, quod si quis dicat, inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10,& cubi iuncti sint 30, quod regula hæc non seruiet, quia proportio 30 ad 10, quæ est tripla, non seruatur inter cubos & quadratos,

uariata quantitate, at regulam ipsam ostendere quemadmodum & alias per exempla utile fuerit.

QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in quadratorum differentiam faciat 10, & aggregatum illorum in quadratorum aggregatum, faciat 20. Pones igitur ut dictum est unum illorum, positionem, alium $\frac{1}{2}$ deinde inuenies differentiam, & aggregatum, & quadrata partiũ, & differentiã quadratorum, & aggregatum, ut in margine, inde ducito differentiam partium in differentiam quadratorum, & habebis $\frac{1}{8}$ p: 1 cubo

Numeri	1 pos.	$\frac{1}{2}$
Differentia numerorum	1 pos. m: $\frac{1}{2}$	
Aggrega. numerorum	1 pos. p: $\frac{1}{2}$	
Quadrata	1 q̄d.	$\frac{1}{4}$
Differentia q̄dratorum	1 q̄d. m: $\frac{1}{4}$	
Aggregatum q̄drat.	1 q̄d. p: $\frac{1}{4}$	

p̄ductũ differen* $\frac{1}{8}$ p: 1 cu. m: $\frac{1}{2}$ q̄d. m: $\frac{1}{4}$ pos.
productum q̄drat $\frac{1}{8}$ p: 1 cub. p: $\frac{1}{2}$ q̄d. p: $\frac{1}{4}$ pos.

$\frac{1}{4}$ p: 2 cub. m: 1 q̄d. m: $\frac{1}{2}$ pos.
$\frac{1}{8}$ p: 1 cub. p: $\frac{1}{2}$ q̄d. p: $\frac{1}{4}$ pos.

$\frac{1}{8}$ p: 1 cub. æquatur 1 $\frac{1}{2}$ q̄d. p: $\frac{3}{4}$ pos.

1 pos. p: $\frac{1}{2}$	1 pos. p: $\frac{1}{2}$
1 q̄d. m: $\frac{1}{2}$ pos. p: $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ pos.

m: $\frac{1}{2}$ quadrato m: $\frac{1}{4}$ positionis, & hoc debet esse dimidium producti aggregatorum numerorum scilicet ac quadratorum, quia 10 est dimidium 20, igitur erit dimidium $\frac{1}{8}$ p: 1 cubo p: $\frac{1}{2}$ quadrato p: $\frac{1}{4}$ positionis, quare $\frac{1}{4}$ p: 2 cubis m: 1 quadrato m: $\frac{1}{2}$ positione, ęquatur $\frac{1}{8}$ p: 1 cubo p: $\frac{1}{2}$ quadrato p: $\frac{1}{4}$ positionis, igitur reddendo partes m: ad p: erit ut $\frac{1}{8}$ p: 1 cubo, æquetur 1 $\frac{1}{2}$ quadrato p: $\frac{3}{4}$ positionis, quare diuisis partibus, ad faciliorem operationem, quæ semper poterunt diuidi, habebimus 1 $\frac{1}{2}$ positionis, æqualem 1 quadrato m: $\frac{1}{2}$ positione p: $\frac{1}{4}$, diuisor, namq; cõponitur ex partibus ab initio sumptis, scilicet 1 positione & $\frac{1}{2}$, quare 1 quadratum p: $\frac{1}{4}$, æquabitur 2 positionibus, & res erit 1 p: ℞ $\frac{3}{4}$, sunt igitur quantitates in proportione 1 p: ℞ $\frac{3}{4}$, & $\frac{1}{2}$, quare in proportione 2 p: ℞ 3, & 1. Iterum igitur quæramus duas quantitates in hac proportione, quarum aggregatum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 20, nam tales necessario habebunt etiam reliquam conditionem, ponemus igitur unam illarum rem, aliam res 2 p: ℞ 3, & quæremus sua quadrata, quæ iungemus, & erunt q̄drata 8

Numeri	res 1	res 2 p: ℞ 3
Quadrata	q̄d. 1	q̄d. 7 p: ℞ 48
Aggreg. numero.		res 3 p: ℞ 3
Aggreg. q̄d.		q̄d. 8 p: ℞ 48
Productum		cubi 36 p: ℞ 1200

p: ℞

p: ℞ 48, & ducemus in aggregatum numerorum, ſcilicet res 3 p: ℞ 3, & fiunt cubi 36 p: ℞ 1200, diuidemus igitur 20 per ℞ 1200 p: 36, & exibit 7 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 52 $\frac{1}{12}$, cuius ℞ cubica erit numerus minor quæſitus, maior autem habebitur, ducto minore in 2 p: ℞ 3, quare numeri quæſiti erunt,

Primus ℞ v: cubica 7 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 52 $\frac{1}{12}$

Secundus ℞ v: cubica 195 m: ℞ 35437 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 33075 m: ℞ 35490

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorũ differentia ducta in differentiam cuborum, producat 10, & aggregatum in aggregatum cuborum conſtituat 30, hac in quæſtione, procedes ut in præcedenti, uerum pones partes 1 poſitionem & 1, ad facilitatem maiorem, & ſequeris ut in præcedenti, donec ueneris ad 1 q̃d' q̃dratum p: 1, æquale 2 cubis p: 2 poſitionibus, igitur habeo quinq; quantitates cõtinue proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, eſt duplum aggregato ſecundæ & quartæ, igitur per capitulum quinq; quantitatũ continue proportionalium,

Numeri	1 poſ.	1
Differentia numer.	1 poſ. m:	1
Aggregatũ numero.	1 poſ. p:	1
Cubi	1 cub.	1
Differentia cuborum	1 cub. m:	1
Aggregatum cuborũ	1 cub. p:	1

Produc. aggregatorum

1 q̃d' q̃d. p: 1 cub. p: 1 poſ. p: 1

Productum differentiarum

1 q̃d' q̃d. m: 1 cub. m: 1 poſ. p: 1

3 q̃d' q̃d. m: 3 cub. m: 3 poſ. p: 3

1 q̃d' q̃d. p: 1 cub. p: 1 poſ. p: 1

2 q̃d' q̃d. p: 2 | 4 cub. p: 4 poſ.

1 q̃d' q̃d. p: 1 | 2 cub. p: 2 poſ.

quæro proportionem, aſſumendo puta 2 & 4, quorum 4 eſt duplus alteri, & faciendo de 4 primam & quintam, & de 2 ſecundam & quartam, igitur talis proportio erit ut $\frac{1}{2}$ p: ℞ $\frac{3}{4}$ p: ℞ v: ℞ 6 $\frac{3}{4}$ m: 2 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: ℞ $\frac{3}{4}$ m: $\frac{3}{4}$, ad unitatem, pones igitur denuo res ſub his numeris, uidelicet 1 rem, & res $\frac{1}{2}$ p: ℞ $\frac{3}{4}$ p: ℞ v: ℞ 6 $\frac{3}{4}$ m: 2 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: $\frac{3}{4}$ m: $\frac{3}{4}$, inde ducito ad cubum partes per regulas tertij libri, quod non difficile fiet, inde duces res ℞ $\frac{3}{4}$ p: ℞ v: ℞ 6 $\frac{3}{4}$ m: 2 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: ℞ $\frac{3}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, differentiam ſcilicet numerorum, in differentiam cuborum, quę habetur detracto 1 cubo, ex cubo dicti iam compoſiti ex quatuor nominibus, & productũ æquabitur 10, diuides 10 per tale productum & eius quod exit ℞' ℞, erit æſtimatio primæ quantitatis, qua ducta in $\frac{1}{2}$ p: ℞ $\frac{3}{4}$ p: ℞ v: ℞ 6 $\frac{3}{4}$ m: 2 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: ℞ $\frac{3}{4}$ m: $\frac{3}{4}$, conſurget ſecunda quantitas, ſeu ſecundus numerus.

QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros quorum relati primi iuncti faciant 20, & aggre-

aggregatum cuborum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 25, pones ut in præcedente, partes, 1 positionem & 1, & relati primi earum, sunt 1 p^{m} R^{m} & 1, & productum aggregati quadratorum in aggregatum cuborum est, 1 p^{m} R^{m} p: 1 cubo p: 1 quadrato p: 1, & hoc se habet ad 1 p^{m} R^{m} p: 1. ut 25 ad 20, & ut 5 ad 4, igitur per regulam quantitatum proportionaliũ, ducto 1 p^{o} R^{o} p: 1 cubo p: 1 q̃drato p: 1, per 4, faciemus quantum ducto 1 p^{o} R^{o} p: 1, per 5, igitur 4 p^{i} R^{i} p: 4 cubis, p: 4 q̃dratis p: 4, æquantur 5 p^{is} R^{is} p: 5, q̃re tandem habebimus 1 p^{m} R^{m} p: 1, facta detractione, æquale 4 cubis p: 4 quadratis, diuide partes per positionem p: 1 q̃d'q̃drato m: 1 cubo p: 1 quadrato m: 1 positione p: 1, æqualia 4 quadratis, igitur 1 q̃d'q̃dratum p: 1, æquatur 1 cubo p: 3 q̃dratis p: 1 positione, sunt igitur quinq; quantitates continue proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, est gratia exempli 10, & aggregatum secundæ & quartæ cum triplo tertiæ etiam 10, igitur nota erit proportio, per capitulũ 5 quantitatum continue proportionaliũ, & erit $\frac{R\,3\frac{6}{7}\,m{:}\,1\,p{:}\,R\,V{:}\,R\,1\frac{5}{7}\,m{:}\,\frac{6}{7}}{2\,m{:}\,R\,1\frac{5}{7}}$, & hæc est proportio illarum quantitatum, in secunda igitur positione, pones 1 rem, & res in numero supradicto seu proportione, uel reductam proportionem, ut in præcedente quæstione, facta diuisione per numeratorem, ad relatum ducito, per suam regulam, cui adde 1, relatum primum de 1, & cũ aggregato diuide 20, & R relata prima, prouentus est numerus minor, inde multiplica ipsum in proportionem, & proueniet maior, & perficere talem operationem est res quasi supra humanum laborem, & nisi essent regulæ tertij libri, uix omnino possibile foret.

1 pos. 1
1 p^{m} R^{m} 1

1 cub. p: 1
1 q̃d. p: 1

1 p^{m} R^{m} p: 1 cu: p: 1 q̃d. p: 1

5 R^{i} p^{i} p: 5
4 R^{i} p^{i} p: 4 cub. p: 4 q̃d. p: 4

1 R^{m} p^{m} p: 1
æquatur 4 cub. p: 4 q̃d.

1 pos. p: 1

1 q̃d'q̃d. m: 1 cub. p: 1 q̃d. m: 1 pos. p: 1 4. q̃d.

1 q̃d'q̃d. p: 1 | 1 cu. p: 3 q̃d. p: 1 pos.

De regula aggregati. Caput XXXV.

REGULA I.

1 SIcut ex præcedente, & regula iterata, proportio ipsa quæritur, sic per hanc habemus aggregatum, Est autem utilis ualde, ubi inter partes nulla supponitur proportio. Nam medi-

medium ad quærendum plures numeros simul, est uel proportio, uel aggregatum, aut differentia, cum igitur ex præcedente & regula iterata proportio habeatur, cum hac autem & aggregatū & differentia, satis cōstat, quanto hæc illas antecedat interuallo. Vocauimus & hāc regulam dupli, quòd duas contineat partes, seu duos numeros quæsitos, ratio uero eius, ut reliquarum, per exempla patet.

QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 20, & productum unius in alterum, cum ipsis numeris, sit 10, dico (quamuis ex sexto libro solui possit) sic per regulam faciemus. Pone aggregatū 1 positionem, seu rem, & quia ex uno in alterum fit 10, minus aggregato, igitur ex uno in alterū fiet 10 m: re, fac igitur ex positiōe duas partes, producentes 10 m: 1 positione, & erunt ex regula capituli de operationibus in sexto libro posita, partes, $\frac{1}{2}$ positionis p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 1 positione m: 10, & $\frac{1}{2}$ positionis m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 1 positione m: 10, horum itaq; quadrata iuncta debent esse 20, & quia una pars est Binomium altera recisum respectu $\frac{1}{2}$ positiōis, sufficiet ducere partes in se, non unam in aliam, ut in libris 3° 4° & 5° docuimus, ideo ducta $\frac{1}{2}$ positio in se, fit $\frac{1}{4}$ quadrati, & ducta ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄drati p: 1 positione m: 10, in se fit $\frac{1}{4}$ quadrati p: 1 positione m: 10, & tantundem ex alia parte, ut in figura, quare quadrata Binomij & recisi iuncta, sunt 1 quadratum p: 2 positionibus m: 20, & hoc æquatur 20, ut dictum est, igitur 1 q̄d. p: 2 positionibus æquatur 40, & rei æstimatio erit ℞ 41 m: 1, fac ex ℞ 41 m: 1 duas partes, quarum q̄drata iuncta sint 20, & erūt per nouam positionem, uel per regulas capituli de operationibus in sexto libro partes quas à latere uides.

$\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 1 pos. m: 10
$\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 1 pos. m: 10

$\frac{1}{4}$ q̄d. p: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 1 pos. m: 10

$\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 1 pos. m: 10
$\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 1 pos. m: 10

$\frac{1}{4}$ q̄d: p: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 1 pos. m: 10

1 q̄d. p: 2 pos. m: 20

p^a ℞ 10 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$ p: ℞ v: 10 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$
2^a ℞ 10 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$ m: ℞ v: 10 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, qui iuncti faciant tantum, quantum inuicem ducti, & eorum quadrata iuncta sint 20, si igitur aggregatum est 1 positio, productum etiam unius in alterum est 1 positio, fac ex 1 positione duas partes, producentes 1 positionem, per regulas capituli de operationibus in sexto libro positas, seu per quintam secundi elementorum, & erunt partes quas à latere posui, harum igitur quadrata iunta iuncta sunt 20, quare cum habeãt ut in præcedenti rationem Binomij & recisi, sufficiet ducere partes unius eorum in se, & duplicare. igitur habebimus pro aggregato quadratorũ 1 quadratum m: 2 positionibus, æqualia 20, quare res erit ℞ 21 p: 1, ideo faciemus ex ipsa partes, ut propositum est, & erunt ut uides.

| $\frac{1}{4}$ pos. p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. m: 1 pos.
| $\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. m: 1 pos.
| $\frac{1}{2}$ q̄d. p: $\frac{1}{2}$ q̄d. m: 2 pos.

| ℞ 5 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ p: ℞ v: 4 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 5 $\frac{1}{4}$
| ℞ 5 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ m: ℞ v: 4 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 5 $\frac{1}{4}$

QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur aggregatum, & quadrata ipsorum cum ipsis numeris faciant 20, fac ut in præcedenti, & habebis aggregatum ℞ 20 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, quod est 5, & quia quadrata partium cum ipsis numeris debent æquari 20, igitur quadrata ipsa sola absq; numeris erunt 15, fac igitur ex 5 duas partes, quarum quadrata iuncta sint 15, & habebis numeros quos uides memineris autem, quod in prima operatione, quando perueneris ad 1 quadratum m: 2 positionibus, pro aggregato quadratorum, ut addas 1 positionem, quod est aggregatum numerorum, & peruenies ad 1 quadratum m: 1 positione, æqualia 20.

| 2 $\frac{2}{2}$ p: ℞ 1 $\frac{1}{4}$
| 2 $\frac{1}{2}$ m: 1 $\frac{1}{4}$

QVÆSTIO IIII.

Inuenias duos numeros, qui inuicem ducti producant aggregatum, & diuiso 12 per utrumq;, quadrata prouenientium iuncta cum aggregato diuidentium faciant 80, hæc cũ præcedentibus est fratris Lucę, in quodam scripto quod perierat. Pone aggregatum rem unam eam diuide in partes, producentes rem unam, & habebis partes, ut uides, cum quibus diuide 12, ut in figura.

Partes | $\dfrac{12}{\frac{1}{2}\text{ pos. p: ℞ v: }\frac{1}{4}\text{ q̄d. m: 1 pos.}}$ $\dfrac{12}{\frac{1}{2}\text{ pos. m: ℞ v: }\frac{1}{4}\text{ q̄d. m: 1 pos.}}$

q̄drata partiũ | $\dfrac{144}{\frac{1}{2}\text{ q̄d. m: 1 pos. p: ℞ v: }\frac{1}{4}\text{ q̄d' q̄d. m: 1 cub.}}$ $\boxtimes$

$\boxtimes$ $\dfrac{144}{\frac{1}{2}\text{ q̄d. m: 1 pos. p: ℞ v: }\frac{1}{4}\text{ q̄d' q̄d. m: 1 cub.}}$

Aggregatum q̄dratorum $\dfrac{\text{144 q̄d. m: 288 pos.}}{\text{1 quad.}}$

Igitur ex partibus ipsis factis quadratis, iunctisq;, ut in quinto libro docui te, habebis aggregatum quadratorum, cui adde aggregatum diuidentium, siquidem rem unam habebis, $\dfrac{\text{144 q̄d. m: 288 positionib9}}{\text{1 quad.}}$

p: 1

p:1 positione,æqualia 80,multiplica omnia per positionem,fient 144 positiones m:288 p:1 quadrato,ęqualia 80 positionibus,quare q̄dratum & 64 positiones,æquantur 288,res igitur est ℞ 1312 m:32, fac igitur ex ℞ 1312 m:32,duas partes,producentes ℞ 1312 m:32,& illæ erunt numeri quæsiti.

Qvæstio v.

