universität innsbruck
Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Universitäts- und Landesbibliothek Tirol

Arabische Gnomonik

Schoy, Carl

Altona, 1913

VII. Kapitel. Konstruktion arabischer Cylinder- und Kugeluhren.

urn:nbn:at:at-ubi:2-9003

woraus folgt, daß das Ende des Aṣr entweder vor dessen Beginn erreicht würde, oder aber, da s_1 ein spitzer Winkel ist, erst nach 6 Uhr nachmittags eintreten müßte. Wahrscheinlich dauerte das Aṣr bis Sonnenuntergang.

Delambre (a. a. O. p. 131) teilt uns mit, daß Ibn Jûnis bereits eine Tafel erstellt habe, welche für alle Sonnenlängen des ganzen Jahres von Grad zu Grad den Stundenwinkel s angibt, der dem Beginn des Aṣr entspricht. Nach den von Delambre vorgenommenen Stichproben ist die Tafel äußerst exakt.

Wie Formel XX) lehrt, ist s für $\delta = 0$ gerade 45°, also $t = 3^h$. An allen anderen Tagen ist $t > 3^h$, da der $\cos(\pm\delta) < 1$ ist. Für $\delta = \varepsilon = 23^\circ 30'$ findet sich $t = 3^h\, 20^m$. Der Beginn des Aṣr nach Ibn Jûnis liegt mithin innerhalb eines Interwalls von 20 Zeitminuten nach aequinoktialem Stundenmaß. Die dritte Temporärstundenlinie durchschneidet die Ost-Westlinie (Aequinoktiale, $\delta = 0°$) beim Stundenwinkel $s = 45°$. Für die Breiten des mohammedanischen Reiches ($\varphi = 20° - 30°$) entfernt sich besagte Stundenlinie ungefähr um denselben Betrag von $t = 3^h$, wenn man δ bis $23^1/_2°$ wachsen läßt, wie das von Ibn Jûnis inaugurierte Aṣr. Es liegt deshalb die Vermutung nahe, daß Ibn Jûnis mittels der Formel XX) einen das ganze Jahr möglichst konstanten Augenblick in temporärem Zeitmaß fixieren wollte.

Ein Vergleich mit den Aṣr-Linien der verschiedenen Bazithas lehrt, daß das Aṣr nach Ibn Jûnis für $\varphi = 0°$ mit demjenigen der Imâme Mâleh und Hambeleh sich sehr gut deckt; für höhere Breiten dagegen das letztere stets später eintritt als das erstere.

VII. Kapitel.

Konstruktion arabischer Cylinder- und Kugeluhren.

Nach Delambre (a. a. O., pag. 522) findet sich vor Abul Hassan nichts derartiges in der arabischen Gnomonik. Ja, Abul Hassan ist sogar der Meinung, daß niemand vor ihm jemals eine Sonnenuhr auf krummer Oberfläche entworfen habe, aber Delambre entgegnet hierauf: „ . . . il est bien mal informé. ou il ne parle que des Arabes; car sans parler de Bérose, ni d'Aristarque de Samos, nous avons dans Vitruve et Stuart, la preuve qu'on avait fait des cadrans de toute espèce". Zu bemerken ist, daß der Marokkaner sowohl auf die konvexe als konkave Oberfläche von Cylinder, Kegel und Kugel die Schattenlinien des Gnomons verzeichnet, welcher bei vertikal stehendem Cylinder und Kegel horizontal gerichtet ist, bei der Verzeichnung der Stundenlinien auf der konvexen Außenseite einer Halbkugel auf der Uhrfläche senkrecht steht, niemals aber die Richtung der Weltachse hat. Wir greifen aus den vielen Fällen, welche Abul Hassan behandelt, zwei heraus, nämlich

1) Eine Sonnenuhr auf dem konvexen Mantel eines vertikal stehenden Cylinders zu konstruieren,

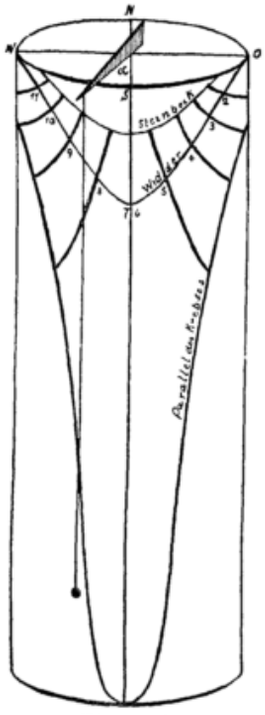
2) Dieselbe Konstruktion auf der Innenfläche einer Halbkugel auszuführen.

Sämtliche anderen Möglichkeiten weisen nur unwesentliche Unterschiede von den zwei vorstehenden Fällen auf.