Inuenias duos numeros,quorum quadrata iuncta sint 20, & productum unius in alterum,æquale sit q̄drato differentiæ,hæc quam q̄ clara sit,quoniam necessarie sit eos numeros esse in proportione,quę dicitur habere medium & duo extrema. Posit etiam solui ex regula positionis æqualis,nam plures quæstiones,multis ac diuersis regulis solui possunt. Sic tamen ex hac regula faciemus,posito aggregato re, diuidemus eam in partes,quarū quadrata iuncta sint 20, & erūt ut uides, igitur quadratum differentiæ est 40, m:1 quadrato,& hoc æquatur producto partium inuicem,quod est $\frac{1}{2}$ quadratum m:10,quare 1 $\frac{1}{2}$ quadratum,

$\frac{1}{2}$ pos.p:℞ v:10 m:$\frac{1}{4}$ quad.
$\frac{1}{2}$ pos.m:℞ v:10 m:$\frac{1}{4}$ quad.
Differentia ℞ v:40 m:1 q̄d.
Quad.differẽtię 40 m:1 q̄d.
ꝓductum $\frac{1}{2}$ quad.m:10

æquatur 50,igitur res est ℞ 33 $\frac{1}{3}$, ex hoc fac duas partes, quarum q̄drata iuncta sint 20,& erunt ℞ 8 $\frac{1}{3}$,p:℞ 1 $\frac{2}{3}$,& ℞ 8 $\frac{1}{3}$ m:℞ 1 $\frac{2}{3}$. Et ex hac regula deducuntur octo quæstiones,quas ego ob uehementem similitudinem Sorores appellaui,ad capitula melius,quàm alia.

Sequuntur octo quæstiones, quæ uocantur Sorores,q̄rū ultima sola pro aliarum exemplo declaratur.

Qvæstio vi.

Inuenias duos numeros,quorum quadrata iuncta sint 10, & cubi sint 30,pones aggregatum numerorum positionem, & facies partes ex ea,quarum quadrata iuncta sint 10,inde iunge cubos illarum partium,& habebis cubum p:60,æqualia 30 rebus.

Qvæstio vii.

Inuenias duos numeros,quorum quadrata iuncta sint 10,& differentia cuborum illorum sit 15, pone aggregatum eorum ut prius, rem, & habebis 1 cub' q̄dratum,æq̄le 300 q̄dratis p:1100.

Qvæstio viii.

Inuenias duos numeros,quorum quadrata iuncta sint 10, & ex ductu cuiuslibet eorum in quadratum alterius, producta iuncta faciant 20,pones eodem modo aggregatum numerorum,rem,& habebis 1 cub' q̄dratum p:300 quadratis p:800 positionibus,æqualia 40 q̄d' q̄dratis p:1600.

QVÆSTIO IX.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta ſint 10, & producta unius in alterius quadratum mutuo, differant per 4. Pones ut prius aggregatum, rem, & habebis 1 cub' q̄dratum p: 500 quadratis æqualia 40 q̄d' q̄dratis p: 1936.

QVÆSTIO X.

Inuenias duos numeros, quorum differentia quadratorum ſit 10, & cuborum aggregatum ſit 100. Pones aggregatum numerorum, rem, & facies ex ea partes, quarũ quadrata differant in 10, & eas duces ad cubũ, & habebis 1 q̄d' q̄dratum p: 300, æq̄lia 400 poſitionib⁹.

QVÆSTIO XI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia ſit 10, & cuborum differentia ſit 100. Pones ut prius, aggregatum numerorum, rem, & habebis 1 q̄d' q̄dratum p: $33\frac{1}{3}$, æqualia $13\frac{1}{3}$ cubis.

QVÆSTIO. XII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorũ differentia ſit 10, & aggregatum productorum unius in quadratum alterius mutuo, ſit 100. Pones ut prius aggregatum illorum, rem, & habebis 1 q̄d' q̄dratum æquale 400 rebus p: 100.

QVÆSTIO XIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia ſit 10, & differentia productorum unius in alterius quadratorum, ſit 100, hanc explicabo diligenter, ut ſit forma operandi, atq; exemplar in reliquis, non ſolum ſeptem procedentibus, ſed & alijs multis, quæ formari poſſunt in hoc genere. Ponam igitur illorum aggregatum, rem, & per regulam de modo, uel capituli operationũ in ſexto libro, faciam ex ea duas partes, quarum quadratorũ differentia ſit 10, & eſt, ut diuidas illam differentiã ſcilicet 10, per duplum diuidendi, quod eſt 2 poſitiões, exiens quod eſt $\frac{5}{1\ \text{poſ.}}$, addes & minues dimidio diuidendi, quod eſt $\frac{1}{2}$ poſitio, habebis partes, & quadrata illarum, quę ſuppone permutato ordine ſuis radicibus, ut in figura patet, duces igitur inferiora in ſua ſuperiora, ſufficitq; in his, quorũ uolumus differentiã multiplicare, partes diſsimiles, id eſt quæ in uno ꝓducãt p: in alio m: ſicut in aggregandis ſufficit multiplicare partes ſimiles, nam reliquæ per ſe cadunt, duc igitur

$\frac{1}{2}$ poſ. p: $\frac{5}{1\ \text{poſ.}}$	$\frac{1}{2}$ poſ. m: $\frac{5}{1\ \text{poſ.}}$
$\frac{1}{4}$ q̄d. p: $\frac{25}{1\ \text{q̄d.}}$ m: 5	$\frac{1}{4}$ q̄d. p: $\frac{25}{1\ \text{q̄d.}}$ p: 5
$2\frac{1}{2}$ poſ. m: $1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4}$ poſ. m: $2\frac{1}{2}$.
poſ. m: $\frac{125}{1\ \text{cu.}}$	poſ. p: $\frac{125}{1\ \text{cu.}}$
Differentia $2\frac{1}{2}$ poſ. m: $\frac{250}{1\ \text{cu.}}$ æq̄lia 100	
1 q̄d' q̄d. æquale 40 cub. p: 100	

igitur $\frac{1}{2}$ positiõe in m: 5, & $\frac{5}{1\ Pol.}$ in $\frac{1}{4}$ quadrati p: $\frac{25}{1\ qd.}$, qa ubi una producit p: alia producit m: & detrahe m: à p: & hoc non est aliud, quàm duplicare unum illorum productorum, habebis differentiam unius producti ab altero, $2\frac{1}{2}$ positiones m: $\frac{250}{1\ cu.}$, igitur hoc ęq̃tur 100, diuide omnia per $2\frac{1}{2}$, & multiplica per 1 cubũ, habebis 1 q̃d q̃dratũ æquale 40 cubis p: 100, & ita in aliȷs, & posses super hoc statuere regulam de modo, dicendo, cũ duo numeri, quorum quadratorũ differentia est constituta ex multiplicatione uicissim in q̃drata, debent producere aliquam differentiam inter ipsa producta, tunc erit q̃d'q̃dratũ æquale q̃drato differentiæ q̃dratorum, & totidem cubis, quotus est numerus, qui prouenit, diuiso numero differentiæ productorum per quartam partem differentiæ q̃dratorum, uelut si dicã, inuenias duos numeros quorum quadratorum differentia sit 6, & productorum unius in quadratum alterius differentia sit 60, dicemus igitur 1 q̃d'q̃dratum æquabitur 40 cubis p: 36, & ita de aliȷs.

REGVLA II.

Est & alius modus regulæ aggregati, longe subtilior præcedente, & facit duas positiões simul & duas conuersiones, & nihil est subtilius his in regulis, & inueni ipsum in quodã fragmento fratris Lucę, & tandem reduxi ipsum post multos labores, quia uix poterat legi in hac parte, uel percipi imago huius regulę, & ego explicabo eam faciliter, & nisi esset, quod non est multum generalis hic modus, quantum ad ostendendam æstimationẽ rei, licet quo ad positionẽ sit amplissimus, nihil aliud posset excogitari præstantius, & exemplũ ac regula erit in quæstionibus. 2

QVÆSTIO XLIII.

Inuenias duos numeros, ex quorũ ductu unius in alterũ producatur 8, & q̃drata iuncta cũ ipsis numeris, faciant 40. Pones aggregatũ illorum numerorum $\frac{1}{2}$ quantitatem, & alterum ex illis 1 positionem, reliquus igitur est $\frac{1}{2}$ quantit. m: 1 positione, duc inuicẽ, fiunt $\frac{1}{2}$ quan' pos. m: 1 q̃drato, & hoc æq̃tur 8, igitur habes q̃dratũ p: 8, æq̃le quantitati, cuidam rerum. Sequere igitur capitulum, accipe dimidiũ numeri rerum, id est $\frac{1}{4}$ quantitatis, ut in capitulo quinto doceris, quando q̃dratũ & numerus ęquantur rebus, duc igitur $\frac{1}{4}$ quantitatis in se, fit $\frac{1}{16}$ q̃d'quan: abȷce 8, numerũ æq̃tionis, fit $\frac{1}{16}$ q̃d'quan: m: 8, accipe ℞ v: quam adde, ac minue, ad $\frac{1}{4}$ quantitatis, dimidium numeri rerum, fiet rei æstimatio, seu numeri quæsiti, quorum unus est, $\frac{1}{4}$ quantitatis p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ quad'quan' m: 8, & alter, $\frac{1}{4}$ quantitatis m: ℞ v: $\frac{1}{16}$ quad'quan' m: 8, horum igitur quadrata, addito aggregato numerorum, id est $\frac{1}{2}$ quantitatis, æquantur 40, quadrata igitur partium, cadentibus uicissim multiplicationibus $\frac{1}{4}$ quantitatis in ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d' quan: m: 8, quia sunt æqualia, m: & p: erunt $\frac{1}{8}$ q̄d' quan: m: 8, & $\frac{1}{8}$ q̄d' quan: m: 8, iuncta igitur $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 16, æqualia cum $\frac{1}{2}$ quantitatis, aggregato numerorū ad 40, pone igitur pro quantitate rem, erit $\frac{1}{4}$ quadrati p: $\frac{1}{2}$ positione, ęquale 56, igitur 1 quadratum p: 2 positionibus, æquatur 224, quare res ualet ℞ 225 m: 1, id est 14, & tantundē ualet quantitas, sed nos posuimus dimidiū quantitatis aggregatum, igitur aggregatum numero℞ est 7, fac ex 7 duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat 8, & erunt 3 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 4 $\frac{1}{4}$, & 3 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 4 $\frac{1}{4}$, numeri quæsiti, quorum quadrata numeris ipsis sunt 40.

$\frac{1}{2}$ quan:
1 pos. | $\frac{1}{2}$ quan: m: 1 pos.
$\frac{1}{2}$ quan: pos. m: 1 q̄d.
æqualis 8
$\frac{1}{4}$ quan:
$\frac{1}{16}$ q̄d. quan: m: 8
$\frac{1}{4}$ q̄n: p. ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d: q̄n: m: 8
$\frac{1}{4}$ q̄n: m: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d. q̄n: m. 8
$\frac{1}{8}$ q̄d. quan: m: 8
$\frac{1}{8}$ q̄d quan: m: 8
$\frac{1}{2}$ quan:
$\frac{1}{4}$ q̄d. q̄n. m: 16 p: $\frac{1}{2}$ quan:
æqualis 40
1 q̄d. quan. p: 2 quan: æq̄lis 224
æstimatio rei ℞ 225 m: 1

Not^m. Et si quis quærat, quid prosit hæc regula, cuiq; possit opitulari præter primam: Respondeo, Prima indiget regula particulari sexti libri in operando, hæc autem libere usq; in finem agit, deducēdo, quod quàm pulcherrimum ultra id quod utilissimum est, nullo alieno indigere præsidio. Est & aliud exemplum.

QVÆSTIO XV.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur 6, & quorum cubi iuncti faciant 100. Ponemus $\frac{1}{2}$ quantitatē pro aggregato, & partem unam rem, alia erit $\frac{1}{2}$ quantitatis m: re, duc partes inuicem, habebis $\frac{1}{2}$ quan' pos: m: 1 quadrato, ęqualia 6, sequere ęquationem tanq; $\frac{1}{2}$ quantitas esset aliquis numerus, & habebis æstimationem, duas æstimationes pos. scilicet, $\frac{1}{4}$ quantitatis p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d' quan: m: 6, & $\frac{1}{4}$ quantitatis m: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d' quan: m: 6, horum cubi debent æq̄ri 100, duc ad cubum, dimittendo partes, quæ in uno sunt p: in alio m: habebis $\frac{1}{16}$ cub' quan: m: 4 $\frac{1}{2}$ quantitatibus pro

$\frac{1}{2}$ quan:
1 pos. | $\frac{1}{2}$ quan: m: 1 pos.
$\frac{1}{2}$ quan: pos: m: 1 q̄d.
æqualis 6

$\frac{1}{4}$ quan: p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d. quan: m: 6 | pos.
$\frac{1}{4}$ quan: m: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d. quan: m: 6 | pos.
$\frac{1}{16}$ cub. quan: m: 4 $\frac{1}{2}$ quan: | cubus
$\frac{1}{16}$ cub. quan: m: 4 $\frac{1}{2}$ quan: | cubus
$\frac{1}{8}$ cub. quan: m: 9 quan: æq̄lia 100
1 cub. æqualis 72 res p: 800

sin-

ſingulis partibus, quare in totũ $\frac{1}{8}$ cub' quan: m: 9 quantitatibus, æqualia 100, permuta cub' quan: in cubum rei, & quantitatem in rem, & reduces ad 1 cubum, habebis cubum, æqualem 72 rebus p: 800, & rei æſtimatio erit æſtimatio quantitatis, ſcilicet ℞ v: cubica 400 p: ℞ 146176 p: ℞ v: cubica 400 m: ℞ 146176, huius igitur dimidium, quod eſt ℞ v: cubica 50 p: ℞ 2284 p: ℞ v: cubica 50 m: ℞ 2284 eſt aggregatum quæſitorum numerorum, & partes ſunt, ℞ v: cubicæ quæſitæ, ſed hoc apparet alia operatione.

Quæstio XVI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia ſit 10, & ex maiore illorum iuncto cum ſuis quadratis, fiat 40. Pones aggregatum numerorum rem, & unam partem $\frac{1}{2}$ quantitatem, reliqua erit res m: $\frac{1}{2}$ quantitatis, duc in ſe partes, habebis $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: & 1 q̄dratum p: $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 1 quan' poſ. ſume differentiam, quæ erit 1 quan' poſ. m: 1 q̄d. & hoc æq̄tur 10, igitur rei æſtimatio eſt $\frac{1}{2}$ quantitas p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 10, & $\frac{1}{2}$ quantitas m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 10, horũ quoduis æquatur 1 poſitioni, & iam poſitio diuiſa fuit in $\frac{1}{2}$ quantitatem, & poſitionem m: $\frac{1}{2}$ quantitate, igitur cum $\frac{1}{2}$ quantitas ſit communis utrobiq;, erit ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 10, æqualis 1 poſitione m: $\frac{1}{2}$ quantitatis, igitur quadrata partium, quæ ſunt $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: & $\frac{1}{4}$ q̄d' quan: m: 10, cum una partium, ſcilicet $\frac{1}{2}$ quantitate, æquantur 40, quare 1 q̄d' quan: p: 1 quantitate, æquatur 100, res igitur quæ eſt quantitas, eſt ℞ 100 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, & quia nos poſuimus $\frac{1}{2}$ quantitatis, erit una pars, ℞ 25 $\frac{1}{16}$ m: $\frac{1}{4}$, dimidium ſcilicet ℞ 100 $\frac{1}{4}$ m: $\frac{1}{2}$, & minor erit ℞ v: 15 $\frac{1}{8}$ m: ℞ 6 $\frac{17}{64}$. Et generaliter in hac regula, qui plus ualet ingenio, plus ualet in operatione, nam modi ſunt complures, & de omnibus dicere longũ foret, iſta igitur ſufficiant, & ad exempla primæ regulæ denuo tranſeamus, Quærentes hocmodo.

1 poſ.
$\frac{1}{2}$ quan: | 1 poſ. m: $\frac{1}{2}$ quan:
$\frac{1}{4}$ q̄d' quan: | 1 q̄d. p: $\frac{1}{4}$
q̄d. quan: m: 1 quan: poſ.

$\frac{1}{2}$ quan: p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' q̄n: m: 10 | poſ.
$\frac{1}{2}$ quan: m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' q̄n: m: 10 | poſ.
$\frac{1}{4}$ q̄d' quan: | $\frac{1}{4}$ q̄d' q̄n: m: 10 | $\frac{1}{2}$ quan:
1 q̄d' quan: p: 1 quan: æquantur 100

Quæstio XVII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratum ſecundi, æquale ſit ductui primi in aggregatum, & quadrata illorum iuncta ſint 10, uides manifeſte, quod ſi ponatur aggregatum illorum res, ipſa erit diuidenda ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, eruntq; partes, ℞ v: $\frac{5}{4}$ quadrati m: $\frac{1}{2}$ poſitionis, & 1 $\frac{1}{2}$ poſitiones m: ℞ v: $\frac{5}{4}$ quadrati, harum igitur quadrata erunt 5 quadrata m: ℞

20 q̄d'q̄dratorum, & erunt æqualia 10, igitur ex capitulo argumentandi p: & m: 5 quadrata m: 10, æquantur ℞ 20 q̄d'q̄dratorum, quare partes erunt ut uides.

℞ v: $2\frac{1}{2}$ p: ℞ 5 p: ℞ v: $2\frac{1}{2}$ m: ℞ 5
℞ v: $2\frac{1}{2}$ p: ℞ 5 m: ℞ v: $2\frac{1}{2}$ m: ℞ 5

QVÆSTIO XVIII.

Inuenias tres numeros proportionales, quorum primus & secundus æquentur tertio, & quadrata primi & secundi iuncta, sint 10. Pones tertiũ 1 positionem, fac de 1 positione duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10, & erunt $\frac{1}{2}$ positionis p: ℞ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ positio m: ℞ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ quadrati, duc 1 positionem in minorem, & producetur quadratum maioris, aliter diuides 1 positionem secundum proportionem habentem medium & duo extrema, inde duces partes ad quadratum, & quadrata iuncta erũt 10, partes igitur erunt.

p^a	℞ v: $22\frac{1}{2}$ p: ℞ 405 m: ℞ v: $12\frac{1}{2}$ p: ℞ 125
2^a	℞ v: $12\frac{1}{2}$ p: ℞ 125 m: ℞ v: $2\frac{1}{2}$ p: ℞ 5
3^a	℞ v: 10 p: ℞ 80.

QVÆSTIO XIX.

Similiter, si quis dicat, inuenias tres numeros, proportionales, ex quorũ ductu primi in secundum fiat 10, & primus cum secundo æquentur tertio, eodem modo procedendo habebis quantitates.

p^a	℞ v: ℞ $31\frac{1}{4}$ p: 5 m: ℞ v: ℞ $31\frac{1}{4}$ m: 5
2^a	℞ v: ℞ $31\frac{1}{4}$ p: 5 p: ℞ v: ℞ $31\frac{1}{4}$ m: 5
3^a	℞ v: ℞ 500 p: 20

De regula liberæ positionis. Caput XXXVI.

EST regula pro quæstionibus, quæ consequuntur proprietates numerorum uniuersales, quas homo ignorat, inde quærens per alias regulas, laborat inaniter, non enim proportionem exigunt, nec tamen in omnibus quantitatibus inueniri queunt, tales autem sunt.

QVÆSTIO I.

Inuenias quinqꝫ quantitates, quarum secundæ q̄dratum, æquale sit aggregato earum, cum quadrato primæ, sintq́ꝫ hæ quantitates continue proportionales, ponam igitur in quacunqꝫ uoluero proportionẽ, ab una positione inchoando, uelut in figura uides, eritq́ꝫ in dupla (exempli gratia) quadratum secundæ, 4 quadrata, & hoc æquatur 1 quadrato quod est qua-

1 q̄d.	1 pos.
4 q̄d.	2 pos.
	4 pos.
	8 pos.
	16 pos.
3 q̄d.	æq̄lia
31 pos.	

dra-

dratũ primæ & 31 rebus, igitur 3 q̃drata æq̃ntur 31 rebus, & res erit 10 $\frac{1}{3}$, & reliquæ secundũ duplam proportionẽ, ut uides, 10 $\frac{1}{3}$, 20 $\frac{2}{3}$, 41 $\frac{1}{3}$, 82 $\frac{2}{3}$, 165 $\frac{1}{3}$.

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, in proportione dupla, quorum quadrata, uel cubi, uel relati, sint æqualia ipsis, & sit exemplum de relatis, tanquam magis admirandis. Ponemus igitur in ꝓportione dupla, 1 positionem & 2 positiones, quorum relata erunt, 32 relata prima, & 1 relatum primũ, iunge, fient 33 relata prima, æqualia 3 rebus, igitur per capitulum simplex, res erit ℞'℞ $\frac{1}{11}$, diuiso 3 per 33, reliqua quantitas igitur erit ℞'℞ 1 $\frac{5}{11}$, scilicet duplum ℞'℞ $\frac{1}{11}$.

QVÆSTIO III.

Inuenias tres quantitates proportionales, quarum proportio sit tripla, & $\frac{1}{4}$ aggregati, in se ductum, producat $\frac{1}{7}$ secundæ quantitatis. Ponemus igitur quantitates, 1 positionẽ, 3 pos. 9 pos. harum aggregatum est 13 positiones, cuius $\frac{1}{4}$ est 3 $\frac{1}{4}$ positiones, & quadratum est 10 $\frac{9}{16}$, & hoc est $\frac{1}{7}$ de 3 positionibus, igitur 73 $\frac{15}{16}$ quadrata, ęquantur 3 positionibus, quare positio est $\frac{48}{1183}$, & quantitas secũda erit $\frac{144}{1183}$ & tertia erit $\frac{432}{1183}$.

QVÆSTIO IIII.

Inuenias tres numeros proportionales, quorum secundus sit 10, & $\frac{1}{20}$, aggregati omnium in se ductum, producat septuplum secundi, ponemus primum rem, igitur tertius erit $\frac{100}{1\ \text{pos.}}$, & quia $\frac{1}{20}$ aggregati in se ductũ, producit septuplum secundi, igitur producit 70, & ℞ 70, est $\frac{1}{20}$ aggregati, igitur aggregatum est ℞ 28000, & ideo prima & tertia, erunt ℞ 28000 m: 10, & hoc æquale est 1 positioni p: $\frac{100}{1\ \text{pol.}}$, igitur 1 q̃dratum p: 100, æquatur positionibus ℞ 28000 m: 10, igitur prima quantitas fuit ℞ 7000 m: 5 m: ℞ v: 6925 m: ℞ 700000, & tertia quantitas erit ℞ 7000 m: 5 p: ℞ v: 6925 m: ℞ 700000, posset etiam breuius fieri, sed absq; positione.

De regula falsum ponendi. Cap. XXXVII.

REGVLA I.

HÆc regula triplex est, aut eñ ponit m: aut quęrit ℞ m: aut quęrit quod nõ est. Primo igitur quęrimus quęstionũ solutiões, quæ per p: uerificari minime possunt, uelut si quis dicat, q̃dratũ æq̃tur 4 rebus p: 32, & in eadẽ æstimatione, q̃dratũ æq̃tur 1 rei p: 20, tunc si uelles sequi æstimationẽ uerã, in prima res esset 8, in secunda autem quæstione 5, sed si dicas conuertendo igitur quadratum p: 4 rebus, æquatur 32, & res erit 4, & in hoc etiam uerum erit, quòd quadratum & res, æquantur 20, dic igitur, ſi 4 p: ſeruit his quæſitis, igitur 4 m: eſt æſtimatio 1 q̄drati, æq̂ualis 4 rebus p: 32, & 1 quadratum æquale 1 rei p: 20, ideo conuertes capitula, ut in primo capitulo diximus, & ſi caſus eſt impoſſibilis, in utroqꝫ quæſtio falſa eſt, per p: & per m: & ſi uera eſt, per p: in uno, erit uera per m: in alio, & eiuſcemodi generis eſt quæſtio hæc.

QVÆSTIO I.

Dos uxoris Franciſci, eſt aurei 100 plusqꝫ Franciſci peculium, & dos uxoris eius in ſe ducta, eſt aurei 400 plus peculio Franciſci in ſe ducto, quæritur dos, & peculium. Ponemus Franciſcum habere rem unam m: igitur dos uxoris eſt aurei 100 m: 1 re, duc partes in ſe, fient 1 q̄dratum & 10000, p: 1 quadrato m: 200 poſitionibus, horū differentia eſt 400 aurei, igitur 1 quadratum p: 400 p: 200 poſitionibus, æq̄tur 10000 p: 1 quadrato, abĳce communia, habebis 9600, æqualia 200 poſitionibus, igitur res eſt 48, & tantū habuit m: id eſt debiti, & dos erit reſiduū ad 100, ſcilicet 52, igitur Franciſcus habuit 48 aureos debiti, ſine ullo capitali uel peculio, & dos eius uxoris fuit 52 aureorum, & ſecus operando peruenires ad quæſtiones difficillimas, ac inextricabiles. Talismodi etiā hæc eſt.

m: 1 poſ.	100 m: 1 poſ.
1 q̄d.	10000 p: 1 q̄d. m: 200 poſ.

differentia 10000 m: 200 poſ. æqualis 400

QVÆSTIO II.

Ego habeo aureos 12 plus Franciſco, & cubus meorum eſt, 1161 aurei plus cubo Franciſci, ponatur 1 res m: Franciſco, ego habeo 12 aureos m: 1 poſitione, duc ad cubum partes, fient 1 cubus m: & 1728 p: 36 q̄dratis m: 432 rebus m: 1 cubo, & horum differentia, eſt 1161, igitur 1 cubus m: p: 432 rebus p: 1161, ęquabitur 1728 p: 36 quadratis m: 1 cubo, abĳce m: 1 cubum & 1161 ex utraqꝫ parte, fient 432 res æq̄les 36 q̄dratis p: 567, quare 1 q̄dratū p: 15 $\frac{3}{4}$, æq̄lia 12 rebus, igitur res eſt 1 $\frac{1}{2}$, & hoc habuit m: Franciſcus, & ego 10 $\frac{1}{2}$ p: & tot ſunt aurei q̄ſiti.

QVÆSTIO III.

Et eodem modo, ſi dicam etiam ſic, aurei mei ſunt 12 p: quàm illi Franciſci. Et q̄dratum meorum eſt 128 p: cubo aureorum Franciſci, dabimus rem unam m: Franciſco, ego uero habeo 12 aureos m: 1 re, & quadratum meorum erit 144 p: 1 quadrato m: 24 rebus, & hoc æquale eſt m: 1 cubo p: 128, igitur 16 p: 1 quadrato p: 1 cubo, æquatur 24 rebus, Et res erit 4 m: & tantum habet Franciſcus debiti, ego uero aureos 8 peculĳ.

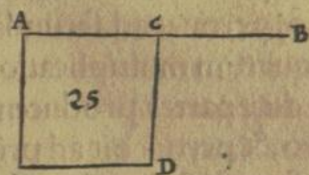
REGVLA II.

Secundum genus poſitionis falſæ, eſt per radicem m: Et dabo exemplum,

exemplum, si quis dicat, diuide 10 in duas partes, ex quarum unius in reliquam ductu, producatur 30, aut 40, manifestum est, quòd casus seu quæstio est impossibilis, sic tamẽ operabimur, diuidemus 10 per æqualia, & fiet eius medietas 5, duc in se fit 25, auferes ex 25, ipsum producendum, utpote 40, ut docui te, in capitulo operationum, in sexto libro, fiet residuum m: 15, cuius ℞ addita & detracta à 5, ostendit partes, quæ inuicem ductæ producunt 40, erunt igitur hæ, 5 p: ℞ m: 15, & 5 m: ℞ m: 15.

Demonstratio

Vt igitur regulæ uerus pateat intellectus, sit A B linea, quę dicatur 10, diuidenda in duas partes, quarũ rectangulum debeat esse 40, est aũt 40 q̃druplũ ad 10, quare nos uolumus quadruplum totius A B, igitur fiat A D, quadratum A C, dimidij A B, & ex A D auferatur quadruplum A B, absq; numero, ℞ igitur residui, si aliquid maneret, addita & detracta ex A C, ostenderet partes, at quia tale residuum est minus, ideo imaginaberis ℞ m: 15, id est differentiæ A D, & quadrupli A B, quam adde & minue ex A C, & habebis quæsitum, scilicet 5 p: ℞ v: 25 m: 40, & 5 m: ℞ v: 25 m: 40, seu 5 p: ℞ m: 15, & 5 m: ℞ m: 15, duc 5 p: ℞ m: 15 in 5 m: ℞ m: 15, dimissis incruciationibus, fit 25 m: m: 15, quod est p: 15, igitur hoc productum est 40, natura tamẽ A D, non est eadem cũ natura 40, nec A B, quia superficies est remota à natura numeri, & lineæ, proximius tamẽ huic quantitati, quę uere est sophistica, quoniam per eam, non ut in puro m: nec in alijs, operationes exercere licet, nec uenari quid sit est, ut addas quadratum medietatis numeri numero producendo, & à ℞ aggregati minuas ac addas dimidium diuidendi. Exemplũ, in hoc casu, diuide 10 in duas partes, producentes 40, adde 25 quadratũ dimidij 10 ad 40, fit 65, ab huius ℞ minue 5, & adde etiam 5, habebis partes secundum similitudinem, ℞ 65 p: 5 & ℞ 65 m: 5. At hi numeri differunt in 10, non iuncti faciunt 10, sed ℞ 260, & hucusq; progreditur Arithmetica subtilitas, cuius hoc extremum ut dixi, adeo est subtile, ut sit inutile. 2



5 p: ℞ m: 15
5 m: ℞ m: 15
25 m: m: 15 q̃d. est 40

Quæstio IIII.

Fac de 6 duas partes, quarum quadrata iuncta sint 50, hæc soluitur per primam, non per secundam regulam, est enim de puro m: ideo duc 3 dimidium 6 in se, fit 9, minue ex dimidio 50, quod est 25, fit reſiduum 16, cuius ℞ 4, adde & minue à 3, dimidio 6, fiunt partes 7, & 1 m: harum quadrata iuncta ſunt 50, & aggregatum eſt 6.

QVÆSTIO V.

Per idem ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 6 duas partes, quarum una in reliquam ducta, producatur m: 40, duc 3, dimidium 6, in ſe, fit 9, adde ad 40, fit 49, huius ℞ quæ eſt 7, adde ad 3, dimidium 6, & minue, habebis 10 p: & 4 m: quæ ducta inuicem, producunt 40 m: & iuncta, faciunt 6, & ita 10, m: & 4 p: producant 40 m: & iuncta, faciunt 6 m: ideo etiam hæc quæſtio, eſt de puro m: & pertinet ad primam regulam.

Corm. Ex hoc patet, quod ſi quis dicat, fac de 6 duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producatur 40, quæſtio eſt de m: ſophiſtico, & pertinet ad ſecundam regulam. Et ſi dicat, fac de 6 duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem producatur 40 m: uel ex 6 m: fiant duæ partes producentes m: 40, utroq; modo erit quæſtio de m: puro, & pertinebit ad primam regulam, & tales partes erunt quæ dictę ſunt, & ſi dicat, quod ex 6 m: fiant duæ partes, quarum ꝓductum ſit 40 p: quæſtio erit de m: ſophiſtico, & pertinebit ad ſecundam regulam, & erunt partes m: 3 p: ℞ m: 15, & m: 3 m: ℞ m: 15.

REGVLA III.

Poſſumus uero uenari genus m: aliud, quod neq; eſt purum m: neq; ℞ m: ſed res omnino falſa, & cõponitur hæc regula quaſi ex ambobus, & dabo huius unum exemplum, quod eſt hoc.

QVÆSTIO VI.

Inuenias tres numeros proportionales, quorum ℞ primi detracta à primo, faciat ſecundum, & ℞ ſecundi, detracta à ſecundo, faciat tertium. Ponemus igitur primum, 1 quadratũ, & ſecundus erit 1 q̃d. m: 1 poſitione, & tertius erit 1 q̃d. m: 1 poſitione m: ℞ v: 1 quadrati m: 1 poſitione, duc primum in tertium, & ſecundum in ſe, habebis quantitates ipſas, operando ut uides, & productum primi in tertium, eſt m: $\frac{1}{16}$ p: ℞ $\frac{1}{64}$, quod eſt $\frac{1}{8}$ m: $\frac{1}{16}$, & tantum fit ducto ſecundo numero in ſe.

$\frac{1}{4}$	m: $\frac{1}{4}$	m: $\frac{1}{4}$ m: ℞ m: $\frac{1}{4}$

Quomodo excidant partes & denominationes multiplicando. Cap. XXXVIII.

REGVLA I.

ETſi hoc & generale ſit, & abunde in libro quarto & quinto demonſtratum, nihilominus denuo ad facilitatem & utilitatem repetendum erit, ſit autem hoc duobus modis, totidemq;

tidemq́ꝫ regulis indigemus, quarum prima particularis est, & inuenta causa capitulorum illorum, quæ postmodum Geometrica ratione, in quatuor denominationibus superius à nobis sunt demonstrata, nūc inuentis illis, eius utilitas magna ex parte extincta est, docebimus tamē eam ob artis locupletationem, & ingenij eius admirationem, cum etiam ad alia utilis sit, ad quæ transferri commode potest, quanq́ꝫ nullo usui generali possit cōuenire. Igitur eius regula hęc est, Vel uis numeros differentes, quorum quadratum unius, cū cubo alterius faciant iuncti, numerū, tunc diuides differentiam illam in duas partes, quarum triplum quadrati unius, sit æquale duplo alterius, per positionem, inde inuentis partibus, pones rem, p: parte, cuius sumitur triplum quadrati, pro parte cubanda, & partem quadrandam, rem m: parte, cuius sumitur duplum, inde peracta operatione, peruenies ad cubum, ac quadrata æqualia numero, excidentibus rebus.

Quæstio I.

Exemplum. Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 8, & cubus unius, cum alterius q̄drato iunctus, faciat 100, fac p° per positionē duas partes, quarū triplum q̄drati unius, sit ęq̄le duplo alterius, quas inuenies esse, 2 & 6, nam triplum 4, q̄drati 2, est 12, quod est duplum 6 residui, igitur pones partem cubandā positionē p: 2, & q̄drandam positionem m: 6, iunge cubū 1 positionis, p: 2, cum q̄drato 1 positiōis m: 6, habes 1 cub. p: 7 q̄dratis p: 44, æq̄lia 100, igitur 1 cub. p: 7 q̄dratis, æq̄tur 56, & rei æstimatio, erit R v: cubica 15 $\frac{8}{27}$ p: R 72 $\frac{16}{27}$ p: R v: cubica 15 $\frac{8}{27}$ m: R 72 $\frac{16}{27}$ m: 2 $\frac{1}{3}$, & quia partes fuerūt, res p: 2, & res m: 6, ideo huic adde 2, & minue 6, habebis partes, ut uides à latere. Est aūt manifestum, quod una illarum est m: purum, & si uoluisses ut essent ambę p: oportuisset ponere, quòd cubus & q̄dratum talium numerorum æquarentur numero maiori, ut puta 1000, loco 100.

pos. p: 2
pos. m: 6
cub. p: 12 pos. p: 6 q̄d. p: 8
m: 12 pos. p: 1 q̄d. p: 36
cub. p: 7 q̄d. p: 44
æqualis 100

R v: cub. 15 $\frac{8}{27}$ p: R 72 $\frac{16}{27}$ p: R v: cub. 15 $\frac{8}{27}$ m: R 72 $\frac{16}{27}$ m: $\frac{1}{3}$
R v: cub. 15 $\frac{8}{27}$ p: R 72 $\frac{16}{27}$ p: R v: cub. 15 $\frac{8}{27}$ m: R 72 $\frac{16}{27}$ m: 8 $\frac{1}{3}$

Et eodem modo facies, si uolueris, quod numerorum differentiū in aliquo numero, cubus & quadratum differant in assignato numero, eadem regula inuenies partes differentiæ, quibus inuentis, pones econtra, scilicet positionem m: numero, cuius sumitur triplum q̄drati, & positionem p: numero, cuius sumitur duplum, inde sequeris operationem, ut in exemplo.