Zur Konstruktion einer solchen Cylinderuhr, wie sie unter 1) angeführt ist, gibt Hassan folgende merkwürdigen Vorschriften:

Man entnehme für den Wendekreis des Krebses die Länge der Vertikalschatten, die man bei gegebener Ortsbreite und Gnomonshöhe — diese letztere betrug immer 12 Finger — berechnet hat, einer Tabelle und trage sie vom oberen Rande des Cylinders auf dessen Mantellinien nach unten ab. Zuvor aber sind die Deckkreise des Cylinders in 360 Grade eingeteilt. Die Zählung dieser Grade beginnt beim Südpunkt, so daß die fortschreitende Gradzahl gleichzeitig mit dem Azimut (α) der Sonne indentisch ist. Durch Verbindung gleicher Azimute erhält man auf dem Cylinder die eben besagten Mantellinien. Man hat also zu einem gegebenen Stundenwinkel erst das Azimut der Sonne zu bestimmen, vielmehr aus Azimuttabellen zu entnehmen und die Vertikalschattenlänge dem ihr entsprechenden Azimut zuzuordnen. Tut man dies für alle 12 (temporären) Stunden des Tages, so erhält man in der Verbindung aller Schattenenden auf dem Cylinderumfang das Abbild des Wendekreises des Krebses. Auf ganz dieselbe Weise ermittelt man das Bild des Steinbocks und des Aequators, welches natürlich keine gerade Linie sein kann.

Die Abbildungen dieser 3 Kugelkreise auf den Cylindermantel bestehen zunächst aus 12 Stundenmarken. Eine Stundenlinie ist die Verbindung aller aequihorären Punkte der Projektionen sämtlicher



Figur 10.

Parallelkreise. Wie ist nun eine solche Stundenlinie auf der krummen Oberfläche konstruiert? Auf diese Frage ist bei Hassan nicht näher eingegangen. Bei ihm liegen auch nur 3 zu verbindende Punkte vor. Er hat selbsverständlich das Netz der Schattenlinien auf dem abgerollten Cylindermantel gezeichnet, und in seiner diesbezüglichen Figur erscheinen die temporären Stundenlinien als Gerade.

Zur Benützung dieser Uhr bringt man auf der Cylinderachse über der Deckfläche einen beweglichen Gnomon an, wie ihn Figur 10 zeigt. Er ragt um die Länge von 12 Fingern über den Rand der Deckfläche hervor. Ein Bleilot ist an dem horizontalen Zeiger so befestigt, daß es den Mantel des Cylinders entweder tangiert oder doch nur einen sehr geringen Abstand von demselben hat. Will man nun die Zeit wissen, so dreht man zunächst den Zeiger der Uhr so weit, bis sein Schatten mit dem Faden des Bleilotes zusammenfällt. Die Stundenmarke, auf welche das Ende des Schattens fällt, gibt die augenblickliche Zeit an, während man aus der Größe der Drehung gleichzeitig das Azimut der Sonne an dem genau nach den Kardinalrichtungen orientierten Cylinder ablesen kann.

Es ist von Interesse, nach der Gleichung der Schattenkurven auf den Cylindermantel zu fragen, welche die Hassansche Konstruktion entstehen läßt. Wir nehmen (s. Fig. 10) α als Polarwinkel, Z sei die Vertikale im Raum, die wir von der oberen Deckfläche aus nehmen wollen. Dann soll z in α, δ und φ ausgedrückt werden. Hält man δ und φ konstant, so bleibt die eine unabhängige Variable α. Das liefert die Gleichung für die Abbildung eines Sonnenparallels auf den Zylindermantel. Durch Variation von δ erhält man das Netz aller Schattenlinien. Zunächst ist

$$z = q \,.\, tang\, h \quad \text{I)}$$

$$-\sin\varphi \,.\, \cos\alpha = \cos\varphi \,.\, tang\, h - \sin\alpha \,.\, cotg\, s \quad \text{II)}$$

$$\sin\varphi \,.\, \cos s = \cos\varphi \,.\, tang\, \delta + \sin s \,.\, cotg\, \alpha \quad \text{III)}$$

Aus II) folgt

$$cotg\, s = \frac{\sin\varphi \,.\, \cos\alpha + \cos\varphi \,.\, tang\, h}{\sin\alpha}$$

Setzt man diesen Wert für $cotg\, s$ in III) ein, nachdem man erst mit $\sin s$ links und rechts durchdividiert hat, so findet sich die folgende quadratische Gleichung in $tang\, h$:

$$\sin\varphi \,.\, \frac{\cos\varphi \,.\, tang\, h + \sin\varphi \,.\, \cos\alpha}{\sin\alpha} = \cos\varphi \,.\, tang\, \delta \,.\, \sqrt{1 + \frac{(\cos\varphi \,.\, tang\, h + \sin\varphi \,\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}} + cotg\, \alpha$$

Die Auflösung ergibt

$$tang\, h = -\frac{\cos\alpha \,.\, \sin 2\varphi \,.\, tang^2\delta}{\cos^2\varphi\, tang^2\delta - \sin^2\varphi} \pm \cos\alpha\, \frac{\sqrt{(2\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\, tang^2\delta)(\cos^2\varphi\, tang^2\delta - \sin^2\varphi) - \sin^2 2\varphi\, tang^2\delta}}{\cos^2\varphi \,.\, tang^2\delta - \sin^2\varphi}$$

Hierbei hat nur das positive Vorzeichen der Wurzel praktische Bedeutung. Dieser Ausdruck für $tang\, h$ ist in I) einzusetzen, womit die Gleichung der räumlichen Schattenlinie auf dem Cylindermantel gefunden ist.