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorũ differẽtia sit 8, & differẽtia cubi unius, à q̃drato alterius, sit 100, facies ex 8 duas partes, ut dictũ est, & erũt 2, & 6, pones igiẽ rem m: 2, & rẽ p: 6, cuba rem m: 2, & q̃drata rem p: 6, & sume differentiam habebis cubũ m: 7 quadratis m: 44, æqualem 100, quare cubus æquabitur 7 quadratis p: 144, & rei æstimatio erit R v: cubica $84\frac{19}{27}$ p: R $7013\frac{1}{3}$ p: R v: cubica $84\frac{19}{27}$ m: R $7013\frac{1}{3}$ p: $2\frac{1}{3}$, & quia nos posuimus partes, rem m: 2, & rem p: 6, erũt numeri quæsiti, ut uides.

pos. m: 2
pos. p: 6
cub. p: 12 pos. m: 6 q̃d. m: 8
p: 12 pos. p: 1 q̃d. p: 36
cub. m: 7 q̃d. m: 44
æqualis 100

Et similiter, si dicat, duas fac partes ex aliquo numero, quorum quadratum unius, cum cubo alterius iunctum, faciat aliquem numerum, facies enim duas partes ex numero diuidendo, ut supra, quarum uni, scilicet cuius sumitur triplum quadrati, addes rem, alteri cuius sumitur duplum ipsius, detrahes rem, inde perficies operationem, ut in exemplo.

R v: cu. $84\frac{19}{27}$ p: R $7013\frac{1}{3}$ p: R v: cu. $84\frac{19}{27}$ m: R $7013\frac{1}{3}$ p: $\frac{1}{3}$
R v: cu. $84\frac{19}{27}$ p: R $7013\frac{1}{3}$ p: R v: cu. $84\frac{19}{27}$ m: R $7013\frac{1}{3}$ p: $8\frac{1}{3}$

QVÆSTIO III.

Fac ex 8 duas partes, quarum cubus unius, cum quadrato alterius, faciat 400, facies ex 8 duas partes, ut prius, quæ erunt 6 & 2, & pones 2 p: re, & 6 m: re, duces 2 p: 1 positione ad cubum, & 6 m: 1 positione ad quadratum, habebis iungendo 1 cub. p: 7 quadratis p: 44, æqualia 400; igitur 1 cub. p: 7 quadratis, æquatur 356, quare rei æstimatio, est R v: cubica $165\frac{8}{27}$ p: R $27161\frac{13}{27}$ p: R v: cubica $165\frac{8}{27}$ m: R $27161\frac{13}{27}$ m: $2\frac{1}{3}$, quare cum partes sint 2 p: 1 positione, & 6 m: 1 positione, ipsæ erunt quales uides, $8\frac{1}{3}$ m: R v: cubica $165\frac{8}{27}$ p: R $27161\frac{13}{27}$ m: R v: cubica $165\frac{8}{27}$ m: R $27161\frac{13}{27}$ R v: cubica $165\frac{8}{27}$ p: R $27161\frac{13}{27}$ p: R v: cubica $165\frac{8}{27}$ m: R $27161\frac{13}{27}$ m: $\frac{1}{3}$.

2 p: 1 pos.
6 m: 1 pos.
8 p: 6 q̃d. p: 12 pos. p: 1 cub.
36 p: 1 q̃d. m: 12 pos.
44 p: 7 q̃d. p: 1 cub.
æqualia 400
1 cub. p: 7 q̃d. æqual. 356

Et si dicat de diuisione numeri aßignati, in duas partes, quarum differentia cubi unius à quadrato alterius, sit numero dato æqualis, tunc semper pones $\frac{1}{3}$ p: 1 positione, pro parte quæ cubari debet, & residuum numeri diuidendi, detracto $\frac{1}{3}$ m: 1 positione, pro numero in se ſe ducendo, inde facta detractione, habebis cubum & res æquales numero, quare erit cognita utraq; pars confeſtim.

QVÆSTIO IIII.

Exemplum, Diuide 8 in duas partes, quarum cubus unius, excedat quadratum alterius, in 10. Ponemus itaq; partem primam $\frac{1}{3}$, & ſecundam $7\frac{2}{3}$, & addemus ad $\frac{1}{3}$, rem, & fiet $\frac{1}{3}$ p: 1 poſitione, & minuemus rem ex $7\frac{2}{3}$, & fiet $7\frac{2}{3}$ m: re, inde ſequemur operationem, & habebimus pro cubo, $\frac{1}{3}$ p: 1 poſitione, hoc, 1 cubo p: 1 quadrato p: $\frac{1}{3}$ poſitionis p: $\frac{1}{27}$, & pro quadrato, 1 quad. m: $15\frac{1}{3}$ poſitionibus p: $58\frac{7}{9}$, horum differentia erit 1 cubus p: $15\frac{2}{3}$ poſitionib⁹ m: $58\frac{20}{27}$ & hoc æquatur 10, igitur cubus & $15\frac{2}{3}$ poſitiones, æquatur $68\frac{20}{27}$, & rei æſtimatio cognita eſt, cui addemus $\frac{1}{3}$ pro prima parte, & minuemus eam à $7\frac{2}{3}$, pro ſecunda parte, & ſi uoluiſſemus, quod quadratum ſuperaſſet cubum, detraxiſſemus 10 numerum æquationis, ex $58\frac{20}{27}$, & haberemus 1 cubū p: $15\frac{2}{3}$ poſitionibus, ęqualem $48\frac{20}{27}$, & modi huius primę regulę ſunt innumerabiles, & ſunt quaſi pars regulæ de modo.

$\frac{1}{3}$	p:	1 poſ.	
$7\frac{2}{3}$	m:	1 poſ.	
$\frac{1}{27}$ p:	$\frac{1}{3}$ poſ. p:	1 q̄d. p:	1 cu.
$58\frac{7}{9}$ m:	$15\frac{1}{3}$ poſ. p:	1 q̄d.	
$58\frac{20}{27}$	$15\frac{2}{3}$ poſ. p:	1 cub.	

REGVLA II.

Verum alia regula quæ multum apud nos in uſu eſt, & facilior, talis eſt, & etiam exemplis ut reliquæ facilius explicabitur.

QVÆSTIO V.

Fac igitur ex 8 duas partes, quarum aſſumptis quadratis ſimul, item cubis ſimul, ductoq; uno aggregato per alterum, fiat numerus perfectus, poſſem dicere, quod faceret etiam numerum terminatum, ut 10000, uel alium, datur etiam maximus quem poteſt producere, & eſt 32768, & producitur ex cubo totius, in quadratum totius, datur etiam minimus quo minorem producere non poteſt, & eſt 4096. Videndum eſt igitur primo, an inter hos duos numeros, cadat numerus perfectus, & eſt 8128, qui ſi non caderet, eſſet quæſtio impoſſibilis, pone igitur unam partem 4 m: 1 poſitione, aliam 4 p: 1 poſitione, & fient quadrata, 16 p: 8 poſitionibus p: 1 quadrato, & 16 m: 8 poſitionibus p: 1 quadrato, quę iuncta erunt 32 p: 2 quadratis, excidentibus rebus, cubi etiam erunt, 64 p: 12 quadratis p: 48 poſitionibus p: 1 cubo, & 64 p: 12 q̄dratis m: 48 poſitionibus m: 1 cubo, qui iuncti, ſunt 128 p: 24 quadratis, quare ducemus 32 p: 2 quadratis, in 128 p: 24 quadratis, & fient 4096 p: 1024 quadratis p: 48 q̄d'q̄dratis, & hæc ſunt æqualia 8128, igitur habebimus, facta detractione & diuiſione,

1 q̄d'q̄d^m

1 q̃d'q̃dratum p:21 $\frac{1}{3}$ q̃dratis, æqualia 84, quare res est ℞ v: ℞ 197 $\frac{7}{9}$ m:10 $\frac{2}{3}$, partes igitur sunt 4 p: dicta radice & 4 m: dicta radice.

QVÆSTIO VI.

Fac de 10 duas partes, quarum radices quadratæ cubicatæ faciãt 26, pone quod tales ℞ sint 1 positio, fac ex 1 positione duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10, eo quòd radices talium partium debent aggregare 1 positionem, ex regulis igitur sexti libri, uel ex Euclide, habebis partes, ut uides, id est, $\frac{1}{2}$ positionem p: ℞ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ quadrati & $\frac{1}{2}$ positionis m: ℞ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ quadrati, istæ reducendæ sunt ad cubum, & quia in cubando Binomium, oportet ducere

$\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ q̃d.
$\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: 5 m: $\frac{1}{4}$ q̃d.

quamlibet partium in se, & triplare, & addere quadrato alterius partis, & productum ducere in illam alteram partem, ideo cum talia producta assimilentur, & sint æqualia, & unum sit p: aliud m: quando duceremus triplum quadrati primæ partis cum quadrato secundæ in secundam, ideo sufficiet ducere, triplum quadrati secundæ partis, quod est 15 m: $\frac{3}{4}$ quadrati cum quadrato primæ partis, quod est $\frac{1}{4}$ quadrati, & fiet totum 15 m: $\frac{1}{2}$ quadrati, in primam partem quę est $\frac{1}{2}$ positio, sed quia hæc operatio geminanda est, propter duas partes, habebimus multiplicationem 15 m: $\frac{1}{2}$ quadrati, in 1 positionem, quæ est duplum $\frac{1}{2}$ positionis primæ partis, igitur tandem producentur 15 positiones m: $\frac{1}{2}$ cubi, æqualis 26, quare 1 cubus p: 52, æquabitur 30 positionibus, & rei æstimatio erit ex capitulo suo, ℞ 27 m: 1, inde habebis partes, ut uides, & in uerificatione operationis, multo magis hac regula indiges ad facilitatem, uerum de hoc diximus in tertio libro suo loco.

℞ 6 $\frac{3}{4}$ m: $\frac{1}{2}$ p: ℞ v: ℞ 6 $\frac{3}{4}$ m: 2
℞ 6 $\frac{3}{4}$ m: $\frac{1}{2}$ m: ℞ v: ℞ 6 $\frac{3}{4}$ m: 2

QVÆSTIO VII.

Et ad hanc reducitur quæstio illa, quidam emit Croci lib. 1. Cinamoni lib. 2. Piperis lib. 5, precĳs proportionalibus, sic, ut se habuit precium totius piperis, ad precium cinamomi, sic precium cinamomi, ad precium croci, ita quòd precium croci fuit minimum, & piperis maximum, & cinamomi medium, & hæc tria precia, iuncta simul, fuerunt 6 aurei. Denuo sub eisdem precĳs emit croci lib. 30, cinamomi lib. 50, piperis lib. 40, aureis 100, quæritur singulorum precia. Hæc quęstio, à fratre Luca posita est, sed in numeris ꝓportionalibus, nam sic existimat eam admodum difficilem, sed non est, nam cum precia hæc, 5 librarum piperis, & 2 cinamomi, & 1 croci sint proportionalia, ipsa manebunt etiam proportionalia, in suis aggregatis, diuidemus

mus igitur 30 lib. croci per 1, & est secunda quantitas per primam, & ita 50 cinamomi per 2, & 40 piperis per 5, & exibunt numeri in margine, id

Crocus	Cinamomũ	Piper	Aurei
30	50	40	100
1	2	5	6
30	25	8	100

est 30, pro croco, 25 pro cinamomo, & 8 pro pipere, manifestum est igitur quod hi sunt numeri trium quantitatum ꝓportionalium, quæ sunt precia 1 lib. croci, 2 cinamomi, & 5 piperis, & quod prima quantitas seu precium, sumptum 30 uicibus, & secundum 25 uicibus, & tertium 8 uicibus, faciunt 100 aureos, at uero istæ quantitates, ut dictũ est, sunt 6 aurei, simpliciter sumptæ, fac igitur ex 6 tres quantitates proportionales, quarum prima ducta per 30, secunda per 25, tertia per 8, faciant 100. Ponemus igitur, mediam 2 positiones, relinquentur reliquæ, 3 m: 1 positione p: ℞ v: 9 m: 3 quadratis m: 6 positionibus, & 3 m: 1 positione m: ℞ v: 9 m: 3 quadratis m: 6 positionibus, ducendæ igitur sunt singulæ per suos numeros, quia igitur primę partes Binomiorum sunt æquales, & ambæ p: tantum erit ducere eas per 30, & per 8, quantum per 38, & similiter, quia radicũ uniuersalium una est m: ducenda per 30, alia p: ducenda per 8, tantum erit, cum sint æquales, quantum, si ducant̃ per 22, differentiam 30 & 8, & producentur partes,

3 m: 1 pos. p: ℞ v: 9 m: 3 q̃d. m: 6 pos.
8

3 m: 1 pos. m: ℞ v: 9 m: 3 q̃d. m: 6 pos.
30

2 pos. ——— 25 ——— 50 pos.

p: 3 m: 1 pos. | m: ℞ v: 9 m: 3 q̃d m: 6 pos.
38 | 22

114 m: 38 pos. | m: ℞ v: 4356 m: ℞ 1452 quad. m: 2904 pos.

114 m: 38 pos.
50 pos.
m: ℞ v: 4356 m: 1452 q̃d. m: 2904 pos. æqualia 100

quas uides à latere, & ipsæ erunt æquales 100, iunge & detrahe similia, habebis 14 p: 12 positionibus, æqualia ℞ v: illi, quæ est m: & ideo quadratum quadrato, id est 196 p: 336 positionibus p: 144 quadratis, æqualia 4356 m: 1452 quadratis m: 2904 positionibus, æq̃lia partes, habebis 4160 æqualia 1596 quadratis p: 3240 positionibus, quare 1 q̃d. p: $2\frac{4}{133}$, æq̃tur $2\frac{242}{399}$, est igit̃ rei æstimatio ℞ $3\frac{4494602}{7057911}$ m: $1\frac{2}{133}$, precium igitur unius libræ croci, est aurei $4\frac{2}{133}$ m: ℞ $3\frac{4494602}{7057911}$, & precium duarũ librarum cinamomi, est ℞ $14\frac{3862586}{7057911}$ m: $2\frac{4}{133}$, & precium quinq; librarũ piperis, est ℞ $3\frac{4494602}{7057911}$ p: $1\frac{131}{133}$,

 si igitur

ſi igitur diuiſeris hæc precia proportionalia, per ſuarum librarum numerum, referendo ſingula ſingulis, primum per 1, ſecundum per 2, tertium per 5, habebis precia librarum ſingularum, uniuſcuiuſque generis, & ſi duxeris ea per duos numeros, in ſecunda emptione, precium croci per 30, cinamomi per 50, piperis per 40, habebis quãtum pecuniarum ſingulis impenderit.

QVÆSTIO VIII.

Eodem modo ſoluitur quæſtio hæc, fac ex 14 tres partes proportionales, quarum maior ducta per 2, media per 3, minor per 4, producta hæc iuncta, faciant 36, peruenies enim per modum ſuperioris, ad 1 q̃dratum p: $9\frac{1}{3}$ poſitionibus, æqualia $53\frac{1}{3}$, quare res eſt ℞ $75\frac{1}{9}$ m: $4\frac{2}{3}$, & eſt 4, media quantitas, poſita media quantitate 1 poſitione, non ut in priore, 2 poſitionibus.

QVÆSTIO IX.

Diuide 14 in tres partes proportionales, ut ducta prima per 2, ſecunda per 3, talia producta æquẽtur tertiæ multiplicatæ per 7. Pones ſecundam, eſſe 2 poſitiones, reliquæ erunt ut uides, ducta ſecunda per 3, fiunt 6 poſitiones, modo prima habet multiplicari p 2, & tertia per 7, & habent detrahi,

2ª	2 poſ.
pª	7 m: 1 poſ. p: ℞ v: 49 m: 14 poſ. m: 3 q̃d.
3ª	7 m: 1 poſ. m: ℞ v: 49 m: 14 poſ. m: 3 q̃d.

igitur cum ambæ partes ſint ſimiles, & prima in ambabus ſit p: & ſecunda in prima ſit p: in tertia m: ideo primam partem ſufficit multiplicare p differentiam 7 & 2, quæ eſt 5, & producentur pro tertia parte, 35 m: 5 poſitionibus, quibus demptis 6 poſitionibus producto ſecundæ partis, habebimus 35 m: 11 poſitionibus, pro differentia tertij & ſecundi producti, primum autem producetur, ducto 9 aggregato primi & tertij, in radicem uniuerſalem, & fit ℞ v: 3969 m: 1134 poſitionibus m: 243 quadratis, hæc igitur æquatur 35 m: 11 poſitionibus, quare quadratum quadrato, igitur 1225 m: 770 poſitionibus p: 121 quadratis, æquantur 3969 m: 1134 poſitionibus m: 243 quadratis, æqua partes, habebis 2744 ęqualia 364 poſitionibus p: 364 quadratis, quare 1 q̃d. p: una poſitione æquantur $7\frac{7}{13}$, quare rei æſtimatio eſt cognita, et eius duplum eſt pars ſecunda, ſcilicet ℞ $31\frac{2}{3}$ m: 1.

QVÆSTIO X.

Fac de 8 tres partes proportionales, ut aggregatum quadratorũ primæ & ſecundæ, triplum ſit quadrato ſecundæ, pones quantitatem mediam 2 poſitiones, eius quadratum eſt 4 quadrata, cuius triplum eſt aggregatum quadratorum primæ & tertiæ, eſt autem prima 4 m: 1 poſi-

1 positione p: ℞ v: 16 m: 8 positionibus m: 3 quadratis, & tertia est 4 m: 1 positione m: ℞ v: 16 m: 8 positionibus m: 3 quadratis, deducendo igitur hæc ad quadrata, uides quod oportet multiplicare ℞ v: in se semel, & partē primā in se semel, & omnia sunt p: quare sufficiet talia producta duplicare, deinde oporteret ducere ℞ v: in primā partem bis, quare cum in una ꝓducatur p: in alia m: suppositis, partibus æqualibus, nihil producet, igitur habebimus aggregatum quadratorum 64 m: 32 positionibus m: 4 q̄dratis, & hoc est ęquale 12 quadratis, triplo quadrati secundæ, igitur 1 q̄dratum p: 2 positionibus ęquatur 4, & res est ℞ 5 m: 1, & duplum eius, est quantitas media scilicet ℞ 20 m: 2, & reliquæ, ut uides, quadratum secundæ est 24 m: ℞ 320, quadrata autem primæ & tertiæ, 72 m: ℞ 2880 probata est. Sed si diceret, quod quadrata primæ & tertiæ, tripla essent quadratis secundæ & tertiæ, tunc difficulter per hanc regulam soluitur, uerum facilius longe, per primam regulam 39 capituli, ponendo quantitates 1, 1 positio, & 1 quadratum, habebis 1 q̄d' q̄dratum p: triplum de 1 quadrato p: 1, quare res nota est.

4 m: 1 pos.	p: ℞ v: 16 m: 8 pos. m: 3 q̄d.
4 m: 1 pos.	p: ℞ v: 16 m: 8 pos. m: 3 q̄d.
4 m: 1 pos.	m: ℞ v: 16 m: 8 pos. m: 3 q̄d.
4 m: 1 pos.	m: ℞ v: 16 m: 8 pos. m: 3 q̄d.
32 m: 16 pos. p: 2 q̄d.	p: 32 m: 16 pos. m: 6 q̄d.

p^a 5 m: ℞ 5 p: ℞ v: 6 m: ℞ 20
3^a 5 m: ℞ 5 m: ℞ v: 6 m: ℞ 20

QVÆSTIO XI.

Si dicas, fac ex 8 duas partes, quæ uicissim diuisæ per alterius quadratum, producant iuncta prouenientia 10, pones partes 4 p: 1 positione & 4 m: 1 positione, & per hanc regulam, peruenies ad capitulum deriuatiuum, q̄d' q̄drati & q̄drati & numeri, & est facilis.

QVÆSTIO XII.

Inuenias quatuor numeros continue proportionales, quorum aggregatum, primi secundi & quarti, sit 15, & aggregatum primi & tertij & quarti sit 17, tunc dices, igitur cum hęc aggregata differant, per differentiam secundæ & tertiæ, igitur tertia est 2 p: quàm secunda, ponam igitur secundam, 1 positionem m: 1, & tertiam 1 positionem p: 1 nam sic differentia illarum erit 2, relinquetur igitur aggregatum primæ & quartæ 16 m: 1 positione, duc secundam in tertiam, fit 1 q̄d. m: 1, fac ex 16 m: 1 positione duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producantur 1 quadratū m: 1, & erunt partes ut uides, quia igitur ꝓportio quartæ ad tertiam, est ut secundæ ad primam, ex constituo, quia ꝓductum secundæ in tertiã, æquale est pro

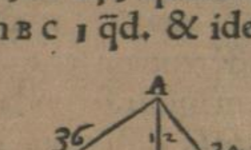
8 m: $\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: 65 m: 8 pos. m: $\frac{3}{4}$ q̄d. | 4ª
8 m: $\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: 65 m: 8 pos. m: $\frac{3}{4}$ q̄d. | pª
1 pos. p: 1 3ª
1 pos. m: 1 2ª

2 cub. p: 6 pos.

ducto primæ in quartam, sufficiet ad demonstrandum, quòd sint continue proportionales, quod cubi secundæ & tertiæ iuncti æquales sint, productis quantitatum quartæ & primæ, in sua quadrata mutuo, at tales cubi, fiunt solum ex multiplicatione tripli quadrati secundæ partis, cum quadrato primæ, in ipsam primam, eo quod reliqua multiplicatio tripli quadrati primæ partis, cum quadrato secundæ in ipsam secundam, excidit, eo quod in una est p: in alia m: igitur habemus cubos iunctos, 2 cub. p: 6 positionibus, & tantum debet fieri ex multiplicatione quadratorum primæ & quartæ quantitatis, in ipsas quantitates uicissim, hoc aũt ut demonstratum est, æquale est ductui unius quantitatis in alteram, multiplicato in aggregatum ipsarum quantitatum, ex dictis in sexto libro, duc igitur quantitates inuicem, & quia ℞ v: sunt similes, multiplicatio in crucem nulla erit, quare sufficiet quadrare utramq; partem, & minuere unam ab altera, quia m: in p: facit m: producentur igitur à partibus similibus 1 q̄d. m: 1, aggregatum etiam radicum est 16 m: 1 positio, eo quod ℞ v: excidunt, igitur productum erit 16 q̄drata m: 1 cubo p: 1 positione m: 16, & hoc æquatur 2 cubis p: 6 positionibus, igitur 3 cubi p: 5 positionibus p: 16, æquantur 16 quadratis, quare res est in capitulo, uides autem quoniam inextricabilis quæstio ad magnam reducitur facilitatem, & posset reduci ad regulam de modo, nam ubi differentia est 2, semper 3 cubi p: 5 positionibus, p: numero medio inter duo aggregata per æquidistantiam, ęquantur totidem quadratis, quotus est numerus.

Quæstio XIII.

Est trigonus A B C orthogonius, & eius perpendicularis ad basim A D, cuius latus A B, cum B D, est 36, & A C cum C D, est 24, quæritur area, pone B C 1 positionem, erit igitur quadratum B C 1 q̄d. & ideo cum A B & B D, sint 36, & rursus A C & C D, 24, erunt omnia latera trigoni 60, quare A B & B C, erunt 60 m: 1 positione, oportet igitur ex A B & A C, facere duas partes, quarum quadrata iuncta sint æqualia quadrato B C, secundum doctrinam 47ᵉ primi elemen. Euclidis, quare ex regulis sexti libri nostri, diuide 60



de 60 m: 1 positione per æqualia, fit 30 m: $\frac{1}{2}$ positiones, duc in se, fit 900 m: 30 positionibus p: $\frac{1}{4}$ quadrati, detrahe ex dimidio quadrati B C, relinquitur $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, cuius R, addita & detracta, à dimidio aggregati A B & A C, ostendit partes, est igitur A B 30 m: $\frac{1}{2}$ positionis p: R v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, & A C 30 m: $\frac{1}{2}$ positionis m: R v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, quare si detrahatur A B ex aggregato A B & B D, relinquetur B D 6 p: $\frac{1}{2}$ positionis m: R v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, & similiter, detracta A C, ex aggregato A C & C D, relinquitur C D, $\frac{1}{2}$ positionis m: 6 p: R v: $\frac{1}{4}$ quadrati p: 30 positionibus m: 900, est autem manifestum ex demonstratione 47[e], primi elementorum Euclid. quod differentia quadrati A B, à quadrato A C, æqualis est differentiæ quadrati B D, â quadrato C D, differentia autem duarum quantitatum, est semper in partibus dissimilibus, nam quæ similes sunt, nullam producunt differentiam, quare cum quadrata partium constent ex nouem multiplicationibus, quarum tres sunt quadrata partium, erunt illæ tres omnino similes, comparando A B ad A C, & B D ad C D, & similiter multiplicationes duæ 30 in $\frac{1}{2}$ positionis, sunt communes A B & A C, cum utræque producant m: & ita in B D & C D, communes sunt multiplicationes, 6 in R v: nam utrinque prouenit idem m: differentia igitur A B & A C, ex parte A B, est multiplicatio 30 in R v: & ex parte A C, multiplicatio $\frac{1}{2}$ positionis in R v: quare differentia quadratorum A B, & A C, est illud quorum R v: 225 quadratorũ p: 27000 positionibus m: 810000, excedit R v: $\frac{1}{16}$ q̄d'q̄drati p: 7 $\frac{1}{2}$ cubis m: 225 quadratis, eadem est ratione differentia B D & C D quadratorum, est qua 3 positiones excedunt R v: $\frac{1}{16}$ q̄d'q̄drati p: 7 $\frac{1}{2}$ cubis m: 225 quadratis, oportuisset aũt com-

A B 30 m: $\frac{1}{2}$ pos. p: R v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
A C 30 m: $\frac{1}{2}$ pos. m: R v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
B D $\frac{1}{2}$ pos. p: 6 m: R v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
C D $\frac{1}{2}$ pos. m: 6 p: R v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900

pars q̄d. A B dissim. R v: 225 q̄d. p: 27000 pos. m: 810000
pars q̄d. A C dissim. R v: $\frac{1}{16}$ q̄d'q̄d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̄d.
pars q̄d. B D 3 pos. 0
pars q̄d. C D R v: $\frac{1}{16}$ q̄d'q̄d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̄d.

plendo operationem, omnia quadruplicare, sed hoc uitauimus, quia si q̄druplum est æquale q̄druplo, igitur & simplum simplo, hæ igitur differentiæ ęquales supponuntur, & radices v: etiam sunt idẽ, igi-

igitur ex cōmuni sententia, 3 positiones æquantur illi ℞ v: primæ, id est, ℞ v: 225 quadratorum p: 27000 positionibus m: 810000, igitur 216 quadrata p: 27000 positionibus æquantur 810000, & 1 q̄d. p: 125 positionibus, æquabit 3750, & res erit ℞ 7656 $\frac{1}{4}$ m: 62 $\frac{1}{2}$, quod est 25, & tanta fuit B C, unde habes alias.

QVÆSTIO XIIII.

Rursus disponatur trigonus A B C, orthogonius, cum perpendiculari A D, & sint A B cum C D 29, & A C cum B D 31, queritur area, ponemus B C positionem, & erunt rursus A B & A C eadem, ut in superiore quæstione, sed caue, ne maius latus ponas ex parte maioris numeri, ut in priori, detrahe igitur A B ex 29, & A C, ex 31, & habebis quantitates, ut uides, differentia igitur quadratorum A B & A C, æqualis est differentiæ quadratorum B D & C D, est autem differentia quadratorum A B & A C, ut prius, at differentia quadratorum B D & C D, est ut uides, sumpta eodem modo ut in priori quæstione, sed est superatio absoluta, non autem mutua, ut in priori quæstione, quia igitur quadratum A B, excedit quadratum A C in differentia quadrati B D, ad quadratum C D, erit differentia quadratorum B D & C D, addita quadrato A C constituens quadratum A B, quare ℞ v: 225 quadratorum p: 27000 positionibus m: 810000, æquabitur $\frac{1}{2}$ positionis p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d' q̄drati p: 30 cubis m: 900 quadratis, nam hæc ℞ v: est aggregatū ex ℞ v: differentiæ q̄dratorum B D & C D, & partis quadrati A C, in qua superat quadratum A B, quare ducendo partes in se, habebimus 675 $\frac{1}{4}$ quadrata p: 27000 positionibus m: $\frac{1}{4}$ q̄d' q̄drati m: 30 cubis m: 810000, æqualia ℞ v: 225 q̄d' q̄dratorum p: 27000 cubis m: 810000 quadratis, & cum duxeris partes in se, peruenies ad rem, quę non ha-

A B 30 m: $\frac{1}{2}$ pos. p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
A C 30 m: $\frac{1}{2}$ pos. m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
B D $\frac{1}{2}$ pos. p: 1 p: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900
C D $\frac{1}{2}$ pos. m: 1 m: ℞ v: $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 30 pos. m: 900

pars q̄d. A B dissim. ℞ v: 225 q̄d. p: 27000 pos. m: 810000
pars q̄d. A C dissim. ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d' q̄d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̄d.
pars q̄d. B D qua superat quadratum C D est $\frac{1}{2}$
pos. p: ℞ v: $\frac{1}{16}$ q̄d' q̄d. p: 7 $\frac{1}{2}$ cub. m: 225 q̄d.

bent æstimationem, & ideo soluenda est regula particulari. Volui tamen, ut intelligeres facilitatem operandi in hoc, & quæstionem ualde difficilem, nisi Geometrico auxilio dissoluatur, manifestum est enim

quòd

quòd B C est 25, ut in priore quæstione, uerum generalis debet esse solutio, latera igitur trigoni B C 25, A B 20, A C 15, A D 12, B D 16, C D 9, area igitur eius est 150.

De regula qua pluribus positionibus inuenimus ignotam quantitatem. Caput XXXIX.

REGVLA I.

HÆc regula similis est regulæ de medio, est autem talis, Cōstitue quantitates totidem in denominationibus liberis, quotus est numerus querendarum, inde inuenies proportionem, qua inuenta, denuo pones res sub numero quantitatum inuentarū, utq; propositum est, perfice operationem, & habebis æquationem, qua habita, habebis rei æstimationem.

QVÆSTIO I.

Exemplum. Inuenias tres numeros proportionales, quorum quadratum primi sit æquale secundo & tertio, & quadratum tertij sit æquale quadratis primi & secundi, quia igitur quadratum tertij æquale est quadratis secundi & primi, ipsum sit 1 q̄d q̄dratum, æquale 1 q̄drato p: 1, quare res, seu proportio, est ℞ v ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, igitur ponemus res 1, & ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, quadratum igitur primæ quantitatis, quod est 1 quadratum, æquatur secundæ & tertiæ, scilicet totidem rebus, igitur rei æstimatio, est aggregatum ex secunda & tertia, quia diuidere aliquid per unitatem, qui est numerus quadratorum, est non diuidere, igitur rei æstimatio est, ℞ $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ p: ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & secunda quantitas, est quod producitur ex hac, in ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & tertia habebitur, ducendo rem quam habes in ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{2}{2}$.

1	1 pos.	1 q̄d.
1	1 q̄d.	1 q̄d q̄d.

QVÆSTIO II.

Inuenias tres numeros proportionales, quorum tertius sit æqualis secūdo & primo, & quadratū primi, sit æquale aggregato secundi & tertij, pones primum quadratū, secundum rem, tertium unitatem, & quia tertius, æqualis est secundo & primo, igitur 1 quadratum, æquatur 1 rei p: 1, & proportio erit ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, partes igitur erunt, 1 positio, & positiones ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & positiones $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{4}$, & quia quadratū primi æquale est aggregato secundi & tertij, igitur 1 quadratum æquatur positionibus ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ p: $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{4}$, quare rei æstimatio erit ℞ 5 p: 2, & partes ut uides.

℞ 5	p: 2
$3\frac{1}{2}$ p:	℞ $11\frac{1}{4}$
℞ $31\frac{1}{4}$ p:	$5\frac{1}{2}$

QVÆS-

QVÆSTIO III.

Inuenias quatuor quantitates proportionales, quarum quadratum quartæ, æquale sit quadratis primæ, & secundæ, & quantitates iunctæ simul, faciant 10, capiam 1, rem, quadratum & cubum, igitur q̄d'cubus, ęquatur 1 quadrato p: 1, quare res ualet ex capitulo deriuatiuorū, ℞ v$^{m^a}$: ℞ v: cubicæ $\frac{1}{2}$ p: ℞ $\frac{23}{108}$ p: ℞ v: cubica $\frac{1}{2}$ m: ℞ $\frac{23}{108}$, igitur posita prima unitate, hæc est secunda quantitas, & tertia erit quadratum huius, scilicet ℞ v cubica $\frac{1}{2}$ p: ℞ $\frac{23}{108}$ p: ℞ v: cubica $\frac{1}{2}$ m: ℞ $\frac{23}{108}$, quarta erit cubus secundæ seu proportiōis, inde iunctis quatuor quantitatibus scilicet unitate, re, quadrato, & cubo, & diuiso 10 per aggregatum, exibit prima quantitas, qua ducta in rem habebimus secundam, hac denuo, ducta in rem, habebimus tertiam, qua ducta per rem, habebimus quartam.

1	1 pos.	1 q̄d.	1 cub.	
1	1 q̄d.	—	1 cub'q̄d.	

QVÆSTIO IIII.

Inuenias quatuor quantitates continue proportionales, quarum quadratum quartæ, æquale sit quadratis primæ & tertiæ, & aggregatum earum sit 10, capiam ut in præcedente 1, rem, quadratum, cubū, erit igitur cu'q̄dratum æqualis q̄d'q̄drato p: 1, quare ex capitulo deriuatiuorū, rei æstimatio est ℞ v$^{m^a}$: ℞ v: cubicæ $\frac{29}{54}$ p: ℞ $\frac{31}{108}$ p: $\frac{1}{3}$ p: ℞ v: cubica $\frac{29}{54}$ m: ℞ $\frac{31}{108}$, & huius q̄dratū, quod est idem, abiecta ℞ v$^{m^a}$: est tertia quantitas, inde ductis inuicem secunda & tertia, uel secunda ad suum cubum, uel tertia ad quadratum, & addita unitate consurgit quarta, quibus quatuor quantitatibus iunctis, si per eas diuiseris 10, habebis primam quæsitarum, qua ducta per secundam, & tertiam, & quartam, præcedentium, habebis secundam & tertiam & quartam quantitatem quas querebas.

REGVLA II.

2 Alia est regula nobilior præcedente, & est Ludouici de Ferrarijs, qui eam me rogante inuenit, & per eam habemus omnes ęstimationes fermè capitulorum q̄d' q̄drati & quadrati rerum, & numeri, uel q̄d' quadrati cubi, quadrati & numeri, & ego ponam ea per ordinem, hoc modo ut uides.

1 q̄d'q̄d. æquale q̄d. rebus & numero
2 q̄d q̄d. æquale q̄d. cubis & numero
3 q̄d'q̄d. æquale cubis & numero
4 q̄d'q̄d. æquale rebus & numero
5 q̄d'q̄d. cum cubis æqualia q̄d. & numero
6 q̄d'q̄d. cum rebus æqualia q̄d. & numero

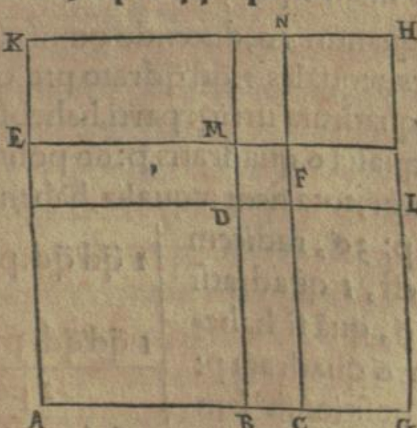
7 q̄d'q̄d.