Was nun endlich die Kugeluhren anbelangt, die uns der marokkanische Gelehrte vorführt, so sind sie völlig identisch mit den sog. Hemicyklien und Skaphen der Alten, die nach Bilfinger[1]) bekanntlich den Zweck hatten, „die auffangende Fläche zum genauen Gegenbilde der Himmelshemisphäre, die Schattenwege zu genauen Abbildern der Sonnenwege zu machen. Es ist in Anbetracht dieser völligen Übereinstimmung zwischen antiken und arabischen Kugeluhren nicht anders denkbar, als daß Abul Hassan irgend welche griechischen Vorlagen gehabt haben muß.

[1]) Bilfinger: Die Zeitmesser der antiken Völker, Stuttgart, 1886, pag 27.

Diesen einfachen Grundgedanken bringt auch Hassan dadurch zum Ausdruck, daß er sich eine hohle Halbkugel erstellt, die im Nadirpunkte ihre feste Unterlage berührt, so daß ihr Grenzkreis mit dem Horizont des Ortes, für den die Uhr angefertigt werden soll, zusammenfällt. Vom Nadirpunkt steigt senkrecht der Gnomon auf, dessen Länge gleich dem Radius der Halbkugel ist. Denkt man sich jetzt die Halbkugel zur Vollkugel ergänzt, so kann man sie als Himmelsglobus auffassen und die Wendekreise mit dem Aequator einzeichnen, so wie diese 3 Kreise nach der gegebenen Ortsbreite liegen müssen. Läßt man dann alle Sonnenstrahlen, die das Stabende durchsetzen, bis auf die konkave Innenfläche der Halbkugel fallen, so erkennt man sofort, daß der Tagbogen der Sonne im Wendekreis des Krebses den Nachtbogen im Steinbock zum Abbild hat und umgekehrt. Diese Kreisbögen sind aber egal. Die zwei Schattenwege, Krebs und Steinbock, werden hierauf in 12 gleiche Teile geteilt und die einzelnen Teilpunkte durch Bogen größter Kreise miteinander verbunden. Dies sind die Stundenlinien. Wie man sieht, sind sie ebensowenig exakt, als jene Geraden, welche an der Bazithah aequihoräre Punkte der Krebs- und Steinbockshyperbel verbinden.

Wenn wir uns auf das sphärische Koordinatensystem Azimut-Höhe beziehen, ist es leicht, die Gleichung einer Stundenlinie auf der Kugeluhr anzugeben. Aus

$$-\sin\varphi \,.\, \cos\alpha = \cos\varphi \,.\, \tan g\, h - \sin\alpha \,.\, \cot g\, s$$

folgt

$$\tan g\, h = \frac{\sin\alpha \,.\, \cot g \frac{m}{n} \,.\, s_0 - \sin\varphi \,.\, \cos\alpha}{\cos\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{IV)}$$

Bildet man aus den im III. Kapitel, pag. 19 angegebenen Ausdrücken für $\sin\frac{m}{n}s_0$ und $\cos\frac{m}{n}s_0$ durch Division $\cot g\frac{m}{n}s_0$, und setzt den so erhaltenen Quotienten für $\cot g\frac{m}{n}s_0$ in die Gleichung IV) ein, so hat man schon die gewünschte Beziehung α, h, δ und φ, welche wir aber wegen ihrer Kompliciertheit hier nicht anschreiben wollen.

Indem L. Am. Sédillot in seinen schon erwähnten Mémoiren, die er den Instrumenten der arabischen Astronomie widmet, besonders die Kugeluhren studierte, fand er, daß sie außer den temporären Stundenlinien auch noch aufweisen

1) Die Linie des Dohr,
2) Die Linie des Aṣr,
3) Die Linie des Morgenrots (Fadschr),
4) Die Linie der Abenddämmerung (Maghrib).

Die Linie des wahren Mittags heißt Zaual. Wir erwähnen noch, daß Abul Hassan auf jeder Art von Sonnenuhr das Aṣr angibt, natürlich so, daß sein Eintritt und Ende mit dem der Bazithah zusammenfällt. Alle Uhren zeigen daher zur gleichen Zeit Aṣr.

Schlußbemerkung.

Zum Abschluß unserer Studie über die Gnomonik der Araber möchten wir die wichtigsten Ergebnisse derselben in Kürze folgendermaßen formulieren:

1) Die Entwicklung der arabischen Gnomonik ist vorzüglich durch religiöse Gebräuche bestimmt.
2) Der Zeiger oder Gnomon der Uhrfläche ist entweder horizontal oder vertikal, niemals aber zum Pol gerichtet.
3) In der Behandlung gnomonischer Fragen spielt das graphisch-konstruktive Element eine Hauptrolle.
4) Überträgt man die geometrischen Methoden der arabischen Astronomen in die Sprache der modernen Mathematik, so treten verwickelte Formeln auf, für die sich jedoch Parameterdarstellungen finden lassen.