7 q̄d'q̄d. cum cubis æqualia numero
8 q̄d'q̄d. cum rebus æqualia numero
9 q̄d'q̄d. cum q̄d. æqualia cub. & numero
10 q̄d'q̄d. cum q̄d. æqualia rebus & numero
11 q̄d q̄d. cum q̄d. & rebus æqualia numero
12 q̄d'q̄d. cum q̄d. & cubis æqualia numero
13 q̄d'q̄d. cum q̄d. & numero æqualia cubis
14 q̄d'q̄d. cum q̄d. & numero æqualia rebus
15 q̄d'q̄d. cum numero æqualia cubis & q̄d.
16 q̄d'q̄d. cum numero æqualia cubis
17 q̄d'q̄d. cum numero æqualia rebus & q̄d.
18 q̄d q̄d. cum numero æqualia rebus
19 q̄d'q̄d. cum cubis & numero æqualia q̄d.
20 q̄d q̄d. cum rebus & numero æqualia q̄d.

In his igitur omnibus capitulis, quę quidem ſunt generaliſsima, ut reliqua omnia ſexaginta ſeptem ſuperiora, oportet reducere capitula, in quibus ingreditur cubus, ad capitula, in quibus ingreditur res ut ſeptimum ad quartum, & ſecundum ad primum, deinde quæremus demonſtrationem hoc modo.

DEMONSTRATIO.

Sit quadratum A F, diuiſum in duo quadrata A D & D F, & duo ſupplementa D C & D E, & uelim addere gnomonem K F G circūcirca, ut remaneat quadratum totum A H, dico quòd talis gnomo, conſtabit ex duplo G C additæ lineæ, in C A, cum quadrato G C, nam F G conſtat ex G C in C F, ex diffinitione data in initio ſecundi elementorum, et C F eſt æqualis C A, ex diffinitione quadrati, & per 44^{am} primi elementorum, K F eſt æqualis F G, igitur duæ ſuperficies G F & F K, conſtant ex G C, in duplum C A, & quadratū G C eſt F H, ex corrolario quartæ ſecundi elementorū, igitur patet propoſitum, ſi igitur A D ſit 1 q̄d'q̄d^{m} & C D ac D E, 3 quadrata, & D F 9, erunt B A 1 quadratum, & B C 3 neceſſario, cum igitur uoluerimus addere q̄drata aliqua, ad D C & D E, & fuerint C L & K M, erit ad cōplendum quadratum totum neceſſaria ſuperficies L N M, quæ ut demonſtratum eſt, conſtat ex quadrato G C numeri quadratorum dimidiati,



nam C L est superficies ex G C in A B, ut ostensum est, & A B est 1 q̄dratum, quia ponimus, A D 1 q̄d'q̄dratum, F L uero & M N, fiunt ex G C in C B, ex 42ª primi elementorum, quare superficies L N M, & est numerus addendus, fit ex G C in duplum C B, id est in numerum quadratorum, qui fuit 6, & G C in seipsam, id est numero quadratorum addito, & hæc demonstratio nostra est.

4 Hoc peracto, semper reduces partem q̄d'q̄drati ad R̸, id est addendo tantum utriq; parti, ut 1 q̄d'q̄dratum cū quadrato & numero, habeant radicem, hoc facile est, cum posueris dimidium numeri quadratorum, radicem numeri, item facies, ut denominationes extremæ sint plus, in ambabus æquationibus, nam secus, trinomium seu Binomium redactum ad trinomium, necessario careret radice.

5 Quibus iam peractis, addes tantum de quadratis, & numero uni parti, per tertiam regulam, ut idem additum alteri parti, in qua erunt res faciat trinomium habens R̸ quadratam per positionem, & habebis numerum quadratorum, & numeri addendi utriq; parti, quo habito, ab utroq; extrahes R̸ quadratam, quæ erit in una, 1 quadratum p: numero, uel m: numero, ex alia, 1 positio uel plures p: numero, uel m: numero, uel numerus m: positionibus, quare per quintum capitulum huius, habens propositum.

QVÆSTIO V.

Exemplum. Fac ex 10 tres partes proportionales, ex quarum ductu primæ in secundam, producantur 6. Hanc proponebat Ioannes Colla, & dicebat solui non posse, ego uero dicebam, eam posse solui, modum tamē ignorabam, donec Ferrarius eum inuenit. Pones igitur mediam 1 positionem prima erit $\frac{6}{1\ \text{pos.}}$ & tertia erit $\frac{1}{6}$ cubi, quare hæc æquantur 10, ducendo omnia in 6 positiones, habebimus 60 positiones, æquales 1 q̄d'q̄drato p: 6 quadratis p: 36, adde ex quinta regula, 6 quadrata utriq; parti, habebis 1 q̄d'q̄dratum p: 12 quadratis p: 36, æqualia 6 quadratis p: 60 positionibus, nam si æqualibus æqualia additur, tota fient æqualia, habent autem 1 q̄d'q̄dratum p: 12 quadratis p: 36, radicem & est, 1 quadratū p: 6, quā si haberent 6 quadrata p: 60 positionib⁹ iam

1 q̄d'q̄d. p: 6 q̄d. p: 36	æqualia 60 pos.
6 q̄d.	6 q̄d.
1 q̄d'q̄d. p: 12 q̄d. p: 36	æq̄lia 6 q̄d. p: 60 pos.
2 pos.	1 q̄d. p: 12 pos.

haberemus negocium, sed non habent, addendi igitur sunt tot quadrati & numerus idem ex utraq; parte, ut in priore relinquatur trinomium habens radicem, in altero autem fiat, sit igitur numerus quadra

torum

torum 1 positio, & quia, ut uides in figura tertiæ regulæ, c l & m k, fiunt ex duplo g c in a b, & g c est 1 positio, ponam numerum quadratorum addendorum semper 2 positiones, id est duplū g c, & quia numerus addendus ad 36, est l n m, & ideo quadratum g c cum eo quod fit ex g c duplicato in c b, seu ex g c in duplum c b, & est 12, numerus quadratorum priorum, ducam igitur 1 positionem, dimidium numeri q̄dratorum additorū, semper in numerum q̄dratorū priorū, & in se, & fient 1 q̄dratum p: 12 positionibus addenda ex alia parte, & etiam 2 positiones pro numero quadratorum, habemus igitur iterum ex communi animi sententia, quantitates infrascriptas, inuicem æquales, & utraq; habent radicem, prima ex regula tertia, sed secunda quantitas ex supposito, igitur ducta prima parte trinomij in tertiam, fit quadratum dimidiæ partis secundæ

1 q̄d'q̄d. p: 2 pos. p: 12. q̄d^m p: 1 q̄d. p: 12 pos. additi numeri p: 36 æqualia.
2 pos. 6 q̄dratorū, p: 60 pos. p: 1 q̄d. p: 12 pos. numeri additi.

trinomij, quia igitur ex dimidio secundæ in se, fiunt 900, quadrata, & ex prima in tertiam, fiunt 2 cubi p: 30 quadratis p: 72 positionibus quadratorum, similiter erit deprimendo per quadrata, quia æqualia per æqualia diuisa, producunt æqualia, ut 2 cu. p: 30 quadratis p: 72 positionibus æquantur 900, quare 1 cubus p: 15 quadratis p: 36 positionibus æquantur 450.

Sufficit igitur deducendo ad regulam, habere semper 1 cubum p: numero priorum quadratorum, addita ei quarta parte p: numero positionum tali, qualis est numerus ęquationis primus, ut si habuerimus 1 q̄d'q̄dratum p: 12 quadratis p: 36, æqualia 6 quadratis p: 60 positionibus, habebimus 1 cubum p: 15 quadratis p: 36 positionibus æqualia 450, dimidio quadrati dimidij numeri positionum, & si haberemus 1 q̄d'q̄dratum p: 16 quadratis p: 64 æqualia 80 positionibus, haberemus 1 cubum p: 20 quadratis p: 64 positionibus æqualia 800, & si haberemus 1 q̄d'q̄dratum p: 20 quadratis p: 100, æqualia 80 positionibus, haberemus 1 cubum p: 25 quadratis p: 100 positionibus æqualia 800, igitur hoc habito, in priore exemplo habuimus, 1 cub. p: 15 quadratis p: 36 positionibus æqualia 450, igitur rei æstimatio, per 17^m capitulum, est R v: cubica $287\frac{1}{2}$ p: R $80449\frac{1}{4}$, p: R v: cubica $287\frac{1}{2}$, m: R $80449\frac{1}{4}$ m: 5, hic igitur est numerus quadratorū, qui duplicatus, est addendus ex utraq; parte, quia supponuntur 2 res addendæ, & numerus addendus ex utraq; parte, ex demonstratione, est quadratum huius, cum eo quod fit ex hoc in 12, numerum quadratorum, manifestum est autem, quod R quadrata primi aggregati, semper est 1 quadratum p: dimidio numeri quadratorum, absque alio, id est p: R v: cubica 287 $\frac{1}{2}$ p: R 80449 $\frac{1}{4}$ p: R v: cub. 287 $\frac{1}{2}$ m: R 80449 $\frac{1}{4}$ p: 1, & hoc quia dimidium prioris numeri quadratorum fuit 6, & in addito trinomio fuit m: 5, igitur totum fuit, ut dixi, uerũ reliqua pars, fuit quadrata 6 p: duplo huius numeri, igitur fuit numerus quadratorum R v: cubica 2300 p: R 5148752 p: R v: cubica 2300 m: R 5148752 m: 4, & numerus rerum ex supposito fuit 60, & numerus est (ut ostensum est) quadratum dictæ quantitatis, plus duodecuplo ipsius quantitatis, uerum quia ex supposito, ex numero quadratorum in numerum æquationis fit quadratum dimidij numeri rerum, igitur diuiso 900 quadrato dimidij numeri rerum, per numerum quadratorum, exibit numerus, quantitates igitur sunt hæ, ut uides, & quia latus A G est compositũ ex lateribus duorum quadratorũ A D & D H di-

quadrata R v: cubica 2300 p: R 5148752 p: R v: cubica 2300 m: R 5148752 m: 4
res 60
900

numerus R v: cubica 2300 p: R 5148752 p: R v: cubica 2300 m: R 5148752 m: 4

missis supplementis, erunt R primæ & tertiæ harum quantitatum iunctæ inuicem, R v: totius aggregati, quare R primæ & tertiæ quantitatis, æquantur 1 quadrato p: R v: cubica 287 $\frac{1}{2}$ p: R 80449 $\frac{1}{4}$ p: R v: cubica 287 $\frac{1}{2}$ m: R 80449 $\frac{1}{4}$ p: 1, sed R primæ quantitatis, est numerus rerum, quia est R totidem quadratorum, & R tertiæ quantitatis est numerus, quia tertia quantitas est numerus, habemus igitur 1 quadratum p: numero, æqualia rebus & numero, minue minorem numerum de maiore, accipiendo R, id est accipiendo R denominatoris & numeratoris, habebis 1 quadratum p: hoc numero toto, m: numero infrascripto æq̃lia numero rerũ, huic scilicet, R uniuersalissima R v: cu-

R v: cubica 287 $\frac{1}{2}$ p: R 80449 $\frac{1}{2}$ p: R v cubica 287 $\frac{1}{2}$ m: R 80449 $\frac{1}{4}$ p: 4

30

R v: m^a R v: cu. 2300 p: R 5148752 p: R v: cu. 2300 m: R 5148752 m: 4

bicæ 2300 p: R 5148752 p: R v: cubica 2300 m: R 5148752 m: 4, nec refert, quod numerus ille sit compositus ex p: & m: nam tantum refert dicere, 1 quadratum p: 8, æquatur 6 rebus, quantum dicere 1 quadratum p: 10 m: 2, æquatur 6 rebus, sequere igitur capitulum quintum, de quadrato & numero, æqualibus rebus, ducendo dimidium numeri rerum in se, & auferendo numerum æquationis, inde residui sumendo R uniuersalissimam, quam addes dimidio numeri re-

ri re-ri rerum, & habebis rem quæ fuit media quantitatum proportionalium quæsitorum.

QVÆSTIO VI.

Inuenias numerum, qui sit æqualis radici suæ quadratæ, & duabus radicibus cubicis pariter acceptis, dices igitur si talis numerus fuerit cu' quadratum radix sua quadrata necessario est 1 cubus, & duæ radices cubicæ sunt 2 q̄d. igitur 1 cu' q̄dratum, æquabitur 1 cubo p: 2 q̄dratis, deducendo igitur ad inferiores denominationes per q̄d. erit 1 q̄d' q̄dratum æquale 1 positioni p: 2, posui aūt 2 radicibus cubicis, quia cum regula sit generalis, hoc tamē modo dupliciter solui potest, ut patebit. Namq; si 1 q̄d' q̄dratum æquatur 1 positioni p: 2, igitur 1 q̄d' q̄dratum m: 1 æquabitur 1 positioni p: 1, nam ab æqualibus æqualia auferuntur, diuide igitur ambo hæc, per 1 positionem p: 1, communem diuisorem, habebis 1 cubum m: 1 q̄drato p: 1 positione m: 1, æqualia 1, igitur 1 cubus p: 1 positione, æquatur 1 quadrato p: 2, igitur ex 18° capitulo, rei æstimatio est ℞ v: cubica ℞ $\frac{2241}{2916}$ p: $\frac{47}{54}$ m: ℞ v: cub. ℞ $\frac{2241}{2916}$ m: $\frac{47}{54}$ p: $\frac{1}{3}$, & cu' q̄dratū huius est numerus quæsitus, cuius ℞ quadrata, & 2 radices cubicæ sunt illi æquales, & tales radices sunt duplum quadrati huius quantitatis cum suo cubo.

1 q̄d' q̄d. m: 1
1 pos. p: 1

1 pos. p: 1

1 cu. m: 1 q̄d. p: 1 pos. m: 1
1

At regula generali sic faciemus quia enim 1 q̄d' q̄dratum æquatur 1 positioni p: 2, addemus ad utramq; partem, 2 positiones quadratorum, cui subscripsimus q̄d. ut intelligas non esse ex genere priorum denominationum, sed esse positiōes quadratorū, igitur numerus addendus, est 1 quadratum numeri q̄dratorum, & hoc est, ut in tertia regula huius capituli, quadratum D F, nam hic additio supplementorum est ut D C, A C, D E, ad quadratū simplex A D, igitur sufficit addere quadratū D F, absq; additione superficierum F L & M N, quæ erant necessariæ in exemplo quintæ quæstionis, quia igitur additis 2 positionibus p: 1 quadrato numeri quadratorum, ad 1 positionem p: 2, fit totum 2 positiones numeri q̄dratorum p: 1 pos. p: 2, p: 1 quadrato numeri quadratorum, & hoc habet radicem, oportet ut quadratum dimidij mediæ quantitatis, quæ est 1 positio, æquetur

1 q̄d' q̄d. p: 2 pos. p: 1 q̄d.
numeri q̄d. numeri q̄d.
2 pos. p: 1 pos. p: 2 p: 1 q̄d.
numeri q̄d. numeri q̄d.

$\frac{1}{4}$ q̄d. 4 pos. p: 2 cub.
numeri q̄d.

$\frac{1}{4}$ æquatur 2 cu. p: 4 pos.
$\frac{1}{8}$ æq̄tur 1 cu. p: 2 pos.

tur

rum, manifestum est autem, quod ℞ quadrata primi aggregati, semper est 1 quadratum p: dimidio numeri quadratorum, absque alio, id est p: ℞ v: cubica 287 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 80449 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: cub. 287 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 80449 $\frac{1}{4}$ p: 1, & hoc quia dimidium prioris numeri quadratorum fuit 6, & in addito trinomio fuit m: 5, igitur totum fuit, ut dixi, uerū reliqua pars, fuit quadrata 6 p: duplo huius numeri, igitur fuit numerus quadratorum ℞ v: cubica 2300 p: ℞ 5148752 p: ℞ v: cubica 2300 m: ℞ 5148752 m: 4, & numerus rerum ex supposito fuit 60, & numerus est (ut ostensum est) quadratum dictæ quantitatis, plus duodecuplo ipsius quantitatis, uerum quia ex supposito, ex numero quadratorum in numerum æquationis fit quadratum dimidij numeri rerum, igitur diuiso 900 quadrato dimidij numeri rerum, per numerum quadratorum, exibit numerus, quantitates igitur sunt hæ, ut uides, & quia latus A G est compositū ex lateribus duorum quadratorū A D & D H di-

quadrata ℞ v: cubica 2300 p: ℞ 5148752 p: ℞ v: cubica 2300 m: ℞ 5148752 m: 4
res 60
900

numerus ℞ v: cubica 2300 p: ℞ 5148752 p: ℞ v: cubica 2300 m: ℞ 5148752 m: 4

missis supplementis, erunt ℞ primæ & tertiæ harum quantitatum iunctæ inuicem, ℞ v: totius aggregati, quare ℞ primæ & tertiæ quantitatis, æquantur 1 quadrato p: ℞ v: cubica 287 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 80449 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: cubica 287 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 80449 $\frac{1}{4}$ p: 1, sed ℞ primæ quantitatis, est numerus rerum, quia est ℞ totidem quadratorum, & ℞ tertiæ quantitatis est numerus, quia tertia quantitas est numerus, habemus igitur 1 quadratum p: numero, æqualia rebus & numero, minue minorem numerum de maiore, accipiendo ℞, id est accipiendo ℞ denominatoris & numeratoris, habebis 1 quadratum p: hoc numero toto, m: numero infrascripto æq̄lia numero rerū, huic scilicet, ℞ uniuersalissima ℞ v: cu-

℞ V: cubica 287 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 80449 $\frac{1}{2}$ p: ℞ V cubica 287 $\frac{1}{2}$ m: ℞ 80449 $\frac{1}{4}$ p: 4
30
℞ V: ^{ma} ℞ V: cu. 2300 p: ℞ 5148752 p: ℞ V: cu. 2300 m: ℞ 5148752 m: 4

bicæ 2300 p: ℞ 5148752 p: ℞ v: cubica 2300 m: ℞ 5148752 m: 4, nec refert, quod numerus ille sit compositus ex p: & m: nam tantum refert dicere, 1 quadratum p: 8, æquatur 6 rebus, quantum dicere 1 quadratum p: 10 m: 2, æquatur 6 rebus, sequere igitur capitulum quintum, de quadrato & numero, æqualibus rebus, ducendo dimidium numeri rerum in se, & auferendo numerum æquationis, inde residui sumendo ℞ uniuersalissimam, quam addes dimidio numeri re-

Quæstio VII.

Si quis igitur dicat, inuenias numero qui ductus in ℞ cubicam ſuam p:6, faciat 64, dices igitur, poſito eo numero 1 cubo, habebimus 1 q̄d q̄dratum p:6 cubis æqualia 64, quare per ſeptimam tranſmutandi regulam ſeptimi capituli huius habebimus 1 q̄d'q̄d. æquale 6 rebus p:4, unde habita æſtimatione ex hoc capitulo per nonam regulam eiuſdem capituli, habebimus intentum. Et quibuſdam adeo uidebuntur difficiles hæ operationes, ut uix eas ueras eſſe credant, nos autem oſtendimus modum, quo quantitates iſtæ irrationales æquiualentes numeris, ad numeros reducantur, & dedimus demonſtrationē utramq;, & Geometricam à cauſa, & Arithmeticam ab effectu.

Quæstio VIII.

Fac ex 6 tres partes proportionales, quarum quadrata primæ & ſecundæ iuncta ſimul faciant 4, ponemus primam 1 poſitionem, quadratum eius eſt 1 quadratum, reſiduum igitur ad 4, eſt quadratum ſecundæ quantitatis, id eſt 4 m:1 quadrato, huius radicem, & 1 poſitionem detrahe ex 6, habebis tertiam quantitatem, ut uides, quare ducta prima in tertiã, habebis 6 poſitiones m:1 quadrato m:℞ v: 4 quadratorū m:1 q̄d'q̄d° equalia 4 m: 1 q̄d q̄drato ſecundæ, abijce 1 q̄dratum m: ex partibus, habebis 4 equalia 6 poſitionibus m:℞ v:4 quad. m:1 q̄d q̄drato, quare 6 poſitiones m:4 æquantur ℞ v:4 quadratorum m:1 q̄d'q̄drato, quare quadrata horum etiam æqualia ſunt, à quibus abijce 4 quadrata cōmunia, ex utraq; parte, habebis tandem 32 quadrata p:16 p:1 q̄d'q̄drato, æqualia 48 poſitionibus, quare addendo 240 utriq; parti, id eſt reſiduum quadrati dimidij numeri quadratorum, habebis 1 q̄d'q̄dratum p:32 quadratis p:256, æqualia 48 poſitionibus p:240, addes igitur 2 poſitiones quadratorum p:1 quadrato p:32 poſitionibus numeri quadratorum utriq; parti, prima igitur pars habent radicem neceſſario, & quia uolumus ſecundam etiam habere, quæ eſt 2 poſitiones quadratorum p:48 poſitionibus, ex prioribus

1 poſ. | v:℞ 4 m:1 q̄d. | 6 m:1 poſ. m:℞ v:4 m:1 q̄d.
6 poſ. m:1 q̄d. m:℞ v:4 q̄d. m:1 q̄d'q̄d.

4 | 6 poſ. m:℞ v: 4 quad. m: 1 q̄d'q̄d.
6 poſ. m:4 æqual. ℞ v:4 quad. m:1 q̄d'q̄d.

36 quad. p:16 m:48 poſ. æquantur
4 quad. m: 1 q̄d'q̄d.

32 quad. p: 16 p: 1 q̄d'q̄d. æqualia 48 poſ.

1 q̄d q̄d. p:32 quad. p: 256 æqualia 48
poſ. p:240

bus p:1 quadrato p:32 positionibus numeri quadratorum p:240, ducemus primam partem trinomij in tertiam ut uides, & dimidium secundæ in se, & fient 576 quadrata æqualia 2 cub. p: 64 quadratis p: 480 pos. quadratorū igitur 288 æquantur 1 cubo p: 32 quadratis, p: pos. 240, quare per 17 capitulum huius, habebimus 1 cubum æqualē $101\frac{1}{3}$ rerum p:$420\frac{16}{27}$, inde habita huius ęstimatione per suum capitulum, minue $10\frac{2}{3}$, tertiam partem numeri quadratorum, ut in eo 17° capitulo habes, & consurgit rei fictæ æstimatio, habebis igitur 1 quadratū p: 16 p: dicta æstimatione, ex una parte, æqualia rebus quæ sunt ℞ dupli æstimationis inuentæ p: ℞ aggregati ex quadrato dictæ æstimationis, & eadem ęstimatione ducta per 32, & 240 numero addito, hoc autem ut liquet, est minus priore numero, quia si loco 240 adderentur 256, essent æquales, igitur 1 quadratum p: æstimatione inuenta p: 16 m: ℞ v: illa trium quantitatum, id est quadrati æstimationis cum eadem ducta per 32, & cum 240 tanq̄ uno numero, æquantur rebus quæ sunt secundum radicem dupli æstimationis inuentæ, quod est propositum.

576 | quad.
2 pos. p:48 pos. p:1 q̄d. p:32 pos. p:240
quad. numeri quad.
2 cub. p:64 quad. p:480 pos. | q̄d.

QVÆSTIO IX.

Inuenias numerum, cuius q̄d'q̄dratum, cum quadruplo sui, & 8 ęquetur decuplo sui quadrati, dicemus igitur 1 q̄d'q̄dratum p:4 pos. p:8, æquantur 10 quadratis. Quare semper positiones dabimus quadratis, & auferemus à q̄d'q̄drato, & habebimus 1 q̄d'q̄dratū p:8, æquale 20 quadratis m:4 positionibus, & quia uidemus numerum quadratorum esse magnum, & rerum paruū, ideo conabimur minuere numerum quadratorum potius, quàm augere, & faciemus ut diminutio sit ex utraque parte 2 quad. nam à minori imò à 2 quadratis semper fermè est incipiendū, quia non oportet ut uenias ad m: quad. ex parte rerum, quia sic non haberent radicem, subductis igitur 2 quadratis ex utraq; parte, habebis

1 q̄d'q̄d. p:4 pos. p:8
10 q̄d.
1 q̄d'q̄d. p:8 | 10 q̄d. m:4 pos.
1 q̄d'q̄d. m:2 q̄d. p:8
8 q̄d. m: 4 pos.
1 q̄d'q̄d. m:2 q̄d. p:1
8 q̄d. m: 4 pos. m:7
2 pos. | 1 q̄d. p: 2 pos.
1 q̄d'q̄d: m:2 pos. m:2
q̄d. p:1 q̄d. p:2 pos. p:1
8 q̄d. m:2 pos. q̄d. m:4
pos. p:1 q̄d. p:2 pos. m:7

habebis 1 q̃d'q̃dratum m: 2 quadratis p: 8, æqualia 8 quadratis m: 4 positionibus, clarum est aũt, quòd si 1 q̃d' q̃dratum m: 2 quadratis debet habere radicem, oportet ut numerꝰ sit p: 1, sed erat p: 8,

8 m: 2 pos. q̃d.	4 pos.	1 q̃d. p: 2 pos. m: 7
4 quad.		8 m: 2 pos.
8 q̃d. p: 16 pos. m: 56 m: 2 cu. m: 4 quad. p: 14 pos. quad.		
4 quad. p: 30 pos.		60 p: 2 cub.
1 cub. p: 30 æquatur 2 quad. p: 15 pos.		
pos. 2		

igitur oportebit auferre 7 ex utraq; parte, habebimus igitur 1 q̃d'q̃dratum m: 2 quadratis p: 1, æquale 8 quadratis m: 4 positionibus m: 7, addemus igitur per m: ut dictum est, 2 positiones quadratorum ad reliqua 2 q̃drata m: ex regula, & addemus per p: ut in eadẽ, ad numerum 1 q̃dratũ p: 2 positionibus ex utraq; parte, quare habebimus partes æq̃les, quæ enim adduntur & minuuntur sunt æq̃lia, igitur 8 m: 2 positionibus quadratorum m: 4 positionibus, p: 1 quadrato p: 2 positionibus m: 7 numeri, habent radicem, multiplicando igitur primam partem, quæ est 8 m: 2 positionibus quadratorum, in tertiam, quæ est 1 quadratum p: 2 positionibus m: 7, fit illud quod uides à latere, pro numero quadratorum, & hoc æquale esse debet 4 quadratis, qui est numerus productus, ex dimidio mediæ partis in se, quare abijciendo quad. utrinq;, fiet illud multinomium, æquale 4, quare tandem reductis partibus ad suas consimiles erunt 2 cubi p: 60, æquales 4 quadratis p: 30 positionibus, & 1 cubus p: 30, æqualia 2 quadratis p: 15 positionibus, quare res ualet 2, uel per capitulum, uel etiam solo sensu experiendo.

Circa quod notanda sunt tria. Primum, quod reduxi rem ad experimentum in numeris, ut uideres ueritatem rei facilius, stultum est enim semper difficultatem addere difficultati, secundum, quod 1 cubus p: 30 ęqualis 2 q̃d. p: 15 rebus, habet aliam rei ęstimationẽ quàm 2, quæ cognita est ex suo capitulo, sed pro nunc ne operatio longior euadat, eam relinquimus. Tertium notandum est, quod tu uides, demonstrationem sic tenere in m: sicut in p: & quod numerus semper est addendus necessario, quia consurgit ex quadrato numeri quadratorum cum numero quadratorum priorum, seu quadrata sint addenda seu minuenda, ducto in dimidium numeri quadratorum minuendorũ. Hoc stante, diximus quod rei æstimatio est 2, & addendæ sunt 2 res per m: quadratorũ, igitur minuemus 4 quadrata ex utraq; parte, habebimus igitur 1 q̃d'q̃dratum m: 6 q̃dratis p: 1, æqualia 4 quadratis Notm.

dratis m:4 positionibus m:7, pro numero autem addendus est quadratus numeri dimidij quadratorum detractorum, & hoc dimidium est 2, quadratū cuius est 4, & similiter productum ex numero priorum quadratorum in rei æstimationem, quod productum est 4, igitur addemus 8 utriq; parti, & fient tandem ut uides, 1 q̄d'q̄dratum m:6 q̄dratis p:9, ęqualia 4 q̄dratis m:4 positionibus p:1, manifestum est autem quod ambo hæc habent radices duplices, ut uides, sed facta reductione ueniunt necessario ad duo capitula, uel 1 q̄dratum æquale 2 positionibus p:2, uel 1 quadratum p:2 positionibus æqualia 4, horū capitulorum æstimationes sunt ℞ 3 p:1, & ℞ 5 m:1, dico igitur quòd in æstimationibus 1 q̄d'q̄drati p:4 positionibus p:8, æquantur 10 quadratis, cuius probationis experimentum habes à latere dilucidum, ut patet, non declaro autem, an facta alia positione perueniremus ut dixi, cum 1 cubus p:30, ęquabatur 2 quadratis p:15 rebus, ad alias duas æstimationes, sed si te delectat operatio, per te ipsum potes illud inquirere.

1 q̄d'q̄d. m: 2 q̄d. p: 1	m:4 quad. p:8
1 q̄d'q̄d. m:6 q̄d. p: 1	
8 quad. m:4 pos. m: 7	
m:4 quad.	p: 8
4 q̄d. m: 4 pos. p: 1	

1 q̄d'q̄d. m:6 q̄d. p: 9	1 quad. m: 3 3 m: 1 quad.
4 quad. m:4 quad. p: 1	2 pos. m: 1 1 m:2 pos.
1 q̄d. æqual. 2 pos. p: 2	℞ 3 p: 1
1 q̄d. p: 2 pos. æqual. 4	℞ 5 m: 1

p^a^ æstimatio	2^a^ æstimatio
res ℞ 3 p: 1	res ℞ 5 m: 1
quad. 4 p: ℞ 12	quad. 6 m: ℞ 20
q̄d'q̄d. 28 p: ℞ 768	q̄d'q̄d. 56 m: ℞ 2880
4 res ℞ 48 p:4	4 res ℞ 80 m:4
q̄d'q̄d. ℞ 768 p:28	q̄d'q̄d. m: ℞ 2880 p:56
p:8	p:8
aggreg. ℞ 1200 p:40	aggreg. 60 m: ℞ 2000
10 quad. 40 p: ℞ 1200	10 q̄d. 60 m: ℞ 2000

QVÆSTIO X.

Inuenias tres numeros proportionales, quorum aggregatum sit 8, & quadratum tertij, sit æquale aggregato ex quadratis primi & secundi, ponemus eos per primam regulam 1, 1 pos. 1 quad. erunt igitur quadrata 1, 1 quadratum, 1 q̄d q̄d. igitur 1 q̄d'q̄d. æquatur 1 q̄drato p:1, quare ex capitulo deriuatiuorum 24°, habebimus rei æstimationem ℞ v: ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & tertia quantitas, est eius quadratum, scilicet ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & prima fuit 1, igitur totum aggregatum est $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{4}$

1 $\frac{1}{4}$, p: ℞ v: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, hoc aũt non eſt 8, ut propoſitũ eſt, dic igitur per regulam trium quantitatũ, ſi 1 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$ eſſet 8, qd eſſet 1 prima quãtitas? duc 8 in 1, fit 8, diuide 8

1	p^a
$\frac{1}{2}$ p: ℞ 1 $\frac{1}{4}$	3^a
℞ v: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$	2^a
1 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$	

per 1 $\frac{1}{2}$ p: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: ℞ v: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & exit 4 p: ℞ v: ℞ 500 p: 10 m: ℞ v: ℞ 1920 p: 18, & hæc eſt prima quantitas, qua habita ſi duxeris eam per ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, habebis tertiam quantitatem, quã ſi duxeris denuo in primam quantitatem ultimo inuentarum, ℞ v^{ma} producti, eſt ſecunda quantitas, & ne mireris quod tertiam quantitatem præponam ſecundæ in operatione, quia eſt longe ſimplicior.

Qvæstio xi.

Si quis dicat, inuenias numerum, qui ductus in ℞ ſuam cubicam m: 3, faciat 64. Pones illum 1 cubum, igitur ductus in ℞ cubicam m: 3 producit 1 q̃d'q̃dratum m: 3 cubis, æqualia 64, igitur 1 q̃d'q̃dratum m: 3 cubis, æquatur 64, dico quod poſſumus ſoluere modo ſeptimæ quæſtionis, & etiam alio modo, ſine tranſmutatione, quo poteſt etiam ſolui ſeptima quæſtio, & facilius, ſed uolui docere ambos modos, ut melius ſcires operari, debes igitur ſcire duo. Primum, quòd ut res debent ſemper manere ab alia parte, à qua eſt numerus cum quadratis, & non à parte q̃d'q̃drati, ſic cubi, ſeu p: ſeu m: debent manere cũ q̃d'q̃drato. Secundum, quòd ut numerus rerum nunq̃ debet uariari, ſic nec numerus cuborũ. Et poſſumus addere tertium his, ſcilicet, quòd ubi ſunt res, peruenimus ad 1 q̃d'q̃dratum p: quad. p: numero, æqualia quad. rebus p: uel m: & numero p: ſic hic peruenimus ad q̃d'q̃dratum p: quad. p: numero, æqualia q̃d'q̃d. cubis p: uel m: & quad. p: Hoc intellecto, ſic ſoluitur quæſtio, addes ad numerum 2 poſitiones q̃dratorũ, igitur ducto eius dimidio in ſe, fit 1 q̃dratum numeri quadratorumquadratorũ, diuiſo igitur eo per 64, habes $\frac{1}{64}$ q̃d. numerũ q̃d^{ri}q̃dratorũ, quare uides, q̊d addidiſti ad habendam radicem $\frac{1}{64}$ quad. pro numero q̃d'q̃d. & 2 poſitiones pro numero quad. igitur addes eadem ad 1 q̃d'q̃dratum m: 3 cubis, & habebis $\frac{1}{46}$ quadrati p: 1, pro numero q̃d'q̃d. & m: 3 cubis & 2 poſitionibus, pro numero quad. igitur ad hoc ut habeat radicem, oportet ut extrema inuicem ducta, producant, quantum dimidiũ mediæ quantitatis in ſe, eſt autem dimidium 1 $\frac{1}{2}$ cubi, quod ductum in ſe, producit 2 $\frac{1}{4}$ cu'quadrata, & $\frac{1}{64}$ quadrati p: 1 numeri q̃d'q̃d. in 2 poſitiones nu

$\frac{1}{64}$ q̃d. p: 1 q̃d'q̃d.	m: 3 cu.	p: 2 poſ. q̃d.	$\frac{1}{64}$ q̃d. q̃d'q̃d.	2 poſ. q̃d.	64

 meri

meri quad. producit $\frac{1}{32}$ cubi p:2 positionibus numeri cu'quadrati, nã q̄d'q̄dratum in quadratum, producit cu'quadratum, habes igitur $\frac{1}{32}$ cubi p:2 positionibus numeri cu'q̄d. æqualia $2\frac{1}{4}$ cu'q̄dratis, igitur ut cu'q̄dratum, ad cu'q̄dratum in æqualitate, sic numerus ad numerum, quare $\frac{1}{32}$ cubi p:2 positionibus, æqualia $2\frac{1}{4}$, quare 1 cubus p:64 positionibus æqualia 72, quare rei æstimatio, p:℞ v: cubica ℞ $11005\frac{1}{27}$ p:36, m:℞ v: cubica ℞ $11005\frac{1}{27}$ m:36, & duplum huius pro q̄dratis addetur utrique parti, radix igit̃, ex una parte est 8 p: rebus sub numero æstimationis rei, ex alia aũt q̄drata sub numero ℞ v: $\frac{1}{64}$ q̄drati, huius æstimatiõis addito 1, m: positionibus sub numero ℞ dupli huius æstimationis.

QVÆSTIO XII.

Si quis dicat, 1 q̄d'q̄dratum p:3, æquatur 12 rebus, addes 2 positiones quadratorum, & 1 quadratum numeri quadratorum, quare sic habebit ℞ quadratam sine numero ut clarum est, igitur addemus ex alia parte pro numero quadratorum 2 positiones, & pro numero 1 quad. m:3 habebis partes ut uides, quare multiplicatis partibus, habes 2 cubos æquales 6 rebus p:36, & 1 cubum, æqualem 3 rebus p:18, & res ualet 3, igitur partes sunt ut uides, & erit 1 quadratum p:3, ℞ primæ partis, æqualis rebus ℞ 6 p: numero ℞ 6, & res quæsita erit, ℞ v: ℞ 6 m: $1\frac{1}{2}$ p: ℞ $1\frac{1}{2}$.

1 q̄d'q̄d. p:3	12 pos.		
2 pos. quad. p:1 quad. m:3			
1 q̄d'q̄d. p:2 pos. p:1 q̄d.	2 pos.	12	1 q̄d. m:3
1 q̄d'q̄d. p:6 quad. p:9	6 quad. p:12 pos. p:6		

QVÆSTIO XIII.

Inuenias numerum, cuius q̄d'q̄dratum cum duplo cubi, sit 1 p: ipso numero, igitur dices, 1 q̄d'q̄dratum p:2 cubis æquantur ad 1 positionem p:1, hic non datur locus radici subtrahendæ, nec diuisioni. Sed dices ex prima regula, inuenias tres numeros proportionales, quorum aggregatum ad aggregatum secundi & tertij eandẽ habeãt rationem, quam aggregatum secundi & tertij ad primum. Pones igitur eos 1, 1 pos. 1 quad. habebis igitur 1 q̄d'q̄dratum p:2 cubis p:1 quadrato, æqualia 1 quadrato p:1 positioni p:1, quare abiecto 1 quadrato communi, habebimus 1 q̄d'q̄dratum p:2 cubis, æqualia 1 positioni p:1, ergo iam scimus rationem quantitatum, quia uero ex aggregato in primam, fit quadratum aggregati secundæ & tertiæ, igitur tale aggregatum est diuisum secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & eius minor portio est 1, igitur residuum (& est maior portio) est ℞ $1\frac{1}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & hoc equatur (ut supponitur) 1 q̄drato p:1 positione, igitur quantitates sunt ut uides.

Mediæ

Mediæ igitur quantitatis (quæ est res) 1 q̃d'q̃dratum p: 2 cubis æquantur ipsi quantitati p: 1, id est ℞ v: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{3}{4}$ p: $\frac{1}{2}$, & per hęc intelligis modos harũ regularũ, si exempla hæc diligenter cum suis operationibus animaduertas.

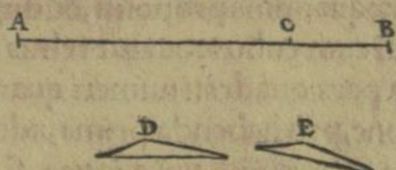
prima 1
2^a res ℞ v: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{3}{4}$ m: $\frac{1}{2}$
3^a q̃d. ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: 1 m: ℞ v: ℞ 1 $\frac{1}{4}$ p: $\frac{3}{4}$

De modis suppositionum generalium ad artem maiorem pertinentibus & regulis quæ extra ordinem sunt, ac æstimationibus diuersi generis ab his quæ dictæ sunt. Cap. XL.

CVm fuerit cubus æqualis quadratis & numero, si ab æstimatione illa detrahatur, numerus quadratorum, relinquetur æstimatio cubi & totidem quadratorum, ęqualium numero existenti in proportione eadem cum numero primæ æquationis in qua est ipsa secunda æquatio seu æstimatio ad primam æstimationem. Exemplum, cubus æquatur 2 quadratis p: 1 $\frac{17}{64}$, & æstimatio est 2 $\frac{1}{4}$, dico, quod si abijcias 2 numerum quadratorũ relinquetur $\frac{1}{4}$, æstimatio cubi & 2 quadratorum, æqualium $\frac{9}{64}$, qui numerus est in eadem proportione cum 1 $\frac{17}{64}$ numero prioris æquatiõis, in qua est $\frac{1}{4}$ æstimatio secunda, ad 2 $\frac{1}{4}$ primam æstimationem, cuius demonstratio sit hæc. p^a.

DEMONSTRATIO.

Ponatur A B æstimatio prima, & A C numerus quadratorum, & erit B C æstimatio alicuius cubi & quadratorum, secundum A C numerum æqualium alicui numero, qui sit E, ponatur uero D numerus, qui cum quadratis A B secundum numerum A C æquetur cubo A B, quia igitur cubus A B æquatur producto ex A C & C B in quadratum A B, itemq; producto ex A C in quadratũ A B cũ numero D, erit D æqualis producto C B in A B quadratum, & similiter cubus C B cum producto A C in quadratum C B, æquatur E numero,



& æquatur etiam producto ex A B in quadratum B C, igitur productũ A B in quadratum B C, æquatur E, uerum producti B C in quadratum A B, ad productum A B in quadratum B C, ut A B ad B C ex demonstratis in septimo super Euclidem, proportio igitur D ad E, ut A B ad B C, quod erat probandum, similiter sequitur, permutando proportiones æquationum numerorum ad suas æstimationes easdem esse, cum æstimationum differentia fuerit numerus quadratorum.

2^a Cum fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, item cubus æqualis totidem quadratis eidemq́ue numero, erit proportio aggregati ex prima æstimatione & numero quadratorum, ad residuum, quod fit detracto à secunda æstimatione numero quadratorum, ut secundæ æstimationis ad primam duplicata, uelut si dicam, cubus & 3 quadrata, æquantur 20, & cubus æquatur 3 quadratis p: 20, in prima æstimatio rei est 2, in secūda est ℞ v: cubica 11 p: ℞ 120 p: ℞ v: cubica 11 m: ℞ 120 p: 1, dico quòd si addas 3 numerum quadratorū, ad 2 primam æstimationem (& fiet 5) & minuas idem 3, ex secunda æstimatione (& fiet ℞ v: cu. 11 p: ℞ 120 p: ℞ v: cu. 11 m: ℞ 120 m: 2) quod proportio 5 ad hanc radicem, est uelut ℞ v: cubicæ 11 p: ℞ 120 p: ℞ v: cubica 11 m: ℞ 120 p: 1, æstimationis secundæ, ad 2 æstimationem primam, duplicata, cuius rei est demonstratio hæc.

DEMONSTRATIO.

Sit æstimatio prima B C, secunda A B, numerus quadratorum communis, A D, quia igitur cubus A B, æqualis est productis A D & D B in quadratum A B, & A B est numerus quadratorum, erit productum ex D B in quadratum

A B, æquale numero æquationis, quare & cubo B C cum producto A D in quadratum B C, igitur quod ex B D in quadratum A B, æquale est ei, quod ex aggregato A D & C B in quadratum C B, igitur ex 34^a 11^i & 7^a 6^i elementorum, A D & C B, iunctorum, ad B D, uelut A B ad B C, ratio seu proportio duplicata.

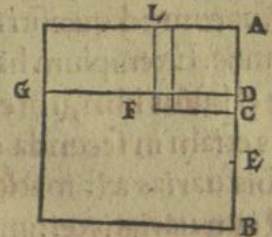
3^a Cum fuerint quadrata æqualia cubo & numero, conuertetur capitulum in capitulum rerum æqualium cubo & numero, & æstimatio secunda semper est addenda uel detrahenda tertiæ parti numeri quadratorum, ut habeatur prima, & modus est, sume differentiam numeri æquationis propositi, & dupli cubi tpq̄d. & eā pone pro numero, qui cum cubo æquatur rebus totidem, quotus est numerus, qui est tertia pars quadrati numeri quadratorum, ergo inuenta secunda æstimatione, pro habenda prima, addes eā tpq̄d. si numerus fuit maior duplo cubi tpq̄d. uel minues, si numerus fuit minor duplo cubi tpq̄d. & conflatum uel residuum, est æstimatio prima.

Exemplum, Cubus & 80, æquantur 9 quadratis, dupla cubum 3, qui est tpq̄d. fit 54, differentia cuius ab 80 est 26, igitur cubus p: 26, æquabitur 27 rebus, est autem 27 tertia pars q̄drati 9, igitur æstimatio secunda est 1, quæ addita ad 3 tpq̄d: constituit 4, æstimationē primā, q̄a numerus qui est 80, est maior duplo cubi tpq̄d. quod est 54.

Aliud exemplum, Cubus p: 5, æquatur 6 quadratis, duc 6 in se fit 36, fit 36, huius tertia pars est 12, numerus rerum, inde detrahe 5, numerū æquationis, ex 16 duplo cubi 2 Tpq̄d. & relinquitur 11, igitur 1 cub. p: 11, æquatur 12 rebus, æstimatio autem est 1, detrahe igitur 1 ex 2 Tpq̄d. quia numerus est minor duplo cubi Tpq̄d. relinquitur æstimatio cubi p: 5 æqualis 6 quad.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio autem huius est, ponatur A B numerus quadratorum 9, A C æstimatio rei, cuius cubus p: 80 æquatur A B ductæ in A F quadratum A C, & sit A D tertia pars A B, & similiter D E & E B & A G superficies æquidistantium laterum, & tertia pars quadrati A B ex prima 6ⁱ, quia igitur ex B A in A C, fit cubus A F p: 80, erit quod ex B C in A F 80, quod igitur ex B D in A F, 80 p: eo quod ex C D in A F, detracto igitur quod ex B D in A H, & est duplum cubi A D, fiet quod ex B D in gnomonē, 26 p: eo quod ex C D in A F, at quod ex B D in gnomonem, æquale est quadruplo C D in quadratum A H, & duplo A D in quadratum H F, eo quod lineæ B E, E D, D A, D H, & reliquæ suplementorum sunt æquales inuicem, quadruplum igitur C D in quadratum A H cum duplo A D in quadratum H F, æquatur 26 p: eo quod ex C D in F A, at ex C D in F A, fit cubus C D, & duplum A D in quadratum F H, & C D in quadratū A H semel, igitur ablato eo quod ex C D in quadratum A H semel, & ex A D in quadratum H F bis, utrinq;, erit triplum C D in A H, æquale cubo C D p: 26, at quod ex C D in A H ter, ęquale est ei, quod ex C D in A G semel, cum D H sit tertia pars D G, igitur quod ex C D in A G tertiam partem quadrati A B, æquale est cubo ipsius C D p: 26.



Cum quæstionis solutio ad multitudinem denominationum peruenerit, solutio plerunq; sperari potest, nam ex mala tractatione sæpius hoc euenit, unde ad pauciores & notas denominationes deducta soluitur, & generaliter. At cum ad capitulum paucarum sed inæqualiū denominationū peruenerit, quæstionis solutio, nunq; generaliter ad cognitionem perueniet, cum semper in id incidat capitulum, quod uniuersalem æstimationis inueniendæ regulam non habet, uelut si ad capitulum Rⁱ Pⁱ, quadratorum, rerum ac numeri deuenerit. 4ª

Cum uero hoc in omnibus, tum maxime in Geometricis quæstionibus, quæ graues sunt, plurimum conferre solet, ut præuias alias, ac minus difficiles quæstiones soluas, huius libri auxilio, demum in regulas de modo solutiones has contrahes, inde illarum auxilio pedeten- 5ª tim procedens per positionis præcepta & regulas, ad aliquod tandem horum capitulorum notorum peruenies, ex quo dilucida solutio apparebit.

6. Præter has autem æstimationes, aliæ quædam emergunt, quarum numerus est infinitus, nec ullius earum generalis est usus, uerum quæ maxime sunt frequentes, tribus modis fiunt. Aut em̃ regula particulari, ut in sexto libro ostensum est. tum magis in capitulis omnibus quantitatū continue proportionalium, ut facile est experiri. Aliæ autem ex iterata regularum uel capitulorum operatione, Vel mixtione, ut cum ad quæsiti solutionem pluribus capitulis, uel regulis indigemus. Exemplum habes, præter reliqua, in quarta quæstione capituli 35ⁱ huius libri, ubi eam quæstionem ad finem deduxeris, & expressius etiam in secunda quæstione 31, capituli huius. Tertio modo habebis uarias æstimationes, cum capitula uel regulas non in numeris, sed iam uariatis æstimationibus exercueris, ut si dicam, fac ex ℞ ultimi 8 m: ℞ 2, duas partes, ex quarum ductu in radices alterius mutuo fiant numeri, qui iuncti inuicem faciant 4, operatio perueniet ad absonam quantitatem.

7. Natura producti ex partibus numeri in ℞ quadratam uel cubam uel alterius generis partis reliquæ, est de genere cubi, uel q̄d'q̄drati, excepto quod quantitas sumenda est proximior maxime, non minori. Exemplum, si quis dicat, fac ex 10 duas partes, quarum productum unius in quadratum alterius faciat 9, & postmodum uelis dicere, fac ex aliquo numero duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius, fiat 18, tunc uides quòd talis productio est ex genere cubi, quia igitur, si proportio esset eadem, fieret hoc ex 20, quod est duplum 10, ut 18 est duplum 9, at quia est ex genere cubi, inueniemus duos terminos proportionales inter 10 & 20, & sunt ℞ cubica 2000 & ℞ cubica 4000, igitur numerus quæsitus est ℞ cubica 2000, nam una pars est ℞ cubica 2 alia ℞ 1458, ducta ℞ cubica 1458 in quadratum ℞ cub. 2 fit ℞ cubica 5832, quæ est 18. Dico igitur quod si dixisset, ut facias de 10 duas partes, ex quarum mutua multiplicatione in ℞ alterius fiat 12, quod hæc habet rationem cubicam, unde si diceremus, inuenias numerum ex cuius ductu uicissim partium in mutuas radices fiat 24, & uelis ex primis partibus inuenire alias, tunc inter 10 & 20 eadem ratione, qui se habent ut 9 & 18, accipies in ratione cubica duos terminos medios proportionales, & maior illorum qui est ℞ cubica 4000, est terminus quæsitus, nam una

9	18
10	20
℞ cu.	℞ cu.
2000	4000

pars

pars est ℞ cubica 4, alia ℞ cubica 2916, duc uicissim in ℞ quadratam alterius fiunt ℞ cubica 5832, & ℞ cub. 216, quæ sunt 18 & 6, & hæ iunctæ faciunt 24.

Quælibet æquatio cubi æqualis rebus & numero, conuertitur in 8ª
consimilem, cuius numerus rerum constat ex diuisione prioris numeri rerum per numerum æquationis, & numerus æquationis est ℞ unitatis diuisæ per numerum æquationis, ut in exemplo, cubus æquetur 6 positionibus p: 2, diuide 6 numerum positionum per 2 numerum equationis, exibit 3 numerus positionum secundæ æquationis, diuide etiam unitatem per 2 numerum æquationis, exit $\frac{1}{2}$, cuius ℞ est numerus æquationis, & ita in duobus reliquis exemplis.

1 cub. æq̄lis 6 pos. p: 2
1 cub. æq̄lis 3 pos. p: ℞ $\frac{1}{2}$

1 cub. æq̄lis 4 pos. p: 4
1 cub. æq̄lis 1 pos. p: $\frac{1}{2}$

1 cub. æq̄lis 6 pos. p: 9
1 cub. æq̄lis $\frac{2}{3}$ pos. p: $\frac{1}{3}$

Inuentio autem æstimationis unius per aliam, est ualde difficilis, ueruntamen dico, quòd habita secunda æstimatione, ipsa erit ℞ numeri rerum multiplicandarum cum unitate per 1 cub. & per positiones, & numerum priorem ex alia parte, inde addes tot quadrata utrique parti, quotus est numerus, qui prouenit diuisa unitate per quadruplum quadrati eiusdem secundæ æstimationis, & habebis q̄d'q̄dratum p: cubo p: quadrato ex una parte, habentia ℞, quæ erit quad. p: pos. & ex alia quad. p: pos. p: numero, habentia similiter radicem, quæ erit positio p: numero, quare per capitulum, habebis æstimationem, ut in tertio exemplo, habes secundam rei æstimationem 1, pro habenda prima duc 1 positionem p: 1 (pro regula sumit 1) sed 1 pos. est propter quadratum æstimationis rei, quod fuit etiam 1 in 1 cubum, & 6 positiones p: 9, habebis 1 q̄d q̄dratum p: 1 cubo, æqualia 6 quadratis p: 9 p: 15 positionibus, deinde adde utrique parti $\frac{1}{4}$ quadrati, & est quod prouenit semper diuisa unitate per quadruplum quadrati numeri positionum additarum, & habebis partes habentes ℞ quadratas, quare res est 3.

1 cub.	6 pos. p: 9
1 pos. p: 1	1 pos. p: 1
1 q̄d'q̄d. p: 1 cub.	6 q̄d. p: 15 pos. p: 9
1 q̄d'q̄d. p: 1 cu. p: $\frac{1}{4}$ q̄d.	6 $\frac{1}{4}$ q̄d. p: 15 pos. p: 9
1 q̄d. p: $\frac{1}{2}$ pos.	2 $\frac{1}{2}$ pos. p: 3

Quinquies exscriptus, maneat tot millibus annis.

Artis Magnæ Hiero. Cardani de Regulis Algebri, Finis.

Norimbergæ per [redacted] excusum.
Anno M. D. XLV.